

6
А67

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Всесоюзный заочный политехнический институт

На правах рукописи

С.А. ИВАНОВ

**СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ
ВАНТО-БАЛОЧНЫХ ПОКРЫТИЙ
В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ**

**01.022. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
И СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

МОСКВА - 1971

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Всесоюзный заочный политехнический институт

На правах рукописи

С.А. ИВАНОВ

**СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ
ВАНТО-БАЛОЧНЫХ ПОКРЫТИЙ
В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ**

**01.022. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
И СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

МОСКВА - 1971



Работа выполнена в Центральном научно-исследовательском институте типового и экспериментального проектирования учебных зданий Госстроя СССР

Научный руководитель - кандидат технических наук

И. Г. Лодковский

Официальные оппоненты – доктор технических наук

Г.И.Пшеничников

- кандидат технических наук

Н.С.Москалев

Ведущее предприятие - ЦНИИЭП зрелищных зданий и

спортивных сооружений

Госстроя СССР.

Автореферат разослан "12" января 1972 г.

Защита диссертации состоится " 22 " февраля 197 2 г.

на заседании совета строительного факультета Всесоюзного
заочного политехнического института (ул. Павла Корчагина, 22).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат направляется С. С. Сура. Лек. вестник

Автореферат направляется Государственной
рос. библ. системе Киргизской ССР

Просим Вас и всех заинтересованных лиц Вашего учреждения принять участие в заседании ученого совета, посвященного публичной защите диссертации, или прислать свои отзывы в 2-х экз. по адресу: Москва, И-278, ул. Павла Корчагина, дом 22, Всесоюзный заочный политехнический институт, ученому совету.

Ученый секретарь совета

/Г.Свириденко/

3.

Современный технический прогресс всё чаще ставит задачи строительства зданий больших пролётов без промежуточных опор. Это заставляет искать новые конструкции большепролётных покрытий, в частности, дало толчок к применению висячих покрытий. Хотя история появления висячих покрытий начинается ещё с конца прошлого столетия, когда В.Г.Шухов впервые осуществил строительство выставочных павильонов с висячим покрытием, применение и исследование этих покрытий началось лишь в последние десятилетия. В настоящее время вопросы расчёта, проектирования и строительства решены для многих разновидностей висячих покрытий; однако некоторые типы висячих покрытий остаются неисследованными.

В работе рассмотрены ванто-балочные покрытия, образованные пологими гибкими нитями (вантами) или жесткими нитями и уложенными по ним балками или балочными сетками, показаны особенности этих покрытий и предложен матричный алгоритм расчёта, который может быть использован для различных типов ванто-балочных покрытий и ориентирован на применение ЭВМ.

В главе I изложено состояние вопроса и определены задачи исследования ванто-бадочных покрытий. Проведенные к настоящему времени исследования висячих покрытий и опыт строительства позволили выявить рациональные типы этих покрытий, создать методы расчёта, оценить достоинства этих покрытий при строительстве и эксплуатации зданий и показать возможности применения висячих покрытий в различных зданиях, с учётом функциональных, технологических и архитектурных требований, предъявляемых к зданиям.

Теоретические исследования висячих систем и вопросы статического расчета рассмотрены в работах Рабиновича И.М., Мацелинского Р.Н., Качурина В.К., Пшеничнова Г.И., Кузнецова Э.Н., Дмитриева Л.Г., Райнуса Г.Э., Москалева Н.С., Веденникова Г.С., Усачева Т.А., Шимановского В.Н., Сobotка Э. и др.

Динамическому расчету висячих конструкций посвящены работы Рзаницына А.Р., Синицына А.П., Корчинского И.Л. и Грилля А.А., Дмитриева Л.Г., Ивовича В.А., Лилеева А.Ф., Селезневой Е.Н., Попова Н.Н. и Расторгуева Б.С., Яверта Д., Цубои Д.

Экспериментальное исследование и строительство висячих покрытий проводились Харитоновой Е.П., Лядковским И.Г., Лаулем Х. Кульбахом В.Р., Кирсановым Н.М., Фридганом Л.Б., Дмитриевым Л.Г., Городецким А.С., Москалёвым Н.С., Трофимовым В.И., Усачёвым Т.А., Курбатовым О.А., Корниловым В.Г.

Что касается ванто-балочных покрытий, то они остаются неисследованными. Первые проектные предложения ванто-балочных покрытий были разработаны Отто Фреем. Из построенных ванто-балочных покрытий можно назвать здание бразильского павильона на Всемирной выставке в Брюсселе. Вопросы расчета ванто-балочных покрытий были затронуты Загорянским Э.А. и Райнусом Г.Э. Исследования ванто-балочных покрытий на моделях проводились в ЦНИИ строительных конструкций. Чекалёвым Л.П. исследована модель покрытия в форме цилиндрической поверхности, Герсания В.Д. под руководством Москалева Н.С. исследована модель покрытия в форме гиперболического параболоида. В последней конструкции балки работали не только на изгиб, но и на распор как арки.

Проектирование и строительство ванто-балочных покрытий можно вести лишь после того, как они будут исследованы.

Экспериментальное строительство таких покрытий, представляющих собой большепролетную конструкцию, стоит больших затрат, поэтому должно быть тщательно обосновано. Исследование на моделях не дает возможности охватить многообразие типов и форм ванто-балочных покрытий, различных соотношений жесткостей вант, балок, опорных элементов конструкции. Поэтому целесообразно предварительное исследование ванто-балочных покрытий с помощью ЭВМ. Это позволит выбрать наиболее удачные решения, подобрать размеры и сечения элементов конструкции, определить деформативность, расход материалов и лишь потом сопоставить эту конструкцию с другими типами покрытий, запроектированными для этих же зданий.

В этих условиях разработку алгоритма расчета ванто-балочных покрытий можно считать первостепенной задачей.

Это и определило цель реферируемой работы.

Поскольку ванто-балочные покрытия являются новыми конструкциями, требовалось уделить внимание анализу свойств и особенностей этих покрытий и сравнить с другими типами висячих покрытий по их свойствам, чтобы отметить целесообразность исследования и применения ванто-балочных покрытий.

В главе II рассмотрены особенности ванто-балочных покрытий.

Являясь разновидностью висячих покрытий, ванто-балочные покрытия обладают всеми их достоинствами, включающими следующие основные особенности:

1. Легкость покрытия. Достигается за счет преимущественной работы элементов конструкции на растяжение, когда усилие сжатия воспринимается замкнутым опорным контуром или передается на землю.

2. Возможность перекрывать большой пролет. Отсутствие сжатых элементов в пролете исключает фактор потери устойчивости элемен-

тов покрытия при увеличении пролёта, а применение высокопрочных сталей позволяет значительно увеличивать пролёт покрытия.

3. Экономичность. Лёгкость пролётной конструкции и работа элементов этой конструкции на растяжение, когда максимально используются прочностные характеристики материала, позволяют свести к минимуму затраты материалов в пролётной конструкции. Экономичность висячего покрытия существенно зависит от конструкции опорного контура, но этот вопрос решается для каждого конкретного здания отдельно.

4. Архитектурная выразительность конструктивной формы. Нет необходимости скрывать висячую конструкцию от взгляда, весь внешний облик здания определяется формой конструкции висячего покрытия и эти формы могут быть самыми разнообразными. Примеры удачных решений висячих покрытий имеются в СССР и зарубежом. Эту же особенность подчеркивает тот факт, что имеются несколько зданий например Советский павильон на выставке в Монреале и несколько кинотеатров, построенных в Советском Союзе, когда архитектурная форма здания соответствует висячей конструкции покрытия, а использована в действительности не висячая конструкция.

Ванто-балочные покрытия имеют, кроме того, дополнительные преимущества по сравнению с другими типами висячих покрытий за счёт изгибной жёсткости.

1. Покрытие может воспринимать сосредоточенные и другие местные нагрузки от подвесного технологического оборудования и подъёмных механизмов.

2. В покрытиях, не имеющих предварительного напряжения вант, часть отрицательной нагрузки (отсос) может восприниматься изгибной жёсткостью балок, что позволяет облегчить конструкцию.

3. Для очень пологих покрытий (с применением струн) стабилизация вант за счёт изгибной жёсткости наиболее целесообразна, так как стабилизация вант пригрузкой приведет к значительному возрастанию усилий распора и, соответственно, к перерасходу материалов в пролётной и опорной конструкциях, а применение натягающих вант исключает возможность получения плоского покрытия.

4. В ванто-балочных покрытиях могут применяться любые кровельные и теплоизоляционные материалы (малопрочные как рубероид, хрупкие как легкий бетон), так как изгибная жёсткость покрытия ограничивает деформации от местных нагрузок и препятствует раскрытию швов между плитами покрытия.

В главе III дана матричная постановка задачи расчёта ванто-балочных покрытий. Основная трудность расчёта ванто-балочного покрытия связана с геометрической нелинейностью системы.

Характер работы ванто-балочного покрытия отличается от работы вантовых покрытий (вантовых сеток) наличием изгибаемых элементов, отличается от работы балочных покрытий (балочных сеток) наличием гибких нитей и отличается от работы висячих мостов с гибкими нитями и балками жёсткости пространственной работой покрытия.

Расчёт основан на следующих предпосылках и предположениях:

а) ванто-балочное покрытие представляет собой сетку, образованную балками или перекрестной системой балок, уложенными по вантам, вантовым сеткам или вантовым фермам; б) нагрузка, действующая

на покрытие, прикладывается в виде сосредоточенных сил в узлах сетки; в) в ванто-балочном покрытии используются пологие гибкие нити, кривизна которых, выраженная отношением стрелы провиса к пролёту, не превышает $1/10$; г) горизонтальными перемещениями узлов сетки пренебрегаем. Совместная деформация вант и балок учитывается только для вертикальных перемещений; д) балки работают на изгиб в вертикальной плоскости.

Дискретная структура ванто-балочного покрытия позволяет удачно использовать в расчёте матричный аппарат. Матричная формулировка используется на всех этапах расчёта, начиная от исходных данных и постановки задачи, и заканчивая отысканием окончательного результата (усилий, моментов, перемещений и т.п.). Это позволяет систематизировать расчёты различных систем ванто-балочных покрытий, упростить выполнение промежуточных вычислений, облегчить программирование и отладку программы на ЭВМ.

Если на вант действует система из $(m-1)$ сосредоточенных сил $\bar{P}_b$, натяжение вант H можно определить по следующим формулам:

без учёта растяжимости вант

$$H = \sqrt{\frac{\varphi \cdot \ell}{2(\ell_0 - \ell)}},$$

с учётом растяжимости вант

$$H^3 + \frac{\ell_0 - \ell}{\ell} EF \cdot H^2 - \frac{1}{2} \varphi \cdot EF = 0, \quad (I)$$

где ℓ_0 и ℓ - начальная длина вант (при $H = 0$) и пролет; EF - жёсткость вант на растяжение; φ - число определяемое по формуле

$$\varphi = \frac{1}{m} \cdot \bar{P}_{bt} \cdot A^{-1} \cdot \bar{P}_b,$$

здесь $\bar{P}_b$ - вектор внешней нагрузки; $\bar{P}_{bt}$ - транспонированный $\bar{P}_b$; A^{-1} - матрица влияния моментов.

Предложенные зависимости для вычисления натяжений вант отличаются от известных формул, данных в работах Мацелинского Р.Н., Качурина В.К., тем, что величина, определяемая интегрированием $D = \int_{\ell} Q^2 \cdot dx$, где Q - поперечная сила, заменена квадратичной формой $\varphi = \frac{1}{m} \bar{P}_t \cdot A^{-1} \cdot \bar{P}$ удобной для численных расчетов.

Натяжение вант по известным ординатам $\bar{Z}_b$ определяется по формуле

$$H = \frac{EF \cdot m}{2 \ell^2} \cdot \bar{Z}_{bt} \cdot A \cdot \bar{Z}_b - \frac{\ell_0 - \ell}{\ell} \cdot EF, \quad (2)$$

где $\bar{Z}_b$ - вектор ординат вант; $\bar{Z}_{bt}$ - транспонированный $\bar{Z}_b$.

При решении задач строительной механики в матричной форме используются несколько особых матриц: матрицы перемещений, матрицы реакций, матрицы влияния моментов, поперечных сил, прогибов, углов поворота. Если балка разбита на n одинаковых участков $u = \ell/n$ и на нее действует система из $(n-1)$ сосредоточенных сил $\bar{P}_b$, перемещения балки вычисляются по формуле

$$\bar{\delta} = \frac{u^3}{6 E J} \cdot C \cdot \bar{P}_b$$

где $\bar{\delta}_b$ - вектор перемещений балки; C - матрица перемещений; $\bar{P}_b$ - вектор внешней нагрузки; EJ - жёсткость балки на изгиб.

В реферируемой работе дан вывод формул, позволяющих непосредственно определять элементы матрицы C и элементы обратной матрицы C^{-1} . Любой элемент c_{ik} матрицы C можно вычислить по двум формулам

$$\begin{aligned} \text{при } i \leq k \quad c_{ik} &= \frac{1}{n} \cdot i \cdot (n-k) \cdot (2n \cdot k - i^2 - k^2), \\ \text{при } i \geq k \quad c_{ik} &= \frac{1}{n} \cdot k \cdot (n-i) \cdot (2n \cdot i - k^2 - i^2). \end{aligned}$$

Для вычисления элементов обратной матрицы C^{-1} получено пять формул.

В главе IV рассмотрено покрытие прямоугольного в плане здания из параллельно расположенных вант и уложенных по ним балок и дан алгоритм расчёта для случаев, когда за основное неизвестное приняты аппликаты сетки покрытия и когда за неизвестное принята нагрузка, действующая на систему вант. Применение матричного аппарата в расчёте конструкций имеет свою специфику. В большинстве случаев конструкцию необходимо заменять расчётными схемами. Для ванто-балочного покрытия можно подобрать расчётную схему, которая с определенными допущениями может заменить ванто-балочную сетку, но точно описывается матричными уравнениями.

Принимая за основное неизвестное аппликаты ($\bar{Z}$) узлов ванто-балочной сетки, можно выразить вектор внешней нагрузки $\bar{P}$ через вектор аппликат $\bar{Z}$ зависимостью

$$\bar{P} = G \cdot \bar{Z} - G_0 \cdot \bar{Z}^0, \quad (3)$$

где $G = \Omega \cdot C_z^{-1} + h \cdot A_x$ и $G_0 = \Omega \cdot C_z^{-1} + h^0 \cdot A_x$.

Матрица G_0 и вектор $\bar{Z}^0$ соответствуют исходному положению сетки, когда $\bar{P} = 0$; G и $\bar{Z}$ соответствуют конечному деформированному состоянию сетки; Ω - диагональная матрица, характеризующая изгибные жёсткости балок; C_z^{-1} - матрица влияния нагрузки для балок; A_x - матрица влияния для вант; h и h^0 - диагональные матрицы, характеризующие натяжения вант в конечном и начальном положении.

Если выполнить матричные операции в общем виде, то уравнение (3) даст систему нелинейных алгебраических уравнений. Можно, не расписывая нелинейную систему уравнения, убедиться в чём заключается нелинейность этой системы и каковы трудности её решения.

Диагональная матрица h_z , входящая в матрицу G , состоит из элементов $\frac{H}{\Delta z}$, характеризующих натяжения каждой ванты. Натяжения выражаются через неизвестные аппликаты $\bar{Z}$ по формуле (2). Выполнив перемножение квадратичной формы (2), получим значения H , выраженные через квадраты от Z и попарные произведения. Подставляя значения H в матрицу h , затем в уравнение (3) и выполнив все матричные операции, получим систему уравнений, в которой неизвестные будут в кубе, в виде тройных произведений и в первой степени. Количество уравнений и количество неизвестных этой системы будут равны числу узлов в сетке покрытия. Решить эту систему кубических уравнений при большом числе неизвестных трудно, причем можно говорить лишь о приближенном методе решения. Если покрытие имеет натягающие ванты (в виде вантовых ферм или вантовых сеток), то система нелинейных алгебраических уравнений получается еще более громоздкая и содержит, помимо тройных произведений и первых степеней, квадраты и попарные произведения неизвестных ($\bar{Z}$).

Учитывая, что сама запись системы нелинейных уравнений требует больших выкладок, а в результате для решения этой системы необходимо искать какой-то приближенный метод, было решено использовать для расчёта ванто-балочного покрытия другой путь. Основное уравнение оставлено в простейшей матричной форме (3).

Непосредственно найти значение $\bar{Z}$ по формуле (3) невозможно, так как матрица G неизвестна и является нелинейной функцией от $\bar{Z}$. Но если к сетке приложить достаточно малую часть внешней нагрузки $\bar{P}$, равную $\Delta \bar{P}$, для которой можно пренебречь изменением натяжений вант, тогда $h = h^0$, $G = G_0$ и согласно (3) получим

$$\bar{Z} = G_0^{-1} \cdot \Delta \bar{P} + \bar{Z}^0. \quad (4)$$

Расчёт покрытия можно вести последовательным нагружением малыми нагрузками $\Delta \bar{P}$, принимая на каждом шаге нагружения за исходное положение сетки, полученное на предыдущем шаге нагружения. Для повышения точности расчёта предлагается на каждом шаге нагружения учитывать погрешность, которая возникает в результате замены нелинейной малой деформации линейной. Порядок расчёта следующий: 1) определяется вектор малой нагрузки $\Delta \bar{P}$, пропорциональный вектору внешней нагрузки $\bar{P}$, с условием, что максимальное значение компонента вектора $\Delta \bar{P}$ не превышает заданного шага ΔP ; 2) по формуле (4) вычисляется вектор $\bar{Z}'$; 3) по известному $\bar{Z}'$ определяется натяжение вант по (2); 4) зная натяжения вант и вектор $\bar{Z}'$ можно определить матрицу G_1 и вектор $\bar{P}'$ согласно (3)

$$\bar{P}' = G_1 \cdot \bar{Z}' - G_0 \cdot \bar{Z}^0.$$

В результате после первого шага нагружения к покрытию приложена нагрузка $\bar{P}'$ и дальнейший расчёт следует вести для остаточной нагрузки $\bar{P}'_{oc} = \bar{P} - \bar{P}'$. На втором шаге нагружения расчёт выполняется точно также как и на первом шаге, но внешней нагрузкой является $\bar{P}'_{oc}$, а исходным положением сетки — $\bar{Z}'$. В результате после второго шага согласно (3) имеем

$$\bar{P}'' = G_{11} \cdot \bar{Z}'' - G_1 \cdot \bar{Z}'.$$

Если в этом равенстве вместо $G_1 \cdot \bar{Z}'$ подставить его значение согласно предыдущему равенству, можно записать

$$G_{11} \cdot \bar{Z}'' - G_0 \cdot \bar{Z}^0 = \bar{P}' + \bar{P}''.$$

Следовательно смещение сетки из положения $\bar{Z}^0$ в положение $\bar{Z}'$ соответствует действию суммы нагрузок первого и второго шагов. После третьего шага смещение сетки в положение $\bar{Z}'''$ соответствует действию суммы нагрузок трех предыдущих шагов ($\bar{P}' + \bar{P}'' + \bar{P}'''$). Окончательным будет положение сетки $\bar{Z}$, когда сумма приложенных нагрузок приблизится по своему значению к вектору $\bar{P}$.

В качестве основного неизвестного при расчёте можно принять так же нагрузку, действующую на систему вант. Вектор внешней нагрузки $\bar{P}$ можно выразить через вектор нагрузки $\bar{X}$, действующей на систему вант, по формуле

$$\bar{P} = \psi \cdot \bar{X} - \psi_0 \cdot \bar{X}_0, \quad (5)$$

где $\psi = E + \Omega \cdot C_y^{-1} \cdot A_x \cdot h^{-1}$ и $\psi_0 = E + \Omega \cdot C_y^{-1} \cdot A_x \cdot h_0^{-1}$,

E — единичная матрица.

Для малой нагрузки $\Delta \bar{P}$, когда можно пренебречь изменением натяжений вант, $h = h_0$, $\psi = \psi_0$ и, согласно (5), можно записать

$$\bar{X} = \psi_0^{-1} \cdot \Delta \bar{P} + \bar{X}^0.$$

Алгоритм расчёта полностью совпадает с описанным выше алгоритмом для $\bar{Z}$ с той лишь разницей, что натяжения вант на каждом шаге нагружения определяются по формуле (1).

Если распор от вант воспринимается горизонтально расположенными балками, то вычисляется вектор натяжений для всей системы вант с помощью матричной формулы, учитывающей совместную деформацию вант и опорных балок.

В главе У рассмотрен вопрос расчёта балочных сеток и покрытий из гибких нитей и балочных сеток. Расчёт перекрестных балочных сеток в настоящее время не представляет затруднений, поэтому автор не ставил своей задачей дать метод расчёта перекрестных балок. Задача состояла исключительно в том, чтобы получить по возможности простые зависимости между нагрузкой, действующей на балочную сетку,

и перемещениями, удобные при расчёте висячих покрытий с балочными сетками. Расчёт балочных сеток основан на следующих условиях и предположениях: а) внешняя нагрузка и собственный вес приложены в виде сосредоточенных сил в узлах сетки; б) балки работают только на изгиб в вертикальной плоскости; в) деформацией балок от поперечной силы пренебрегаем как величиной малой по сравнению с деформацией от моментов; г) продольное осевое усилие в балках отсутствует.

Ванто-балочное покрытие в форме гиперболического параболоида на квадратном в плане опорном контуре может быть выполнено из вант и балочной сетки. Ванты располагаются по диагонали опорного контура в направлении наибольшей кривизны; балки, образуя ортогональную сетку, располагаются под углом 45° к вантам в направлении наименьшей кривизны, равной нулю. Матричная зависимость между нагрузкой $\bar{P}$, действующей на это покрытие, и аппликатами $\bar{Z}$ имеет вид аналогичный (3), но матрицы G и G_0 имеют другие значения

$$G = \Omega_s \cdot C_s^{-1} + \Omega_t \cdot C_t^{-1} + h \cdot A_e,$$

$$G_0 = \Omega_s \cdot C_s^{-1} + \Omega_t \cdot C_t^{-1} + h_0 \cdot A_e,$$

где Ω_s и Ω_t — диагональные матрицы жесткостей на изгиб для балок, имеющих направление по осям s и t ; C_s^{-1} и C_t^{-1} — матрицы влияния нагрузки для балок с направлениями по s и t ; A_e — матрицы влияния для вант; h и h_0 — диагональные матрицы натяжений вант конечного и начального положений покрытия.

Если за основное неизвестное принять нагрузку $\bar{X}$, действующую на систему вант, то зависимость между вектором внешней нагрузки $\bar{P}$ и вектором $\bar{X}$ будет иметь вид аналогичный (6), но матрицы Ψ и Ψ_0 будут иметь значения

$$\Psi = E + (\Omega_s \cdot C_s^{-1} + \Omega_t \cdot C_t^{-1}) \cdot A_e \cdot h^{-1},$$

$$\Psi_0 = E + (\Omega_s \cdot C_s^{-1} + \Omega_t \cdot C_t^{-1}) \cdot A_e \cdot h_0^{-1}.$$

Алгоритм расчёта для покрытия с вантами и балочными сетками тот же, что и для покрытий с вантами и балками и отличается лишь значениями матриц G и Ψ .

В главе VI рассмотрено ванто-балочное покрытие с натягающимися вантами.

Матричная зависимость между вектором внешней нагрузки и аппликатами сетки покрытия имеет вид

$$\bar{P} = G \cdot \bar{Z} + h_n \cdot A_n \cdot \bar{w} - G_0 \cdot \bar{Z}^0 - h_n^0 \cdot A_n \cdot \bar{w}, \quad (6)$$

где h_n и h_n^0 — диагональные матрицы натяжений натягающихся вант, соответствующие конечному и начальному положениям покрытия; A_n — матрица влияния нагрузки системы натягающихся вант; $\bar{w}$ — вектор, характеризующий расстояния по вертикали между опорными точками несущих и натягающихся вант.

Для малой нагрузки $\Delta \bar{P}$, когда можно пренебречь изменением натяжений несущих и натягающихся вант, $h_n = h_n^0$, $G = G_0$ и, согласно (6), имеем

$$\bar{Z} = G_0^{-1} \cdot \Delta \bar{P} + \bar{Z}^0.$$

Алгоритм расчёта такой же, как для покрытия, не имеющего натягающихся вант, разница только в том, что вместо формулы (3) используется формула (6).

Для примера рассмотрен численный расчёт ванто-балочного покрытия с вантовыми фермами. Расчёт включает описанный в предыдущих главах алгоритм последовательных приближений и дополнительные вычисления, учитывающие погрешность расчёта. Приводится

блок-схема программы, составленной для ЭВМ "Минск-22". Суть вычислений сводится к следующему: определяется значение вектора аппликат $\bar{z}$ сетки покрытия, полученные в результате деформации от малой нагрузки $\bar{P}$; вычисляются натяжения несущих и напрягающих вант по известным аппликатам $\bar{z}$; находится действительная нагрузка $\bar{P}_g$, которая удерживает сетку в положении $\bar{z}$. Разница между внешней нагрузкой $\bar{P}$ и нагрузкой $\bar{P}_g$ дает значение остаточной нагрузки $\bar{P}_{oc}$, на которую необходимо производить дальнейший расчёт. Следующий шаг загрузки полностью повторяет вычисления предыдущего шага, но для внешней нагрузки, равной $\bar{P}_{oc}$.

Последовательное загрузку сетки увеличивает значения вектора $\bar{z}$, натяжений вант и, следовательно, нагрузки $\bar{P}_g$. Как только хотя бы одно значение компонент вектора $\bar{P}_g$ станет больше соответствующего компонента вектора $\bar{P}$, вычисляется среднеквадратичное отклонение (погрешность) вектора $\bar{P}_g$ от $\bar{P}$. Дисперсия $\sigma^2 = \frac{1}{n} \bar{P}_{oc} \cdot \bar{P}_{oc}$, где $\bar{P}_{oc}$ - матрица строка (транспонированный столбец $\bar{P}_{oc}$); n - количество компонент вектора $\bar{P}_{oc}$.

Дальнейшие шаги загрузки ведутся с вычислением σ . Когда все значения компонент вектора $\bar{P}_g$ станут больше соответствующих компонент вектора $\bar{P}$, расчёт прекращается. В качестве окончательного результата принимаются значения $\bar{P}_g$, $\bar{z}$ и N , дающие минимальную погрешность σ .

Погрешность расчёта σ получается различной в зависимости от вида внешней нагрузки и шага загрузки. Для рассмотренной конструкции в результате проведенных расчётов получена зависимость, представленная на графике, которая показывает, что с уменьшением шага загрузки погрешность уменьшается лишь до

некоторого значения, после чего уменьшение шага загрузки не дает уменьшения погрешности расчёта (σ).

В главе УП рассмотрены висячие покрытия с жесткими нитями и арками. В отличие от гибких нитей жесткие нити могут воспринимать изгибающий момент, поэтому применение их в висячих покрытиях может обеспечить стабилизацию покрытия за счёт изгибной жесткости нитей. Жесткие нити могут быть выполнены либо сплошными из прокатных изделий, либо в виде решетчатой конструкции, либо с применением высокопрочного каната, работающего на растяжение и прикрепленной к нему решетчатой конструкции, работающей на изгиб.

Жесткие нити могут использоваться практически на любом пролете, оставаясь легкими и достаточно жесткими, так как нагрузка, действующая на жесткую нить, воспринимается главным образом формой нити, когда материал нити работает на растяжение, как в гибкой нити, и лишь неравномерные и сосредоточенные нагрузки воспринимаются изгибной жесткостью нити.

Предлагаемый алгоритм позволяет рассчитывать висячие покрытия, образованные системой из нескольких параллельно расположенных жестких нитей, соединенных между собой неразрезными балками или фермами. Балки (или фермы) обеспечивают совместную деформацию жестких нитей и являются опорами для плит покрытия.

Дифференциальное уравнение пологой жесткой нити позволяет рассматривать работу жесткой нити как совместную деформацию гибкой нити и балки. Можно записать для жесткой нити матричное уравнение, предполагая конечное число связей между балкой и гибкой нитью. Если рассматривать расчёт отдельной жесткой нити, то замена её дискретной системой не имеет преимуществ. Но для

покрытия из нескольких жестких нитей, соединенных для совместной деформации неразрезными балками матричная постановка расчета целесообразна. В матричных уравнениях выделяются векторы узловых точек (пересечения поперечных балок и жестких нитей) и векторы промежуточных точек (между узловыми по длине жесткой нити). Соответственно матрицы этих уравнений разбиваются на блоки. Расчет покрытия ведется только для узловых точек сетки, но в процессе последовательных приближений учитывается влияние деформации промежуточных точек.

Расчет ванто-балочного покрытия совместно с опорным контуром выполнен на примере покрытия в форме гиперболического параболоида на квадратном в плане опорном контуре, образованного ортогональной сеткой из вант и балок параболического очертания. Балки работают не только на изгиб, но и на распор (как арки). Опорный контур выполнен из 4-х наклонных балок, работающих на горизонтальную нагрузку (распоры от вант и арок). Конструкция покрытия предложена Москалевым Н.С. и экспериментально исследована на модели в ЦНИИ строительных конструкций аспирантом Герсамия В.Д.

Алгоритм расчета для этой конструкции такой же, как и для рассмотренных ванто-балочных покрытий, но имеется характерная особенность совместной деформации пролетной и опорной конструкций. Получена матричная зависимость для вычисления натяжений вант и арок с учетом перемещений опорного контура. Эта формула позволяет по известным значениям натяжений вант и арок, вычисленным без учета смещения опор, получить значения натяжений вант и арок с учетом их совместной с опорным контуром деформации.

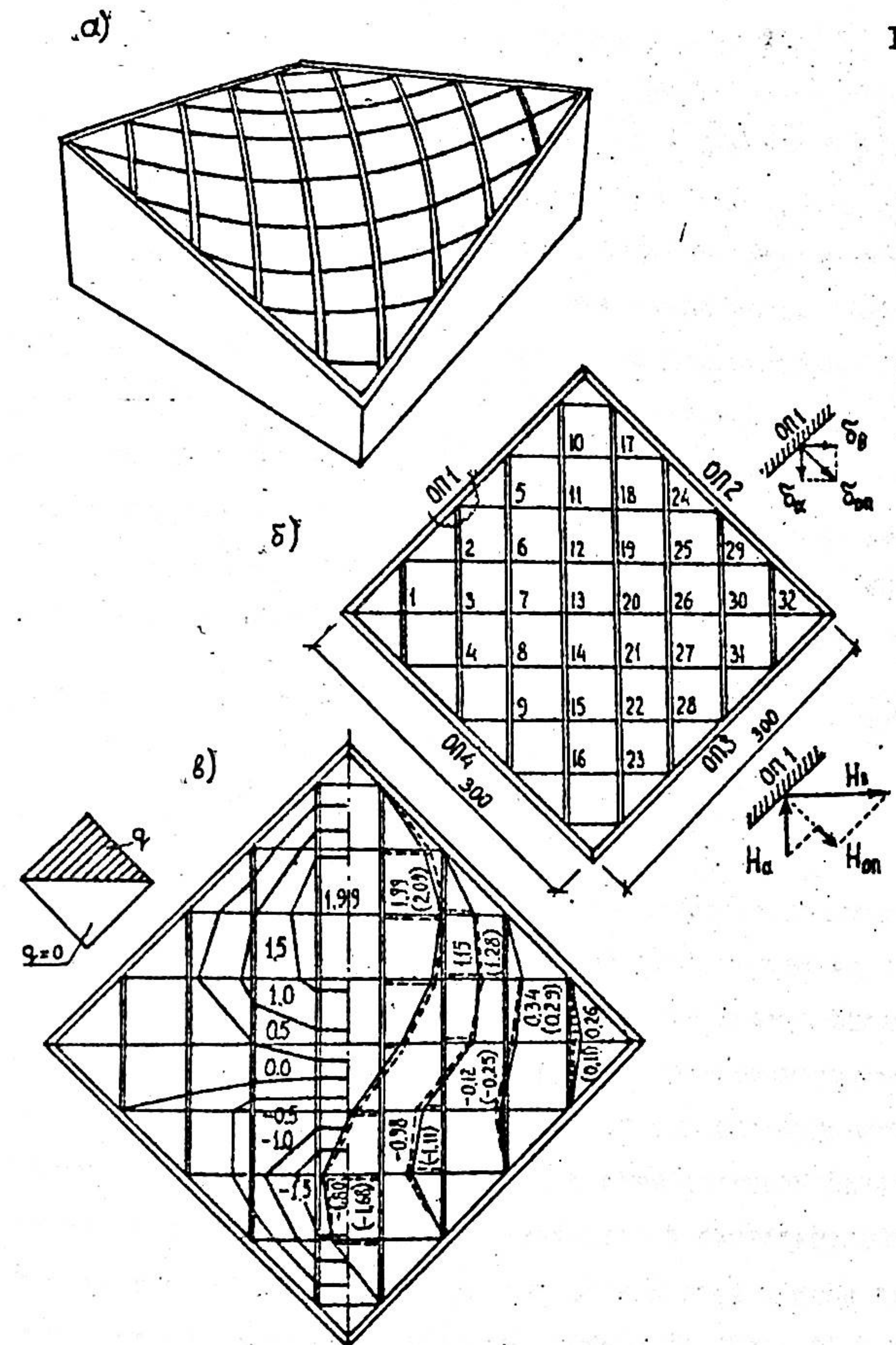


Рис. I. а) Общий вид модели покрытия; б) план покрытия; в) прогибы (в см) от односторонней нагрузки Q , справа сплошные линии - теоретические прогибы и пунктирные линии и цифры в скобках - экспериментальные прогибы, слева теоретические прогибы в горизонталях.

$$\begin{pmatrix} \bar{H}_a \\ \bar{H}_b \end{pmatrix} = \left(E + \frac{1}{2} \Omega_B \Psi \right)^{-1} \cdot \left(\begin{pmatrix} \bar{H}_{на} \\ \bar{H}_{вб} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{H}_a^0 \\ \bar{H}_b^0 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} \bar{H}_a^0 \\ \bar{H}_b^0 \end{pmatrix} \quad 20.$$

где $\bar{H}_a, \bar{H}_b$ - векторы натяжений (распоров) арок и вант;
 $\bar{H}_a^0, \bar{H}_b^0$ - векторы начальных (при $\bar{P} = 0$) натяжений арок и вант;
 $\bar{H}_{на}^0, \bar{H}_{вб}^0$ - векторы натяжений арок и вант, вычисленные без учета смещения опор по формулам (2) или (1); Ω_B - диагональная матрица, элементы которой равны $\frac{EF_a}{l_a}$ и $\frac{EF_b}{l_b}$ для соответствующих арок и вант (l_a и l_b - пролеты арок и вант); Ψ - квадратная матрица, составленная из матриц перемещений $C_{оп}$ опорных балок и коэффициентов $\omega_{оп} = \frac{\omega^3}{6EI_{оп}}$ соответствующих опорных балок (см. рис. I б),

$$\Psi = \begin{pmatrix} (\omega_{оп1} C_{оп1} + \omega_{оп4} C_{оп4}) & 0 & \omega_{оп1} C_{оп1} & \omega_{оп4} C_{оп4} \\ 0 & (\omega_{оп2} C_{оп2} + \omega_{оп3} C_{оп3}) & \omega_{оп2} C_{оп2} & \omega_{оп3} C_{оп3} \\ \omega_{оп1} C_{оп1} & \omega_{оп2} C_{оп2} & (\omega_{оп1} C_{оп1} + \omega_{оп2} C_{оп2}) & 0 \\ \omega_{оп4} C_{оп4} & \omega_{оп3} C_{оп3} & 0 & (\omega_{оп1} C_{оп1} + \omega_{оп4} C_{оп4}) \end{pmatrix}$$

Для рассмотренного покрытия (рис. I б) порядок матрицы Ψ равен 16.

Весь расчет этой конструкции выполнялся на ЭВМ "Минск-22".

Размеры конструкции и все другие характеризующие её параметры соответствуют модели конструкции, исследованной в ЦНИИ строительных конструкций. Расчет конструкции проводился на равномерную нагрузку, на одностороннюю и другие виды частичного нагружения. В качестве результатов получены перемещения покрытия, а также натяжения вант и арок и нагрузка $\bar{P}_g$, соответствующие этим перемещениям. Прогибы покрытия, вычисленные для односторонней нагрузки, сопоставлены с прогибами, полученными экспериментально аспирантом Герсания В.Д. на модели покрытия, и показана достаточная близость результатов, полученных теоретически и экспериментально (см. рис. I в).

Исследование влияния изгибной жесткости опорного контура на прогибы покрытия проводилось для равномерной сплошной и односторонних нагрузок. За единицу изгибной жесткости опорного контура ($EJ_{оп} = 1$) была принята жесткость контура экспериментальной модели. Изменение изгибной жесткости при расчете проводилось в пределах от $2 \cdot EJ_{оп}$ до $\frac{1}{16} \cdot EJ_{оп}$. В результате были получены зависимости прогибов покрытия от изгибной жесткости контура для равномерной нагрузки и двух видов односторонних нагрузок. При этом оказалось, что изменение изгибной жесткости опорного контура в указанных выше пределах мало влияет на деформативность покрытия. В частности, для односторонней нагрузки уменьшение изгибной жесткости контура в 32 раза (с $2 \cdot EJ_{оп}$ до $\frac{1}{16} \cdot EJ_{оп}$) вызывает увеличение прогибов покрытия менее чем в 1,5 раза, хотя существенно меняется распределение продольных усилий между вантами и арками. Все эти результаты представлены графически в приложении.

Основные результаты работы

1. Предложен алгоритм расчета различных типов ванто-балочных покрытий из балок или балочных сеток совместно с вантами, вантовыми фермами или перекрестными вантовыми сетками, позволяющий определять нелинейную деформацию покрытия от произвольной вертикальной нагрузки с учетом совместной деформации пролетной и опорной конструкций.

2. Матричная постановка расчета наиболее целесообразна для дискретной структуры ванто-балочных покрытий, т.к. имеется близкое соответствие между математической моделью, расчетной схемой и действительной конструкцией покрытия.

3. Расчет пространственной конструкции ванто-балочного пок-

рытия можно заменить расчетом плоской расчетной схемы, основываясь на предпосылках и допущениях, которые обычно используются в расчете балок, вант и пологих сеток.

4. Рекомендуется на каждом шаге загрузки решать прямую задачу определения малой деформации покрытия от шаговой нагрузки и обратную задачу определения нагрузки, соответствующей конечной деформации покрытия, что позволяет контролировать погрешность и повысить точность расчета.

5. Расчет висячего покрытия с перекрестной системой из жестких нитей и неразрезных балок можно свести к расчету ванто-балочного покрытия, при этом деформация жесткой нити учитывается не только в узловых точках (точках пересечения жестких нитей с балками), но и в промежуточных точках (между узловыми) по длине жесткой нити.

6. Для удобства практического расчета матричная зависимость между перемещениями и нагрузкой и обратная зависимость для балок с постоянной по длине изгибной жесткостью и шарнирным опиранием по концам дополнены формулами, позволяющими непосредственно определять любой элемент матрицы перемещений и обратной к ней матрицы.

7. Для вычисления натяжений пологих гибких нитей по заданной вертикальной нагрузке предложены зависимости, где величина $D = \int_0^L Q^2 \cdot dx$ (Q - поперечная сила), используемая в известных формулах, заменена более удобной для численного расчета квадратичной формой $\bar{P}_T \cdot A^{-1} \cdot \bar{P}$, составленной из вектора нагрузки ($\bar{P}$) и матрицы влияния моментов (A^{-1}).

8. Предложенный алгоритм и программы позволяют рассчитывать с учетом деформации опорного контура висячие покрытия из вант.

вантовых ферм и предварительно напряженных ортогональных вантовых сеток, если изгибную жесткость балок принять равной нулю.

9. Сопоставление результатов расчета с экспериментом для модели покрытия из вант и арок показало хорошее совпадение теоретических и экспериментальных прогибов покрытия.

Основное содержание диссертационной работы опубликовано в следующих статьях:

1. Расчет ванто-балочного покрытия для универсального сельскохозяйственного склада. Сб. "Исследование конструкций зданий и сооружений для сельского строительства", вып. 3, ОНТИ ЦНИИЭПсельстрой, М., 1969.

2. Расчет висячего покрытия из стальных канатов и балок. "Реферативный сборник", ЦИНИС, М., 1970, № 1.

Основные вопросы работы были доложены на:

1. IV научно-технической конференции Кабардино-Балкарского госуниверситета, г.Нальчик, июнь 1969 г.

2. Научно-технической сессии по проблеме "Исследования, проектирование и строительство висячих покрытий", НИИБ совместно с Советской комиссией ИАСС по пространственным конструкциям, г.Москва, июль 1970 г.