



ISSN 0009-3078

АЗӘРБАЙ҆ЧАН ССР. ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫ  
АНАДЕМИЯНАУН АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МӘРУЗӘЛӘР ДОКЛАДЫ

том XL чилд

1984 • 9

ДАН Азерб. ССР публикует краткие сообщения об оригинальных, нигде не опубликованных ранее, результатах научных исследований, представленные академиками АН Азерб. ССР, которые тем самым берут на себя ответственность за научные достоинства представляемой статьи.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов, без определенных выводов и обобщений, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особо интересных для науки находок).

Будучи органом срочной информации, журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает и отбирает к печати статьи, объем которых допускает их публикацию в установленные решением Президиума АН Азерб. ССР сроки.

В связи со всеми перечисленными ограничениями отклонение статьи редакцией «Доклады АН Азерб. ССР» означает только, что она не согласуется с требованиями и возможностями этого журнала и не исключает ее публикации в других изданиях.

#### ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Доклады АН Азерб. ССР» просит авторов руководствоваться приведенными правилами и надеется, что авторы ознакомятся с ними прежде, чем пришлют статью в редакцию.

Статьи, присланные без соблюдения этих правил, к рассмотрению не принимаются.

1. Статьи, направляемые в редакцию, должны иметь представление члена АН ССР или академика АН Азерб. ССР, если оно требуется (см. выше).

Статьи с просьбой направить их на представление редакцией не принимаются.

2. Статья публикуется по мере поступления. Единственным поводом для внеочередной публикации является исключительная важность сообщения и соображения приоритета. Для этого необходимо специальное решение редколлегии.

3. Как правило, редакция направляет представленные статьи на рецензию.

4. «Доклады» помещают не более трех статей одного автора в год. Это правило не распространяется на членов АН ССР, академиков Академии наук Азерб. ССР.

5. Авторы должны определить раздел, в который следует поместить статью, а также дать индекс статьи по Универсальной десятичной классификации (УДК). К статье прилагается отпечатанный на машинке реферат в двух экземплярах, предназначенный для передачи в один из реферативных журналов ВИНИТИ.

6. В конце статьи нужно указать полное название учреждения, в котором выполнено исследование, фамилии всех авторов а также полный почтовый адрес и номер телефона (служебный и домашний) каждого соавтора.

Кроме того, авторский коллектив должен указать лицо, с которым редакция будет вести переговоры и переписку.

7. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлегией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответом на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

8. В «Докладах» публикуются статьи, занимающие не более  $\frac{1}{4}$  авторского листа (6 страниц машинописи). В этот объем входят текст, таблицы, библиография (не больше 15 источников) и рисунки, число которых не должно превышать четырех, включая и обозначения «а», «б» и т. д. в том числе вклейки на мелованной бумаге. Вклейки даются только для микрофотографий большого увеличения. Штриховые рисунки (карты, схемы и т. п.) на вклейках не печатаются, а даются на кальке. Текст и графический материал представляются в двух экземплярах. Повторение одних и тех же данных в тексте, таблицах и графиках недопустимо. Рисунки должны быть выполнены четко, в формате, обеспечивающем ясность передачи всех деталей фотографии представляются на глянцевой бумаге. Подпись к рисункам должны быть напечатаны в 2-х экземплярах через два интервала на отдельной странице. На обороте рисунков мягким карандашом указываются фамилии авторов, название статьи и номер рисунка.

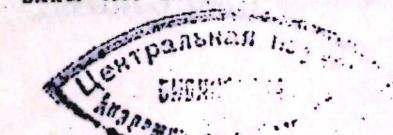
(Продолжение на третьей странице обложки)

# МЭРҮЗЭЛЭР ДОКЛАДЫ

ТОМ XL ЧИЛД

№ 9

„ЕЛМ“ НЭШРИЙЛАТЫ-ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЕЛМ“  
БАКУ-1984-БАКУ



## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Э. Ю. Салаев (главный редактор), Г. Б. Абдуллаев, М. Т. Абасов,  
 Ад. А. Ализаде (зам. главного редактора), В. С. Алиев, Г. А. Алиев,  
 Дж. А. Алиев, И. Г. Алиев, Дж. Б. Гулиев, И. А. Гулиев,  
 М. З. Джабаров, Ф. Г. Максудов, А. А. Надиров,  
 Ю. М. Сейдов (зам. главного редактора),  
 М. А. Усейнов, Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

УДК 517.944

МАТЕМАТИКА

Р. К. МАМЕДГУСЕЙНОВ

**О РЕГУЛЯРНОСТИ ГРАНИЧНЫХ ТОЧЕК ДЛЯ  
 ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ  
 УРАВНЕНИЙ 2-ГО ПОРЯДКА**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Пусть в ограниченной области  $D$ , лежащей в  $(n+1)$ -мерном евклидовом пространстве  $R^{n+1}$ , дано уравнение

$$Lu = \sum_{i,k=1}^n a_{ik}(t, x, u(t, x), \nabla u(t, x)) u_{x_i x_k} + b(t, x) u(t, x),$$

$$\nabla u(t, x) - u_t = 0, \quad (1)$$

относительно коэффициентов которого будем предполагать, что

$$\sum_{i,k=1}^n a_{ik}(t, x, u(t, x), \nabla u(t, x)) \xi_i \xi_k > \alpha \xi_n^2, \quad (2)$$

$$|a_{ik}(t, x, u(t, x), \nabla u(t, x))| \leq A_0, \quad (3)$$

$$|b(t, x, u(t, x), \nabla u(t, x))| \leq \mu(u) u_{x_n}^2, \quad (4)$$

$$\int_0^t \mu(s) ds < \infty. \quad (5)$$

В этой заметке дается достаточное условие регулярности граничных точек для уравнения (1), коэффициенты которого удовлетворяют условиям (2)–(5).

Отметим, что достаточные условия регулярности граничных точек для уравнений 2-го порядка эллиптического и параболического типов были подробно рассмотрены в [1]–[4]. В [5] исследовался вопрос о регулярности граничных точек для эллиптических уравнений 2-го порядка, коэффициенты которых удовлетворяют условиям (2)–(5).

Прежде чем перейти к дальнейшему изложению, введем некоторые обозначения и определения.

Пусть  $O_\epsilon(t^0, x^0)$ —открытый шар радиуса  $\epsilon$  с центром в точке  $(t^0, x^0)$ . Через  $C_{x^0, R}^{t_1, t_2}$  будем обозначать цилиндр, определяемых неравенствами

$$t_1 < t < t_2, |x - x^0| < R.$$

Всюду в дальнейшем  $D$ —ограниченная область в  $R^{n+1}$ ,  $\partial D$ —ее граница,  $\Gamma(D)$ —ее собственная граница.

**Определение.** Точка  $(t^0, x^0)$  называется  $\alpha$ ,  $A_0$  регулярной граничной точкой области  $D$ , если выполняются условия: для каждой

пары  $\epsilon_1 > 0$ ,  $\epsilon_2 > 0$  найдется такое  $\delta > 0$ , что какова бы ни была область  $D' \subset G$ , целиком лежащая в полупространстве  $t < t^0$ , оператор  $L$ , удовлетворяющий условиям (2)–(5), определенный на  $D$ , с константами  $a$ ,  $A_0$  и субпараболическая для него функция  $u(t, x) \leq 1$  из того, что

$$u|_{\Gamma(D) \cap \Omega_{t^0}(t^0, x_0)} \leq 0 \text{ следует, что } u|_{D' \cap \Omega_{t^0}(t^0, x_0)} < \epsilon_2.$$

Пусть  $s$  и  $\beta$ —положительные числа. Определим в  $K^{n+1}$  всюду, кроме начала координат, функцию  $F_{s, \beta}(t, x)$  следующим образом

$$F_{s, \beta}(t, x) = \begin{cases} t^{-s} \exp(-|x|^2/4\beta t) & \text{при } t > 0 \\ 0 & \text{при } t \leq 0 \text{ (кроме } (t, x) = (0, 0)). \end{cases}$$

Пусть  $(t^0, x^0)$ —функционированная точка из  $K^{n+1}$  и

$$K = \{(t, x) : |x_n - x_n^0| > \gamma|x - x^0|\},$$

$$K_1 = \{(t, x) : x_n - x_n^0 \leq -\gamma|x - x^0|\},$$

$$K_2 = \{(t, x) : x_n - x_n^0 \geq \gamma|x - x^0|\}.$$

Пусть  $u(t, x)$  является решением уравнения (1). Обозначим

$$a_{ik}(t, x, u(t, x)), \nabla u(t, x) = B_{ik}(t, x),$$

и рассмотрим оператор

$$L' = \sum_{i, k=1}^n B_{ik}(t, x) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial}{\partial t},$$

Субпараболическую функцию для оператора  $L'$  будем искать в виде

$$v = f(u).$$

Так как  $v_{x_i x_k} = f'u_{x_i} u_{x_k} + f'u_{x_i x_k}$ , то

$$\begin{aligned} L'v = & \sum_{i, k=1}^n B_{ik}(t, x) v_{x_i x_k} - v_t = f' \sum_{i, k=1}^n B_{ik}(t, x) u_{x_i} u_{x_k} + \\ & + f' \sum_{i, k=1}^n a_{ik} u_{x_i x_k} - f'u_t. \end{aligned}$$

Учитывая, что  $u$  решение уравнения (1), получим, что

$$\begin{aligned} L'v = & f' \sum_{i, k=1}^n B_{ik}(t, x) u_{x_i} u_{x_k} + f'(-b(t, x, u(t, x)), \nabla u(t, x)) + \\ & + u_t - f'u_t = f' \sum_{i, k=1}^n B_{ik}(t, x) u_{x_i} u_{x_k} - f'b(t, x, u(t, x), \nabla u(t, x)) \geqslant \\ & \geqslant u_{x_n}^2 [a f' - \mu(u) f']. \end{aligned}$$

Если  $f(u)$  будет решением дифференциального уравнения

$$a f'(u) - \mu(u) f(u) = 0, \quad (6)$$

то  $v = f(u)$  будет субрешением оператора  $L'$ .

Представим решением уравнения (6) в виде

$$f(u) = \int_0^u \exp\left(\frac{1}{a} \int_0^\tau \mu(\zeta) d\zeta\right) dt. \quad (7)$$

**Лемма 1.** Существует  $s$  и  $\beta$  такие, что в области  $D \subset K$   $F_{s, \beta}(t - t^0, x - x^0)$  является субпараболической функцией для оператора  $L'$ .

**Лемма 2.** Пусть  $s, \beta$  такие, что  $F_{s, \beta}(t - t^0, x - x^0)$  является субпараболической функцией для оператора  $L'$  и

$$R > 0, U_1 = U_{x', 4R}^{t', t''}, U_2 = U_{x', R}^{s', t''},$$

$$x' = (x_1^0, \dots, x_{n-1}^0, x_n^0 + 2R), x'' = (x_1^0, \dots, x_{n-1}^0, x_n^0 + R/2),$$

$$t' = t^0 - bR^2, t'' = t^0 - \frac{1}{2}bR^2,$$

$$b_0 = \frac{1}{16\beta s}, 0 < b \leq b_0,$$

$$D \subset K_1 (D \subset K_2), (t^0, x^0) \in \partial D.$$

Пусть  $D$  расположена в  $U_1$ , пересекает  $U_2$ , имеет предельные точки на собственной границе  $U_1$  и  $\Gamma$ -часть собственной границы  $D$ , которая расположена строго внутри  $U_1$ .

Тогда для любого положительного субрешения оператора  $L'$  непрерывного в  $\bar{D}$  и обращающегося в нуль на  $\Gamma$  справедливо неравенство

$$\sup_D u \geq (1 + \gamma^0) \sup_{D \cap U_2} u,$$

где  $\gamma^0 > 0$ —положительная константа зависящая от  $s, \beta$  и отношения  $b_0/b$ .

Применяя лемму 2 к субрешениям вида (7), где  $u$  является решением уравнения (1), получаем аналогичную лемму для решения уравнения (1). С помощью этой леммы доказывается

**Теорема.** Пусть в области  $D$  дано уравнение (1) с коэффициентами удовлетворяющими условиям (2)–(5). И  $(t^0, x^0) \in \partial D$ .

Пусть  $D \subset K_1 (D \subset K_2)$ , тогда точка  $(t^0, x^0)$  будет  $a, A_0$  регулярной.

В заключение автор выражает глубокую благодарность проф. А. А. Новрузову.

#### Литература

- Ландис Е. М. Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов. М.: Наука, 1971.
- Новрузов А. А. Матем. заметки, 30, 3, 1981, 353–362.
- Аббасов А. Т. Дифференц. уравнения, 6, № 6, 1970, 1073–1085.
- Крупская Д. А. Дифференц. уравнения, 13, № 4, 1977, 654–657.
- Новрузов А. А.; Наибова М. К. ДАН Азеро, ССР, 31, № 1, 1975, 3–7.

Институт математики  
и механики

Поступило 15. VII. 1982

**ЧЫРЛАШАН ИКИТЭРТИБЛИ КВАЗИХЭТТИ ПАРАБОЛИК ТӘНЛИКЛЭР**  
**УЧУН СӘРҮӘД НӨГТЭЛӘРИНИН ТӘНЗИМЛӘНМәСИ ҺАГГЫНДА**

Мәгәләдә чырлашан икитәртибли квазихэтти параболик тәнликләр учун Дирихле мәсәләсіндә сәрһәд нөгтәләринин тәнзимләнмәсіндән бәйс олунур. Сәрһәд нөгтәсінин тәнзимләнмәси учун кафи шәртләр олунур.

R. K. Mamedhuselnov

**ON THE REGULARITY OF BOUNDARY POINTS FOR DEGENERATING QUASI-LINEAR PARABOLIC EQUATIONS OF THE SECOND ORDER**

This work treats of Dirichlet's problem for degenerating quasi-linear parabolic equations of the second order and studies the questions of the regularity of the boundary points.

In this work the sufficient condition of the regularity of the boundary points is proved.

УДК 517.956.6

**МАТЕМАТИКА**

A. С. РУСТАМОВ

**РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ  
СОСТАВНОГО ТИПА И ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ  
ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Обозначим через  $G$  и  $Q$  области на плоскости  $(x, t)$ , определенные равенствами

$$G = \{(x, t) : \sigma_1(t) < x < \sigma_2(t), 0 < t < T\},$$

$$Q = \{(x, t) : 0 < x \leq l, 0 \leq t \leq T\}$$

при этом  $G \subset Q$ .

В криволинейной области  $G$  рассматривается смешанная задача

$$L \cdot \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) v(x, t) = 0, \quad (1)$$

$$v(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} v(x, 0) = 0, \quad (2)$$

$$v(\sigma_1(t), t) = \varphi_1(t), \quad \frac{\partial}{\partial x} v(\sigma_1(t), t) = \varphi_2(t),$$

$$v(\sigma_2(t), t) = \varphi_3(t), \quad (3)$$

где

$$L = \frac{\partial}{\partial t} - a(x, t) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + b(x, t) \frac{\partial}{\partial x} + c(x, t)$$

параболический оператор.

Предполагается выполненные следующие условия:

a<sub>1</sub>) коэффициенты  $a(x, t)$ ,  $b(x, t)$ ,  $c(x, t)$ —непрерывные функции в  $G$  и для всех  $(x, t) \in G$ ,  $(x_0, t_0) \in G$ , некоторого  $0 < \alpha < 1$

$$|a(x, t) - a(x_0, t_0)| \leq C(|x - x_0|^\alpha + |t - t_0|^{\alpha/2})$$

$$|b(x, t) - b(x_0, t_0)| \leq C|x - x_0|^\alpha, \quad |c(x, t) - c(x_0, t_0)| \leq C|x - x_0|^\alpha,$$

a<sub>2</sub>)  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_3(t)$ —дважды непрерывно дифференцируемы,  $\varphi_2(t)$ —непрерывно дифференцируема и  $\varphi_1(0) = \varphi_1'(0) = \varphi_2(0) = \varphi_3(0) = \varphi_3'(0) = 0$

a<sub>3</sub>) функции  $\sigma_1(t)$  и  $\sigma_2(t)$  дважды непрерывно дифференцируемы.

$\sigma_1(t) < 1$ ,  $\sigma_2(t) > 1$  (или  $\sigma_2(t) < 0$ ) и  $\frac{\sigma_2(t) - \sigma_1(t)}{t - \tau} > 1$  при всех  $t$  и  $\tau$  ( $t > \tau$ ).

**Теорема 1.** При выполнении условия  $a_1) - a_3)$  существует единственное решение задачи (1)–(3).

Если  $T < \sigma_2(t) \leq l$ , решение задачи (1)–(3) ищется в виде

$$v(x, t) = \sum_{i=1,2} \int_0^t \Gamma_i(x, t; \sigma_i(\tau), \tau) \mu_i(\tau) d\tau + \theta(t-x), \quad (4)$$

где

$$\Gamma_i(x, t; \sigma_i(\tau), \tau) = \int_0^{t-\tau} \Gamma(x - (t - \tau - s), s + \tau; \sigma_i(\tau), \tau) ds, i = 1, 2,$$

$$\Gamma(x, t; \xi, \tau) = Z(x, t; \xi, \tau) + \int_{\tau}^t \int_0^1 Z(x, t; \eta, \sigma) \Phi(\eta, \sigma; \xi, \tau) d\eta d\sigma,$$

$$Z(x, t; \xi, \tau) = \frac{1}{1 \cdot [\pi(t-\tau) a(\xi, \tau)]^{1/2}} \exp \left[ \frac{(x-\xi)^2}{4(t-\tau) a(\xi, \tau)} \right]$$

и  $\mu_1, \mu_2, \theta$ —произвольные функции, удовлетворяющие условию  $\mu_i(\xi) = 0, i = 1, 2, \theta(\xi) = 0$  при  $\xi < 0$ . Для  $\Phi(x, t; \xi, \tau)$  имеет место неравенство (см. [1])

$$|\Phi(x, t; \xi, \tau)| \leq \frac{C}{(t-\tau)^\mu |x-\xi|^{3-2\mu-\alpha}}, \quad 1-\alpha/2 < \mu < 1.$$

При  $\sigma_1(t) \leq l < T$  в (4) функция  $\theta(t-x)$  заменяется через  $\theta(t-T+r-x)$ , где  $r = \inf_{0 < t < T} \sigma_2(t)$ .

Разрешимость задачи (1)–(3) была сведена к разрешимости системы интегральных уравнений вида

$$\sum_{i=1,2} \int_0^t \Gamma_i(\sigma_i(\tau), t; \sigma_i(\tau), \tau) \mu_i(\tau) d\tau + \theta(t - \sigma_1(t)) = \varphi_i(t), \quad (5)$$

$$\mu_i(t) + \sum_{j=1,2} \int_0^t R_{ij}(t, \tau) \mu_j(\tau) d\tau = \Phi_i(t), \quad i = 1, 2.$$

Здесь ядра  $R_{ij}, i, j = 1, 2$  и функции  $\Phi_i(t), i = 1, 2$  ограниченные.

В дальнейшем мы будем предполагать, что

$$|\Phi_i(t)| \leq C_0, |R_{ij}| \leq M, i, j = 1, 2,$$

где  $C_0, M$ —постоянные.

Рассмотрим систему

$$\mu_i(t) = \Phi_i(t) + \lambda \sum_{j=1,2} \int_0^t R_{ij}(t, \tau) \mu_j(\tau) d\tau, \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

**Лемма 1.** Решение системы (6) можно представить в виде

$$\mu_i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k g_k^i(t), \quad i = 1, 2,$$

где функции  $g_k^i(t), i = 1, 2, k = 0, 1, 2, \dots$  определяются из рекуррентных соотношений. При этом имеют место оценки

$$|g_k^i(t)| \leq C_0 \frac{(2Mt)^k}{k!}, \quad i = 1, 2, k = 0, 1, 2, \dots$$

$$|\mu_i(t)| \leq C_0 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2|\lambda| Mt)^k}{k!} = C_0 \exp[2|\lambda| Mt], \quad i = 1, 2.$$

**Лемма 2.** Пусть

$$\tau_i^n(t) = \sum_{k=0}^n \lambda^k g_k^i(t), \quad \tau_i(t) - \mu_i^n(t) = \sum_{k=n+1}^{\infty} \lambda^k g_k^i(t) = \alpha_n^i(t), \quad i = 1, 2,$$

Тогда справедливы оценки

$$|\alpha_n^i(t)| \leq C_0 \frac{(2|\lambda| MT)^{n+1}}{(n+1)!} \exp[2|\lambda| MT] \rightarrow 0, \quad i = 1, 2.$$

Теперь рассмотрим систему

$$\mu_i(t) = \sum_{j=1,2} R_{ij}(t, \tau) \mu_j(\tau) d\tau = \Phi_i(t), \quad i = 1, 2. \quad (5')$$

**Следствие.** Решение системы (5') можно представить в виде

$$\mu_i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k g_k^i(t), \quad i = 1, 2$$

и для системы (5') имеют место соотношения

$$|\alpha_n^i(t)| \leq C_0 \frac{(2MT)^{n+1}}{(n+1)!} \exp[2MT] \rightarrow 0, \quad i = 1, 2. \quad (7)$$

Из условия  $\sigma_1(t) < 1$  следует, что функция  $y = t - \sigma_1(t) (0 < t < T)$ —монотонно возрастающая, поскольку  $y' = 1 - \sigma_1'(t) > 0$ . Тогда, в силу известной теоремы из анализа, для нее существует монотонно возрастающая обратная функция  $t = g(y)$ .

Положим

$$\theta^n(t - \sigma_1(t)) = \varphi_1(t) - \sum_{i=1,2} \int_0^t \Gamma_i(\sigma_1(\tau), t; \sigma_1(\tau), \tau) \mu_i^n(\tau) d\tau,$$

$$v_n(x, t) = \sum_{i=1,2} \int_0^t \Gamma_i(x, t; \sigma_i(\tau), \tau) \mu_i^n(\tau) d\tau + \theta^n(t-x).$$

Тогда, используя первое уравнение системы (5) и равенство (4) можно показать, что

$$v(x, t) - v_n(x, t) = \sum_{i=1,2} \int_0^t \Gamma_i(x, t; \sigma_i(\tau), \tau) \alpha_n^i(\tau) d\tau - \sum_{i=1,2} \int_0^{g(t-x)} \Gamma_i(\sigma_1(g(t-\kappa)), g(t-x); \sigma_1(\kappa), \kappa) \alpha_n^i(\kappa) d\kappa.$$

Заметим, что функции  $\Gamma_1, \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_1(x, t; \sigma_1(\tau), \tau), i = 1, 2$ —ограниченные, а  $\frac{\partial}{\partial t} \Gamma_1(x, t; \sigma_1(\tau), \tau), \frac{\partial}{\partial t} \Gamma_1(\sigma_1(g(t-x)), g(t-x); \sigma_1(\tau), \tau), \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_1(\sigma_1(g(t-x)), g(t-x); \sigma_1(\tau), \tau), i = 1, 2$  имеют слабые особенности,

Поэтому, в силу неравенства (7), справедливы следующие соотношения

$$\left| \frac{d^i}{dt^i} [\tau(x, t) - v_n(x, t)] \right| < CC_0 \frac{(2MT)^{n+1}}{(n+1)!} \exp[2MT] \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0, \quad (8)$$

$i = 0, 1,$

$$\left| \frac{\partial}{\partial x} [v(x, t) - \tau_n(x, t)] \right| < CC_0 \frac{(2MT)^{n+1}}{(n+1)!} \exp[2MT] \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0, \quad (9)$$

где  $C = \text{const.}$

Таким образом, имеет место

**Теорема 2.** При выполнении условия  $a_1) - a_3)$  справедливы оценки (8), (9), показывающие скорости приближения приближенного решения к истинному решению задачи (1)–(3) и их производных.

Автор выражает благодарность проф. Г. Н. Агаеву за постановку задачи и обсуждение результатов.

#### Литература

1. Фридман А. Уравнения с частным производными параболического типа. М.: Мир, 1968.
2. Каминин Л. И. СМЖ, т. 4, № 5, 1963, 1071–1105; т. 5, 1954 1207.
3. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М.—К.: Госиздат, 1962.

Институт математики и механики

Поступило 1, VII 1982

А. С. Рустэмов

#### ГАРЫШЫГ ТИП ТӘНЛИК ҮЧҮН ГАРЫШЫГ МӘСӘЛӘНИН ҺЭЛЛИ ВӘ ТӘГРИБИ ҺЭЛЛИН ХӘТАСЫНЫН ГИЈМӘТЛӘНДИРИЛМЭСИ

Мәгәләдә дәјишиән эмсаллы гарышыг тип тәнлик үчүн әжрихәтли областда гарышыг мәсәлә нәзәрәк көчирилүр вә онун јеканә һәлли верилир. Бурада набелә мәсәләнин тәгриби һәлли гурулур вә бу тәгриби һәллин хәтасы гијметләндирлир.

A. S. Rustamov

#### THE SOLUTION OF THE MIXED PROBLEM FOR THE EQUATION OF THE COMPOSITE TYPE AND THE ESTIMATION OF THE ERROR OF THE APPROXIMATE SOLUTION

In the curvilinear field the mixed problem for the equation of the composite type with variables of the coefficients is considered. The existence of the unique solution of the mixed problem is set up. The approximate solution of the problem is built up and the error of the approximate solution is estimated.

А. Д. ИСКЕНДЕРОВ

#### РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ОДНОЙ МНОГОМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ И ЕЕ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ПОСТАНОВКИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)

В данной статье рассматривается многомерная обратная задача (см. также [1–4]) для квазилинейных параболических уравнений, исследуются вопросы корректности и регуляризации ее. Изучена также оптимизационная постановка рассматриваемой задачи.

Пусть  $D_1$ —область  $(n+1)$ -мерного евклидова пространства  $E_{n+1}$  с достаточно гладкой границей  $\Gamma_1$ , произвольную точку области  $D_1$  можно представить в виде  $(x, y) = (x_1, x_2, \dots, x_n, y)$ , где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x \in D \subset E_n$ ,  $S_{1t} = \Gamma_1 x [0, t]$ ,  $\Omega_{1t} = D_1 x [0, t]$ ,  $\Omega_1 = \Omega_{1t}$ ,  $S_1 = S_{1t}$ ,  $\Gamma$ —граница области  $D$ , которая также предполагается достаточно гладкой,  $S_t = \Gamma x [0, t]$ ,  $\Omega_t = D x [0, t]$ ,  $\Omega = \Omega_t$ ,  $S = S_t$ ,  $z_{n+1} = y$ .

Изложим основные результаты для задачи об определении неизвестных коэффициентов параболического уравнения

$$u_t - a \Delta u + cu = h. \quad (1)$$

Пусть требуется определить функции  $\{a(x, t, u) > 0, c(x, t, u), u(x, y, t)\}$ , удовлетворяющие уравнению (1) и следующим условиям:

$$u|_{t=0} = \varphi; \quad u|_{S_1} = f, \quad (2)$$

$$a \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{\Gamma_{1T}} = g_1; \quad \left[ a \frac{\partial u}{\partial y} - c\psi \right] \Big|_{\Gamma_{1T}} = g_2, \quad (3)$$

где  $h \in C_\alpha(\Omega_1)$ ,  $\varphi \in C_{2+\alpha}(D_1)$ ,  $f \in C_{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(S_1)$ ,  $g_i \in C_\alpha(\gamma_{1T})$ ,  $i = 1, 2$ ,

$\psi \in C_\alpha(\gamma_{2T})$ —заданные функции  $\varphi|_{\Gamma_1} = f|_{S_1}$ ,  $\gamma_{1T} = \gamma_1 x [0, t]$ ,  $\gamma_1 \subset \bar{D}_1$ —заданные многообразия размерности меньше, чем размерности области  $D_1$ ,  $y$ —направление внутренней нормали  $\gamma_1$ . Ниже всюду предположим, что если отыскиваемые коэффициенты зависят лишь от  $t$  или от  $u$ , тогда  $\gamma_1$ —совокупность фиксированных точек  $(\xi_{ik}, \eta_{ik}) \in \bar{D}$   $k = 1, 2, \dots, k^1$ ,  $i = 1, 2$ , а в остальных случаях  $\gamma_1$ — $n$ -мерные многообразия принадлежащие  $\bar{D}_1$  и  $F_i(x)$  достаточно гладкие функции, отображающие область  $\bar{D}$  на  $\gamma_1$ ,  $i = 1, 2$ . Если один из коэффициентов задан, то отпадает необходимость задания части условий (3).

**Определение 1.** Функции  $\{a(x, t, u), c(x, t, u), u(x, y, t)\}$  назовем решением задачи (1)–(3), если: 1)  $0 < a \in C(\Pi)$ ,  $c \in C(\Pi)$ , где  $\Pi = \{(x, t, u) : (x, t) \in \bar{\Omega}, r \leq u \leq R\}$ ,  $r, R$ —некоторые числа, 2)  $u \in C_{2,1}(\Omega_1) \cap C(\bar{\Omega}_1)$ ,  $r \leq u(x, y, t) \leq R$ ,  $\exists$ —пределы функции  $u_{x_k}(x,$

$y, t)$ ,  $\kappa = 1, 2, \dots, n+1$  при  $(x, y) \in \Omega$ ,  $i = 1, 2, 3$  выполняются соотношения (1)–(3).

Задача (1)–(3) является некорректной в классическом смысле. Примеры показывают, что решение задачи (1)–(3) не всегда существует, а если даже существует, то оно может быть не единственным и неустойчивым.

Задача (1)–(3) исследуется в следующих ее вариантах. Коэффициенты  $a$  и  $c$  зависят от:

1)  $x, t$ , 2)  $x, u$ . Задачу (1)–(3) при этих вариантах назовем задачей 1–3 соответственно.

Далее всюду предположим, что в случае задач 2, 3  $\gamma_i \in \Gamma_1$ ,  $i = 1, 2$  и область  $D_1$  является ограниченной. Обозначим:  $f_{ik}(t) = f(\xi_{ik}, \eta_{ik}, t)$ ,  $r_{ik}(t) = \min_{[0,1]} f_{ik}(\tau)$ ,  $R_{ik}(t) = \max_{[0,1]} f_{ik}(\tau)$ ,  $\kappa = 1, 2, \dots, \kappa_i$ ,  $i = 1, 2$ ,  $r_m(t) = \min_{[0,1]} f_m(\tau)$ ,  $R_m(t) = \max_{[0,1]} f_m(\tau)$ ,  $m = 0, 1$ ,  $f_0(t)$ ,  $f_1(t)$ —заданные функции.

Определение 2. Скажем, что решение задачи (1)–(3) принадлежит множеству  $M$ , если функция  $u(x, y, t)$  имеет ограниченные в  $\overline{\Omega}_1$  производные по  $x$  и  $y$  до второго порядка, коэффициенты  $a$  и  $c$  по переменному  $u$  удовлетворяют условию Липшица и в случае задач 2 и 3 выполняется одно из следующих условий соответственно:

а) функции  $a(u)$ ,  $c(u)$  в областях  $[r, R] \setminus \bigcup_{k=1}^{\kappa_1} [r_{ik}(T), R_{ik}(T)]$  являются заданными и если  $u(x, y, t) \in [r_{ik}(T), R_{ik}(T)]$ , то  $r_{ik}(t) \leq u(x, y, t) \leq R_{ik}(t)$ ,  $(x, y, t) \in \overline{\Omega}_1$ .

б)  $f = f_1(t)$ , функции  $a(x, u)$ ,  $c(x, u)$  в области  $\overline{D} \times [r, R] \setminus \overline{D} \times [r_1(T), R_1(T)]$  являются заданными и если  $u(x, y, t) \in [r_1(T), R_1(T)]$ , то  $r_1(t) \leq u(x, y, t) \leq R_1(t)$ ,  $(x, y, t) \in \Omega_1$ .

Теорема 1. Если  $g_1 \neq 0$ ,  $\psi \neq 0$ , то решение задачи (1)–(3) на множестве  $M$  единственно и верна оценка

$$\begin{aligned} \|a - \bar{a}\|_{C(\Omega)} + \|c - \bar{c}\|_{C(\Omega)} + \|u - \bar{u}\|_{W_p^{2,1}(\Omega_1)} &\leq N \left\| h - \bar{h} \right\|_{L_p(\Omega_1)} + \\ &+ \|\varphi - \bar{\varphi}\|_{W_p^2(D_1)} + \|f - \bar{f}\|_{W_p^{2-\frac{1}{p}, 1-\frac{1}{2p}}(S_1)} + \\ &+ \sum_{i=2}^2 \|g_i - \bar{g}_i\|_{C(\Gamma_1)} + \|\psi - \bar{\psi}\|_{C(\Gamma_2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $p > n+3$ ,  $N > 0$ —зависит от данных задачи и множества решений  $M$ ,  $\{\bar{a}, \bar{c}, \bar{u}\}$ —решение задачи (1)–(3) с данными  $\bar{h}, \bar{\varphi}, \bar{f}, \bar{g}_1, \bar{g}_2$ , которые удовлетворяют всем условиям гладкости, наложенным на функции  $h, \varphi, f, g_1, \psi, g_2$  соответственно.

Примеры показывают, что если  $g_1 = 0$  или  $\psi = 0$ , тогда решение задачи (1)–(3) не единственно. Кроме того, если возмущения данных выводят решение за пределы множества  $M$ , то оно неустойчиво. При малости выходы данных по норме любого  $C_k$  невозможно обеспечить малость решения в равномерной норме. Оценка (4) достаточ-

но точная. Если в правой части (4) вместо  $\|\varphi - \bar{\varphi}\|_{W_p^2(D_1)}$  стояло бы  $\|\varphi - \bar{\varphi}\|_{W_p^{2-\frac{1}{p}}(D_1)}$ , то эта оценка была бы неулучшаемая.

Теоремы существования доказываются при дополнительных предположениях для задачи с одним коэффициентом. При этом отпадает необходимость задания части условий (3). Если коэффициент  $c$  (коэффициент  $a$ ) уравнения (1) задан, то задачи 1–3 назовем задачами 1<sub>1</sub>–3<sub>1</sub> (задачами 1<sub>2</sub>–3<sub>2</sub>) соответственно.

Для всех этих задач доказаны теоремы существования. Приведем некоторые из них. Положим:  $r(t) = \min_{\overline{D}_1} \varphi$ ,  $R(t) = \max_{\overline{S}_{1t}} \varphi$ ,  $r = r(T)$ ,  $R = R(T)$ ,  $r_1 = r_1(T)$ ,  $R_1 = R_1(T)$ .

Теорема 2. Пусть  $h \in C_{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\overline{\Omega}_1)$ ,  $\varphi \in C_{4+\alpha}(\overline{D}_1)$ ,  $f \in C_{4+\alpha, 2+\frac{\alpha}{2}}(S_1)$ ,  $\Delta h \geq 0$ ,  $g_1 < 0$ ,  $c = \Delta \varphi = 0$ ,  $f_1(\xi, \eta, 0) = h(\xi, \eta, 0)$ ,  $f_t(\xi, \eta, t) \geq h(\xi, \eta, t)$ ,  $(\xi, \eta) \in \Gamma_1$ , для решения задачи  $\Delta \omega = 0$ ,  $\omega|_{\Gamma} = f$  верна оценка  $\left. \frac{\partial \omega}{\partial v} \right|_{\Gamma} < 0$ . Тогда задача 1<sub>1</sub> имеет единственное решение.

Теорема 3. Пусть  $\gamma_1 = (\xi_1, \eta_1)$ —фиксированная точка границы  $\Gamma_1$ , функция  $f_1(t) = f(\xi_1, \eta_1, t)$  имеет обратную  $\Phi_1(f_1) \in \text{Lip}[r_1, R_1]$ ,  $c = h = \Delta \varphi = 0$ ,  $\varphi \in C_{4+\alpha}(\overline{D}_1)$ ,  $f(\xi, \eta, t) \in C_{4+\alpha, 2+\frac{\alpha}{2}}(S_1)$ ,  $f_t(\xi, \eta, 0) = 0$ ,  $f_t(\xi, \eta, t) \geq 0$ ,  $(\xi, \eta) \in \Gamma_1$ ,  $g_1 \in \text{Lip}[0, T]$ ,  $g_1 < 0$ ,  $\varphi(x, y) < f_1(0)$ ,  $r_1(t) = \min_{S_{1t}} f(\xi, \eta, t)$ ,  $R_1(t) = \max_{S_{1t}} f(\xi, \eta, t)$ , для решения задачи  $\Delta \omega = 0$ ,  $\omega|_{\Gamma_1} = f(\xi, \eta, t)$  имеет место оценка  $\left. \frac{\partial \omega}{\partial v} \right|_{\Gamma_1} < 0$ , функция  $a(u)$  в области  $[r, R] \setminus [r_1, R_1]$  задана и удовлетворяет условию Липшица. Тогда задача 2<sub>1</sub> имеет единственное решение.

Теорема 4. Пусть  $0 < a \in C_{\alpha, \frac{\alpha}{2}}(\overline{\Omega})$ ,  $g_2 \geq 0$ ,  $\psi \leq 0$ ,  $\left. \begin{cases} f_t = a \Delta \varphi + \\ + \varphi \left[ a \frac{\partial \varphi}{\partial v} - g_2 \right] \psi^{-1} - h \end{cases} \right|_{\Gamma_1, t=0} = 0$ , для решения задачи  $\omega_t = a \Delta \omega = h$ ,  $\omega|_{\Gamma_1} = f > 0$  верна оценка  $\left. \frac{\partial \omega}{\partial v} \right|_{\Gamma_1} < 0$ . Тогда задача 1<sub>2</sub> имеет единственное решение.

Доказательство теорем существования проводится методом последовательных приближений, который может быть использован также для построения регуляризующего алгоритма в случае неустойчивости задачи. Этот метод изложен в [4]. Далее укажем приближенный метод решения задачи (1)–(3), основанный на методе регуляризации А. Н. Тихонова. Сперва рассмотрим одну из вариационных постановок задачи 1<sub>1</sub>.

Пусть  $a_0 > 0$ ,  $a_1 > 0$ —заданные числа,  $B_0$ —банахово пространство

функций, определенных на  $\bar{\Omega}$ ,  $U = \{a : a \in U_0 \subset B_0, 0 \leq a_0 \leq a \leq a_1\}$

$$h \in L_2(\Omega_1), \varphi \in W_2^{\frac{3}{2}, \frac{3}{4}}(D_1), f \in W_2^{\frac{3}{2}, \frac{3}{4}}(D_1), g_1 \in L_2(\Gamma_{1T}),$$

В уравнении (1)  $c=0$ . Рассмотрим задачу минимизации функционала

$$J_a(a) = \|A(a) - g_1\|_{L_2(\Gamma_{1T})}^2 + \alpha \|a - a^*\|_{B_0}^2, \quad (5)$$

в области  $U$  при условиях (1), (2). Здесь  $A(a) = a \frac{\partial u}{\partial v} \Big|_{\Gamma_{1T}}$ ,  $a \geq 0$  — заданное число,  $U_0 = C(\bar{\Omega})$ . При этом под решением задачи об определении функции  $u(x, y, t)$  из условий (1), (2) при заданном  $a$  из  $U$  понимается функция  $u \in W_2^{2,1}(\Omega_1)$ , удовлетворяющая этим условиям почти всюду. Пусть  $K$  некоторое плотное множество  $B_0$ ,  $a_0 \in K$ .

**Теорема 5.** Пусть  $B_0 = L_2(\Omega)$ ,  $a > 0$ . Тогда вариационная задача (5) имеет хотя бы одно решение.

Теперь займемся регуляризацией задачи (1)–(3). В этой задаче наряду с элементом  $g_1$  оператор  $A(a)$  также следует считать приближенно заданным. Пусть оператор  $\bar{A}(a)$  соответствует данным  $\bar{h}$ ,  $\bar{f}$ ,  $\bar{\varphi}$ . Имеет место оценка

$$\|A(a) - \bar{A}(a)\|_{L_1} \leq N \left[ \|\bar{h} - h\|_{L_1} + \|\bar{\varphi} - \varphi\|_{W_2^{\frac{3}{2}, \frac{3}{4}}} + \|\bar{f} - f\|_{W_2^{\frac{3}{2}, \frac{3}{4}}} \right], \quad (6)$$

где  $N > 0$  определяется данными задачи и числами  $a_0, a_1$ . Пусть

$U_0 = B_2 = W_2^{\frac{l+1}{2}}(\Omega)$ ,  $l > \frac{n+1}{2}$  и известно, что точное решение задачи

(1)–(3)  $\bar{a} \in W_2^1(\Omega)$ . Тогда при перечисленных предположениях функционал  $J_a(a)$  будет сглаживающим функционалом [1] для задачи (1)–(3). Приближенное решение задачи ищется как точка минимума функционала  $J_a(a)$  на  $U$ . При этом параметр регуляризации  $\alpha$  может выбран из условия [1]:

$$\|A(a) - g_1\|_{L_2(\Gamma_{1T})}^2 = \delta^2 + \delta_1^2 \|a^*\|_{B_0}^2, \quad (7)$$

где  $a^*$  — точка минимума функционала  $J_a(a)$  на  $U$ ,  $\|g_1 - \bar{g}_1\|_{L_2(\Gamma_{1T})} \leq \delta$ ,  $\|A(a) - \bar{A}(a)\|_{L_1} \leq \delta_0 \|a\|_{B_0}$  и число  $\delta_0$  оценивается, используя оценку (6).

Вариационная задача об определении минимум функционала  $J_0(a)$  на  $U$  неустойчива. Задача (5) может быть использована для регуляризации этой задачи.

**Замечание.** Изложенным способом может быть определен коэффициент  $a(x, y, t, u)$  уравнения (1). При этом предполагается, что  $c=0$ ,  $a$  — кусочно-постоянная функция по  $y$ , и на поверхностях ее разрыва  $\Gamma_T$  заданы условия

$$u|_{\Gamma_T^{+0}} = f_0(\xi, \eta, t); a \frac{\partial u}{\partial v} \Big|_{\Gamma_T^{+0}} = a \frac{\partial u}{\partial v} \Big|_{\Gamma_T^{-0}}. \quad (8)$$

#### Литература

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. методы решения некорректных задач. М.: 1974.
2. Лаврентьев М. М., Романов В. Г. Многомерные обратные задачи для дифференциальных уравнений. 1969.
3. Романов В. Г. Обратные задачи для

дифференциальных уравнений. 1973. 4. Искандеров А. Д. ДАН СССР, 225: 5 1975, 1004—1008.

АГУ им. С. Кирова

Поступило 26. II, 1982

А. Д. Искандеров

#### БИР ЧОХӨЛЧҮЛҮ ТЭРС МӘСӘЛӘ ВӘ ОНЫН ОПТИМАЛ ГОЈУЛУШУНУН РЕГУЛЯРЛАШДЫРЫЛМАСЫ

Мәгаләдә квазихэтти параболик тәнликтәр үчүн чохөлчүлү тэрс мәсәләләрин корректили вә регуллярлашдырылмасы тәдгиг едиллир. Бурада һәмчинин бү мәсәләләрни оптималлашдырылма варианты өйткенилир.

A. D. Iskenderov

#### REGULARIZATION OF ONE MULTIDIMENSIONAL REVERSE PROBLEM AND ITS OPTIMIZATIONAL FORMULATION

In this paper the questions of correctness and regularization of the multidimensional reverse problems and their optimizational formulations for the quasi-linear equations of the parabolic type are investigated.

Г. М. НАБИЕВ

## НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С МАКСИМУМАМИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Султановым)

В работе [4] исследовались некоторые вопросы устойчивости решений системы дифференциальных уравнений с минимумами с переменными коэффициентами.

Здесь устанавливаются некоторые устойчивости решений для систем дифференциальных уравнений с максимумами следующего вида

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t) \max_{\epsilon \in [t-h, t]} x(\tau) + F_1(t, x(t), \max_{\epsilon \in [t-h, t]} x(\tau)), \quad (1)$$

где  $A(t) = F_x(t, x(t), y_1(t))$ ,  $B(t) = F_y(t, x(t), y_1(t))$ ,  
 $y_1(t) = \max_{\epsilon \in [t-h, t]} x(\tau)$ .

А теперь сформулируем следующие теоремы.

**Теорема 5.** Если тривиальное решение соответствующей однородной системы (1) равномерно асимптотически устойчиво, то существуют  $\kappa > 0$  и  $\alpha > 0$  такие, что

$$|y(t; t_0, \varphi)| < \kappa e^{-\alpha(t-t_0)} \|\varphi\| \quad (2)$$

для  $t \geq t_0$ .

**Доказательство.** Пусть оператор  $A_{t,t_0}$  линеен, то следовательно ограничен  $\|A_{t,t_0}\varphi\| \leq \|A_{t,t_0}\| \|\varphi\|$ . Для  $t \geq t_0 + T(\epsilon)$  имеем  $|y(t; t_0, \varphi)| < \epsilon$ ; отсюда вытекает, что для  $t \geq t_0 + T + h$   $|x(s; t_0, \varphi)| < \epsilon$  при  $t - h \leq s \leq t$ , и следовательно  $\|A_{t,t_0}\varphi\| < \epsilon$ . Так как можно предположить, что  $T(\epsilon)$  соответствует начальным, данным для которых  $\|\varphi\| < 1$ , то можно писать  $\|A_{t,t_0}\| < \epsilon$  для  $t \geq t_0 + T + h$ . Имеем  $A_{t,t_0}\varphi = A_{t,t_0+T+h} (A_{t_0+T+h,t})$ . Отсюда следует, что

$$\|A_{t,t_0}\varphi\| \leq A_{t,t_0+T+h} \|A_{t_0+T+h,t}\varphi\| \leq \epsilon \cdot \epsilon \|\varphi\| = \epsilon^2 \|\varphi\| \text{ для } t \geq t_0 + 2(T + h)$$

Продолжая таким же образом для  $t \geq t_0 + m(T + h)$  получим  $\|A_{t,t_0}\varphi\| \leq \epsilon^m \|\varphi\|$ .

Пусть  $t \geq t_0$ . Существует  $m > 1$  такое, что для  $t_0 + (m-1)(T+h) < t < t_0 + m(T+h)$ , тогда имеем  $t - t_0 < m(T+h)$ ,  $m > \frac{1}{T+h} (t - t_0)$ ,  $\epsilon^m < \epsilon^{\frac{1}{T+h} (t-t_0)}$ , так как выбираем  $\epsilon < 1$ .

Заметим, что для всех  $t \geq t_0$  имеем  $\|A_{t,t_0}\| \leq N$  из-за равномерной устойчивости из  $t \geq t_0 + (m-1)(T+h)$  следует, что  $\|A_{t,t_0}\varphi\| \leq N \epsilon^{m-1} \|\varphi\| = \frac{N}{\epsilon} \cdot \epsilon^m \|\varphi\| < \frac{N}{\epsilon} \cdot \epsilon^{\frac{1}{T+h} (t-t_0)} \|\varphi\|$ .

Обозначим  $\frac{N}{\epsilon} = \kappa$ ,  $\alpha = -\frac{1}{T+h} \ln \epsilon$ . Тогда  $\kappa > 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\epsilon^{\frac{1}{T+h}} = e^{-\alpha}$

и следовательно

$$\|A_{t,t_0}\varphi\| \leq \kappa e^{-\alpha(t-t_0)} \|\varphi\|, \|y(t; t_0, \varphi)\| < \kappa e^{-\alpha(t-t_0)} \|\varphi\|,$$

что и требовалось доказать.

**Теорема 6.** Пусть: 1) тривиальное решение соответствующей однородной системы (1) равномерно устойчиво (все решения однородной системы равномерно ограничены);

$$2) |F_1(t, t, y)| \leq \eta(t) (|x| + |y|) \text{ для } |x| + |y| < \epsilon \text{ и } \int_0^\infty \eta(t) dt < +\infty.$$

Тогда решение систем (1) равномерно ограничено (тривиальное решение равномерно устойчиво).

**Доказательство.** На основании предположения теоремы 5 мы имеем  $|y(t; t_0, \varphi)| \leq M \|\varphi\|$ .

Пусть функционал  $A[t, \varphi]$  имеет следующий вид

$$A[t, \varphi] = \sup_{\sigma > 0} \|y(t + \sigma + s; t, \varphi(u - t))\|, u \in E_t = [t - h, t].$$

Тогда имеем, что  $A[t, \varphi] \geq \|\varphi\|$  и  $A[t, \varphi] \leq M \|\varphi\|$ .

А теперь рассмотрим разности

$$\begin{aligned} \|y(t + \sigma + s; t, \varphi_1)\| - \|y(t + \sigma + s; t, \varphi_2)\| &< \|y(t + \sigma + s; t, \varphi_1) - \\ &- y(t + \sigma + s; t, \varphi_2)\| \leq M \|\varphi_1 - \varphi_2\|, \text{ следовательно,} \\ \|y(t + \sigma + s; \varphi_1)\| &\leq \|y(t + \sigma + s; t, \varphi_1)\| + M \|\varphi_1 - \varphi_2\|. \end{aligned}$$

Отсюда непосредственно следует, что

$$|A[t, \varphi_1] - A[t, \varphi_2]| \leq M \|\varphi_1 - \varphi_2\|.$$

Теперь рассмотрим функционал следующего вида

$$\begin{aligned} A[t, y(t + s; t_0, \varphi)] &= \sup_{\sigma > 0} \|y(t + \sigma + s; t, y(t + s; t_0, \varphi))\| = \\ &= \sup_{\sigma > 0} \|y(t + \sigma + s; t_0, \varphi)\| = \sup_{\sigma > 0} \|y(\sigma + s; t_0, \varphi)\|. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{|A[t + h, y(t + h + s; t, \varphi)] - A[t, \varphi]|}{h} \leq 0.$$

Из системы получаем

$$\begin{aligned} x(\xi; t, \varphi) &= \varphi(t) + \int_t^\xi (A(\xi) x(\xi; t, \varphi) + B(\xi) \varphi(\xi) + F_1(\xi, x(\xi; t, \varphi), \\ &\quad \varphi(\xi)) d\xi \text{ при } \xi \in E_t. \end{aligned}$$

Отсюда получаем следующую оценку:

$$|x(\xi; t, \varphi)| \leq \| \varphi \| + \int_t^\xi (|A(\xi)| \lambda(\xi; t, \varphi) + |B(\xi)| \| \varphi \| + \\ + \eta(\xi) [|x(\xi; t, \varphi)| + \| \varphi \|]) d\xi \leq \left( 1 + \int_t^{t+h} (|B(\xi)| + \eta(\xi)) d\xi \right) \| \varphi \| + \\ + \int_t^\xi (|A(\xi)| + \eta(\xi)) |x(\xi; t, \varphi)| d\xi \text{ при } t \leq \xi \leq t+h.$$

Следовательно, по лемме Гронуолла из [3] имеем

$$|x(\xi; t, \varphi)| \leq \left( 1 + \int_t^{t+h} (|B(\xi)| + \eta(\xi)) d\xi e^{\int_t^\xi (|A(\xi)| + \eta(\xi)) d\xi} \right) \| \varphi \|.$$

А теперь рассмотрим разности  $x(\xi; t, \varphi) - y(\xi; t, \varphi)$ :

$$x(\xi; t, \varphi) - y(\xi; t, \varphi) = \int_t^\xi A(\xi) [x(\xi; t, \varphi) - y(\xi; t, \varphi)] d\xi_1 + \\ + \int_t^\xi (F_1(\xi, x(\xi; t, \varphi), \varphi(\xi))) d\xi \text{ при } \xi \in E_t.$$

Отсюда получаем следующую оценку:

$$|x(\xi; t, \varphi) - y(\xi; t, \varphi)| \leq \int_t^\xi |A(\xi)| |x(\xi; t, \varphi) - y(\xi; t, \varphi)| d\xi_1 + \\ + \left\{ \left( 1 + \int_t^{t+h} (|B(\xi)| + \eta(\xi)) d\xi e^{\int_t^\xi (|A(\xi)| + \eta(\xi)) d\xi} \right) + 1 \right\} \int_t^{t+h} \eta(\xi) d\xi \| \varphi \|$$

при  $\xi \in [t, t+h]$ .

Следовательно, по лемме Гронуолла имеем

$$|x(\xi; t, \varphi) - y(\xi; t, \varphi)| \leq \left\{ \left( 1 + \int_t^{t+h} (|B| + \eta) d\xi e^{\int_t^\xi (|A| + \eta) d\xi} \right) + 1 \right\} \int_t^{t+h} \eta(\xi) d\xi e^{\int_t^\xi |A| d\xi} \| \varphi \| \text{ при } \xi \in [t, t+h].$$

Отсюда получается оценка такого же вида для

$$|x(t+h+s; t, \varphi) - y(t+h+s; t, \varphi)|$$

$$||A[t+h, x(t+h+s; t, \varphi)] - A[t+h, y(t+h+s; t, \varphi)]|| \leq \\ \leq M \left\{ 1 + \int_t^{t+h} (|B(\xi)| + \eta(\xi)) d\xi e^{\int_t^\xi (|A(\xi)| + \eta(\xi)) d\xi} + 1 \right\} e^{\int_t^{t+h} |A(\xi)| d\xi} \int_t^{t+h} \eta(\xi) d\xi \| \varphi \|.$$

Отсюда на основании [2], получаем

$$\limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{A[t+h, x(t+h+s; t, \varphi)] - A[t+h, y(t+h+s; t, \varphi)]}{h} \leq \\ \leq 2M\eta(t)\| \varphi \|.$$

Из этого вытекает

$$\limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{A[t+h, x(t+h+s; t, \varphi)] - A[t, \varphi]}{h} \leq \\ \leq \limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{A[t+h, y(t+h+s; t, \varphi)] - A[t, \varphi]}{h} + \\ + \limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{A[t+h, x(t+h+s; t, \varphi)] - A[t+h, y(t+h+s; t, \varphi)]}{h} \leq \\ \leq 2M\eta(t)\| \varphi \| \leq 2M\eta(t)A[t, \varphi].$$

Отсюда получаем

$$\limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{A[t+h, x(t+h+s; t_0, \varphi)] - A[t, x(t+s; t_0, \varphi)]}{h} \leq \\ \leq 2M\eta(t)A[t, x(t+s; t_0, \varphi)].$$

Обозначим  $A[t, x(t+s; t_0, \varphi)] = A^*(t)$ .  
Тогда имеем

$$\frac{1}{A^*(t)} \limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{A^*(t+h) - A^*(t)}{h} \leq 2M\eta(t)$$

или

$$\limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{\ln A^*(t+h) - \ln A^*(t)}{h} \leq 2M\eta(t).$$

Отсюда вытекает, что

$$A^*(t) \leq A^*(t_0) e^{\int_{t_0}^t \eta(\xi) d\xi}$$

или

$$A[t, x(t+s; t_0, \varphi)] \leq A[t_0, \varphi] e^{\int_{t_0}^t \eta(\xi) d\xi}$$

и

$$A[t, x(t+s; t_0, \varphi)] \geq \| x(t+s; t_0, \varphi) \|$$

$$A[t_0, \varphi] \leq M\| \varphi \|.$$

Следовательно

$$|x(t+s; t_0, \varphi)| \leq M e^{\int_{t_0}^t \eta(\xi) d\xi} \| \varphi \|$$

Так как  $\int_t^\infty \eta(\xi) d\xi < +\infty$ , следовательно

$$|x(t; t_0, \varphi)| \leq L\| \varphi \|.$$

Таким образом, теорема доказана.

**Теорема 7.** Если тривиальное решение соответствующей однородной системы равномерно асимптотически устойчиво, то

тривиальное решение системы (1) также равномерно асимптотически устойчиво.

**Доказательство.** Из теоремы 5 имеем, что условие (3) имеет место. Рассмотрим следующий функционал

$$A[t, \varphi] = \int_0^\infty \|y(t + \xi + s; t, \varphi)\| d\xi + \sup_{s > 0} \|y(t + \sigma + s; t_0, \varphi)\|.$$

На основании доказанных теорем мы имеем, что

$$A[t, \varphi] \geq \| \varphi \|, A[t, \varphi] \leq M \| \varphi \|, |A[t, \varphi_2] - A[t, \varphi_1]| \leq L \| \varphi_2 - \varphi_1 \|,$$

$$\limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{A[t+h, y(t+h+s; t, \varphi)] - A[t, \varphi]}{h} \leq -\| \varphi \|.$$

На основании теоремы 6 мы получим, что

$$\limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{A[t+h, x(t+h+s; t_0, \varphi)] - A[t, x(t+s; t_0, \varphi)]}{h} \leq -\| x(t+s; t_0, \varphi) \| [1 - 2\eta(t)L] \leq A[(t)x(t+s; t, \varphi)] \left[ 2L\eta(t) - \frac{1}{M} \right].$$

Если  $A^*(t) = A[t, x(t+s; t_0, \varphi)]$ , получаем

$$\limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{\ln A^*(t+h) - \ln A^*(t)}{h} \leq 2L\eta(t) - \frac{1}{M}.$$

Отсюда,

$$A^*(t) \leq A^*(t_0) e^{-\frac{1}{M}(t-t_0)}$$

следовательно,

$$|x(t; t_0, \varphi)| \leq M e^{-\frac{1}{M}(t-t_0)} \cdot e^{-\| \varphi \|} \text{ при } \xi \in E_t.$$

Таким образом теорема доказана.

#### Литература

- Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966.
- Руш Н., Абетс П., Лаула М. Прямой метод в теории устойчивости. Мир, 1980.
- Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. Мир, 1967.
- Магомедов А. Р. ДАН Азерб. ССР, 1983, № 10.
- Тышкевич В. А. Некоторые вопросы теории устойчивости функционально-дифференциальных уравнений. Киев: Наукова думка, 1981.

Институт математики  
и механики

Поступило 1. III. 1984

Г. М. Набиев

#### МАКСИМУМЛУ ДИФЕРЕНСИАЛ ТӘНЛИКЛӘРИН ҮЭЛЛИНИН ДАЈАНЫГЛЫГ НӘЗӘРИЈӘСИННИН БӘ'ЗИ МӘСӘЛӘЛӘРИ. II

Мәгәләдә максимумлу дифференсиал тәнликләрин үэллинин дајаныглыг нәзәријәсеннин бә'зи мәсәләләрдән бәхс олунур. Бурада

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t) \max_{\tau \in [t-h, t]} x(\tau) + F_1(t, x(t), \max_{\tau \in [t-h, t]} x(\tau))$$

шәклиндә олан максимумлу дифференсиал тәнликләр системиниң тривиал һәдләринин мүнтәзәм асимптотик дајаныглыгы нағында теоремләр исbat едишлиши дип.

G. M. Nabiiev

#### SOME QUESTIONS OF THE THEORY OF STABILITY OF SOLUTIONS OF THE DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH MAXIMA. II

Some questions of the theory of stability of solutions of the differential equations with maxima are considered. The theorems of the uniform asymptotic stability of the trivial solution of the system of differential equations with maxima of the form

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t) \max_{\tau \in [t-h, t]} x(\tau) + F_1(t, x(t), \max_{\tau \in [t-h, t]} x(\tau))$$

are demonstrated.

И. А. АМИРАСЛЯНОВ

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Рассмотрена новая плоская задача теории потенциала с неизвестной границей, представляющая интерес для процесса вымывания грунта под плотиной. Решение ее получено в замкнутом виде.

Пусть в начальном ненарушенном состоянии край непроницаемого основания плотины был расположен вдоль оси  $x$  при  $x < l$ , а пористый грунт занимал полупространство  $y < 0$  (рисунок). Вследствие локального поверхностного разрушения и вымывания частиц грунта под плотиной образуется полость, криволинейную границу которой  $OAB$  требуется определить. Задача предполагается плоской, а фильтрация воды под плотиной при  $x \rightarrow -\infty$ , происходящей в направлении оси  $x$ . В начальном состоянии процесс фильтрации описывается следующим комплексным потенциалом.

$$f(z) = -iK \sqrt{z-l}, \quad \tau_x + i\tau_y = \frac{\kappa K}{2\sqrt{r_0}} \left( -\sin \frac{\theta_0}{2} + i \cos \frac{\theta_0}{2} \right) \quad (1)$$

$$(r_0 = |z-l|, \theta_0 = \arg(z-l), K > 0)$$

Здесь  $K$ —некоторый коэффициент, зависящий от общего перепада давления и формы основания всей плотины, определяемый из решения задачи в целом. В данной локальной задаче он считается заданным.

Согласно (1), скорость фильтрации при  $z=l$  в точке  $C$  (рисунок) бесконечна, поэтому размывание грунта начинается в этой точке при сколь угодно малых  $K$ . С образованием полости комплексный потенциал на бесконечности при  $z \rightarrow \infty$ , очевидно, будет совпадать с (1).

Такая постановка задачи, очевидно, вполне пригодна для полостей, характерный линейный размер которых мал по сравнению с характерным линейным размером плотины [1].

Напомним общие формулы представления давления и скорости фильтрации при помощи комплексной аналитической функции  $f(z)$  в плоских задачах [2].

$$P = \operatorname{Re} f(z), \quad \tau_x + i\tau_y = \kappa \overline{f'(z)} \quad (q = x+iy)$$

Здесь  $x, y$ —декартовы координаты;  $P$ —давление;  $\tau_x, \tau_y$ —составляющие вектора скорости фильтрации;  $\kappa$ —коэффициент фильтрации.

Давление на всей границе полости  $OAB$  предполагается постоянным и равным давлению жидкости  $P_0$  в резервуаре, скорость фильтрации на активном участке  $OA$  полости считаем равной предельно-равновесной величине  $v_*$ , а пассивный участок  $AB$ —параллельным оси  $x$ .

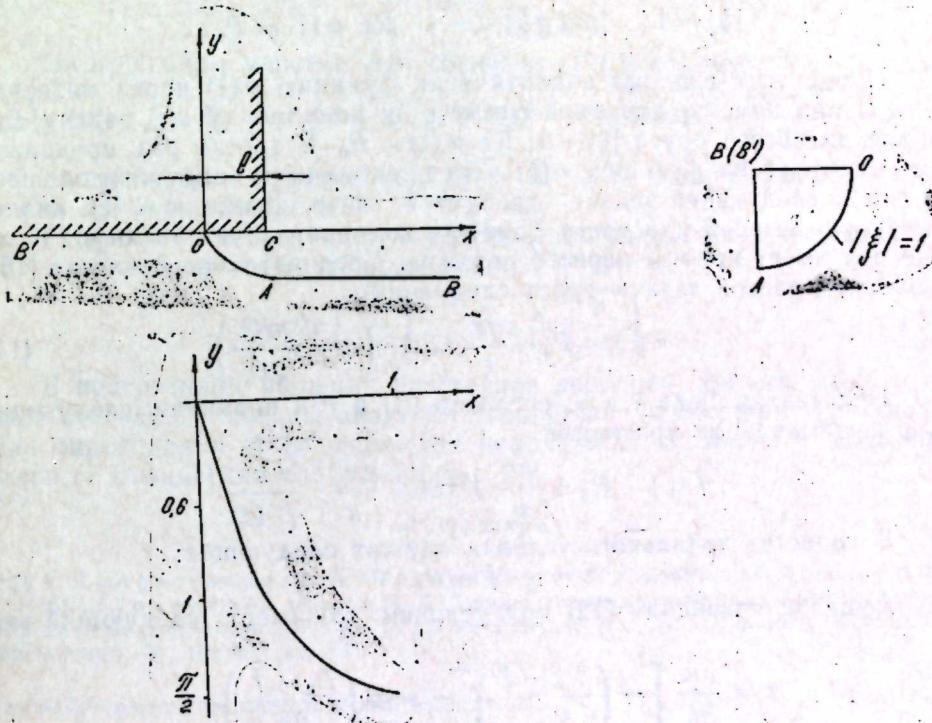
Эти граничные условия при помощи (1) можно записать так:

$$\operatorname{Im} f'(z) = 0 \text{ на } OB' \quad \operatorname{Re} f(z) = P_0 \text{ на } OAB \quad (2)$$

$$\kappa |f'(z)| = v_* \text{ на } OA, \quad \operatorname{Re} f'(z) = 0 \text{ на } AB \quad (3)$$

при

$$z \rightarrow \infty \quad f'(z) = -\frac{1}{2} l K^{-1/2} \quad (4)$$



Введем новую комплексную переменную

$$\xi = \frac{\kappa}{v_*} f'(z) \quad (5)$$

На плоскости  $\xi$  физической плоскости  $z$ , согласно (2)–(4), соответствует четверти единичного круга  $|\xi| < 1, -\frac{\pi}{2} < \arg \xi < 0$  (см. рисунок), на котором соответствующие точки обозначены теми же буквами.

Обозначим

$$\varphi(\xi) = f(z(\xi)) \quad (6)$$

Для функции  $\omega(\xi)$ , согласно (2)–(4), имеем следующую смещенную краевую задачу [3]:

$$\text{при } \operatorname{Im} \xi = 0, 0 < \operatorname{Re} \xi < 1 \quad \operatorname{Im} \omega(\xi) = 0, \quad (7)$$

$$\text{при } \operatorname{Re} \xi = 0, -1 < \operatorname{Im} \xi < 0 \quad \operatorname{Re} \omega(\xi) = P_0, \quad (8)$$

$$\text{при } |\xi| = 1, -\frac{\pi}{2} < \arg \xi < 0 \quad \operatorname{Re} \omega(\xi) = P_0, \quad (9)$$

$$\text{при } \xi \rightarrow 0 \quad \omega(\xi) = -\frac{\kappa K^2}{2v_x \xi} + O(\xi) \quad (10)$$

(Мнимая постоянная для  $f(z)$  несущественна).

Воспользуемся принципом симметрии [3] и продолжим аналитическую функцию  $\omega(\xi)$  через интервал  $(0,1)$ . В результате получим задачу Дирихле для полукруга

$$|\xi| = 1, \quad |\arg g\xi| < \frac{\pi}{2} \quad \operatorname{Re} \omega(\xi) = P_0$$

Продолжим еще раз аналитическую функцию  $\omega(\xi)$  через интервал  $(-i, i)$  при помощи принципа симметрии; получим ту же задачу Дирихле для всего круга  $|\xi| = 1$ ;  $\operatorname{Re} \omega(\xi) = P_0$ . В третий раз продолжим аналитическую функцию  $\omega(\xi)$  через единичную окружность; приходим к следующей задаче: требуется найти функцию  $\omega(\xi)$ , аналитическую во всей плоскости  $\xi$ , за исключением точек  $\xi = 0$  и  $\xi = \infty$ , где она имеет полосы первого порядка. Следовательно, согласно (10), решение краевой задачи будет следующим

$$\omega(\xi) = P_0 - \frac{a}{\xi} + a\xi \quad \left( a = \frac{\kappa K^2}{2v_*} \right) \quad (11)$$

Подставляя сюда  $\xi$  и  $\omega$ , согласно (5) и (6), получаем следующее дифференциальное уравнение

$$f(z) - P_0 + \frac{ak}{v_*} f'(z) - \frac{av_*}{\kappa} \frac{1}{f''(z)} \quad (12)$$

В качестве начального условия служит следующее:

$$\text{при } z = 0 \quad f = P_0 \quad (13)$$

Решение уравнения (12) при условии (3) имеет следующий вид

$$z = \frac{ak}{v_*} \left[ -\left( \frac{P_0 - f}{2a} \right)^2 - \operatorname{arsh} \left( \frac{P_0 - f}{2a} \right) - \right. \\ \left. - \frac{P_0 - f}{2a} \sqrt{1 - \left( \frac{P_0 - f}{2a} \right)^2} \right] \quad (14)$$

Найдем отсюда уравнение неизвестного контура активного участка полости  $OA$  при помощи (6) и (11), используя соотношения

$$\xi = e^{iz}, \quad \xi - \lambda^{-1} = 2i \sin \theta, \quad f - P_0 = 2a i \sin \theta$$

на этом участке, получаем

$$z = \frac{1}{2} \left( \frac{\kappa K}{v_*} \right)^2 (\sin^2 \theta + i \theta + i \sin \theta \cos \theta) \quad \left( -\frac{\pi}{2} < \theta < 0 \right) \quad (15)$$

или в действительных переменных

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \left( \frac{\kappa K}{v_x} \right)^2 \sin^2 \theta \\ y = \frac{1}{2} \left( \frac{\kappa K}{v_*} \right)^2 \left( \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \end{cases} \quad (16)$$

Как видно, функции  $x(\theta)$  и  $y(\theta)$  монотонно возрастают с увеличением  $\theta$ . Как и следовало ожидать, контур полости в точке  $O$  перпендикулярен основанию плотины. Координаты точки, согласно (16), будут следующими

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2} \left( \frac{\kappa K}{v_x} \right)^2 \\ y_A = -\frac{\pi}{4} \left( \frac{\kappa K}{v_*} \right)^2 \end{cases} \quad (17)$$

На пассивном участке  $AB$ , согласно (11) и (6), будет

$$\xi = it, \quad f - P_0 = ai(t + t^{-1}), \quad t + t^{-1} > 2, \quad \operatorname{Im} \operatorname{arsh} \frac{P_0 - f}{2a} = \frac{\pi}{2}$$

исследовательно, согласно (14), участок  $AB$  прямой, параллельно оси  $x$ , что и требовалось.

График активного участка полости, построенный при помощи (16), приведен в безразмерных переменных  $x$  и  $y$ .

$$\bar{x} = 2x \left( \frac{v_x}{\kappa K} \right)^2, \quad \bar{y} = 2y \left( \frac{v_*}{\kappa K} \right)^2 \quad (18)$$

В построенном решении расстояние передней кромки полости от края основания плотины является свободным параметром (рисунок). Для определения этого параметра необходимо привлекать дополнительные физические соображения.

#### Литература

- Амирасланов И. А., Черепанов Г. П., ПМТФ, № 4, 1982, 79–85.
- Полубаринова–Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука 1977.
- Лаврентьев Б. В., Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1953.

Азербайджанский технологический институт

Поступило 31. V 1984

И. А. Эмирасланов

#### ПОТЕНСИАЛ НЭЗЭРИЙЈЭНИН БИР МЭСЭЛЭСИ ҮАГГЫНДА

Мэгэлэдээ потенциал нээриййин гејри-муэлжэн сэрхэдли мүстэви мэсэлэснээн бэхс олуулур. Бэнд алтында торпағын јүүлмасы просеси үүчин бу мэсэлэ хүсүүн марг догуурур. Мэсэлэнийн һөлли аналитик шэкилдэ алымышдыр.

I. A. Amiraslanov

#### ON THE PROBLEM OF THE THEORY OF POTENTIAL

The new flat problem of the theory of potential with unknown limits having an interest for the process of ground washing under a dam is considered. The solving of the problem is got in analytical form.

Чл.-корр. М. Г. ШАХТАХТИНСКИЙ, И. Б. МУСТАФАЕВ

**ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ И ПЛАЗМЕННЫЕ ЧАСТОТЫ СПЛАВОВ  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$**

В работе [1] исследованы гальваномагнитные, осцилляционные и плазменные эффекты в легированных образцах полупроводниковых сплавов  $\text{Bi}_{0.92}\text{Sb}_{0.076}$ . Показано, что спектр  $L$ -электронов в этих сплавах хорошо описывается законом дисперсии Абрикосова [2]. Приведены оптические характеристики (высокочастотные диэлектрические проницаемости  $\epsilon_\infty$  и плазменные частоты  $\omega_p$ ) исследованных образцов.

Целью настоящей работы является проведение теоретического расчета диэлектрической проницаемости в рамках модели Абрикосова и сравнение рассчитанных значений  $\epsilon_\infty$  и  $\omega_p$  с их экспериментальными величинами.

Спектр Абрикосова может быть записан в виде:

$$\left(E - \frac{p_2^2}{2m_2}\right) \left(1 + \frac{E}{E_{gL}} + \mu \frac{p_2^2}{2m_2 E_{gL}}\right) = V_1^2 p_1^2 + V_3^2 p_3^2 \quad (1)$$

Здесь  $E_{gL}$  — энергетический вакуум в  $L$ -точке зоны Бриллюэна, ось 1 направлена вдоль бинарной оси, ось 2 — вдоль вытянутости поверхности постоянной энергии и наклонена под углом  $\varphi \approx 6^\circ$  к биссектрисной оси, ось 3 — под углом  $\varphi \approx 6^\circ$  к тригональной оси,  $\mu$  — параметр, характеризующий незеркальность зон  $L_a$  и  $L_s$  в направлении оси 2.  $V_j^2 = \frac{E_{gL}}{2m_j}$  — положительные константы спектра.

Согласно формуле (2,10) работы [3], диэлектрическая проницаемость определяется следующим образом:

$$\epsilon(\omega, \vec{q}) - 1 = 4\pi \left(\frac{e\hbar}{m_0}\right)^2 \sum_k \frac{2|<c|p_j|V>|^2}{(E_c - E_v)[(E_c - E_v)^2 - (\hbar\omega)^2]} - 4\pi \left(\frac{e}{q\omega}\right)^2 \sum_k \left(-\frac{\partial f}{\partial E}\right) (\vec{V} \cdot \vec{q})^2$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка, деленная на  $2\pi$ .

В рамках модели Абрикосова значение матричного элемента необходимо положить равным  $|<c|p_j|V>|^2 = \frac{m_2^2}{m_j} E_{gL}$  для  $j=1, 3$ . Для  $j=2$  матричный элемент дипольного момента равен нулю, однако в следующем приближении он может быть записан в виде:

$$|<c|p_2|V>|^2 = \frac{m_0^2}{m_2} \sum_{j=1}^3 \frac{p_j^2}{2m_j}$$

Полученное в результате проведенных расчетов выражение для межзонного вклада в диэлектрическую проницаемость от дипольных переходов в  $L$ -точке (для одной долины) равно:

$$\epsilon_{L,j}^M = \frac{2e^2}{\pi\hbar} \frac{1}{m_j} \sqrt{\frac{2m_1 m_2 m_3}{(\mu+1) E_{gL}}} \Phi_j \left(\frac{E_p}{E_{gL}}\right) \quad (2)$$

Коэффициенты  $\Phi_j$  имеют громоздкий вид и здесь не приводятся. Отметим, что  $\Phi_1 \sim 1$  для  $j=1,3$  и  $\Phi_2 \sim \frac{m_2^2}{m_1}$ .

Межзональный вклад от  $T$ -точки, вычисленный в рамках эллипсоидальной параболической модели, равен:

$$\epsilon_{T,j}^M = \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{e^2}{\hbar} \frac{1}{m_j} \sqrt{\frac{2m_1 m_2 m_3}{E_{gT}}} \quad (3)$$

где  $m_j$  — масса  $T$ -дырок.

Для внутрizonного вклада от  $L$  и  $T$ -точек зоны Бриллюэна получаем, соответственно:

$$\epsilon_{L,j}^B = -\frac{4e^2}{\pi\hbar} \frac{1}{m_j} \sqrt{\frac{2m_1 m_2 m_3}{E_{gL}}} \left(\frac{E_{gL}}{\hbar\omega}\right)^2 I_j \quad (4)$$

$$\epsilon_{T,j}^B = -\frac{4e^2\pi}{m_j\omega^2} N',$$

где для  $j=1,3$ :

$$I_j = \frac{1}{(\mu-1)^2} \left( \sqrt{\beta} F_{\frac{j-1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{\mu-1}} J_{\frac{j-1}{2}} \right) + \frac{\beta}{\mu-1} \left( \frac{2}{3} \mu + \frac{\mu+1}{\mu-1} \right) \sqrt{\beta} F_{\frac{3}{2}}$$

(выражение для  $I_2$ , имеющее сложную форму, мы не приводим; оценки показывают, что  $I_2 \sim 1$ ).

Здесь  $N'$  — концентрация  $T$ -дырок,  $F_r = \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f}{\partial x}\right) x^r dx$  — интегралы Ферми,  $x = \frac{E}{\kappa_0 T}$ ,  $\beta = \frac{\kappa_0 T}{E_{gL}}$ ,

$$J_a^m = \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f}{\partial x}\right) \frac{(1+\mu+1)\beta x]^m}{(1+2\beta x)^n} \arctg \sqrt{\frac{(\mu-1)\beta x}{1+2\beta x}} dx$$

Диэлектрическая проницаемость кристалла в перпендикулярном и параллельном к тригональной оси направлениях определяется соотношениями:

$$\epsilon_1 = \frac{3}{2} (\epsilon_{L,1} + \epsilon_{L,2}) + \epsilon_{T,1} \quad (5)$$

$$\epsilon_{11} = 3\epsilon_{L,3} + \epsilon_{T,3},$$

При этом мы пренебрегаем малым углом наклона  $\varphi$  изознергетических поверхностей к базисной плоскости.

Для сравнения с экспериментальными данными работы [1], воспользуемся приведенными в ней для  $\text{Bi}_{0.94}\text{Sb}_{0.06}$  при гелиевых температурах значениями концентрации электронов  $N$ , энергетического зазора  $E_{gL} = 10$  мэВ и констант спектра  $L$ -электронов  $V_1^2 = 0,83 \cdot 10^{16} \text{ см}^2 \text{ c}^{-2}$ ,  $V_1 V_3 = 0,51 \cdot 10^{16} \text{ см}^2 \text{ c}^{-2}$ ,  $m_2 = 1,2 m_0$  и  $\mu = 2$ . Значение  $E_F$  будем определять из полученного для спектра Абрикосова выражения концентрации:

$$N = \frac{2\kappa_0 T}{\pi^2 h^3} \sqrt{\frac{2m_1 m_2 m_3 \kappa_0 T}{\mu + 5}} \left( F_{\frac{3}{2}} + \frac{\mu + 5}{5} F_{\frac{5}{2}} \right) \quad (6)$$

Эффективные массы  $T$ -дырок и значение  $E_{gt}$  будем брать согласно [1], такие же, как и у чистого висмута:  $m_1 = m_2 = 0,063 m_0$ ,  $m_3 = 0,667 m_0$ ,  $E_{gt} = 0,2$  эВ.

Таблица 1

Значения концентрации электронов, диэлектрической проницаемости и плазменной частоты образцов  $\text{Bi}_{0.924}\text{Sb}_{0.076}$  при гелиевых температурах

$N (10^{17} \text{ см}^{-3})$	$\epsilon_\infty^\perp$		$\omega_p^\perp (10^{13} \text{ с}^{-1})$	
	эксп.	выч.	эксп.	выч.
0,38	120	118	1,4	1,37
4,5	120	118	3,08	3,02
13,0	120	118	4,18	4,20

Сравнение найденных нами результатов с результатами эксперимента [1] приводится в табл. 1. Вычисление  $\omega_p^\perp$  проводилось по приближенной формуле:

$$(\omega_p^\perp)^2 = \frac{4\sqrt{\mu + 1}}{\pi h^2} E_{gL}^2 I \quad (7)$$

Погрешность, вносимая при этом в расчеты, составляет несколько процентов.

В работе [1] указано, что параметры  $V_1$  и  $V_3$  не меняются заметным образом у сплавов  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$  при увеличении концентрации сурьмы вплоть до 15%. Поэтому, используя значения  $V_1$  и  $V_3$  для  $\text{Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.076}$ , вычислим  $\epsilon_\infty^\perp$  и  $\omega_p^\perp$  для чистого висмута и образцов с другим содержанием сурьмы. При этом будет полагать, что значения параметра  $\mu$  и  $m_2$  также не меняются с составом.

Для чистого висмута с  $E_{gL} = 13,6$  мэВ и  $N = 3,45 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  получаем:  $\epsilon_\infty^\perp = 102$ ,  $\epsilon_\infty^\parallel = 75$ ,  $\omega_p^\perp = 3,15 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ , что находится в согласии с экспериментальными данными  $\epsilon_\infty^\perp = 100 \pm 10$ ,  $\epsilon_\infty^\parallel = 76$ ,  $\omega_p^\perp = 2,98 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  [4]. Вычисленное значение  $\omega_p^\parallel = 2,98 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  хуже согласуется с экспериментальным  $\omega_p^\parallel = 3,52 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  [4].

В работе [5] приведены значения  $\omega_p^\perp$  для легированных образцов  $\text{Bi}$ ,  $\text{Bi}_{0.92}\text{Sb}_{0.08}$ ,  $\text{Bi}_{0.88}\text{Sb}_{0.12}$  при  $T = 90$  К. Сравнение экспериментальных результатов работы [5] с нашими теоретическими приводится в

табл. 2. Учет температурной зависимости проводился согласно [6], по формуле:

$$E_{gL} = 13,6 + 2,1 \cdot 10^{-3} T + 2,5 \cdot 10^{-4} T^2 \text{ (мэВ)}$$

Зависимость  $E_{gL}$  от состава учитывалась согласно результатам работы [7].

Таблица 2

Значения концентрации электронов и плазменной частоты,  $T = 90$  К

Материал	$N (10^{18} \text{ см}^{-3})$	$\omega_p^\perp (10^{13} \text{ с}^{-1})$ эксп. выч.	Материал	$N (10^{18} \text{ см}^{-3})$	$\omega_p^\perp (10^{13} \text{ с}^{-1})$ эксп. выч.
$\text{Bi}_{0.92}\text{Sb}_{0.08}$	6,65	7,96	Bi	1,98	5,00 5,28
	24,00	13,57		2,40	5,47 5,61
	1,25	4,52		2,90	5,84 5,96
	2,40	5,28		3,34	6,22 6,23
	6,25	7,92		4,58	6,97 6,86
	15,60	10,93		4,90	7,16 7,02
	24,20	13,63		5,87	7,63 7,37
	28,30	14,33		6,55	7,92 7,64
				7,24	8,20 7,91
				9,60	9,05 8,61
				10,20	9,33 8,76

В заключение отметим, что диэлектрическая проницаемость Bi в рамках эллипсоидальной непарabolической модели Лэкса была вычислена в работе [8]. Значения  $\epsilon_\infty^\perp$ , полученные в этой работе, как отмечено самими авторами, намного ниже экспериментальных.

Зависимость диэлектрической проницаемости  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$  от состава в рамках неэллипсоидальной непарabolической модели Коэна исследовалась в работе [9]. Авторами работы было сделано предположение о том, что большая компонента эффективной массы электронов  $m_2$  меняется пропорционально  $E_{gL}$ , что противоречит модели Коэна. Как это было показано Абрикосовым [2], в рамках модели Коэна  $m_2$  определяется не  $E_{gL}$ , а энергетическим расстоянием между более удаленными зонами.

Известно, что в сплавах  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$  при  $x = 0,05 - 0,06$  когда  $E_{gL} = 0$ , наблюдаются аномально большие значения  $\epsilon_\infty^\perp$ . Объяснение этому явлению вытекает непосредственно из нашей формулы (2). Авторам же работы [9] пришлось для этого предположить, что аномалия диэлектрической проницаемости определяется в основном непрямыми переходами, что вызывает сомнение.

#### Литература

- Беловолов М. И., Брандт Н. Б., Вавилов В. С., Пономарев Я. Г. ЖЭТФ, 73, 721, 1977.
- Абрикосов А. А., Фальковский Л. А. ЖЭТФ, 43, 1087, 1962; Абрикосов А. А. — J. Low Temp. Phys., 1972, 8, 315.
- Кардана М. Модуляционная спектроскопия. М., Мир, 1972.
- Эдельман В. С. УФН, 123, 257, 1977.
- Грабов В. М., Комаров А. Г., Чувохин А. П. ЛГПУ им. А. И. Герцена, Л., 1981. Деп. ВИНИТИ, № 4545-81. РЖ Физика 1Е1209 ДЕП, 1982.
- Весчини М. Р., Dresselhaus M. S. — Phys. Rev., 1974, B, 10, 77.
- Алексеева В. Г. Заец Н. Ф., Кудряшов А. А., Ормонт А. Б. ФТП, 10, 2243, 1976.
- Alst

tom P., Nielsen H.-J. Phys. C: Solid State Phys., 1981, 14, 1153. 9. Schucht R., Rudolph R., Keiper R., Krüger H.-Phys. Stat. Sol. (b), 1980, 97, 257.

Институт физики

Поступило 25. II. 198

М. Н. Шаихтахтински, Н. Б. Мустафаев

## Bi<sub>1-x</sub>Sb<sub>x</sub> ХЭЛИТЭЛЭРИН ПЛАЗМА ТЕЗЛИКЛЭРИ ВЭ ДИЕЛЕКТРИК САБИТЫ

Абрикосовун дисперсија гануну эсасында Bi<sub>1-x</sub>Sb<sub>x</sub> хэлитэлэрийн диелектрик сабиты  $\epsilon_{\infty}$  вэ плазма тезлиji  $\omega_p$  несабланмышидь. Несабланалар Еренрайх-Коениг дүстүрүү иш хаотик фазалар Ёахынлашмасында анарылмышидь. Диелектрик сабиты  $\epsilon_{\infty}$  вэ  $\omega_p$  үчүн алышан гијмэглэр эдэбијатда олан тэчрүбү иштичэлэрлэ ујгуилашыр.

M. N. Shahtakhinsky, N. B. Mustafaev

## DIELECTRIC FUNCTION AND PLASMA FREQUENCY OF Bi<sub>1-x</sub>Sb<sub>x</sub> ALLOYS

The dielectric function  $\epsilon_{\infty}$  and plasma frequency  $\omega_p$  of Bi<sub>1-x</sub>Sb<sub>x</sub> alloys on the basis of Abrikosov dispersion relation for L-electrons are calculated. The general formula for the dielectric function given by Cohen and Ehrenreich is used. Calculated values of  $\epsilon_{\infty}$  and  $\omega_p$  are in good agreement with the experimental data.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МЭРҮЗӨЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XL ЧИЛД

№ 9

1984

УДК 35.37

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Академик Э. Ю. САЛАЕВ, Т. Д. АЛИЕВА Р. А. ДЖАФАРОВА

## ЭКСИТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ЙОДИДОВ ПРОПИЛЗАМЕЩЕННЫХ АММОНИЯ

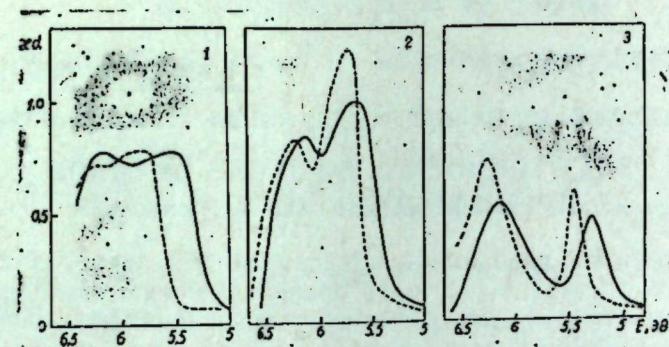
В настоящем сообщении приводятся результаты исследования экситонного поглощения йодидов пропилзамещенных аммония (ЙПА), являющихся аналогами хорошо изученных простых неограниченных ионных кристаллов—йодидов щелочных металлов и аммония [1,2]. Проведенные ранее исследования экситонных спектров поглощения галогенидов алкиламмония (ГАА) относятся главным образом к низкомолекулярным соединениям [3,4]. Для обобщения результатов полученных соединений, необходимо выяснить характерные особенности электронных спектров поглощения их более высокомолекулярных представителей.

Спектры поглощения измерялись с помощью спектрофотометров СФ-8 и „Specord uv vis“ в оптическом вакуумном криостате при температурах от 293 до 80 К в спектральном диапазоне 6,7—1,55 эв. Для области 6,7—6,2 эв применялась продувка оптического блока спектрофотометра „Specord uv Vis“ сухим азотом.

Образцы йодидов пропил- и тетрапропиламмония марки „ч“, а также синтезированный нами йодид дипропиламмония были многократно (3—4 раза) перекристаллизованы из соответствующих растворов. В зависимости от физико-химических свойств ЙПА—плавления, растворимости, сублимации и гигроскопичности—получение тонких пленок, пригодных для измерения спектров поглощения, велось тремя способами: постепенным испарением растворителя из раствора, нанесенного на поверхность кварцевой пластинки (C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>NH<sub>3</sub>J), расплавлением с последующей медленной кристаллизацией между двумя кварцевыми пластинками ((C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>)<sub>2</sub>NH<sub>2</sub>J) и напылением слоя в вакууме (при 10<sup>-5</sup> торр) на кварцевую пластинку ((C<sub>3</sub>H<sub>7</sub>)<sub>4</sub>NJ).

ЙПА прозрачны в широком спектральном диапазоне, включающем близкую инфракрасную, всю видимую и значительную часть ультрафиолетовой области спектра, где в том же интервале энергий, что и для йодидов щелочных металлов и аммония (5—6,5 эв), наблюдаются интенсивные полосы поглощения (см. рисунок). При понижении температуры образцов до 80 К полосы поглощения значительно смещаются (на 0,1—0,3 эв) в коротковолновую область и становятся более отчетливыми. Такое значительное смещение полос и большой коэффициент поглощения в области их максимумов (более 10<sup>4</sup> см<sup>-1</sup>) характерны для экситонов. Эти факты, а также близость положения полос ЙПА к соответствующим полосам йодидов щелочных металлов и аммония дают основание приписать их к экситонам галогидного происхождения.

Известно, что в щелочногалоидных и аммонийногалоидных кристаллах (ЩГК и АГК) длинноволновые полосы фундаментального поглощения обнаруживают дублетное расщепление, соответствующее расщеплению  $3P_{3/2}$ ,  $4P_{3/2}$  и  $5P_{3/2}$  уровней, обусловленному спин-



орбитальным взаимодействием. Подобная дублетная структура отчетливо проявляется во всех приведенных спектрах ЙПА. Как и в случае ЩГК и АГК, эти две полосы можно приписать дублетному поглощению экситона, связанному с переходом из валентной зоны, состоящей из  $P$ -уровней ионов  $J^-$ , в зону проводимости.

Характерной особенностью приведенных спектров (за исключением  $(C_3H_7)_2NH_2J$ ) является то, что полосы поглощения расположены в несколько более длинноволновой области, чем в йодидах щелочных металлов и в более коротковолновой области, чем в  $NH_4J$ . Длинноволновые компоненты экситонного дублета имеют ассимметрию или большую полуширину по сравнению с последними. С другой стороны, коэффициент поглощения в максимумах их полос несколько меньше, чем в их неорганических аналогах. Относительно меньшая оптическая плотность в максимумах полос поглощения ЙПА по сравнению с ЩГК и АГК находит естественное объяснение, если учесть меньшую плотность и большую пространственную разделенность ионов галоида ГАА.

Положение полос поглощения ЙПА определяется главным образом двумя факторами: координационным числом ионов галоида и поляризумостью комплексных катионов. Увеличение их обычно приводит к длинноволновому смещению полос. Имеющиеся данные по кристаллической структуре ГАА показывают, что их симметрия, как правило, ниже кубической и в большинстве случаев является тетрагональной. Из этого следует, что по сравнению с их высокосимметричными аналогами (ЩГК и АГК) полосы экситонного поглощения ЙПА должны быть более коротковолновыми. Однако значительно большая поляризумость их катионов по сравнению с ионами щелочных металлов и аммония должна привести к длинноволновому смещению полос. Совокупность указанных факторов приводит к реально наблюдаемым спектрам экситонного поглощения.

Большая полуширинна длинноволновой экситонной полосы поглощения ЙПА по сравнению с ЩГК и АГК также обусловлена низкой симметрией их кристаллических решеток и большей долей ковалентной связи между катионом и анионом. Таким образом, характерные

особенности спектров поглощения ЙПА согласуются с особенностями их кристаллической структуры и физико-химических характеристик.

### Литература

1. Eby J., Teegarden K., Dutton D.—Phys. Rev., 1959, 116, 1089. Yamashita H.—J. Phys. Soc. Japan, 1970, 29, 1391. 3. Мамедов А. П., Панова Л. Я., Шабалинская Л. А. Оптика и спектроскопия, 43, 569, 1977. 4. Мамедов А. П., Панова Л. Я., Шабалинская Л. А., Тагиров И. М. Оптика и спектроскопия, 44, 820, 1978.

Поступило 29. IX. 1983

Е. Ю. Салаев, Т. Ч. Элиева, Р. А. Чәфәрова

### АММОНИУМ-ЙОДИДИН ПРОПИЛ ТӨРӘМӘЛӘРИНИН ЕКСИТОН УДМАСЫ

Мәгәләдә аммониум-йодидин пропил төрәмәләринин енержинин 1,55–6,7 вә интервалында электронуда спектрләринин тәдгигиндән алышан иәтичәләр изаһ олуунр.

Аммониум-йодидин пропил төрәмәләринин узундалгалы удма золагының икили гурулушу, онларың вәзијәттин температурдан асылылыгы, золагын максимумунда удма эмсалының бәյүк гијмети ( $10^4 \text{ cm}^{-1}$ -дән бәйүк), аммониум-йодидин пропил төрәмәләринин, гәләви металларын вә аммониумун налоҗенни төрәмәләринин кристалларының спектрал областларының үст-үстә дүшмәси о иәтичәе кәтирир ки, гәјде алышмыш золаглар экситон тәбиэтлидир вә  $J^-$  ионунуң һәјәчанлашмасы илә элагә дардый.

Е. Yu. Salaev, T. D. Alieva, R. A. Dzhafarova

### EXCITON ABSORPTION OF PROPYL SUBSTITUTED AMMONIUM IODIDES

The results of study of electronic absorption spectra of propyl substituted ammonium iodides in the energy interval 1.55–6.7 ev are presented in the paper.

On the basis of doublet structure of long-wave propyl substituted ammonium iodides absorption bands, the temperature dependence of their position, large absorption coefficient in the bands maximum (more than  $10^4 \text{ cm}^{-1}$ ), coincidence of spectral range of propyl substituted ammonium iodides, alkali halide crystals and ammonium halide crystals absorption, the detected bands are concluded to be exciton and due to  $J^-$  ions excitation.

УДК 539.221

## ФИЗИКА МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ

Чл.-корр. Ю. М. СЕИДОВ, М. Б. ГУСЕЙНОВ, Н. Г. ГУСЕЙНОВ

ОДНОМАГНОННОЕ И ДВУХМАГНОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЯ  
В ИЗИНГОВОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ С БИКВАДРАТНЫМ  
ОБМЕНОМ

Обычно считалось, что двухмагнонное поглощение возможно только в антиферромагнетиках, а в ферромагнетиках такой процесс запрещен из-за параллельности спинов [1]. Однако как было отмечено в работе [2], двухмагнонное поглощение возможно и в ферромагнетиках, если внешнее статическое магнитное поле будет поперечным. В [2] также были рассмотрены одномагнонное и двухмагнонное поглощения в форромагнетике без учета биквадратного обмена в поперечном магнитном поле при  $S=1$  и  $T=0$ . Однако при  $S>1$  наряду с билинейным обменом необходимо учесть и биквадратный обмен [3].

В настоящей работе рассматриваются одномагнонное и двухмагнонное поглощения в изинговом ферромагнетике со спином  $S=1$  и биквадратным обменом в поперечном магнитном поле с учетом мультиплетности атомных состояний (т. е. всех  $2S+1$  спиновых состояний атома) при  $T\neq 0$ .

Для расчета использован метод стандартных базисных операторов (СБО) в технике функций Грина [4].

## 1. Одномагнонное поглощение

Для определения спектра одномагнонных переходов гамильтониан выбирается в виде

$$H_1 = -J \sum_i S_i^z S_j^z - B \sum_i (S_i^z)^2 - V \sum_i (S_i^z)^2 - g \mu_B H \sum_i S_i^x, \quad (1)$$

где  $J > 0$  и  $B > 0$ —параметры билинейного и биквадратного обмена соответственно,  $V > 0$ —параметр одиночной анизотропии,  $H = H_x$ —магнитное поле в направлении оси  $X$ ,  $g$ —фактор Ланде,  $\mu_B$ —магнетон Бора,  $S_i$ —оператор спина в узле  $i$ .

Используя уравнение движения для СБО [4] и гамильтониан (1) (после перехода к системе координат, где ось  $Z$  совпадает с направлением намагниченности) получим следующие выражения для частот одномагнонных переходов  $\left(\frac{h}{2\pi} = 1\right)$

$$\omega_{1,2}(\kappa) = \alpha \pm (\alpha^2 - \beta^2)^{1/2}, \quad (2)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2} [R_1^2(\kappa) + R_2^2(\kappa) - \lambda_2^2 - \mu_2^2 + 2(\mu_1\lambda_1 - \mu_3\lambda_3)],$$

$$\beta = [R_1^2(\kappa) R_2^2(\kappa) + 2(\mu_1\lambda_3 + \mu_3\lambda_1)(\lambda_2 R_1(\kappa) + \mu_1 R_2(\kappa) + \mu_2 R_1(\kappa)) -$$

$$- 2(\mu_1\lambda_1 + \mu_3\lambda_3) R_1(\kappa) R_2(\kappa) - \mu_2^2 R_2^2(\kappa) - \lambda_2^2 R_1^2(\kappa) + \mu_2^2 \lambda_2^2 + (\mu_1^2 - \mu_3^2)(\lambda_1^2 - \lambda_3^2) - 2\mu_2\lambda_2(\mu_1\lambda_1 + \mu_3\lambda_3)]^{1/2}.$$

$$R_1(\kappa) = 2I_1(\kappa)D_{12} - 2I_2(0)D_{13} + 2B_1(0)(1+D_2) - 4B_2(0)D_2 - 2B_3(0)(1-D_2) + 2B_4(\kappa)D_{12} - V_2 - h_1,$$

$$R_2(\kappa) = 2I_1(\kappa)D_{23} - 2I_2(0)D_{13} - 2B_1(0)(1+D_2) + 4B_2(0)D_2 + 2B_3(0)(1-D_2) + 2B_4(\kappa)D_{23} + V_2 - h_1,$$

$$\mu_1 = 2[I_1(\kappa) - B_4(\kappa)]D_{12}$$

$$\mu_2 = 2[I_1(\kappa) + B_4(\kappa)]D_{12},$$

$$\mu_3 = 2[(I_1(\kappa) - B_4(\kappa))D_{12} - 2B_1(\kappa)(1+D_2) - 2B_2(\kappa)(1-D_2)],$$

$$\lambda_1 = 2[I_1(\kappa) - B_4(\kappa)]D_{23}$$

$$\lambda_2 = 2[I_1(\kappa) + B_4(\kappa)]D_{23},$$

$$\lambda_3 = 2[(I_1(\kappa) - B_4(\kappa))D_{23} + 2B_1(\kappa)(1+D_2) + 2B_2(\kappa)(1-D_2)],$$

$$I_1 = \frac{1}{2} I \cos^2 \theta, \quad B_4 = \frac{1}{2} B \sin \theta \cos \theta,$$

$$I_2 = I \sin^2 \theta \quad V_1 = 2V \cos^2 \theta,$$

$$B_1 = \frac{1}{4} B \cos^4 \theta \quad V_2 = V \sin^2 \theta,$$

$$B_2 = \frac{1}{2} R \sin^2 \theta \cos^3 \theta, \quad h_1 = h \cos \theta,$$

$$B_3 = B \sin^4 \theta, \quad h = g \mu_B H, \quad \cos \theta = \frac{h}{2Ja + 2Ba^3 + 2Va}.$$

$I(0) = I(\kappa = 0)$ ,  $B(0) = B(\kappa = 0)$ ,  $\kappa$ —волновой вектор,  $D_{11'} = D_{11} - D_{11'}$ —величина вероятности занятости уровня  $\tau$ ,  $\theta$ —угол между намагниченностью и полем  $H$ .

Заметим, что частоты (2) соответствуют переходам с изменением  $S_z$  на единицу. В работе [2] была получена только одна частота с  $|\Delta S_z| = 1$ , т. к. был рассмотрен случай  $T=0$  и естественно, что переход между возбужденными уровнями отсутствует.

Для частоты перехода с  $|\Delta S_z| = 2$  получено следующее выражение

$$\omega_3^2(\kappa) = [4I_2(0)D_{13} - 2h_1]^2 - 4[4J_2(0)D_{13} - 2h_1]B_1(\kappa)D_{13}. \quad (3)$$

Используя явный вид функций Грина и спектральную теорему [5], для параметров дипольного ( $\sigma$ ) и квадрупольного ( $Z$ ) упорядочения получим следующие выражения:

$$\sigma = \langle S_z \rangle = D_1 - D_3 = \frac{1 + \psi_1 + \psi_3}{(1 + 2\psi_1)(1 + \psi_2) + \psi_1\psi_3}, \quad (4)$$

$$Z = 3\langle S_z^2 \rangle - S(S+1) = 1 - 3D_2 = \frac{(1 - \psi_1)(1 + \psi_2) + \psi_1\psi_3}{(1 + 2\psi_1)(1 + \psi_2) + \psi_1\psi_3}, \quad (5)$$

где

$$\psi_1 = \sum_k [A_1 f(\omega_1) + B_1 f(-\omega_1) + C_1 f(\omega_2) + N_1 f(-\omega_2)],$$

$$\psi_2 = \sum_k [A_2 f(\omega_1) + B_2 f(-\omega_1) + C_2 f(\omega_2) + N_2 f(-\omega_2)],$$

$$f(x) = \left[ \exp\left(\frac{x}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1} \text{—функция распределения Бозе—Эйнштейна}$$

нá;  $k_B$ —постоянная Больцмана,  $T$ —абсолютная температура.

$$A_1 = \frac{1}{2\omega_1(\omega_1^2 - \omega_2^2)} [\omega_1^3 - \omega_1^2 R_1(\kappa) - \omega_1(R_2^2(\kappa) - \lambda_2^2 - \mu_3\lambda_3 + \mu_1\lambda_1) + R_1(\kappa)R_2^2(\kappa) + \mu_1\lambda_2\lambda_3 + \mu_3\lambda_1\lambda_2 - \lambda_2^2 R_1(\kappa) - \mu_3\lambda_3 R_2(\kappa) - \mu_1\lambda_1 R_2(\kappa)],$$

$$\ddot{B}_1 = \frac{1}{2\omega_1(\omega_1^2 - \omega_2^2)} [\omega_1^3 + \omega_1^2 R_1(\kappa) - \omega_1(R_2^2(\kappa) - \lambda_2^2 - \mu_3\lambda_3 + \mu_1\lambda_1) - R_1(\kappa)R_2^2(\kappa) - \mu_1\lambda_2\lambda_3 - \mu_3\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2 R_1(\kappa) + \mu_3\lambda_3 R_2(\kappa) + \mu_1\lambda_1 R_2(\kappa)],$$

$$C_1 = -\frac{1}{2\omega_2(\omega_1^2 - \omega_2^2)} [\omega_2^3 - \omega_2^2 R_1(\kappa) - \omega_2(R_2^2(\kappa) - \lambda_2^2 - \mu_3\lambda_3 + \mu_1\lambda_1) + R_1(\kappa)R_2^2(\kappa) + \mu_1\lambda_2\lambda_3 + \mu_3\lambda_1\lambda_2 - \lambda_2^2 R_1(\kappa) - \mu_3\lambda_3 R_2(\kappa) - \mu_1\lambda_1 R_2(\kappa)],$$

$$N_1 = -\frac{1}{2\omega_2(\omega_1^2 - \omega_2^2)} [\omega_2^3 + \omega_2^2 R_1(\kappa) - \omega_2(R_2^2(\kappa) - \lambda_2^2 - \mu_3\lambda_3 + \mu_1\lambda_1) - R_1(\kappa)R_2^2(\kappa) - \mu_1\lambda_2\lambda_3 - \mu_3\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2 R_1(\kappa) + \mu_3\lambda_3 R_2(\kappa) + \mu_1\lambda_1 R_2(\kappa)],$$

$$A_2 = \frac{1}{2\omega_2(\omega_1^2 - \omega_2^2)} [\omega_1^3 - \omega_1^2 R_2(\kappa) - \omega_1(R_1^2(\kappa) - \mu_2^2 - \mu_3\lambda_3 + \mu_1\lambda_1) + R_1^2(\kappa)R_2(\kappa) + \mu_1\mu_2\lambda_3 + \mu_2\mu_1\lambda_1 - \mu_2^2 R_2(\kappa) - \mu_3\lambda_3 R_1(\kappa) - \mu_1\lambda_1 R_1(\kappa)],$$

$$B_2 = \frac{1}{2\omega_1(\omega_1^2 - \omega_2^2)} [\omega_1^3 + \omega_1^2 R_2(\kappa) - \omega_1(R_1^2(\kappa) - \mu_2^2 - \mu_3\lambda_3 + \mu_1\lambda_1) - R_1^2(\kappa)R_2(\kappa) - \mu_1\mu_2\lambda_3 - \mu_2\mu_1\lambda_1 + \mu_2^2 R_2(\kappa) + \mu_3\lambda_3 R_1(\kappa) + \mu_1\lambda_1 R_1(\kappa)],$$

$$C_2 = -\frac{1}{2\omega_2(\omega_1^2 - \omega_2^2)} [\omega_2^3 - \omega_2^2 R_2(\kappa) - \omega_2(R_1^2(\kappa) - \mu_2^2 - \mu_3\lambda_3 + \mu_1\lambda_1) + R_1^2(\kappa)R_2(\kappa) + \mu_1\mu_2\lambda_3 + \mu_2\mu_1\lambda_1 - \mu_2^2 R_2(\kappa) - \mu_3\lambda_3 R_1(\kappa) - \mu_1\lambda_1 R_1(\kappa)],$$

$$N_2 = -\frac{1}{2\omega_2(\omega_1^2 - \omega_2^2)} [\omega_2^3 + \omega_2^2 R_2(\kappa) - \omega_2(R_1^2(\kappa) - \mu_2^2 - \mu_3\lambda_3 + \mu_1\lambda_1) - R_1^2(\kappa)R_2(\kappa) - \mu_1\mu_2\lambda_3 - \mu_2\mu_1\lambda_1 + \mu_2^2 R_2^2(\kappa) + \mu_3\lambda_3 R_1(\kappa) + \mu_1\lambda_1 R_1(\kappa)].$$

## 2. Двухмагнитонное поглощение

При рассмотрении двухмагнитонного поглощения в гамильтониан (1) добавляется член вида

$$H_2 = -\vec{E} \cdot \vec{P}, \quad (6)$$

где  $\vec{E}$ —электрический вектор электромагнитного излучения,  $\vec{P}$ —электрический дипольный момент.

Диэлектрическая восприимчивость  $\epsilon = -2\pi i \ll P(t)|P(t')\gg$ , полюс которой определяет энергию двухмагнитного поглощения, вычислена для двух случаев: (а) оба магнона возбуждаются с основного уровня, (б) оба магнона возбуждаются с первого возбужденного уровня. Случай (а) соответствует низким температурам, а случай (б)—высоким.

В случае (2) восприимчивость имеет вид

$$\epsilon_a = 8(g\mu_B)^2(D_1^2 - D_2^2) \frac{\omega_1(\kappa) - \mu_2}{\omega^2 - \Omega_1^2(\kappa)}, \quad (7)$$

а в случае (б)

$$\epsilon_b = 8(g\mu_B)(D_2^2 - D_3^2) \frac{\omega_2(\kappa) - \mu_2}{\omega^2 - \Omega_2^2(\kappa)}, \quad (8)$$

где

$$\omega_1(\kappa) = \omega_1(\kappa, D_3 = 0), \quad \omega_2(\kappa) = \omega_2(\kappa, D_1 = 0),$$

$$\Omega_1(\kappa) = 2[\omega_1^2(\kappa) - \mu_2^2]^{1/2}, \quad \Omega_2(\kappa) = 2[\omega_2^2(\kappa) - \lambda_2^2]^{1/2}.$$

$\omega_1(\kappa)$ ,  $\omega_2(\kappa)$ ,  $\lambda_2$ ,  $\Omega_2$  определяются как в разделе 1. С ростом магнитного поля  $H$  как  $\epsilon_a$ , так и  $\epsilon_b$  уменьшаются.

## Литература

- Еременко В. В. Введение в оптическую спектроскопию магнетиков. Киев: Наукова думка, 1975.
- Локтев В. М. Островский В. С. УФЖ, т. 23, № 10, 1978, с. 1708.
- Schrödinger E.—Proc. Roy. Irish. Acad., 1941, v. A 47, № 1, p. 39.
- Haley S. B., Erdős P.—Phys. Rev., 1972, v. B 5, № 3, p. 1106.
- Тябликов С. В. Методы квантовой теории магнетизма. М.: Наука, 1975.

Институт физики

Поступило 30. XII 1983

Ж. М. Сейидов, М. Б. Гусейнов, Н. Г. Гусейнов

## БИКВАДРАТ МУБАДИЛЭЛИ ИЗИНГ ФЕРРОМАГНИТИНДЭ БИРМАГНИОНЛУ ВЭ ИКИМАГНИОНЛУ УДУЛМА

Мэгалэдэ атом налларынын мултиплетлийни нэээрэ алмагла спинэ магнит саңа-синдэ биквадрат мубадилэли Изинг ферромагнитиндэ бирмагнионлу вэ икимагнионлу удулмадан бэхс олунур. Икимагнионлу кечиди характеристизэ едэн диэлектрик гавраярычылыгы бесабланмыш, дипол вэ квадрупол низамлылыг параметрләри учун ифадәләр алынышдыр,

Yu. M. Seldov, M. B. Guseinov, N. G. Guseinov

## ONE-MAGNON AND TWO-MAGNON ABSORPTION IN THE ISING FERROMAGNETIC WITH BIQUADRATIC EXCHANGE

The one-magnon and two-magnon absorption in the Ising ferromagnetic with biquadratic exchange and  $S=1$  spin on transverse magnetic field taking into account all of the  $2S+1$  atomic states is considered. The expressions for dielectric function are obtained, the pole of which determines the frequency of two magnon absorption.

**ИК-СПЕКТРЫ И НОРМАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ  
КОНФОРМАЦИОННЫХ ИЗОМЕРОВ  
β-ДИМЕТИЛАМИНОИЗОБУТИРОНИТРИЛА (ДМАИБН) И  
β-ДИМЕТИЛАМИНОБУТИРОНИТРИЛА (ДМАБН)**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Н. А. Гулиевым)

Настоящая работа является продолжением исследования структуры молекул, относящихся к широкому классу соединений, называемых аминонитрилами, сочетанием методов теоретического конформационного анализа, теоретической и экспериментальной спектроскопии. Исследуемые соединения имеют перспективные области применения [1, 2, 3]. Ранее [4] были найдены устойчивые конформации молекул АИБН и АБН и проанализированы теоретические кривые ИК-поглощения, соответствующие различным конформерам. Представляет интерес рассмотрение аналогичных задач для молекул ДМАИБН и ДМАБН, которые можно представить как АИБН и АБН с замещением у них атомов водорода аминогруппы на метильные. Изучение химических свойств ДМАИБН и ДМАБН показывает значительное уменьшение их реакционной способности. Объяснение этому можно дать на основе теоретического конформационного анализа, результаты которого приводятся. Действительно, число устойчивых пространственных изомеров уменьшается при метильном замещении до двух для ДМАИБН (у АИБН-5) и четырех для ДМАБН (у АБН-7), а стерические затруднения являются причиной уменьшения реакционной способности. В табл. 1 и 2 перечислены найденные устойчивые конформации молекул ДМАИБН и ДМАБН. Расшифровка всех обозначений дана в [4].

На рис. 1 изображены исследуемые молекулы в конформациях I и II и их ньюменовские проекции.

В процессе минимизации потенциальной энергии по валентным углам для некоторых из них получились значения, отличающиеся от тетраэдрических:

для ДМАИБН:  $\theta_{8,11} = 110^\circ 24$ ;  $\theta_{11,12} = \theta_{11,13} = 112^\circ$ ;  $\theta_{12,13} = 107^\circ 28$

для ДМАБН:  $\theta_{6,8} = 110^\circ 12$ ;  $\theta_{4,8} = 107^\circ 21$ ;  $\theta_{11,12} = \theta_{11,13} = 112^\circ$ ;  
 $\theta_{12,13} = 107^\circ 28$ .

Подтверждением существования указанных конформаций могут служить ИК-спектры молекул, причем наглядным является именно выстраивание теоретических кривых ИК-поглощения, соответствующих различным конформациям, их анализ, суммирование и последующее сравнение с экспериментальными кривыми.

Таблица 1

№ п.п.	$\psi_1$	$\psi_2$	$E_{\text{отн}}$
I	180°	180°	0
II	60°	180°	0,1

Таблица 2

№ п.п.	$\psi_1$	$\psi_2$	$E_{\text{отн}}$
I	73°	173°	0
II	147°	172°	0,03
III	75°	78°	0,73
IV	49°	167°	0,83

На первом этапе решалась задача нахождения частот и форм нормальных колебаний по методу, изложенному в [5]. Далее, по тому же методу находились величины  $\left(\frac{\partial \mu_i}{\partial Q_i}\right)^2$ , от которых зависят интенсивности в ИКС, и выстраивались теоретические кривые поглощения при подобраных из эксперимента полуширинах отдельных полос

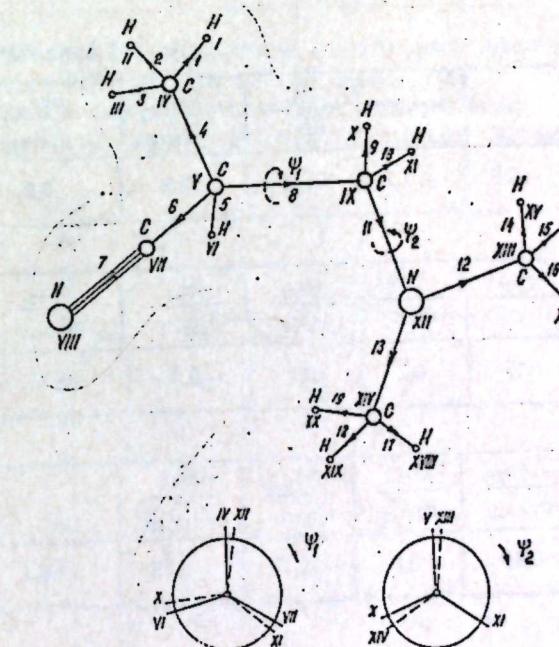


Рис. 1.

поглощения. При расчете в нулевом приближении использовались силовые постоянные, электрооптические параметры молекул АИБН и АБН [4], а также молекулы триметиламина [6], которые варьировались для более удовлетворительного согласия с экспериментом.

В табл. 3, 4, 5, 6 приведены значения их для ДМАИБН и ДМАБН, которые отличны от соответствующих значений АИБН и АБН.

Сравнение силовых постоянных АИБН, ДМАИБН, АБН и ДМАБН показывает, что таковые для сходных химических групп в этих мол-

Таблица 3 (дманби)

$K_{11}$	$K_{12,14}$	$K_{8,9}$	$K_{14,15}$	$K_{9,10}$	$K_4 = K_8$	$K_{11,12}$	$K_{14}$
8,0	0,92	0,82	0,71	0,69	7,02	1,26	7,91

$H_4^8 = H_8^{11} = H_{11}^{12}$	$t_{11,12}^{11,13}$	$\psi_{6,7}^{5,4}$	$\psi_{6,7}^{6,8}$	$A_{11}^{11,12}$	
0,1	0,09	0,38	0,38	0,40	

Таблица 4 (дманби)

$\mu_8$	$\mu_{11}$	$\mu_6$	$\mu_7$	$\frac{\partial \mu_8}{\partial \beta_{5,6}}$	$\frac{\partial \mu_8}{\partial \gamma_{4,8}}$	$\frac{\partial \mu_8}{\partial \beta_{8,9}}$	$\frac{\partial \mu_8}{\partial \beta'_{8,10}}$
0	0,5	-0,6	-1,8	0,32	0,2	0,2	0,2

$\frac{\partial \mu_9}{\partial \beta_{11,9}}$	$\frac{\partial \mu_9}{\partial \beta_{11,10}^1}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial \gamma_{11,19}}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial Q_{11}}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial Q_{12}}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial t_{12,11}}$	$\frac{\partial \mu_{12}}{\partial \beta_{19,14}}$	$\frac{\partial \mu_{13}}{\partial \beta_{13,17}}$
0,55	0,3	0,6	0,7	0,1	-0,2	0,25	0,25

$\frac{\partial \mu_{14}}{\partial \beta_{18,13}^1}$	$\frac{\partial \mu_4}{\partial \alpha_{16,15}^1}$	$\frac{\partial \mu_{14}}{\partial \alpha_{14,15}}$	$\frac{\partial \mu_9}{\partial \gamma_{11,8}}$	$\frac{\partial \mu_{14}}{\partial \beta_{12,14}}$	$\frac{\partial \mu_{14}}{\partial \beta_{13,15}^1}$	
0,3	0,4	0,45	0,3	-0,75	-0,45	0,4

Таблица 5 (дмаби)

$K_{14}$	$K_{9,8}$	$K_{11}$	$H_{14}^{15} = H_7^{18}$	$A_{11}^{11,12}$	$t_{11,12}^{11,13}$	$\psi_{5,7}^{5,8}$	$\psi_{6,7}^{5,9}$
7,91	0,92	8,0	-0,1	0,25	0,09	0,38	0,3

Таблица 6 (дмаби)

$\mu_8$	$\mu_{11}$	$\mu_6$	$\mu_7$	$\frac{\partial \mu_4}{\partial \gamma_{4,11}}$	$\frac{\partial \mu_4}{\partial \mu_{4,8}}$	$\frac{\partial \mu_8}{\partial \beta_{4,15}}$	$\frac{\partial \mu_8}{\partial \gamma_{4,8}}$
0	0,5	-0,6	-1,8	0,33	-0,33	-0,27	-0,63

$\frac{\partial \mu_8}{\partial \gamma_{6,8}}$	$\frac{\partial \mu_8}{\partial \gamma_{8,11}}$	$\frac{\partial \mu_9}{\partial \gamma_{6,8}}$	$\frac{\partial \mu_9}{\partial \gamma_{8,9}}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial \gamma_{4,11}}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial \gamma_{11,12}}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial \gamma_{12,13}}$
-0,63	-0,63	0,1	-0,3	0,3	0,6	-0,2

$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial \beta_{12,15}^1}$	$\frac{\partial \mu_{12}}{\partial \beta_{12,11}}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial \alpha_{15,16}^1}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial \alpha_{14,15}}$	$\frac{\partial \mu_{11}}{\partial \beta_{10,14}} = \frac{\partial \mu_{17}}{\partial \beta_{13,17}}$
-0,45	0,30	0,40	0,45	-0,45

молекулах практически не меняются; изменяются конечно силовые постоянные группы  $CN(CH_3)_2$  в обеих молекулах.

Что касается электрооптических параметров, то здесь наблюдается иная картина. Замена атомов водорода на метильные группы,

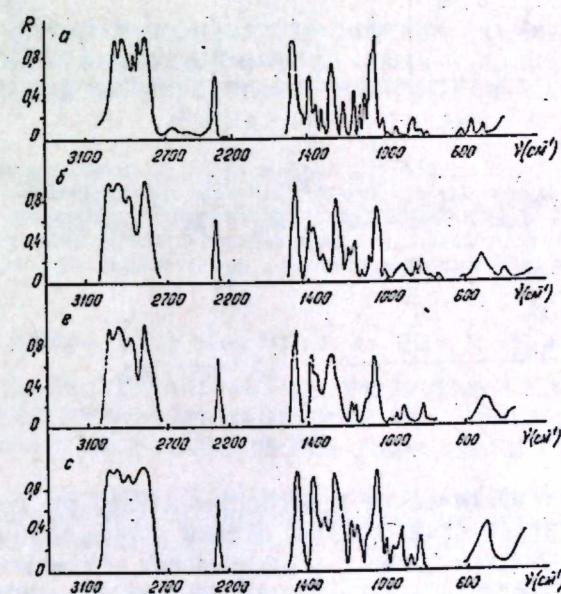


Рис. 2.

несомненно, изменяет полярные свойства жидкостей, а потому параметры нитрильной группы, которые скорее являются "эффективными" параметрами молекулы, заметно изменились. Изменились также параметры  $CH_2$ -группы в третичном теперь амиде. Метильные группы у атома азота, как известно, имеют значения как силовых постоянных,

так и электрооптических параметров, отличающиеся от таковых для метильных групп у атома С.

ИК-спектры исследуемых соединений сняты для жидких образцов при нормальных условиях на приборе марки Spicord, с толщиной слоя  $d = 0,013$  мм. Были построены теоретические кривые ИК-поглощения для всех найденных конформаций в отдельности, а также их суммарная кривая в предположении одинакового их процентного содержания в образцах.

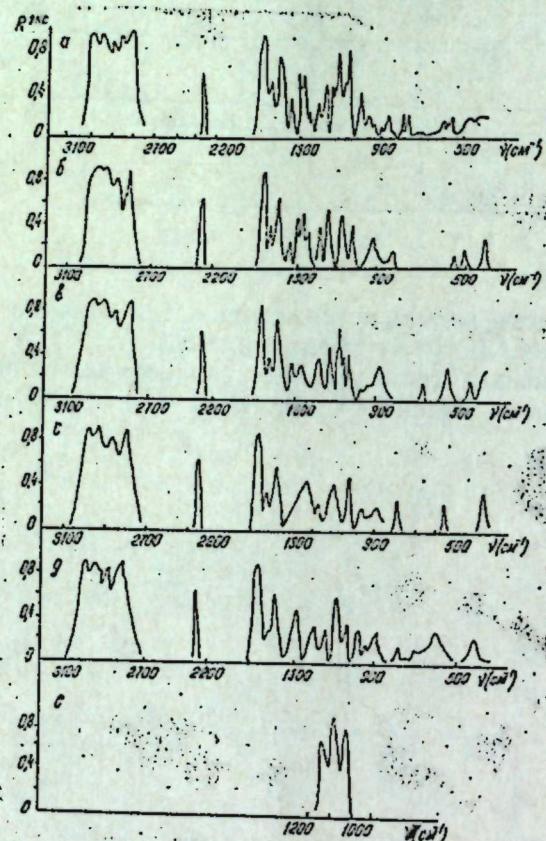


Рис. 3.

Анализируя теоретические и экспериментальные кривые, можно сказать, что теоретическая кривая первой конформации DMAIBN (рис. 2, б) достаточно хорошо описывает ИК-спектр молекулы, чего нельзя сказать о II конформации (см. область 1000—1380  $\text{cm}^{-1}$ , 950—970). Однако их суммарная кривая также может считаться удовлетворительной при сравнении с экспериментом. Понятно, можно предположить преобладающее состояние молекулы в первой конформации.

Для DMABN расчет дали 4 устойчивые конформации. Теоретический расчет ИК-спектров установил полосы, чувствительные к конформационным изменениям. Так, из рис. 3, б, в, г, д, где изображе-

ны теоретические кривые четырех указанных конформаций, видно что полосы 978, 770  $\text{cm}^{-1}$  имеются только на кривых III и IV конформаций. Широкая полоса 1020—1260  $\text{cm}^{-1}$  (рис. 3, а—эксперимент) может быть объяснена только наличием всех четырех конформаций в исследуемом образце. Суммарная кривая (рис. 3, е) подтверждает сказанное.

Таким образом, сочетание указанных методов дает ценную информацию о структуре DMAIBN и DMABN, возможных их устойчивых конформациях, а также о силовом поле и электрооптических параметрах молекул.

### Литература

- Бабаев Р. А., Ахмедов Р. М., Мехтиев С. И., Кулев Т. А., Джабаров М. И. Радиобиология, 1980, т. XX, вып. 5, 750—752.
- Гюльахмедов А. Н., Мехтиев С. И., Ахмедов Р. М., Халилова Х. А. ДАН Азерб. ССР, 1980, т. XXXVI, №6, 73—75.
- Мамедова И. Ф., Кязимов А. М., Ахмедов Р. М., Мехтиев С. И., Мирзоев С. И., Мирзоева М. Р. Азерб. хим. ж., 1980, № 6, 124—126.
- Абилова Т. С., Данг Суан Хай, Алиев Р. Э. ДАН Азерб. ССР, 1984, т. XL, № 1, 34—39.
- Грибов Л. А., Дементьев В. А. Методы и алгоритмы вычислений в теории колебательных спектров молекул. Наука, 1981, 355 с.
- Грибов Л. А. Введение в молекулярную спектроскопию. Наука, 1976, 340 с.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 25. X 1983

Т. С. Эбилова, Данг Суан Хай, Р. Е. Элиев, Р. М. Э晦едов

### $\beta$ -ДИМЕТИЛАМИНОИЗОБУТИРОНИТРИЛ (DMAIBN) ВЭ $\beta$ -ДИМЕТИЛАМИНОБУТИРОНИТРИЛ (DMABN) МОЛЕКУЛЛАРЫН КОНФОРМАСИЈА ИЗОМЕРЛЭРИНИН ИГ-СПЕКТРЛЭРИ ВЭ ОНЛАРЫН НОРМАЛ РЭГСЛЭРИ

Мэгалэдэ  $\beta$ -диметиламиноизобутиронитрил (DMAIBN) вэ  $\beta$ -диметиламинобутиро-нитрил (DMABN) молекулларын иээри конформасија тэһлилини нэтичэлэри верил-мишдир. Стабил фэза изомерлэри кестэрилмиш вэ онларын нэм ајры-ајры, нэм дэ јекун ИГ-иээри удулма эјрилари heсаблапмышдир. Ыесабат просессиндэ нэр ики молекулунун электрооптик параметрлэри дэгиглэшдирлиши, гијмэтлэри исэ чэдвэлдэ верилмишдир.

T. S. Abilova, Dang Suan Hai, R. E. Aliev, R. M. Akhmedov

### IR-SPECTRA AND NORMAL VIBRATIONS OF THE $\beta$ -DIMETHYLAMINOISOBUTIRONITRILE AND $\beta$ -DIMETHYLAMINO-BUTIRONITRILE MOLECULES FOR THEIR TRACE CONFORMERS

The results of calculation of the stable conformers of the  $\beta$ -dimethylaminoisobutironitrile and  $\beta$ -dimethylaminobutironitrile molecules are presented.

Theoretical curves of the IR-absorption for the isolated conformers and their sum were drawn. It was proved that only the summarized curves could adequately describe the experimental spectra. The force constants and electrooptical parameters for the molecules mentioned above were obtained.

З. Я. КУЛИЕВ

## АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. А. Эфендизаде.)

Одной из основных проблем развития исследований электрических цепей с распределенными и сосредоточенными параметрами является проблема повышения эффективности методов. Для этих целей в работах [1–7] получил применение метод переменных состояния. Главным преимуществом этого сравнительно нового метода анализа является возможность приведения исходных уравнений к дифференциальным, разрешенным относительно производных, что позволяет пользоваться хорошо разработанными методами явного интегрирования [8].

Целью настоящей работы является разработка алгоритмов формирования уравнений переменных состояния электрических цепей с распределенными параметрами для наиболее общего случая—учета потерь и искажений.

Примем в качестве электрической цепи с распределенными параметрами  $n$ —проводную линию, описываемую телеграфными уравнениями в матричной форме:

$$-\frac{\partial}{\partial x} [\mathbf{u}] = [\mathbf{r}] [\mathbf{i}] + [\mathbf{L}] \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{i}], \quad (1)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} [\mathbf{i}] = [\mathbf{g}] [\mathbf{u}] + [\mathbf{C}] \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{u}], \quad (2)$$

где  $[\mathbf{u}]$ ,  $[\mathbf{i}]$ —вектор-столбцы напряжения и тока двух переменных: времени  $t$  и расстояния  $x$  от начала линии, порядка  $n$ .  $[\mathbf{r}]$ ,  $[\mathbf{L}]$ ,  $[\mathbf{C}]$ ,  $[\mathbf{g}]$ —матрицы погонных сопротивлений, индуктивностей, емкостей, проводимостей соответственно, порядка  $n \times n$ .

С помощью модального метода [9] и несложных преобразований уравнения (1) и (2) для  $s$ -волновых каналов записываются в виде

$$-\frac{\partial}{\partial x} [\mathbf{u}_s] = [\mathbf{r}_s] [\mathbf{i}_s] + [\mathbf{L}_s] \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{i}_s], \quad (3)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} [\mathbf{i}_s] = [\mathbf{g}_s] [\mathbf{u}_s] + [\mathbf{C}_s] \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{u}_s], \quad (4)$$

где  $[\mathbf{u}_s]$ ,  $[\mathbf{i}_s]$ —вектор-столбцы напряжения и тока,  $[\mathbf{r}_s]$ ,  $[\mathbf{L}_s]$ ,  $[\mathbf{g}_s]$ ,  $[\mathbf{C}_s]$ —диагональные матрицы погонных параметров в  $s$ -волновых каналах. Уравнения (3) и (4) представляют собой матричную форму записи скалярных уравнений вида:

$$-\frac{\partial u_s}{\partial x} = r_s i_s + L_s \frac{\partial i_s}{\partial t}, \quad (5)$$

$$-\frac{\partial i_s}{\partial x} = g_s u_s + C_s \frac{\partial u_s}{\partial t}, \quad (6)$$

где:  $s = \overline{1, n}$ .

По аналогии с [10], для уравнений (5) и (6), записав соотношения между началом и концом и перейдя к матричной форме с учетом матриц преобразования  $[\lambda]$  и  $[\delta]$  [9], получим в фазовых координатах:

$$[a_1] [\lambda]^{-1} [u_n](t) + [b_1] [\delta]^{-1} [i_n(t)] = [c_1] [\lambda]^{-1} [u_n](t - \tau_s) + [d_1] [\delta]^{-1} [i_n(t - \tau_s)], \quad (7)$$

$$[a_1] [\lambda]^{-1} [u_n](t) - [b_1] [\delta]^{-1} [i_n(t)] = [c_1] [\lambda]^{-1} [u_n(t - \tau_s)] - [d_1] [\delta]^{-1} [i_n(t - \tau_s)], \quad (8)$$

$$\text{где: } [a_1] = \left[ 1 + z_{Bs} \frac{g_s l}{2} \right], [b_1] = \left[ r_{Bs} + \frac{r_s l}{2} \right],$$

$$[c_1] = \left[ 1 - z_{Bs} \frac{g_s l}{2} \right], [d_1] = \left[ \frac{r_s l}{2} \right],$$

где  $[\mathbf{u}_n]$ ,  $[\mathbf{i}_n]$ ,  $[\mathbf{L}_n]$ ,  $[\mathbf{i}_n]$ —вектор-столбцы напряжений и токов в конце и начале линии,  $\tau_s$ —время пробега волны в один конец  $s$ -го волнового канала. Уравнения (7) и (8) представляют собой  $2n$  соотношений для напряжений и токов между началом и концом всех проводов, которые имеют  $4n$ -переменных. Поэтому для решения этих уравнений записываются еще  $2n$  уравнений из граничных условий. Предлагаются два алгоритма формирования уравнений переменных состояния.

Первый алгоритм.

1. Выписываются дифференциальные алгебраические уравнения для начала и конца линии. 2. Устанавливаются независимые и зависимые переменные. Переменные начала и конца линии рассматриваются как зависимые. 3. Если в дифференциальных уравнениях пункта 1 под знаком производной находятся переменные начала и конца линии, то немедленно вводятся новые переменные, равные им. 4. Новые переменные в дальнейшем рассматриваются как независимые переменные, а исходные дифференциальные уравнения распадаются на дифференциальные и алгебраические. 5. Уравнения (7) и (8) записываются относительно тех переменных напряжений и токов начала и конца линии, которые не вошли под знак производной.

Учитывая изложение, соответствующая форма уравнений переменных состояния будет иметь вид:

$$[\dot{X}] = [A_1] [X] + [B_1] [Y_1] + [C_1] [F], \quad (9)$$

$$[Y_0] = [A_2] [X] + [B_2] [Y_1] + [C_2] [F], \quad (10)$$

$$[Y_1] = [A_3] [X] + [B_3] [Y_1] + [C_3] [F], \quad (11)$$

где  $[\dot{X}]$ —вектор-столбец производных первого порядка независимых переменных состояния  $[X]$ ,  $[Y_0]$ —вектор-столбец зависимых переменных состояния сосредоточенных элементов,  $[Y_1]$ —вектор-столбец запаздывающих зависимых  $4n$  переменных состояния напряжений и токов начала и конца линии,  $[F]$ —вектор-столбец независи-

мых источников напряжений и токов,  $[A_1]$ ,  $[A_2][A_3]$ ,  $[B_2]$ ,  $[B_3]$ ,  $[C_1]$ —матрицы коэффициентов, причем  $[A_1]$ ,  $[B_3]$ —квадратные матрицы.

Второй алгоритм.

1. Выписываются дифференциальные и алгебраические уравнения для начала и конца линии. 2. Устанавливаются независимые и зависимые переменные. Одна часть переменных начала и конца линии рассматривается как независимые, другая как зависимые переменные. 3. Уравнения (7) и (8) выписываются относительно зависимых переменных напряжений и токов начала линии.

Соответствующая форма уравнений переменных состояния будет иметь вид:

$$[\dot{X}] = [A_1][X] + [B_1][Y_1] + [C_1][F], \quad (12)$$

$$[Y_0] = [A_1][X] + [B_2][Y_1] + [C_2][F], \quad (13)$$

$$[Y_1] = [A_2][X] + [A_4][X_1] + [B_3][Y_2] + [C_3][F], \quad (14)$$

где  $[X_1]$ —вектор-столбец запаздывающих независимых переменных состояния напряжений и токов в начале и в конце линии,  $[A_4]$ —матрица коэффициентов, а остальные обозначения остаются как при первом алгоритме.

#### Литература

- Trzaska Z.—Archiwum electrotechniki, t. XX, zesz. 3, Państwowe wydawnictwo naukowe, Warszawa, 1971, s. 623–624.; 2. Толстиков Ю. В. Изв. вузов СССР Радиоэлектроника, 1977, № 8, с. 18–23. 3. Толстиков Ю. В. Изв. вузов СССР Радиоэлектроника, 1981, т. XXIV, № 9, с. 77–78. 4. Кулиев З. Я., Воропаев П. В. Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1974, № 4, с. 28–35. 5. Кулиев З. Я., Воропаев П. В., Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1975, № 1, с. 67–75. 6. Кулиев З. Я., Воропаев П. В. ДАН Азерб. ССР, 1976, № 3, с. 13–16. 7. Кулиев З. Я., Воропаев П. В. Теоретическая электротехника. Львовский университет, вып. 21, с. 116–121. Львов, 1976. 8. Ильин В. И. Машиностроение. Разворот электронных схем, с. 280. М.: Энергия, 1972. 9. Костенко М. В., Перельман Л. С., Шкарин Ю. П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения, с. 272. М.: Энергия, 1973. 10. Карапетян Р. И. Переходные процессы в линиях большой протяженности, с. 192. М.: Энергия, 1978.

АзНИИ энергетика им. И. Г. Есьмана

З. Я. Гулиев

Поступило 28. VI 1983

#### ПАЛАННЫШ ПАРАМЕТРЛЭРИ ОЛАН ЕЛЕКТРИК ДӨВРЭЛЭРИ УЧУН ДЭЛИШЭН ВЭЗИЛЛЭТЛЭР ТЭНЛИКЛЭРИНИН АЛЫНМАСЫ АЛГОРИТМЛЭРИ

Мэгэлэ позулма вэ иткиси нээрэ алынан паланныш параметрлэри олан электрик дөврэлэри учун дэлишэн вэзиллэтлэр тэнликлэринин алынмасы учун ики алгоритм ишлээмишдир. Бу алгоритмлэр башлангыг тэнликлэри төрөмээж көрэ нэлл едлийн дифференциал тэнликлэрэ кэтирмээ имкан верир ки, бу да яхши тэдгиг олнууш мүэлжин интеграллама үсулларыны тэтгигийн имкан верир.

Z. Ya. Kuliev

#### ALGORITHMS OF THE EQUATIONS OF STATE VARIABLES FORMATION OF THE ELECTRIC DISTRIBUTED CIRCUITS

Two algorithms of the equations of state variables formation of the electric distributed circuit accounting losses and distortion are developed. The algorithms give the possibility to reduce equation to form differential one, solvable for derivatives. This allows the utility of the well-developed methods of evident integration.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЯСЫНЫН МЭРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XL ЧИЛД

№ 9

1984

УДК 536.717/546.68.289'22

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

ФАМ ВАН НЬЕУ, М. Б. БАБАНЛЫ, А. А. КУЛИЕВ

#### ФАЗОВЫЕ РАВНОВЕСИЯ В СИСТЕМЕ $Tl_4GeS_4-Tl_4SnS_4$

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Шахтахтинским)

Исследование систем  $Tl-Ge(Sn)-S^{(1,2)}$  показало существование тройных соединений  $Tl_4Ge(Sn)S_4$ . Согласно результатам работы [3],  $Tl_4GeS_4$  кристаллизуется в моноклинной решетке с параметрами:  $a = 12,44$ ;  $b = 11,23$ ;  $c = 7,59$  Å;  $\beta = 111,0^\circ$ . Сведения о структуре  $Tl_4SnS_4$  и взаимодействии его с  $Tl_4GeS_4$  в литературе отсутствуют.

Настоящая работа посвящена исследованию характера взаимодействия компонентов в системе  $Tl_4GeS_4-Tl_4SnS_4$  путем построения диаграммы фазовых равновесий. Исследование проводилось методами дифференциального-термического (ДТА) и рентгенофазового анализов (РФА), а также измерением микротвердости и плотности.

Соединения  $Tl_4Ge(Sn)S_4$  синтезированы из элементов высокой степени чистоты методом сплавления в эвакуированных до  $\sim 10^{-2}$  Па и запаянных кварцевых ампулах. При синтезе этих соединений кварцевую ампулу с исходными веществами, взятыми в стехиометрическом соотношении, помещали в печь, температуру которой медленно повышали до  $\sim 800$  К, и выдерживали при этой температуре в течение 4–5 ч, а затем охлаждали в режиме выключенной печи. Во время синтеза содержимое в ампуле тщательно перемешивали встрахиванием. Полученные тройные соединения были однофазными. Определением температуры плавления и сопоставлением полученных данных с литературными проверяли их индивидуальность. Для построения диаграммы состояния системы  $Tl_4Ge_xSn_{1-x}S_4$  сплавы готовили из синтезированных и идентифицированных тройных соединений  $Tl_4Ge(Sn)S_4$  в откаченных и запаянных кварцевых ампулах.

Термический анализ сплавов проводили путем записи кривых нагревания и охлаждения на пирометре марки ФПК-59.

Сплавы  $Tl_4GeS_4-Tl_4SnS_4$  помещали в кварцевые сосуды Степanova, которые запаивали после эвакуирования до  $10^{-2}$  Па. На термограммах, снятых из неотожженных сплавов помимо тепловых эффектов, соответствующих началу и концу кристаллизации, наблюдались дополнительные тепловые эффекты, связанные с неравновесностью сплавов. Эти термограммы были использованы для определения температуры гомогенизирующего отжига. Опыты показали, что гомогенные сплавы получаются только после отжига при 600 К в течение не менее 3 месяцев. На основании данных ДТА построена (рис. 1, а) диаграмма фазовых равновесий системы  $Tl_4GeS_4-Tl_4SnS_4$ . Температуры ликвидуса и солидуса определяли как среднее из трех термограмм.

Из рис. 1, а, видно, что компоненты системы  $Tl_4GeS_4-Tl_4SnS_4$

половиной растворяются друг в друге при любых соотношениях как в жидким, так и твердом состояниях.

РФА проводили на дифрактометре ДРФ-2,0 с  $\text{CuK}_\alpha$ -излучением. Согласно данным порошковых дифрактограмм, соединения  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4$  и  $\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  не изоструктурны. Поэтому можно было предположить, что либо в системе  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4-\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  существуют две ограниченные области твердых растворов на основе исходных фаз, разграниченные областью гетерогенности, либо в системе происходит морфотропное изменение структуры твердых растворов при определенном составе, а гетерогенная область сильно вырождена.

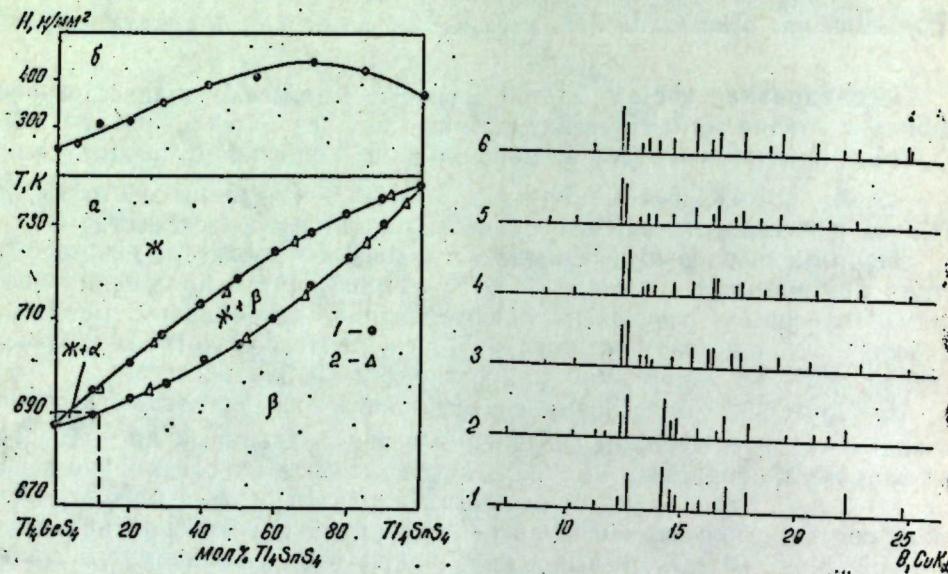


Рис. 1. Диаграмма состояния (а) и зависимость микротвердости от состава (б) системы  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4-\text{Ti}_4\text{SnS}_4$ : 1 — эксперимент; 2 — расчет

Результаты РФА показали, что в системе  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4-\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  образуются непрерывные ряды твердых растворов, а морфотропное превращение их структуры происходит при составе 12 мол. %  $\text{Ti}_4\text{SnS}_4$ . Это наглядно видно из рис. 2, где штрих-рентгенограммы сплавов, содержащих менее 12 мол. %  $\text{Ti}_4\text{SnS}_4$ , качественно аналогичны с рентгенограммой чистого  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4$ , а остальные — с рентгенограммой  $\text{Ti}_4\text{SnS}_4$ .

Измерение микротвердости на приборе ПМТ-З [4] при нагрузке 50 Г и продолжительности выдержки под нагрузкой 8 сек отожженных образцов показало их однофазность. Микротвердость, определенная внутри одного зерна, в среднем не отличалась от микротвердости другого зерна, что указывало на однородность исследованных образцов.

Концентрационная зависимость микротвердости (рис. 1, б) системы  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4-\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  проходит через пологий максимум, что характерно для непрерывных рядов твердых растворов. В точке морфотропного изменения структуры твердых растворов скаккообразное

изменение как микротвердости, так и плотности не наблюдалось. По-видимому, это связано с близостью соответствующих величин для твердых растворов со структурой  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4$  и  $\text{Ti}_4\text{SnS}_4$ , вследствие чего величины их скачков при составе 12 мол. %  $\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  не превышают ошибки эксперимента.

Как видно из рис. 1а, наибольший температурный интервал кристаллизации в системе  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4-\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  не превышает  $\sim 15^\circ$ .

Это дает основание считать, что в данной системе энергия смешения в жидком и твердом состояниях близка к нулю. Исходя из этого предположения нами рассчитаны идеальные кривые ликвидуса и солидуса по уравнениям [5]:

$$x^1 = (e^{-\lambda_1} - 1) / (e^{-\lambda_1} - e^{\lambda_2})$$

$$x^2 = (e^{-\lambda_2}) / (e^{-\lambda_1 + \lambda_2} - 1),$$

где:  $\lambda_1 = \frac{\Delta H_1^{\text{пл}}}{R} \left( \frac{1}{T_1^{\text{пл}}} - \frac{1}{T} \right)$ ;  $\lambda_2 = \frac{\Delta H_2^{\text{пл}}}{R} \left( \frac{1}{T_2^{\text{пл}}} - \frac{1}{T} \right)$ ;  $1^{\text{a}}$  —  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4$ ;

$x^{1(2)}$  — мол. доли  $\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  на линии ликвидуса и солидуса при температуре  $T$ .

Значения теплоты плавления  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4$  и  $\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  для проведения расчетов по этим уравнениям взяты из работ [1, 6] и соответственно имеют значения 44 и 42 кДж/моль.

Как видно из рис. 1а, в системе  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4-\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  рассчитанные и экспериментальные кривые хорошо согласуются, это свидетельствует о том, что данная система близка к идеальной.

## Литература

1. Кулиева Н. А., Бабанлы М. Б. Изв. АН СССР, неорган. мат-лы, т. 17, № 3, 1981, с. 421.
2. Кулиев А. А., Бабанлы М. Б., Али Аларик. Готук. В кн.: Термодинамика и полупроводниковое материаловедение, с. 97, М., 1980.
3. Eulenberger G., Müller D.-Z. Naturforsch., 1974, 296, S. 118;
4. Глазов В. М., Вигдорович Б. Н. Микротвердость металлов и полупроводников. М.: Металлургия, 1968.
5. Глазов В. М., Павлова Л. М. Химическая термодинамика и фазовые равновесия, с. 155. М.: Металлургия, 1981.
6. Кулиев А. А., Бабанлы М. Б., Кулиева Н. А., Фам Ван Ньеу. Всесоюз. конф. по калориметрии и химической термодинамике. Расширенные тезисы, с. 307, Тбилиси, 1982.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 27. IV 1983

Фам Ван Ньеу, М. Б. Бабанлы, Э. А. Гулиев

## $\text{Ti}_4\text{GeS}_4-\text{Ti}_4\text{SnS}_4$ СИСТЕМИНДА ФАЗА ТАРАЗЫНЫ

ДТА, РФА, һәмчүнин микробәрклийин вә сыйхығын елчүлмәсі илә  $\text{Ti}_4\text{GeS}_4-\text{Ti}_4\text{SnS}_4$  системинин һал диаграммы гүрулмушшур. Мүэjjән едилмишdir ки, һәмин системдә компонентләр һәм маје, һәм дә берк һалда бир-бириндә геңри-мәһдүд һәлл

олур. Рентгенографик үсулла  $Tl_4GeS_4$ — $Tl_4SnS_4$  системинде 12 мол %  $Tl_4SnS_4$  тәркиб дә бәрк фазада кристаллик гурулушун морфотроп чөврилмәси ашыкар едилмишdir. Тәдгиг олунан системниң һал диаграммы идеал мәһлүл модели эсасында несабланымыш вә тәчрүби иетичәләртә улгулуғу мүшәнидә олунмушдур.

Fam Van Njeu, M. B. Babanly, A. A. Kuliev

## THE PHASE EQUILIBRIUM IN THE $Tl_4GeS_4$ — $Tl_4SnS_4$ SYSTEM

The phase equilibrium in the  $Tl_4GeS_4$ — $Tl_4SnS_4$  quasi-binary system was investigated and complete solid solubility was found. The existence of the morphotropic phase change (about 12 mol %  $Tl_4SnS_4$ ) was found by means of x-ray. The phase diagram of this system in ideal solution model was calculated and showed its good conformity to the experimental results.

АЗӘРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЯСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРИ

## ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XL ЧИЛД

№ 9

1984

УДК 539.2:678.742.2/004

## ХИМИЯ ПОЛИМЕРОВ

Р. М. АЛИГУЛИЕВ, В. А. ОГАНЯН, Д. М. ХИТЕЕВА, Ф. А. АХУНДОВА,  
Ф. И. ДЖУМШУДОВ, чл-корр. Р. А. БАБАХАНОВ

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ЭЛАСТОМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ В ШИРОКОМ ИНТЕРВАЛЕ РАСТЯЖЕНИЯ

Исследование поведения микрогетерогенных эластомерных материалов в однородном механическом поле при одноосном растяжении имеет практическое и научное значение. Однако известная ограниченность физической информации, связанной с представлениями о различных уровнях молекулярной и надмолекулярной структурной организации высокоэластичных полимеров, приводит к теоретическим трудностям в описании поведения данных материалов при больших значениях деформации. Вследствие этого большинство экспериментальных работ в этом направлении опирается на полуэмпирические и эмпирические уравнения, которые не всегда дают четкую аналитическую зависимость между напряжением и деформацией в области ее предельных значений. В этой связи желательна разработка приближенных методов расчета и отыскание новых форм аналитических соотношений, сохраняющих физическую содержательность в широком интервале деформаций, включая предельные удлинения. Так более это важно, что сама способность полимеров к большим деформациям является их важнейшим специфическим свойством.

Анализ как представленных в литературе [1, 2], так и полученных нами [3] зависимостей «напряжение — деформация» в равновесных условиях для ненаполненных, наполненных резин, термоэластопластов (ТЭП), иономеров и др., показывает, что у всех эластомерных систем, независимо от химического строения и степени микрогетерогенности, реализуется сложная S-образная форма деформационной кривой (рис. 1), которая характеризуется тремя ярко выраженным участками: I — область линейной зависимости напряжения от деформации; II — область интенсивного развития деформаций при незначительных изменениях нагрузки; III — область интенсивного возрастания напряжений при незначительном изменении деформаций, вплоть до предельных. При этом следует подчеркнуть особо, что интервалы проявления этих областей зависит в первую очередь от структурной организации материала.

I область кривой описывается классической теорией упругости эластомеров [6] и выражается уравнением вида  $\sigma = E(\epsilon - \epsilon^{-2})$  (1), где  $\sigma$  — условное напряжение,  $E$  — модуль упругости,  $\epsilon$  — относительное удлинение. Однако несмотря на современные достижения в области классической теории вязкоупругости, данная формула и ее многочисленные модификации [2] неприменимы для описания поведения эластомеров в диапазоне средних и больших деформаций.

Ввиду ограниченности интервала применимости классической теории вязкоупругости, большее распространение для описания деформационных свойств эластомеров получило полуэмпирическое уравнение Муни—Ривлина [5]:

$$\sigma = (2C_1 + 2C_2 \varepsilon^{-1}) (\varepsilon - \varepsilon^{-2}), \quad (2)$$

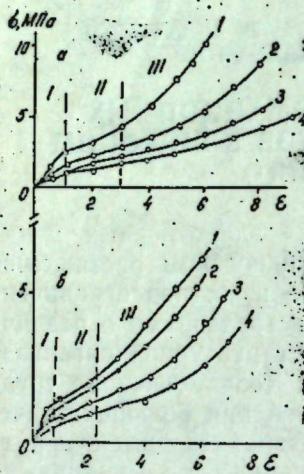


Рис. 1. Равновесные изотермы деформационных кривых для эластомерных композитов. а — термоэластопласти: 1 — полиолефиновый ТЭП, кристалличность  $K=60\%$ ; 2 — полиолефиновый ТЭП,  $K=40\%$ ; 3 — полиолефиновый ТЭП,  $K=20\%$ ; 4 — бутадиен-стирольный ТЭП (20% стирола); б — эластомеры: 1 — НК; 2 — СКД; 3 — ПУ; 4 — СКЭП

где  $C_1$  — модуль упругости;  $C_2$  — упругая константа, физический смысл которой в настоящее время не ясен.

Данное уравнение удовлетворительно описывает поведение эластомерных систем в области малых и средних значений деформаций, но не предсказывает поведения материала в III области, т. е. диапазон больших деформаций остается за пределами возможностей данного уравнения [4]. При этом необходимо также отметить, что с увеличением степени микрогетерогенности эластомерных систем диапазон деформаций, где наблюдается совпадение экспериментальных данных с теоретическим расчетом, резко сокращается [5].

Ввиду изложенного, предпринимались попытки учсть влияние степени микрогетерогенности для более удовлетворительного описания деформационных свойств эластомерных систем при больших степенях удлинений. В частности, для натурального каучука, содержащего наполнитель на основе технического углерода был предложен модифицированный вариант уравнения Муни—Ривлина

$$\sigma = 1,62 G (\varepsilon - \varepsilon^{-2}) \exp (0,31 \varepsilon + \mu \varepsilon^4), \quad (3)$$

где  $G$  — модуль сдвига;  $\mu$  — параметр, характеризующий межмолекулярное взаимодействие.

Для обработки экспериментальных данных это уравнение удобно представить в следующем виде:

$$\ln \Phi = \ln G + \mu \varepsilon^4, \quad (4)$$

где  $\ln \Phi = \ln [\sigma \cdot 1,62 (\varepsilon - \varepsilon^{-2}) + 0,31 \varepsilon]$

Нами была предпринята попытка описать в терминах данного уравнения деформационные свойства полиолефиновых ТЭП, характеризующихся ярко выраженной микрогетерогенной структурой [7]. На рис. 2 показаны зависимости между  $\Phi$  и  $\varepsilon^4$  для полиолефиновых ТЭП

с различной степенью кристалличности. Приведенные зависимости носят нелинейный характер и определить количественные значения экстраполяцией к нулевому значению  $\ln G$  и величины  $\mu$  как тангенса угла наклона неправомочны. Ввиду сложности описания дефор-

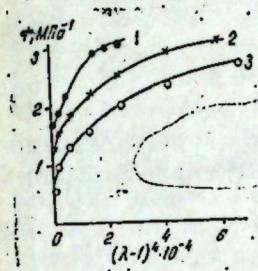


Рис. 2. Зависимость напряжения от деформации в терминах уравнения (4) для полиолефиновых ТЭП с различной степенью кристалличности: 1 — 60%; 2 — 40%; 3 — 20%.

мационных кривых эластомеров в ряде работ [8, 9] делается вывод о необходимостидельного рассмотрения каждой стадии процесса. Так в [8] было показано, что деформационные свойства различных эластомерных систем, начиная с точки перегиба на S-образной кривой с достаточной степенью точности можно описать уравнением равносторонней гиперболы:

$$\sigma (\varepsilon_{max} - \varepsilon) = A, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_{max}$  — предельное удлинение, представляющее постоянную величину испытанного образца и вычисляемое путем экстраполяции по экспериментально установленной линейной зависимости  $1/\sigma$  от  $\varepsilon$  для  $1/\sigma = 0$ . Достоинством данного уравнения является ее простота, что

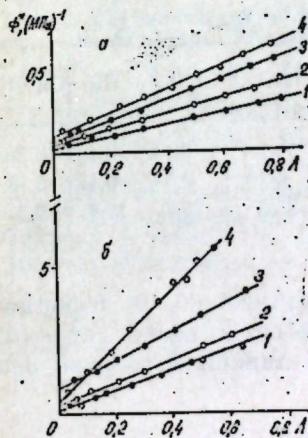


Рис. 3. Зависимость напряжения от деформации для эластомерных композитов в терминах уравнения (9). а — термоэластопласти: 1 — полиолефиновый ТЭП,  $K=60\%$ ; 2 — полиолефиновый ТЭП,  $K=40\%$ ; 3 — полиолефиновый ТЭП,  $K=20\%$ ; 4 — бутадиенстирольный ТЭП (20% стирола); б — эластомеры: 1 — НК; 2 — СКД; 3 — ПУ; 4 — СКЭП

облегчает расчетные операции, а также возможность описания поведения эластомеров в области предельных значений. Однако выпадение начальных участков деформационной кривой носит несколько искусственный характер и значительно сужает границы ее применимости. В связи с изложенным нами предложено уравнение, близкое по математической структуре к уравнению (5), но позволяющее описывать весь ход деформационных кривых для эластомерных гетерогенных систем различного класса:

$$\frac{1}{\sigma} = K(1 - \lambda) + L \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right), \quad (6)$$

где  $\Lambda$ —отношение относительного удлинения в данный момент к максимальной степени удлинения, т.е.  $\Lambda = \epsilon/\epsilon_{\max}$ ;  $K$  и  $L$ —коэффициенты, которые имеют следующие значения:

$$K = \frac{1}{E\mu} \quad (7)$$

и

$$L = \frac{\mu + 1}{E\mu}, \quad (8)$$

где  $E$ —модуль упругости,  $\mu$ —параметр межмолекуляриого взаимодействия. Для удобства интерпретации экспериментальных данных уравнения (6) представим в следующем виде:

$$\Phi^* = K + L\Lambda, \quad (9)$$

где

$$\Phi^* = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\Lambda}{1 - \Lambda}$$

Согласно уравнению (9), зависимость  $\Phi^*$  от  $\Lambda$  должна иметь вид прямой при подстановке экспериментальных значений для всех исследуемых эластомерных систем.

Как видно из рис. 3, обработка статистических экспериментальных данных в терминах предложенного уравнения позволила удовлетворительно описать весь ход S-образной деформационной кривой эластомерных композитов (ТЭП, резины).

Расчетные значения коэффициентов приведены в таблице.

Экспериментальные и расчетные значения констант по уравнению (9)

Наименование	ТЭЦ-1	ТЭП-2	ТЭМ-3	ТЭП-4	НК	СКД	ПУ	СКЭП
$E$ экспер., МПа	2,12	1,54	1,15	1,24	0,28	0,24	0,12	0,09
$E$ расч., МПа	2,27	1,72	1,25	1,05	0,29	0,25	0,17	0,10
пот. ед.	22,0	11,6	10,0	9,5	23,3	15,2	19,7	7,3

Таким образом, спрямление зависимости напряжения от деформации с применением уравнения (9) позволит непосредственно использовать многие математические подходы, развитые линейной теорией вязкоупругости в широком диапазоне растяжений.

### Вывод

Показано, что экспериментальные зависимости напряжения от деформации для микрогетерогенных систем описываются предложенным уравнением в широком интервале растяжений, вплоть до разрывных значений.

### Литература

1. Аскадский, А. А. Деформация полимеров, 220 с; М.: Химия, 1973.
2. Бартенев Г. М., Зеленев Ю. В. Физика полимеров, 391 с, М.: Высшая школа, 1983.
3. Алигулиев Р. М., Алиев Г. М., Хитеева Д. М., Зеленев Ю. В., Новрузова А. А., Гусейнова Э. С. Пластмассы, 1980, № 10, с. 24—26.
4. Blanchard A. K., Porkinson D. Breakage of carbon-rubber networks by applied stress.—Ind. Eng. Chem., 1952, vol. 44, № 4, p. 799—803.
5. Алигулиев Р. М., Алиев Г. М., Хитеева Д. М., Ахундова Ф. Г., Мамедов А. А. ДАН Азерб. ССР, 1981, № 5, с. 43—93.
6. Guth E., James H. M. Elastic and thermoelastic properties of rubberlike materials.—Ind. Eng. Chem., 1941, v. 33, p. 624—627.
7. Уорд И. Механические свойства полимеров, с. 355. М.: Химия, 1975.
8. Кусов А. Б. Каучук и резина, 1979, № 4, с. 16—18.
9. Кусов А. Б. Каучук и резина, 1983, № 7, с. 8—10.

Поступило 24. X. 1983

АМИ им. Н. Нариманова

Р. М. Элигулиев, В. А. Оганян, Д. М. Хитеева, Ф. А. Ахундова,  
Ф. И. Чумшудов, Р. А. Бабаханов

### КЕНИШ ДАРТЫЛМА ИНТЕРВАЛЫНДА ЕЛАСТОМЕР КОМПОЗИТЛЭРИНИН ДЕФОРМАСИЯ ХАССЭЛЭРИНИН РИАЗИ ЙАЗЫЛЫШЫ

Мәгаләдә микроЯетерокен системләрни (еластомерләр, термоеластопластлар) бирокху дартылмада тәбиитиндән башт олууур. Кениш дартылма интервалында (гырылма яки) S-шәкилли деформасија әјрисинин кедишиниң яза билән јени нөв тәэлкүн тәклиф едилмишидир.

R. M. Aligulyev, V. A. Oganyan, D. M. Khiteyeva, F. A. Akhundova,  
F. I. Djumshudov, R. A. Babakhanov

### MATHEMATICAL DESCRIPTION OF STRESS-STRAIN PROPERTIES OF ELASTOMERIC COMPOSITIONS IN A WIDE EXTENSION RANGE

The behaviour of microheterogeneous systems (thermoplastic and other elastomers) is investigated under the condition of one-dimensional stretch. The new equation is proposed to describe how the reverse stress-strain curve runs in a wide interval of extensions up to a rupture.

УДК 678.744.339

## ХИМИЯ ВЫСОКОМОЛЕКУЛЯРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Академик А. М. КУЛИЕВ, А. И. АХМЕДОВ, А. М. ЛЕВШИНА

## СОПОЛИМЕРИЗАЦИЯ ДЕЦИЛМЕТАКРИЛАТА С МАЛЕИНОВЫМ АНГИДРИДОМ

Производные полиалкенилянтарного ангидрида находят широкое применение в качестве детергентных присадок к смазочным маслам [1]. Присадки этого типа получаются алкилированием малеинового ангидрида олигомерами различных олефинов. Такой способ синтеза полиалкенилянтарного ангидрида сложен тем, что малеиновый ангидрид не сополимеризуется по ионному механизму.

Настоящая работа посвящена проведению радикальной сополимеризации малеинового ангидрида с децилметакрилатом. Сополимеризация дает возможность регулировать молекулярную массу и состав полученных сополимеров.

Сополимеризация децилметакрилата с малеиновым ангидридом проводилась в присутствии перекиси бензоила в растворе толуола. Было изучено влияние температуры, соотношения сомономеров, количества растворителя, продолжительности и концентрации инициатора на процесс сополимеризации.

При увеличении продолжительности сополимеризации (сополимеризация ведется при 80 °C, количество малеинового ангидрида в мономерной смеси 10%, концентрация инициатора — 0,5%, соотношение мономер: толуол — 1:1) от 1 до 3 ч выход сополимера увеличивается от 59,8 до 93,5%. Дальнейшее увеличение продолжительности (до 4 ч) мало влияет на выход (95,2%). При этом значение молекулярной массы изменяется в пределе 8 000—10 000.

Увеличение концентрации инициатора от 0,1 до 0,7% приводит к увеличению выхода от 15 до 97,5%. При этом значение молекулярной массы снижается от 10 000 до 7 000. Такая закономерность характерна для радикальной полимеризации — с увеличением числа активных центров длина полимерной цепи сокращается.

Значение молекулярной массы и выход снижаются с повышением концентрации малеинового ангидрида в мономерной смеси от 10 до 40%, выход изменяется в пределе 93,5—60%, молекулярная масса — 7400—4 200. Таким образом, малеиновый ангидрид участвует в процессе прекращения роста цепи. Изменением его количества можно регулировать молекулярную массу и выход сополимера.

Изменение температуры в пределе 70—90 °C приводит к увеличению выхода от 80 до 90%, но молекулярная масса снижается от 9 000 до 6 000. Это означает, что повышение температуры наряду со скоростью сополимеризации увеличивает и скорость других процессов, приводящих к прекращению сополимеризации.

Изменением соотношения толуола к мономерной смеси также можно регулировать молекулярную массу сополимеров.

По окончании сополимеризации продукт освобождается от растворителя, избытка мономеров и подвергается анализу.

Молекулярная масса определялась по Штаудингеру.

$$\eta = KMC \quad (K = 3,2 \cdot 10^{-4})$$

и значения сопоставлялись с данными, полученными на основании определена характеристической вязкости  $[\eta] = KM^a$  ( $K = 9,64 \cdot 10^{-5}$ ,  $a = 0,64$ ) [2]. При этом получилось удовлетворительное совпадение и в дальнейшем пользовались методом Штаудингера, отличающимся простотой.

Структура полученных сополимеров изучена методами ИК- и ПМР-спектроскопии.

В ИК-спектре присутствуют полосы поглощения с частотами 1720, 1725, 1760  $\text{см}^{-1}$ , характеризующие карбонильные группы, а также полосы поглощения с частотами 2700 и 2800  $\text{см}^{-1}$ , характеризующие насыщенные  $^1\text{CH}$ -группы звеньев малеинового ангидрида, что говорит об образовании истинного сополимера.

ПМР-спектр сополимера, синтезированный сополимеризацией мономерной смеси с содержанием 20%-ного малеинового ангидрида, показал, что на два звена децилметакрилата приходится одно звено малеинового ангидрида, это соответствует 18%-ному содержанию малеинового ангидрида в сополимере.

Образование истинного сополимера при сополимеризации децилметакрилата с малеиновым ангидридом можно было подтвердить и литературными данными, так как малеиновый ангидрид в этих условиях гомополимера не образует. Экспериментальным подтверждением может служить определение констант сополимеризации и состава сополимера.

Константы сополимеризации определены аналитическим методом [3]. При этом получились следующие значения:

$$\begin{aligned} \text{для децилметакрилата} \quad r_1 &= 1,75 \\ \text{для малеинового ангидрида} \quad r_2 &= 0 \end{aligned}$$

Как видно  $r_1 > 1$ , а  $r_2 < 1$ . Это означает, что сополимер обогащен децилметакрилатом. С другой стороны, произведение значений констант сополимеризации  $r_1 \cdot r_2 = 0$ , что говорит об образовании сополимера с чередующимися мономерными звеньями. Этот факт также согласуется с известными данными о том, что малеиновый ангидрид в основном используется для получения чередующегося сополимера.

Состав сополимеров был изучен методом фракционирования на колонке, заполненной силикагелем. Были определены выход и кислотное число каждой фракции. На основании кислотного числа определяли количество звеньев малеинового ангидрида в сополимере. Результаты представлены в таблице.

Анализируя результаты проведенных исследований установили, что нет фракций, не обладающих кислотным числом, т. е. не содержащих звеньев малеинового ангидрида и сополимер характеризуется узким фракционным составом (значение коэффициента композиционной неоднородности  $U = 0,01$ ).

Результаты фракционирования сополимера по составу

Выход фракции, г	Кол-во мономеров во фракц.				Исправлен- ная суммар- ная масса	
	масс. %		г			
	ДМК	МА	ДМК	МА		
0,0100	97,12	2,88	0,0097	0,0003	0,0051	0,0025
0,1311	96,04	3,96	0,1259	0,0052	0,0670	0,0386
0,3775	95,68	4,32	0,3611	0,0164	0,1929	0,1685
0,3800	95,30	4,70	0,3621	0,0179	0,1942	0,3621
0,2807	95,27	4,73	0,2674	0,0133	0,1434	0,5309
0,4973	95,11	4,89	0,4730	0,0243	0,2541	0,7296
0,0641	95,08	4,92	0,0609	0,0032	0,0328	0,8731
0,1137	94,91	5,09	0,1079	0,0058	0,0581	0,9186
0,0640	94,05	5,94	0,0602	0,0038	0,0327	0,9639
0,0386	92,54	7,46	0,0357	0,0029	0,0197	0,9901

Примечание. ДМК — децилметакрилат; МА — малеиновый ангидрид.

Таким образом, нами были выявлены оптимальные условия синтеза сополимера для получения присадки: т-ра — 80 °С, расход инициатора — 0,5%, продолжительность — 3 ч, кол-во малеинового ангидрида в смеси мономеров — 10%, соотношение мономер: толуол — 1:1 (по массе). Полученный сополимер имеет молекулярную массу 10 000, кислотное число — 40—44 мгКОН/г.

### Выводы

1. Изучена радикальная сополимеризация децилметакрилата с малеиновым ангидридом в растворе толуола.
2. Установлено образование истинного сополимера с чередующимися мономерными звеньями.

### Литература

1. Кулев А. М. Химия и технология присадок к маслам и топливам с. 83, М., Химия, 1972.
2. Энциклопедия полимеров. Советская энциклопедия, с. 184, М., 1974.
3. Езрилев А. И., Брохина Э. П., Роскин Е. С. Высокомолек. соед., 1969, № 8, 1670.

Институт химии присадок

Поступило 7. VI 1982

Э. М. Гулиев, Э. И. Эмбетов, А. М. Левшина

### ДЕСИЛМЕТАКРИЛАТЫН МАЛЕИН АНГИДРИДИ ИЛЭ БИРКЭ ПОЛИМЕРЛӘШМӘСИ

Мәгаләдә инициатор оларың бензоил-пероксидин иштиракы илэ децилметакрилатын малеин ангириди илэ биркә полимерләшмәснәдән бәйс олуунур. Мүөйән едилишидир ки, бу заман мономер һәлгәләрі нөвбәләнән һәгиги биркә полимер әмәлә кәлир.

A. M. Kuliev, A. I. Akhmedov, A. M. Levshina

### COPOLYMERIZATION OF DECYL METHACRYLATE WITH MALEIC ANHYDRIDE

In this paper the radical copolymerization of decylmethacrylate with maleic anhydride in toluene solution was studied. The formation of intrinsic copolymer with alternating monomeric links was also established.

### АЗӘРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЯСЫНЫН МӘРГҮЗӘЛӘРИ

### ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XL ЧИЛД

№ 9

1984

УДК 547.533:661.183.6

### НЕФТЕХИМИЯ

Чл.-корр. Б. А. ДАДАШЕВ, А. А. САРЫДЖАНОВ,  
А. А. КАДЫРОВА, Л. А. МЕХРАЛИЕВА

### ПРЕВРАЩЕНИЕ ТОЛУОЛА НА СО-ФОРМЕ ЦЕОЛИТА ТИПА У, МОДИФИЦИРОВАННОЙ ПЕРЕХОДНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Известно, что поливалентные катионные цеолиты обладают высокой активностью в реакции превращения толуола [1—3].

Однако каталитические свойства поливалентных катионных цеолитов, содержащих переходные металлы в реакции превращения толуола, мало изучены.

В настоящей работе сообщаются результаты исследования превращения толуола на цеолитах в поливалентной катионной форме CoNaU, модифицированных дополнительно переходными элементами: никелем, кобальтом, палладием и молибденом.

Исходный цеолит CoNaU получен из натриевой формы цеолита типа U ( $\text{SiO}_2:\text{Al}_2\text{O}_3=5$ ) путем ионного обмена из 0,1N раствора нитрата кобальта. Степень обмена  $\text{Na}^+$  на  $\text{Co}^{+2}$  составляла 80 экв %.

Методом пропитки в исходный цеолит CoNaU, прокаленный при 500 °С дополнительно был введен кобальт (1,0%), никель (1,0%), палладий (0,5%) и молибден (1,0%).

В образец Pd/CoNaU был также введен дополнительно кобальт (1,0 масс. %).

Катализаторы формовали после добавления в качестве связующего 20 масс. % окиси алюминия.

Каталитическую активность синтезированных катализаторов исследовали при атмосферном давлении на проточной установке при 450 °С, объ. ск. по толуолу 1 ч<sup>-1</sup>, мольн. отношении  $\text{H}_2:\text{C}_7\text{H}_8$ , равном 5.

Перед опытом катализаторы предварительно активировали в токе воздуха в течение 3 ч при 500 °С, с последующим восстановлением водородом при той же температуре 2 ч.

Активность катализаторов определяли по степени превращения толуола (масс. %), а селективность — процентным отношением целевых продуктов к общему превращению (масс. %).

Состав продуктов реакции анализировали на хроматографе «Хром-31» с пламенно-ионизационным детектором и стальной капиллярной колонкой со скваланом в качестве неподвижной фазы.

Полученные данные показали, что активность и селективность синтезированных катализаторов зависит от их состава и значительно изменяется в процессе работы.

При модификации образцов CoNaU переходными элементами (Pd, Ni, Mo) наряду с повышением общей активности резко сокращается время достижения ее максимума (рис. 1).

Однако из полученных данных видно, что палладий и никель значительно снижают выход продуктов диспропорционирования по сравнению с образцом, содержащим молибден и способствуют в большей степени реакции деалкилирования.

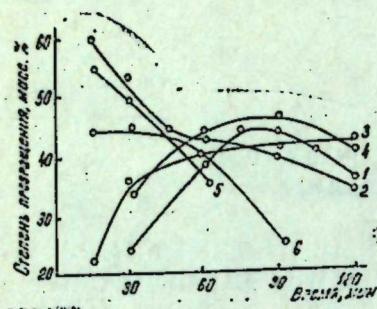


Рис. 1. Зависимость катализитической активности катализаторов от времени: 1 — CoNaY; 2 — 0,5% Pd / CoNaY; 3 — CoNaY + +1% Co; 4 — Pd / CoNaY + 1% Co; 5 — CoNaY + 1% Ni; 6 — CoNaY + 1% Mo

Дополнительное введение кобальта в образец CoNaY и Pd/CoNaY увеличивает выход продуктов диспропорционирования и селективность процесса (таблица).

#### Превращение толуола при максимальной активности цеолита CoNaY, модифицированного переходными элементами

Продукты реакции, масс. %	CaNaY	Переходные элементы				Pd/CoNaY + +1% Co
		Pd	Ni	Co	Mo	
Н-параффины	0,1	0,9	0,8	0,3	0,19	0,16
Бензол	27,3	38,2	37,5	32,0	32,28	28,70
Толуол	54,8	43,2	45,5	57,8	55,9	52,6
Ксиолы	1940	5,3	6,3	15,7	8,53	10,7
Этилбензол	0,2	0,3	0,48	0,1	0,6	0,1
Триметилбензол	1,4	0,9	0,72	0,1	2,84	1,0
Кокс	6,2	11,2	8,7	3,0	0,19	6,74
Селективность	85,0	76,4	80,0	95,1	90,6	82,7

Нарушение пропорциональности в образовании бензола по отношению к ксиолам для модифицированных образцов, по-видимому, связано с участием активных центров на поверхности катализаторов и изменением соотношения кислотных центров.

Следует отметить, что дополнительное введение кобальта в цеолит CoNaY (рис. 1 кр. 3) позволяет стабилизировать высокую активность, а также значительно увеличивается время достижения максимальной катализитической активности.

Известно, что состояние поверхности катализатора и тем самым его активность можно изменять также предварительной активацией катализатора [4—6]. В связи с этим представляет интерес исследовать активность катализатора CoNaY + 1% Co, прошедшего предварительную обработку с различными газами (воздух, водород и углекислый газ). Зависимости активности от активирующего действия воздуха, водорода и углекислого газа представлены на рис. 2.

Предварительная обработка катализатора углекислым газом

(500 °C), показала, что активность его выше, чем после обработки водородом и воздухом (рис. 2), что хорошо согласуется с литературными данными [5—6].

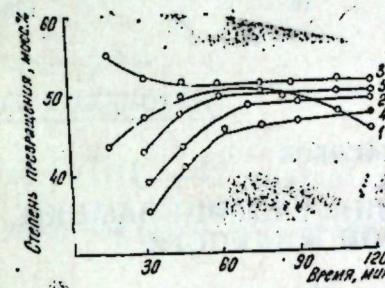


Рис. 2. Зависимость степени превращения толуола от времени на катализаторе CoNaY + 1% Co, предварительно обработанным при 500 °C: 1 — активирование в CO<sub>2</sub>, реакция в H<sub>2</sub>; 2 — активирование в H<sub>2</sub>, реакция в CO<sub>2</sub>; 3 — активирование в CO<sub>2</sub>, реакция в CO<sub>2</sub>; 4 — активирование в воздухе, реакция в H<sub>2</sub>; 5 — активирование в воздухе, реакция в CO<sub>2</sub>.

Следует отметить, что при обработке углекислым газом катализатора (CoNaY + 1% Co) значительно сокращается время достижения максимальной активности, что, по-видимому, связано с промотирующим действием углекислого газа и основано на образовании на поверхности цеолитов дополнительных протонодонорных центров [4].

#### Литература

- Пенчов В., Каизиров В., Миначев Х. М. Нефтехимия, т. 19, № 15, 1979, с. 672—678.
- Грязнова З. В., Николеску И. В., Цицишили Г. В. и др. Нефтехимия, т. 17, № 4, 1977, с. 531—536.
- Сапожакина А. А., Чайрова Н. И., Шопов Д. М. Нефтехимия, т. 20, 1980, с. 368—371.
- Миначев Х. М., Исаков Я. И. ДАН СССР, т. 202, № 6, 1972, с. 1341—1344.
- Миначев Х. М., Исаков Я. И., Калинин В. Л., Усачев Н. Я. Кинетика и катализ, т. 14, вып. 2, 1973, с. 418—425.
- Грязнова З. В. Сэндулеску И. Ш., Баскуньян К. А. и др. Нефтехимия, т. 21, 1981, с. 226—231.

#### Институт нефтехимических процессов

Поступило 27.V.1982

Б. А. Дадашов, Э. Э. Сарычанов, А. А. Гадирова, Л. А. Мекралыева  
КЕЧИД ЕЛЕМЕНТЛӘРЛӘ МОДИФИСИРЛӘШДИРИЛМИШ У ТИПЛИ  
СО ФОРМАЛЫ СЕОЛИТ ҮЗЭРИНДӘ ТОЛУОЛУН ЧЕВРИЛМӘСИ

Мәгәләдә кечид элементләри илә модифицирләшдирилмиш У типли Со формалы сеолит катализаторларының катализтик фәаллығы толуолун чөврilmәси реаксијасында өтөрнилмишdir.

Мүзәјән единмишdir ки, палладиум, никел вә молибденде модифицирләшдирилмиш катализаторлар толуолун чөврilmәси реаксијасыны деалкилшеш, кобалтла әлавә модифицирләшдирилмиш катализаторлар исә диспропорсиелләшмә истигамәтинә јөнәлтмәкә јүксәк сечицилијә малик олур. Карбон газы илә әлавә активләшдирилмиш катализатор, јүксок активлијә маликолма мүддәттин азалдыр.

Б. А. Dadashov, A. A. Saryzhanov, A. A. Kadyrova, L. A. Mekraliyeva

#### TOLUENE CONVERSION OVER Y-TYPE CO-ZEOLITE MODIFIED BY TRANSITION ELEMENTS

The results of toluene conversion over CoNaY-polyvalent cation exchanged zeolites modified by transition elements are presented in the paper. It was stated that dealkylation of toluene took place in modifying of zeolite catalysts with Pd, Ni and Mo whereas additional introduction of Co into Co-zeolite promoted disproportionation and improved the catalyst selectivity.

The preliminary activation of the catalyst by carbon dioxide reduced the time necessary for maximal activity.

Р. Ю. АМЕНЗАДЕ, В. Г. НАСИБОВ

О ВОЛНОВОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ  
НЕОДНОРОДНОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. П. Гулизаде)

Удовлетворительная модель многих реальных жидкостей как сплошных сред должна основываться на представлении о неоднородности, когда свойства среды меняются в пространстве. Неоднородны, например, морская вода, некоторые супензии и т. д. При этом во многих практических важных случаях приходится иметь дело с распространением волн в таких жидкостях, когда скорость распространения является локальной характеристикой волны и есть функция координат. Математическая задача о распространении гармонической волны в неоднородной среде, как правило, сводится к интегрированию дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, что связано со значительными трудностями. В этой связи целью данной статьи является получение и решение уравнений, описывающих осесимметричное волновое течение неоднородной жидкости в круглой цилиндрической трубе радиуса  $R$ . При этом жидкость принимается невязкой и сжимаемой. В невозмущенном состоянии полагаем, что плотность и скорость звука являются функциями только радиуса (слоистая неоднородность).

1. Уравнение гидродинамики идеальной неоднородной баротропной жидкости имеют вид [1]

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u \right] = -\nabla p \quad (1.2)$$

$$p = p_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma} \quad (1.3)$$

Здесь  $\rho$ —плотность жидкости,  $u$ —вектор скорости. Величины  $p_0 = \text{const}$  и  $\gamma > 1$  [2] определяются по данным эксперимента, а  $\rho_0$ —значение плотности при  $p = p_0$ . Для слоисто-неоднородной среды волновое решение системы (1.1)–(1.3) будем искать в виде

$$p = p_0(r) + p_*(x, r, t), \quad p = p_0 + p_*(x, r, t), \quad u = u(x, r, t) \quad (1.4)$$

Предположим, что возмущения  $p_*$ ,  $p_*$ ,  $u$  основного состояния  $p_0$ ,  $\rho_0$ ,  $u = 0$ , вносимые волной, достаточно малы [3], т. е.

$$p_*/p_0 \sim p_*/\rho_0 \sim \varepsilon$$

где  $\varepsilon$ —малый параметр. Подставляя соотношения (1.4) в систему (1.1)–(1.3), после линеаризации получим

$$\frac{\partial p_*}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} u + u \Delta p_0 = 0 \quad (1.5)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla p_* \quad (1.6)$$

$$p_* = c_0^2(r) p_* \quad (1.7)$$

Здесь  $c_0^2(r) = \gamma \frac{p_0}{\rho_0}$ —квадрат аднабатической скорости звука. Систему уравнений (1.5)–(1.7) перепишем в виде

$$\frac{\partial p_*}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_0 u) = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 u) = -\nabla \{c_0^2(r) p_*\}$$

Исключив из (1.6) функцию  $u$ , будем иметь

$$\frac{\partial^2 p_*}{\partial t^2} = \Delta \{c_0^2(r) p_*\}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$

Положив

$$p_*(x, r, t) = \frac{1}{c_0^2(r)} y(r) \exp i(\omega t - \lambda x),$$

получим следующее уравнение

$$y'' + \frac{1}{r} y' - \lambda^2 y + \lambda^2 q(r) y = 0, \quad (1.9)$$

где  $\omega$ —задаваемая круговая частота,  $\lambda^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2}$ , а  $\lambda > 0$ —искомое волновое число, процесс определения которого (формулировка граничных условий) будет обсуждаться ниже. Для удобства записи введено следующее обозначение:  $p_0 = p_{00} q(r)$ , где  $p_{00}$ —характерная плотность жидкости, а  $q(r) \neq 0$ —функция, характеризующая неоднородность. Тогда  $c_0^2(r) = \gamma \frac{p_0}{p_{00}} \frac{1}{q(r)} = c_{00}^2 \frac{1}{q(r)}$ .

2. Перейдем к изучению уравнения (1.9). Ищется его решение, ограниченное на отрезке  $[0, R]$  при условии интегрируемости функции  $q(r)$ . Как известно,  $y'' + \frac{1}{r} y' - \lambda^2 y = 0$ —модифицированное уравнение Бесселя, двумя независимыми решениями которого являются  $I_0(\lambda r)$  и  $K_0(\lambda r)$ —соответственно модифицированные функции Бесселя и Ганкеля первого рода нулевого порядка. Отметим, что они действительные монотонные функции, а  $K_0(\lambda r)$  имеет логарифмическую особенность в нуле. Однако можно показать, что

$$\lim_{r \rightarrow 0} r K_0(\lambda r) = 0 \quad (2.1)$$

и, следовательно,  $rK_0(\lambda r)$  ограничено на  $[0, R]$ . Общее решение уравнения (1.9) ищем в виде

$$y = A_1(r) I_0(\lambda r) + A_2(r) K_0(\lambda r)$$

Тогда, опуская соответствующие выкладки, методом вариации постоянных можно показать, что при условии ограниченности в нуле исходного решения уравнение (1.9) эквивалентно следующему интегральному уравнению Вольтерра

$$y = \alpha_1 I_0(\lambda r) + \lambda^2 \int_0^r K(r, \tau; \lambda) y(\tau) d\tau^*, \quad (2.2)$$

где ядро

$$K(r, \tau; \lambda) = \{I_0(\lambda\tau) K_0(\lambda r) - I_0(\lambda r) K_0(\lambda\tau)\} \tau q(\tau)$$

При этом, используя формулы [4]

$$I_v(z) K_{v+1}(z) + I_{v+1}(z) K_v(z) = \frac{1}{z}, \text{ при } v = 0 \text{ и}$$

$$I'_0(z) = I_1(z), \quad K'_0(z) = -K_1(z)$$

учитывалось, что определитель Вронского имеет вид

$$W = \begin{vmatrix} I_0(\lambda r) & K_0(\lambda r) \\ I'_0(\lambda r) & K'_0(\lambda r) \end{vmatrix} = -\frac{1}{r}$$

Для решения уравнения (2.2) применим метод последовательных приближений

$$y_0(r) = \alpha_1 I_0(\lambda r)$$

$$y_{n+1}(r) = y_n(r) + \lambda^2 \int_0^r K(r, \tau; \lambda) y_n(\tau) d\tau, \text{ для } n \geq 0$$

Методом индукции доказывается справедливость следующих оценок

$$|y_n(r) - y_{n-1}(r)| \leq C \frac{\Phi^n(r)}{n!} |\alpha_1|,$$

где

$$\Phi(r) = 2\lambda^2 CM \int_0^r q(\tau) d\tau; \quad M = \sup_{[0, R]} r K_0(\lambda r)$$

$$C = \max_{[0, R]} I_0(\lambda r) = I_0(\lambda R).$$

Следовательно, можно показать, что

$$|y(r)| \leq |\alpha_1| C \exp[\Phi(R)]$$

и поэтому последовательность  $\{y_n(r)\}$  равномерно сходится к функции  $y(r)$  для  $0 < r < R$ , являющейся единственным решением уравнения (2.2). Необходимо отметить возможность рассмотрения также случая кусочной неоднородности, что обусловлено требованием только интегрируемости функции  $q(r)$ .

Постоянные  $\alpha_1$  и  $\lambda$  можно определить, подчинив полученное решение при конкретном задании неоднородности некоторым граничным условиям. Так, например, при рассмотрении волн в неоднородной жидкости, заключенной в полубесконечную деформируемую оболочку, такими условиями являются условие непроницаемости,

\* Постоянная  $\alpha_1$  должна определяться из соответствующих граничных условий.

уравнения движения оболочки под действием гидродинамических сил, а также задание пульсирующего давления на торце оболочки. Тогда в силу однородности поставленной задачи нетривиальное решение получается при определенной связи между  $\omega$ ,  $\lambda$  и параметрами системы (дисперсионное уравнение).

### Литература

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 576, 1973.
2. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды, 286. Изд-во МГУ, 1978.
3. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн, 384. М.: Наука, 1979.
4. Янко Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции, 344. М.: Наука, 1977.

АГУ им. С. М. Кирова,  
АэИСИ

Поступило 14.II.1983

Р. Ю. Эмэнзадэ, В. Г. Насибов

### ГЕЈРИ-БИРЧИНСЛИ ИДЕАЛ МАЈЕНИН ҮИДРОДИНАМИК ТӘНЛИКЛӘРИНИН ДАЛҒА ҢЭЛЛИ

Мәгаләдә гејри-бирчинсли идеал баротроп мајенин даирөви боруда охасимметрик ахымынын һәрәкәт тәнликләринин чыхарылмасы вә онуң ңэллиниң бәлс олуун.

Һәյачанланмамыш һалда сәс сүр'ети вә сыйхылг јалның радиал координатдан асылы функция гәбул едилир. Гојулан мәсәлә дәйишәп әмсаллар ади дифференциал тәнлијә кәтирилир. Ңэллин мәннелүгү шартинә эсасен алышын тәнлијин Волтер типли интеграл тәнлијә эквивалентлији вә јеканәлији көстөрилир. Деформасијаланан өртүк үчүн сәрнәд шәртләри арашдырылып.

R. Yu. Amenzade, V. G. Nasibov

### ON THE WAVE SOLUTION OF THE HYDRODYNAMICS EQUATIONS OF THE NONHOMOGENEOUS IDEAL FLUID

In this paper the solution of equations, describing the axisymmetrical wave motion of nonhomogeneous ideal barotropic fluid to the circular cylindrical tube, is considered. It is assumed that in the disturbed state the density and speed of the sound are the functions of only radial coordinate.

УДК [551.24:627.8](479.24)

**Ф. Г. ДАДАШЕВ, А. М. ДАДАШЕВ, Ю. Б. ГАЛАНТ,  
С. А. МАМЕДОВА, Г. Л. БРЕСКИНА**

## ПОИСКИ ТЕКТОНИЧЕСКИХ НАРУШЕНИЙ В РАЙОНЕ СТРОИТЕЛЬСТВА ВАЙХИРСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА НАХИЧЕВАНСКОЙ АССР

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ш. Ф. Мехтиевым)

В связи с освоением новых территорий под сельскохозяйственные угодья и строительством для этих целей водохранилищ, часто приходится сталкиваться с утечкой воды из них. Это связано с тем, что колодцы водохранилищ часто при строительстве попадают на линии тектонических нарушений, по которым и происходит утечка водной массы. Поэтому при проектировании необходимо иметь информацию о тектонических нарушениях на местах строительства водохранилищ.

Данные исследования выполнены для обнаружения тектонических нарушений с целью предотвращения утечки по ним водной массы будущего водохранилища. Работы велись в районе створов плотины и чаши водохранилища Вайхирского участка Нахичеванской АССР. В районе створов плотины развиты отложения палеогенового возраста, представленные алевролитами, песчаниками, известняками, простирающимися в северо-западном направлении. Чаша водохранилища сложена палеогеновыми породами, представленными песчаниками и алевролитами.

Район работ приурочивается к площади Ордубадского синклиниория. Наиболее древними складчатыми структурами Ордубадского синклиниория являются предмioценовые линейные складки, которые имеют отражение в юрских, меловых, эоценовых, нижнеолигоценовых и средне-олигоценовых породах и нигде не переходят в залегающие на последних мioценовые отложения.

Все складки асимметричны, причем у антиклинальных — юго-западные крылья крутые, а северо-восточные — пологие. В связи с этим оси синклинальных складок отстоят на больших расстояниях от северо-восточных и на меньших — от юго-западных крыльев антиклинальных складок.

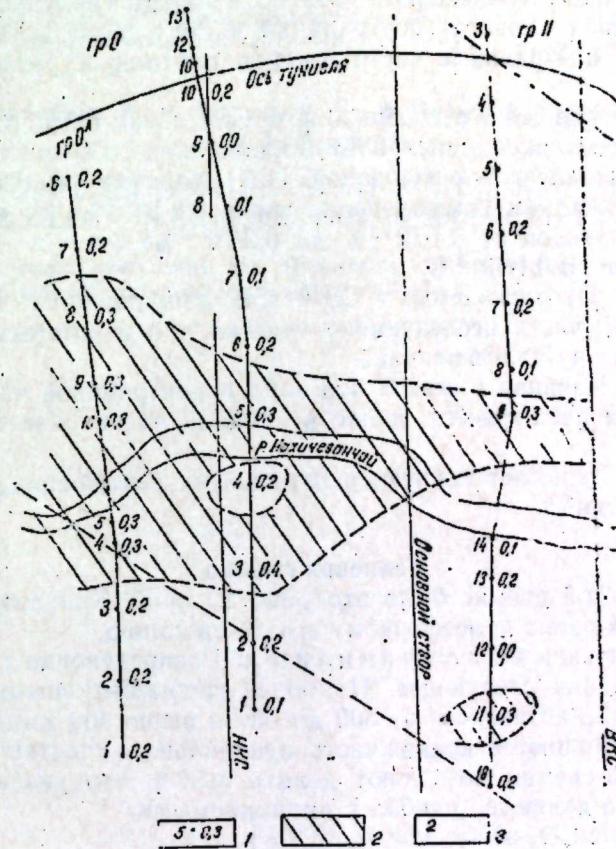
Исследование участка работ проведено гамма-съемкой, а также газовой съемкой с использованием компонентов индикаторов: углекислого газа, углеводородов, гелия. Площадь заснятого участка — 4,0 км<sup>2</sup>. Пробы для определения углекислого газа, углеводородов и гелия отбирались из подпочвенного воздуха при помощи конусообразного газоотборника с глубины 0,8—0,9 м из предварительно заготовленной для газоотборника скважин малого диаметра.

ГЕОХИМИЯ

Концентрацию углекислого газа подпочвенного воздуха определяли интерферометром ШИ-5.

Анализы на углеводороды проводились на хроматографе ХПМ-2. Содержание гелия определялось на приборе ИНГЕМ.

Гамма-съемка осуществлялась с использованием полевого одноканального гамма-радиометра СП-3 м.



1 — номер точки; содержание  $\text{CO}_2$  % в подпочве;  
2 — зона с содержанием  $\text{CO}_2$  выше 0,3%;  
3 — зона с содержанием  $\text{CO}_2$  до 0,3%.

В районе створов плотины съемка проведена по сетке  $100 \times 50$  м, а в районе чаши водохранилища — по сетке  $500 \times 250$  м. В зависимости от сложности условий, а также исходя из необходимости детализации работ, расстояние между точками отбора проб и профилями сгущалось или же разряжалось. Отобрано и проанализировано около 270 проб.

В результате проведенных исследований выявлено следующее.

Район створов плотины. Распределение гамма-активности по площади следующее (рисунок). Наиболее гамма-активный участок

района плотины — северный (значения гамма-активности от 500 до 600 имп/сек и выше 600 имп/сек), далее на юг значения гамма-активности уменьшаются (в южном и центральном районах плотины значения гамма-активности до 400 имп/сек).

Итак, основываясь на данных съемки по гамма-активности, можно сделать вывод, что наиболее проницаемым является северный участок исследуемого района плотины.

Распределение углекислого газа по площади следующее. Наиболее газонасыщенной является центральная часть района исследований, охватывающая центральные части створов плотины и русло р. Нахичеванчай.

Геологическая зона с содержанием  $\text{CO}_2$  выше 0,3% отвечает переслаиванию песчаников и алевролитов палеогенового возраста.

По содержанию углеводородов (УВ) удается выделить 3 зоны: 1-я — с содержанием углеводородов выше  $0,2 \cdot 10^{-3}\%$ ; 2-я — с содержанием углеводородов от  $0,1 \cdot 10^{-3}\%$  до  $0,2 \cdot 10^{-3}\%$ ; 3-я — с содержанием углеводородов до  $0,1 \cdot 10^{-3}\%$ .

1 зона. Протягивается в СЗ — ЮВ направлении. Расположена в центральной части исследуемого участка и с некоторым смещением отвечает руслу р. Нахичеванчай.

2 зона. Начиная с севера эта зона в центральной части исследуемого участка расширяется, далее в южной части разветвляется на рукава.

3 зона. Занимает южную, центральную, северо-западную и северо-восточную части.

#### Гелиевая съемка

При гелиевой съемке было отобрано 10 проб. Концентрация гелия во всех пробах равна атмосферному его содержанию.

Район чаши водохранилища. Распределение гамма-активности по площади следующее. Наиболее гамма-активными участками (значения гамма-активности от 500 до 600 и выше 600 имп/сек) на территории чаши являются: южная часть центрального участка и восточная. Данные гамма-съемки позволяют делать вывод, что указанные части водохранилища являются наиболее проницаемыми.

Содержание  $\text{CO}_2$  невысокое (до 0,3%).

При гелиевой съемке отобрано 10 проб. Значения концентраций гелия во всех указанных пробах равны его атмосферному содержанию.

Подытоживая изложенное, можно отметить следующее в районе створов плотины зоны с повышенными значениями углекислого газа и углеводородов совпадают между собой и находятся в центральной части, а по гамма-активности зона с повышенными значениями расположена в северной части: в районе чаши водохранилища зоны с повышенными значениями гамма-активности располагаются на юге центральной части и в восточной части водохранилища.

Исходя из изложенного можно отметить, что зоны с повышенной гамма-активностью возможно фиксируют участки повышенной проницаемости. В целом район створов плотины и чаши водохранилища в тектоническом отношении оценивается как благоприятный для строительства.

Ф. Г. Дадашов, А. М. Дадашов, Ю. Б. Галант, С. А. Мамедова, Г. Л. Брескина

#### НАХЧЫВАН МССР-ИН ВАЛХИР СУ АНБАРЫ ЭРАЗИСИНДЭ ТЕКТОНИК ПОЗУЛМАСЫНА ДАИР АХТАРЫШ ИШЛЭРИ

Су анбары нөвээснэдээ су ахыныны гаршысыны алмаг үүчин тектоник позулмаладын ашкара чыхарылмасы мөгсэдилэ Нахчыван МССР-ийн Валхир көндөн яхынлыгындахи су анбары нөвээснэдээ вэ тикилэчээк бэйд рајонунда тэдгигат ишлэгээр апарылмышдыр. Ишлээр индикатор компонентлэрдэн—карбон газы, карбоидрокенлэр, гелиум—истифадэ етмэклэ газ планалмасы вэ гамма планалмасы васитэсилэ апарылмышдыр. Су ахыны рајонун шимал вэ мэркээн иссөсийн чигүү вэ шэргийн гэжэ альнимышдыр. Бэйд вэ су анбары нөвээснэи рајонуун тектоник чөнэтдээ элверишти олмасы мүэжэн сийлмийшдир.

F. G. Dadashov, A. M. Dadashov, Yu. B. Galant, S. A. Mamedova,  
G. L. Breskina}

#### THE SEARCH OF TECTONIC DISLOCATION IN DISTRICT OF VAJCHIR WATER COLLECTION CONSTRUCTION OF NAKHICHEVAN ASSR

This Investigation deals with the discovering of tectonic dislocation, aimed at the disclosure of leak of water mass of water collectors.

Э. Г. СУЛТАНОВ

## ПЕСНЯ ПТИЦ КАК МАРКЕР ПОПУЛЯЦИИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. А. Мусаевым)

В настоящее время не вызывает сомнений, что песня птиц может быть тончайшим маркером популяционной структуры вида [2]. Для ряда видов установлена жесткая типологическая структура песни [3]. При этом репертуар особи состоит из одного или нескольких типов песен. Спектрограммы, показывающие изменение частоты звука по времени, разное исполнение одного и того же типа песен при наложении, полностью совпадают.

Репертуар отдельной особи зяблика (*Fringilla coelebs*) состоит из 1—6 типов песен, в большинстве случаев особь исполняет типы песен сериями. В каждой серии 5—20 песен одного и того же типа. Однако изредка можно встретить особь «перебирающую» все типы песен своего репертуара. В таких случаях один тип песен исполняется от 1 до 4-х раз подряд. Разные особи могут иметь одинаковые типы песен, однако особи с одинаковым репертуаром практически не встречаются.

Песня зяблика обычно состоит из 1—6 колен (групп одинаковых элементов (звуков) и концовки, так называемого «росчерка». Некоторые колена могут быть представлены единственным элементом. В «росчерке» может быть 1—6 элементов. Каждый тип песни может состоять из 3—10 вариантов, отличающихся друг от друга только числом элементов в разных коленах. При этом количество элементов в «росчерке» неизменно. В большинстве случаев он включает 1—2 элемента.

В результате исследования 8 100 песен, записанных от 282 особей на Кавказе, нам удалось выделить 296 отдельных типов песен. При этом было выделено всего 7 типов концовок. Отсюда видно, что разные типы песен могут иметь одинаковый «росчерк». 5 типов песен не имели «росчерка».

Записи песен были проведены в 19 точках: в Тебердинском, Рицинском, Пицундском, Колхидском (Поти), Боржомском, Гейгельском, Басутчайском (Зангелан), Гирканском, Сагурамском, Пиркулинском заповедниках и в окрестностях городов, поселков и сел, указанных в таблице.

Тип «росчерка» 5 имеет форму латинской буквы «V», 6 состоит из второй составляющей «росчерка» 5, а 2 — из первой. Концовка 3 представляет собой жужжащий элемент в форме жирного пятна или черты на спектрограмме. «Росчерк» I типа «зигзаг» имеет форму буквы «И» с удлиненной вниз третьей составляющей и наклоненной против часовой стрелки, т. е., имеющей понижающуюся во времени частоту. Концовка 7 состоит из комбинации жужжащего элемента и составляющей в форме волнистой черты. Если в «росчерке» было несколько элементов, то тип его определялся по последнему.

Следует отметить, что каждый тип «росчерка» состоит из ряда вариантов, отличающихся тонкими деталями структуры (утолщения на концах, небольшие выросты, изгибы и т. д.). Многие варианты являются переходными от одних к другим типам «росчерков».

## Распространение типов «росчерков» зяблика на Кавказе

Точки записи		% типов песен с данным типом расчертка							Кол-во выделенных типов песен
		1	2	3	4	5	6	7	
Западная часть Большого Кавказа	Теберда	27	33	3	10	6	21	—	31
	Рица	28	32	10	10	—	20	—	21
	Пицунда	13	24	13	3	7	37	—	30
Колхидская низменность	Поти	—	—	30	—	15	55	—	20
Малый Кавказ	Боржоми	—	—	38	—	18	6	38	16
	Гейгель	26	32	5	32	—	5	—	19
	Шуша	22	50	—	28	—	—	—	32
	Зангелан	25	13	—	62	—	—	—	8
Талыш	Нуравуд Гирканский заповедник	56	44	—	—	—	—	—	18
		56	44	—	—	—	—	—	25
Восточная часть Большого Кавказа	Сагурами	—	—	15	—	39	46	—	13
	Закаталы	—	4	8	12	56	46	—	27
	Пиркули	—	—	5	—	43	47	—	21
	Алты-Агач	7	7	—	14	14	58	—	14
	Набрань	—	10	10	5	42	38	—	19
В том числе Дагестан	Хучни	—	—	—	—	13	87	—	8
	Махачкала	—	—	—	—	20	80	—	5
	Дубки	—	—	13	—	60	27	—	15
	Араканы	—	—	—	—	70	30	—	10

По наличию и процентному соотношению типов песен с разными концовками мы выделяем шесть географических популяций зяблика на Кавказе:

1. Талышская. Она характеризуется наличием только двух типов «росчерка» (1, 2). Это свидетельствует о ее изолированности от остальных.

2. Восточная часть Малого Кавказа. Характерными для нее являются концовки 1, 2, 3, составляющие 90—100% от всех типов песен. При этом «росчерк» 4, по-видимому, специфичен для этой популяции, так как только здесь отмечен в большом количестве. Наличие росчерков 1 и 2 свидетельствует об общности происхождения с талышской популяцией.

3. Западная часть Малого Кавказа (Боржомская). Только здесь отмечена концовка 7. Другой многочисленной концовкой является 3 (жужжащая), характерная для Колхида. Отсутствуют росчерки 1, 2 и 3.

4. Западное Закавказье (Колхидская), характеризующаяся преобладанием «росчерков» 3 и 6 и наличием примеси концовки № 5, характерной для Большого Кавказа.

5. Западная часть Большого Кавказа. Эта популяция самая гетерогенная. Здесь представлены все типы росчерков, кроме 7. Преобладающими являются концовки 1, 2, 6. Интересно, что с приближением к Колхидской низменности (Пицунда) их доля начинает уменьшаться и возрастает количество типов песен с росчерками 3 и 6, характерными для Колхида.

6. Восточная часть Большого Кавказа. Концовки 5 и 6 охватывают в этой популяции от 72 до 100% всех типов песен. Все остальные типы концовок (кроме 7) встречаются в незначительных количествах, главным образом в местах сближения с теми популяциями, где они являются преобладающими. При этом птицы из Дагестана обнаруживают явные признаки изоляции. Здесь практически не отмечены другие типы концовок кроме 5 и 6.

Нетрудно заметить, что «росчерки» типа 1 и 2; 5 и 6 тяготеют друг к другу и почти всегда присутствуют или отсутствуют вместе. Между ними же существует и наибольшее количество переходных вариантов, по-видимому, свидетельствующих об общности происхождения этих типов элементов. В восточной части Малого Кавказа можно обнаружить ряд переходов от концовки 2 к 4 за счет постепенного появления левой составляющей сперва в виде небольшого выроста, а затем полноценной части перевернутого «v»-образного элемента. В Боржомском заповеднике «росчерк» 7 имел ряд вариантов переходных к концовкам 3 и 5.

Важно отметить, что все популяции, хотя бы в примеси, имеют типы «росчерков», характерные для соседних. Таким образом, границы между популяциями не являются резкими, а, по-видимому, включают большую зону интеграции. Границу между популяциями западной и восточной частями Большого Кавказа, по-видимому, следует проводить по западным границам Центрального Кавказа (меридиан Эльбруса), так как популяция западной части Большого Кавказа, несомненно, тяготеет к побережью Черного моря. Тот факт, что популяции западной части Большого Кавказа, восточной части Малого Кавказа и Тalysha, будучи разделенными географически, характеризуются преобладанием одних и тех же типов «росчерка» — 1 и 2, мы объясняем наличием связи по линии Западной части Большого Кавказа — Крым — Балканы — Малая Азия — северо-западный Иран — Восточное Закавказье.

Для зяблика существование географических популяций установлено впервые. До сих пор существование больших географических популяций, отличающихся особенностями структуры песни, было известно только у восточного соловья (*Luscinia luscinia*) [1].

Аналогичные исследования нами проводились также на малой мухоловке (*Ficedula parva*), московке (*Parus ater*), большой синице (*Parus major*), чечевице (*Carpodacus erythrinus*).

Если у зяблика одинаковые типы песен можно встретить лишь в пределах данной географической популяции, т. е. на ограниченной части территории Кавказа, то у большой синицы, малой мухоловки и в мень-

шей мере чечевицы одинаковые типы песен можно обнаружить практически по всему Кавказу, что свидетельствует о сравнительной гомогенности населения этих птиц на Кавказе.

## Литература

- Симкин Г. Н. Песня восточного соловья как акустический маркер групповых и популяционных структур. Орнитология, вып. 16, 1981, с. 73—80.
- Симкин Г. Н. Актуальные проблемы изучения звукового общения птиц. Орнитология, вып. 17, 1982, с. 36—53.
- Симкин Г. Н. Типологическая организация и популяционный филогенез песни у птиц. Бюл. Моск. о-ва испытателей природы. Отд. биол., т. 88, вып. 1, 1983, с. 15—28.

Институт зоологии

Е. Г. Султанов

Поступило 5.VI.1984

## ГУШЛАРЫН НӘГМӘСИ ПОПУЛЯСИЈАНЫН НИШАНВЕРИЧИСИ КИМИ

Мәгәләдә сорт типология гурулушы нәгмәли гушларын нәгмәләрини спектрограммалында осасын опларын популясијаларынын зәриф деталларынын структурун тәдригиг, едилемәснин мүмкүн олмасы көстәрилүп. Назырда мешә сөрчәснин (*Fringilla coelebs*) 6 чографи популясијасы Гафгазда мүәյҗән олумышшур. Бу популясијалардан бири чох күман ки, мәңгүл Бөйүк Гафгазда эмәлә кәлмишидир. Нәгмәләрни гурулушу популясијаларын арасында тәдричолунманы, һетероклиси, гоһумлугу вә назырки әлагәни мүәյҗән етмәјә имкан верири.

E. G. Sultanov

## BIRD SONG AS A MARKER IN POPULATIONS

The possibility of stating details in population structure according to the spectrograms of songs of birds species having strict typological song structure is shown. In the Caucasus 6 geographical populations of chaffinch of *Fringilla coelebs* are separated, one of which appears to be autochthonous for the Greater Caucasus. Song structure makes it possible to determine the degree of isolation, heterogeneity, relationship and the presence of contacts among the populations.

УДК 615.28;615.576.85;615.582.28

## МИКРОБИОЛОГИЯ

Академик В. Ю. АХУНДОВ, чл.-корр. М. М. ГУСЕЙНОВ,  
М. Г. ВЕЛИЕВ, Т. М. МЕЙБАЛИЕВ, Э. Ш. МАМЕДОВ.

**АНТИМИКРОБНАЯ АКТИВНОСТЬ НОВЫХ  
ПОЛИХЛОРБИЦИКЛИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ  
АЦЕТИЛЕНОВОГО РЯДА И ВОЗМОЖНОСТИ  
ПРИМЕНЕНИЯ ИХ В МЕДИЦИНЕ**

Распространение устойчивых форм возбудителей гнойно-септических инфекций требует продолжения исследования с целью создания новых противомикробных препаратов, в частности противостафилококковых, противосинегнойных, существенно отличающихся от известных антимикробных средств по химическому строению, а следовательно и по механизму действия [1].

В научной литературе представлено незначительное количество работ, свидетельствующих о применении препаратов хлороганических соединений (ХОС) в медицине.

Основным направлением в изыскании ХОС, обладающих антимикробным действием, является обнаружение среди них мощных пестицидов и инсектицидов [2].

В литературе известно [3—4], что ацетиленовые соединения (спирты, амины, эфиры и др.) обладают биологически активными свойствами. В этой связи синтез и изучение бактерицидной активности некоторых ацетиленовых соединений полихлорбициклогептенового ряда представляют большой интерес.

Полихлорбициклические хлороганические соединения ацетиленового ряда синтезированы в ИХОС АН Азербайджанской ССР.

Цель и задача настоящей работы — установление антимикробной активности препаратов данного ряда с определением возможности использования их в медицинской практике. Исходя из этого препараты были изучены НИИ ВМиГ им. Г. М. Мусабекова Министерства здравоохранения Азербайджанской ССР.

Полихлорбициклические соединения ацетиленового ряда (I—VI) синтезированы на основе реакции диеновой конденсации аллилацетилены и его производных с гексахлорцикlopентадионом и 5,5-диметокситетрахлорцикlopентадиеном. Химические характеристики этих соединений представлены в таблице.

Строение соединений (I—VI) подтверждено данными ИК-и ПМР-спектров, а индивидуальность — методом ТСХ.

С целью определения антибактериальной активности представленных препаратов, в качестве тест-культур в опыт были взяты представители как грамположительных, грамотрицательных, так и спорообразующих микроорганизмов и грибов: золотистый стафилококк 209, золотистый стафилококк 906, ассоциаций 10 штаммов стафилококков, выделен-

№ соединения	Формулы	Вы- ход, %	T. кип., °C				Брутто- формула
I		97,5	165—167 (1)	1,5185	1,1972	0,87	C <sub>16</sub> H <sub>20</sub> Cl <sub>4</sub> O <sub>3</sub>
II		84	205—207	1,5267	1,3784	0,30	C <sub>16</sub> H <sub>16</sub> Cl <sub>4</sub> O <sub>3</sub>
III		91,8	203—205 (1)	1,5057	1,2623	0,62	C <sub>18</sub> H <sub>22</sub> Cl <sub>4</sub> O <sub>4</sub>
IV		95	172—174 (3)	1,5386	1,4083	0,86	C <sub>14</sub> H <sub>14</sub> Cl <sub>4</sub> O
V		80,6	138—139 (1)	1,5509	1,4064	0,85	C <sub>12</sub> H <sub>12</sub> Cl <sub>4</sub> O <sub>3</sub>
VI		78	65—66	—	—	0,85	C <sub>10</sub> H <sub>6</sub> Cl <sub>6</sub>

ных из материалов клиники, синегнойная палочка, кишечная палочка 1257, протей и сальмонелла тифимурум, выделенные как из материалов клиники, так и у носителей этой инфекции, сенная палочка и антракоид, а также дрожжеподобный грибок вида кандида альбиканс.

Для исследования бактерицидности хлороганических соединений применялись следующие методы: метод тест-объектов, суспензионный метод и метод Брича, с использованием адсорбентов, а для определения бактериостатического действия препаратов использованы: метод большого объема среды, многократного промывания, ежедневного пересева микробы на свежую, присущую ему, питательную среду, диффузии на агар, серийных разведений на твердый агар и метод определения процента подавления роста вегетативного мицелия грибов. Эталоном служили известные бактерициды и фунгициды (хлорамин и др.).

В результате проведенных исследований выяснено, что изучаемые препараты ХОС ацетиленового ряда обладают определенным угнетающим действием на микроорганизмы, взятые в опыт. Некоторые из них обладают сильно выраженным действием как по отношению к грамположительным, так и грамотрицательным, спорообразующим микроорганизмам, дрожжеподобному грибу вида *Candida albicans*. Активность зависела от химической структуры, а также и от состава питательной среды, на которой проводились исследования.

Результаты проведенных исследований свидетельствуют о том, что изучаемые препараты ХОС хорошо диффундируют в окружающую среду; ОП-7, мазевые основы (ланолин, глицерин) подавляют рост таких микроорганизмов как: золотистый стафилококк, кишечная палочка, синегнойная палочка, сенная палочка и антракоид, а также *Candida albicans*.

В опытах препараты изучались в различных концентрациях (от 0,001—1% в соответствующих растворителях).

Таким образом, в ряду вновь синтезированных препаратов полихлорбициклических соединений ацетиленового ряда, противомикробная активность как и *in vitro* так и *in vivo* по отношению к микроорганизмам, зависит, по-видимому, в значительной степени от заряда (имеющихся формул) и радикала.

## Выводы

1. Впервые изучена антибактериальная активность новых полихлорбициклических соединений ацетиленового ряда.

2. Результаты исследования указанными методами показали, что препараты оказывают свое губительное действие по отношению к тест-культурям, взятым в опыт в 0,5 и 1,0% концентрации в течение 30—60—90 мин соответственно.

3. Из изученных полихлорбициклических соединений ацетиленового ряда, имеющих различные фрагменты в молекуле, наиболее активными antimикробными действиями обладают соединения, имеющие пропинильные радикалы в боковой цепи. Эти соединения, обладая благоприятными физико-химическими характеристиками, дадут возможность использовать их в практической медицине в качестве антисептика.

## Литература

- Л. Лысенко, Г. Кулик, Г. Клочковский. Физиологически активные вещества, № 6, 1974, с. 63.
- М. Мельников И. Н. Химия и технология пестицидов, с. 50—94. М.: Химия, 1974.
- З. Котляревский И. Л., и др. Химия ацетиленца. М.: Наука, 1972.
- М. Шостаковский, М. Ф., Богданова А. В. Химия диацетилены. М.: Наука, 1971.

Научно-исследовательский  
институт вирусологии, микробиологии и гигиены  
им. Г. М. Мусабекова Минздрава Азерб. ССР

Институт хлороганического  
синтеза АН Азерб. ССР

Поступило 19. XI. 1982

В. Ю. Ахундов, М. М. Гусейнов, М. Г. Велиев, Т. М. Мејбалыев, Е. Ш. Мәммәдов

АСЕТИЛЕН СЫРАСЫНДАКЫ ЖЕНИ ПОЛИХЛОРБИСИКЛИК БИРЛӘШМӘЛӘРИН  
БАКТЕРИСИД ФӘЛЛÝГÝ ВӘ ОНЛАРЫН ТИБДӘ ИШЛӘДИЛМӘСИ  
ЕҢТИМАЛЫ

Мәгәләдә ацетилен сырасындақы жени полихлорбисиклик берләшмәләрин илк дәғә микролара гарышы бактерисид фәллýғындан баһс олунур.

Мұхталиф фрагменттер ацетилен сырасындақы полихлорбисиклик берләшмәләр ичесинде жән зәңчириләрнің пропинил радикаллары олар берләшмәләр даға фәл бактерисид тә'сире маликдір. Өз бактерисид тә'сирләри илә мүнасиб физики вә кимjеви хассејә малик олар бу берләшмәләр кәләчәкдә тибби тәчрүбеләрдә бир антисептик кими истифада едиле биләр.

V. Yu. Akhundov, M. M. Guseinov, M. G. Veliyev, T. M. Meiballyev,  
E. Sh. Mamedov

ANTIBACTERIAL ACTIVITY OF NEW POLYCHLORBICYCLIC  
COMPOUNDS OF ACETYLENE SERIES AND THE POSSIBILITY OF  
THEIR USE IN MEDICINE

For the first time the antibacterial activity of new polychlorbicyclic compounds of acetylene series was studied. Among the polychlorbicyclic compounds of acetylene series, having different fragments in their molecules, the compounds, containing propinyl radicals in the lateral chain, possessed the most active antimicrobial actions. These compounds, possessing favourable physical, chemical characteristics, may be used in practical medicine in the quality of antiseptic.

Т. И. АХУНДОВ, Р. Б. АРАЗОВА

## ПОСЕЛЕНИЕ КУЧУМХАНТЕПЕ В КУСАРСКОМ РАЙОНЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР З. М. Буниятовым)

Среди большого количества памятников, выявленных за последние годы в северо-восточном Азербайджане, значительное место занимают поселения. В предлагаемой статье говорится об одном из них — поселении Кучумхантепе.

Памятник находится в 0,5 км к югу от шоссе Хазра — Ялама и в 1 км к юго-западу от с. Куллар Кусарского р-на, у пересечения Самур-Аппшеронского канала с каналом Ханархы.

Он сохранился в виде холма, северная сторона которого смыта, вероятно, руслом древнего дельтового рукава р. Самур, по которому позже проложен канал Ханархы. Вершина сохранившейся части площадью 250 м<sup>2</sup>, склоны крутые, высотой 15 м. В месте смыва холма образовался обрыв в 23 м. На вершине имеется частично срезанное обрывом строение (нижняя часть и внутреннее мощение) из булыги на известковом растворе.

С целью определения стратиграфии памятника на западной кромке вершины был заложен шурф. Он выявил двухслойное культурное отложение мощностью 3,2 м, насыщенное золой и вкраплениями керамики. Остатков строений не выявлено. Нижний 2-метровый пласт отражает эпоху ранней бронзы, а верхний, толщиной 1,2 м — средневековья.

Коллекция собрана в основном из материалов нижнего слоя, добывших как из шурфа, так и со склонов холма. Это главным образом керамика. Несмотря на малочисленность она достаточно выразительна и характеризует функционально-типологические и технологические особенности сосудов.<sup>1</sup>

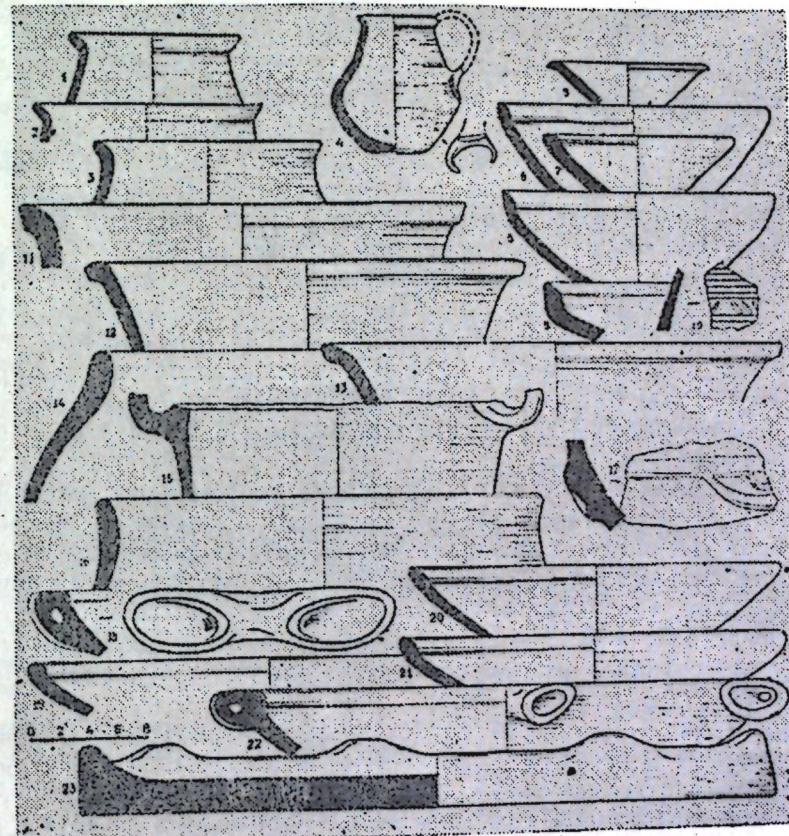
Значительное место в коллекции занимают чаши (миски). Наиболее характерны экземпляры с валикообразным внутренним бортиком (рисунок, 5—8, 18—22). Они различны по диаметру и глубине. Поверхность серо-черно-розовых тонов, часто залощена. Черепок в изломе серый и розовый. Чаши с валикообразным внутренним бортиком широко распространены в северо-восточном Азербайджане<sup>2</sup> и, видимо, являются локальным вариантом характерного для Восточного Кавказа<sup>3</sup> типа посуды и, возможно, отражают развитую стадию в их эволюции.

На некоторых черепках сохранились фрагменты ручек (рисунок, 18, 22). Они петлевидно-втульчатой формы с небольшим отверстием и вписаны в сильно «стянутый» петлей ручки рельефный овал. Прикреплены к внешней закраине бортов. Подобные ручки часты и на других поселениях данной зоны, датируемых концом эпохи ранней бронзы.

Ввиду фрагментарности материала, определить количество ручек

на отдельных сосудах, а также наличие их у других экземпляров, мы не можем.

Среди фрагментов чащ донья также отсутствуют, но, возможно, они были плоскими, что характерно для подобных сосудов<sup>5</sup>, хотя встречаются и высокие кольцевые поддоны<sup>6</sup>.



Археологический материал с поселения.

Отметим два фрагмента от сосудов, близких к описанным по типу. Это обломок небольшого блюдца (рисунок, 5) и фрагмент борта чаши (рисунок, 9).

В отдельную группу можно выделить обломки венчиков небольших сосудов (горшков?, кувшинов?). Они различны по профилировке. Часть из них имеет суживающуюся кверху шейку-плечико, завершающуюся выраженным отогнутым венчиком (рисунок, 1, 2). В одном случае, суживающаяся шейка-плечико плавно отгибаясь, завершается закраиной и не имеет выраженного венчика (рисунок, 3). Черепок у всех экземпляров серый, поверхность серо-розовая, лощенная.

Значительный интерес представляет небольшой горшочек (рисунок, 4). Черепок серый, со слаженной поверхностью. Шейка-плечико, занимающее около 2/3 высоты сосуда, суживается и завершается отогнутым уплощенным венчиком. В стыке ее с нижней частью горшка об разуется слаженное, но выраженное ребро. Донце небольшое, слегка вогнутое со слаженным краем. Изнутри оно совершенно не выражено.

На плечике сосуда сохранилась часть ручки. Она была ленточно-петлевидная и соединяла основание плечика с закраиной венчика. В месте нижнего крепления ручка расширяется, края ее несколько оттянуты вниз и завершены рельефными роговидными завитками.

Видимо, это стилизованное изображение рогов, символизирующее быка. Украшение сосуда головкой животного, в том числе быка — прием, известный в Передней Азии с VI—V тыс. до н. э.<sup>7</sup>. Кроме того, для ранних земледельческо-скотоводческих племен характерны антропоморфные и зооморфные фигурки, среди которых значительное место занимало изображение быка, имеющее культовое значение.<sup>8</sup>

До настоящего времени, в частности в исследуемой зоне рогам придают магическую силу оберега от дурного глаза. Предание, записанное со слов жителя района р. Самур гласит, что «сосуд без ручки надо закрывать, а в сосуд с ручкой шайтан не войдет»<sup>9</sup>. Оно указывает на то, что ручке также придавалось значение оберега. Связь описываемого изображения непосредственно с ручкой позволяет предположить, что оно по отношению к сосуду и его содержимому носило функции оберега.<sup>10</sup> Что касается самого сосуда, то подобные по силуэту сосуды в куро-аракской керамике исследователями датируются 2400, 2300—2000 годами до н. э.<sup>11</sup> Прототипом же аналогичной связи ручки с изображением можно назвать экземпляры более раннего этапа данной культуры.<sup>12</sup>

В отдельную группу можно выделить широкогорлые хозяйствственные кувшины, представленные фрагментами венчиков и стенок. Они двух типов. Первый — кувшины с четко профицированным венчиком. Шейка их, расширяясь, завершается угловато-отогнутым с косоусеченной закраиной, венчиком (рисунок, 12, 13). У одного сосуда шейка плавно переходит в отогнутый и усеченный венчик (рисунок, 11). Черепок у этого типа в изломе серый и розовый. Поверхность розовая, слаженная.

Второй тип — сосуды со слабовыраженным венчиком. Шейка у них суживается и переходит в округлую, незначительно отогнутую или утолщенную вертикальную закраину (рисунок, 14, 16). Черепок розовый с серой сердцевиной в изломе. Тесто с примесями шамота и растительных остатков. Поверхность грубая.

Второму типу описанных кувшинов, по профилю закраины, близок сосуд предыдущей группы (рисунок, 3), отличающийся лишь более мелкими размерами. В то же время по обработке и составу черепка он аналогичен первому типу хозяйственных кувшинов. Видимо, эта особенность указывает на существование обоих типов кувшинов, а их различия в форме и технологии изготовления отражают функциональные назначения.

В коллекции имеются обломки стенок крупных сосудов. В одном случае черепок серый на розовой подкладке с темно-серой лощенной поверхностью. В другом — черепок и внутренняя поверхность серые, поверхность розоволощенная с подпалинами. На одном черепке сохранился фрагмент массивной петлевидной ручки, вписанный в рельефный овал (рисунок, 15).

Характер фрагментарности хозяйственных кувшинов не позволяет реконструировать их формы и провести четкие датирующие параллели. В то же время, весь облик имеющегося материала отражает поздние этапы куро-аракской культуры.

В коллекции имеются два орнаментированных черепка. Один розовый с серой сердцевиной в изломе (рисунок, 10). Поверхность его залощена и покрыта горизонтальными врезными линиями и косыми семечковидными насечками. При всей характерности врезного орнамента для куро-аракской культуры, с которым в целом связан весь комплекс, в этом черепке чувствуется влияние майкопской культуры? (сочетание параллельных врезных линий и косых семечковидных насечек, а также цвет черепка).

Другой фрагмент от крупного сосуда на коричневой подкладке. Поверхность серо-бурая, слаболощенная. Обломок имеет слабовыраженное горизонтальное ребро. Орнамент в виде рельефной точки-подтека, примыкающего к ребру, и рельефного валика, описывающего точку (рисунок, 17).

Следует отметить фрагмент жаровни — изделия, характерного для инвентаря поселений эпохи бронзы в северо-восточном Азербайджане.

Имеются каменные изделия различного функционального назначения. Они изготовлены из булыги и гальки. Это — зернотерка, скребок, пест.

Скудность имеющегося материала не позволяет детально остановиться на хозяйственно-экономических вопросах. Однако наличие 2-метрового культурного слоя таких орудий как зернотерка и скребло, а также символ крупного рогатого скота (быка), связанного с мировоззрением обитателей поселения, указывают на прочную оседлость, видимо, с земледельческо-скотоводческим характером хозяйства.

Керамика, ее формы, характер, состав черепка и орнаментация поверхности позволяют на данном этапе исследования датировать нижний слой памятника концом эпохи бронзы или последней четвертью III тыс. до н. э.

Верхний 1, 2-метровый слой культурных отложений характеризует средневековье. В нем основу археологического материала составляет раннесредневековая керамика. Помимо этого, на склонах холма с аналогичными им материалами часто встречаются обломки обожженного «сасанидского» кирпича толщиной 8 см.

Остатки указанного строения, встречающиеся на поверхности холма — фрагменты позднесредневековой глазурованной и простой керамики, обломки стеклянных изделий и обломки мелкоразмерного обожженного кирпича, отражают последний кратковременный этап использования холма.

В заключение хочется обратить внимание на периодическое использование данного пункта. Возможно, тут была одна из переправ через р. Самур, что делало его стратегически и экономически выгодным и стимулировало возникновение поселений. В таком случае дальнейшее изучение этого памятника может быть полезно в решении таких вопросов как пути расселения торгово-экономических, культурных и военных контактов в регионе.

#### Примечания

<sup>1</sup> Весь керамический материал коллекции фрагментарен. В иллюстрации приведены их графические (в той мере, в которой позволял черепок) реставрации.

<sup>2</sup> Р. Б. Аразова, Т. И. Ахуидов. ДАН Азерб. ССР, № 9, 1981, с. 81; Р. Б. Аразова. ДАН Азерб. ССР, № 1, 1980, с. 97; Д. А. Халилов, Г. П. Кесамили. Кавказ и Восточная Европа в древности, с. 57. М., 1974.

3 Р. М. Мунчав. Кавказ на заре бронзового века, с. 188. М., 1975.

4 Р. Б. Аразова, Т. И. Ахундов. Ук. соч., с. 82.

5 Р. М. Мунчав. Ук. соч., с. 187.

6 Высокий кольцевой поддок имеется и с поселения Чаккаллыктеpe, который нами ошибочно причислен к вазам.

7 К. Х. Кушнарева, Т. И. Чубинишвили. Древние культуры Южного Кавказа, с. 163. Л., 1970.

8 А. А. Миллер. Мат-лы по этнографии, IV, с. 737. Л., 1927.

9 К. Х. Кушнарева, Т. И. Чубинишвили. Ук. соч., стр. 164.

10 Там же, рис. 44/101.

11 Там же, рис. 37/11.

Институт истории

Т. И. Ахундов, Р. Б. Аразова

Поступило 3. II. 1982

## ГУСАР РАЙОНУНДА ҚУЧУМХАНТЕПЕ АДЛЫ ІАШАЙШ ЈЕРИ

Мәгәләдә Гусар районунда юни ашкара чыхарылан Кучумхантепе адлы абиәдән бәңс олуңур. Бурада онун топографијасынын гыса тәснифаты вә элдә олуңан материалы тәйили верилүр.

Јашајыш јеринде 3,2 метрлик, икигат мәдени тәбәғә ашкар олуңмуштур. Буналардан алт гат (2 м) илк түнч дөврүнү, уст (1,2 м) гат исә орта ёсрләри экс етдирир.

Археологија материалын әсас үнесеңсиз тәшкел едән саксы мә'мұлатынын тәйили кестэрмишдир ки, алт гат е. э. III минилюїн ахырларына анддир.

Тәдигигат иәтичесинде айдын олмуштур ки, бу дөврә бурада отураг һәјат сүрән гәбила јашамышдыр. Елтимал ки, бу габиләни тәсәрүфаты экинчи-малдар хүсусијәти дашиамышдыр.

Јухары гат әсасен орта ёсрләри әһәтә едир. Соң орта ёсрләрдә бурада гыса мүддәтли мәскән салынышдыр.

Фикримизчә бурада Самур чајы үзәриндөкі кечидләрдән бири јерләшмиш, бу исә өз иөвбәсендә абиәдә әразисинде мәскәнләшмә просесинә төкан вермишдир.

T. I. Akhundov, R. B. Arzova

## THE SETTLEMENT OF CUCHUMKHANTEPE IN THE DISTRICT OF GUSAR OF THE AZERBAIJAN SSR

The aim of this article is to introduce into science the new-found settlement Cuchumkhantepe. The article gives a short classification of its topography and the analysis of the found material.

The settlement has the two-levelled cultural layer of 3.2 m. The lower layer in 2 m reflects the epoch of early bronze, the upper layer in 1.2 m—Middle Ages.

Ceramics is the base of archaeological materials. Its analysis gave a base to date a lower layer—the last quarter of III millennium B. C. The economy in this period has an agricultural and cattle-breeding character. The upper layer relates mainly to early Middle Ages. In the period of late Middle Ages the hill was settled for a short time.

The authors suppose that one of the Samur river crossings stimulating the peopling of the hill was situated in the district of this monument.

АЗӘРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XL ЧИЛД

№ 9

1984

УДК 902.6 (2a)

АРХЕОЛОГИЯ

Г. Х. РАМАЗАНОВ

## ФРАГМЕНТ КИТАЙСКОЙ ФАРФОРОВОЙ ЧАШИ ИЗ ҚАБАЛЫ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР З. М. Буниятовым)

Во время археологических работ 1980 г., в южной крепостной части гор. Кабалы в хозяйственной яме, на глубине 3 м 40 см, вместе с другими археологическими материалами был найден фрагмент днища небольшой фарфоровой чаши с синей подглазурной росписью с художественным сюжетом и китайской иероглифической надписью. Высота фрагмента—2,5 см, общий диаметр приблизительно 18 см, диаметр поддона—5 см. Сосуд имеет однородный плотный сильно звенящий черепок и относится к группе твердого фарфора. Глазурь с наружной стороны нанесена путем насыпки на поверхность сосуда и не отличается особой чистотой и равномерностью покрытия. На ней видны небольшие белые пятнышки. Насыпная глазурь «часто во время обжига дает пузырьки или дырочки из-за газов, образующихся между черепком и глазурью вследствие загрязнения черепка» [5, с. 21]. Как отметил Б. А. Шелковников, пятна, полученные во время обжига, зависят от смены окислительного и восстановительного режима печи. Лучшие экземпляры, высоко ценившиеся в самом Китае, не были предметом оживленной вывозной торговли [13, с. 372]. Кроме того можно добавить, что пятна зависят также от качества глазури, фарфоровой смеси и подглазурных красок.

Кольцевидный поддон чаши по периметру обведен тонкой коричневой полоской, представляющей собой подражание бронзовому и золотому ободку. Она служила защитой от всяких трещин и недоделок. В такой ободок в «Европе оправляли тонкие и крупные изделия Китая» [10, с. 175]. Судя по данным стамбульской и ардебильской коллекций [8, с. 25—26], покрытие ножек сосудов глазурью появляется в XV в. [6, с. 71].

На днище имеется пять кругов. Два из них внутри чаши, два—в чашеобразном поддоне и один у его основания. Внутри, на площадке диаметром 6,1 см, изображены тень, геометрические треугольники, планета Венера и наклоненные ветки дерева, на которых сидит сокол (таблица, рис. 1).

В средневековом Китае ветви деревьев пишутся только двумя приемами: это штрих, называемый «оленными рогами», которым изображаются ветви, растущие вверх, и прием «клешни краба», использованный при оформлении данной чаши, которым рисуют склоненные ветви [11, с. 399].

Чтобы ветки изобразить сухими художник, рисуя на чаше, оставил несколько штрихов. Например, на верхней ветке первая контурная линия на 0,5 см короче, чем вторая линия ветки. Около левого крыла

птицы край ветки или обе линии оставлены примерно в равном положении. «Взрастиши только ветви — изобрази сухое дерево» [11, с. 57].

Здесь художник безошибочно, хотя и схематично, передает строение голой сухой тонкой сосновой ветки, когда она чуть прогибается под тяжестью сокола. Художник рисовал его в эскизных контурных линиях, показывая внутреннее беспокойство птицы, связанное с внешними данными. Сокол нарисован в полусидячем положении на ветке и вершина крыльев направлена вперед. Соколы перед посадкой взлетают в небо довольно высоко и делают поворот головой или ногами. «Когда поступательная скорость сводится к нулю, птица для перемещения центра тяжести отводит вершину крыльев вперед» [4, с. 83], гасит скорость, а затем расправляет крылья и приземляется. Опущенные вниз крылья делают фигуру сокола злой и упрямой.

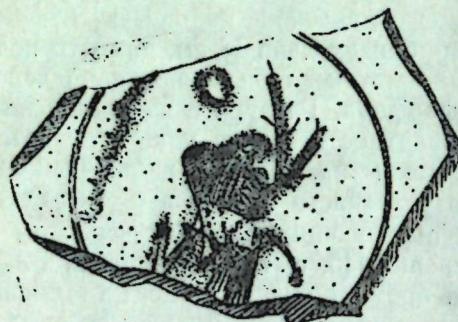


Рис. 1.

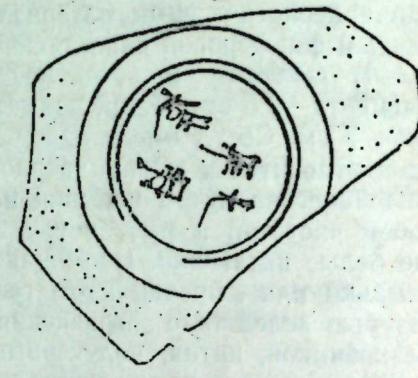
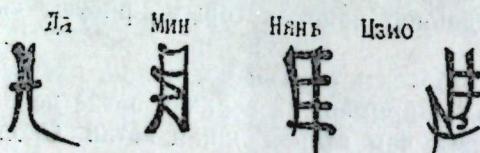


Рис. 2.

На днище фрагмента чаши есть двойной круг и четыре китайских иероглифа, которые написаны подглазурной синей краской (таблица, рис. 2.). Надпись расшифровал Е. И. Лубо-Лесниченко, за что выношу ему благодарность. Он предполагает, что находка изготовлена китайским средневековым мастером примерно в XVI в.

С воцарением династии Мин установился новый обычай, который существовал до последних дней династии — ставить на фарфоровых изделиях иероглифы, обозначающие имена династий и императоров, при которых были изготовлены эти изделия. Надписи встречаются «лишь на привозных предметах» [10, с. 113]. В большинстве случаев они шести-и четырехзначные. В четырехзначной надписи описываемого фрагмента имена и девизы правления императоров отсутствуют.

Все четыре иероглифа, написанные в чаше, различаются между собой по размерам шрифта. Перевод этих иероглифов такой:



«Изготовлен в годы (правления) Великой Мин».

Иероглифы, сюжеты, орнаменты на чаше связаны между собой и основываются на религиозно-философских идеях даоизма, конфуцианства и буддизма.

На чаше, по китайской традиции, белый цвет символизирует время года — осень и связывает его с западной частью света. Возможно, символ времени года просто механически перенесен на соответствующую сторону света, куда отправляются умершие люди. Отсюда, вероятно, и китайский белый траур, который покрывает фарфоровые изделия в знак поминания памяти духа покойника. Кроме того, белый цвет очень хорошо передает сияние Венеры [12, с. 22], последняя изображена внутри чаши маленьким кругом.

Наряду с символическим белым цветом в народном творчестве Китая соколы и другие благородные птицы изображались вечно живыми. «Если наклеить на стену (это) его изображение, то вся нечисть будет выметена как метлой. Если он попадет на (ваш) барский двор, то этим на круглый год будет вам обеспечен полный покой [1, с. 219—220]. «Эти хищные птицы были наглядными эмблемами доблести. Их мясо ели, чтобы отразить нападение лисиц и оборотней, с той же целью сжигали их когти и полученный пепел принимали с водой» [14, с. 135].

Что означает изображение круга и тень на фрагменте чаши? Круг символизирует бесконечность неба, поскольку ограничивающая его линия не имеет конца. Круг замкнут в пределах одного нечетного числа линий. Указанный «Защитный круг» предназначен для «защиты его владельца от воздействия» [7, с. 67] злых духов и болезней. Тень выступает в «роли учителя, мастера и мудреца, наставляющего лишь откликаться, быть эхом истины» [3, с. 81].

Найденный фрагмент особого вида чаши предназначен, по утверждению многих исследователей, только мужскому потомству.

Входившие в широкое употребление освежающие напитки приятнее всего было пить из хорошо декорированных китайских фарфоровых чашек, которые сохраняют аромат этих напитков. В Азербайджане возросло требование на китайский фарфор как особый предмет украшения не только благодаря его художественной декоративности, но и ввиду приписываемых ему разных магических свойств и качеств.

Известный азербайджанский ученый Абд ар-Рашид ал-Бакуви, средневековые ученые Вассаф, Хамдуллах Казвини и другие в своих трудах сообщают, что Китай имел двусторонние связи с Азербайджаном, среди китайских товаров, привозимых в Азербайджан, особое место занимали белые и прозрачные фарфоровые изделия [2, с. 127].

Китайские фарфоровые изделия — прямая связь с другими видами народного искусства, прежде всего с живописью, графикой и литературой, что позволяет сравнить их с историко-культурными комплексами, дающими возможность судить о материальной и духовной культуре средневекового Азербайджана. Поэтому найденный в Кабале фрагмент чаши, который можно отнести примерно к первой половине XVI в., имеет большое научное значение и представляет определенный интерес для исследователей.

## Литература

1. Алексеев В. М. Китайская народная картина. Духовная жизнь старого Китая в народных изображениях. М., 1966.
2. Ашурбейли С. Б. Советское китасведение, № 2, 1958.
3. Завадская Е. В., Алексеев В. М. О философско-эстетическом ареале слова. Литература и культура Китая. М., 1972.
4. Карлов Г. Н. Изображение птиц и зверей. М., 1976.
5. Кверфельдт Э. К. Керамика Ближнего Востока. Руководство к распознанию и определению керамических изделий. Л., 1947.
6. Лубо-Лесниченко Е. И. Фарфоровый сосуд, расписанный кобальтом, периода Юань. Сообр. Гос. Эрмитажа, вып. XXXVI, Л., 1973.
7. Огнева Е. Д. Защитный круг из Харо-Хото. Культура и искусство Индии и стран Дальнего Востока. Л., 1975.
8. Rose J. XIV Century Blue-and-White. A Group of Chinese Porcelains in the Torporri Sazay Mus., Ist-Wash., 1952.
9. Рапорт И. В. Германской керамики с расписью кобальтом XVI-XVIII вв. в собрании Эрмитажа. Труды Гос. Эрмитажа, т. X, вып. VII. Л., 1969.
10. Рыгдылон Э. Р. Китайские знаки и надписи на археологических предметах с Енисея. Эпиграфика Востока, вып. V. Л., 1951.
11. Слово о живописи из Сада с горничною зерно. Пер. с кит. Е. В. Завадской. М., 1969.
12. Сычев Л. П., Сычев В. Л. Китайский костюм. Символика. История. Трактовка в литературе и искусстве. М., 1975.
13. Шелковников Б. А. Китайская керамика из раскопок средневековых городов и поселений Закавказья. Советская археология, т. XXI. М., 1954.
14. Шефер Э. Золотые персиды Самарканда. Пер. с англ. Е. В. Зеймали и Е. И. Лубо-Лесниченко. М., 1981.

Институт истории

Поступило 4. III. 1982

И. Х. Рамазанов

## ГЭБЭЛДЭ ТАПЫЛМЫШ ЧИН ФАРФОР ПИЈАЛЭСИНИН БИР ҮССЭСИ

Мэглэдэ Гэбэлэ шэнэриин чөнуб гала үсссэсийнде апарылан археологи газынтылар заманы ашиг дахь миньи Чин фарфор пијалэсийн отураачагы тэдгэг олуунур. Бурада пијалэсийн формасы, өлчүлэри, тэсвири хүсүүн эламэтлэри вэ гыса кимжэви тэркиби верилмишдир.

Чиндэ Мин сулаалэсийн һакимијэти дөврүндэки јени адэт вэ энэхүүлээрдэй бири дэхнэр заманы ашиг дахь миньи Чин фарфор пијалэсийн иллэрийн тэдгэг охунур: «Мин сулаалэс (накимијэти) иллэрийнда назырламышидь». Пијалэсийн үзүүрдэки тэсвир вэ јазы нүүнэлэри, орта эсрэлэд дөврүндэ мөвчдүйн даонзмийн, конфусиизмийн вэ буддизмийн динни-фалоси көрүүлэхэд оласында гурулмушдур.

Үүкээс бэдни декоратив хүсүүнэлэри малик олан пијалэ XVI эсрийн биринчи ярысында истенешил эдийнши вэ мөнбэлэрийн көстэрдижийн кими Чин—Азэрбайжан тичарээт элэгэлэри заманы Гэбэлээж көтирилмишдир.

G. H. Ramazanov

## A FRAGMENT OF CHINA CUP FROM KABALA

The article is devoted to the investigation of a fragment of Chinese china cup found in the fortress part of the town of Kabala. The form was investigated and a short chemical analysis of fragment was given.

With the reign of Min dynasty a new custom was established of putting hieroglyphs meaning the names of dynasties and emperors, during the reign of which they were produced, on the China wares which were exported. 4 hieroglyphes written on the cup are translated like this: "Produced during the administration of Great Min".

Hieroglyphes, plots, ornaments in the picture are connected with and based on religious-philosophical ideas of Taoism, Confucianism and Buddhism. As to the sources and scientists, the cup was produced in the first part of the XVIth century in the medieval China and was bought during cultural cooperation between China and Azerbaijan.

## АЗЭРБАЙЖАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӨРҮЗЭЛЭРИ

### ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XL ЧИЛД

№ 9

1984

### ИСТОРИЯ НАУКИ

Л. Г. АЛИЕВА, И. Р. СЕЛИМХАНОВ

## О МЕДИ В ТРУДАХ ХУБАЙША ТИФЛИСИ «БАЙАН АС-САНА'АТ» И ЕЕ УПОТРЕБЛЕНИИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Т. Н. Шахтахтинским)

Известно, что на территории Азербайджана медь выплавлялась с начала четвертого тысячелетия до нашей эры из ее руд, минералов и употреблялась человеком для изготовления из нее различных орудий, предметов украшений, культа. При этом в Азербайджане мастерство выплавки сплавов меди с мышьяком постепенно достигло определенного уровня развития [1]. Из медно-мышьяковых сплавов мастера отливали заготовки металла и различных предметов. Стимулированию развития выплавки меди и ее сплавов способствовало существование на территории Азербайджана многочисленных месторождений и проявлений медных руд [2]. При этом наиболее крупные ее месторождения располагались около г. Кедабека и с. Калакента, а в бассейне р. Шамхор были обнаружены ранние их выработки. Они упоминаются у крупных ученых-кавказоведов А. А. Ивановского [3] и А. А. Иессена [4]. При этом А. А. Иессен особо подчеркивает необходимость привлечения материалов из трудов средневековых ученых для изучения истории меди. Он также отмечает, что средневековые исторические письменные источники о меди и ее сплавах в Азербайджане до настоящего времени не подвергались достаточному научному анализу. Именно поэтому приводимые данные в трактате азербайджанского ученого XII в. Хубайша Тифлиси [5] о меди и ее употреблении в те времена представляют значительный исторический интерес, как отражающие не только технические, но также химические и алхимические воззрения, существовавшие у азербайджанского народа в XII в.

Прежде всего отметим, что у Хубайша Тифлиси медь, как и ряд других металлов, отнесена к «твёрдым телам» в отличие от «тел духов», что собственно соответствует представлению о меди у ар-Рази в его трактате «Книга тайны тайн» [6].

Хубайш Тифлиси, будучи, несомненно, знаком с обозначением металлов соответственно системе небесных светил, обозначил медь планетой Венера. Эта система, возникшая на Ближнем Востоке с древнейших времен, продолжала существовать в Закавказье и в XII в. Хотя при этом обозначение некоторых металлов в определении планет менялось, в отношении меди оно продолжало оставаться без изменения (таблица).

Что касается названий меди, употребляемых в древнейшие времена, отраженных в клинописных текстах на шумерском и аккадском языках, то они путанные. На шумерском медь называется «уруду», а на аккад-

Металлы	Авторы				
	У вавилонян 1600—1400 до н. э.	Олимпиодор (IV в.)	Стефанос Александрий- ский (VII в.)	Ар-Рази (IX—X вв.)	Хубайш Тифлиси (XII в.)
Золото	Солнце	Солнце	Солнце	—	Солнце
Серебро	Луна	Луна	Луна	Луна	Луна
Олово	—	Меркурий	Юпитер	—	Юпитер
Медь	Венера	Венера	Венера	Венера	Венера
Железо	—	Марс	Марс	Марс	Марс
Свинец	—	Сатурн	Сатурн	Сатурн	Сатурн

ском — (ерӯ). Однако Генри Лиме [7] сомневается, действительно ли эти названия относятся к меди, а не к бронзе?

Слово «халкос» в греческих письменных трудах, начиная со времен Гомера, как отмечает Мюли [8], неопределенной этимологии. Оно может относиться как к меди, так и к бронзе, а также к ее любым сплавам и металлам.

Относительно современного латинского названия меди «купрум», происходящего якобы от названия о-ва Кипр, то действительно, его считают общепринятым. И основывается он на том, что остров богат месторождениями медных руд, которые разрабатывались с ранних времен. Однако Дж. Д. Мюли не без основания считает, что слово «купрум» не имеет ничего общего с медью. Прежде всего, он утверждает, что медные месторождения на этом острове стали разрабатываться лишь с эпохи римского владычества, с тех пор медь из этих руд стала называться «кипрской». Действительно, упоминание о «кипрской меди», равно как и о меди других сортов, имеется у Плиния Старшего [9]. Интересно отметить, что среди сортов меди, упоминаемых Хубайши Тифлиси, находится также и «кипрская медь». Он приводит в общем названия трех сортов меди: кипрской, мекканской и «желтой». Что касается точности перевода названий этих металлов в трактате Хубайша Тифлиси, то в отношении двух первых сортов меди нет сомнений. Однако относительно правильности перевода третьего сорта меди, т. е. «желтой меди» у нас появились серьезные сомнения. Следует отметить, что в оригинале рукописи указанного трактата этот сорт меди назван «бириндж». Наше же ознакомление с трудами авторов до Хубайша эти сомнения подтвердило. Например, слово «бириндж», приводимое в трактате ар-Рази «Книга тайны тайн» (IX—X вв.) на персидском языке, согласно переводу У. И. Каримова, соответствует «золотоподобному металлу», т. е. металлу желтого цвета. При этом высказывается мнение, что данный металл получается, очевидно, путем сплавления меди с одним из «известных металлов» [буквально «тел»], в определенных пропорциях: 1/3 шабаха и 2/3 меди или 1/4 шабаха и 3/4 меди.

У. И. Каримов [10], согласно сведений, взятых из других источников, заключает, что «шабах» — металлический цинк, т. к. «сосуды, изготовленные из одного «шабаха», хрупки. Таким образом, надо было полагать, что «бириндж» представляет собой медно-цинковый сплав, который, как известно, обладает желтым цветом. Однако подобным же цветом обладают и другие медные сплавы, например, медно-мышьяк-

ковые, медно-оловянные и медно-сурымяные. Поэтому мнение У. И. Каримова не совсем убедительно.

Использование меди и ее превращение в благородные металлы — золото и серебро путем сплавления с различными металлами и веществами показывает, что Хубайш Тифлиси придерживался лишь до некоторой степени теории трансмутации металлов. Это видно из его описания некоторых рецептов получения металлов «подобных благородным». Приведем один из них. Хубайш Тифлиси пишет:

Солнечное, т. е. золотое сплавление. «Пусть возьмет полдирхема\* олова, два даника\*\* серебра, полданика «шибх» и полданика меди. Серебро, медь и шибх сплавят вместе, а потом расплавят олово и все вместе смешают. Когда вынет все это, оно будет распадаться на кусочки. Затем пусть смешает дирхем этого [состава] с тремя дирхемами меди, а к тому, что получится, добавит столько же серебра. Получится вещество, подобное золоту и каждый сможет сделать из него все, что захочет».

Таким образом видно, что Хубайш Тифлиси не верил в превращение меди путем такого сложного сплавления, якобы в новый металл, ибо последний был не золотом, а лишь «подобен золоту».

Приведем его следующий рецепт получения другого сплава, опять-таки «подобный серебру». «Пусть возьмет восемнадцать дирхемов олова и три дирхема хорошей латуни, шесть дирхемов меди и три дирхема черного олова. Каждый металл отдельно расплавит, за исключением черного олова, к которому надо примешать три дирхема ртути, а потом расплавить. Затем пусть все вместе смешает (по-видимому расплавит), прибавит к этому десять дирхемов сирийского вара и расплавит в просторном тигле. После этого можно отливать из этого вещества (т. е. сплава) предметы, так как оно будет подобно серебру».

Нет сомнения в том, что в данном случае путем подобного сложного сплавления получается медно-свинцово-цинково-рутутный сплав, лишь по цвету напоминающий серебро и поэтому ценившийся в те времена высоко.

### Литература

- Селимханов И. Р. Вестник АН СССР, № 9, 1958, с. 56—57.
- Алиев М. А., Каражай М. А. Сб. Из истории горнорудного дела в Азербайджане, т. IX. 1956, с. 113—144.
- Ивановский А. А. Мат-лы археологич. комиссии, № 6, М., 1911.
- Иессен А. А. К вопросу о древнейшей металлургии меди на Кавказе. Изв. ГАИМК, вып. 20, 1935.
- Михалевич Г. П. Перевод труда Хубайша Тифлиси. Описание ремесел (Байан ас-сан'ат), с. 77. М.: Наука, 1976.
- Б. А. ар-Рази. Неизвестное сочинение «Книга тайны тайн». Пер. У. И. Каримова. Ташкент, 1957.
- Henri Limo. Le travail du metal au pays de Sumer au temps de la III e dynastie d'ur.—Paris: Societe d'édition „Les Belles Lettres“, 1960, p. 30.
- Muhly J. D. Copper and Tin: The Distribution of Mineral Resources and the Nature of the Metal Trade in the Bronze Age.—Transactions, vol. 43, March 193, New Haven, Connec., p. 174—175.
- Кай Плиний Секунда. Естественная история ископаемых тел, с. 10—12.
- Императорская АН Пг., 1819.
- Каримов У.И. Комментарий книги ар-Рази «Книга тайны тайн», с. 141. Ташкент, 1957.

Институт неорганической и физической химии

\* Дирхем = 3,125 г.

\*\* Даник = 1/6 дирхема.

Поступило 1. IX 1983

**НУБЕЙШ ТИФЛИСИННИН «БӘЈАН ӘС-СӘНӘ'ӘТ» ӘСӘРИНДӘ МИС  
ВӘ ОНДАН ИСТИФАДӘ ЕДИЛМӘСИ ҺАГГЫНДА**

Орта ёср јазылы мәнбәләрниң Азәрбајҹанда мис вә онун әринитиләри һаггындағы мәлumat чох аз тәдгиг едилемишdir.

XII ёср Азәрбајҹан алими Һубејш Тифлисинин «Бәјан әс-сәнә'әт» әсәриндә бу барадә мараглы елми фикирләр вардыр. Һубејш миси «бәрк маддәләр»—металлар групна дахил еди, ону Венера планети иле ишарә еди. Һәмчинин мисин үч нөвүнү: «Кипр, мәккә, вә сары мис» (бурунч) көстәрир. Мисин мурәккәб әринитиләр васитасыла гызыл во күмүшәохшар металлара чөврилмәси вә ондан истифадә едилемеси бәрәдә кимҗөви нүхәләр верир.

L. N. Alieva, I. R. Selimkhanov

**ON THE COPPER AND ITS UTILIZATION IN THE WORK OF HYBEYSH  
TIFLISI „BAYAN-AS-SANA'AT“**

In the medieval writings data about copper and its alloys in the Azerbaijan was scientifically investigated not well enough. That is why the data given in the work of Azerbaijan scientist Hubeysh Tiflisi „Bayan-as-sana'at“ in the XII century is of great interest.

Hubeysh considers „copper“ to be „hard material“ and marks it with Venus. He indicates 3 types of copper: Cyprus, Mecca and yellow copper (bronze). He gives the chemical prescriptions to turn copper to gold and silver like metals with the use of alloys.

**МУНДӘРИЧАТ**

**Ријазијјат**

Р. К. Мәммәд Һүсейнов. Чырлашың икитөртилди квазихәти параболик тәэликләр үчүн сөрһәд нөгтәләрниң тәизимләнмәси һаггында . . . . . 3

А. С. Рустемов. Гарышыг тиң тәилик үчүн гарышыг мәсәләнин һәлли вә тәгрәби һәллини хәтасының гијмәтәндирilmәси . . . . . 7

А. Д. Искандаров. Бир чохөлчүлү тәрс мәсәлә вә онун оптимал гојулушуну регуляралаштырылmasы . . . . . 11

Н. М. Нәбиев. Максимумлу диференциал тәиликләрин һәллинин дајапыгылгы нәзәријәсинин бәзى мәсәләләри. П. . . . . 16

**Механика**

И. А. Эмирсланов. Потенциал нәзәријәнин бир мәсәләси һаггында . . . . . 22

**Ярымкечирничиләр физикасы**

М. Й. Шаһтахтински, Н. Б. Мустафаев.  $Bi_{1-x}Sb_x$  хәлителәләрниң плазма тәэликләри вә диелектрик сабити . . . . . 26

Е. Ж. Салајев, Т. Ч. Элијева, Р. Э. Чәфәрова. Аммониум-јодидин иронил төрәмәләрниң экспонат удмасы . . . . . 31

**Магнит һадисәләрі физикасы**

Ж. М. Сеидов, М. Б. Һүсейнов, Н. Г. Һүсейнов. Биквадрат мұбадиләли Изинг ферромагнитинде бирмагноилу вә икимагноилу удулма . . . . . 34

**Молекулјар физика**

Т. С. Әбілова, Даиг Суан Хај, Р. Е. Элијев, Р. М. Әһмәдов.  $\beta$  диметиламиноизобутиронитрил (ДАМИБН) вә  $\beta$  диметиламиноизобутиронитрил (ДМАБН) молекулларының конформасия изомерләрниң ИГ-спектрләреи вә оиласының нормал рәгсләри . . . . . 38

**Енержетика**

З. Ж. Гулијев. Пајланымыш параметрләри олан электрик дөврәләри үчүн дәјишиң вәзијјәтләр тәэликләрниң алымасы алгоритмләри . . . . . 44

**Гејри-үзви кимја**

Фам Ван Нјеу, М. Б. Бабаилы, Э. А. Гулијев.  $Tl_2CeS_4$ — $Tl_2SnS_4$  системинде фаза таразлығы . . . . . 47

**Полимерләр кимјасы**

Р. М. Әлигулијев, В. А. Оганян, Д. М. Хитејева, Ф. А. Ахундова, Ф. И. Чүмшүдов, Р. А. Бабаханов. Чениш дартыма интервалында еластомер композитләрниң деформасия хассәләрниң ријазија жазылышы . . . . . 51

**Ҙүксәк молекулјар бирлешмәләрниң кимјасы**

Э. М. Гулијев, Э. И. Әһмәдов, А. М. Лјовшина. Десилметакрилатын малеин анидриди иле биркә полимерләшмәси . . . . . 56

**Нефт кимјасы**

Б. А. Дадашов, Э. Э. Сарычанов, А. А. Гәдирова, Л. А. Мәһрәлијева. Кечид элементләрлә модификациялышы У типли Со формалы сеолит үзәрнинде толуолин чөврилмәси . . . . . 59

**Нидромеханика**

Р. Ж. Әмәнзадә, В. Г. Нәсібов. Гејри-бирчинсли идеал мајенин һидродинамик тәэликләрниң дағфа һәлли . . . . . 62

3

7

11

16

31

34

38

44

47

51

56

59

62

91

**Кеокимја**

Ф. Г. Дадашов, А. М. Дадашов, Ю. Б. Галант, С. А. Маммадова, Г. Л. Брескина. Нахчыван МССР-ни Вайхир су анбары әразисинде тектоник позулмасына даир ахтарыш ишләри . . . . . 66

**Зоологија**

Е. Г. Султанов. Гушларын нәгмәси популјасијанын нишанверичиси кими  
Микробиологија . . . . . 70

В. Џ. Ахундов, М. М. Һусејнов, Г. Э. Вәлијев, Т. М. Мејбадијев, Е. Ш. Мәммәдов. Асстилен сырасындакы јени полихлорбисиклик бирләшмәләрни бактерисид фәаллығы вә онларын тиббәдә ишләдилмәси сыйтималы . . . . . 74

**Археологија**

Т. И. Ахундов, Р. Б. Аразова. Гусар рајонунда Кучумхантәпә адлы яшајыш яери . . . . . 78

Н. Х. Рамазанов. Гәбәләдә тапылмыш чин фарфор пијаләсиини бир һиссәси . . . . . 83

**Елм тарихи**

Л. Н. Элијева, И. Р. Сәлимханов. Һүбөш Тифлисинин «Бәјән эс-әзи'эт» эсәринде мис вә ондан истифадә едилмәси нағында . . . . . 87

**СОДЕРЖАНИЕ****Математика**

Р. К. Мамедгусейнов. О регулярности граничных точек для вырождающихся квазилинейных параболических уравнений 2-го порядка . . . . . 3

А. С. Рустамов. Решение смешанной задачи для уравнения составного типа и оценка погрешности приближенного решения . . . . . 7

А. Д. Искендеров. Регуляризация одной многомерной обратной задачи и ее оптимизационной постановки . . . . . 11

Г. М. Набиев. Некоторые вопросы теории устойчивости решений дифференциальных уравнений с максимумами . . . . . 16

**Механика**

И. А. Амирасланов. Об одной задаче теории потенциала . . . . . 22

**Физика полупроводников**

Чл.-корр. М. Г. Шахтахтинский, Н. Б. Мустафаев. Диэлектрическая проницаемость и плазменные частоты сплавов  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sbx}$  . . . . . 26

Академик Э. Ю. Салаев, Т. Д. Алиева, Р. А. Джаярова. Экспериментальное поглощение йодидов пропилзамещенных аммония . . . . . 31

**Физика магнитных явлений**

Чл.-корр. Ю. М. Сейдов, М. Б. Гусейнов, Н. Г. Гусейнов. Одномагничное и двухмагничное поглощения с изингловом ферромагнетике с биквадратным обменом . . . . . 34

**Молекулярная физика**

Т. С. Абилова, Даиг Суан Хай, Р. Э. Алиев, Р. М. Ахмедов. ИК-спектры и нормальные колебания конформационных изомеров  $\beta$ -диметиламиноизобутиронитрила ДМАИБН и  $\beta$ -диметиламинообутиронитрила ДМАБН . . . . . 38

**Энергетика**

З. Я. Кулев. Алгоритмы формирования уравнений переменных состояния электрических цепей с распределенными параметрами . . . . . 44

**Неорганическая химия**

Фам Ван Ньеу, М. Б. Бабайлъ, А. А. Кулев. Фазовые равновесия в системе  $\text{Tl}_4\text{CeS}_4-\text{Tl}_4\text{SnS}_4$  . . . . . 47

**Химия полимеров**

Р. М. Алигулиев, В. А. Оганин, Д. М. Хитеева, Ф. А. Ахундова, Ф. И. Джумшудов, чл.-корр. Р. А. Бабаханов. Математическое описание деформационных свойств эластомерных композитов в широком интервале растяжения . . . . . 51

**Химия высокомолекулярных соединений**

Академик А. М. Кулев, А. И. Ахмедов, А. М. Левшина. Сополимеризация децилметакрилата с малениновым ангидридом . . . . . 56

**Нефтехимия**

Чл.-корр. Б. А. Дадашев, А. А. Сарыджанов, А. А. Кадырова, Л. А. Мехралиева. Превращение толуола на Со-форме цеолита типа  $Y$ , модифицированной переходными элементами . . . . . 59

**Гидромеханика**

Р. Ю. Аменизаде, В. Г. Насибов. О волновом решении уравнений гидродинамики неоднородной идеальной жидкости . . . . . 62

**Геохимия**

Ф. Г. Дадашев, А. М. Дадашев, Ю. Б. Галант, С. А. Мамедова, Г. Л. Брескина. Поиски тектонических нарушений в районе строительства Вайхирского водохранилища Нахичеванской АССР . . . . . 66

**Зоология**

Э. Г. Султаниев. Песня птиц как маркер популяций . . . . . 70

**Микробиология**

Академик В. Ю. Ахундов, чл-корр. М. М. Гусейнов, М. Г. Велиев,  
Т. М. Мейбалиев, Э. Ш. Мамедов. Антимикробная активность новых  
полихлорциклических соединений ацетиленового ряда и возможности приме-  
нения их в медицине . . . . . 74

**Археология**

Т. И. Ахундов, Р. Б. Аразова. Поселение Кучумханепе в Кусарском  
районе . . . . . 78

Г. Х. Рамазанов. Фрагмент китайской фарфоровой чаши из Кабалы . . . . . 83

**История науки**

Л. Г. Алиева, И. Р. Селимханов. О меди в трудах Хубайша Тиф-  
лиси «Байан Ас-Сана'ат» и ее употреблении . . . . . 87

---

Сдано в набор 01. 09. 84. Подписано к печати 20. 11. 84. ФГ 00789. Формат бумаги  
70×100<sup>1/16</sup>. Бумага типографская № 1. Гарнитура шрифта литературная. Печать  
высокая. Печ. лист. 7,8. Уч.-изд. лист 6,34. Тираж 605. Заказ 1320. Цена 70 коп.

Издательство „Элм“.

370143 Баку-143, проспект Нариманова, 31, Академгородок, Главное здание  
Типография „Красный Восток“ Государственного комитета Азербайджанской ССР  
по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. Баку, ул. Ази Асланова, 80.

9. Текст статьи печатается на белой бумаге через два интервала на одной стороне листа стандартного размера, с полями с левой стороны (не более 28 строк на одной странице по 58—60 знаков в строке). В тексте нельзя делать рукописные вставки и вклейки.

Статьи, напечатанные на портативной машинке, не принимаются.

10. Текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан авторами в печать. В математических статьях желательно избегать доказательств теорем, лемм и т. п. При использовании в тексте сокращенных названий (кроме общепринятых) необходимо давать их расшифровку.

11. Математические и химические формулы и символы в тексте должны быть написаны четко. Следует избегать громоздких обозначений, применяя, например, дробные показатели степени вместо радикалов, а также  $\exp$ . Занумерованные формулы обязательно выключаются в красную строку, номер формулы ставится у правого края страницы. Желательно нумеровать лишь те формулы, на которые имеются ссылки. Подстрочные и надстрочные индексы и степени следует отмечать карандашом, дугами сверху и снизу:

$$R^n, r_n$$

Греческие буквы нужно обводить (в кружок) красным карандашом. Буквы готического шрифта и рукописные в рукописях не использовать, векторные величины — подчеркивать черным, буквы латинского рукописного шрифта следует отметить на полях (например, Н рукоп.).

Во избежание ошибок следует четко обозначать прописные (заглавные) и строчные буквы латинского алфавита, имеющие сходное начертание ( $Cc; Kk; Pp; Ss; Uu; Vv$ ; и т. д.), буквы  $I(i)$  и  $J(j)$  букву  $I$  и римскую единицу  $I$ , а также арабскую цифру  $I$  и римскую  $I'$  (вертикальная черта),  $I$  и штрих в индексах,  $I$  (латинское эль) и  $e$ . Прописные буквы подчеркивают карандашом двумя черточками снизу ( $C$ ), а строчные — сверху ( $c$ ).

Следует избегать знаков типа  $\sim$  (волна),  $\odot, \oplus, \otimes$ ;  $\square | \circ, \diamond, \vee, \wedge$

(крышки) над и под буквами, а также знаков:

$$\hbar, \times, \underline{\epsilon}, \phi, \ddot{\phi}, \dot{\phi}, \ddot{\epsilon}$$

Латинские названия вписываются на машинке.

Слова «теорема», «лемма», «следствие», «определение», «замечание» и т. п. следует подчеркивать штриховой чертой, а текст утверждений типа теорем — волновой чертой (исключая математические символы).

При выборе единиц измерения рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

12. При описании методики исследования следует ограничиваться оригинальной ее частью. При элементном анализе приводить только усредненные данные.

13. Необходимо тщательно проверить написание местных географических названий.

14. Цитированная литература проводится общим списком на отдельной странице: ссылки в тексте даются порядковым номером в круглых скобках над строкой (например, 1). Список литературы оформляется следующим образом:

для книг: инициалы и фамилии авторов, полное название книги, место и год издания;

для журнальных статей: инициалы и фамилии авторов, название журнала, номер тома, номер выпуска, страница и год издания.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

15. Все статьи должны иметь резюме на английском языке, кроме того статьи написанные на русском и азербайджанском языках должны иметь резюме на азербайджанском и на русском соответственно.

Публикация статьи в «Докладах» не препятствует напечатанию расширенного ее варианта в другом периодическом издании.