АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
Институт технической теплофизики

На правах рукописи

Д. В. МАРИН

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ С ЦЕЛЬЮ ИХ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ

01.053 — теплофизика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

КИЕВ * 1971

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
Институт технической теплофизики

На правах рукописи

Д.В.Марин

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ С ЦЕЛЬЮ ИХ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ

01.053 – теплофизика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Киев ж 1971

A65

Работа выполнена в отделе тепло- и массообменных процессов и устройств Института технической теплофизики Академии наук Украинской ССР.

Научный руководитель - член-корреспондент АН УССР, профессор О.А.КРЕМНЕВ.

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор Л.А.КОЗДОБА; кандидат физико-математических наук, профессор М.М.СИДЛЯР.

Ведущее предприятие - Институт тепло- и массообмена АН БССР.

Автореферат разослан "29" октября 1971 г.

Защита диссертации состоится " " декабрь 1971 г. на заседании Ученого совета Института технической теплофизики Академии наук Украинской ССР.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Отзывы в двух экземплярах, заверенные печатью, просим высылать по адресу: г.Киев-57, ул.Желябова, 2-а.

Ученый секретарь Совета (И.Рыженко)

Теория теплопроводности нашла, как известно, широкое применение. Особенно в инженерных расчетах, таких как расчет теплообменных аппаратов, технологических процессов (сушки,термообработки, сварки), теплоизоляции, температурных напряжений в элементах конструкций, при определении теплофизических характеристик материалов, измерении температур, исследовании проблем тепло- и массообмена и т.д.

Наиболее трудными возникающими в феноменологической теории теплопроводности задачами являются нелинейные. Задача становится нелинейной, когда приходится учитывать зависимость теплофизических характеристик тела от температуры или при нелинейном законе теплообмена его поверхности с окружающей средой (например, случай лучистого теплообмена). Подобные задачи возникают обычно при расчете современных высокоинтенсивных технологических процессов или объектов новой техники.

Методы решения нелинейных задач теплопроводности разработаны, однако, еще недостаточно. Поэтому дальнейшая разработка известных и поиски новых приемов решения нелинейных задач теории теплопроводности - одна из важных и актуальных проблем теплофизики.

Настоящая диссертационная работа посвящена изложению результатов исследования некоторых нелинейных задач нестационарной теплопроводности в твердых телах. Предпринято исследование с целью приближенного решения этих задач на основе метода разложения в ряд по степеням параметра, операционного исчисления и других приемов.

Диссертация состоит из введения, шести глав и выводов,изложенных на 163 страницах машинописного текста, иллюстрирована 8 рисунками.

Глава I. ЗАДАЧИ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ, И СУЩЕСТВУЮЩИЕ МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

На основании анализа литературных данных рассматриваются основные методы, применяющиеся для приближенного решения задач нестационарной теплопроводности в твердых телах.

Несмотря на большие успехи, достигнутые классической (линейной) теорией теплопроводности, основанной на работах Фурье, а также на ряде методов, разработанных затем в известных монографиях А.В.Лыкова, Карслоу и Егера, Крэнка и других, ее возможности все-таки ограничены. Большое количество задач, возникающих на практике, приводит к трудностям, которые методами классической теории не могут быть преодолены. Причинами этих трудностей обычно являются: нелинейный характер уравнения или граничных условий (в частности, по причинам, указанным во введении), переменные коэффициенты уравнения (например, зависимость коэффициента теплообмена от времени или от координат), сложность геометрической формы тела и т.п. Поскольку в большинстве случаев подобные задачи не могут быть решены в точном виде, приходится обращаться к различным приближенным методам анализа.

Основные методы, используемые для приближенного решения нелинейных задач теплопроводности, можно разделить на следующие категории:

а) метод линеаризации, основанный на аппроксимации коэффициентов, зависящих от температуры, специально подбираемой другой зависимостью таким образом, чтобы уравнение стало линейным;

б) метод подстановок, позволяющий свести уравнение в частных производных к обыкновенному дифференциальному уравнению;

в) метод последовательных приближений;

г) интегральные методы;

д) вариационные методы;

е) метод, основанный на сведении задачи к интегральному уравнению;

ж) метод малого параметра.

Наиболее известными и часто применяемыми являются интегральные (основные работы в этом направлении принадлежат Гудмену) и вариационные (основные работы принадлежат Био) методы. Достоинством их

(особенно интегральных) является универсальность, т.е. применимость к широкому кругу задач теплопроводности. К недостаткам, применительно к нелинейным задачам, можно отнести то, что указанные методы - "полуаналитические", так как с их помощью уравнение теплопроводности приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (обычно нелинейных), для интегрирования которых так или иначе приходится прибегать к численным методам.

Остальные методы носят либо сравнительно частный характер (пп. а), б), е)), либо недостаточно разработаны применительно к интересующим нас задачам (пп. в), ж)). Особо следует отметить метод малого параметра. Возможности его при решении задач теплопроводности используются еще недостаточно. Обычно применяется лишь разложение по числовому параметру, тогда как в общем случае параметр может быть функциональным или операторным, что делает упомянутый метод довольно гибким. Гибкость метода связана также с тем, что параметр в принципе может быть введен в уравнение бесчисленным множеством способов - по-видимому, почти всегда есть возможность отыскать такой способ его введения, который бы оказался эффективным при решении той или иной задачи. Одно из достоинств метода состоит и в том, что он позволяет нелинейную задачу свести к серии однотипных линейных задач, приемы решения которых разработаны значительно лучше. Метод малого параметра можно сочетать также с другими методами, в частности, с методом последовательных приближений, операционным исчислением и др.

Анализ опубликованных работ показал, что хотя для аналитического решения нелинейных задач теплопроводности применяется целый ряд методов, во многих случаях они недостаточно эффективны (особенно при существенной нелинейности задачи). Среди этих методов сравнительно слабо изучен метод малого параметра как сам по себе, так и в сочетании с некоторыми дополнительными приемами. Это и предопределило наши исследования, которые сводятся:

- к разработке общей схемы метода малого параметра, удобной для применения к различным задачам нестационарной теплопроводности в твердых телах;

- отысканию эффективных способов введения параметра в уравнение теплопроводности;

- разработке методики применения найденных вариантов метода малого параметра в сочетании с другими приемами к типичным задачам теплопроводности, трудным для аналитического решения:

а) задачам, в которых необходимо учитывать изменение коэффициента теплообмена во времени;

б) задачам, в которых необходимо учитывать зависимость теплофизических свойств тела от температуры;

в) задачам с нелинейным граничным условием.

Глава II. ОБЩАЯ СХЕМА И НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ ВАРИАНТЫ МЕТОДА ПАРАМЕТРА

Целью исследования явилось получение удобных общих формул, которые могут быть использованы при решении разнообразных частных задач теплопроводности и которые могут освободить от необходимости каждый раз проводить все выкладки заново.

Рассмотрим уравнение

$$P(u,\mu)=0, \tag{I}$$

где u – искомая функция, μ – параметр (в общем случае являющийся оператором).

Если уравнение (I) удовлетворяет требованиям теоремы о неявной функции, то его решение может быть представлено в виде ряда, аналогичного ряду Тэйлора:

$$u=u_0+\Delta_1+\Delta_2+\Delta_3+\ldots \tag{2}$$

где $\Delta_n=\frac{1}{n!}u^{(n)}(\mu_0)(\mu-\mu_0)^n$; u_0 – решение уравнения (I), когда $\mu=\mu_0$ (предполагается, что уравнение при этом упрощается).

Поправки Δ_n находятся из уравнения, полученного методом дифференцирования оператора P (в отличие от метода неопределенных коэффициентов, который обычно применяется при разложении по числовому параметру):

$$P'_u(u_0,\mu_0)\,\Delta_n=\varphi_n,\quad n=1,2,3\ldots . \tag{3}$$

Здесь $\varphi_1=-P'_\mu R$; $R=\mu-\mu_0$;

$$\varphi_2=-\frac{1}{2!}\left[P''_{uu}\Delta_1^2+2P''_{\mu u}R\Delta_1+P''_{\mu\mu}R^2\right];$$

$$\varphi_3=-\frac{1}{3!}\left[P'''_{uuu}\Delta_1^3+3P'''_{\mu uu}R\Delta_1^2+3P'''_{\mu\mu u}R^2\Delta_1+P'''_{\mu\mu\mu}R^3\right]-$$
$$-\left[P''_{\mu u}R\Delta_2+P''_{uu}\Delta_1\Delta_2\right]$$

и т.д.

Все производные берутся в "точке" (u_0,μ_0).

При пользовании приведенными формулами возникает нетривиальный вопрос о способе введения параметра в уравнение (I), от которого в сущности и зависит эффективность метода. Каких-либо общих рекомендаций на этот счет не существует.

В связи со сказанным предлагается, в частности, разложение по степеням $P(u_0)$ (невязки), не требующее введения параметра в уравнение. Свободные члены такого разложения имеют вид:

$$\varphi_1=-P(u_0);$$
$$\varphi_2=-\frac{1}{2!}P''\Delta_1^2;$$
$$\varphi_3=-\frac{1}{3!}P'''\Delta_1^3-P''\Delta_1\Delta_2$$

и т.д.

Другой способ улучшения разложения (2) состоит во введении преобразования

$$u=\Theta(v,\mu),$$

где Θ – некоторая вспомогательная операция; v – новая искомая функция.

При рациональном выборе вспомогательной операции (или функции) Θ разложение для функции v может обладать лучшими свойствами по сравнению с первоначальным.

Для нелинейного уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial\tau}=\frac{1}{\gamma C(T)}\,div\left[\lambda(T)\,grad\,T\right]\doteq\mu(T)$$

в качестве вспомогательной операции предложено рассматривать решение более простого, однако сохраняющего тот же характер нелинейности, вспомогательного уравнения

$$v(\Theta-T_H)=\mu(\Theta),$$

где v и μ - параметры. Функция v находится из условия

$$\overline{T} = \overline{\Theta}(v,\mu),$$

где $\overline{T}$ и $\dot{\overline{\Theta}}$ - изображения соответствующих функций по Лапласу-Карсону. Из этого условия выводится уравнение для v. Найдено начальное приближение для этой функции и указывается способ получения дальнейших приближений.

Другие способы выбора вспомогательной операции применительно к задачам теплопроводности рассматриваются в следующих разделах.

При построении решения в виде бесконечного ряда (2) возникает вопрос о сходимости последнего. Вследствие недостаточной разработанности нелинейного анализа эта проблема в общем виде не решена. Однако в практических вычислениях значение имеет не столько сходимость ряда, сколько ошибка, которая получается, если принять его отрезок в качестве приближенного решения. По этой причине обычно ограничиваются исследованием так называемой"практической сходимости", т.е. если не представляется возможным дать полный теоретический анализ применяемого метода, то его эффективность проверяется непосредственно на отдельных типичных задачах, взятых из изучаемой области. Такой подход при решении сложных нелинейных задач является пока наиболее распространенным. Аналогичный подход используется и в настоящей работе. Если все же возникает необходимость в более строгом определении погрешности, то она может быть оценена апостериори по формуле

$$\|\Delta u\| = \|u - u_0\| \leqslant \frac{\|P(u_0)\|}{\inf \|P'(u_0 + \theta\Delta u)\|}$$

$$0 \leqslant \theta \leqslant 1.$$

Глава III. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ТЕЛАХ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ ПРИ КОЭФФИЦИЕНТЕ ТЕПЛООБМЕНА, ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ВО ВРЕМЕНИ

Хотя рассматриваемая задача является линейной,необходимость ее решения (как промежуточного этапа) возникает при применении метода малого параметра к задачам с нелинейным граничным условием; она также представляет и самостоятельный интерес.

Задача сводится к интегральному уравнению типа Вольтерра.Решение строится по формулам главы II в виде разложения по функциональному параметру, в качестве которого принимается безразмерный коэффициент теплообмена (число Bi). В качестве μ_0 в первом варианте решения принимается некоторое среднее значение коэффициента теплообмена в процессе ($Bi_0 = const$). Приводятся примеры, иллюстрирующие технику вычислений и сходимость разложения.Показано, например, что приближенное решение при $1 \leqslant Bi \leqslant 3$ с учетом поправок до третьего порядка незначительно (лишь в третьем знаке) отличается от точного.

Во втором варианте за основу берется решение первого варианта. Однако с целью улучшения сходимости вместо $Bi_0 = Bi_{cp} = const$ в разложение вводится некоторая функция безразмерного времени $Bi^*(z)$, являющаяся усреднением коэффициента теплообмена не в интервале $(0, \infty)$, как принято выше, а в интервале $(0, z)$. При усреднении накладывается условие

$$u(z) = u_0\left[Bi^*(z), z\right],$$

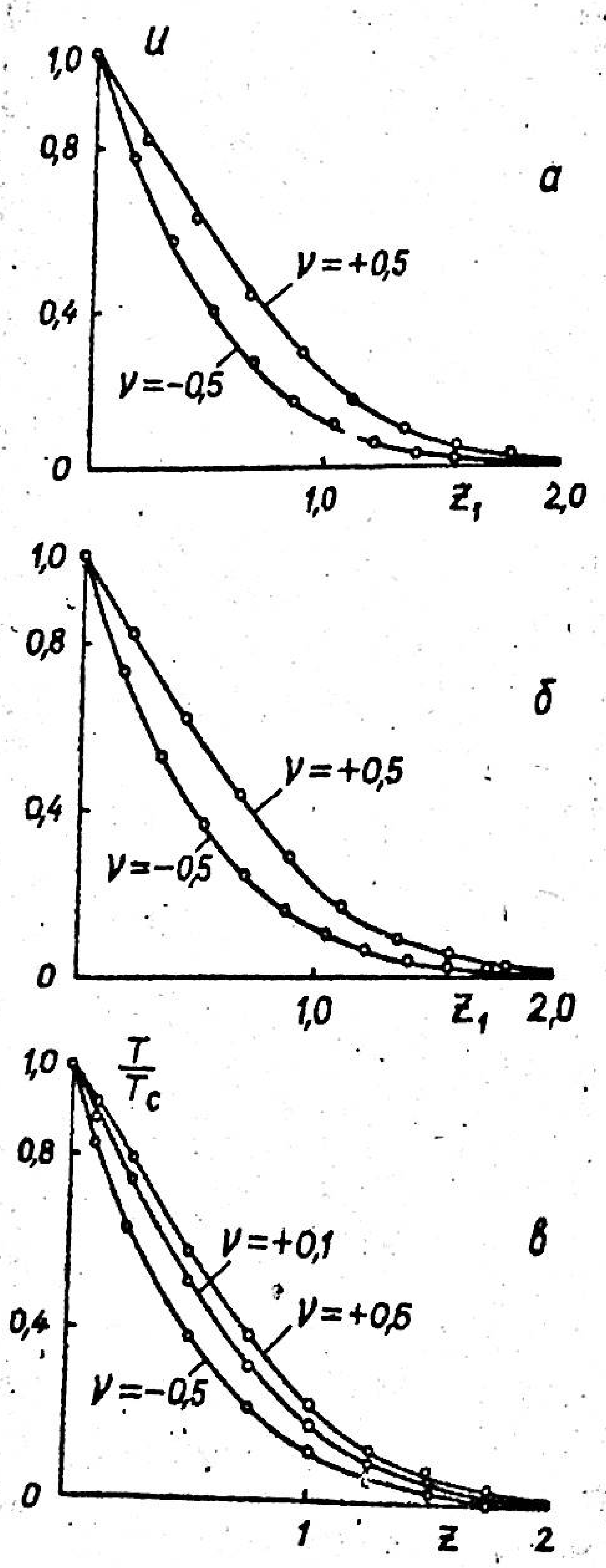
где u - искомая функция (относительная температура); $u_0\left[Bi^*, z\right]$ - решение задачи в нулевом приближении, в котором вместо Bi подставлена функция $Bi^*(z)$. В первом приближении эта функция равна

$$Bi_1^*(z) = \frac{\int_0^z g(z-z_1)\,Bi(z_1)\left[1-u_0(Bi_0, z_1)\right]dz_1}{\int_0^z g(z-z_1)\left[1-u_0(Bi_0, z_1)\right]dz_1} .$$

Указан способ вычисления второго и последующих приближений. Очевидно, чем точнее найдена функция $Bi^*(z)$ тем меньшим количеством членов можно ограничиться в исходном разложении, и в пределе достаточно сохранить лишь первый член - u_0.

Сказанное иллюстрируется примером. Улучшенное описанным способом решение уже в первом приближении мало отличается от точного.

Глава IУ. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ТЕЛАХ С ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ



Р и с. 1. Зависимость относительной температуры граничной поверхности от комплекса $z = x/2\sqrt{a_0 \tau}$. Линия – численное решение Янга и А.В.Лыкова; точки – приближенное решение: а – разложением по степеням невязки; б – разложением по степеням теплофизических параметров; в – методом вспомогательной операции

Исследуется нелинейное уравнение теплопроводности с линейным граничным условием. Показано, что случай, когда и граничное условие нелинейно, сводится к данному с помощью специальной подстановки.

Рассматривается несколько возможных вариантов решения упомянутой задачи на основе изложенного в главе П:

- разложение по степеням невязки;
- разложение по степеням теплофизических параметров (теплопроводности и теплоемкости);
- решение с использованием операционного исчисления (методом вспомогательной операции).

При разложении по степеням невязки в общем случае для определения поправок к начальному приближению получено неоднородное линейное уравнение теплопроводности с переменными коэффициентами (зависящими от координат и времени). Хотя решение подобного уравнения также требует применения приближенных методов, в силу его линейности оно является задачей значи- этого с успехом могут быть применены интегральные и некоторые другие методы, обсуждавшиеся в главе I.

Если теплофизические характеристики в исследуемом процессе не слишком сильно изменяются с температурой (не более чем в I,5-2 раза), то при разложении по степеням невязки в качестве начального приближения можно принять постоянную величину, равную некоторому среднему значению температуры в процессе. Хотя сходимость разложения при этом несколько ухудшается, зато существенно упрощается вычисление поправок, так как коэффициенты в полученных уравнениях становятся постоянными. Методы решения уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами разработаны достаточно хорошо.

В случае изменения теплофизических характеристик в более широких пределах весь процесс нагрева (охлаждения) тела следует разбить на две-три стадии, приняв на каждой из них свое среднее значение температуры.

При разложении по степеням теплофизических параметров также получены уравнения с постоянными коэффициентами.

В соответствии с изложенным в главе П рассмотрено решение нелинейного уравнения теплопроводности методом вспомогательной операции с использованием преобразования Лапласа-Карсона. Для одномерного случая (полуограниченный массив, пластина) вспомогательное уравнение решено в точном виде при различных типах граничных условий.

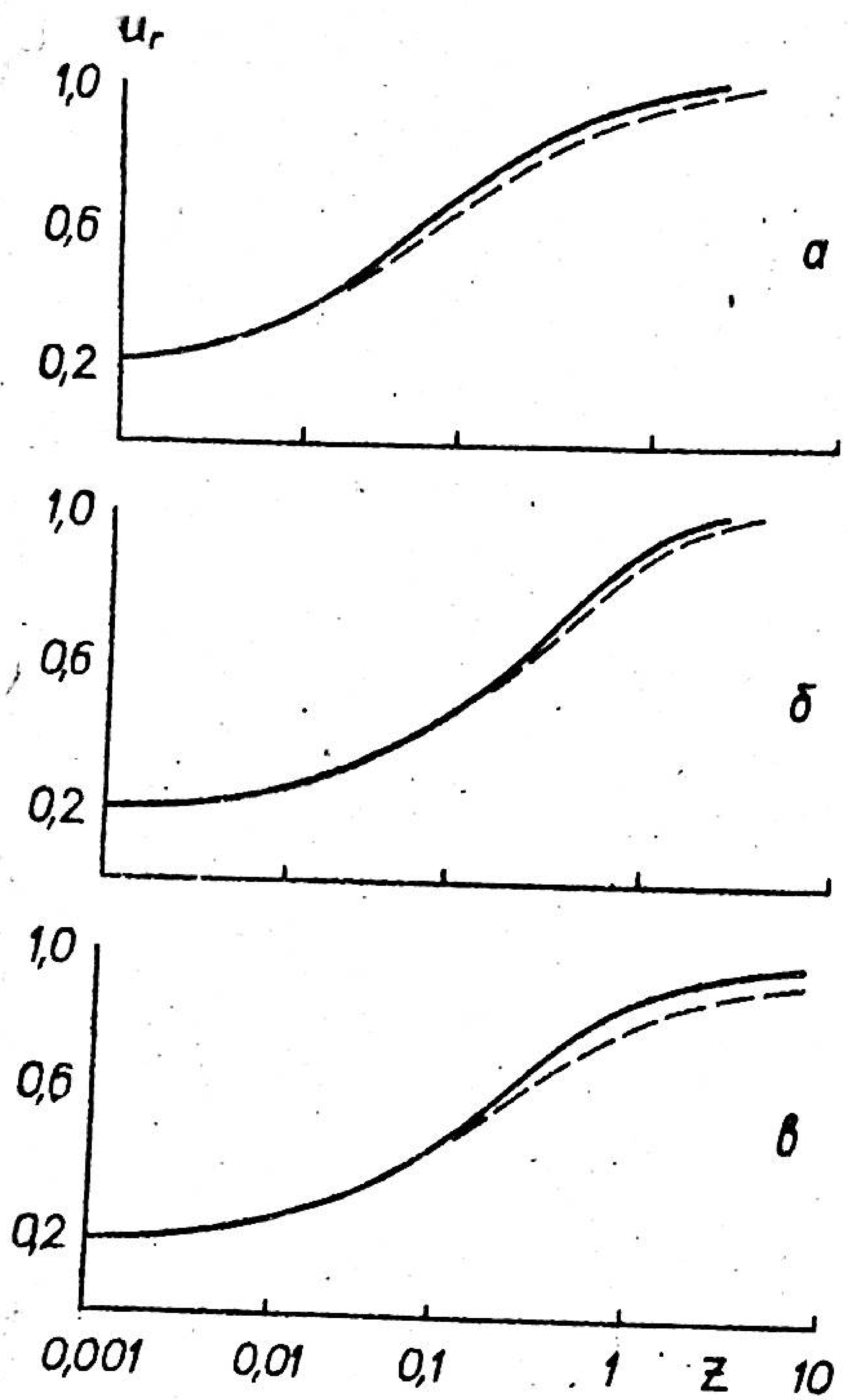
В качестве примера тремя указанными способами найдено приближенное решение уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[a(u)\,\frac{\partial u}{\partial x}\right] = \frac{\partial u}{\partial \tau}, \qquad a(u) = a_0(1+\nu u)$$

для полуограниченного тела при граничном условии I рода (рис.I).

Глава У. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ТЕЛАХ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ ТЕПЛООБМЕНА С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

На практике очень часто приходится сталкиваться с необходимостью решения задач указанного типа. Сюда относится теплообмен излучением в соответствии с законом Стефана-Больцмана, имеющий



Р и с. 2. Зависимость относительной температуры поверхности тел, нагреваемых лучистым потоком, от безразмерного времени.

Сплошная линия - численное решение А.В.Кавадерова и Ю.А.Самойловича; пунктирная - приближенное решение методом вспомогательной операции.

Пластины: а - $Sc=1$; б - $Sc=2$; в - полуограниченный массив

место во многих технологических процессах, связанных с нагревом в печах (термообработка, обжиг), в высокотемпературных устройствах (камеры сгорания), в объектах космической техники, работающих в вакууме, и др. Существенно нелинейным является также закон теплообмена, когда передача тепла связана с испарением или со сменой различных режимов кипения (закалка).

Обычными методами задача сводится к нелинейному интегральному уравнению типа Вольтерра относительно неизвестной безразмерной температуры граничной поверхности:

$$u_r = u_н - \int_0^z g(z - z_1)\, \nu \left[u_r(z_1) \right] dz_1 ,$$

где $g(z)$ - функция формы (для классических тел известная), $\nu(u_r)$ - закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой.

Полученное уравнение решается методом вспомогательной операции с использованием преобразования Лапласа-Карсона. В качестве последней принимается функция, являющаяся решением вспомогательного уравнения

$$\theta = u_н - \upsilon \int_0^z \nu \left[\theta(z_1) \right] dz_1 .$$

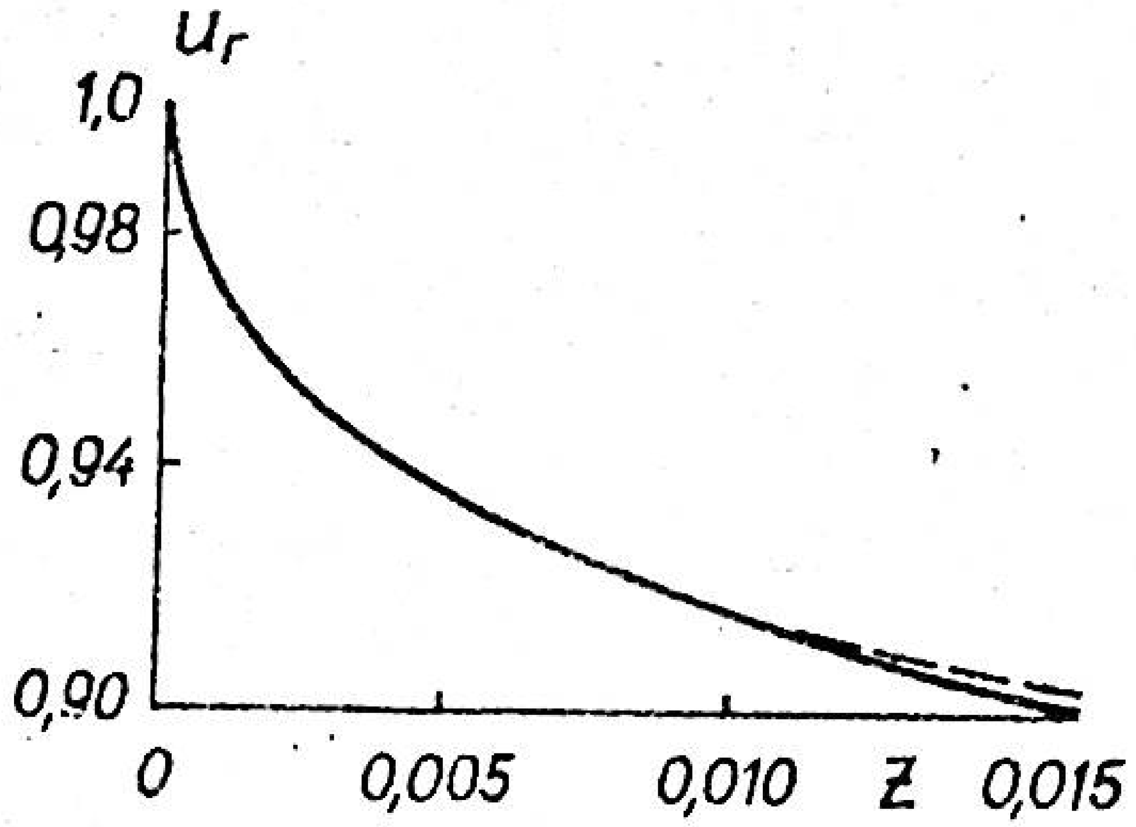
При отыскании функции υ исходим из условия $\bar{u}_r = \bar{\theta}(\upsilon)$ (где $\bar{u}_r$ и $\bar{\theta}$ - изображения соответствующих функций по Лапласу-Карсону). Таким образом, получено уравнение для функции υ, которое может быть решено методом малого параметра или последовательных приближений. Показано, что приближенно эта функция равна $\bar{g}(p)$.

В этом приближении решение исходного интегрального уравнения в изображениях имеет вид

$$\bar{u}_r \simeq \bar{u}_{r_0} = u_н + \int_{u_н}^{u_r(\infty)} exp \left[\frac{p}{\bar{g}(p)} \int_{u_н}^{\theta} \frac{d\theta_1}{\nu(\theta_1)} \right] d\theta .$$

Указан способ получения дальнейших приближений. Заметим, что если $\nu(u_r)$ - линейная функция, то найденное приближенное решение совпадает с точным.

Следует отметить, что хотя вообще вспомогательное уравнение не обязательно должно иметь какой-либо физический смысл, в данном случае оно соответствует основному уравнению не только по своему типу и характеру нелинейности, но и по физическому смыслу, так как к такому уравнению сводится задача для случая термически тонкого тела (при тех же условиях теплообмена с окружающей средой). По существу, разыскивается преобразование, переводящее решение более простой задачи для термически тонкого тела в решение той же задачи для термически "массивных" тел. Поскольку эти решения должны быть довольно близкими, во многих случаях, по-видимому, достаточно ограничиться первым приближением, приведенным выше. Результаты будут тем точнее, чем ближе рассматриваемое тело к термически тонкому.



Р и с. 3. Относительная температура поверхности полуограниченного тела, остывающего в вакууме:

сплошная линия – данные А.Н.Тихонова; пунктирная – приближенное решение методом вспомогательной операции

В качестве примера указанным способом решена задача о лучистом нагреве тел различной "массивности", характеризуемой числом Старка: пластины $Sc = 1$, пластины $Sc = 2$, полуограниченного массива (рис.2). Рассмотрена также задача А.Н.Тихонова об остывании полуограниченного тела в пустоте (рис.3). Как видно из приведенных рисунков, получены удовлетворительные результаты, несмотря на существенную нелинейность задач (в первом случае $\nu(u_r) \sim 1 - u_r^4$, во втором – $\nu(u_r) \sim u_r^4$).

Г л а в а VI. СВЯЗЬ ПРОЦЕССА НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ВОЛНОВЫМИ ПРОЦЕССАМИ. НОВЫЕ АСПЕКТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При решении некоторых задач теплопроводности с нелинейным граничным условием методом вспомогательной операции последняя может быть задана с помощью волнового уравнения

$$\nabla^2 \theta = v \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tau^2} .$$

Решить такую задачу для волнового уравнения иногда оказывается проще, чем для уравнения теплопроводности. Например, в одномерном случае подобная задача приводится к обыкновенному нелинейному дифференциальному уравнению первого порядка, в отличие от уравнения теплопроводности, где она сводится к нелинейному интегральному уравнению с довольно сложным ядром (глава V).

Облегчает решение волнового уравнения и наличие у него функционально-инвариантных решений (произвольная функция от которых также является решением).

Получено преобразование, переводящее решение волнового уравнения с нелинейным граничным условием в решение аналогичной задачи теплопроводности. В первом приближении оно имеет вид:

$$T(x,y,z,\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \int_0^\infty e^{-\frac{\tau_1^2}{4\tau}} V(x,y,z,\tau_1)\, d\tau_1 \, .$$

Для случая линейного граничного условия с постоянными коэффициентами это преобразование является точным.

В качестве примера изложенным методом приближенно решена задача А.Н.Тихонова об остывании полуограниченного тела в пустоте, а также несколько линейных задач.

Следует отметить, что с физической точки зрения приведенное выше преобразование можно рассматривать как проявление своеобразной физической аналогии между процессами нестационарной теплопроводности и волновыми. Ее своеобразие состоит в том, что, во-первых, сопоставляются качественно различные процессы, описываемые дифференциальными уравнениями разных типов (параболическим и гиперболическим); во-вторых, соответствие является не точечным, как при обычной аналогии, а интегральным. Наличие такой связи между указанными процессами окажется, по-видимому, полезным при их взаимном моделировании.

В ы в о д ы

1. Разработана общая схема метода разложения в ряд по степеням параметра (операторного, функционального или числового) применительно к задачам нестационарной теплопроводности.

2. Исследованы некоторые перспективные способы введения параметра в уравнение теплопроводности: разложение по "степеням" невязки, метод вспомогательной операции.

3. Предложен способ апостериорной оценки погрешности приближенного решения.

4. В общем виде и на конкретных примерах рассмотрены различные варианты решения задач теплопроводности для тел класси-

ческой форме, аналитическое решение которых обычно сопряжено [illegible] трудностями. Исследованы случаи, когда

- коэффициент теплообмена зависит от времени;
- теплофизические свойства зависят от температуры;
- интенсивность теплообмена между телом и окружающей средой нелинейно зависит от температуры тела.

При решении указанных задач использованы: разложения по функциональному и операторному параметрам, разложение по "текущим" моментам, метод [illegible] итерации (в сочетании с операционным исчислением), метод последовательных приближений.

5. Получено интегральное преобразование, устанавливающее связь между задачами, описываемыми уравнением теплопроводности, и задачами, описываемыми волновым уравнением.

6. Установлено, что между процессами, упомянутыми в п.5, имеет место своеобразная физическая аналогия, которую можно назвать интегральной (в отличие от точечной).

7. Рассмотрено решение некоторых линейных и нелинейных задач теплопроводности сведением к волновому уравнению.

8. Разработанные приемы могут быть использованы в инженерных расчетах, при проектировании современных высокоинтенсивных технологических процессов и объектов новой техники, научном исследовании проблем тепло- и массообмена.

Материалы диссертации изложены в следующих работах:

1. [illegible]. Об одном методе приближенного решения задач теплопроводности. Сб. "Аналитические методы решения задач переноса тепла и вещества". Киев, "Наукова думка", [illegible].

2. [illegible]. О решении нелинейных задач теплопроводности с использованием операционного исчисления. Изв. АН СССР, [illegible], № 2.

3. [illegible]. Применение операционного исчисления к решению задач теплопроводности с нелинейными граничными условиями. Изв. АН СССР, [illegible], № 2.

4. [illegible]. Приближенное решение задачи теплопроводности с нелинейными граничными условиями сведением к уравнению колебаний. Изв. АН СССР, [illegible], № 2.

5. [illegible]. О связи нестационарной теплопроводности с волновыми процессами. Изв. АН СССР, [illegible], № 2.

Подписано к печати [illegible] Формат бумаги 60х84 [illegible] Печ. л. [illegible]
Тираж [illegible] Заказ [illegible] Бесплатно.
Типография издательства [illegible]