МИНИСТЕРСТВО СВЯЗИ СССР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА

Ю. П. КУЗНЕЦОВ

На правах рукописи

Исследование оптимальных приемников с независимым от мощности помех алгоритмом приема сигналов

№ 05.290—Теоретические основы радиотехники

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

ЛЕНИНГРАД
1970

МИНИСТЕРСТВО СВЯЗИ СССР

Ленинградский электротехнический институт связи
имени проф.М.А.Бонч-Бруевича

Ю.П.КУЗНЕЦОВ

На правах
рукописи

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРИЁМНИКОВ С НЕЗАВИСИМЫМ ОТ МОЩНОСТИ ПОМЕХ АЛГОРИТМОМ ПРИЁМА СИГНАЛОВ

№ 05.290 - Теоретические основы
радиотехники

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Ленинград
1970

A67

Работа выполнена в отделе технической кибернетики Дальневосточного филиала Академии Наук СССР.

Научный руководитель – кандидат технических наук В.Ф.НЕСТЕРУК.

Официальные оппоненты:

- доктор технических наук, профессор Л.М.ФИНК
- кандидат технических наук, доцент Е.И.ПЛОТКИН.

Ведущее предприятие – Московский электротехнический институт связи

Автореферат разослан „18" 12 1970г.

Защита диссертации состоится „18" 03 1971 года на заседании Совета факультетов РТ, РК, РС и РВ Ленинградского электротехнического института связи имени проф.М.А.Бонч-Бруевича по адресу: Ленинград, Д-65, наб.реки Мойки, 61, ауд.402.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

УЧЁНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА доцент Р.Г.ЦАТУРОВА

Глава I

Введение

В "Теории потенциальной помехоустойчивости" академик В.А.Котельников впервые обратил внимание на то, что при определенных условиях в оптимальном приёмнике наступает так называемый независимый от мощности помех режим работы, при котором изменение интенсивности помех в канале связи не влияет на структуру алгоритма приёма сигналов в нем. Такой режим работы будем называть также инвариантным по отношению к мощности помех, или для краткости просто инвариантным.

В частности, В.А.Котельников установил, что при полностью известных сигналах, принимаемых по схеме идеального наблюдателя на фоне нормальных некоррелированных помех, независимость структуры алгоритма приёма сигналов в приёмнике реализуется при равновероятных сигналах.

Наличие подкласса оптимальных приёмников с инвариантным по отношению к мощности помех режимом работы в сильной степени облегчает задачу оптимальной обработки сигналов в тех практически важных каналах связи, в которых по тем или иным причинам мощность помех на приёмном конце является неизвестной величиной.

После В.А.Котельникова задача оптимального приёма сигналов решалась многими советскими и зарубежными учёными при более общих статистических критериях и для различных классов сигналов и помех, не рассматривавшихся в "Теории потенциальной помехоустойчивости". В подавляющем большинстве работ оптимальный приём сигналов изучается в предположении, что интенсивность помех либо известна полностью, либо предполагается известной функция распределения интенсивности помех. Такие предположения практически соответствуют случаям, когда при проектировании системы связи учитываются лишь внутренние шумы приёмной аппаратуры или когда свойства внешних помех детально изучены. На практике, однако, внешние помехи в силу разнообразия и обилия создающих их источников чаще всего не могут быть точно описаны. Поэтому в большинстве случаев при проектировании систем связи приходится с самого начала предполагать, что те или иные параметры помехи неизвестны заранее.

В данной работе неизвестным параметром помехи полагается её мощность и рассматривается задача выделения подкласса оптимальных приёмников, осуществляющих приём сигналов в этой ситуации. Такой подкласс приёмников можно выделить не только в чисто теоретическом плане, но и с практической точки зрения он представляет наибольший интерес. Во-первых, в приёмниках этого подкласса не нужно контролировать и заботиться о сохранении режима оптимальности при изменении интенсивности помех. Подобного невозможно добиться в приёмниках других подклассов, например, в самонастраивающихся системах. Во-вторых, оптимальные приёмники с независимым от мощности помех режимом работы имеют наиболее простую конструкцию по сравнению с приёмниками других подклассов. В-третьих, во всех практически интересных случаях эти приёмники обладают свойством инвариантности не только по отношению к мощности помех, но также и по отношению к мощности полезных сигналов.

Отдельные указания к решению затронутой проблемы на частных примерах имеются в работах В.А.Котельникова, Л.М. Финка, Д.Д.Кловского и других авторов.

В данной работе исследование подкласса оптимальных приёмников с независимым от мощности помех алгоритмом приёма сигналов производится для наиболее общего критерия оптимальности, каким в настоящее время является средний риск

$$\mathcal{L}(S,\delta)=\iiint\limits_{\Gamma\Omega\Delta}\sigma(\vec{S})F(\vec{V}/\vec{S})\,C(\vec{S},w)\,\delta(w/\vec{V})\,d\vec{V}\,d\vec{S}\,dw$$

Здесь $\vec{S}$ означает полезные сигналы, используемые при передаче, $\vec{V}$ - сигнал на входе приёмной системы; w - возможные решения, принимаемые в результате обработки $\vec{V}$; $\sigma(\vec{S})$ - плотность вероятности параметров полезных сигналов; $F(\vec{V}/\vec{S})$ - условная функция распределения входного сигнала; $\delta(w/\vec{V})$ - правило принятия решения, отражающее принцип работы приёмной системы; $C(\vec{S},w)$ - простая функция потерь, которая назначается независимо от $\delta(w/\vec{V})$ и приписывает каждому сигналу $\vec{S}$ и связанному с ним решению w некоторую постоянную стоимость; Γ - пространство наблюдений; Ω - пространство полезных сигналов; Δ - пространство решений.

Качество работы системы связи считается тем более высоким, чем меньше $\mathcal{L}(S,\delta)$. Система приёма сигналов называется оптимальной или байесовой, если она при заданном распределении $\sigma(\vec{S})$ обеспечивает наименьшие средние потери. Для таких систем

$$\mathcal{L}(S,\delta)=\min_{\text{по }\delta}\mathcal{L}(S,\delta)=\mathcal{L}(S,\delta^*)$$

Помехи в данной работе моделируются стационарным случайным процессом нормального типа с произвольным частотным спектром. Это даёт возможность использовать получаемые результаты как при некоррелированных, так и коррелированных помехах.

Глава II

Установление инвариантного режима работы в байесовских приёмниках

В данной главе устанавливается возможность работы байесовских приёмников в инвариантном по отношению к мощности помех режиме для наиболее важных классов сигналов при различных методах их приёма.

Постановка задачи. Используемые при передаче алфавита источника сообщений сигналы $S_1(t), S_2(t),\ldots,S_m(t)$ одинаковой длительности T представляются как совокупности выборочных значений $S_{i1}, S_{i2},\ldots,S_{iH}$ ($i=1,2,\ldots,m$), образующих многомерные векторы $\vec{S}_1,\vec{S}_2,\ldots,\vec{S}_m$.

Априорные вероятности появления сигналов обозначаются через $P_1, P_2, \ldots, P_m$. Излучаемый передатчиком сигнал $\vec{S}_i$ принимается на фоне нормальных помех с выборочными значениями $n_1, n_2, \ldots, n_H$, образующими вектор $\vec{n}$ с произвольно коррелированными компонентами $\overline{n_g n_\kappa} = R_{g\kappa}$ и $\overline{n_g} = 0$ ($g, \kappa = 1, 2, \ldots, H$). Мощность этих помех $\mathcal{N} = \overline{n_g^2}$ считается заранее неизвестной величиной. Сигнал на входе приёмника $\vec{V} = \vec{S}_i(\vartheta) + \vec{n}$; где ϑ означает совокупность случайных параметров во входном полезном сигнале.

Основная задача, решаемая в данной главе, формулируется так. По заданной структуре входного полезного сигнала требуется найти явный вид неравенств

$$\sum_{\ell=1}^{m} P_\ell (C_i^\ell - C_j^\ell) \int f(\vartheta) e^{\varphi_\ell(\vartheta) - \frac{1}{2}\mu_\ell(\vartheta)} d\vartheta < 0 \quad j = 1, \ldots, m \quad j \neq i \qquad (2.1)$$

выражающих общее байесовское правило принятия решения о приёме i-го сигнала, и определить в них условия, при которых их проверка не зависит от $\mathcal{N}$. Полученные таким образом неравенства будут выражать байесовское инвариантное правило решения.

В (2.1): C_i^ℓ – стоимость принятия решения о приёме i-го сигнала, в то время как на самом деле на входе приёмника присутствует сигнал с номером ℓ ; $f(\vartheta)$ – плотность вероятности случайных параметров;

$$\varphi_i(\vartheta) = \sum_{g,\kappa=1}^{H} Q_{g\kappa} V_g S_{i\kappa}(\vartheta) \ ; \ \mu_i(\vartheta) = \sum_{g,\kappa=1}^{H} Q_{g\kappa} S_{ig}(\vartheta) S_{i\kappa}(\vartheta)$$

где $Q_{g\kappa}$ – элементы матрицы $Q = R^{-1}$, а R имеет элементы $R_{g\kappa}$.

Р е ш е н и е з а д а ч и .

I. При полностью известных сигналах инвариантное правило решения реализуется при назначении стоимостей правильных и неправильных решений в соответствии с равенствами

$$C_i^\ell = C_j^\ell \qquad i, j, \ell = 1, \ldots, m \quad i \neq j \neq \ell \qquad (2.2)$$

$$P_i (C_j^i - C_i^i) = P_j (C_i^j - C_j^j) \qquad i, j = 1, \ldots, m \quad i \neq j \qquad (2.3)$$

и имеет вид

$$\varphi_i - \tfrac{1}{2}\mu_i > \varphi_j - \tfrac{1}{2}\mu_j \qquad j \neq i \qquad (2.4)$$

где

$$\varphi_i = \sum_{g,\kappa=1}^{H} Q_{g\kappa} V_g S_{i\kappa} \qquad (2.5) \qquad \mu_i = \sum_{g,\kappa=1}^{H} Q_{g\kappa} S_{ig} S_{i\kappa} \qquad (2.6)$$

2. Отмечаются некоторые особенности построения инвариантной решающей схемы при приёме M сложных сигналов $S^{(1)}(t), S^{(2)}(t), \ldots, S^{(M)}(t)$, каждый из которых представляет собой последовательность из L простых сигналов $S_x^{(i)}(t)$ ($x = 1, 2, \ldots, L$), обладающих одинаковой длительностью T и принимающих одно из m возможных значений – $S_1(t), S_2(t), \ldots, S_m(t)$.

Помеха полагается коррелированной в пределах длительности одного простого сигнала и некоррелированной между простыми сигналами.

Для широко распространенного на практике бинарного кода ($m = 2$) инвариантное правило решения имеет вид

$$\sum_{x=1}^{L} (\beta_x^{(i)} - \beta_x^{(j)})(\varphi_{1x} - \varphi_{0x}) > (\mu_1 - \mu_0) \sum_{x=1}^{L} (\beta_x^{(i)} - \beta_x^{(j)}) \qquad j \neq i \qquad (2.7)$$

где

$$\varphi_{ix} = \sum_{g,\kappa=1}^{H} Q_{g\kappa} V_{gx} S_{i\kappa} \ ; \quad \mu_i = \sum_{g,\kappa=1}^{H} Q_{g\kappa} S_{ig} S_{i\kappa} \qquad i = 0, 1$$

$Q_{g\kappa}$ – элементы матрицы Q, обратной по отношению к корреляционной матрице помех за длительность одного простого сигнала; V_{gx} – выборки входного сигнала; S_{ig} – выборки простого сигнала $S_i(t)$ ($i = 0, 1$); $\beta_x^{(i)} = 1$ при $S_x^{(i)}(t) = S_1(t)$ и $\beta_x^{(i)} = -1$ при $S_x^{(i)}(t) = S_0(t)$.

3. При случайной амплитуде выборки полезного сигнала на входе приёмника представляются в виде

$$S_{i\kappa}(A) = A S_{i\kappa} \qquad \kappa = 1, 2, \ldots, H \qquad (2.8)$$

где $S_{i\kappa}$ – известная последовательность, A – случайный параметр, распределенный по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией σ^2.

Инвариантное правило решения при приёме сигналов вида (2.8) выражается неравенствами

$$\varphi_i^2 > \varphi_j^2 \qquad j \neq i \qquad (2.9)$$

и реализуется в том случае, когда стоимости различных решений удовлетворяют равенствам (2.2) и (2.3), а параметры полезных сигналов таковы, что величины μ_i равны между собой ($\mathcal{S}_i$ и μ_i определяются соответственно формулам (2.5) и (2.6)).

Условие равенства величин μ_i позволяет осуществить проверку неравенств (2.9) только в системе с активной паузой.

4. Для классов сигналов с неопределенной фазой и замираниями, выборки которых имеют вид

$$S_{ik}(A,\theta)=A e_{ik}\cos(\omega_i t_k-\psi_{ik}-\theta) \quad k=1,\dots,H$$

где θ - случайная начальная фаза, e_{ik} - выборки огибающей, ψ_{ik} - выборки угловой модуляции, ω_i - несущая частота, A - случайный множитель с заданным законом распределения (для сигналов с неопределенной фазой $A=1$); байесовское инвариантное правило решения имеет один и тот же вид и сводится к проверке неравенств

$$v_i > v_j \qquad j\neq i \tag{2.10}$$

где v_i представляет собой огибающую на выходе оптимального фильтра для i-го сигнала.

Чтобе реализовать инвариантное правило решения (2.10), необходимо выполнить те же самые условия, что и в классе сигналов со случайной амплитудой. Только величина μ_i имеет вид

$$\mu_i=\sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk} e_{ig} e_{ik}\cos(\omega_i t_g-\psi_{ig})\cos(\omega_i t_k-\psi_{ik}) \tag{2.11}$$

5. При разнесенном приеме сигналов с замираниями инвариантный режим работы в байесовском приёмнике наступает только при одинаковой статистической структуре помех и отсутствии статистической связи между замираниями во всех ветвях разнесения.

Байесовской инвариантной решающей схемой при релеевских замираниях сигнала является схема квадратичного сложения

$$\sum_{\lambda=1}^{z} v_i^{(\lambda)2} > \sum_{\lambda=1}^{z} v_j^{(\lambda)2} \qquad j\neq i \tag{2.12}$$

и она реализуется при тех же условиях, что и при одиночном приёме сигналов с замираниями.

В (2.12): $v_i^{(\lambda)}$ - огибающая на выходе оптимального фильтра для i-го сигнала в λ-ой ветви разнесения, z - число ветвей разнесения.

6. В работе найдены условия, обеспечивающие инвариантный режим работы в байесовском приёмнике при приёме сложных сигналов с неопределенной фазой и замираниями.

Эта задача рассматривается применительно к системам связи с подвижными объектами при следующих предположениях:

- излучаемые передатчиком сложные сигналы $S^{(1)}(t)$, .. $S^{(2)}(t)$, . . . , $S^{(M)}(t)$ представляют собой последовательность из L простых сигналов $S_x^{(i)}(t)$ (x = 1,2,..., L) одинаковой длительности T , причем $S_x^{(i)}(t)$ принимает только два значения, либо $S_x^{(i)}(t)=S_0(t)=e_0(t)\cos(\omega_0 t-\psi_0(t))$, либо $S_x^{(i)}(t)=S_1(t)=e_1(t)\cos(\omega_1 t-\psi_1(t))$.

- помеха является коррелированной в пределах длительности одного простого сигнала и некоррелированной между простыми сигналами.

Основные результаты решения задачи состоят в следующем.

а) Для всех рассматриваемых классов сигналов инвариантный режим работы в байесовском приёмнике наступает в том случае, когда стоимости различных решений удовлетворяют равенствам

$$C_i^{\ell}=C_j^{\ell} \quad i,j,\ell=1,\dots,M \quad i\neq j\neq \ell\ ;\ P_i(C_j^{i}-C_i^{i})=P_j(C_i^{j}-C_j^{j}) \quad i,j=1,\dots,M \quad i\neq j$$

а параметры простых сигналов $\vec{S}_0$ и $\vec{S}_1$ таковы, что величины

$$\mu_i=\sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk} e_{ig} e_{ik}\cos(\omega_i t_g-\psi_{ig})\cos(\omega_i t_k-\psi_{ik}) \quad i=0,1 \tag{2.13}$$

одинаковы

$$\mu=\mu_0=\mu_1 \tag{2.14}$$

В (2.13): Q_{gk} - элементы матрицы Q порядка H , обратной по отношению к корреляционной матрице помех за длительность одного простого сигнала.

б) При когерентных сложных сигналах с неопределенной фазой, когда начальная фаза θ сложного сигнала случайна и неизвестна, но сохраняет постоянное и одинаковое значение для всех простых сигналов в процессе приёма, инвариантный приёмник имеет наиболее простую конструкцию тогда, когда простые сигналы $\vec{S}_0$ и $\vec{S}_1$ равны между собой по абсолютной величине и противоположны по знаку. В этом случае инвариантная решающая схема выражается неравенствами

$$\left\{\left[\sum_{x=1}^{L}(a_x^{(i)}\varphi_x + b_x^{(i)}\varphi_x^*)\right]^2 + \left[\sum_{x=1}^{L}(a_x^{(i)}\varphi_x^* - b_x^{(i)}\varphi_x)\right]^2\right\}^{1/2} >$$

$$> \left\{\left[\sum_{x=1}^{L}(a_x^{(j)}\varphi_x + b_x^{(j)}\varphi_x^*)\right]^2 + \left[\sum_{x=1}^{L}(a_x^{(j)}\varphi_x^* - b_x^{(j)}\varphi_x)\right]^2\right\}^{1/2} \qquad j \neq i$$

где

$$a_x^{(i)} = \beta_x^{(i)}\cos(x-1)(\omega+\Omega)T \qquad b_x^{(i)} = \beta_x^{(i)}\sin(x-1)(\omega+\Omega)T$$

$$\varphi_x = \sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk}V_{gx}e_k\cos(\omega t_k - \psi_k) \quad \varphi_x^* = \sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk}V_{gx}e_k\sin(\omega t_k - \psi_k)$$

Ω – допплеровское смещение частоты, $\beta_x^{(i)} = 1$ при $S_x^{(i)}(t) = S_1(t)$ и $\beta_x^{(i)} = -1$ при $S_x^{(i)} = S_0(t)$.

в) При некогерентных сложных сигналах с неопределенной фазой и замираниями, когда начальная фаза θ_x каждого простого сигнала $S_x^{(i)}(t)$ случайна, инвариантные правила решения совпадают между собой и определяются неравенствами

$$\sum_{x=1}^{L} V_x^{(i)^2} > \sum_{x=1}^{L} V_x^{(j)^2} \qquad j \neq i$$

где

$$V_x^{(i)} = \sqrt{\frac12(1+\beta_x^{(i)})(\varphi_{1x}^2 + \varphi_{1x}^{*2}) + \frac12(1-\beta_x^{(i)})(\varphi_{0x}^2 + \varphi_{0x}^{*2})}$$

$$\varphi_{ix} = \sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk}V_{gx}e_{ik}\cos(\omega_i t_k - \psi_{ik}); \quad \varphi_{ix}^* = \sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk}V_{gx}e_{ik}\sin(\omega_i t_k - \psi_{ik})$$

7. На основании результатов, полученных при установлении возможности работы байесовского приёмника в инвариантном по отношению к мощности помех режиме для наиболее важных классов сигналов был сделан следующий главный вывод. Основным условием осуществления инвариантного режима работы в байесовском приёмнике является "однородность" его общего алгоритма принятия решения (однородность алгоритма понимается в том смысле, что он содержит над входным сигналом либо только линейные, либо только квадратичные операции).

Этот вывод подтверждается путём решения задачи в общем виде, т.е. безотносительно к структуре входного полезного сигнала.

В общем случае байесовский алгоритм принятия решения выражается неравенствами

$$\sum_{\ell=1}^{m} P_\ell(C_i^\ell - C_j^\ell)\exp\left\{\frac12\sum_{g,k=1}^{H}\mathcal{H}_{gk}^{(\ell)}d_g d_k + \sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}V_g\overline{S_{\ell k}(\vartheta)} - \frac12\sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}\overline{S_{\ell g}(\vartheta)S_{\ell k}(\vartheta)}\right\} < 0$$

и он является "неоднородным", т.к. содержит над входным сигналом как линейные, так и квадратичные операции. Они определяются соответственно величинами

$\sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk}V_g\overline{S_{\ell k}(\vartheta)}$ и $\sum_{g,k=1}^{H}\mathcal{H}_{gk}^{(\ell)}d_g d_k$, где $d_g = \sum_{k=1}^{H} Q_{gk}V_k$, а $\mathcal{H}_{gk}^{(\ell)} = \overline{S_{\ell g}(\vartheta)S_{\ell k}(\vartheta)} - \overline{S_{\ell g}(\vartheta)}\;\overline{S_{\ell k}(\vartheta)}$ – элементы матрицы вторых центральных моментов ℓ-го входного полезного сигнала.

Изучение влияния статистических свойств входных полезных сигналов на структуру общего алгоритма привело к двум однородным алгоритмам

$$\sum_{\ell=1}^{m} P_\ell(C_i^\ell - C_j^\ell)\exp\left\{\sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}V_g\overline{S_{\ell k}(\vartheta)} - \frac12\sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}\overline{S_{\ell g}(\vartheta)S_{\ell k}(\vartheta)}\right\} < 0 \qquad (2.15)$$

и

$$\sum_{\ell=1}^{m} P_\ell(C_i^\ell - C_j^\ell)\exp\left\{\frac12\left(\overline{\sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}V_g S_{\ell k}(\vartheta)}\right)^2 - \frac12\sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}\overline{S_{\ell g}(\vartheta)S_{\ell k}(\vartheta)}\right\} < 0 \qquad (2.16)$$

которые реализуются при входных полезных сигналах с одинаковыми матрицами вторых центральных моментов и одинаковыми средними значениями соответственно.

За счёт некоторых требований, налагаемых на способы выбора стоимостей различных решений и параметров передаваемых сигналов, из однородных алгоритмов (2.15) и (2.16) было получено соответственно два инвариантных алгоритма

$$\sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}V_g\overline{S_{ik}(\vartheta)} - \frac12\sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}\overline{S_{ig}(\vartheta)S_{ik}(\vartheta)} > \sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}V_g\overline{S_{jk}(\vartheta)} - \frac12\sum_{g,k=1}^{H}Q_{gk}\overline{S_{jg}(\vartheta)S_{jk}(\vartheta)} \qquad (2.17)$$

и

$$\overline{\left(\sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk} V_g S_{ik}(\vartheta)\right)}^{2} > \overline{\left(\sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk} V_g S_{jk}(\vartheta)\right)}^{2} \qquad (2.I8)$$

Алгоритм (2.I7) получается при назначении стоимостей различных решений в соответствии с равенствами (2.2) и (2.3), а для реализации инвариантного алгоритма (2.I8) необходимо также, чтобы полезные сигналы имели такие параметры, при которых величины $\sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk} \overline{S_{ig}(\vartheta) S_{ik}(\vartheta)}$ были одинаковы.

При анализе байесовских инвариантных алгоритмов обработки сигналов были установлены следующие их свойства.

– Имеется всего два различных типа байесовских алгоритмов обработки сигналов, инвариантных по отношению к мощности нормальных помех. Первый из них выражается неравенствами (2.I7) и реализуется как в системе с активной, так и с пассивной паузой. Второй инвариантный алгоритм определяется неравенствами (2.I8) и может быть осуществлен только в системе с активной паузой.

– Байесовские инвариантные алгоритмы имеют наиболее простую структуру, так как они должны вычислять либо среднее значение, либо среднее квадрата величин $\sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk} V_g S_{ik}(\vartheta)$. В общий байесовский алгоритм входят не только указанные операции,но также и ряд дополнительных операций.

– В системе с активной паузой, в которой параметры полезных сигналов выбраны таким образом, что величины $\sum_{g,k=1}^{H} Q_{gk} \overline{S_{ig}(\vartheta) S_{ik}(\vartheta)}$ одинаковы, работа инвариантных алгоритмов не зависит не только от мощности помех, но также и от мощности используемых при передаче сигналов.

– Полностью известные сигналы принадлежат к классу сигналов с одинаковыми матрицами вторых центральных моментов входных полезных сигналов, а инвариантный алгоритм приёма таких сигналов полностью совпадает с неравенствами (2.I7).

– Сигналы с флуктуацией амплитуды по нормальному закону с нулевым средним, сигналы с неопределенной фазой и замираниями принадлежит к классу сигналов с одинаковыми средними значениями. Инвариантные алгоритмы приёма таких сигналов являются частными случаями алгоритма (2.I8).

Глава III

Реализация инвариантного режима работы в байесовских приёмниках

В данной главе рассматриваются вопросы практической реализации инвариантного режима работы в байесовских приёмниках.

I. Показывается, что условие, заключающееся в назначении стоимостей различных решений в соответствии с равенствами (2.2) и (2.3), предполагает, во-первых, одинаковое оценивание всех неправильных решений при приёме каждого из m используемых при передаче сигналов, а, во-вторых, обратно пропорциональную зависимость между абсолютными ценами сигналов и априорными вероятностями их появления. Под абсолютной ценой i-го сигнала здесь понимается величина $c_i = c_j^i - c_i^i$ где в силу (2.2) все c_j^i $(i \neq j)$ одинаковы.

Отмечается, что для приёмника Неймана-Пирсона указанные условия не могут быть выполнены, а для идеального приёмника они означают равновероятность передаваемых сигналов. В связи с этим делается вывод о том, что инвариантный режим работы можно осуществить только в тех байесовских приёмниках, которые минимизируют или средние потери, или полную вероятность ошибки.

2. Для реализации инвариантного режима работы в байесовском приёмнике при сигналах со случайными параметрами надо наряду со специфическим назначением стоимостей различных решений так выбрать параметры полезных сигналов, чтобы имело место соотношение

$$\mu_i = \mu_j \qquad i \neq j \qquad (3.I)$$

где величина μ_i при низкочастотных сигналах определяется по формуле (2.6), а при высокочастотных сигналах – по формуле (2.II).

Значения величин μ_i при некоррелированной и коррелированной помехах определяются различными параметрами сигналов. Поэтому вопрос о том, какие параметры сигналов и как их следует выбирать для выполнения равенства (3.I), рассматривается для каждого вида помех в отдельности.

а) В случае некоррелированной помехи условие (3.I) предполагает равенство энергий передаваемых сигналов. Формы сигналов при этом могут быть произвольными.

При приёме сложных сигналов равные энергии должны иметь простые сигналы, из которых образуются сложные сигналы.

б) Если помеха в канале связи является коррелированной, то значения величин μ_i зависят не только от энергии сигналов, но и от их форм. Следовательно, в рассматриваемом случае реализация инвариантного режима работы в байесовском приёмнике связана с определенным выбором форм полезных сигналов.

Решаемая задача о нахождении форм сигналов, обеспечивающих соотношение (3.I), формулируется так: среди сигналов с фиксированными квадратичными эффектами

$$\mathcal{E}_i = \sum_{\kappa=1}^{H} S_{i\kappa}^2 \qquad i=1,2,\dots,m \qquad (3.2)$$

ограниченными сверху максимальными значениями

$$0 < \mathcal{E}_i < \mathcal{E}_{max} \quad i=1,2,\dots,m \qquad (3.3)$$

требуется найти такие сигналы, при которых величины μ_i принимают максимально возможные значения при одновременном их равенстве (как отмечается в работе, такие сигналы обеспечивают не только инвариантный режим работы в байесовском приёмнике, но и его максимальную помехоустойчивость).

Основной результат решения этой задачи состоит в том, что такие сигналы существуют и с точностью до множителя совпадают с собственными векторами корреляционной матрицы R (или обратной матрицы Q). Эти результаты следуют из общих свойств положительно определенных квадратичных форм $\sum_{g,\kappa=1}^{H} Q_{g\kappa} S_{ig} S_{i\kappa}$ ($i,\kappa = 1,2,\dots, m$) при условии (3.2) и (3.3).

В работе показано, что искомые формы сигналов имеют вид

$$S_{i\kappa} = \sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_i}\mathcal{E}_{max}}\ \beta_{\kappa i} \qquad \kappa=1,2,\dots,H;\quad i=1,2,\dots,m \qquad (3.4)$$

и при этом для каждого индекса i : $max\,\mu_i = \lambda_m \mathcal{E}_{max}$

В (3.4): $\lambda_1 \geqslant \lambda_2 \geqslant \dots \geqslant \lambda_m$ - m наибольшие по величине собственные числа матрицы Q , расположенные в убывающем порядке, а $\beta_{\kappa i}$ ($\kappa = 1,2,\dots, H$; $i = 1,2,\dots, m$) - компоненты соответствующих им собственных векторов.

Из (3.4) видно, что задача отыскания форм сигналов, реализующих инвариантный режим работы в байесовском приёмнике, сводится к нахождению собственных чисел и векторов матрицы Q (или матрицы R).

Дальнейшим результатом является обобщение решения задачи на случай выбора законов амплитудной $e_{i\kappa}$ и угловой модуляций $\psi_{i\kappa}$ высокочастотных сигналов, при которых величина μ_i определяется по формуле (2.II).

Этот вопрос рассматривается применительно к простой системе сигналов, в которой при фазовой манипуляции все частоты ω_i одинаковы и кратны $2\pi/T$, а при частотной манипуляции каждая частота ω_i кратна $2\pi/T$.

Искомые законы амплитудной и угловой модуляции сигналов, обеспечивающие максимум величин μ_i при одновременном их равенстве, определяются формулой

$$\left.\begin{aligned} e_{i\kappa} &= \sqrt{\frac{\nu_m}{\nu_i}\mathcal{E}_{max}}\sqrt{\beta_{\kappa i}^2 + \beta_{\kappa+H\, i}^2} \\ \psi_{i\kappa} &= arctg\,\frac{\beta_{\kappa+H\, i}}{\beta_{\kappa i}} \end{aligned}\right\} \kappa=1,\dots,H \qquad (3.5)$$

$$i=1,2,\dots,m$$

и при этом для каждого индекса i : $max\,\mu_i = \nu_m \mathcal{E}_{max}$

В (3.5): $\nu_1 \geqslant \nu_2 \geqslant \dots \geqslant \nu_m$ - m наибольшие по величине собственные числа матрицы G , расположенные в убывающем порядке, а $\beta_{\kappa i}$ ($\kappa = 1,2,\dots,2H$; $i = 1,2,\dots, m$) - компоненты соответствующих им собственных векторов. Матрица G порядка $2H$ имеет структуру

$$G = \left\| \begin{array}{c:c} A & C \\ \hdashline C^* & B \end{array} \right\|$$

где A , B , C и C^* - симметричные матрицы порядка H , определенным образом связанные с корреляционной матрицей помех (символ $*$ означает операцию транспонирования).

3. Практическое применение изложенной методики выбора форм сигналов, реализующих инвариантный режим работы в байесовском приёмнике при коррелированной помехе, иллюстрируется для трех практически важных типов помех.

Глава IУ

Помехоустойчивость байесовских инвариантных приёмников

В данной главе производится расчёт помехоустойчивости байесовских инвариантных решающих схем, которые были получены во 2-ой главе.

I. Помехоустойчивость байесовских приёмников характеризуется величиной среднего риска L. Для байесовских инвариантных приёмников средний риск равен

$$L=\sum_{i=1}^{m}P_i C_i^i+P\Delta C\sum_{i=1}^{m}\gamma_i \qquad (4.I)$$

где в силу (2.3): $P\Delta C=P_i(C_j^i-C_i^i)$, а γ_i – полная вероятность ошибки при приёме i-го сигнала.

Формула (4.I) показывает, что при заданных числах P_i и C_j^i помехоустойчивость байесовских инвариантных приёмников однозначно определяется совокупностью полных вероятностей ошибок γ_i.

В работе найдены выражения для вероятностей появления ошибок во всех инвариантных решающих схемах, полученных во 2-ой главе.

2. При полностью известных сигналах вероятность ошибки в общем случае выражается в виде многомерного интеграла, в котором интегрирование может быть произведено до конца только для бинарной системы сигналов.

При сложных сигналах, известных полностью, вероятность ошибки найдена для произвольного основания кода m. В случае бинарного кода (m = 2) показывается, что при заданных хэммингових расстояниях между сложными сигналами наибольшая помехоустойчивость инвариантного приёмника достигается тогда, когда простые сигналы $\vec{S}_0$ и $\vec{S}_1$, из которых

образуются сложные сигналы, равны между собой по абсолютной величине и противоположны по знаку.

3. При случайном изменении амплитуды сигнала вероятность ошибки в общем случае выражается в виде многомерного интеграла, численное значение которого при числе сигналов большем двух может быть найдено только численными методами.

Для бинарной системы сигналов вероятности ошибок I-го и 2-го родов выражаются в виде элементарных функций и оказываются одинаковыми.

4. Вероятности появления ошибок в байесовских инвариантных решающих схемах при неопределенной фазе сигнала вычислены при условии, что используемые при передаче сигналы являются ортогональными. Для каждого подкласса сигналов в отдельности они оказались одинаковыми и соответственно равны:

– при простых сигналах с неопределенной фазой

$$\gamma=\sum_{k=1}^{m-1}(-1)^{k+1}C_{m-1}^{k}\frac{1}{1+k}e^{-\frac{k}{2(1+k)}\mu}$$

где C_{m-1}^{k} – биномиальный коэффициент; $\mu=\mu_i$ (i = I,2,..., m), а μ_i определяется по формуле (2.II).

– При когерентных сложных сигналах с неопределенной фазой, когда простые сигналы $\vec{S}_0$ и $\vec{S}_1$, из которых образуются сложные сигналы, противоположны

$$\gamma=\sum_{k=1}^{m-1}(-1)^{k+1}C_{m-1}^{k}\frac{1}{1+k}e^{-\frac{k}{2(1+k)}L\mu}$$

– при некогерентных сложных сигналах с неопределенной фазой, когда простые сигналы $\vec{S}_0$ и $\vec{S}_1$ взаимно ортогональны

$$\gamma=1-\frac{1}{\mu^L L^{\frac{L-1}{2}}[(L-1)!]^{m-1}}\int_0^\infty z^L e^{-\frac{z^2+L\mu^2}{2\mu}}I_{L-1}(\sqrt{L}z)V^{m-1}\left(L;\frac{z^2}{2\mu}\right)dz$$

где $I_{L-1}(x)$ – модифицированная функция Бесселя с индексом $L-1$; $V(\alpha,x)$ – неполная гамма-функция.

В двух последних формулах параметр помехоустойчивости μ выражается соотношением (2.I4).

5. При ортогональных сигналах и конкретном типе замираний сигнала вероятности различных видов ошибок в байесовской инвариантной решающей схеме равны между собой.

Если сигналы подвержены M -замираниям, характеризуемых плотностью вероятности

$$f(A) = \frac{M^M A^{2M-1}}{\Gamma(M)\, 2^{M-1} \sigma^M}\, e^{-\frac{M}{2\sigma^2}A^2} \qquad A>0$$

то γ определяется по формуле

$$\gamma = \sum_{k=1}^{m-1} (-1)^{k+1} C_{m-1}^{k} \frac{M^M (1+k)^{M-1}}{\left[(1+k)M + k\frac{\mu_0}{2}\right]}$$

где $\mu_0 = \overline{A^2}\mu = 2\sigma^2\mu$.

При разнесённом приёме сигналов с релеевскими замираниями, вероятность ошибки в общем случае выражается формулой

$$\gamma = 1 - \frac{2^z}{\mu_0^z (2+\mu_0)^z [(z-1)!]^m} \int_0^\infty u^{z-1} e^{-\frac{2u}{\mu_0(2+\mu_0)}} V^{m-1}\left(z; \frac{u}{\mu_0}\right) du \qquad (4.2)$$

где $\mu_0 = \overline{A^2}\mu = 2\mu$.

Если в формуле (4.2) заменить z на L, а m на M, то она будет выражать вероятность ошибки в байесовской инвариантной решающей схеме при приёме некогерентных сложных сигналов с релеевскими замираниями.

З а к л ю ч е н и е

I. Основным условием осуществления инвариантного режима работы в байесовских приёмниках при нормальных помехах является однородность их общих алгоритмов принятия решений.

2. В канале с постоянными параметрами реализация инвариантного режима обуславливается только специфическим назначением стоимостей правильных и неправильных

решений, а в каналах с переменными параметрами также определенным выбором параметров сигналов, используемых при передаче.

3. Инвариантный режим работы имеют только те байесовские приёмники, которые минимизируют или средние потери, или полную вероятность ошибки.

4. Выполнение требования, заключающегося в определенном выборе параметров полезных сигналов, зависит от корреляционных свойств помехи в канале связи. При некоррелированной помехе оно означает равенство энергий передаваемых сигналов. Формы сигналов при этом могут быть произвольными. В случае, когда помеха в канале связи является коррелированной, реализация инвариантного режима связана с определенным выбором форм используемых при передаче сигналов.

5. При ортогональных сигналах вероятности различных видов ошибок в байесовской инвариантной решающей схеме равны между собой.

Работа содержит I5I стр.машинописного текста. Материал работы обсуждался на многих научно-технических конференциях в I965-I968 гг. Основные результаты работы опубликованы в статьях:

I. К у з н е ц о в Ю.П. Влияние статистических свойств входных полезных сигналов на структуру оптимальной бинарной системы приёма сигналов. "Радиотехника", № 3, I966.

2. К у з н е ц о в Ю.П. Нахождение и исследование условий независимости от мощности помех алгоритмов обработки информации в байесовских системах приёма сигналов. Труды Высшего военно-морского училища радиоэлектроники им.А.С.Попова, № I0, I966.

3. К у з н е ц о в Ю.П. Байесовские бинарные системы приёма сигналов, инвариантные по отношению к мощности помех. В сборнике "XXII Всесоюзная научная сессия, посвященная Дню радио", Секция кибернетики, Москва, 1966

4. К у з н е ц о в Ю.П. Об инвариантном режиме работы оптимального приёмника в бинарной системе приёма сигналов. "Радиотехника", № 5, 1967.

5. К у з н е ц о в Ю.П. Об оптимальном приёме "в целом" когерентных сигналов со случайной фазой. В сборнике "Наука и техника". Материалы IX Научной конференции молодых учёных Дальнего Востока, Владивосток, 1968.

6. К у з н е ц о в Ю.П. Об инвариантном режиме работы байесовского приёмника при приёме сигналов, известных точно. В сборнике "Вычислительная техника в экономических и инженерных расчётах". Дальневосточный политехнический институт им.В.В.Куйбышева, 1968.

7. К у з н е ц о в Ю.П. Байесовские алгоритмы обработки информации, инвариантные по отношению к мощности помех. В сборнике докладов семинара по информационным методам в системах управления, измерений и контроля. Владивосток, 1968.

8. К у з н е ц о в Ю.П. Одна задача оптимальной обработки входного воздействия в системах управления и связи при неизвестной мощности помех. В сборнике докладов семинара по информационным методам в системах управления, измерений и контроля. Владивосток, 1968.

Ротапринт. Типография ЛЭИС, г. Красное Село

Зак. 1037 Объем 1¼ п. л. Тираж 125 экз.

Бесплатно М10599. Подписано к печати 30.XI.1970 г.