

6
A67
МИНИСТЕРСТВО ВЫШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

Ленинградский ордена Красного Знамени
Механический институт

На правах рукописи

Г.А. ТАТАРНИКОВА

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Специальность № 05.255. Техническая кибернетика.

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Ленинград
1972 г.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

Ленинградский ордена Красного Знамени
Механический институт

На правах рукописи

Г.А. ТАТАРНИКОВА

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Специальность № 05.255. Техническая кибернетика.

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Ленинград

1972 г.



Работа выполнена в Ленинградском Механическом институте.

Научный руководитель - докт. техн. наук, проф.

Р.А. САПОЖНИКОВ.

Официальные оппоненты : - докт. физ. мат. наук, проф.

Е.Д. СОЛОМЕНЦЕВ,

канд. техн. наук, ст. научн. сотр.

В.Т. ШАРОВАТОВ.

Ведущее предприятие - Всесоюзный научно-исследовательский институт электроизмерительных приборов.

Автореферат разослан " января 1973 г.

Защита диссертации состоится "16" марта 1973 г.
на заседании Ученого Совета Ленинградского ордена Красного
Знамени Механического института, г. Ленинград, 198005,
1-я Красноармейская, дом 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
института.

Секретарь Ученого Совета :

/С.А. ССЛИН /

В В Е Д Е Н И Е

За последнее десятилетие статистические методы анализа и синтеза стали неотъемлемой частью исследований в автоматическом управлении, радиотехнике, ядерной физике, механике, биологии, психологии и других областях.

В результате бурного развития науки и техники созданы высокоточные автоматические приборы и системы, в которых невозможно пренебрегать случайными возмущениями, а сигналы считать строго детерминированными функциями. Детерминированные процессы уже не являются адекватными моделями реальных процессов, а применение систем автоматического управления, разработанных в предположении, что внешние воздействия детерминированы и без учета помех, в присутствии которых работают системы, в значительной мере снижает эффективность систем, а зачастую является нецелесообразным. Поэтому основными задачами теории автоматического управления в настоящее время являются задачи статистического анализа и синтеза, решение которых обеспечивает наилучшее в статистическом смысле поведение автоматической системы в реальных условиях работы. Математически задача исследования точности формулируется как задача отыскания конечномерных законов распределения координат системы или в частных случаях - моментов их распределения. В настоящее время эта задача наиболее полно исследована для нормальных процессов в линейных системах. Точное решение статистических задач для линейных

систем, в которых действуют процессы с распределениями, отличными от нормального, а также для нелинейных систем возможно только при известных конечномерных законах распределения. Нахождение законов распределения в большинстве задач наталкивается на серьезные математические трудности. В таких случаях наиболее эффективными методами исследования являются методы математического и физического моделирования.

Вопросам исследования вероятностных характеристик систем и действующих в них сигналов (законы распределения, моменты, энтропия, количество информации), а также экспериментальному определению оценок этих характеристик посвящена реферируемая работа.

Глава I. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Рассмотрены некоторые вопросы преобразования вероятностных характеристик случайных процессов. Показано, что для решения многих практических задач необходимо располагать законами распределения, а не их числовыми характеристиками. Закон распределения необходимо знать при применении критерия среднего риска, критерия минимума потери информации, при применении метода статистической линеаризации и метода эквивалентной передаточной функции, в задачах синтеза нелинейных фильтров при законах распределения сигналов, отличных от нормального, в некоторых задачах идентификации, задачах обнаружения, распознавания и многих других.

Задачи анализа и синтеза систем значительно усложняются, если несправедливо предположение о нормальности законов распределения вероятностей помех, сигналов, флуктуирующих параметров систем. В этом случае решение задач выходит за рамки хорошо развитой

корреляционной теории, оперирующей только о двухмоментным нормальным распределением. Усложняются статистические критерии. При законе распределения, отличном от нормального, становятся громоздкими метод статистической линеаризации и метод эквивалентной передаточной функции. Критерий среднеквадратичного отклонения дает в этом случае недостаточную информацию об исследуемой системе, поскольку при нормальном законе распределения по известной дисперсии и допустимой величине ошибки по таблицам определяют вероятность того, что значение исследуемого процесса не выйдет за допустимые значения. При законе распределения, отличном от нормального, нельзя определить вероятность, а следовательно, нельзя оценить статистическую точность работы системы, даже если найденное значение дисперсии является достоверным. Например, при одинаковом значении дисперсий нормального и закона арксинуса практически возможны значения случайного процесса с законом арксинуса $X \in [-1,416, +1,416]$, в то время как для нормального $X \in [-3\sigma, +3\sigma]$. Следовательно, вероятность P того, что значение сигнала $X(t) \in [-1,416, +1,416]$ равна единице при законе арксинуса и $P = 0,84$ при нормальном законе.

При преобразовании случайного процесса реальной системой форма закона распределения в большинстве случаев претерпевает изменения. Случайный сигнал имеет нормальный закон распределения всегда и во всех точках преобразующей системы только в том случае, когда система линейна, а входной сигнал имеет нормальный закон распределения. К денормализации законов распределения вероятностей приводят такие факторы, как наличие нелинейностей любого вида; действие мультипликативных помех, соизмеримых с полезным сигналом; корреляция, существующая между сигналом и действующими помехами, и т.д. Известные из литературы примеры преобразования существенно нелинейными элементами одномерного и двумерного нормального закона распре-

деления показывают, что искажение формы законов зависит как от параметров элементов, так и от моментов преобразуемого распределения. Если сигнал преобразуется квадратичным детектором, то его закон распределения тоже отличается от нормального. В результате действия нормальной мультипликативной помехи, действующей в линейной инерционной системе на случайный сигнал с нормальным распределением, получается сигнал с распределением, отличным от нормального, причем математическое ожидание и форма кривой закона распределения выходного сигнала системы зависят от знака и величины взаимных спектральных характеристик случайного сигнала и мультипликативной помехи. Во всех случаях форма кривой закона распределения отличается от гауссовой.

Важным для приложения случаем является случай, рассмотренный Райсом. На синусоидальный сигнал с постоянной амплитудой и случайной фазой действует аддитивная нормальная помеха. Закон распределения суммарного сигнала зависит от отношения амплитуды сигнала и среднеквадратичного отклонения помехи. Если отсутствует шум, то закон распределения соответствует закону арксинуса, если отсутствует синусоидальная составляющая - нормальному закону. Во всех промежуточных случаях закон распределения в той или иной степени отличается от нормального.

Приведенные примеры показывают, что денормализация законов распределения происходит во многих важных практических случаях и ею нельзя пренебрегать. В то же время в системе, имеющей линейную инерционную часть, в соответствии с центральной предельной теоремой, может происходить нормализация распределения преобразуемого сигнала. Чем уже диапазон частот линейной инерционной системы по сравнению с диапазоном частот сигнала, тем ближе к нормальному

закон распределения выходного сигнала этой системы. В этом случае, если все частотные составляющие спектра входного сигнала являются носителями информации, то одновременно с нормализацией происходит потеря информации. Применяя свойство максимальности энтропии нормального процесса при ограниченной дисперсии, можно дать оценку верхнего предела потери количества информации, которая сопутствует нормализации закона распределения.

Таким образом, поскольку в реальных системах практически всегда существуют помехи и нелинейности, то существует возможность денормализации законов распределений, а условия нормализации могут выполняться не всегда.

Одним из основных вопросов исследования вероятностных свойств объектов является вопрос об изменении законов распределений и их характеристик при различных преобразованиях. Простейшим преобразованием является линейное безынерционное преобразование, которое не изменяет вида закона распределения, тогда по известному закону распределения входного сигнала легко находится закон распределения выходного. Поскольку при линейном инерционном преобразовании непосредственное преобразование отличных от нормального законов распределения сложно, то при известной импульсной функции системы находятся моменты закона распределения, которые позволяют восстановить искомый закон при дополнительной информации о предполагаемой близости формы искомой функции распределения к одной из стандартных. Нахождение законов распределения и их моментов в нелинейных системах является задачей значительно более сложной, чем исследование в линейных системах. Усложнение обусловлено следующим: во-первых, для нелинейной системы в общем случае не удастся выразить даже моменты случайной функции на выходе через моменты случайной

функции на входе, во-вторых, закон распределения сигнала на выходе системы уже не является нормальным даже в том случае, когда входной сигнал подчиняется нормальному распределению. Поэтому для анализа нелинейных систем нет общего точного метода, а большинство задач решается с помощью приближенных методов.

Проведенные в работе преобразования законов распределений существенно нелинейными безынерционными элементами не являются сложными, если преобразуемые процессы одномерны. Для многомерных процессов преобразования законов распределения становятся тем более громоздкими, чем выше размерность процесса. Показано, что для двумерного закона распределения выходного сигнала необходимо знать как двумерные, так и одномерные законы распределения.

Глава II. ИНФОРМАЦИОННАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КАЧЕСТВА ЭЛЕМЕНТОВ И АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Для создания оценки качества преобразования применяются основные понятия информации - энтропия, неэнтропия, количество информации. Например, критерий минимума потери информации, как частный случай критерия среднего риска, предлагается В.С.Пугачевым для оценки систем как при проектировании, так и в рабочем режиме. Пропускную способность автоматических систем и отдельных элементов С.С.Чжан и А.В.Солодов предлагают применять для оценки способности системы обрабатывать случайный сигнал. Информационные условия инвариантности линейных систем выводятся в работе Г.М.Уланова и И.Д.Кочубиевского, а информационная оценка динамической точности систем информации и управления рассмотрена В.В.Петровым и А.В.Запорожцем. А.А.Красовским показано, что энтропийно неустойчивая система неустойчива в обычном смысле. Управление в дуальных системах может быть охарактеризовано как управление, минимизирующее определенную суперпозицию

функции среднего риска и количества информации (Медведев Г.А., Тарасенко В.П.).

При настоящем уровне развития теории информации информационные критерии и оценки, основанные на шенноновском определении количества информации, не могут быть универсальными, поскольку в задачах автоматического управления необходимо определять не только количество информации, но и его конкретное содержание. Поэтому информационные критерии и оценки могут дать только дополнительные характеристики, не подменяющие собой основных показателей и критериев.

Исследованию вопроса изменения количества информации, содержащегося в сигнале, при различных преобразованиях в присутствии помех и искажений посвящены работы К.Э.Шеннона, С.С.Чанга, А.Н.Колмогорова, Р.Л.Добрушина, М.С.Пинокера, А.А.Красовского, В.В.Петрова, А.В.Солодова и др.

Для упрощения вычислений количества информации в случае нелинейных преобразований предлагается применять энтропийный коэффициент линеаризации. В отличие от статистических коэффициентов линеаризации, предложенных И.Е.Казаковым, энтропийный коэффициент линеаризации основывается на эквивалентной в энтропийном смысле замене существенно нелинейного элемента линейным.

Сравнение коэффициентов метода статистической линеаризации и энтропийного коэффициента, сделанное для различных значений параметров преобразующих элементов при фиксированном значении дисперсии входного сигнала и единичном коэффициенте усиления, показывает, что в тех случаях, когда потеря информации велика, значения коэффициентов различаются. Чем меньше величина потери информации, тем ближе эти значения.

Одной из вероятностных характеристик является величина потери информации, возникающая при передаче случайного сигнала реальным

элементом или системой. Для существенно нелинейных элементов величина потери информации определяется наличием зон нечувствительности и ограничения. Вычислены оценки потерь информации, возникающих в существенно нелинейных элементах, при фиксированном значении дисперсии входного сигнала и единичном коэффициенте усиления. Показано, что величина потерь информации зависит от параметров преобразующего элемента и преобразуемого сигнала. Примеры расчета информационного показателя иллюстрируют целесообразность такой дополнительной оценки качества систем и отдельных элементов.

Глава III. К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОЦЕНОК СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ИХ ДОСТОВЕРНОСТИ

В основу построения макета анализатора был положен метод определения законов распределения вероятностей мгновенных значений случайного сигнала по относительной частоте пребывания значений сигнала в заданном интервале группирования $[x_i, x_i + \Delta x]$. Согласно выбранному методу реализация исследуемого случайного процесса представляется как совокупность случайных бинарных последовательностей $\{0,1\}$, соответствующих каждому из выбранных интервалов анализа

$$h_i(t_k) = 1[x(t_k) - x_i] - 1[x(t_k) - (x_i + \Delta x)],$$

где t_k - моменты измерения,

Δx - ширина окна (или дифференциального коридора),

N - общее количество анализируемых выборочных значений.

Оценка значения гистограммы дифференциального закона распределения для i -ого интервала группирования

$$\tilde{f}(x_i) = \frac{\sum_{k=1}^N h_i(t_k)}{N \Delta x}.$$

На величину дисперсии оценки влияет конечность времени анализа, количество анализируемых выборочных значений (объем выборки), их коррелированность, ширина дифференциального коридора, величина погрешности, вносимой схемой статистического анализатора.

Получение оценок дифференциального закона по одной реализации достаточной длительности позволяет существенно сократить объем необходимых экспериментов. Однако при этом должна быть проверена согласованность опытных данных с гипотезами об эргодичности и стационарности процесса. Предлагаются оценки степени неэргодичности и степени нестационарности, которые позволяют принять или отвергнуть выдвигаемые гипотезы.

Оценка степени неэргодичности исследуемого процесса учитывает максимальное расстояние между оценками законов распределения, полученных в сечении и по одной реализации достаточной длительности, и статистическую изменчивость, которая пропорциональна среднеквадратичному отклонению к коэффициенту, зависящему от вида закона распределения оценки $\tilde{f}(\tilde{f})$. Точечную оценку степени неэргодичности можно получить с помощью энтропии случайной функции близости законов распределения, полученных при обработке данных в сечении и по одной реализации. Оценка степени нестационарности строится аналогичным образом, но в этом случае рассматривается функция близости законов распределения, полученных в различных сечениях.

Погрешность статистического анализатора, определяемую при подаче на его вход случайного процесса с известным законом распределения вероятностей, можно оценивать аналогичными отношениями

Глава IV. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

В созданном макете десятиканального статистического анализатора законов распределения мгновенных значений случайных одномерных эргодичных процессов (АСП-I) математическая обработка накопленных данных проводится в цифровой форме, что дает большую точность по сравнению с аналоговой формой обработки. Входное устройство анализатора содержит аналого-цифровой преобразователь и цифровой дискриминатор.

Сравнительный анализ технических характеристик известных схем цифровых дискриминаторов, в том числе и схем, предложенных Г.Я. Мирским, показал, что они обладают рядом недостатков, основным из которых является то, что они позволяют проводить только последовательный анализ.

Спроектированный и построенный макет цифрового дискриминатора ЦД-I не обладает указанным недостатком. Целью разработки явилось увеличение быстродействия и повышение надежности при более простой аппаратной реализации. Указанная цель достигнута тем, что входное устройство содержит аналого-цифровой преобразователь и диодную пропускающую матрицу. Регистр декодирующего устройства аналого-цифрового преобразователя (ДУАЦП) и диодная пропускающая матрица образуют цифровой дискриминатор уровней анализа. При таком построении схемы существенно увеличивается быстродействие и надежность при более простой аппаратной реализации.

Уровни анализа соответствуют кодам выходных шин матрицы, подключенным к накопительным элементам. Вес младшего разряда задает минимально возможную ширину дифференциального коридора Δx , а максимально возможное число уровней анализа определяется отноше-

нием максимально возможного значения уровня анализа и ширины дифференциального коридора.

Для того, чтобы при изменении ширины дифференциального коридора Δx не происходило потери информации, а следовательно увеличения погрешности анализа, необходимо не только изменять адреса накопительных элементов, но и изменять количество входных шин матрицы, соединенных с разрядами регистра ДУАЦП.

Для получения оценок статистических законов распределения n -мерного случайного процесса необходимо фиксировать одновременное появление n событий в момент времени t_i . Это можно выполнить с помощью цифрового дискриминатора, состоящего из n ЦД-I и ячеек совпадения, имеющих n входов. Такой дискриминатор представляет собой координатную матрицу.

Диапазон амплитуд и частот исследуемого сигнала определяется схемой АЦП. Гистограмма дифференциального закона распределения записывается на ленте осциллографа после каждого цикла накопления и обработки. Декодирующее устройство АЦП может применяться как в режиме накопления, так и в режиме обработки накопленной информации.

Достоинством схемы АСП-I является то, что прибор может быть построен на унифицированных узлах, выпускаемых отечественной промышленностью.

Схема анализатора АСП-IM позволяет оценивать неэргодичность случайного процесса.

Основу анализатора АСП-IM составляет анализатор стационарных эргодических процессов АСП-I. Отличие состоит в дополнительном ОЗУ, генераторе случайной последовательности, регистре, дополнительных блоках ячеек совпадения, сумматоре. В этом случае вся реализация разбивается на n реализаций, длительность которых позволяет получить достаточно точную статистику.

Для получения независимых во времени реализаций случайного процесса момент начала следующей реализации задается импульсом с генератора бинарной случайной последовательности $\{0,1\}$. Через время $k \cdot \Delta t$, отсчитываемое от начала каждой реализации, по сигналу с хромирующей схемы выборочное значение не только поступает в ЦДА-I, но записывается в цифровой форме в ОЗУ. Количество сечений определяет необходимый объем ОЗУ.

При сравнении гистограмм, полученных при обработке по времени и по сечению, судят о степени неэргодичности процесса.

Схема анализатора статистических условных и безусловных законов распределения двумерных стационарных процессов является логическим развитием схем АСП-I и АСП-IM. Отличие АСП-II от АСП-IM состоит в большем объеме ОЗУ и усложненном устройстве управления. Очевидно, что анализатор для исследования n -мерного процесса принципиально не будет отличаться от АСП-II.

Так же как и в схеме АСП-IM, в анализаторе АСП-II можно оценивать степень неэргодичности исследуемых процессов, степень нестационарности, для чего необходимо увеличивать объем ОЗУ. Статистический материал, накапливаемый анализатором, дает возможность не только определять оценки одномерных и двумерных безусловных законов распределения, но и условных, а следовательно, определять вероятность превышения заданного уровня или вероятность попадания в заданный интервал значений, а также оценки моментов законов распределения вероятностей.

Схемы АСП-II могут быть выполнены на унифицированных узлах, выпускаемых отечественной промышленностью.

В заключение приводятся основные выводы и результаты проделанной работы.

Выводы по диссертации :

1. Предложен информационный показатель качества передачи сигналов, применение которого целесообразно для учета одно-временного действия помех и возмущений. Оценка информационного показателя дана для элементов и структурных схем.
2. Дан способ количественной оценки потерь информации, появляющихся при преобразованиях случайного сигнала существенно нелинейными элементами. Потери информации вычислены для типовых нелинейных элементов.
3. Предложен энтропийный метод линеаризации, позволяющий получить результаты более точные при значительных потерях количества информации в существенно нелинейных элементах, чем результаты, даваемые методом статистической линеаризации.
4. Предложены численные оценки, позволяющие принять или отвергнуть предположение о согласованности экспериментальных данных с гипотезами о стационарности и эргодичности исследуемого процесса.
5. Проведен сравнительный анализ технических характеристик цифровых дискриминаторов, в результате которого предложена схема цифрового дискриминатора ЦД-I параллельного действия. На основе ЦД-I возможно построение многомерных цифровых дискриминаторов параллельного действия.
6. Предложена схема и построен макет десятиканального статистического анализатора АСП-I, предназначенного для получения оценок законов распределения, характеризующих одномерные стационарные случайные процессы, которые существуют в автоматических и других системах.

7. Для определения оценок законов распределения стационарных неэргодичных процессов спроектирован анализатор АСП-ИМ.
8. Составлена блок-схема статистического анализатора АСП-П оценок безусловных, условных, одномерных и двумерных законов распределения, а также оценок вероятности превышения допустимого уровня.
9. Показано, что непринципиальное усложнение схемы АСП-П дает возможность получать оценки многомерных законов распределения.
10. Все сделанное в работе позволяет получать информационные оценки при теоретическом и экспериментальном исследовании автоматических систем.

Результаты диссертационной работы опубликованы и доложены:

1. Татарникова Г.А. Влияние нелинейностей на случайный сигнал и переносимую им информацию. Сб. трудов ЛМИ, № 62, вып. № 3, "Техническая кибернетика", 1967.
2. Татарникова Г.А. Алгоритмическая информация. Доклад на научно-технической конференции, посвященной 50-летию Советской власти, ЛМИ, 1967.
3. Татарникова Г.А. Алгоритмическая информация. Сб. трудов ЛМИ, № 72, 1969.
4. Татарникова Г.А. Информационная характеристика системы автоматического управления. Сб. трудов ЛМИ, № 72, 1969.
5. Татарникова Г.А. К вопросу об информационной оценке точности автоматических систем. Межвузовская научно-техническая конференция "Техническая кибернетика", Москва, январь, 1969.

6. Татарникова Г.А. Прибор для определения статистических законов распределения одномерных случайных процессов. Доклад на научно-технической конференции профессорско-преподавательского состава ЛМИ, 1970.
7. Сапожников Р.А., Татарникова Г.А. Информаций и преобразование природы. Проблемы бионики. Харьков, 1970.