

ИЗВЕСТИЯ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК
СССР

2

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ВЫПУСК 3

НОВОСИБИРСК

1964

СОДЕРЖАНИЕ

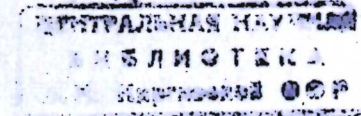
Ф. Б. Гриневич. Основы построения экстремальных цифровых автоматических мостов переменного тока	3
А. С. Анисимов. Оптимальное управление микроэлектроприводами при ограниченных фазовых координатах	9
А. С. Анисимов. Механические характеристики асинхронного двухфазного двигателя с полым ротором	18
А. Н. Касперович. Экстрематор на нелинейных емкостях $p-n$ -переходов	26
В. С. Соболев. Бесконтактные измерения удельного сопротивления полупроводниковых материалов методом вихревых токов	31
В. М. Александров, Б. Г. Матиенко, А. А. Нестеров. Уменьшение времени установления показаний для линейных измерительных систем n -го порядка	43
А. Г. Сеини. Некоторые вопросы анализа и синтеза измерительных систем для экстраполяции случайного поля	54
В. М. Геллер, М. Э. Сендерзон. Исследование методов повышения устойчивости и улучшения энергетических параметров усилителей мощности распределенного тока	63
Л. С. Кротман. О расчете плоскопараллельного поля тока в проводящей полосе с тонким поперечным разрезом	69
И. И. Каляцкий, А. И. Лимасов. Исследование импульсной электрической прочности некоторых твердых диэлектриков в больших толщах	79
Б. А. Соломин. Спиральные линии задержки, экранированные ртутью	85
О. Ф. Васильев. Опыт применения и экспериментальная проверка приближенной теории колебаний в камере наклонного судоподъемника	89
И. А. Макаров. Упрощенный способ построения паспортов прочности горных пород	101
Л. М. Минкевич. К исследованию соленоидных молотков на моделирующей установке МН-7	106
В. Д. Рабко. К вопросу определения потерь на трение качения при больших скоростях и нагрузках	112
К. В. Бирик. Некоторые вопросы методики определения оптимальных параметров комбинированной системы разработки с гидроотбойкой угля	117
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ	
Г. Е. Золотухин, Р. М. Ярославская. Влияние полярности и теплопроводности электрода на фазовое распределение частиц в дуге переменного тока	127
В. К. Пирогов. Разрушение кристаллов окиси тория в электронном микроскопе	130
М. М. Войнарович. Исследование обтекания симметричных тел вблизи стенки методом электрогидродинамической аналогии	131
Л. Д. Гик. Стабильность многоячейного усилителя	133
А. Л. Грохольский, В. А. Одинцов. О повышении точности воспроизведения единицы емкости — фарады	137
ХРОНИКА	
И. А. Притвиц. Семинар по применению электронных вычислительных машин в гидравлике	138
В. И. Рабинович. Пятая Всесоюзная конференция по электрическим методам автоматического контроля	140
Владимир Дмитриевич Кузнецов	141

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

2

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Вып. I



РЕДАКЦИОННО-ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ОТДЕЛ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

1964

Ф. Б. ГРИНЕВИЧ

ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ МОСТОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цифровые электроизмерительные устройства в настоящее время получают все более широкое распространение. Это объясняется не только их высокими метрологическими и эксплуатационными характеристиками, но также внедрением в народное хозяйство различных типов цифровых вычислительных машин.

По виду тока цифровые измерительные устройства можно разделить на две большие группы: цифровые устройства постоянного тока и цифровые устройства переменного тока. Разработаны и исследованы цифровые устройства этих двух групп в различной степени. Работы по цифровым измерительным устройствам постоянного тока значительно опередили разработку устройств переменного тока. Одна из причин этого — относительная сложность осуществления приборов переменного тока, особенно цифровых автоматических мостов. Однако в электроизмерительной технике есть много задач, которые могут быть успешно решены только при помощи автоматических мостов переменного тока [1, 2]. Кроме того, во многих случаях применение таких приборов позволяет значительно сократить время измерения, ускорить эксперимент и получить существенный экономический эффект. Выдача результатов измерений в цифровой форме не только повышает точность мостов переменного тока, но и значительно расширяет область их применения.

Несмотря на актуальность создания цифровых автоматических мостов переменного тока, работ, посвященных этому вопросу, крайне мало. Известные работы (см., например, [3]) носят чисто прикладной характер. В них описаны частные виды схем цифровых мостов, построенных на основании квадратурного детектирования. Этот способ построения автоматических мостов переменного тока известен давно [4], однако не получил распространения из-за существенных недостатков [1], которые не устраняются и при дискретном уравнивании и цифровом отсчете.

Данная работа посвящена построению цифровых автоматических мостов на новой основе — с использованием принципов экстремального регулирования.

Цифровой отсчет в автоматических мостах может быть достигнут двумя путями: во-первых, дискретным уравниванием самой мостовой схемы и цифровым кодированием величины дискретного уравнивающего параметра, во-вторых, непрерывным уравниванием мостовой схемы с последующим квантованием и цифровым кодированием значения непрерывного уравнивающего параметра или величины, однозначно с ним связанной (например, угла поворота оси реохорда, конденсатора переменной емкости и т. п.); Построение цифровых мостов как по первому, так и по второму способу может осуществляться

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Акад. С. Л. Соболев (главный редактор), чл.-корр. Т. Ф. Горбачев (зам. гл. редактора).

Д-р техн. наук Н. А. Желтухин, чл.-корр. К. Б. Карандеев (отв. редактор серии), д-р физ.-мат. наук Л. В. Киренский, д-р техн. наук К. Н. Коржавин, канд. техн. наук М. М. Савкин, д-р техн. наук В. К. Щербаков.

Адрес редакции: г. Новосибирск, Советская, 20, комн. 401.

с применением схем известных типов автоматических мостов: мостов с отдельным уравниванием, квазиуравновешенных мостов, мостов с квадратурными детекторами и экстремальных мостов (мостов с экстремальным регулированием) [1, 2, 5—7]. Применение непрерывного уравнивания с последующим цифровым кодированием плавно изменяющегося уравнивающего параметра не связано с принципиально новыми схемными разработками. Принципы и схемы цифрового кодирования, которые в данном случае могут применяться, в значительной степени уже разработаны. Так как при таком способе построения цифровых мостов измерительная схема практически не изменяется, то, следовательно, здесь трудно ожидать принципиально новых результатов. Хотя цифровой отсчет позволяет несколько уменьшить общую погрешность измерения, однако в связи с применением плавно изменяющейся образцовой меры такие мосты трудно сделать высокоточными. Поэтому более перспективны цифровые автоматические мосты с дискретным уравниванием.

Как показано в [7], применение методов экстремального регулирования при построении автоматических мостов с непрерывным уравниванием позволяет значительно улучшить их динамические и метрологические характеристики. Исследования показали, что методы экстремального регулирования дают хорошие результаты и при построении цифровых мостов с дискретным уравниванием. При этом в отличие от других принципов построения цифровых мостов применение экстремального регулирования позволяет при устранении или стабилизации связей между контурами уравнивания исключить влияние амплитудных и фазовых характеристик усилительно-преобразовательного тракта на работу моста и получить устойчивый цифровой отсчет с минимальной погрешностью уравнивания.

Уравнивание нецифровых экстремальных мостов основано на поиске экстремума (минимума) модуля вектора выходного напряжения $U_{\text{вых}}$ мостовой схемы при модуляции по уравнивающим параметрам p и q [5]. На поиске минимума $U_{\text{вых}}$ основано также действие и цифровых экстремальных мостов. Однако дискретность изменения уравнивающих параметров p и q , необходимость получения устойчивого отсчета при минимальной погрешности уравнивания и другие факторы приводят к тому, что методы модуляции параметров, формирование регулирующих воздействий и принципы построения схем уравнивания цифровых экстремальных мостов отличны от описанных в [7].

Во всех типах нецифровых автоматических мостов переменного тока [1, 2, 5—7] применяется, как правило, следящее уравнивание. Можно показать, что и в цифровых мостах, построенных с использованием методов экстремального регулирования (цифровые экстремальные мосты), необходимо также применять следящее уравнивание.

Основными элементами уравнивания следящих цифровых приборов [8—10] служат реверсивные двигатели и шаговые искатели. Применение таких уравнивающих элементов в значительной степени снижает быстродействие следящих цифровых приборов. Это особенно относится к автоматическим цифровым мостам переменного тока, где необходимо иметь две системы следящего уравнивания. В связи с этим возникает необходимость в применении других элементов уравнивания. Как показали исследования, наиболее подходящими в данном случае являются реверсивные счетчики импульсов, собранные на электронных или полупроводниковых приборах. Уравни-

вание автоматических мостов переменного тока с реверсивными счетчиками, используемыми в качестве уравнивающих элементов, должно быть основано на реверсивном счете импульсов, вырабатываемых специальным устройством — детектором (обнаружителем) равновесия. Направление счета при этом изменяется в зависимости от знака неравновесия мостовой схемы по каждому уравнивающему параметру. Между количеством сосчитанных на реверсивном счетчике импульсов и состоянием измерительной схемы прибора должна быть установлена взаимно-однозначная связь. При этом по количеству сосчитанных импульсов можно определить значение измеряемого параметра комплексного сопротивления. Реверсивный счетчик непосредственно или через дешифратор управляет коммутацией уравнивающих элементов измерительной схемы моста. Цифровые автоматические мосты с реверсивными счетчиками могут быть исключительно быстродействующими приборами. Время их уравнивания может исчисляться не единицами секунд, как у обычных мостов, а десятками и сотнями долями секунды. Кроме значительного увеличения быстродействия применение реверсивных счетчиков позволяет упростить получение устойчивого цифрового отсчета при минимальной погрешности уравнивания.

Одним из основных вопросов построения цифровых мостов переменного тока является формирование регулирующих воздействий.

Как уже указывалось, уравнивание цифровых экстремальных мостов основано на поиске минимума модуля вектора или амплитуды выходного напряжения $U_{\text{вых}}$ мостовой схемы. На рисунке представлена зависимость модуля $U_{\text{вых}}$ от изменения одного из уравнивающих параметров — параметра p . Функция $U_{\text{вых}}(p)$ имеет минимум в точке M . В цифровых мостах уравнивающие параметры изменяются дискретно. На рисунке наименьшие дискретные изменения параметра p (шаги уравнивания) обозначены через p_1, p_2, \dots, p_5 . В общем случае ни одно из дискретных значений p_1, p_2, \dots, p_5 параметра p может не соответствовать значению p_0 , при котором достигается минимум модуля $U_{\text{вых}}$ (точка M). Если применить такой же способ поиска минимума $U_{\text{вых}}$, который используется в нецифровых автоматических мостах с экстремальным регулированием [7], то при достаточной чувствительности детектора мы не получим устойчивого равновесия моста: величина параметра p будет изменяться скачками от точки 2 к точке 3 и обратно. В соответствии с этим цифровое показание прибора также будет периодически изменяться на единицу последнего разряда. Произвести правильный отсчет будет затруднительно, особенно если изменение числа на единицу последнего разряда приводит к изменению нескольких цифр этого числа (29—30—29...). Устойчивый отсчет можно получить, если уменьшить чувствительность детектора равновесия. Однако такой способ нельзя признать рациональным. Во-первых, чувствительность измерительной схемы моста может очень сильно изменяться как в процессе уравнивания на одном пределе, так и при переключении пределов. Поэтому мост может быть или слишком нечувствительным и точность измерений будет низкой, или потеряет устойчивость. Во-вторых, даже при строгом поддержании величины чувствительности на заданном уровне и обеспечении

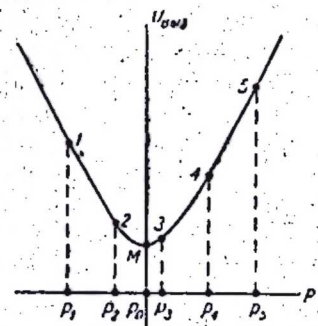


График зависимости выходного напряжения моста от регулируемого параметра.

устойчивости погрешность моста за счет дискретности будет составлять несколько (в лучшем случае — одну) единиц последнего разряда отсчета. Следовательно, разрешающая способность схемы будет использована не полностью.

Минимальная погрешность уравнивания для цифровых приборов, в том числе и для цифровых мостов переменного тока, равна половине наименьшего дискретного изменения уравнивающего параметра (шага уравнивания). Для обеспечения уравнивания цифровых мостов с погрешностью, не превышающей минимальную, необходимо при формировании регулирующего воздействия осуществлять модуляцию уравнивающего параметра по трем точкам (например, по $p_1 - p_2 - p_3$ или по $p_2 - p_3 - p_4$ и т. д.). Покажем справедливость этого утверждения. В связи с тем, что дуги окружностей уравнивания моста переменного тока [1] можно заменить вблизи точки равновесия отрезками прямых, зависимости $U_{\text{вых}}(p)$ и $U_{\text{вых}}(q)$ будут изображаться кривыми, симметричными относительно точки минимума M (см. рисунок). При этом ординаты точек кривой, находящихся на равном расстоянии от точки M , будут одинаковы; кроме того, чем меньше ордината точки, тем ближе она находится к точке M . Эти свойства кривых $U_{\text{вых}}(p)$ и $U_{\text{вых}}(q)$ и положены в основу уравнивания с минимальной погрешностью.

Если точка, соответствующая определенному дискретному значению уравнивающего параметра, находится на расстоянии меньше половины шага уравнивания от точки минимума M , то дискретные изменения параметра по двум соседним точкам приведут только к увеличению модуля $U_{\text{вых}}$. На основании этого можно установить равновесие. Таким образом, для уравнивания с минимальной погрешностью необходимо производить модуляцию уравнивающего параметра по трем соседним точкам. Например, на рисунке точка 3 находится ближе, чем другие, от точки M . При модуляции параметра p по точкам $p_3 - p_2$ и $p_3 - p_4$ можно однозначно установить это.

Так как при модуляции по трем точкам однозначно устанавливается состояние равновесия, то очевидно, что в этом случае цифровой отсчет может быть устойчивым. Для этого необходимо, чтобы модулятор не был связан непосредственно с реверсивным счетчиком, т. е. чтобы модуляционные воздействия не влияли непосредственно на цифровое отсчетное устройство.

При построении цифровых мостов переменного тока на основании модуляции уравнивающего параметра по трем соседним точкам могут быть применены различные способы осуществления самой модуляции и формирования регулирующих воздействий (импульсов). Наиболее характерны три вида модуляции: равномерная, реверсивная и импульсная. Формирование регулирующих воздействий при всех трех видах модуляции сводится к получению соответствующих импульсов и производится по огибающей выходного напряжения моста $U_{\text{вых}}$. В связи с этим нестабильность амплитудно-фазовых характеристик усилительно-преобразовательного тракта и чувствительность схемы не влияют на работу моста. Частота модуляции во всех случаях существенно меньше частоты питания моста.

При формировании регулирующих воздействий с использованием равномерной модуляции изменение уравнивающего параметра осуществляется по трем соседним точкам с равными периодами выдержки на каждой точке. Порядок модуляционных воздействий аналогичен движению маятника: $p_2 - p_3 - p_4 - p_3 - p_2$... (см. рисунок). Состоянием равновесия при этом считается средняя точка модуляции (в при-

веденном примере — точка 3). В зависимости от того, находится ли схема моста в состоянии равновесия или выведена из него в ту или иную сторону, огибающая выходного напряжения моста будет иметь различную форму. Если мост уравновешен, т. е. средняя точка модуляции находится от M на расстоянии, не превышающем половины шага уравнивания, то огибающая $U_{\text{вых}}$ будет представлять собою неравномерный прямоугольный меандр. При нарушении равновесия огибающая будет представлять собою трехступенчатую прямоугольную кривую с равными по ширине ступеньками. Фаза этой кривой будет зависеть от направления неравновесия. На основании различий в форме огибающей можно формировать регулирующие воздействия.

При формировании регулирующих воздействий с помощью реверсивной модуляции периодическое изменение регулируемого параметра должно осуществляться следующим образом. С частотой, существенно меньшей частоты напряжения питания моста, осуществляется цикл скачкообразных изменений уравнивающего параметра по двум точкам. От средней точки модуляции, например p_3 , уравнивающей параметр получает положительное приращение и изменяется в порядке $p_3 - p_4 - p_3 - p_4$... Затем с той же частотой осуществляется модуляция по отрицательному приращению, и уравнивающий параметр изменяется в порядке $p_3 - p_2 - p_3 - p_2$... Так как изменения параметра $p_3 - p_4$ и $p_3 - p_2$ различны по знаку, то в момент перемены точек модуляции (3—4 на 3—2 и наоборот) изменяется направление (реверс) модуляционного воздействия.

Если мост уравновешен, то при реверсе модуляционного воздействия фаза огибающей не меняется. Может измениться только ее амплитуда. Если мост неуравновешен и модуляционные воздействия соответствуют, например, точкам $p_4 - p_5$ и $p_4 - p_3$, то при реверсе модуляции фаза огибающей будет изменяться на противоположную. Следовательно, формирование регулирующего воздействия при реверсивной модуляции можно осуществить, подав огибающую на вход квадратурного детектора, опорным напряжением которого служит сигнал, управляющий модуляцией.

Импульсная модуляция в отношении порядка изменения уравнивающего параметра аналогична равномерной модуляции. Отличие ее состоит в том, что изменения уравнивающего параметра от средней точки модуляции производятся на очень короткие промежутки времени. При этом в огибающей выходного напряжения моста появляются короткие импульсы. Если схема уравновешена, т. е. погрешность уравнивания минимальна, то оба эти импульса будут положительными; в противном случае — разнополярными. Чередование полярности импульсов зависит от знака неравновесия мостовой схемы. Эти особенности и используются при формировании регулирующих воздействий.

На основании изложенного можно сделать следующие выводы. Использование методов экстремального регулирования при построении цифровых автоматических мостов переменного тока позволяет исключить влияние изменений чувствительности схемы и нестабильности амплитудно-фазовых характеристик усилительно-преобразовательного тракта моста на нормальную работу и точность прибора. При построении цифровых экстремальных мостов необходимо применять следящее уравнивание; использование реверсивных счетчиков импульсов в качестве уравнивающих элементов может повысить быстродействие прибора в десятки раз. Для уравнивания цифровых мостов с минимально возможной погрешностью в принципе необходимо применять модуляцию уравнивающего параметра по трем точкам; при этом

нетрудно также обеспечить стабильный цифровой отсчет. Наиболее характерными видами модуляции уравнивающего параметра по трем точкам являются равномерная, реверсивная и импульсная.

В заключение заметим, что, как показали исследования, осуществление экстремальных цифровых мостов не приводит к особо сложным схемным и конструктивным решениям, и такие приборы могут найти широкое применение в заводской и лабораторной практике.

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
14/V 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Б. Карандеев. Мостовые методы измерений. Киев, Гостехиздат УССР, 1953.
2. Н. Н. Шумиловский, В. Ю. Кнеллер. О мостах переменного тока с автоматическим уравниванием двумя параметрами. Изв. высш. учеб. завед., Приборостроение, 1958, № 3.
3. А. Н. Комов. Автоматический цифровой мост переменного тока. Тез. конф. по автоматич. контролю и методам электр. измерений. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.
4. W. Geuger. Selbsttätige Abgleichung von complexen Kompensation- und Brückenschaltungen mit phasenabhängigen Nullmotoren. Archiv für Electrotechnik, 1935, Bd. 29.
5. К. Б. Карандеев, Г. А. Штамбергер. Обобщенная теория мостов переменного тока. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.
6. I. F. Graham. Automatic A—C Bridges. Electronics, 1951, № 2.
7. Ф. Б. Гриневич. Принципы построения автоматических мостов переменного тока с экстремальным регулированием. Измерительная техника, 1960, № 12.
8. К. Б. Карандеев, А. Я. Шрамков. Автоматический цифровой вольтметр. Докл. Львов. политехн. ин-та, 1958, т. II, вып. 2.
9. А. Я. Шрамков. Автоматический прибор с цифровым отсчетом. Вопросы общего электроприборостроения. Киев, Изд-во АН УССР, 1960.
10. Н. В. Кирианаки. Автоматический цифровой вольтметр постоянного тока и пути увеличения быстродействия и срока службы цифровых электромеханических приборов. Тр. конф. по автоматич. контролю и методам электр. измерений. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.

А. С. АНИСИМОВ

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МИКРОЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ ПРИ ОГРАНИЧЕННЫХ ФАЗОВЫХ КООРДИНАТАХ

В большинстве работ, рассматривающих вопросы синтеза оптимальных управлений, учитываются лишь ограничения, накладываемые на параметры управления. Однако в ряде задач требуется производить синтез оптимальных управлений при наличии ограничений, накладываемых не только на параметры управления, но и на фазовые координаты системы. Согласно классификации, принятой в [1], различают два типа ограничений, накладываемых на фазовые координаты. К первому типу относятся ограничения, наложенные на систему извне; при определенных значениях управляющих параметров координаты системы могут выйти за их пределы. Ограничения второго типа обусловлены физическими свойствами системы или установкой соответствующих упоров. В этом случае координаты системы не могут выйти за пределы допустимых значений.

Задачи синтеза оптимальных управлений при наличии ограничений, накладываемых на фазовые координаты системы, в общей постановке рассматривались в работах [1, 2]. Однако значительное распространение систем с ограниченными фазовыми координатами требует более детального рассмотрения этих вопросов в частных случаях.

Настоящая работа ставит целью исследования оптимальных процессов в микроэлектроприводах с асинхронным двухфазным двигателем при наличии ограничений фазовых координат системы первого типа.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим поставленную задачу для случая применения микроприводов в следящих системах. Возмущенное движение системы при входном ступенчатом воздействии и постоянном моменте сопротивления на валу двигателя описывается системой двух дифференциальных уравнений [3]:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{F}{J} x_2 - \frac{k}{J} U_y + \frac{M_c}{J}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где x_1 — ошибка следящей системы;
 x_2 — скорость изменения ошибки следящей системы;
 F — коэффициент, учитывающий жесткость механической характеристики двигателя и наличие вязкого трения в системе микроэлектропривода;

J — момент инерции ротора двигателя и нагрузки, приведенный к валу нагрузки;
 U_y — напряжение на управляющей обмотке двигателя;
 M_c — момент сопротивления нагрузки;
 k — коэффициент пропорциональности между пусковым моментом двигателя и U_y .

Задача синтеза оптимального управления в указанной системе при наличии ограничения, наложенного лишь на напряжение управления двигателя

$$U_y \leq U_{yn}, \quad (1.2)$$

была решена в [3].

В настоящей работе на фазовые координаты системы наложены дополнительные ограничения, т. е. фазовые координаты системы ограничены областью допустимых значений, уравнение границы которой запишем в виде

$$g(x_1, x_2) = 0. \quad (1.3)$$

Тогда поставленная задача синтеза оптимальных управлений может быть сформулирована следующим образом: среди всех допустимых управлений U_y (1.2), переводящих систему микропривода (1.1) из какого-либо начального состояния t_0, x_{1n}, x_{2n} в какое-либо конечное состояние t_1, x_{1k}, x_{2k} так, что соответствующая фазовая траектория системы целиком лежит внутри замкнутой области (1.3) или на ее границе, требуется найти управление, переводящее систему из начального состояния в конечное за кратчайшее время.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Поставленная таким образом задача распадается на три самостоятельные задачи:

1) определение оптимальных управлений и соответствующих им оптимальных фазовых траекторий, проходящих внутри замкнутой области;

2) определение управлений, воздействующих на систему при движении ее по границе области;

3) нахождение точек сопряжения оптимальных фазовых траекторий системы внутри области допустимых значений координат с траекторией границы этой области и тем самым нахождение моментов переключения управления с оптимального внутри области на управление, воздействующее на систему при движении ее по границе области и обратно.

Первая задача решена [3], и соответствующее оптимальное управление найдено в виде

$$U_y = U_{ym} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \text{sign } \Psi \right), \quad (2.1)$$

где ω — угловая частота питающего напряжения;

Ψ — уравнение линии переключения.

Выражения для оптимальных фазовых траекторий системы внутри области при движении ее из начала координат в какую-либо точку фазовой плоскости могут быть получены при решении уравнений движения

системы (1.1) с учетом начальных условий (x_{10} и x_{20}), определяемых соответствующими точками линии переключения, и выражения оптимального управления (2.1). Определенные таким образом отрезки фазовых траекторий, выходящие из линии переключения, для случая входного ступенчатого воздействия и постоянного момента сопротивления на валу двигателя имеют вид:

$$\text{а) при } U_y = U_{yn} \text{ и } \varphi = +\frac{\pi}{2}$$

$$x_1 = \frac{J(kU_{yn} - M_c)}{F^2} \ln \left(\frac{\frac{kU_{yn} - M_c}{F} + x_2}{\frac{kU_{yn} - M_c}{F} + x_{20}} \right) - \frac{J}{F} x_2 + \frac{J}{F} x_{20} + x_{10}, \quad (2.2)$$

$$\text{б) при } U_y = U_{yn} \text{ и } \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$x_1 = -\frac{J(kU_{yn} - M_c)}{F^2} \ln \left(\frac{\frac{kU_{yn} - M_c}{F} - x_2}{\frac{kU_{yn} - M_c}{F} - x_{20}} \right) - \frac{J}{F} x_2 + \frac{J}{F} x_{20} + x_{10}, \quad (2.3)$$

где φ — угол сдвига фаз между напряжениями на обмотках управления и возбуждения двигателя.

Отрезки фазовых траекторий, проходящие через начало координат, определяются выражением линии переключения и могут быть также найдены из выражений (2.2) и (2.3) при подстановке в них $x_{10} = x_{20} = 0$.

На рис. 1 приведено семейство оптимальных фазовых траекторий системы.* Там же показана часть границы CD области допустимых значений координат.

Пусть поставленная задача заключается в наискорейшем попадании системы, находящейся в точке A фазовой плоскости, в начало координат (точка O). Очевидно, что при отсутствии ограничений, наложенных на фазовые координаты системы, система должна была бы двигаться с точки A по оптимальной фазовой траектории, определяемой выражением (2.2), до точки B и после переключения фазы управляющего напря-

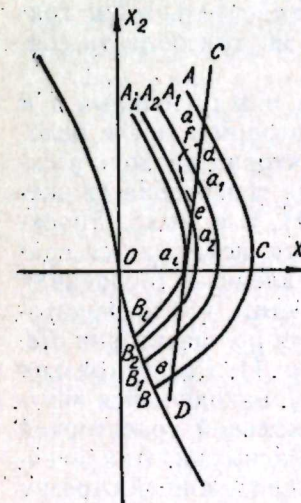


Рис. 1. Оптимальные фазовые траектории системы микроэлектропривода.

жения на обратную по оптимальной траектории, определяемой линией переключения, в начало координат. Однако после наложения ограничений на фазовые координаты системы часть оптимальной траектории acb

* Здесь предполагается наличие конечной скорости у входного воздействия, что имеет место в реальных системах. Это предположение на методику синтеза не влияет.

выходит за пределы границы области допустимых значений координат. В монографии [2] доказываем, что при ограниченных фазовых координатах системы оптимальная траектория системы внутри замкнутой области должна удовлетворять принципу максимума, т. е. совпадать с траекторией AB до встречи с границей области CD (отрезок Aa). Очевидно, что в точке a должно происходить переключение управления (2.1) на управление, соответствующее движению системы по границе области. Назовем точку перехода траектории движения системы с оптимальной фазовой траекторией внутри области допустимых значений координат на ее границу точкой стыка. Точка стыка (a) определяется как точка пересечения соответствующей оптимальной фазовой траектории системы с границей области допустимых значений координат. Таким образом, после прохождения точки стыка система должна двигаться по границе области. В связи с этим возникает вопрос, в какой точке должен осуществляться обратный переход системы с границы области допустимых значений координат на оптимальную фазовую траекторию внутри области.

С целью выяснения этого вопроса рассмотрим оптимальные фазовые траектории системы, ведущие к линии переключения BO , для других точек фазовой плоскости. Если бы система в первоначальный момент времени находилась в точке A_1 , то переключение управления должно было бы произойти в точке a_1 ; при первоначальном состоянии системы, определяемом точкой A_2 , переключение произошло бы в точке a_2 . Продолжая аналогичные рассуждения далее, нетрудно заметить, что на фазовой плоскости имеется такая точка A_i , из которой оптимальная фазовая траектория выходит, не пересекая границу области допустимых значений координат, а только касаясь ее в точке a_i . Таким образом, траектория наибыстрейшего попадания системы с точки A_i в начало координат совпадает с оптимальной фазовой траекторией, выходящей из точки A_i . Следовательно, точка a_i должна являться точкой перехода траектории движения системы с границы области допустимых значений координат на оптимальную фазовую траекторию внутри области. Назовем эту точку точкой сопряжения. Характерно, что в этой точке касательные к границе области и к оптимальной фазовой траектории внутри области совпадают.

Рассмотрим второй вопрос. Должна ли система между точками a и a_1 двигаться по границе области CD или же на некотором участке целесообразно (по условию быстродействия) отход траектории движения системы от границы области? Целесообразность отхода траектории движения системы от границы области вправо (см. рис. 1), т. е. выход траектории движения системы за пределы границы области, исключается сразу, поскольку при этом не удовлетворяются поставленные требования относительно ограничения координат системы. Допустим, что на некотором участке de отрезка aa_1 система должна двигаться по траектории dfe , отличной от траектории границы области aa_1 (см. рис. 1). Рассмотрим на указанном участке точку f . Очевидно, что для точки f , находящейся внутри области допустимых значений координат, оптимальной траекторией является не fe , а fa_1 , удовлетворяющая принципу максимума. Аналогичные рассуждения можно отнести к любой точке, принадлежащей отрезку dfe . Таким образом, оптимальная фазовая траектория системы на участке aa_1 должна совпадать с траекторией границы области допустимых значений координат, и, следовательно, на участке aa_1 траектория границы области является единственной оптимальной траекторией движения системы. Обобщая сказанное выше, приходим к выводу, что траектория $Aaa_1a_2a_3B_1O$ — единственная оптимальная траектория движения системы из точки A в начало координат (точка O).

Приведенные рассуждения справедливы для произвольной конфигурации границы области допустимых значений координат системы. Рассмотрим случай, когда область допустимых значений имеет границу сложной конфигурации (рис. 2). При этом оптимальной фазовой траекторией перехода системы с точки A в начало координат является линия $Aaa'bb'cc'dBO$, участки которой Aa , $bb'c$, dB и BO представляют собой отрезки соответствующих оптимальных траекторий внутри области, а участки $aa'b$ и $cc'd$ принадлежат границе области.

Как видно из рис. 2, количество точек сопряжения и стыка траекторий границы области с оптимальной фазовой траекторией движения системы внутри области в этом случае увеличилось по сравнению с предыдущим (см. рис. 1). Очевидно, что количество точек сопряжения и стыка зависит от характера граничной кривой области допустимых значений координат и первоначальных значений координат системы. В самом простом случае количе-

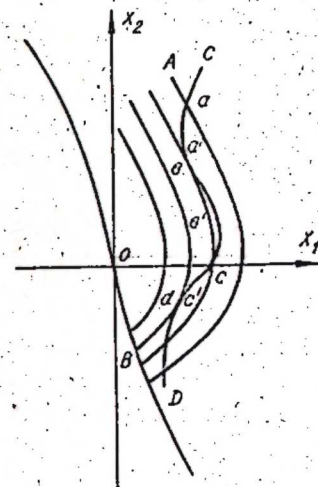


Рис. 2. Случай ограничения фазовых координат системы областью сложной конфигурации.

ство этих точек равно единице (например, точка a — на рис. 1 при движении системы с точки A_1 в начало координат).

Для синтеза управляющей части системы необходимо определить управление системой при ее движении внутри области допустимых значений координат и на границе этой области, а также точки сопряжения и стыка, т. е. моменты перехода с одного управления на другое.

Управление системой при ее движении внутри области допустимых значений координат найдено в [3] и определяется выражением (2.1). Выражение управления, обеспечивающего движение системы по границе области, нетрудно найти в функции координат системы путем совместного решения уравнений движения системы (1.1) и уравнения границы области (1.3) относительно управляющей величины*. Координаты точек стыка определяются при совместном решении уравнения оптимальной фазовой траектории (2.2) или (2.3) и уравнения границы области (1.3). Точки сопряжения оптимальных фазовых траекторий внутри области с траекторией границы области можно определить исходя из особенностей этих точек, заключающихся в том, что в них касательные к границе области и к оптимальной фазовой траектории совпадают.

Уравнение касательной к любой кривой на поверхности, заданной в неявной форме, определяется выражением [4]:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1}(x_{1к} - x_1) + \frac{\partial L}{\partial x_2}(x_{2к} - x_2) = 0,$$

где $L(x_1, x_2) = 0$ — уравнение кривой в неявной форме;

$x_{1к}, x_{2к}$ — текущие фазовые координаты точек касательной;

x_1, x_2 — фазовые координаты системы в точке вычисления производных.

* Управление должно проверяться на удовлетворение условия (1.2).

Таким образом, уравнение касательной к оптимальной фазовой траектории внутри области может быть определено в виде

$$x'_{1к} = \alpha_1(x_1, x_2)x'_{2к} + \beta_1(x_1, x_2), \quad (2.4)$$

а уравнение касательной к границе области в виде

$$x'_{1к} = \alpha_2(x_1, x_2)x'_{2к} + \beta_2(x_1, x_2), \quad (2.5)$$

где $\alpha_1(x_1, x_2)$ и $\alpha_2(x_1, x_2)$ — члены, зависящие от x_1 и x_2 и стоящие при величинах $x'_{2к}$ и $x'_{2к}$ соответственно;

$\beta_1(x_1, x_2)$ и $\beta_2(x_1, x_2)$ — свободные члены, зависящие от x_1 и x_2 .

Поскольку касательные к границе области и к оптимальным фазовым траекториям в точке сопряжения должны совпадать, то в этой точке должны выполняться равенства $x'_{1к} = x'_{1к}$ и $x'_{2к} = x'_{2к}$, что равносильно выполнению системы двух уравнений

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1, x_2) &= \alpha_2(x_1, x_2), \\ \beta_1(x_1, x_2) &= \beta_2(x_1, x_2). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Итак, получаем систему двух уравнений (2.6), позволяющую в общем случае найти две неизвестные величины x_1 и x_2 — фазовые координаты системы в точке сопряжения. В случае нескольких точек сопряжения уравнения (2.6) будут иметь число корней, соответствующее числу точек сопряжения.

Аналогичные рассуждения, проведенные для входного линейного и гармонического воздействия, показывают, что и в этих случаях решение поставленной задачи рассмотренным методом остается справедливым. Следовательно, рассмотренный метод позволяет решать задачу синтеза оптимальных управлений в системах микроэлектропривода с асинхронным двухфазным двигателем в случае ограничения фазовых координат системы областью допустимых значений.

3. РЕАЛИЗАЦИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Остановимся кратко на вопросе реализации оптимальных управлений при ограниченных фазовых координатах.

Как указывалось выше, поставленная задача распадается на три самостоятельные задачи. Соответственно этому и управляющее устройство в общем случае должно состоять из трех блоков:

- блока формирования оптимального управления системой внутри области допустимых значений координат;
- блока формирования управления системой при движении последней по границе области допустимых значений координат;
- блока управления, производящего переключение управления в точках сопряжения и точках стыка оптимальных фазовых траекторий системы внутри области допустимых значений координат с траекторией ее границы.

При этом необходимость предварительного одновременного определения координат точек сопряжения и точек стыка отпадает. Они могут определяться непосредственно в блоке управления, куда подаются текущие значения координат системы. Точки стыка определяются как точки пересечения оптимальных фазовых траекторий системы с траекторией границы области, а точки сопряжения — как точки совпадения касательных к границе области и к оптимальным фазовым траекториям внутри области допустимых значений координат системы.

4. ПРИМЕР

Рассмотрим в качестве примера систему микропривода, возмущенное движение которой описывается системой уравнений (1.1). Оптимальные фазовые траектории этой системы изображены на рис. 1. Там же изображена часть границы области CD , уравнение которой имеет вид

$$x_1 - ax_2 - b = 0. \quad (4.1)$$

Определим управление при движении системы по границе области. Решая совместно уравнения (1.1) и (4.1) относительно U_y , находим

$$U_{yr} = -\frac{aF + J}{ak}x_2 + \frac{M_c}{k}. \quad (4.2)$$

Оптимальное управление внутри области допустимых значений координат системы определяется выражением (2.1), где переключающая функция Ψ имеет вид [3]

$$\Psi = x_1 + f(x_2) = x_1 - \frac{J(kU_{yn} - M_c)}{F^2} \operatorname{sign} x_2 \ln \left(1 + \frac{|x_2|}{\frac{kU_{yn} - M_c}{F}} \right) + \frac{J}{F} x_2. \quad (4.3)$$

Координаты точки сопряжения, определенные изложенным выше методом, имеют следующие значения:

$$x_{1c} = -\frac{a^2(kU_{yn} - M_c)}{(aF + J)} + b, \quad (4.4)$$

$$x_{2c} = \frac{a(kU_{yn} - M_c)}{(aF + J)}.$$

На основании выражений (2.1), (4.2), (4.3) и (4.4) можно построить управляющее устройство, обеспечивающее максимальное быстродействие системы с учетом наложенных на нее ограничений.

Блок-схема одного из возможных вариантов управляющего устройства, построенного на основании этих выражений, приведена на рис. 3. Формирование оптимального управления системой при движении ее внутри области допустимых значений координат осуществляется посредством элементов схемы НП-1.

С-1, НП-2. Нелинейный преобразователь НП-1 реализует выражение $f(x_2)$, которое затем складывается в сумматоре С-1, с поступающим туда же значением x_1 . На выходе сумматора С-1 получаем значение переключающей функции Ψ , которое подается на вход нелинейного преобразователя НП-2, реализующего выражение (2.1).

Управление, воздействующее на систему при ее движении по границе области допустимых значений координат, формируется, согласно выражению (4.2), при помощи элементов схемы П-1 и С-2. Преобразова-

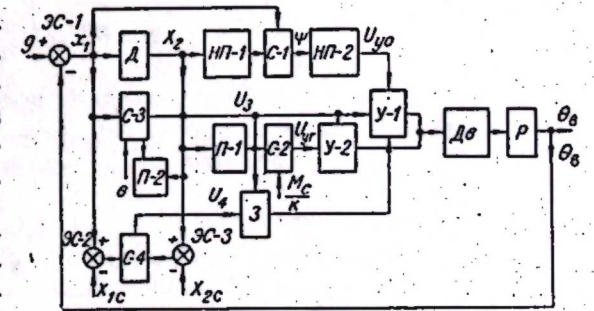


Рис. 3. Блок-схема управляющего устройства.

тель П-1 реализует член, содержащий x_2 в выражении (4.2). На выходе суммирующего элемента С-2 получаем напряжение управления U_{yr} , необходимое для движения системы по границе области. Остальные элементы схемы образуют блок управления и предназначаются для переключений в точках стыка и сопряжения.

Точка стыка определяется в управляющем устройстве при помощи элементов П-2 и С-3, которые реализуют выражение границы области допустимых значений координат (4.1). В момент прохождения системы через точку стыка напряжение U_3 на выходе сумматора С-3 становится равным нулю. Аналогично определяется и точка сопряжения. Значения текущих координат системы сравниваются при помощи элементов сравнения ЭС-2 и ЭС-3 с наперед заданными значениями координат x_{1c} и x_{2c} точки сопряжения, определяемыми согласно выражениям (4.4). Разность сравниваемых значений подается на суммирующий элемент С-4. В момент прохождения системы через точку сопряжения на выходе сумматора С-4 получается напряжение U_4 , равное нулю. Поскольку точка стыка всегда предшествует точке сопряжения, в цепи напряжения U_4 поставлен элемент запрещения З, который предназначен для открытия этой цепи лишь после прохождения системой точки стыка. Переключение управлений с U_{yo} на U_{yr} и наоборот производится при помощи элементов У-1 и У-2, установленных на выходе блоков формирования этих управлений.

Таким образом, при движении системы с точки А напряжение U_3 , поступающее на вход элементов У-1 и У-2, является запирающим для элементов У-2 и З и отпирающим для элемента У-1. Управление системой осуществляется путем подачи управляющего напряжения U_{yo} . Система движется по оптимальным фазовым траекториям внутри области допустимых значений координат. В момент прохождения точки стыка (а) напряжение U_3 становится равным нулю, что приводит к запиранию элемента У-1 и отпираанию элементов У-2 и З. Система переходит на управление U_{yr} и движется по границе области. Напряжение U_4 является запирающим для элемента У-1. В момент прохождения системы через точку сопряжения напряжение U_4 становится равным нулю и приводит к отпираанию элемента У-1 и тем самым к запираанию элемента У-2. Система снова переходит на управление U_{yo} и начинает двигаться в начало координат по оптимальным фазовым траекториям внутри области допустимых значений координат.

ВЫВОДЫ

1. Предлагаемый метод позволяет произвести синтез оптимальных управлений в системах микроэлектропривода при наличии ограничений, накладываемых одновременно на управляющее воздействие и на фазовые координаты системы.

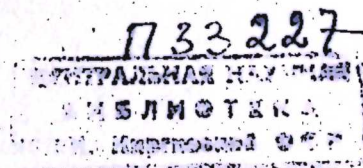
2. Полученные при использовании рассмотренного метода выражения для управления U_{yr} и координат точек стыка и сопряжения совместно с полученными ранее [3] выражениями для оптимального управления и переключающей функции составляют необходимые и достаточные данные для построения управляющего устройства, обеспечивающего оптимальный процесс в системе при учете поставленных ограничений.

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
11/11 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Троицкий. Вариационные задачи оптимизации процессов управления в системах с ограниченными координатами. ПММ, 1962, т. XXVI, вып. 3.
2. Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов. М., Физматгиз, 1961.
3. А. С. Анисимов. Оптимальное управление в следящих приводах с асинхронным двухфазным двигателем. Изв. СО АН СССР, 1963, № 10, серия техн., вып. 3.
4. И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. Справочник по математике. М., Гостехтеориздат, 1957.



А. С. АНИСИМОВ

МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
АСИНХРОННОГО ДВУХФАЗНОГО ДВИГАТЕЛЯ
С ПОЛЫМ РОТОРОМ

Асинхронные двухфазные двигатели с полым ротором широко применяются в системах автоматического регулирования и управления в качестве исполнительных механизмов. Для расчета этих систем необходимо знать аналитическое выражение механических характеристик двигателя. Известные в литературе [1—6] аналитические выражения механических характеристик этих двигателей представляют собой громоздкие выражения, которые не могут быть использованы для указанных целей.

Получение несложных аналитических выражений механических характеристик этих двигателей, с достаточной для технических расчетов степенью точности описывающих реальные характеристики двигателя, позволит уточнить проводимые расчеты, в которых обычно ограничиваются использованием линеаризованных механических характеристик, или упростить их в случаях, когда расчет производится графо-аналитически на основании экспериментально полученных механических характеристик. Получению аналитических выражений для механических и регулировочных характеристик асинхронных двухфазных двигателей с полым ротором при амплитудном и фазовом управлениях посвящена настоящая работа.

1. АМПЛИТУДНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Амплитудное управление осуществляется посредством изменения величины напряжения на обмотке управления двигателя. При этом величина напряжения на обмотке возбуждения остается неизменной, а угол сдвига фаз между напряжениями возбуждения и управления может принимать два значения $\pm \frac{\pi}{2}$ за счет изменения фазы управляющего напряжения.

В качестве исходного возьмем известное из литературы [1] выражение электромагнитной мощности двигателя при амплитудном управлении:

$$P_0 = \frac{U_c^2}{2k^2} \left[\frac{(1 + \alpha_e)^2 r'_{RY1}}{r_{Y1}^2 + x_{Y1}^2} - \frac{(1 - \alpha_e)^2 r'_{RY2}}{r_{Y2}^2 + x_{Y2}^2} \right], \quad (1.1)$$

где U_c — напряжение сети, равное при амплитудном управлении напряжению возбуждения двигателя U_0 ;

k — коэффициент трансформации между обмотками возбуждения и управления двигателя;

$\alpha_e = k \frac{U_y}{U_0}$ — эффективный коэффициент сигнала (U_y — напряжение управления двигателя).

Величины сопротивлений схемы замещения двигателя r'_{RY1} , r'_{RY2} , r_{Y1} , r_{Y2} , x_{Y1} и x_{Y2} определяются через параметры двигателя посредством следующих выражений [1]:

$$\begin{aligned} r'_{RY1} &= \frac{(1 - \nu) x_{MY}^2 r_{RY}}{r_{RY}^2 + (1 - \nu)^2 x_{MY}^2}, \\ r'_{RY2} &= \frac{(1 + \nu) x_{MY}^2 r_{RY}}{r_{RY}^2 + (1 + \nu)^2 x_{MY}^2}, \\ r_{Y1} &= r_{SY} + r'_{RY1}, \\ r_{Y2} &= r_{SY} + r'_{RY2}, \\ x_{Y1} &= x_{SY} + \frac{x_{MY} r_{RY}^2}{r_{RY}^2 + (1 - \nu)^2 x_{MY}^2}, \\ x_{Y2} &= x_{SY} + \frac{x_{MY} r_{RY}^2}{r_{RY}^2 + (1 + \nu)^2 x_{MY}^2}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где r_{RY} — активное сопротивление роторной обмотки, приведенное к числу фаз статора и числу витков статорной обмотки управления;

x_{MY} — индуктивное сопротивление по оси обмотки управления, соответствующее потоку воздушного зазора;

r_{SY} и x_{SY} — соответственно активные и индуктивные сопротивления статорной обмотки управления;

$\nu = \frac{n}{n_c}$ — относительная скорость вращения двигателя (n — скорость вращения двигателя, n_c — синхронная скорость вращения).

Переход от электромагнитной мощности двигателя P_0 к его механическому моменту на валу M осуществляется посредством известной формулы

$$M = 97400 \frac{P_0}{n_c} \text{ ГСМ}. \quad (1.3)$$

Таким образом, подставляя выражение электромагнитной мощности P_0 (1.1) в уравнение (1.3), получаем выражение механического момента на валу двигателя M в функции скорости вращения двигателя, напряжений управления и возбуждения и параметров двигателя.

Заметим, что выражения (1.1), (1.2) и (1.3) были получены при таких допущениях, как пренебрежение активным сопротивлением ветви намагничивания, индуктивным сопротивлением роторной обмотки, влиянием насыщения, влиянием высших гармонических составляющих поля, механическими потерями (потери вентиляционные и на трение в подшипниках), что, естественно, вносит незначительную погрешность в определение механических характеристик при помощи приведенных выражений.

При необходимости получения значений M с большей точностью влияние указанных факторов может быть учтено посредством введения в выражение M соответствующих поправочных коэффициентов, полученных экспериментальным путем. Настоящая работа ставит своей задачей получение аналитического выражения механической характеристики двигателя, удобного для использования при расчетах и проектировании систем автоматического регулирования и управления, которое с достаточной степенью точности описывало бы механические характеристики, полученные на основании выражений (1.1), (1.2) и (1.3).

Подставим выражение (1.1) в (1.3) и выразим величины сопротивлений схемы замещения двигателя через его параметры. После преобразований получаем выражение для механического момента двигателя на его валу в следующем виде:

$$M = D \frac{-v^3 A (1 + \alpha_e^2) + v^2 (A - 2B) \alpha + v(2B - C) (1 + \alpha_e^2) + 2\alpha_e C}{v^4 A^2 + v^2 (AC - 2B^2) + C^2}, \quad (1.4)$$

где

$$A = x_{MY}^2 (r_{SY}^2 + x_{SY}^2);$$

$$B = x_{MY}^2 [r_{SY} r_{RY} + (r_{SY}^2 + x_{SY}^2)];$$

$$C = x_{MY}^2 [2r_{SY} r_{RY} + (r_{SY}^2 + x_{SY}^2)] + r_{RY}^2 [r_{SY}^2 + (x_{MY} + x_{SY})^2]; \quad (1.5)$$

$$D = \frac{97400 x_{MY}^2 r_{RY}}{k^2 n_c} U_n^2.$$

Для получения искомого выражения механической характеристики двигателя разложим выражение (1.4) в ряд по степеням v . Очевидно, такой степенной ряд должен быть быстро сходящимся, чтобы иметь возможность при минимальном числе взятых членов ряда получить достаточную степень приближения. Как известно, самая сильная сходимость ряда имеет место при разложении функции по полиномам Чебышева. Выражение (1.4) не может быть непосредственно разложено таким образом. Для того, чтобы это сделать, необходимо разложить выражение (1.4) в ряд Тейлора или Маклорена, ограничившись достаточно большим числом членов ряда (это можно проделать, поскольку выражение (1.4) имеет производные любого порядка), и затем посредством полиномов Чебышева сдвинуть его в выражение с небольшим числом членов. Однако исследования показывают, что уже при разложении выражения (1.4) в ряд Маклорена этот ряд оказывается достаточно сильной сходимости и представляется возможным ограничиться лишь тремя первыми его членами. Известно [7], что любая функция $f(x)$, имеющая производные всех порядков, может быть разложена в ряд Маклорена в следующем виде:

$$f(x) = f(0) + x \frac{f'(0)}{1!} + x^2 \frac{f''(0)}{2!} + \dots + x^n \frac{f^{(n)}(0)}{n!} + \dots \quad (1.6)$$

Определяя значения M и двух первых его производных по v из выражения (1.4) в точке $v=0$ и подставляя полученные значения в (1.6), находим

$$M = D \frac{2\alpha_e}{C} - D \frac{C - 2B}{C^2} (1 + \alpha_e^2) v - D \frac{4(2BC + AC - 4B^2)}{C^3} \alpha_e v^2. \quad (1.7)$$

Учитывая соотношения $\alpha_e = k \frac{U_y}{U_n}$, $v = \frac{n}{n_c}$ и $\Omega = \frac{2\pi n}{60}$, можем переписать выражение (1.7) в более удобной форме:

$$M = a U_n L_y - \eta U_n^2 \Omega - \gamma U_y^2 \Omega - \delta U_n U_y \Omega^2, \quad (1.8)$$

где

$$a = \frac{19480\pi x_{MY}^2 r_{RY}}{3k\Omega_c \{x_{MY}^2 [2r_{SY} r_{RY} + (r_{SY}^2 + x_{SY}^2)] + r_{RY}^2 [r_{SY}^2 + (x_{MY} + x_{SY})^2]\}}; \quad (1.9)$$

$$\eta = \frac{9740\pi x_{MY}^2 r_{RY} [r_{RY}^2 [r_{SY}^2 + (x_{MY} + x_{SY})^2] - x_{MY}^2 (r_{SY}^2 + x_{SY}^2)]}{3k^2 \Omega_c^2 \{x_{MY}^2 [2r_{SY} r_{RY} + (r_{SY}^2 + x_{SY}^2)] + r_{RY}^2 [r_{SY}^2 + (x_{MY} + x_{SY})^2]\}^2};$$

$$\gamma = k^2;$$

$$\delta = \frac{38960\pi x_{MY}^4 r_{RY} [r_{RY}^2 [r_{SY}^2 + (x_{MY} + x_{SY})^2] [3(r_{SY}^2 + x_{SY}^2) + 6k\Omega_c^2 \{x_{MY}^2 [2r_{SY} r_{RY} + (r_{SY}^2 + x_{SY}^2)] + 2r_{SY} r_{RY}\} - x_{MY}^2 (r_{SY}^2 + x_{SY}^2)^2]}{+ r_{RY}^2 [r_{SY}^2 + (x_{MY} + x_{SY})^2]^3}.$$

При амплитудном управлении напряжение возбуждения поддерживается неизменным. Поэтому выражение (1.8) может быть записано в виде

$$M = k U_y - a \Omega - b U_y^2 \Omega - c U_y \Omega^2, \quad (1.10)$$

где

$$k = a U_n; \quad a = \eta U_n^2; \quad b = \gamma; \quad c = \delta U_n. \quad (1.11)$$

На рис. 1 приведены механические характеристики асинхронного двухфазного двигателя АДП-362 при амплитудном управлении, рассчитанные на основании исходных выражений (1.1), (1.2) и (1.3) (сплошные линии) и на основании выражения (1.10) штриховые линии).

Как нетрудно заметить, различие между этими механическими характеристиками небольшое. При этом наибольшая разность наблюдается в области скоростей вращения двигателя, близких к синхронной. Вообще говоря, работа двигателя в этой области маловероятна, поскольку двигатель как исполнительный механизм системы автоматического управления имеет на валу момент сопротивления нагрузки и, следовательно, работает в области более низких скоростей вращения.

Таким образом, полученные выражения (1.8) и (1.10) описывают механический момент на валу двигателя в функции на-

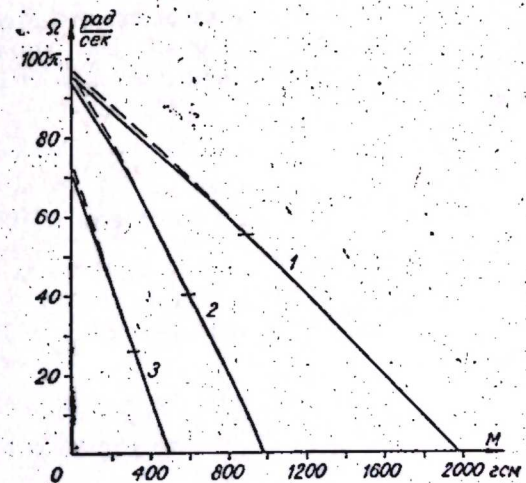


Рис. 1. Механические характеристики двигателя АДП-362 при амплитудном управлении $U_n = 110$ в; $U_y = 120$ в (1), 60 в (2), 30 в (3).

пряжений управления и возбуждения двигателя и скорости его вращения. Первый член в правой части выражений (1.8) и (1.10) определяет пусковой момент двигателя, который, как видно из выражения (1.8), для каждого типа двигателей с полым ротором зависит от величины напряжений на обмотках управления и возбуждения двигателя. Механические характеристики двигателя $\Omega = f(M)$ могут быть получены непосредственно из выражения (1.8). Решая уравнение (1.8) относительно Ω , находим

$$\Omega = -\frac{\eta U_b^2 + \gamma U_y^2}{2\delta U_b U_y} + \sqrt{\frac{(\eta U_b^2 + \gamma U_y^2)^2}{4\delta^2 U_b^2 U_y^2} + \frac{\alpha U_b U_y - M}{\delta U_b U_y}} \quad (1.12)$$

Поскольку положительному значению $U_y (\varphi = +\frac{\pi}{2})$ соответствует положительное значение Ω , а подкоренное выражение всегда положительно, так как $\alpha U_b U_y = M_n \geq M$, то знак минус перед корнем был отброшен. При работе двигателя в третьем квадрате ($\varphi = -\frac{\pi}{2}$) знаки перед членами в правой части выражения (1.12) меняются на обратные, т. е. первый член становится положительным, а перед корнем знак меняется на минус. При амплитудном управлении ($U_b = \text{const}$) получаем

$$\Omega = -\frac{a + b U_y^2}{2c U_y} + \sqrt{\frac{(a + b U_y^2)^2}{4c^2 U_y^2} + \frac{k U_y - M}{c U_y}} \quad (1.13)$$

Выражения (1.12) и (1.13) определяют и регулировочные характеристики двигателя $\Omega = f(U_y)$ при $M = \text{const}$. Из выражения (1.12) может быть получено уравнение для жесткости механических характеристик двигателя:

$$\beta = \frac{dM}{d\Omega} = -\eta U_b^2 - \gamma U_y^2 - 2\delta U_b U_y \Omega \quad (1.14)$$

Выражение (1.14) показывает, что жесткость механических характеристик в общем случае зависит от напряжений управления, возбуждения и скорости вращения двигателя. Для случая амплитудного управления имеем

$$\beta = -a - b U_y^2 - 2c U_y \Omega \quad (1.15)$$

Поскольку $a \gg c$ (для двигателя АДП-362 $\frac{a}{c} \approx 7 \cdot 10^4$), то в области малых значений U_y , а следовательно, и малых скоростей Ω жесткость механической характеристики будет в основном определяться выражением $-(a + b U_y^2)$ и практически не будет зависеть от скорости вращения.

2. ФАЗОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Под фазовым управлением асинхронным двухфазным двигателем обычно понимают управление, осуществляемое посредством изменения угла сдвига фаз φ между напряжениями управления и возбуждения,

при равенстве значений этих напряжений, приведенных к одному и тому же числу витков, т. е. при $U_y = \frac{U_b}{k}$.

Как и в предыдущем случае, в качестве исходного выражения воспользуемся выражением электромагнитной мощности двигателя при фазовом управлении [1]:

$$P_s = \frac{U_b^2}{k^2} \left[\frac{(1 + \sin \varphi) r'_{R\gamma 1}}{r_{\gamma 1}^2 + x_{\gamma 1}^2} - \frac{(1 - \sin \varphi) r'_{R\gamma 2}}{r_{\gamma 2}^2 + x_{\gamma 2}^2} \right] \quad (2.1)$$

Это выражение получено при тех же допущениях, которые были оговорены выше, при рассмотрении амплитудного управления. Механический момент на валу двигателя, как и в случае амплитудного управления, определяется выражением (1.3).

Произведя преобразования в выражении (2.1) и подставив его в (1.3), находим

$$M = 2D \frac{-v^3 A + v^2(A - 2B) \sin \varphi + v(2B - C) + C \sin \varphi}{v^4 A^2 + v^2(AC - 2B^2) + C^2} \quad (2.2)$$

где величины A , B , C и D определяются равенствами (1.5). Разлагаем выражение (2.2) в ряд Маклорена по формуле (1.6) и, органичиваясь тремя первыми членами ряда, получаем

$$M = D \frac{2 \sin \varphi}{C} - D \frac{2(C - 2B)}{C^2} v - D \frac{4(2BC + AC - 4B^2) \sin \varphi v^2}{C^3} \quad (2.3)$$

Учитывая соотношения $v = \frac{n}{n_c}$ и $\Omega = \frac{2\pi n}{60}$, можем записать выражение (2.3) в следующем виде:

$$M = \mu U_b^2 \sin \varphi - \lambda U_b^2 \Omega - \rho U_b^2 \sin \varphi \cdot \Omega^2 \quad (2.4)$$

где коэффициенты μ , λ и ρ выражаются через коэффициенты α , η и δ следующим образом:

$$\mu = \frac{\alpha}{k}; \lambda = 2\eta; \rho = \frac{\delta}{k} \quad (2.5)$$

При фазовом управлении, как указывалось выше, $U_b = k U_y = \text{const}$. Поэтому выражение (2.4) может быть переписано в виде

$$M = \rho \sin \varphi - m \Omega - n \sin \varphi \Omega^2 \quad (2.6)$$

где

$$\rho = \mu U_b^2; m = \lambda U_b^2; n = \rho U_b^2 \quad (2.7)$$

На рис. 2 приведены механические характеристики асинхронного двухфазного двигателя АДП-362 при фазовом управлении, рассчитанные на основании исходных выражений (2.1), (2.2) и (2.3) (сплошные линии) и на основании выражения (2.6) штриховые линии.

Нетрудно заметить, что механические характеристики, построенные на основании полученных выражений, достаточно точно описывают механический момент на валу двигателя. Пусковой момент двигателя

при фазовом управлении определяется первым членом выражения (2.4) и является функцией напряжения возбуждения и угла сдвига фаз. Выражение механической и регулировочной характеристик двигателя получаем из уравнения (2.4), разрешая его относительно Ω :

$$\Omega = -\frac{\lambda}{2p \sin \varphi} + \sqrt{\frac{\lambda^2}{4p^2 \sin^2 \varphi} + \frac{\mu U_n^2 \sin \varphi - M}{p U_n^2 \sin \varphi}} \quad (2.8)$$

Как и в случае амплитудного управления, знак минус перед корнем был отброшен, поскольку положительному значению угла сдвига фаз соответствует положительное значение Ω , а подкоренное выражение всегда положительно ($\mu U_n^2 \sin \varphi = M_n > M$). При работе двигателя в области отрицательных скоростей (третий квадрант) знаки перед членами, стоящими в правой части выражения (2.8), изменяются на обратные. Учитывая, что при фазовом управлении величина $U_n = \text{const}$, можем записать выражение (2.8) в другом виде:

$$\Omega = -\frac{m}{2n \sin \varphi} + \sqrt{\frac{m^2}{4n^2 \sin^2 \varphi} + \frac{p \sin \varphi - M}{n \sin \varphi}} \quad (2.9)$$

Выражение (2.9) определяет механические (при $\varphi = \text{const}$) и регулировочные (при $M = \text{const}$) характеристики двигателя.

Жесткость механических характеристик двигателя β определяется непосредственно из выражений (2.4) или (2.6):

$$\beta = -U_n^2 (\lambda + 2p \sin \varphi \cdot \Omega), \quad (2.10)$$

или

$$\beta = -m - 2n \sin \varphi \cdot \Omega. \quad (2.11)$$

Необходимо отметить, что поскольку $m \gg n$ (для двигателя АДП-362 $\frac{m}{n} \approx 1,5 \cdot 10^3$), то жесткость механических характеристик при фазовом управлении незначительно зависит от угла сдвига фаз φ и скорости вращения Ω , что легко увидеть на рис. 2.

Методика определения и расчета параметров двигателя, входящих в коэффициенты α , γ , η и δ полученных выражений, в настоящее время достаточно разработана. Наряду с литературой по общей теории электрических машин можно указать ряд работ [8—12], посвященных расчету и определению параметров асинхронных двухфазных двигателей с полым ротором с учетом их специфических особенностей.

В заключение еще раз отметим, что полученные выражения могут быть

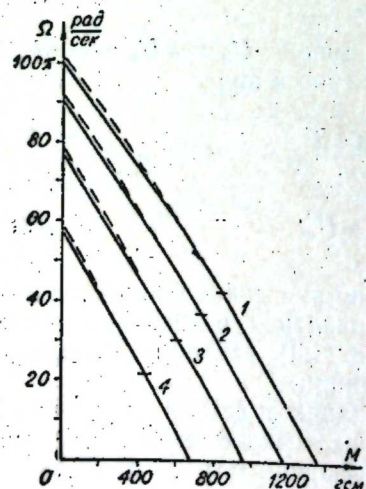


Рис. 2. Механические характеристики двигателя АДП-362 при фазовом управлении $U_n = 110$ в; $\varphi = 90^\circ$ (1), 60° (2), 45° (3), 30° (4).

уточнены посредством введения в них поправочных коэффициентов, которые можно определить для каждого типа двигателей путем сравнения характеристик двигателя, рассчитанных по полученным выражениям, с экспериментально снятыми характеристиками.

ВЫВОДЫ

1. В работе найдены аналитические выражения механических и регулировочных характеристик асинхронных двигателей с полым ротором при амплитудном и фазовом управлении.

2. Полученные выражения с достаточной для технических расчетов степенью точности описывают реальные характеристики двигателя и могут быть использованы при расчетах систем автоматического регулирования и управления, исполнительными элементами которых являются асинхронные двухфазные двигатели с полым ротором.

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
20/IV 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. С. Чечет. Электрические микромашины автоматических устройств. М.—Л. Госэнергоиздат, 1957.
2. Основы автоматического регулирования, т. II, ч. 1, под ред. д-ра техн. наук проф. В. В. Солодовникова. М., Машгиз, 1959.
3. Б. М. Каган, К. М. Нарсидзе. Двухфазная асинхронная машина с тонкостенным ротором в режиме исполнительного двигателя и тахогенератора. Автоматика и телемеханика, т. XIV, № 2, 1953.
4. Г. М. Каспржак, Е. И. Слепушкин. Расчет рабочих характеристик двухфазных серводвигателей и тахогенераторов. Автоматика и телемеханика, т. XVII, № 9, 1956.
5. Л. И. Столов. О форме механической характеристики асинхронного двигателя малой мощности. Изв. вузов, Электромеханика, № 9, 1958.
6. В. В. Хрущев. Расчет механических характеристик асинхронного двигателя с полым немагнитным ротором на основе теории двух реакций. Вестник электропромышленности, № 5, 1959.
7. В. И. Смирнов. Курс высшей математики, т. I. М., Физматгиз, 1961.
8. Г. М. Каспржак. Расчет рабочих параметров асинхронных микродвигателей. Электричество, № 11, 1949.
9. Л. И. Столов. Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя малой мощности. Электричество, № 4, 1959.
10. Л. И. Столов. К вопросу об определении параметров схемы замещения асинхронного двигателя малой мощности. Электричество, № 5, 1962.
11. Е. М. Лопухина, Б. К. Клоков. Определение параметров асинхронной машины с немагнитным полым ротором с помощью фазовращателя-усилителя. Изв. вузов, Электромеханика, № 7, 1958.
12. Е. М. Лопухина, Г. С. Сомихина, Б. К. Клоков. Сравнение методов опытного определения параметров машин с полым ротором. Вестник электропромышленности, № 10, 1959.

А. Н. КАСПЕРОВИЧ

ЭКСТРЕМАТОР НА НЕЛИНЕЙНЫХ ЕМКОСТЯХ
 $p-n$ - ПЕРЕХОДОВ*

В работе [1] было предложено использовать для определения знака разности измеряемого (U_x) и компенсационного (U_k) напряжений ($\Delta U = U_x - U_k$) в схемах уравнивания постоянного тока устройства, основанные на применении автоматического поиска. Целью настоящей работы является теоретическое и экспериментальное исследование одного из видов основного элемента таких устройств — экстрематора на нелинейных емкостях $p-n$ -переходов.

Экстрематором названо такое устройство, выходной сигнал которого зависит от модуля входного постоянного напряжения и не зависит от его знака [1]. Подавая на вход экстрематора напряжение ΔU и определенное напряжение поиска, можно по реакции экстрематора на напряжение поиска определить полярность напряжения ΔU .

В случае симметричной характеристики экстрематора относительно входного напряжения в качестве напряжения поиска удобно использовать напряжение прямоугольной формы

$$U_n = a \operatorname{sign}(\sin \omega t). \quad (1)$$

При этом выходное напряжение экстрематора (если отвлечься от переходных процессов) будет иметь также прямоугольную форму. Двойная амплитуда выходного напряжения будет соответствовать

$$U_{\text{вых.р}} = f(\Delta U + U_n) - f(\Delta U - U_n),$$

где ΔU — входное напряжение, полярность которого надо определить; U_n — напряжение поиска, имеющее прямоугольную форму (1).

Таким образом, при входном напряжении ΔU , равном нулю, переменное напряжение на выходе экстрематора будет отсутствовать.

В зависимости от вида характеристики экстрематора амплитуда напряжения поиска может быть выбрана различной. Для наиболее часто встречающейся экстремальной зависимости — квадратичной

$$U_{\text{вых}} = U_0 + a(\Delta U)^2 -$$

двойная амплитуда выходного напряжения экстрематора будет определяться

$$U_{\text{вых.р}} = 4a \Delta U \cdot U_n.$$

Если амплитуду напряжения поиска выбрать $U_n = \frac{1}{4a}$, то двой-

* В экспериментальной части работы принимал участие Н. В. Литвинов.

ная амплитуда напряжения на выходе экстрематора будет равна входному напряжению. Предел увеличению амплитуды напряжения поиска кладет несимметрия экстремальной характеристики, а также переходные процессы, вызываемые напряжением поиска.

Анализ экстрематора проведен нами для напряжения поиска прямоугольной формы.

Известно, что $p-n$ -переход обладает емкостью, значение которой зависит от приложенного напряжения. Для описания поведения нелинейной емкости $p-n$ -перехода в [2] предлагается следующее выражение:

$$C = \frac{k}{\sqrt[n]{U_0 + U}}, \quad (2)$$

где U_0 — контактная разность потенциалов $p-n$ -перехода;

U — приложенное к $p-n$ -переходу внешнее напряжение.

Значения параметров k , n и U_0 зависят от свойств полупроводника.

Если на два встречно и параллельно включенных $p-n$ -перехода, на каждый из которых подано напряжение смещения $U_{\text{см}}$, подать напряжение ΔU , то емкости переходов будут соответственно равны (примем, что параметры n и U_0 у переходов совпадают):

$$C_1 = \frac{K_1}{\sqrt[n]{U_0 + U_{\text{см}} + \Delta U}}, \quad (3a)$$

$$C_2 = \frac{K_2}{\sqrt[n]{U_0 + U_{\text{см}} - \Delta U}}. \quad (3b)$$

Введем обозначения:

$$\alpha = \frac{\Delta U}{U_0 + U_{\text{см}}}, \quad (4a)$$

$$K'_1 = \frac{K_1}{\sqrt[n]{U_0 + U_{\text{см}}}}, \quad (4b)$$

$$K'_2 = \frac{K_2}{\sqrt[n]{U_0 + U_{\text{см}}}}. \quad (4в)$$

Тогда общая емкость параллельно включенных $p-n$ -переходов

$$C_0 = K'_1(1 + \alpha)^{-\frac{1}{n}} + K'_2(1 - \alpha)^{-\frac{1}{n}}.$$

Раскладывая это выражение в ряд и ограничиваясь первыми тремя членами ряда, можно получить

$$C_0 = (K'_1 + K'_2) \left[1 + \frac{1}{n} \alpha \frac{K'_2 - K'_1}{K'_2 + K'_1} + \frac{n+1}{2n^2} \alpha^2 \right]. \quad (5)$$

Из этого выражения следует, что зависимость общей емкости от приложенного напряжения имеет экстремум. Следовательно, устройство из двух параллельно включенных полупроводниковых диодов может быть использовано в качестве экстрематора.

Найдем значение $\alpha_{\text{экс}}$, при котором емкость имеет экстремум. Для этого достаточно взять производную от выражения (5) и приравнять ее нулю. Решая полученное уравнение, можно определить

$$\alpha_{\text{экс}} = \frac{n}{n+1} \frac{K_1 - K_2}{K_1 + K_2}$$

Используя формулы (4а), (4б) и (4в), можно найти значение входного напряжения, при котором общая емкость p - n -переходов будет иметь экстремальное значение

$$U_{\text{экс}} = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{K_1 - K_2}{K_1 + K_2} (U_0 + U_{\text{см}}). \quad (6)$$

Таким образом, экстремум характеристики наблюдается при значении входного напряжения, не равного нулю; имеет место сдвиг положения экстремума относительно его идеального положения. Вследствие сдвига положения экстремума определение полярности напряжения экстрематором будет производиться с погрешностью, равной значению сдвига.

Из выражения (6) вытекает, что сдвиг экстремума будет тем меньше, чем меньше разница в коэффициентах K_1 и K_2 , т. е. разница в значениях начальных емкостей переходов, и чем меньше напряжение смещения.

Если диоды подобрать таким образом, чтобы $K_1 = K_2$, то $\alpha_{\text{экс}} = 0$ и выражение (5) приобретает вид

$$C_0 = \frac{2K_1}{n \sqrt{U_0 + U_{\text{см}}}} \left[1 + \frac{n+1}{2n^2} \cdot \frac{(\Delta U)^2}{(U_0 + U_{\text{см}})^2} \right]. \quad (7)$$

Оценим теперь влияние на положение экстремума изменения температуры. В [2] указывается, что при изменении температуры в основном изменяется один параметр, характеризующий p - n -переход, а именно контактная разность U_0 . Поэтому будем считать, что значения начальных емкостей не отличаются друг от друга, а контактные разности потенциалов p - n -переходов вследствие изменения температуры изменяются так, что разница между ними

$$\Delta U_0 = U'_0 - U_0.$$

При этих условиях выражения (3а) и (3б) будут выглядеть следующим образом:

$$C_1 = \frac{K}{n \sqrt{U'_0 + U_{\text{см}} + \Delta U}}, \quad (8а)$$

$$C_2 = \frac{K}{n \sqrt{U_0 + \Delta U_0 + U_{\text{см}} - \Delta U}}. \quad (8б)$$

Из выражений (8а) и (8б) можно видеть, что экстремум общей емкости будет иметь место при равенстве емкостей C_1 и C_2 , т. е. тогда, когда будет выполняться условие

$$\Delta U = \frac{\Delta U_0}{2}. \quad (9)$$

Если условие $K_1 = K_2$ не выполняется, то при изменении температуры положение экстремума будет изменяться. Значение сдвига экстремума может быть определено из выражения (6).

Практически удобно преобразовать изменение емкости в эквивалентное изменение частоты, а затем в изменение постоянного напряжения. Для преобразования изменения емкости двух параллельно и встречно включенных p - n -переходов в эквивалентное изменение частоты достаточно включить их в контур генератора. Если разложить выражение для резонансной частоты контура в ряд, то, ограничиваясь первыми двумя числами ряда и используя (7), можно получить следующую зависимость частоты от входного напряжения:

$$f = b \left[1 - \frac{n+1}{4n^2} \frac{(\Delta U)^2}{(U_0 + U_{\text{см}})^2} \right], \quad (10)$$

где

$$b = \frac{1}{2\pi} \left(2L_k \frac{n}{\sqrt{U_0 + U_{\text{см}}}} \frac{K}{\sqrt{U_0 + U_{\text{см}}}} \right)^{-\frac{1}{2}};$$

L_k — индуктивность контура.

Изменение частоты легко преобразуется в эквивалентное изменение постоянного напряжения с помощью обычных частотных дискриминаторов [3]. Для линейного участка частотного дискриминатора можно принять, что выходное напряжение дискриминатора

$$U_{\text{вых}} = d(f - f_0), \quad (11)$$

где d — коэффициент преобразования частотного дискриминатора совместно с предварительным усилителем-ограничителем;

f_0 — частота, при которой выходное напряжение дискриминатора равно нулю.

Объединяя (10) и (11), получим

$$U_{\text{вых}} = bd - f_0 d - bd \frac{n+1}{4n^2} \cdot \frac{(\Delta U)^2}{(U_{\text{см}} + U_0)^2}. \quad (12)$$

Из выражений (6), (9) и (12) вытекает, что для экстрематора выгодно выбирать p - n -переходы, имеющие малые значения K , n и U_0 . Чем меньше n , тем больше крутизна характеристики экстрематора и меньше начальный сдвиг экстремума. Малые значения U_0 также имеют следствием большую крутизну характеристики экстрематора. Кроме того, представляется, что при малых значениях U_0 его изменения (по абсолютной величине) с изменением температуры будут меньше, а следовательно, меньшим будет и температурный сдвиг положения экстремума (дрейф экстрематора). Начальные емкости диодов желательно выбирать малыми, так как при этом постоянная времени входной цепи оказывается относительно небольшой, что позволяет получить высокое быстродействие экстрематора. Предел уменьшению начальных емкостей, по-видимому, определяют паразитные емкости монтажа.

Следует заметить, что практически характеристики p - n -переходов не идентичны и вследствие этого положение экстремума в известной мере зависит от амплитуды напряжения несущей частоты на p - n -переходах. Поэтому для устранения возможностей возникновения добавочных сдвигов экстремума желательно принять меры по стабилизации напряжения несущей частоты на контуре генератора.

Экспериментальное исследование подобного экстрематора проводилось при использовании в качестве нелинейных емкостей $p-n$ -переходов диодов типа Д808. На рис. 1 представлены график зависимости емкости $p-n$ -перехода от управляющего напряжения, полученной экспериментальным путем (кривая a), и график этой же зависимости, рассчитанной по аппроксимирующему выражению, полученному из (2) при подстановке следующих значений: $K=415$, $n=2,6$, $U_0=0,55$. Из

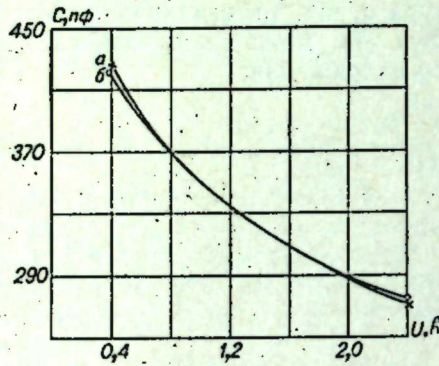


Рис. 1. Типовая зависимость емкости $p-n$ -перехода от управляющего напряжения. a — экспериментальная; b — расчетная.

рис. 1 видно, что расчетная и экспериментальные зависимости совпадают достаточно хорошо. Зная значения параметров $p-n$ -перехода, можно примерно оценить значения начального сдвига экстремума экстрематора и его температурного дрейфа. Достаточно просто подобрать для экстрематора два диода, начальные емкости которых будут отличаться не больше чем на 2%. Для напряжения смещения 0,6 в подсчет по формуле (6) дает значение сдвига экстремума около 8 мв. Этот сдвиг экстремума можно компенсировать соответствующим изменением смещения на одном из диодов.

В литературе, например в [2], приводятся сведения о том, что U_0 изменяется с изменением температуры примерно на 2 мв/1°С. Если считать, что температурные коэффициенты у диодов экстрематоров будут отличаться на 10%, то при изменении температуры на 10°С сдвиг экстремума, подсчитанный по формуле (9), будет составлять около 1 мв.

Полная блок-схема экстрематора на нелинейных емкостях $p-n$ -переходов со всеми промежуточными преобразованиями приведена на рис. 2, а один из вариантов принципиальной схемы — на рис. 3.

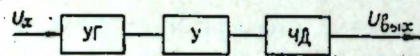


Рис. 2. Блок-схема экстрематора.

Входное напряжение ΔU изменяет частоту управляемого генератора УГ. Напряжение переменной частоты, снимаемое с генератора, усиливается в усилителе переменного тока У и поступает на частотный дискриминатор ЧД, где и образуется постоянное напряжение.

На схеме рис. 3 управляемые нелинейные емкости — диоды D_1 и D_2 — включаются в контур генератора через емкости C_1 и C_2 . Генератор собран на одном транзисторе П403. В трехкаскадном усилителе тоже используются транзисторы П403. Частотный дискриминатор включен в качестве коллекторной нагрузки третьего каскада усилителя напряжения. Прямоугольное напряжение поиска генерируется мультивибратором на транзисторах П14, усиливается по мощности эмиттерным повторителем и трансформируется во входную цепь трансформатором Тр2. Частота напряжения поиска во всех экспериментах составляла 1 кГц.

Для того, чтобы в дискриминаторе можно было использовать стандартные элементы, широко применяемые в телевизионных приемниках, значение несущей частоты было выбрано равным 6,5 Мгц. Значение несущей частоты регулировалось изменением напряжения смещения $U_{см}$.

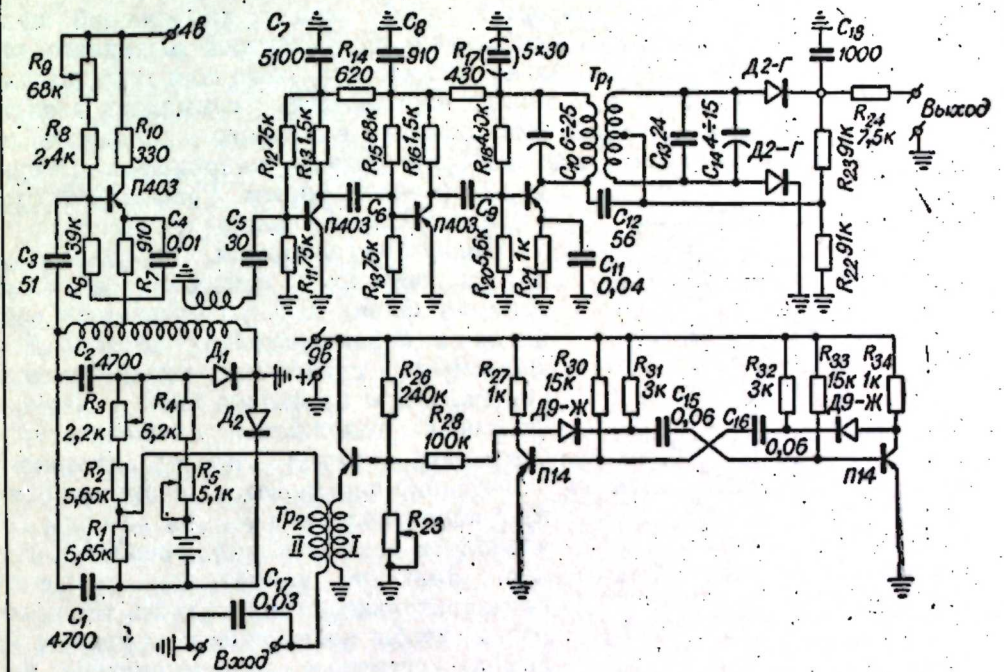


Рис. 3. Принципиальная схема экстрематора.

Тр1 — трансформатор дискриминатора телевизора «Рекорд». Тр2 — ферритовое кольцо $\Phi=3000$, $d_{ср}=25$ мм, I и II обмотки по 1500 витков, контур: 6 витков ПЭЛ $\varnothing 1,2$ на каркасе 20 мм, принудительный шаг 4 мм, отвод от середины.

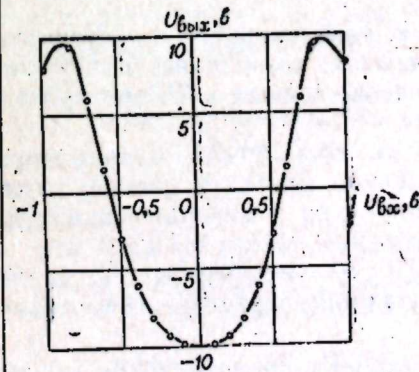


Рис. 4. Экспериментальная характеристика экстрематора для больших входных напряжений.

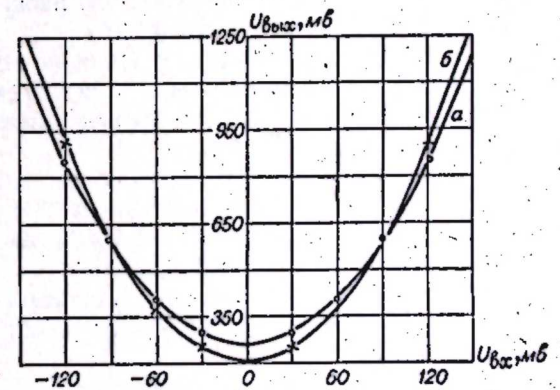


Рис. 5. Экспериментальные характеристики экстрематора для диапазона средних входных напряжений. a — экспериментальная; b — расчетная.

В качестве источника напряжения смещения использовался окисно-ртутный элемент ОР-1к.

На рис. 4 приведена характеристика экстрематора для больших входных напряжений, на рис. 5 — та же характеристика для диапазона средних напряжений (кривая *a*). На этом же рисунке показана расчетная зависимость $U_{\text{вых}} = f(\Delta U)$ (кривая *б*).

Характеристику экстрематора в районе малых напряжений из-за неупорядоченных изменений постоянной составляющей выходного напряжения снимать затруднительно. Вследствие этого для определения поведения экстрематора при малых напряжениях снималась зависимость амплитуды переменной составляющей выходного напряжения от входного при различных значениях амплитуды напряжения поиска прямоугольной формы. Графики этих зависимостей представлены на рис. 6.

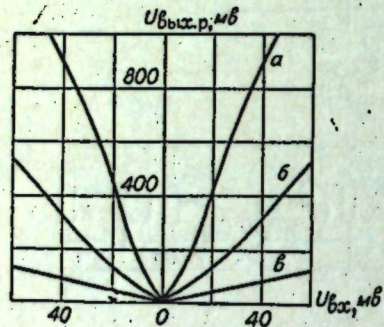


Рис. 6. Зависимость амплитуды переменной составляющей выходного напряжения экстрематора от амплитуды напряжения поиска.
a — напряжение поиска 250 мВ;
б — напряжение поиска 80 мВ;
в — напряжение поиска 25 мВ.

возникает сдвиг нуля. Изменение общего напряжения смещения вызывает сдвиг нуля на 1 мВ, что несколько превышает значения сдвига, которые можно получить из (6).

Приведенный ко входу уровень шума, возникающего в экстрематоре, зависит от амплитуды напряжения поиска, уменьшаясь при увеличении последнего. При амплитуде напряжения поиска в 250 мВ уровень шума был менее 0,5 мВ.

Производилась проверка симметрии характеристики экстрематора. Для этого изменялась амплитуда напряжения поиска и контролировалось положение экстремума. Оказалось, что при изменении амплитуды напряжения поиска от 300 до 600 мВ экстремум сдвинулся на 3 мВ.

Входное сопротивление экстрематора на нелинейных емкостях *p-n*-переходов постоянному току определяется обратным сопротивлением диодов.

Измерения показали, что значение входного сопротивления весьма велико и при смещении на каждом диоде 0,4 в превышает 100 Мом. При изменении сопротивления источника ΔU от 0 до 5 Мом изменение положения экстремума составляет 10 мВ.

Инерционность экстрематора на нелинейных емкостях определяется постоянной времени входной цепи — последовательным соединением сопротивления источника и сопротивлений смещения и параллельным соединением емкости *p-n*-перехода и емкости, гальванически развязывающей индуктивность контура от емкости *p-n*-перехода.

Испытания показали, что, как и ожидалось, имеет место начальный сдвиг экстремума около 10 мВ, вызываемый разницей в характеристиках диодов. Для уничтожения сдвига напряжение смещения на одном из диодов было изменено. Изменение напряжения смещения производилось путем последовательного включения переменного сопротивления R_3 с сопротивлением R_2 , на котором создавалось основное напряжение смещения. Значение напряжения смещения предварительно регулировалось таким образом, чтобы постоянное напряжение на выходе частотного дискриминатора было равно нулю.

Испытания экстрематора показали, что при изменении напряжения смещения

В нашем случае минимальное значение постоянной времени входной цепи (при сопротивлении источника, равном нулю) составляло около 40 мксек. По мере увеличения сопротивления источника, постоянная времени цепи будет возрастать. Поэтому при больших сопротивлениях источника напряжение поиска на *p-n*-переходах будет изменять свою форму, что нежелательно. Для уменьшения этого явления входные зажимы экстрематора были зашунтированы емкостью 30 000 пф. Подобная мера хотя и увеличила инерционность входной цепи, но позволила сделать форму напряжения поиска на *p-n*-переходах не зависящей от сопротивления источника.

Испытания макета экстрематора на нелинейных емкостях *p-n*-переходов показали, что он обладает временным дрейфом порядка 0,5 мВ/час, а его температурный дрейф составляет около 0,1 мВ/1°С. Полученные значения дрейфа, по-видимому, не являются минимально возможными. Представляется, что за счет повышения стабильности амплитуды напряжения несущей частоты на контуре значение дрейфа может быть снижено.

ВЫВОДЫ

1. В экстрематоре на нелинейных емкостях удобно проводить промежуточное преобразование частоты в напряжение. В результате такого преобразования изменения выходного напряжения экстрематора могут превышать изменения входного.

2. Экстрематор на нелинейных емкостях содержит два элемента (два *p-n*-перехода). Вследствие этого характеристики такого экстрематора зависят от качества подбора *p-n*-переходов и их взаимной стабильности.

3. Для экстрематора на нелинейных емкостях *p-n*-переходов желательно выбирать элементы с возможно большей нелинейностью, а также с возможно меньшим значением контактной разности потенциалов.

4. Разработанный макет экстрематора на нелинейных емкостях *p-n*-переходов диодов Д808 обладал следующими параметрами: входное сопротивление — больше 100 Мом, уровень шума — менее 0,5 мВ, температурный дрейф — 0,1 мВ/1°С, временной дрейф — около 0,5 мВ/час.

Институт автоматики и электрометрии
 Сибирского отделения АН СССР,
 Новосибирск

Поступила в редакцию
 20/XI 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Касперович. Об использовании автоматического поиска для определения знака небаланса в схемах уравнивания постоянного тока. Измерительная техника, 1963, № 1.
2. Ю. И. Сидоров. Современные полупроводниковые конденсаторы переменной емкости. В кн. Применение полупроводниковых приборов в авиационных радиотехнических устройствах. Труды института, вып. 128. М., Оборонгиз, 1960.
3. В. И. Сифоров. Радиоприемные устройства. М., Военное изд-во МО СССР, 1954.

В. С. СОБОЛЕВ

БЕСКОНТАКТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ
МЕТОДОМ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ

В связи с ростом объема полупроводникового производства и интенсивными работами по получению и исследованию новых полупроводниковых материалов большое значение в настоящее время приобретают вопросы контроля их параметров. Важнейшим из этих параметров является удельное сопротивление (ρ), так как оно в большинстве случаев характеризует концентрацию примесей, способы управления которой составляют, как известно, основу технологии изготовления полупроводниковых приборов.

Применяемые для контроля удельного сопротивления стандартные зондовые методы не удовлетворяют современное производство и исследователей, поскольку наличие приконтактных сопротивлений, термо-э.д.с., инжекционных явлений и т. п. приводит к большим погрешностям. Эти недостатки особенно заметны при измерении ρ таких перспективных материалов, как карбид кремния и арсенид галлия. Кроме того, измерения зондовыми методами малопродуктивны и их трудно автоматизировать, а необходимость в этом имеется, так как в некоторых случаях желательнее контролировать удельное сопротивление каждого малогабаритного кристаллика, идущего в производство. Зондовые методы не позволяют контролировать гранулированные образцы.

Отмеченные выше недостатки зондовых измерений заставили искать способы, свободные от использования контактов. В настоящее время в этом направлении проделана большая работа, и можно выделить три основных метода измерений: метод с емкостным подключением образца [1—3], метод вихревых токов [4—6] и методы СВЧ [7, 8]. К сожалению, эти методы не столь универсальны, как зондовые, и поэтому для измерения высокоомных материалов применяются в основном емкостные методы и СВЧ, а для низкоомных — метод вихревых токов.

Рассмотрим ряд вопросов теории и практики этого метода.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА НАКЛАДНОЙ КАТУШКИ

Метод вихревых токов уже давно и успешно применяется при разрушающем контроле качества металлических изделий. Теоретическими основами этого метода являются решения задач о поле датчика в присутствии образца и о реакции последнего на датчик. В практике применения вихревых токов для целей контроля известны два метода связи датчика с образцом. Первый, когда образец помещают внутрь катушки, называется методом проходной катушки, второй, когда катушку накладывают на плоскую поверхность образца, называют методом накладной катушки. В настоящей статье подробно рассмотрен второй ме-

тод, так как он более универсален и теоретически менее разработан. Вопросы применения проходной катушки для контроля полупроводников освещены в [6, 9].

В работе [5] решена задача нахождения реакции проводящего немагнитного полупространства на виток и катушку с переменным током. Полученные результаты интерпретированы с помощью электронной вычислительной машины. Однако можно найти и приближенное решение указанной задачи, выражающееся через известные табулированные функции.

Вектор-потенциал магнитного поля вихревых токов полупространства, наведенных током витка, определяется следующим выражением [5]:

$$A = 0,5\mu_0 a I \int_0^{\infty} J_1(a\lambda) J_1(\rho\lambda) e^{-\lambda(2h-z)} \frac{\lambda - \sqrt{\lambda^2 + j\omega\sigma\mu_0}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + j\omega\sigma\mu_0}} d\lambda.$$

Если разделить A на мнимую и действительную части и произвести замену переменных $\lambda = x\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$, получим

$$Im(A) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \mu_0 \beta I \int_0^{\infty} J_1(\beta x) J_1(\gamma x) e^{-\left(\alpha - \frac{z}{a}\right)\beta x} \left(x\sqrt{\sqrt{x^2+1} + x^2} - x\sqrt{2}\right) dx; \quad (1)$$

$$Re(A) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \mu_0 \beta I \int_0^{\infty} J_1(\beta x) J_1(\gamma x) e^{-\left(\alpha - \frac{z}{a}\right)\beta x} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - x\sqrt{\sqrt{x^2+1} - x^2}\right) dx. \quad (2)$$

Здесь $\alpha = \frac{2h}{a}$; $\beta = a\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$; $\gamma = \rho\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$ — обобщенные параметры си-

стемы виток — образец;

a — радиус витка;

σ — удельная электропроводность полупространства;

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ — магнитная проницаемость вакуума;

h — высота витка над полупространством;

ρ и z — координаты верхнего полупространства.

Приведенные интегралы не выражаются через известные функции, и в дальнейшем сделана попытка получить их приближенные значения.

Рассмотрим функцию $x\sqrt{\sqrt{x^2+1} + x^2} - x^2\sqrt{2}$. Как показывает анализ, в точке $x=0,4929$ она имеет максимум, равный 0,2123. Вблизи нуля эта функция растет пропорционально x , а при больших аргументах убывает как $\frac{\sqrt{2}}{8x^2}$.

Примерно так же изменяется функция $Nxe^{-\alpha x}$.

Приравняв их в точке максимума, получим следующее приближение:

$$x\sqrt{\sqrt{x^2+1} + x^2} - x^2\sqrt{2} \approx 1,17xe^{-2x}. \quad (3)$$

Подставив (3) в (1), получим

$$Im(A) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \mu_0 \beta I \int_0^{\infty} J_1(\beta x) J_1(\gamma x) e^{-\left(\alpha^2 - \frac{z\beta}{a} + 2\right)x} x dx. \quad (4)$$

Родственный этому интеграл выражается через функцию Лежандра второго рода полуполого порядка [10, формула 6.612.3]:

$$\int_0^{\infty} J_1(\beta x) J_1(\gamma x) e^{-\xi x} dx = \frac{1}{\pi \sqrt{\beta\gamma}} Q_{\frac{1}{2}}\left(\frac{\xi^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\beta\gamma}\right). \quad (5)$$

Дифференцируя обе части этого равенства по ξ , получим выражение интересующего нас интеграла:

$$Im(A) = -\frac{1,17}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\mu_0 I \xi}{\pi \beta^{1/2} \gamma^{1/2}} Q_{\frac{1}{2}}\left(\frac{\xi^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\beta\gamma}\right), \quad (6)$$

$$\xi = \alpha\beta - \frac{\beta}{a} z + 2.$$

Рассмотрим реальную часть вектора-потенциала. Функция

$$\frac{1}{\sqrt{2}} - x \sqrt{\sqrt{x^2 + 1} - x^2}$$

в точке $x=0$ равна $1/\sqrt{2}$, а затем непрерывно убывает. Анализ показывает, что с некоторым приближением ее можно заменить следующей функцией:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-x}, \quad (7)$$

где параметр x для β , большего единицы, можно принять равным 2, а для меньшего — 2, 4.

Подставляя (7) в (2) и учитывая (5), получим

$$Re(A) = -\frac{\mu_0 \beta I}{2\pi \sqrt{\beta\gamma}} Q_{\frac{1}{2}}\left(\frac{\psi^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\beta\gamma}\right), \quad \psi = \alpha\beta - \frac{\beta}{a} z + x. \quad (8)$$

Таким образом, нами получены приближенные выражения мнимой и действительной составляющих поля вихревых токов в любой точке верхнего полупространства.

Краткие таблицы функций $Q_{\frac{1}{2}}$ и $Q'_{\frac{1}{2}}$ от $\text{ch } u = \frac{\beta^2 + \gamma^2 + \xi^2}{2\beta\gamma}$ (или ψ^2), заимствованные нами из работы [11], приведены в таблице. Кроме того,

u	$Q_{\frac{1}{2}}(\text{ch } u)$	$Q'_{\frac{1}{2}}(\text{ch } u)$	u	$Q_{\frac{1}{2}}(\text{ch } u)$	$Q'_{\frac{1}{2}}(\text{ch } u)$
0,1	2,3912	-98,5794	1,6	0,1448	-0,0933
0,2	1,7121	-23,8522	1,7	0,1243	-0,0716
0,3	1,3297	-10,1212	1,8	0,1067	-0,0551
0,4	1,0691	-5,3716	1,9	0,0916	-0,0425
0,5	0,8770	-3,21531	2,0	0,0788	-0,0329
0,6	0,7283	-2,0688	2,1	0,0673	-0,0255
0,7	0,6102	-1,3961	2,2	0,0582	-0,0197
0,8	0,5143	-0,9753	2,3	0,0501	-0,0153
0,9	0,4354	-0,6978	2,4	0,0431	-0,0119
1,0	0,3700	-0,5085	2,5	0,0370	-0,0092
1,1	0,3152	-0,3757	2,6	0,0319	-0,0072
1,2	0,2690	-0,2805	2,7	0,0274	-0,0056
1,3	0,2300	-0,2112	2,8	0,0236	-0,0043
1,4	0,1969	-0,1601	2,9	0,0206	-0,0034
1,5	0,1688	-0,1220	3	0,0175	-0,0026

обе функции выражаются через полные эллиптические интегралы, таблицы которых имеются, например, в [12]:

$$Q_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{k} [(2 - k^2)K - 2E], \quad Q'_{\frac{1}{2}} = \frac{k}{4} \left(2K - \frac{2 - k^2}{1 - k^2} E \right),$$

где

$$k^2 = \frac{4\beta\gamma}{(\beta + \gamma)^2 + \xi^2 \text{ (или } \psi^2)}$$

Выражения (6) и (8) позволяют найти приближенные значения э.д.с. в витках, соосных с задающим, в присутствии образца и, таким образом, дают возможность анализировать работу многокатушечных датчиков накладного типа. Характерным параметром в этом случае является взаимный импеданс, т. е. отношение э.д.с., наводимой вихревыми токами образца в измерительной катушке, к току в задающей катушке. Найдем соответствующие выражения.

Пусть измерительный виток имеет радиус b и расположен на расстоянии z от задающего (начало координат находится в центре задающего витка, и ось z направлена в сторону образца). Вектор-потенциал токов образца на контуре этого витка определится выражениями (6) и (8) при замене ρ на b . Интегрируя его вдоль витка, получим магнитный поток, пронизывающий этот виток:

$$\Phi = \int A dl = 2\pi b A.$$

Дифференцируя поток по времени, найдем наводимую в витке э.д.с. Деля ее на ток задающего витка, получим искомые приближенные выражения для активной и реактивной составляющих взаимного импеданса:

$$R_{вз} = -\frac{1,66\omega\mu_0 b \xi}{\beta^{1/2} \gamma^{3/2}} Q'_{\frac{1}{2}}\left(\frac{\xi^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\beta\gamma}\right), \quad (9)$$

$$X_{вз} = -\mu_0 \omega b \sqrt{\frac{\beta}{\gamma}} Q_{\frac{1}{2}}\left(\frac{\psi^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\beta\gamma}\right). \quad (10)$$

Имея (9) и (10), легко получить приближенные выражения для импеданса, вносимого образцом достаточной толщины в однокатушечный датчик. Для этого необходимо b заменить на a и положить $z=0$. Произведя эту замену, получим

$$R_{\text{вн}} = - \frac{1,66\mu_0\omega a \xi}{\beta^2} Q \frac{1}{2} \left(\frac{\xi^2 + 2\beta^2}{2\beta^2} \right); \quad (11)$$

$$X_{\text{вн}} = - \mu_0\omega a Q \frac{1}{2} \left(\frac{\psi^2 + 2\beta^2}{2\beta^2} \right). \quad (12)$$

Хотя весь анализ был проведен для витков, полученные результаты можно с успехом применить для коротких цилиндрических катушек. При этом значения $R_{\text{вн}}$ и $X_{\text{вн}}$, найденные по приведенным выше формулам, следует умножить на число витков задающей и измерительной катушек, а значения $R_{\text{вн}}$ и $X_{\text{вн}}$ — на квадрат числа витков однокатушечного датчика. В качестве радиусов a и b необходимо принять радиусы эквивалентных витков, высоты h — расстояние от образца до середины задающей катушки, а в качестве величины z — расстояние между серединами задающей и измерительной катушек.

Точность, которую дают приведенные формулы, проверялась сравнением с результатами, полученными с помощью ЭВМ для точных выражений вносимого импеданса. Оказалось, что максимальная погрешность при $\beta > 0,6$ составляет около 10%, а при $\beta > 2$ не превышает 6%.

АНАЛИЗ РАБОТЫ НАКЛАДНОГО ОДНОКАТУШЕЧНОГО ДАТЧИКА

Выражения (11), (12) или более точные таблицы работы [5] позволяют рассчитать вносимый в катушку импеданс в зависимости от параметров системы датчик — образец. Для катушки с отношением длины к радиусу, равным 1, эта зависимость представлена на рис. 1. С увеличением электропроводности образца активное вносимое в датчик сопротивление растет, достигает максимума при β , равном приблизительно 3, и затем падает. Вносимое реактивное сопротивление отрицательно и непрерывно растет по абсолютной величине. Положение точки на кривой для постоянного отношения высоты катушки над образцом и ее длины к радиусу полностью определяется величиной параметра β . Из этого следует, что частота и проводимость при указанных выше условиях одинаково влияют на относительный вносимый импеданс, а величина радиуса влияет так же, как корень квадратный частоты или проводимости. Такой характер зависимостей позволяет создать прибор, охватывающий широкий диапазон измеряемых удельных сопротивлений путем переключения значений рабочей частоты и использования датчиков с различными величинами радиуса.

При измерении удельного сопротивления металлов в качестве непосредственно измеряемой величины используют обычно реактивное сопротивление, вносимое в датчик образцом. Примером этому может служить прибор типа ИЭ-1, выпускаемый заводом «Электроточприбор» в г. Кишиневе. Рабочая область на плоскости вносимых импедансов полупроводников можно только при больших радиусах датчиков и очень высоких частотах. Поскольку обычно стремятся получить локальные значения удельного сопротивления, увеличение радиуса нежелательно; повышать частоту более 100—200 МГц тоже невозможно, так как датчики сосредоточенной индуктивности на таких частотах не работают. По-

этому для полупроводников следует использовать активное вносимое в датчик сопротивление в сочетании с резонансным методом его измерения. Анализ значений вносимых сопротивлений показывает, что при радиусе катушки-датчика 5 мм и частоте 100 МГц величина вносимого в катушку затухания (при отношении длины катушки к радиусу, равном 1) составляет 0,003 для образцов с удельным сопротивлением 50 ом·см. Образцы с большим сопротивлением дадут еще меньшее затухание, поэтому величину 50 ом·см следует считать предельной для измерения методом вихревых токов.

Для полупроводников в диапазоне 0,01—50 ом·см рабочим участком обычно является участок от $\beta=0,1$ до $\beta=2$. В этом случае с увеличением электропроводности образца активное вносимое сопротивление увеличивается. Для более низкоомных образцов можно достичь больших β . В этом случае, применяя известные методы фазового разделения полученного сигнала, можно

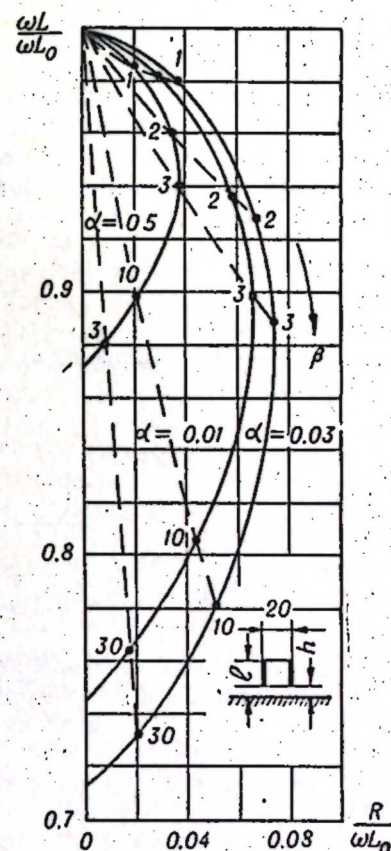


Рис. 1. Кривые относительного вносимого импеданса для накладной катушки.

исключить влияние небольших колебаний зазора на результаты измерений. При работе на этом участке кривой импедансов с ростом электропроводности образца активное вносимое сопротивление уменьшается.

КОНСТРУКЦИИ ДАТЧИКОВ

Датчики-индукторы для измерения удельного сопротивления полупроводников могут быть выполнены в виде небольших цилиндрических катушек на керамике для большей стабильности во времени путем вжигания серебра или намотаны обычным проводом на диэлектрическом каркасе. Для уменьшения собственной емкости катушки провод нужно наматывать с шагом, обычно в один слой. Длина катушки должна быть небольшой, так как верхние витки оказываются слабо связанными с образцом и не дают ощутимого приращения вносимого импеданса. Можно применять также плоские катушки в виде спирали. Они тоже должны быть намотаны с шагом. Импеданс, вносимый в такие катушки, больше, чем импеданс, вносимый в цилиндрические катушки, однако первые более чувствительны к изменению расстояния до образца.

Для повышения вносимого в датчик импеданса желательно применять ферритовые сердечники и магнитопроводы. Они могут иметь форму стержней, горшочков или колец со щелью. В последнем случае для увеличения реакции образца на датчик в щель вставляется серебряная или медная пластинка. Наведенные в ней вихревые токи выталкивают поле из зазора в образец, и активное вносимое сопротивление увеличи-

вается. На рис. 2 показаны различные конструкции датчиков, дано примерное распределение вихревых токов, наводимых ими в образце.

При измерении удельного сопротивления полупроводников почти всегда желательно получить его локальные значения. При использовании вихревых токов этого можно добиться, уменьшая радиус катушки-датчика и применяя специальные экраны, локализирующие поле вблизи датчика [13].

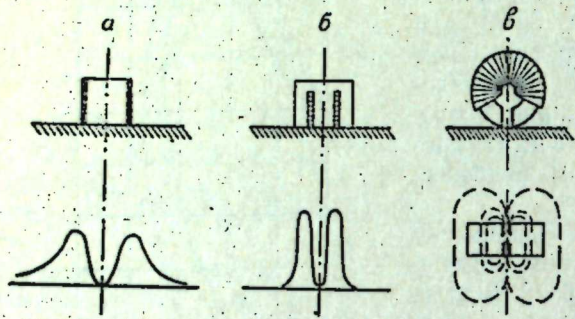


Рис. 2. Конструкции датчиков и распределение плотности вихревых токов.

Часто требуется измерять удельное сопротивление небольших по толщине пластин полупроводниковых материалов. Анализ такого случая для цилиндрической катушки, ось которой перпендикулярна поверхности образца, дан в [14]. В этой работе показано, что вначале при уменьшении толщины образца активное вносимое сопротивление растет, а затем падает. Колебания толщины при отношениях последней к радиусу менее 3 оказывают сильное влияние на вносимый импеданс. Уменьшить это влияние можно, уменьшая диаметр катушки-датчика или ширину щели, если используется ферритовое кольцо, и повышая частоту.

Величина зазора между индуктором и образцом оказывает сильное влияние на величину реакции образца (см. рис. 2). К сожалению, при работе на верхнем участке кривой вносимых импедансов не удается эффективно подавить влияние этого зазора, и поэтому необходимо принять все меры для строгой его фиксации. При контроле удельного сопротивления пластин одинаковой толщины или ленты из полупроводника можно уменьшить влияние зазора, применив два симметричных датчика с каждой стороны образца или датчик в виде полукольца, как показано на рис. 3. В этом случае следует помнить, что два датчика дадут более локальное значение удельного сопротивления, а края образца окажут меньшее влияние на результаты измерений. Произойдет это потому, что при использовании двух датчиков, питаемых в противофазе, силовые линии магнитного поля не пронизывают образец насквозь, а, проникнув в глубь образца, выходят из него с той же стороны, откуда вошли, локализуя вихревые токи вблизи датчика. Однако реакция образца на датчик в этом случае будет значительно меньше, чем для полукольца.

СХЕМЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Разработка схем приборов для измерения удельного сопротивления полупроводников может базироваться на обширном материале по применению метода вихревых токов для неразрушающего контроля качества металлических изделий и измерения электропроводности металлов [15]. Однако в данном случае приходится преодолевать значитель-

ные трудности, так как измерение электропроводности полупроводников в отличие от металлов может быть осуществлено на значительно более высоких частотах, достигающих сотен мегагерц.

В связи с этим стараются применять схемы, в которых автогенератор является не только источником электромагнитной энергии, но и элементом, реагирующим на величину электропроводности образца. В этом случае отпадает необходимость в подстройке контура датчика, связанная с вносимой реактивностью, схема упрощается и можно получить информацию как об активном, так и о реактивном сопротивлении датчика. Находят применение также приборы, построенные на базе обычного куметра с дополнительной стабилизацией источников питания.

При измерении удельного сопротивления высокоомных образцов для повышения чувствительности аппаратуры желательно применять резонансные мостовые схемы измерений. Более стабильными оказываются устройства, в которых производится сравнение амплитуд напряжений на контуре датчика и компенсационном контуре. Примером использования такой схемы может служить разработанное нами устройство для измерения удельного сопротивления слитков полупроводниковых материалов. Измерения осуществляются следующим образом. Напряжение ВЧ-генератора (40 мГц) через малую емкость подается на параллельный измерительный контур и компенсационную цепь, содержащую емкостной делитель и параллельный детектор. Напряжение с контура выпрямляется вторым детектором, и оба постоянных напряжения подаются на сетки балансного усилителя с измерительным прибором, включенным между анодными нагрузками. Перед измерением с помощью потенциометра в цепи сетки усилителя стрелка прибора устанавливается на нуль. Помещение образца вблизи измерительного контура уменьшает его эквивалентное сопротивление, схема разбалансируется и индикаторный прибор дает отклонение стрелки, пропорциональное электропроводности образца. Прибор имеет два датчика диаметром 3 и 6 мм и перекрывает диапазон измеряемых сопротивлений от 0,005 до 20 ом·см. Погрешность измерения при периодической калибровке с помощью эталонного образца не превышает $\pm 3\%$.

Основным источником погрешностей при измерении ρ с помощью вихревых токов являются колебания зазора между датчиком и образцом, вызванные неровностями поверхности, загрязнениями образца и т. п. Имеется, однако, весьма перспективный способ резкого уменьшения этих погрешностей, применяемый пока только при дефектоскопии с помощью накладного датчика. Как видно из рис. 1, линии отвода, т. е. линии, вдоль которых изменяется импеданс датчика при изменении зазора, практически совпадают с направлением векторов вносимого импеданса. А это значит, что при изменении зазора изменяется только модуль вносимого импеданса, а фаза его остается постоянной. Таким образом, если для измерения ρ применить устройство, реагирующее только на фазу вносимого импеданса, задача подавления влияния зазора окажется решенной. Как показывает анализ, оптимальный режим измерений в этом случае получается вблизи β , равных 2.

ГРАДУИРОВКА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

В настоящее время задачи реакции образцов распространенных форм на катушку-датчик решены. Это позволяет не только правильно выбирать рабочую частоту и геометрию датчика, но и отградуировать

приборы расчетным путем. Таким образом, в принципе возможны абсолютные измерения удельного сопротивления. Однако, учитывая, что при измерении полупроводников приходится работать на очень высоких частотах и не удается точно учесть влияние паразитных параметров датчика, невозможно получить высокой точности измерений. Лучшие результаты получаются при калибровке таких измерительных устройств с помощью специально приготовленных и тщательно измеренных контактными методами эталонных образцов. Погрешность измерения в этом случае может быть получена менее $\pm 2,5\%$.

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
20/XI 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Кынев и др. Метод бесконтактного измерения параметров некоторых полупроводников. Приборы и техника эксперимента, 1962, № 2.
2. М. И. Иглицын, А. М. Пашаев. Бесконтактное измерение активного сопротивления полупроводников на высокой частоте. Изв. АН Азерб. ССР, 1962, № 3.
3. W. Keller. Messung des Widerstandes von Halbleiterkristallen mit Hochfrequenz. Zeitschrift für angew. Physic, 1959, 11, s. 346.
4. H. K. Henish, J. Zucker. Contactless method for the astimation of a and lifetime of semiconductors. Revue of scientific. Inst., 1956, 27, № 6.
5. В. С. Соболев. К теории метода накладной катушки при контроле вихревыми токами. Изв. СО АН СССР, 1963, № 2.
6. В. И. Селиверстов, В. С. Соболев. Реакция проводящего шара на коаксиальную систему витков. Автомат. контроль и методы электр. измерений (тр. конф., 1961 г.), Изд-во СО АН СССР (в печати).
7. И. И. Гашка, Ю. И. Пожела. Измерение параметров полупроводников с техникой СВЧ. Физика твердого тела, 1959, № 9.
8. G. L. Allerton, I. R. Seifert. Resistivity measurement of semiconductors on 9000 м. с. IRE tr. on Instrument, 1960, v. 1-9, sept. № 2.
9. D. W. Nyberg, R. E. Burges. Electrodeless technic for semiconductors measurement. Canadion J. of Physic, 1962, № 9.
10. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
11. W. Fouget. Dipolare Koordinaten und Kugelfunktionen, Zeitschrift für angew. Math. und Mech., 1957, 17, № 2, Н. 1.
12. Б. И. Сегал, К. А. Семендяев. Пятизначные математические таблицы. М., Физматгиз, 1959.
13. В. С. Соболев, П. Ф. Калинин. Устройство для бесконтактных измерений удельного сопротивления малогабаритных кристаллов низкоомных полупроводниковых материалов. Авт. свид. № 151400 от 29 января 1962 года.
14. В. С. Соболев. Анализ реакции плоских проводящих образцов конечной толщины на накладную катушку. В сб. Неразрушающие методы контроля качества материалов и изделий, Оптиприбор, 1964.
15. А. Л. Дорофеев. Неразрушающие испытания методом вихревых токов. Оборонгиз, 1961.

В. М. АЛЕКСАНДРОВ, Б. Г. МАТИЕНКО,
А. А. НЕСТЕРОВ

УМЕНЬШЕНИЕ ВРЕМЕНИ УСТАНОВЛЕНИЯ ПОКАЗАНИЙ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ n -ГО ПОРЯДКА

В последнее время в связи с созданием теории информационно-измерительных систем [1] и обработкой большого количества информации встал вопрос об оценке измерительных систем с информационной точки зрения. Этому вопросу посвящен ряд работ [1-4]. Кроме оценки предельных характеристик измерительных систем, представляют интерес и методы улучшения систем с целью увеличения скорости измерения. В общем случае, когда устройство описывается системой дифференциальных уравнений n -го порядка, одной из характеристик, определяющих пропускную способность устройства, является время установления показаний.

В данном сообщении рассматривается возможность уменьшения времени установления показаний за счет изменения формы входного сигнала для измерительных устройств, описываемых системой линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Введем ограничения, которые накладываются на измерительную систему и измеряемую величину предлагаемой методикой: 1) измерительное устройство описывается системой линейных дифференциальных уравнений; 2) помехи в переходном процессе отсутствуют; 3) измеряемая величина кусочно-постоянная или медленно изменяющаяся. Под медленно изменяющейся понимается такая величина, изменение которой за время единичного измерения не превышает погрешности измерения.

Перейдем к рассмотрению изменения формы входного сигнала.

ОПТИМАЛЬНАЯ ФОРМА ВХОДНОГО СИГНАЛА

Обозначим измеряемую величину через $y(t)$, а сигнал, поступающий на вход измерительного устройства, через $u(t)$. Какова должна быть форма сигнала $u(t)$, обеспечивающего минимальное время установления показаний T (время переходного процесса), если измеряемая величина постоянна в процессе единичного измерения? Другими словами, как преобразовать $y(t)$ в $u(t)$, чтобы переходный процесс закончился за наименьшее время? На это преобразование накладывается естественное ограничение

$$k_0 |y(t)| \leq u(t) \leq k_2 |y(t)|, \quad k_0 \leq 0, \quad k_2 \geq 0, \quad (1)$$

вытекающее из свойств реальных процессов. Важными для практики частными случаями являются ограничения вида

$$-|y(t)| < u(t) \leq |y(t)| \text{ либо } 0 \leq u(t) \leq |y(t)|.$$

Акад. Л. С. Понтрягиним и его школой [5, 6] было доказано, что наилучшей формой сигнала $u(t)$, поступающего на вход линейной динамической системы и обеспечивающего минимальное время переходного процесса при ограничении (1), является сигнал, поочередно принимающий одно из двух значений $k_0|y(t)|$, $k_2|y(t)|$. Моменты переключения t_i сигнала $u(t)$ определяются на основе принципа максимума Л. С. Понтрягина. Определение моментов переключения t_i и составляет задачу синтеза сигнала $u(t)$. Будем решать задачу синтеза в постановке, которая принята в математической теории оптимальных процессов [6], где сигнал $u(t)$ рассматривается как управление, а задача синтеза — как синтез линейных оптимальных быстродействий.

Основное отличие процесса измерения от процесса управления, в рамках теории оптимальных процессов при указанных выше ограничениях, заключается в том, что измеряемая величина $y(t)$ неизвестна. Поэтому рассмотрим одно доказательство.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕЗАВИСИМОСТИ МОМЕНТОВ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ ОТ ЗНАКА И ЗНАЧЕНИЯ ИЗМЕРЯЕМОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Докажем следующее положение, имеющее важное практическое значение: моменты переключения t_i управления $u(t)$ не зависят от знака и значения измеряемой величины $y(t)$, если динамическая система линейна и моменты переключения определяются на основе принципа максимума Л. С. Понтрягина. С точки зрения теории оптимальных процессов это соответствует переходу в фазовом пространстве из точки $x(0)=0$ в точку $x(T)=-A^{-1}By(T)$.

В векторной форме уравнение динамической системы может быть записано в виде

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad (2)$$

где A и B — матрицы $n \times n$ и $n \times r$ соответственно; $x(x_1, \dots, x_n)$ — вектор состояния динамической системы в фазовом пространстве;

$u(u_1, \dots, u_r)$ — вектор управления.
На управление $u(t)$ наложено ограничение

$$k_0|y(t)| \leq u(t) \leq k_2|y(t)|.$$

На выходе такого измерительного устройства получим

$$x(t) = e^{At} \left(x_0 + \int_0^t e^{-A\tau} Bu(\tau) \cdot d\tau \right). \quad (3)$$

Далее будем считать, что $x_0=0$, т. е. процесс отсчета каждый раз ведем от значения $x(t)$, принимаемого за новое начало координат, т. е. фактически управляем приращением измеряемой величины $\Delta y(t) = \text{const}$ (в процессе единичного измерения). Если моменты переключения t_i входного сигнала $u(t)$ выбраны в соответствии с принципом максимума Л. С. Понтрягина, то в момент окончания переходного процесса $t=T$ $x(T)=-A^{-1}By(T)$ и остается постоянным при постоянстве $y(t)$. В интервале времени $0-T$ управление $u(t)$ принимает поочередно значения

$k_0|y(t)|$ или $k_2|y(t)|$ и только с момента $t>T$ $u(t)=y(t)$. Поэтому можно записать

$$-A^{-1} \cdot By(t) = e^{AT} \left(\int_0^{t_1} e^{-A\tau} \cdot B \cdot k_{j_1} d\tau - \int_{t_1}^{t_2} e^{-A\tau} \cdot B \cdot k_{j_2} d\tau + \int_{t_2}^{t_3} e^{-A\tau} \cdot B \cdot k_{j_3} d\tau - \dots + (-1)^{n-1} \int_{t_{(n-1)}}^T e^{-A\tau} \cdot B \cdot k_{j_n} d\tau \right) (-1)^n \cdot y(t),$$

где

$$j_i = 1 + (-1)^i \text{ при } n \text{ четном;}$$

$$j_i = 1 + (-1)^{i+1} \text{ при } n \text{ нечетном}$$

или

$$-A^{-1} \cdot B = e^{AT} \left(\int_0^{t_1} e^{-A\tau} \cdot B \cdot k_{j_1} d\tau + \dots + (-1)^{n-1} \int_{t_{(n-1)}}^T e^{-A\tau} \cdot B \cdot k_{j_n} d\tau \right) (-1)^n.$$

Окончательно

$$-A^{-1} \cdot B = e^{AT} \left(\sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{-A\tau} \cdot B \cdot k_{j_i} d\tau \right) (-1)^{2n-1}, \quad (4)$$

где

$$t_0=0, \quad t_n=T;$$

$$j_i = 1 + (-1)^i \text{ при } n \text{ четном;}$$

$$j_i = 1 + (-1)^{i+1} \text{ при } n \text{ нечетном.}$$

Таким образом, моменты переключения t_i не зависят от знака и значения измеряемой величины $y(t)$, если динамическая система линейна и моменты переключения определяются на основе принципа максимума. Моменты переключения t_i и время установления показаний T зависят лишь от динамических свойств системы и при постоянных динамических свойствах системы постоянны и строго фиксированы.

Число переключений с учетом переключения в момент $t=T$ равно порядку линейного дифференциального уравнения, описывающего систему, для любого значения измеряемой величины независимо от того, действительные или комплексные собственные значения у матрицы A . Это связано с тем, что в фазовом пространстве переход осуществляется из

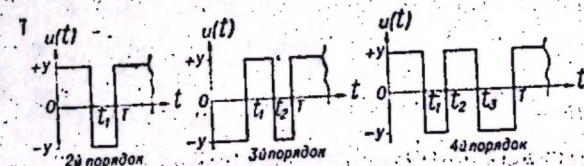


Рис. 1. Оптимальная форма $u(t)$ при ограничении $|u(t)| \leq |y(t)|$ для систем 2, 3 и 4-го порядков.

начала координат в точку статического равновесия $x(T) = -A^{-1}By(t)$, т. е. в области фазового пространства, где число переключений для системы с комплексными корнями не более чем n (включая переключение и в момент $t=T$). Следует отметить, что в силу специфики такого расположения точек в фазовом пространстве число переключений не может быть и меньше n (включая переключение в момент $t=T$).

Таким образом, зная порядок системы, можно сразу качественно построить картину переключений управления $u(t)$. На практике могут встретиться случаи, когда возможно предварительное усиление или ослабление измеряемой величины в K раз, а также непропорциональное изменение измеряемой величины и как частный случай $0 \leq u(t) \leq |u(t)|K_2$. На рис. 1 приведена качественная картина переключений для систем 2, 3 и 4-го порядков для случая $|k_0| = k_2 = 1$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ

Рассмотрим вопрос о практическом определении моментов переключения. В литературе, посвященной оптимальным процессам [5—8], рассматриваются вопросы синтеза, но пока не разработана методика эффективного синтеза оптимального управления, тем более для систем с комплексными корнями. В [9, 10] был предложен метод синтеза $u(t)$ для линейных динамических систем 2-го порядка с комплексными корнями.

Рассмотрим метод синтеза $u(t)$ для систем, описываемых уравнением вида (2), основанный на поиске начальных условий для вектора сопряженной системы $\psi(0)$ [6]. Сущность метода заключается в следующем. В момент $t=T$ модуль радиуса-вектора $R(T)$ равен нулю, так как оптимальная траектория проходит через заданную конечную точку. Модуль радиуса-вектора представляет собой немонотонную функцию времени и имеет локальные минимумы и максимумы. Минимизация такой функции довольно трудна. Однако радиус-вектор — знакоположительная функция времени, и интеграл от последней является уже монотонной функцией времени, для которой эффективны методы поиска (градиента, наискорейшего спуска и др.). Далее, метод основан на предположении, что интеграл (от 0 до T) от модуля радиуса-вектора для оптимального процесса принимает минимальное или близкое к нему значение. Интегрированием модуля радиуса-вектора и минимизацией достигается выделение процессов, достаточно близких к оптимальному. Переходя от критерия

$\int_0^T |R(t)| dt = \min$ к критерию $|R(T)| = 0$, находим оптимальный процесс.

Рассмотрим определение T для динамической системы 3-го порядка. Если «стыковать» фазовые координаты в моменты переключения t_1 , то получим систему из трех трансцендентных уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} D_{11} \cdot e^{\lambda_1(t_1 + t_2)} + D_{12} \cdot e^{\lambda_1 t_2} + D_{13} &= D_{14} \cdot e^{-\lambda_1 T}, \\ D_{21} \cdot e^{\lambda_2(t_1 + t_2)} + D_{22} \cdot e^{\lambda_2 t_2} + D_{23} &= D_{24} \cdot e^{-\lambda_2 T}, \\ D_{31} \cdot e^{\lambda_3(t_1 + t_2)} + D_{32} \cdot e^{\lambda_3 t_2} + D_{33} &= D_{34} \cdot e^{-\lambda_3 T}, \end{aligned} \right\}$$

где D_{ij} — некоторые постоянные коэффициенты, зависящие от $x(0)$, $x(T)$, A , B , u .

Можно привести эту систему к системе, зависящей только от t_1 и T , следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} t_2 &= \ln \left[\frac{D_{14} \cdot e^{-\lambda_1 T} - D_{13}}{D_{11} \cdot e^{\lambda_1 t_1} + D_{12}} \right]^{\frac{1}{\lambda_1}}, \\ t_2 &= \ln \left[\frac{D_{24} \cdot e^{-\lambda_2 T} - D_{23}}{D_{21} \cdot e^{\lambda_2 t_1} + D_{22}} \right]^{\frac{1}{\lambda_2}}, \\ t_2 &= \ln \left[\frac{D_{34} \cdot e^{-\lambda_3 T} - D_{33}}{D_{31} \cdot e^{\lambda_3 t_1} + D_{32}} \right]^{\frac{1}{\lambda_3}}. \end{aligned} \right\}$$

И тогда можно записать, что

$$\left[\frac{D_{14} \cdot e^{-\lambda_1 T} - D_{13}}{D_{11} \cdot e^{\lambda_1 t_1} + D_{12}} \right]^{\frac{1}{\lambda_1}} = \left[\frac{D_{24} \cdot e^{-\lambda_2 T} - D_{23}}{D_{21} \cdot e^{\lambda_2 t_1} + D_{22}} \right]^{\frac{1}{\lambda_2}} = \left[\frac{D_{34} \cdot e^{-\lambda_3 T} - D_{33}}{D_{31} \cdot e^{\lambda_3 t_1} + D_{32}} \right]^{\frac{1}{\lambda_3}}$$

В полученном выражении имеем только две независимые переменные t_1 и T — момент первого переключения и время окончания процесса. Решая полученные уравнения, определяем t_1 и T .

Однако практически нет необходимости в точном определении T , а приближенное значение можно найти по характеру протекания переходного процесса для выходной фазовой координаты при свободном движении динамической системы ($u(t) \equiv 0$). Выходная фазовая координата определяется по структурной схеме динамической системы. Можно приближенно считать, что оптимальный процесс заканчивается где-то в середине между первым и вторым пересечением кривой переходного процесса с установившимся значением выходной координаты. (Это подтверждается и на всех экспериментальных кривых, приведенных на рисунках).

Таким образом, в качестве первого приближения берем значение T , найденное из характера свободного движения динамической системы, и устанавливаем его в схеме поиска начальных значений $\psi(0)$. Блок-схема последней приведена на рис. 2. Работа осуществляется следующим образом:

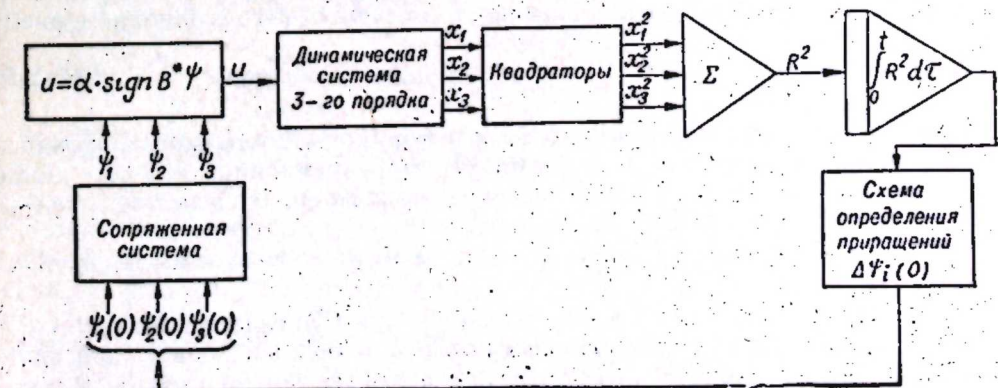


Рис. 2. Блок-схема поиска начальных условий $\psi(0)$ для сопряженной системы 3-го порядка.

разом: устанавливаются произвольные (см. подробнее ниже) начальные условия $\psi(0)$ ($\psi_1(0), \psi_2(0), \psi_3(0)$) для сопряженной системы [6]. На выходе имеем значения $\psi_1(t), \psi_2(t), \psi_3(t)$. На основании формулы $u = \alpha \cdot \text{sign } B^* \psi$ определяем управление $u(t)$, которое поступает на вход динамической системы (2). Решая (2), получаем $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$, поступающие на квадраторы. Полученные значения x_i^2 суммируем и получаем квадрат модуля радиуса-вектора, который интегрируем. Полученное значение $\int_0^T R^2(t) dt$ поступает в схему определения приращений

$\Delta\psi_i(0)$. Так как функция H [6] однородна относительно модуля $\psi(t)$, то одну из составляющих $\psi(t)$ можно выбирать произвольно. Поэтому принимаем $\psi_1(0) = \pm a = \text{const}$. Значения $\psi_2(0), \psi_3(0)$ выбираем произвольно, но так, чтобы

$$H = \psi \frac{dx}{dt} = \sum_{i=1}^3 \psi_i(0) \cdot f_i(0) > 0. \quad (5)$$

Это позволяет несколько сузить пространство, в котором выбирается $\psi(0)$. Следует отметить, что соотношение (5) не позволяет точно определить даже границы этого пространства. Однако поскольку выбор первоначального значения $\psi(0)$ не определен, такое ограничение позволяет увеличить вероятность выбора, более близкого к тому значению, которое обеспечивает оптимальный процесс, а следовательно, уменьшает число итераций и время поиска. Процесс поиска осуществляется так: даем приращение $\Delta\psi_3(0)$ и определяем приращение $\Delta \int_0^T R^2(t) dt$. При постоянных $\psi_1(0)$ и $\psi_2(0)$ изменяем шагами (в общем случае неравномерными) $\psi_3(0)$ до получения $\int_0^T R^2(t) dt = \text{min} = l_1$. Далее изменяем $\psi_2(0)$ на $\Delta\psi_2(0)$ с одновременным изменением $\psi_3(0)$ так, чтобы получить новое значение $\int_0^T R^2(t) dt = \text{min} = l_2$. Если $l_2 < l_1$, то процесс продолжаем до тех пор, пока за счет изменения $\psi_2(0)$ и $\psi_3(0)$ не получим min . Повторяем процесс аналогично и для $\psi_{n-2}(0)$ с одновременным изменением $\psi_{n-1}(0)$ и $\psi_n(0)$ и т. д., уменьшая значение $\int_0^T R^2(t) dt$, если динамическая система имеет n -й порядок. Длительность каждого цикла равна выбранному значению T . Одновременно в каждом цикле сравниваем значение $R^2(t)$ с некоторым значением ε . Как указывалось выше, минимизируя $\int_0^T R^2(t) dt$ за счет выбора моментов переключения t_i (т. е. $\psi(0)$), достигаем таких значений $t_i(\psi(0))$, при которых $|R(T)| = 0$, т. е. осуществлен оптимальный процесс. Чтобы исключить «проскакивание» этого процесса из-за дискретности изменения $\psi(0)$, вводим ε -объем, попадая в который, осуществляем более плавное изменение $\psi(0)$ и точную настройку на оптимальный процесс.

Если значение $|R(T)|$ имеет тенденцию к уменьшению, но за время T не достигает нуля, то следует несколько увеличить T .

Если при выбранном значении знака $\psi_1(0)$ не удастся существенно уменьшить $\int_0^T R^2(t) dt$ и приблизить $|R(T)|$ к ε -объему, следует изменить знак у $\psi_1(0)$. При этом заметно уменьшается значение интеграла $\int_0^T R^2(t) dt$.

По предложенной методике на вычислительной машине непрерывного действия МН-7 было проведено определение начальных условий $\psi(0)$ для линейной динамической системы 3-го порядка вида

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{12}x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} &= a_{31}x_1 + a_{33}x_3 + bu, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

при различных значениях коэффициентов a_{ij} .

БЛОК-СХЕМА ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

На рис. 3 приведена блок-схема реализации процесса измерения по предлагаемой методике. Измеряемая величина $y(t)$ поступает на вход блока запаздывания и одновременно в схему вычитания, на выходе которой имеем $\Delta y = y(t) - y(t-T)$. Если значение Δy превышает некоторое пороговое значение ε_0 , то оно проходит на вход коммутатора и

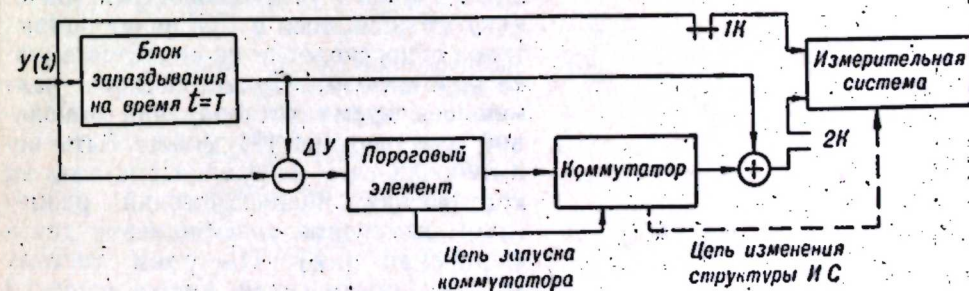


Рис. 3. Блок-схема системы измерения, обеспечивающая минимальное время установления показаний.

запускает его. Коммутатор — это устройство, обеспечивающее преобразование Δy в $u(t)$ согласно изложенному выше. Так как моменты переключения t_i не зависят от модуля Δy , то коммутатор представляет собой устройство, обеспечивающее инвертирование (или просто запирающее) Δy в фиксированные моменты времени. Через время T разность $\Delta y = 0$, так как $y(t) = \text{const}$ на интервале $\leq T \leq T + \varepsilon$ и измеряемая величина $y(t)$ подается непосредственно на измерительное устройство (ИУ). Это исключает влияние такого устройства преобразования на точность

процесса измерения. Контакты (ключи) 1К и 2К служат соответственно для подачи измеряемых величин $y(t)$ и $\Delta y(t)$ после работы системы преобразования и в процессе преобразования. Штриховой линией показано возможное изменение структуры измерительного устройства в процессе измерения. В статье не приводится схема набора блок-схемы измерительной системы на вычислительной машине непрерывного действия.

Рассмотрим процесс измерения с помощью электронизмерительного прибора, динамика которого описывается линеаризованным дифференциальным уравнением 2-го порядка вида

$$I \frac{d}{dt} \left(\frac{da}{dt} \right) + P \frac{da}{dt} + W a = D, \quad (7)$$

где a — угол поворота стрелки прибора [рад];

I — момент инерции [$г \cdot см^2$];

P — коэффициент успокоения [$\frac{г \cdot см^2 \cdot сек}{рад}$];

W — удельный противодействующий момент [$\frac{г \cdot см^2}{рад}$];

D — вращающий момент [$г \cdot см^2$].

В нормальной форме уравнение (7) можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{12} x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + b u. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Были приняты следующие численные значения коэффициентов $a_{12}=1$, $a_{21}=-0,02$, $a_{22}=-0,03$, $b=0,02$.

На рис. 4 приведены кривые переходных процессов (I и II) соответственно для кусочно-постоянной формы измеряемой величины $y(t)$ (кривая IV) и оптимальной формы $u(t)$ (кривая V). Время переходного процесса при оптимальной форме сигнала $u(t)$ (считая за время установления для кривой I время вхождения в 1% зону установившегося значения) уменьшилось в 13,5 раза. Однако такое сопоставление не является вполне корректным. Принципиально наименьшее время установления показаний для системы (8) может быть получено за счет настройки системы на критический аperiodический режим путем изменения коэффициента демпфирования (a_{22}). Настроим систему (8) на критический аperiodический процесс ($a_{22}=-0,283$). На рис. 4 приведена кривая переходного процесса (III) для такой настройки. Время увеличилось по сравнению с оптимальным

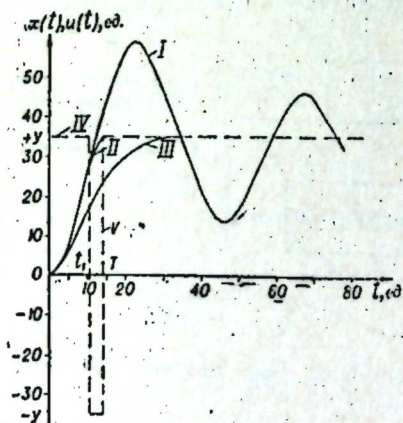


Рис. 4. Кривые переходных процессов для системы 2-го порядка.

I — кривая переходного процесса $x_1(t)$ при постоянном $u(t)$; $a_{22} = -0,03$; II — то же, при оптимальной форме управляющего сигнала $u(t)$; III — то же, при настройке динамической системы на критический аperiodический процесс ($a_{22} = -0,283$, $t_{111} = 35$ сек.); IV — измеряемая величина $y(t)$; V — оптимальная форма управления $u(t)$ ($t_1 = 10,5$; $T = 14$).

процессом в $n = \frac{t_{111}}{t_{11}} = 2,5$ раза.

Таким образом, можно сделать вывод: чем меньше коэффициент демпфирования (a_{22}), тем сильнее сказывается на уменьшении времени переход-

ного процесса использование оптимальной формы $u(t)$. Итак, мы подошли ко второму важному фактору уменьшения времени переходного процесса — изменению структуры измерительной системы в процессе измерения. Однако этот вопрос выходит за рамки данного сообщения и здесь не рассматривается.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НА ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРАХ

Экспериментальная проверка предлагаемой методики была проведена на вольтметре Д523 и гальванометре М21/5.

Пользуясь качественной картиной измерения динамическими системами 2-го порядка (см. рис. 1) и физическими соображениями для определения моментов переключения t_1 и T , мы нашли приближенные значения t_1 и T , которые были затем уточнены при настройке. На рис. 5 приведены кривые переходных процессов $x(t)$ при подаче на вход скачком напряжения 50 в (кривая I) и при оптимальной форме сигнала (кривая II). Оптимальная форма сигнала $u(t)$ приведена в виде кривой III. Как видно из рис. 5, при использовании оптимальной формы управления $u(t)$ переходный процесс (считая за время установления для кривой I время вхождения в 1% зону установившегося значения) уменьшился в 3,26 раза.



Рис. 5. Экспериментальные кривые переходных процессов для вольтметра Д523. I — кривая переходного процесса при постоянном сигнале $u = 50$ в; II — то же, при оптимальной форме сигнала $u(t)$; III — оптимальная форма сигнала $u(t)$ ($t_1 = 1,2$ сек; $T = 2,3$ сек).



Рис. 6. Экспериментальные кривые переходных процессов для гальванометра М21/5.

I — кривая переходного процесса при $u(t) = \text{const}$. $t_1 = 14,2$ сек; II — то же, при оптимальной форме сигнала $u(t)$, $t_{111} = T = 1,7$ сек; III — то же, для критического аperiodического процесса при $u(t) = \text{const}$. $t_{111} = 6$ сек; IV — оптимальная форма сигнала $u(t)$ ($t_1 = 1,2$ сек; $T = 1,7$ сек).

Следует отметить, что прибор описывается нелинейным дифференциальным уравнением 2-го порядка. Поэтому моменты переключения t_1 и T зависят от модуля измеряемой величины, но эта зависимость несущественно сказывается на разбросе t_1 и T в пределах одного диапазона. При переключении диапазонов следует одновременно переключать и настройку t_1 и T . Несовпадение моментов t_1 и T приводит к тому, что в момент $t=T$ значение $x(t) \neq y(t)$ и происходят некоторые колебания около установившегося значения. В результате время, необходимое для измерения, по сравнению с процессом при оптимальном входном воздействии увеличивается в 2—2,5 раза.

Таким образом, и для нелинейных динамических систем проявляется эффект увеличения быстродействия.

При экспериментальной проверке метода на гальванометре М21/5 были найдены приближенные значения t_1 и T , которые затем были уточнены при настройке. На рис. 6 приведены экспериментальные кривые переходных процессов: I — при ступенчатом входном сигнале $u(t)$ ($t_1 = 14,2$ сек), II — при оптимальной форме входного сигнала $u(t)$ ($t_{II} = 1,7$ сек) и IV — оптимальная форма входного сигнала $u(t)$. Время переходного процесса при использовании оптимальной формы управления $u(t)$ уменьшилось в 8,35 раза, а по сравнению с критическим апериодическим процессом — в 3,53 раза. Гальванометр описывается практически линейным дифференциальным уравнением 2-го порядка, и моменты переключения t_1 и T не зависят от модуля измеряемой величины, постоянны и строго фиксированы.

ВЫВОДЫ

1. Для уменьшения времени установления показаний по сравнению с временем для критического апериодического процесса необходимо, изменяя параметры динамической системы, получить колебательный процесс (комплексные корни) и использовать оптимальную форму входного сигнала.

2. Моменты переключения измеряемой величины не зависят от ее знака и значения и определяются только динамическими свойствами линейной системы. Если параметры системы постоянны, то моменты переключения t_1 и время измерения постоянны и строго конечны. Поэтому при $t > T$ количество информации, получаемой от измерительной системы, не увеличивается.

3. Предлагаемый метод не только не ухудшает точности измерений, но в некоторых случаях позволяет даже увеличить ее. Ухудшения не происходит в связи с тем, что преобразование измеряемой величины $y(t)$ в $u(t)$ происходит только в переходном процессе. В момент установления показаний $t = T$ измеряемая величина подается непосредственно в измерительную систему. Улучшение точности возможно за счет увеличения коэффициента усиления K для систем с обратной связью.

4. Независимость моментов переключения от значения измеряемой величины обеспечивает довольно простую техническую реализацию.

5. Предложенный метод поиска начальных условий для сопряженной системы наиболее эффективен для динамических систем невысокого порядка и не зависит от характера собственных значений матрицы A .

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
20/XI 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Б. Карандеев. Измерительные информационные системы и автоматика. Вестник АН СССР, 1961, № 10.
2. В. И. Рабинович, М. П. Цапенко. О количестве измерительной информации. Измерительная техника, 1963, № 4.
3. Б. М. Пушной. Об информационных характеристиках электронизмерительных приборов. Измерительная техника, 1963, № 7.
4. В. И. Чистяков. О пропускной способности измерительных устройств первого порядка (доклад на 3 научно-технической конференции). Кибернетические пути совершенствования измерительной аппаратуры, 1963.

5. В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Л. С. Понтрягин. К теории оптимальных процессов. Докл. АН СССР, 1956, т. 110, № 1.
6. Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов. М., Физматгиз, 1961.
7. Fred B. Smith. Time—optimal control of higher—order systems. IRE Trans. Automat Control, 1961, 6, № 1.
8. P. Chandaket, Leondes. Optimum Nonlinear Bang—Bang Control Systems With Complex Roots. Applications and Industry, 1961, № 54 May.
9. Б. А. Морякин, В. М. Александров. Система оптимального управления и некоторые требования к управляющим вычислительным устройствам. Сб. тр. III науч.-техн. совещ. по применению средств вычислительной техники для автоматизации производств. процессов. М., 1962.
10. В. М. Александров, Б. А. Морякин. Система оптимального управления для случая комплексных собственных значений матрицы объекта. Сб. тр. ИАЭ. Автоматическое управление непрерывными процессами, вып. 8.

А. Г. СЕНИН

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ АНАЛИЗА
И СИНТЕЗА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ
ДЛЯ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ

При решении большого круга практических задач автоматического управления и контроля часто возникает необходимость, исходя из состояния динамической системы в прошлом, с максимальной точностью предсказывать ее будущее состояние. Если параметр, характеризующий состояние системы (давление, температура и т. д.), изменяется случайным образом в пространстве и времени, то мы приходим к задаче экстраполяции поля. Примерами такого поля является температурное поле воздуха в атмосфере, вибрация конструкции в движущемся потоке и др.

Подобные задачи для случайных процессов, т. е. случайных функций одного переменного — времени, достаточно полно рассмотрены в технической литературе [1, 2]. Что касается случайных полей, то вопросы экстраполяции, насколько известно автору, не рассмотрены в той степени, в какой это необходимо для решения технических задач. Следует отметить работу [3], где приведены формулы экстраполяции некоторых однородных полей и полей со стационарными приращениями. Но для практики, по-видимому, более важно не определение наилучшей оценки экстраполируемого сигнала, а определение приемлемого динамического оператора (синтез измерительной системы), обеспечивающего эту оценку. В данной работе рассматриваются вопросы синтеза измерительных систем, обеспечивающих ошибку экстраполирования, близкую к минимальной для случайного поля на плоскости, т. е. поля, зависящего от времени и одной пространственной координаты; результаты могут быть обобщены на поле большого числа переменных.

ЭКСТРАПОЛИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНОГО ПОЛЯ

Пусть $\varphi(l, t)$ — неоднородное случайное поле, удовлетворяющее некоторым условиям стационарности: в каждой точке пространственной координаты $\varphi(x, t)$ является стационарным процессом, а для двух произвольных сечений процессы $\varphi(x, t)$ и $\varphi(y, t)$ стационарно связаны [1]. Необходимо информацию, которую несет поле $\varphi(l, t)$ относительно полезного сигнала, преобразовать динамической системой таким образом, чтобы на выходе измерительной системы с максимальной точностью выделять искомый сигнал $h(t)$; критерием в оценке качества преобразования исходной информации в желаемый сигнал примем средний квадрат ошибки:

$$\bar{\varepsilon}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [h(t) - m(t)]^2 dt, \quad (1)$$

где $m(t)$ — оценка искомого сигнала (рис. 1).

Решение оптимальной импульсной функции $k(x, \tau)$ линейной системы будем искать в таком виде, при котором элементарный сигнал на выходе выражается:

$$dm(x, t) = dx \int_0^{\infty} \varphi(x, t - \tau) k(x, \tau) d\tau,$$

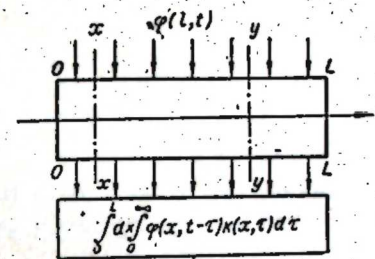


Рис. 1.

откуда полный сигнал

$$m(t) = \int_0^L dx \int_0^{\infty} \varphi(x, t - \tau) k(x, \tau) d\tau. \quad (2)$$

Таким образом, $k(x, \tau)$ есть реакция системы на возмущение вида $(x - x_j) \delta(\tau)$, а для случая произвольного возмущения имеем формулу (2).

Развертывая формулу (1), получим

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}^2 = & R_h(0) - 2 \int_0^L dx \int_0^{\infty} R_{h\varphi}(x, \tau) k(x, \tau) d\tau + \\ & + \int_0^L dx \int_0^L dy \int_0^{\infty} k(x, \tau) d\tau \int_0^{\infty} R_{yx}^{(\varphi)}(x, y, \tau - \theta) k(y, \theta) d\theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где $R_h(0)$ — дисперсия искомого сигнала;
 $R_{h\varphi}(x, \tau)$ — взаимная корреляционная функция между искомым и входными сигналами;

$R_{yx}^{(\varphi)}(x, y, \tau)$ — взаимная корреляционная функция между входными сигналами с пространственными координатами x, y .

Пользуясь методом вариационного исчисления [4] и учитывая, что

$$R_{yx}^{(\varphi)}(x, y, \tau) = R_{xy}^{(\varphi)}(y, x, -\tau),$$

найдем аналитическое выражение, обеспечивающее оптимальный вид функции $k(x, \tau)$. Придадим $k(x, \tau)$, вариацию $\gamma \psi(x, \tau)$, которая, как и $k(x, \tau)$, должна отвечать условию физической возможности, т. е.

$$\psi(x, \tau) = 0, \quad 0 < x < L, \quad \tau < 0.$$

Тогда необходимым условием, обеспечивающим экстремум функционала (3), должно быть

$$\frac{\partial}{\partial \gamma} (\bar{\varepsilon}^2 + \delta \bar{\varepsilon}^2) \Big|_{\gamma=0} = 0. \quad (4)$$

После несложных преобразований (приложение 1) получим

$$R_{h\varphi}(x, \tau) = \int_0^L dy \int_0^{\infty} R_{yx}^{(\varphi)}(x, y, \tau - \theta) k(y, \theta) d\theta, \quad 0 \leq x < L, \quad \tau > 0 \quad (5)$$

— двумерное интегральное уравнение Фредгольма.

Как видно из формулы (3), при условии (5)

$$\bar{e}_{\min}^2 = R_h(0) - \int_0^L dx \int_0^{\infty} R_{h\varphi}(x, \tau) k(x, \tau) d\tau. \quad (6)$$

Уравнение (5) может быть решено приближенными численными методами сведением к линейной системе уравнений

$$R_{h\varphi}(x_m, \tau_n) = \Delta y \Delta \theta \sum_1^j \sum_1^i R_{yx}^{(\varphi)}(x_m, y_j, \tau_n - \theta_i) k(y_j, \theta_i), \quad (7)$$

$j, m=1, 2, \dots, j,$
 $i, n=1, 2, \dots, i,$

из которой определяется искомая функция $k(y, \theta)$.

Отметим, что синтез измерительной системы включает в качестве первого этапа решения поставленной задачи нахождение функции $k(y, \theta)$ из (5). Поскольку $k(y, \theta)$ представляет собой функцию двух переменных, а измерительную цепь мы будем синтезировать из линейных элементов с сосредоточенными параметрами, то вопрос аппроксимации $k(y, \theta)$ такой цепью является вторым этапом решения задачи, который будет рассмотрен ниже.

ЭКСТРАПОЛИРОВАНИЕ ОДНОРОДНЫХ ПОЛЕЙ

В том случае, когда корреляционная функция поля $K_{yx}(x, y, \tau)$ зависит лишь от пространственного и временного сдвига, т. е.

$$R_{yx}^{(\varphi)}(x, y, \tau) = R_{yx}^{(\varphi)}(y - x, \tau),$$

а пространственный участок наблюдения не ограничен или ограничен с одной стороны, оптимальный вид функции $k(y, \theta)$ может быть получен аналитически.

Пусть областью, доступной для измерения, является вся отрицательная пространственная полуось. Тогда для рассматриваемого случая уравнение (5) имеет вид

$$R_{h\varphi}(x, \tau) = \int_{-\infty}^0 dy \int_0^{\infty} R_{yx}^{(\varphi)}(y - x, \tau - \theta) k(y, \theta) d\theta, \quad x \leq 0, \tau \geq 0. \quad (8)$$

Если ставится задача экстраполяции во времени и пространстве по знанию поля в прошлом, т. е. для $t < 0$ и на пространственном участке $l < 0$, учитывая, что

$$R_{h\varphi}(x, \tau) = R_{yx}^{(\varphi)}(l_{\text{упр}} - x, t_{\text{упр}} + \tau),$$

из (8) можно записать

$$R_{yx}^{(\varphi)}(l_{\text{упр}} - x, t_{\text{упр}} + \tau) = \int_{-\infty}^0 dy \int_0^{\infty} R_{yx}^{(\varphi)}(y - x, \tau - \theta) k(y, \theta) d\theta, \quad x \leq 0, \tau \geq 0.$$

Заменяв в последней формуле x и y соответственно на $-x$ и $-y$, получим окончательно

$$R_{yx}^{(\varphi)}(x + l_{\text{упр}}, \tau + t_{\text{упр}}) = \int_0^{\infty} dy \int_0^{\infty} R_{yx}^{(\varphi)}(x - y, \tau - \theta) k(y, \theta) d\theta, \quad x \geq 0, \tau \geq 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) может быть решено аналогично одномерному случаю

$$R_{h\varphi}(\tau + t_{\text{упр}}) = \int_0^{\infty} R_{\varphi}(\tau - \theta) k(\theta) d\theta, \quad \tau \geq 0, \quad (10)$$

методы решения которого изложены в [5, 6].

Принимая во внимание (9), можно записать

$$F(x, \tau) = \int_0^{\infty} dy \int_0^{\infty} R_{yx}^{(\varphi)}(x - y, \tau - \theta) k(y, \theta) d\theta - R_{yx}^{(\varphi)}(l_{\text{упр}} + x, t_{\text{упр}} + \tau), \quad -\infty < x < \infty, -\infty < \tau < \infty, \quad (11)$$

где

$$F(x, \tau) = 0, \quad x > 0, \tau > 0.$$

Воспользовавшись двумерным преобразованием Фурье для выражения (II), получим

$$\Psi(\omega_l, \omega_t) = S_{yx}^{(\varphi)}(\omega_l, \omega_t) \Phi(\omega_l, \omega_t) - S_{yx}^{(\varphi)}(\omega_l, \omega_t) e^{j(\omega_l t_{\text{упр}} + \omega_t t_{\text{упр}})}. \quad (12)$$

Учитывая, что $F(x, \tau) = 0$ для $x > 0, \tau > 0$, преобразование Фурье этой функции не имеет полюсов в верхних полуплоскостях ω_l, ω_t . Если разложить $S_{yx}^{(\varphi)}(\omega_l, \omega_t)$ на два сопряженных сомножителя

$$S_{yx}^{(\varphi)}(\omega_l, \omega_t) = S^+(\omega_l, \omega_t) S^-(\omega_l, \omega_t),$$

один из которых $S^+(\omega_l, \omega_t)$ является передаточной функцией физической осуществимой системы и не содержит нулей и полюсов в нижней полуплоскости (откуда следует, что обратный фильтр также удовлетворяет условию физической возможности), то формула для передаточной функции может быть записана в виде

$$\Phi(\omega_l, \omega_t) = \frac{1}{4\pi^2 S^+(\omega_l, \omega_t)} \int_0^{\infty} e^{-j\omega_l t} dt \int_0^{\infty} e^{-j\omega_t t} dt \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_l(t + t_{\text{упр}})} \times \\ \times d\omega_l \int_{-\infty}^{\infty} S^+(\omega_l, \omega_t) e^{j\omega_l(t + t_{\text{упр}})} d\omega_t. \quad (13)$$

Действительно, выражение (12) можно представить в виде:

$$\Psi(\omega_l, \omega_t) = S^+(\omega_l, \omega_t) S^-(\omega_l, \omega_t) \Phi(\omega_l, \omega_t) - S^+(\omega_l, \omega_t) S^-(\omega_l, \omega_t) \times \\ \times e^{j(\omega_l t_{\text{упр}} + \omega_t t_{\text{упр}})},$$

но поскольку изображение $\frac{V}{S}$ дает функцию, равную нулю для $l > 0$, $l > 0$, то в данном интервале

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_l t} d\omega_l \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_l t} S^+(\omega_l, \omega_l) \Phi(\omega_l, \omega_l) d\omega_l = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_l (t + t_{\text{упр}})} d\omega_l \int_{-\infty}^{\infty} S^+(\omega_l, \omega_l) e^{j\omega_l (t + t_{\text{упр}})} d\omega_l,$$

что может быть записано иначе:

$$S^+(\omega_l, \omega_l) \Phi(\omega_l, \omega_l) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-j(\omega_l t + \omega_l t')} \times \\ \times d\omega_l d\omega_l \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S^+(\omega_l, \omega_l) e^{j\omega_l (t + t_{\text{упр}}) + j\omega_l (t' + t'_{\text{упр}})} d\omega_l d\omega_l,$$

откуда и получена формула (13).

В частном случае, когда задача заключается лишь во временном экстраполировании, а возможность измерения допускается на бесконечном пространственном интервале, формула (13) существенно упрощается:

$$\Phi(\omega_l, \omega_l) = \frac{1}{2\pi S^+(\omega_l, \omega_l)} \int_0^{\infty} e^{-j\omega_l t} dt \int_{-\infty}^{\infty} S^+(\omega_l, \omega_l) e^{j\omega_l (t + t_{\text{упр}})} d\omega_l. \quad (14)$$

Рассмотренная задача может быть решена исходя из физических соображений. Пусть случайное поле с плотностью $S_{yx}^{\sigma}(\omega_l, \omega_l)$ может быть представлено как результат прохождения «белого шума» с корреляционной функцией $R(\lambda, \tau) = \delta(\lambda)\delta(\tau)$ через некоторую гипотетическую систему $S^+(\omega_l, \omega_l)$, удовлетворяющую условию физической реализуемости и, кроме того, реализуемости обратного фильтра. Тогда нетрудно видеть, что наилучший фильтр тот, который представляет собой последовательное соединение фильтра с частотной характеристикой $\frac{1}{S^+(\omega_l, \omega_l)}$ и фильтра, полученного из $S^+(\omega_l, \omega_l) e^{j\omega_l t_{\text{упр}} + j\omega_l t'_{\text{упр}}}$ с характеристикой, равной нулю для $l < 0$ и $\tau < 0$ (рис. 2).

По передаточной функции $\Phi(\omega_l, \omega_l)$ обратным преобразованием находится импульсная характеристика $k(y, \theta)$ уравнения (9). Искомая функция для формулы (8) соответствует характеристике $k(-y, \theta)$, равной нулю для $y > 0$, $\theta < 0$.

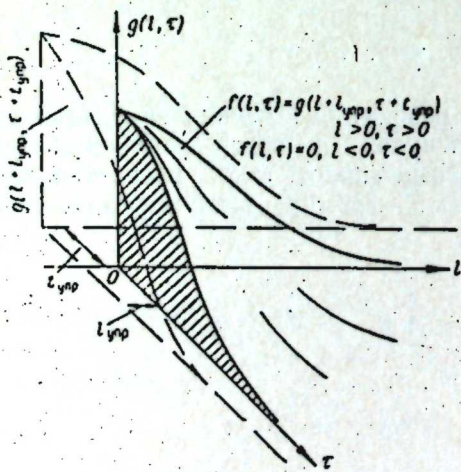


Рис. 2.

Средний квадрат ошибки может быть получен из общей формулы (3). В рассматриваемом случае при оптимальном выборе импульсной функции имеем

$$\bar{\epsilon}_{\text{min}}^2 = R_h(0) - \int_{-\infty}^0 dx \int_0^{\infty} R_{h\varphi}(x, \tau) k(x, \tau) d\tau = \\ = R_h(0) - \int_{-\infty}^0 dx \int_{-\infty}^0 dy \int_0^{\infty} k(x, \tau) d\tau \int_0^{\infty} R_{yx}^{(\sigma)}(y-x, \tau-\theta) k(y, \theta) d\theta. \quad (15)$$

Используя известные соотношения теоремы Рэйли, а именно

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} k^2(x, \tau) d\tau = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_l \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(\omega_l, \omega_l)|^2 d\omega_l,$$

а также принимая во внимание (13), устанавливаем, что

$$\bar{\epsilon}_{\text{min}}^2 = \int_0^{\infty} dx \int_0^{\infty} g^2(x, \tau) d\tau - \int_0^{\infty} dx \int_0^{\infty} g^2(x + l_{\text{упр}}, \tau + t_{\text{упр}}) d\tau,$$

где

$$g(x, \tau) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_l \int_{-\infty}^{\infty} S^+(\omega_l, \omega_l) e^{j(\omega_l x + \omega_l \tau)} d\omega_l.$$

После несложных преобразований окончательная формула для ошибки примет вид

$$\bar{\epsilon}_{\text{min}}^2 = \int_0^{t_{\text{упр}}} dx \int_{t_{\text{упр}}}^{\infty} g^2(x, \tau) d\tau + \int_0^{\infty} dx \int_0^{t_{\text{упр}}} g^2(x, \tau) d\tau. \quad (16)$$

АППРОКСИМАЦИЯ $k(x, \tau)$ ФИЛЬТРАМИ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Для линейной системы с сосредоточенными параметрами реакция на выходе от входного возмущения может быть представлена следующим образом:

$$m(t) = \int_0^{\infty} \varphi(t - \tau) k(\tau) d\tau \approx \Delta\tau \sum_{j=1}^n \varphi(t - \tau_j) k(\tau_j) = \\ = \Delta\tau \sum_{j=1}^n k(\tau_j) \int_0^{\infty} \varphi(t - \tau) \delta(\tau - \tau_j) d\tau, \quad (17)$$

т. е. динамическая система с любой степенью точности моделируется с помощью простейших звеньев усиления и запаздывания. Для синтезируемой системы из формулы (2) имеем

$$m(t) = \int_0^L dx \int_0^{\infty} \varphi(x, t - \tau) k(x, \tau) d\tau \approx \Delta x \sum_{j=1}^n \int_0^{\infty} \varphi(x_j, t - \tau) k(x_j, \tau) d\tau = \\ = \Delta x \sum_{j=1}^n \int_0^L \delta(x - x_j) dx \int_0^{\infty} \varphi(x, t - \tau) k(x, \tau) d\tau. \quad (18)$$

Последнее выражение показывает, что функция распределенного контроля $k(x, \tau)$ может быть приближенно заменена конечным числом датчиков с импульсными переходными функциями $\Delta x \cdot k(x_j, \tau)$. При неограниченном увеличении числа датчиков, т. е. уменьшении интервала Δx , ошибка экстраполяции будет близка к $\bar{\varepsilon}_{\min}^2$. Синтез измерительной системы по заданным характеристикам $\Delta x \cdot k(x_j, \tau)$ осуществляется известными методами [2]. В частных случаях распределенный контроль сводится к контролю в конечном числе точек, при этом нахождение $k(x, \tau)$ определяет как динамику датчиков, так и оптимальное их размещение (приложение II).

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск.

Поступила в редакцию
20/III 1963

Приложения

I

Заменяя в (3) $k(x, \tau)$ на $k(x, \tau) + \gamma \psi(x, \tau)$, получим

$$\bar{\varepsilon}^2 + \delta \bar{\varepsilon}^2 = R_h(0) - 2 \int_0^L dx \int_{-\infty}^{\infty} R_{h\varphi}(x, \tau) [k(x, \tau) + \\ + \gamma \psi(x, \tau)] d\tau + \int_0^L dx \int_0^L dy \int_{-\infty}^{\infty} [k(x, \tau) + \gamma \psi(x, \tau)] d\tau \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} R_{yx}^{(\varphi)}(x, y, \tau - \theta) [k(y, \theta) + \gamma \psi(y, \theta)] d\theta.$$

Продифференцировав последнее выражение по независимому параметру γ в соответствии с условием (4), найдем

$$\int_0^L dx \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, \tau) d\tau \left\{ R_{h\varphi}(x, \tau) - \int_0^L dy \int_{-\infty}^{\infty} R_{yx}^{(\varphi)}(x, y, \tau - \theta) k(y, \theta) d\theta \right\} = 0.$$

Но $\psi(x, \tau) = 0$ при $0 > x > L$, $\tau < 0$, поэтому функция должна удовлетворять уравнению

$$R_{h\varphi}(x, \tau) = \int_0^L dy \int_0^{\infty} R_{yx}^{(\varphi)}(x, y, \tau - \theta) k(y, \theta) d\theta, \quad 0 \leq x \leq L, \tau \geq 0.$$

II

Пусть корреляционная функция поля

$$R_{xy}^{(\varphi)}(x, y, \tau) = e^{-|\lambda x - y| - |\tau|},$$

иначе

$$R^{(\varphi)}(\lambda, \tau) = e^{-|\lambda| - |\tau|}.$$

Такой формулой достаточно просто аппроксимируется изотропное поле вида

$$R(\lambda, \tau) = e^{-\sqrt{\lambda^2 + \tau^2}},$$

которое часто встречается в природе [3].

Найдем оптимальную функцию $k(x, \tau)$, обеспечивающую экстраполяцию на время $t_{\text{упр}} > 0$ в точке с пространственной координатой $l_{\text{упр}} > 0$. Спектральная плотность

$$S^{(\varphi)}(\omega_l, \omega_t) = \frac{4}{(1 + \omega_l^2)(1 + \omega_t^2)}$$

может быть разложена на два сомножителя:

$$S^+(\omega_l, \omega_t) = \frac{2}{(1 + j\omega_l)(1 + j\omega_t)}, \quad S^-(\omega_l, \omega_t) = \frac{2}{(1 - j\omega_l)(1 - j\omega_t)}.$$

В соответствии с формулой (13)

$$\Phi(\omega_l, \omega_t) = \frac{(1 + j\omega_l)(1 + j\omega_t)}{2} \cdot \frac{2e^{-l_{\text{упр}} - t_{\text{упр}}}}{(1 + j\omega_l)(1 + j\omega_t)} = e^{-l_{\text{упр}} - t_{\text{упр}}},$$

откуда

$$k(x, \tau) = e^{-l_{\text{упр}} - t_{\text{упр}}} \delta(x) \delta(\tau).$$

Ясно, что в данном случае контроль упрежденного значения в недоступной точке сводится к измерению параметра в ближайшей доступной точке с коэффициентом усиления $e^{l_{\text{упр}} - t_{\text{упр}}}$.

Найдем ошибку экстраполяции. Из формулы (15)

$$\bar{\varepsilon}_{\min}^2 = R_h(0) - \int_{-\infty}^0 dx \int_0^{\infty} R_{h\varphi}(x, \tau) k(x, \tau) d\tau = \\ = 1 - \int_{-\infty}^0 dx \int_0^{\infty} e^{-|\lambda_{\text{упр}} - x| - |\lambda_{\text{упр}} + \tau|} e^{-l_{\text{упр}} - t_{\text{упр}}} \delta(x) \delta(\tau) d\tau = \\ = 1 - e^{-2(l_{\text{упр}} + t_{\text{упр}})}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Пугачев. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Физматгиз, 1960.
2. В. В. Солодовников. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, 1960.

3. М. И. Фортус. Формулы для экстраполяции случайных полей. Теория вероятностей и ее применение, 1962, т. VII, № 1.
4. М. А. Лаврентьев, Л. А. Люстерник. Курс вариационного исчисления. Гостехиздат, 1950.
5. N. Wiener. Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series. J. Wiley, 1949.
6. Д. Х. Лэннинг, Р. Г. Бэтти. Случайные процессы в задачах автоматического управления. ИЛ, 1958.

В. М. ГЕЛЛЕР, М. Э. СЕНДЕРЗОН

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ И УЛУЧШЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УСИЛИТЕЛЕЙ МОЩНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ТОКА

В настоящее время в связи с большим интересом к методам широкополосного усиления мощности в технике радиопередающих и мощных импульсных устройств применяются усилители распределенного типа (рис. 1). Применительно к усилению мощности данная схема реализует метод направленного сложения мощностей в волновом тракте, при котором используются особенности как параллельного, так и последовательного включения источников энергии (эквивалентных генераторов).

Распределенное усиление мощности имеет ряд неоспоримых преимуществ; а) большую широкополосность; б) отсутствие резонансных колебательных процессов, вызывающих большие реактивные мощности в устройстве и все связанные с этим осложнения; в) возможность симметрирования усилительного устройства и легкой стыковки с фидерным трактом; г) при отсутствии затухания в системе распределенного усиления мощность на выходе усилителя, пропорциональную квадрату числа эквивалентных генераторов; д) надежность и постоянство параметров при применении многоэлектродных ламп.

Наряду с положительными качествами система распределенного усиления мощности имеет и существенные недостатки: плохие энергетические показатели и невозможность применения мощных ламп-триодов из-за плохой устойчивости.

К основным причинам плохих энергетических показателей распределенных усилителей мощности относятся необходимость согласования анодной цепочной линии по обоим концам, что снижает сопротивление, ощущаемое лампой (так называемое «сопротивление возбуждения») [1], а также низкое входное сопротивление широкополосной нагрузки типа цепочного фильтра низких частот, элементами которого являются ламповые емкости*.

Применение в распределенных усилителях фильтров низких частот типа m (при обычных значениях параметра $m=1,2-1,3$) позволяет лишь незначительно увеличить входное сопротивление цепочного фильтра.

Современные же генераторные лампы, несмотря на большой прогресс в этой области, все еще остаются так называемыми «лампами высокого сопротивления»: а) величина отношения $\frac{E_a}{I_m}$ исчисляется для киловаттных ламп тысячами ом, а крутизна линии граничного режима ($S_{гр}$) лежит в пределах (5-30) ма/в; в) в тысячекратном диапазоне мощностей от пятисоткиловаттной лампы типа РГМ-500 до

* Как показывают расчеты, эквивалентное сопротивление нагруженной резонансной колебательной системы на один-полтора порядка выше входного сопротивления согласованного цепочного фильтра.

пятисотваттной лампы типа ГУ-34Б диапазон анодных напряжений равен лишь 6—7.

По этой причине генераторные лампы (особенно малой и средней мощности) отдают номинальную мощность при высоком к. п. д. лишь при работе на высокоомную нагрузку.

Основной причиной неустойчивой работы мощных распределенных усилителей при использовании триодов является включение источников энергии (ламп) по схеме генератора тока с шунтированием вертикального элемента фильтра (емкости) выходной проводимостью генератора

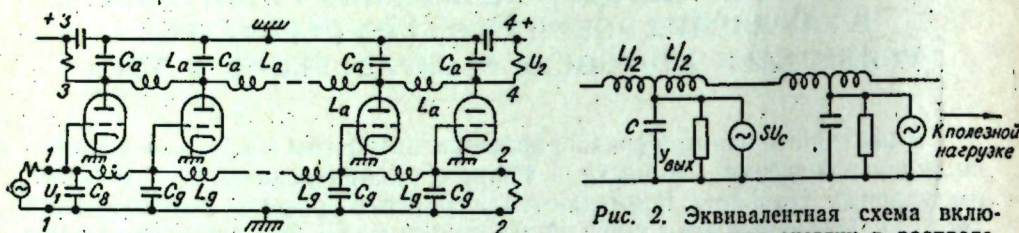


Рис. 1. Схема распределенного усилителя.

тока (рис. 2). В самом деле, применение в качестве источников энергии распределенных генераторов тока означает расщепление тока в месте подключения анода к линии, т. е. создание волн, движущихся в противоположные стороны по анодной линии, даже при хорошем согласовании сеточной и анодной линии по концам.

Как следует из [1], в этом случае сопротивление нагрузки, ощущаемое частью эквивалентных генераторов («сопротивление возбуждения»), может стать на некоторых частотах отрицательным, т. е. имеет место распределенная обратная связь, могущая на некоторых частотах стать положительной.

Устойчивость мощного распределенного усилителя можно повышать лишь снижая и без того не очень высокий коэффициент передачи усилителя по мощности, вводя затухание в систему усиления. В этом отношении очень действенной мерой является включение небольших безындукционных сопротивлений в цепь анода и шунтирование секций анодной и сеточной линий большими безындукционными сопротивлениями (анодную линию можно выполнять из более высокоомного провода, например из молибдена). Другие методы повышения устойчивости, например балансные схемы нейтрализации, применять в распределенных усилителях, очевидно, невозможно.

Значительно более действенным методом повышения устойчивости работы подобного усилителя без снижения его энергетических показателей является устранение обратных волн.

Анализ активных распределенных четырехполюсников сравнительно невысоких частот [2] показывает, что наилучшим методом подавления обратных волн является сочетание источников энергии двух типов — непрерывно-распределенных генераторов тока (Γ_2), возбуждаемых по закону бегущей волны ($i_x = I_k e^{-\gamma_1 x}$), и непрерывно-распределенных генераторов напряжения (Γ_1), возбуждаемых по тому же закону ($\dot{U}_x = \dot{U}_k e^{-\gamma_1 x}$) (рис. 3).

Рис. 3. Схема активного распределенного четырехполюсника типа UI .

При этом в фазовом и амплитудном отношении на рассматриваемую систему накладываются дополнительные ограничения:

а) $\eta_u = \eta_l$, где η_u, η_l — постоянные распространения волновых трактов, определяющих фазы возбуждения источников энергии;

б) $\frac{\dot{U}_x}{i_x} = Z_a$ — характеристическое сопротивление волнового тракта, в котором производится суммирование мощностей источников.

Напряжение в левом сечении такого четырехполюсника, согласованного по концам, при непрерывном распределении генераторов (источников энергии) по закону бегущей волны

$$\dot{U}_0 = \frac{e^{\gamma l} [f(0) - Z_a \cdot \varphi(0)] - f(l) + Z_a \cdot \varphi(l)}{2e^{\gamma l}}, \quad (1)$$

где индексы 0 и l относятся соответственно к началу и концу системы; γ — постоянная распространения тракта, в котором производится суммирование источников энергии; $f(0), \varphi(0), f(l), \varphi(l)$ — параметры, определяемые распределенным характером источников энергии.

Для активного четырехполюсника, сочетающего два типа источников энергии (системы UI), указанные параметры соответственно равны:

$$f_{u l(x)} = f_u(x) + f_l(x), \quad (2)$$

$$\varphi_{u l(x)} = \varphi_u(x) + \varphi_l(x). \quad (3)$$

Здесь параметры $f_u, f_l, \varphi_u, \varphi_l$ определяются для систем U и I , следующим образом [2]:

$$\varphi_u(x) = \frac{1}{2Z_a} [e^{\gamma x} \int \dot{U}_x e^{-\gamma x} dx - e^{-\gamma x} \int \dot{U}_x e^{\gamma x} dx], \quad (4)$$

$$f_u(x) = -\frac{Z_a}{\gamma} \cdot \frac{d}{dx} [\varphi_u(x)], \quad (5)$$

$$\varphi_l(x) = \frac{1}{2\gamma} \left[e^{\gamma x} \int \frac{d i_x}{dx} e^{-\gamma x} dx - e^{-\gamma x} \int \frac{d i_x}{dx} e^{\gamma x} dx \right], \quad (6)$$

$$f_l(x) = \frac{Z_a}{\gamma} \left[i_x - \frac{d}{dx} [\varphi_l(x)] \right]. \quad (7)$$

При законе распределения источников энергии

$$i(\dot{U})_x = i(\dot{U})_k e^{-\gamma_1 x}$$

значения данных параметров соответственно равны:

$$\varphi_u(x) = \frac{\gamma}{Z_a} \frac{\dot{U}_k e^{-\gamma_1 x}}{\gamma^2 - \gamma_1^2}, \quad (8)$$

$$f_u(x) = \gamma_1 \frac{\dot{U}_k e^{-\gamma_1 x}}{\gamma^2 - \gamma_1^2}, \quad (9)$$

$$\varphi_l(x) = \gamma_1 \frac{i_k e^{-\gamma_1 x}}{\gamma^2 - \gamma_1^2}, \quad (10)$$

$$f_1(x) = \gamma Z_a \frac{i_k e^{-\gamma_l x}}{\gamma^2 - \gamma_l^2} \quad (11)$$

Производя подстановку формул (8), (9), (10), (11) в (2) и (3) и далее в (1), получаем выражение напряжения в левом сечении системы:

$$\dot{U}_0 = \frac{e^{\gamma l} \left\{ \eta_u \frac{\dot{U}_k}{\gamma^2 - \eta_u^2} + \gamma Z_a \frac{i_k}{\gamma^2 - \eta_l^2} - Z_a \left[\frac{\gamma}{Z_a} \frac{\dot{U}_k}{\gamma^2 - \eta_u^2} + \eta_l \frac{i_k}{\gamma^2 - \eta_l^2} \right] \right\} - \left[\eta_u \frac{\dot{U}_k e^{-\gamma_u l}}{\gamma^2 - \eta_u^2} + \gamma Z_a \frac{j_k e^{-\gamma_l l}}{\gamma^2 - \eta_l^2} \right] + Z_a \left[\frac{\gamma}{Z_a} \frac{\dot{U}_k e^{-\gamma_u l}}{\gamma^2 - \eta_u^2} + \eta_l \frac{j_k e^{-\gamma_l l}}{\gamma^2 - \eta_l^2} \right]}{2e^{\gamma l}} \quad (12)$$

При соблюдении условий *a* и *b* данное выражение обращается в нуль, а значит и мощность в сопротивлении (R_1), включенном в это сечение, не выделяется. То же имеет место и при дискретном распределении источников энергии по закону бегущей волны.

Мощность, отдаваемая в нагрузку каждым генератором тока, при этом возрастает, так как мощность выделяется теперь лишь в сопротивлении (R_2), стоящем в правом сечении системы. При идеальной компенсации обратной волны «сопротивление возбуждения» для генераторов тока возрастает вдвое. Компенсация обратных волн приводит к увеличению мощности, отдаваемой и генераторами напряжения, благодаря снижению «сопротивления возбуждения».

Теоретически удвоенное количество ламп может привести к учетверению полезной мощности, т. е. к значительно лучшему использованию ламп. Следовательно, устранение обратных волн решает отчасти и проблему улучшения энергетических параметров. При этом по мере перемещения по анодной линии вправо (к полезной нагрузке) сохраняет силу принцип роста «сопротивления возбуждения».

Генераторы напряжения включаются при помощи трансформаторной связи с горизонтальными плечами звеньев анодной линии (рис. 4).

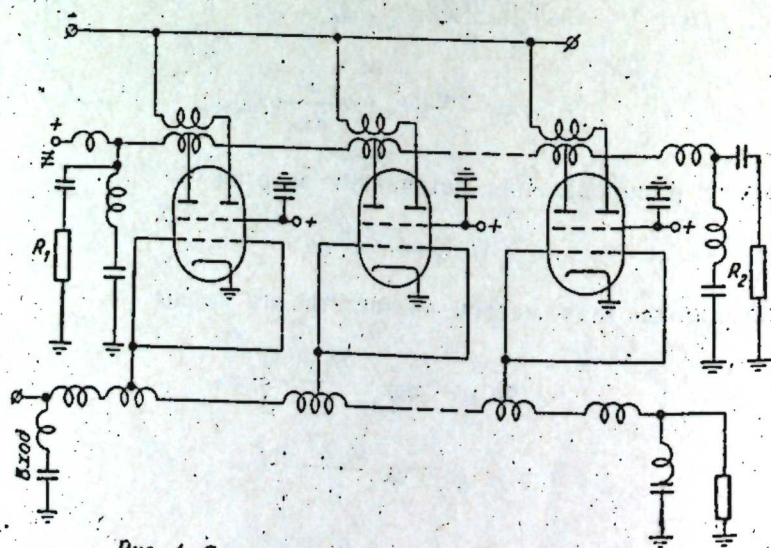


Рис. 4. Схема распределенного усилителя, сочетающего источники энергии двух типов.

Как следует из схемы рис. 4, каждое звено анодной линии является балансной дифференциальной системой, благодаря которой генератор тока и генератор напряжения одного звена электрически «развязаны»*. Генераторы тока соседних звеньев могут, разумеется, электрически влиять на генераторы тока и напряжения данного звена. Это же относится к влиянию генераторов напряжения на генераторы тока и напряжения соседних звеньев, и в этом нет принципиальных отличий от прочих схем совместной работы на общую нагрузку. Применяя многоэлектродные лампы или правые триоды с большим внутренним сопротивлением, можно сильно ослабить взаимные влияния генераторов.

Каждое дифференциальное звено (см. рис. 4) представляет собой разновидность моста для направленного суммирования мощностей. В отличие от прочих суммирующих систем типа балансных мостов, элементы этого звена являются одновременно нагрузкой ламп — генераторов и элементами волнового суммирующего тракта. Кроме того, такой мост гораздо более широкополосен, чем прочие мостовые схемы.

Широкополосность предложенной схемы лимитируется широкополосностью трансформатора связи. Для повышения ее приходится создавать очень сильную связь между обмотками. При обычном исполнении трансформатора связь будет индуктивно-емкостной, что приведет к значительным искажениям фазовой характеристики, недопустимым в рассматриваемой системе. Для эффективного подавления обратной волны и эффективного сложения мощностей прямых волн фазовая характеристика трансформатора должна совпадать с фазовой характеристикой звена фильтра низких частот. Последняя при $f \gg (0,5-0,6) f_{гр}$ сравнительно линейна и имеет один знак.

В [3] описаны конструкции широкополосных трансформаторов, в которых междуобмоточная связь почти исключительно индуктивная, причем

$$K_{св} > 0,6.$$

Индуктивность рассеяния (L_s) получается сравнительно небольшой, что также благотворно сказывается на фазовой характеристике трансформатора.

Как следует из [3], подобные трансформаторы в диапазоне коротких волн легко обеспечивают частотное перекрытие 10—15 и более при хорошей фазовой характеристике. (Практически благодаря осуществлению большой междуобмоточной связи в трансформаторе связи будет и вполне конечная взаимная индукция между плечами звена анодной линии, т. е. параметр m будет заведомо больше единицы.)

Экспериментальная проверка изложенных соображений подтвердила их правильность. Был испытан экспериментальный макет, собранный на пяти двойных тетрадах ГУ-29, работающих в режиме класса А. Лампы использовались таким образом, что в каждом баллоне был и генератор напряжения, и генератор тока (см. рис. 4). Управляющие сетки были соединены и возбуждались от общей сеточной линии. Фазировка линий проводилась обычным методом. Условие *b* обеспечивалось подбором коэффициента трансформации $\Gamma: 2$ во всем диапазоне частот. Макет работал в полосе частот $\Delta F = (0,1-9)$ мГц. Значение параметра m для звеньев анодной линии в диапазоне рабочих частот менялось от 1,05 до 1,4.

* Высокочастотным аналогом балансного дифференциального звена является двойной тройник, коаксиальный или волноводный.

Степень подавления обратной волны иллюстрируется графиком рис. 5, изображающим зависимость

$$\frac{U_{пр}}{U_{обр}} = \varphi(f).$$

По мере повышения частоты степень подавления обратной волны несколько снижается. Очевидно, это имеет место из-за неидентичности параметров трансформаторов и отличий фазовых характеристик трансформаторов от фазовых характеристик звеньев фильтров низких частот. Суммирование мощностей ламп в направлении к полезной нагрузке по этой же причине несколько отличалось от идеального. Могла оказать влияние неидеальность согласования волновых трактов.

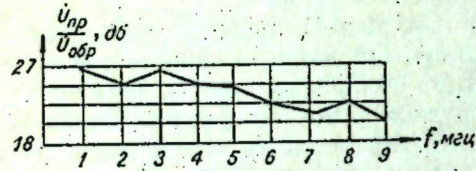


Рис. 5. Степень подавления обратной волны в диапазоне частот.

Для улучшения суммирования мощностей и лучшего подавления обратной волны важен правильный выбор параметра m для анодной линии. Мощность на выходе усилителя в диапазоне частот колебалась в пределах 90—120 вт. При этом коэффициент нелинейных искажений был менее 5%. Распределенный усилитель на 5 лампах ГУ-29, выполненный по обычной схеме при тех же значениях волновых сопротивлений линий, имел менее стабильную частотную характеристику, а при увеличении напряжения смещения самовозбуждался на частоте 7 мГц.

ВЫВОДЫ

1. Предложенный способ позволяет повысить устойчивость системы мощного распределенного усиления.
2. При данном способе улучшается энергетическое использование ламп в распределенном усилителе.
3. Использование предложенной системы в двухтактном варианте позволит улучшить энергетические параметры.

Новосибирский
электротехнический институт

Поступила в редакцию
15/III 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Г. Кулешов. Распределенное возбуждение линий. Изв. вузов, Радиотехника, 1962, № 4.
2. Э. В. Зелях. К теории активного четырехполюсника с распределенными параметрами. Автоматика и телемеханика, 1946, № 2—3.
3. Ю. М. Лебедев-Красин. Широкополосные трансформаторы нового типа. Радиотехника, 1957, № 9.

Л. С. КРОТМАН

О РАСЧЕТЕ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПОЛЯ ТОКА В ПРОВОДЯЩЕЙ ПОЛОСЕ С ТОНКИМ ПОПЕРЕЧНЫМ РАЗРЕЗОМ

Данная задача возникает при анализе явлений, сопровождающих протекание электрического тока через паяный контакт с дефектом (рис. 1). Сформулировать ее можно в гидромеханических терминах как задачу полного обтекания плоской пластинки, несимметрично расположенной в ограниченном ламинарном потоке, и в электростатических терминах как задачу нахождения поля между двумя плоскостями и перпендикулярной к ним полосой (двусвязная область с тремя потенциалами).

Зададим размеры проводника (см. рис. 1) и граничные условия: функция потока на нижнем берегу $v=v_1=0$, на верхнем берегу $v=v_3=I/\gamma\delta$, на отрезке GH $v=v_2$ (подлежит определению), I — ток через проводник, δ — его толщина, γ — удельная проводимость материала. Решение задачи заключается в отыскании комплексного потенциала поля

$$w(z) = u(x, y) + iv(x, y),$$

где $u(x, y)$ и $v(x, y)$ — соответственно потенциальная функция и функция потока, удовлетворяющие уравнению Лапласа

$$\nabla^2 u(x, y) = 0; \quad \nabla^2 v(x, y) = 0$$

и поставленным граничным условиям. Наметим следующий ход решения задачи: рассматриваемую область конформно отобразим на круговое кольцо; тогда на его границах будем иметь заданные значения функции потока $v(x, y)$, т. е. придем к задаче Дирихле для кругового кольца, которую можно решить методом Фурье. По найденной функции $v(x, y)$ определим функцию $u(x, y)$ и построим комплексный потенциал поля $w(z)$. Суперпозицией следующих четырех отображений преобразуем полосу с разрезом к области z_4 (рис. 2, а—г):

$$1) z_1 = \frac{\pi z}{h}; \quad \alpha_1 = \frac{\pi h_1}{h}; \quad \alpha_2 = \frac{\pi h_2}{h} \quad (\text{рис. 2, а});$$

$$2) z_2 = e^{z_1} \quad (\text{рис. 2, б});$$

$$3) z_3 = \frac{z_2 - 1}{z_2 + 1} = \frac{e^{z_1} - 1}{e^{z_1} + 1} = \text{th} \frac{z_1}{2};$$

$$z_{3,0} = i \text{tg} \frac{\alpha_1}{2}; \quad z_{3,H} = i \text{tg} \frac{\alpha_2}{2} \quad (\text{рис. 2, в});$$

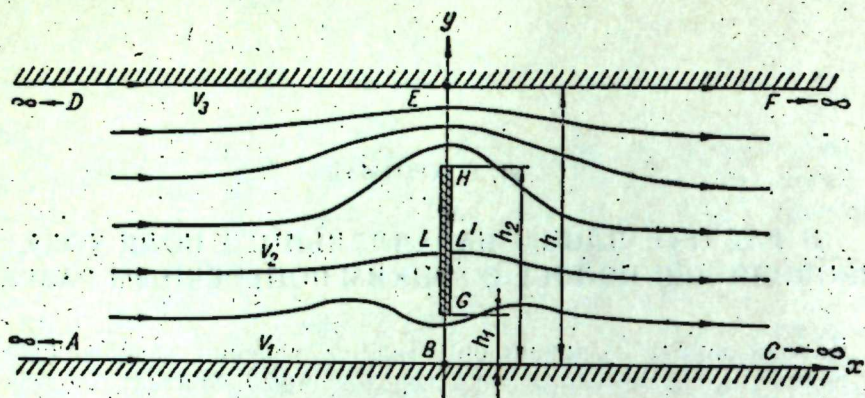


Рис. 1. Проводящая полоса с дефектом паяного контакта.
BE — паяный контакт, GH — дефект (непропай).

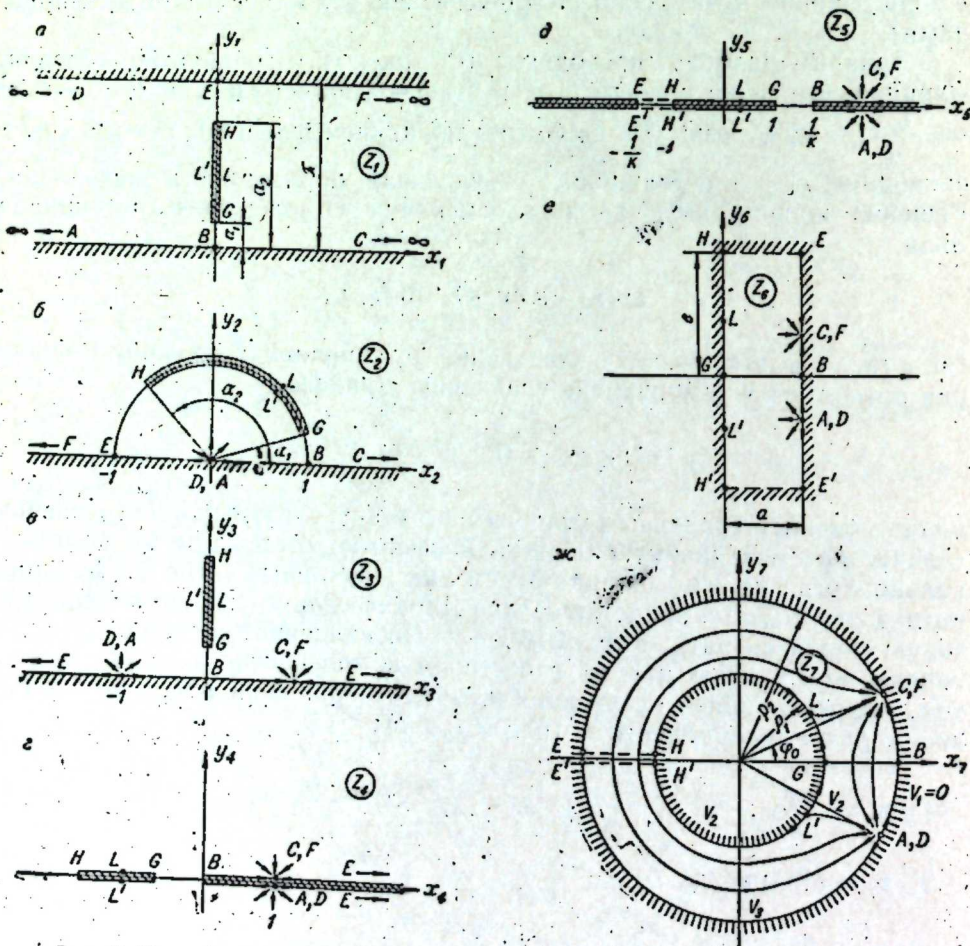


Рис. 2. К конформному отображению полосы с разрезом на круговое кольцо.

$$4) z_4 = z_3^2 = \operatorname{th}^2 \frac{z_1}{2}; \quad z_{4,G} = -\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2}; \quad z_{4,H} = -\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \quad (\text{рис. 2, з}).$$

При этом в точке A, D будет расположен точечный положительный источник тока интенсивности v_3 , а в точке C, F (рис. 2, б—г) — отрицательный источник (сток) той же интенсивности. Дробнолинейным отображением преобразуем область z_4 к симметричной области z_5 (рис. 2, д):

$$z_5 = \frac{1}{k} \frac{m + z_4}{m - z_4},$$

$$\text{где } \frac{1}{k} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}}; \quad m = \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2}; \quad 0 \leq k \leq 1;$$

$$z_{5,A} = \frac{1}{k} \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} + 1}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} - 1}; \quad z_{5,B} = \frac{1}{k}, \quad z_{5,E} = -z_{5,B} = -\frac{1}{k}.$$

В плоскости z_5 проведем вспомогательный разрез EH и с помощью интеграла Кристоффеля-Шварца отобразим верхнюю полуплоскость z_5 на внутренность прямоугольника $BGHE$ (рис. 2, е). Тогда по принципу симметрии нижняя полуплоскость z_5 перейдет в прямоугольник $BGH'E'$.

$$z_6 = C_1 \int_{z_{5,0}}^{z_5} (z_5 - z_{5,B})^{-\frac{1}{2}} (z_5 - z_{5,G})^{-\frac{1}{2}} (z_5 - z_{5,H})^{-\frac{1}{2}} (z_5 - z_{5,E})^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times dz_5 + C_2 = C_1 \int_{z_{5,0}}^{z_5} \frac{dz_5}{\sqrt{(z_5^2 - z_{5,B}^2)(z_5^2 - z_{5,G}^2)}} + C_2 = \\ = C_1 \int_{z_{5,0}}^{z_5} \frac{dz_5}{\sqrt{(1 - z_5^2)(1 - k^2 z_5^2)}} + C_2.$$

Выражение для z_6 есть эллиптический интеграл 1-го рода. Постоянную C_1 определяем так, чтобы b было равно π , тогда из соответствия точек получаем

$$C_1 = -\frac{i\pi}{2k(a)}; \quad C_2 = 0; \quad a = \frac{\pi}{2} \frac{K'(a)}{K(a)}; \quad b = \pi; \quad z_{5,0} = 1,$$

где $K(a) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}$ — полный эллиптический интеграл 1-го рода;

$K'(a) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k'^2 \sin^2 \varphi}}$ — дополнительный полный эллиптический ин-

теграл 1-го рода;

$$k = \sin \alpha.$$

Таким образом, имеем

$$z_6 = -\frac{i\pi}{2K(a)} \int_1^{z_5} \frac{dz_5}{\sqrt{(1-z_5^2)(1-k^2 z_5^2)}};$$

$$b = \pi; \quad y_{6,c} = \frac{\pi}{2} \frac{F(a, \varphi_C)}{K(a)}; \quad \sin \varphi_C = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{k^2 x_{6,c}^2}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x_{6,c}^2}}}.$$

Прямоугольник $HEE'H'$ (см. рис. 2, е) с помощью показательной функции отобразим на круговое кольцо с разрезом:

$$z_7 = e^{z_6}; \quad \rho_1 = 1; \quad \rho_2 = e^a; \quad \varphi_0 = y_{6,c} \text{ (рис. 2, ж)}.$$

Убирая вспомогательный разрез EH в плоскости z_5 и в плоскости z_7 , убеждаемся, что полоса с разрезом конформно отображена на круговое кольцо. Введем полярные координаты:

$$z_7 = \rho e^{i\varphi}.$$

На границах кольца задана функция потока:

$$v(\rho, \varphi)|_{\rho=\rho_1} = v(\rho_1, \varphi) = v_2;$$

$$v(\rho, \varphi)|_{\rho=\rho_2} = v(\rho_2, \varphi) = \begin{cases} v_1 = 0, & -\varphi_0 < \varphi < \varphi_0 \\ v_3, & \varphi_0 < \varphi < 2\pi - \varphi_0 \end{cases}.$$

Ищем решение уравнения Лапласа методом Фурье [1]:

$$v(\rho, \varphi) = R(\rho) \Phi(\varphi).$$

Разделение переменных дает

$$\Phi''(\varphi) + n^2 \Phi(\varphi) = 0;$$

$$\rho^2 R''(\rho) + \rho R'(\rho) - n^2 R(\rho) = 0,$$

где n — произвольная постоянная, принимающая любые целые значения. После интегрирования полученных уравнений будем иметь

$$\Phi_n(\varphi) = a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi; \quad \Phi_0(\varphi) = a_0;$$

$$R_n(\rho) = c_n \rho^n + \frac{d_n}{\rho^n}; \quad R_0(\rho) = c_0 + d_0 \ln \rho.$$

Частные решения для $v(\rho, \varphi)$ получаем в виде:

$$v_0(\rho, \varphi) = R_0(\rho) \Phi_0(\varphi) = (c_0 + d_0 \ln \rho) a_0 = A_0 + B_0 \ln \rho;$$

$$\begin{aligned} v_n(\rho, \varphi) &= R_n(\rho) \Phi_n(\varphi) = \left(C_n \rho^n + \frac{d_n}{\rho^n} \right) (a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi) = \\ &= \left(A_n \rho^n + \frac{B_n}{\rho^n} \right) \cos n\varphi + \left(C_n \rho^n + \frac{D_n}{\rho^n} \right) \sin n\varphi. \end{aligned}$$

Общее решение

$$v(\rho, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} [(A_n \rho^n + B_n \rho^{-n}) \cos n\varphi + (C_n \rho^n + D_n \rho^{-n}) \sin n\varphi] + B_0 \ln \rho + A_0.$$

Разлагая $v(\rho_1, \varphi)$ и $v(\rho_2, \varphi)$ в ряд Фурье, находим постоянные:

$$A_n = -B_n = -\frac{2v_2}{\pi} \frac{1}{\rho_2^n - \rho_2^{-n}} \frac{1}{n} \sin n\varphi_0;$$

$$C_n = D_n = 0;$$

$$A_0 = v_2;$$

$$B_0 = \frac{v_3 \left(1 - \frac{\varphi_0}{\pi}\right) - v_2}{\ln \rho_2}.$$

Теперь общее решение имеет вид:

$$\begin{aligned} v(\rho, \varphi) &= v_2 - \frac{2v_3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^n - \rho^{-n}}{\rho_2^n - \rho_2^{-n}} \frac{1}{n} \sin n\varphi_0 \cos n\varphi + \left[v_3 \left(1 - \frac{\varphi_0}{\pi}\right) - \right. \\ &\quad \left. - v_2 \right] \frac{\ln \rho}{\ln \rho_2} = v_2 - \frac{v_3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^n - \rho^{-n}}{\rho_2^n - \rho_2^{-n}} \frac{1}{n} \sin n(\varphi_0 + \varphi) - \\ &\quad - \frac{v_3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^n - \rho^{-n}}{\rho_2^n - \rho_2^{-n}} \frac{1}{n} \sin n(\varphi_0 - \varphi) + \left[v_3 \left(1 - \frac{\varphi_0}{\pi}\right) - v_2 \right] \frac{\ln \rho}{\ln \rho_2}. \end{aligned}$$

В этом выражении необходимо определить величину v_2 . Найдем тангенциальную составляющую напряженности поля:

$$\begin{aligned} E_\varphi &= -\frac{\partial v(\rho, \varphi)}{\partial \rho} = \frac{v_3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^{n-1} + \rho^{-(n+1)}}{\rho_2^n - \rho_2^{-n}} \sin n(\varphi_0 + \varphi) + \\ &\quad + \frac{v_3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^{n-1} + \rho^{-(n+1)}}{\rho_2^n - \rho_2^{-n}} \sin n(\varphi_0 - \varphi) - \\ &\quad - \left[v_3 \left(1 - \frac{\varphi_0}{\pi}\right) - v_2 \right] \frac{1}{\rho \ln \rho_2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Полученный ряд для E_φ при $\rho < \rho_2$ сходится, поэтому операция почленного дифференцирования при $\rho < \rho_2$ законна. В силу потенциальности поля можем написать равенство:

$$\int_0^{2\pi} E_\varphi(\rho, \varphi) d\varphi = 0.$$

Поскольку

$$\int_0^{2\pi} \sin n(\varphi_0 + \varphi) d\varphi = \int_0^{2\pi} \sin n(\varphi_0 - \varphi) d\varphi = 0,$$

условие потенциальности дает

$$\left[v_3 \left(1 - \frac{\varphi_0}{\pi} \right) - v_2 \right] \frac{2\pi}{\rho \ln \rho_2} = 0,$$

откуда

$$v_2 = v_3 \left(1 - \frac{\varphi_0}{\pi} \right).$$

Общее решение для $v(\rho, \varphi)$:

$$v(\rho, \varphi) = v_2 - \frac{v_3}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{\rho^n - \rho^{-n}}{\rho_2^n - \rho_2^{-n}} \frac{1}{n} \sin n(\varphi_0 + \varphi) - \frac{v_3}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{\rho^n - \rho^{-n}}{\rho_2^n - \rho_2^{-n}} \frac{1}{n} \sin n(\varphi_0 - \varphi). \quad (2)$$

Выражение (2) позволяет определить функцию потока для любой точки z_1 путем последовательных вычислений:

$$z_4 = \operatorname{th}^2 \frac{z_1}{2};$$

$$z_5 = \frac{1}{k} \frac{m + z_4}{m - z_4};$$

$$z_6 = C_1 \int_1^{z_5} \frac{dz_5}{\sqrt{(1 - z_5^2)(1 - k^2 z_5^2)}};$$

$$\rho = e^{z_6}; \quad \varphi = y_6.$$

Однако это выражение неудобно для вычислений ввиду его медленной сходимости и совершенно непригодно для определения потенциальной функции в связи с тем, что производная $\frac{\partial v(\rho, \varphi)}{\partial \rho}$ при $\rho = \rho_2$ дает расходящийся ряд. Чтобы усилить сходимость ряда, решение для $v(\rho, \varphi)$ представим в виде суммы трех составляющих [2]:

$$v(\rho, \varphi) = v_0^*(\rho, \varphi) + v_1^*(\rho, \varphi) + v_2^*(\rho, \varphi),$$

где $v_1^*(\rho, \varphi)$ — решение задачи Дирихле для внешности круга $\rho = \rho_1$;

$v_2^*(\rho, \varphi)$ — то же, для внутренности круга $\rho = \rho_2$.

Граничные значения для функций v_1^* и v_2^* :

$$v_1^*(\rho, \varphi) \Big|_{\rho=\rho_1} = v_1^*(\rho_1, \varphi) = v(\rho_1, \varphi);$$

$$v_2^*(\rho, \varphi) \Big|_{\rho=\rho_2} = v_2^*(\rho_2, \varphi) = v(\rho_2, \varphi).$$

Тогда граничные значения для функции $v_0^*(\rho, \varphi)$ получим:

$$v_0^*(\rho, \varphi) \Big|_{\rho=\rho_1} = v_0^*(\rho_1, \varphi) = -v_2^*(\rho_1, \varphi);$$

$$v_0^*(\rho, \varphi) \Big|_{\rho=\rho_2} = v_0^*(\rho_2, \varphi) = -v_1^*(\rho_2, \varphi).$$

По значениям v_0^* на границе можем определить v_0^* внутри кольца, после чего прибавим v_1^* и v_2^* и получим решение для $v(\rho, \varphi)$.

Поскольку $v(\rho_1, \varphi) = v_2$ — величина постоянная, то выражение для $v_1^*(\rho, \varphi)$ можем написать сразу:

$$v_1^*(\rho, \varphi) = v_2.$$

Решение для $v_2^*(\rho, \varphi)$ также известно [1]:

$$v_2^*(\rho, \varphi) = \frac{v_2}{2} + \sum_1^{\infty} \left(\frac{\rho}{\rho_2} \right)^n (\alpha_n \cos n\varphi + \beta_n \sin n\varphi),$$

где α_n, β_n — коэффициенты Фурье функции $v(\rho_2, \varphi)$. Определив эти коэффициенты, получим

$$v_2^*(\rho, \varphi) = v_2 - \frac{v_3}{\pi} \sum_1^{\infty} \left(\frac{\rho}{\rho_2} \right)^n \frac{1}{n} \sin n(\varphi_0 + \varphi) - \frac{v_3}{\pi} \sum_1^{\infty} \left(\frac{\rho}{\rho_2} \right)^n \frac{1}{n} \sin n(\varphi_0 - \varphi).$$

Последние два ряда могут быть просуммированы в конечном виде:

$$v_2^*(\rho, \varphi) = v_2 - \frac{v_3}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\frac{\rho}{\rho_2} \sin(\varphi_0 + \varphi)}{1 - \frac{\rho}{\rho_2} \cos(\varphi_0 + \varphi)} - \frac{v_3}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\frac{\rho}{\rho_2} \sin(\varphi_0 - \varphi)}{1 - \frac{\rho}{\rho_2} \cos(\varphi_0 - \varphi)}.$$

Граничные значения функции $v_0^*(\rho, \varphi)$:

$$v_0^*(\rho_1, \varphi) = -v_2^*(\rho_1, \varphi) = -v_2 + \sum_1^{\infty} \frac{2v_3}{n\pi} \left(\frac{1}{\rho_2}\right)^n \sin n\varphi_0 \cos n\varphi;$$

$$v_0^*(\rho_2, \varphi) = -v_1^*(\rho_2, \varphi) = -v_2.$$

Общее решение для $v_0^*(\rho, \varphi)$:

$$v_0^*(\rho, \varphi) = \sum_1^{\infty} [(a_n \rho^n + b_n \rho^{-n}) \cos n\varphi + (C_n \rho^n + d_n \rho^{-n}) \sin n\varphi] + b_0 \ln \rho + a_0.$$

После определения коэффициентов a_n, b_n

$$v_0^*(\rho, \varphi) = -v_2 + \frac{2v_3}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{\rho_2^{2n} - \rho^{2n}}{\rho_2^{2n} - 1} \left(\frac{1}{\rho\rho_2}\right)^n \frac{1}{n} \sin n\varphi_0 \cos n\varphi.$$

Теперь для $v(\rho, \varphi)$ имеем выражение:

$$v(\rho, \varphi) = v_2 - \frac{v_3}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\frac{\rho}{\rho_2} \sin(\varphi_0 + \varphi)}{1 - \frac{\rho}{\rho_2} \cos(\varphi_0 + \varphi)} - \frac{v_3}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\frac{\rho}{\rho_2} \sin(\varphi_0 - \varphi)}{1 - \frac{\rho}{\rho_2} \cos(\varphi_0 - \varphi)} + \frac{2v_3}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{\rho_2^{2n} - \rho^{2n}}{\rho_2^{2n} - 1} \left(\frac{1}{\rho\rho_2}\right)^n \frac{1}{n} \sin n\varphi_0 \cos n\varphi. \quad (3)$$

Ряд в выражении (3) при любом ρ сходится скорее, чем геометрическая прогрессия со знаменателем $\frac{1}{\rho_2}$.

Для определения потенциальной функции $u(z)$ имеем равенства:

$$\bar{E} = \bar{E}_\varphi + \bar{E}_\rho = -\frac{\partial u}{\partial \bar{z}_1};$$

$$E_\varphi = -\frac{\partial v(\rho, \varphi)}{\partial \rho}; \quad E_\rho = \frac{\partial v(\rho, \varphi)}{\partial \varphi};$$

$$u(\rho, \varphi) = -\int_{z_{7,0}}^{z_1} \bar{E} d\bar{z}_1 = -\int_{z_{7,0}}^{z_1} (\bar{E}_\varphi + \bar{E}_\rho) (\bar{d}\rho + \rho \bar{d}\varphi) = -\int_{z_{7,0}}^{z_1} (E_\rho d\rho + \rho E_\varphi d\varphi). \quad (4)$$

$z_{7,0}$ — точка, где потенциал принят равным нулю. Выражение (4) определяет потенциальную функцию для любой точки рассматриваемой области и вместе с выражением (3) решает задачу расчета поля. Положим $z_{7,0} = z_{7,B}$ и найдем, например, потенциальную функцию для берегов ABC и DEF . Имеем при

$$\rho = \rho_2, \quad E_\rho = 0, \quad E = E_\varphi = -\frac{\partial v}{\partial \rho}$$

$$u(\rho_2, \varphi) = -\rho_2 \int_0^\varphi E_\varphi(\rho_2, \varphi) d\varphi.$$

Произведя дифференцирование, получим

$$E_\varphi(\rho_2, \varphi) = -\frac{\partial v(\rho, \varphi)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_2} = \frac{2v_3}{\pi\rho_2} \sum_1^{\infty} \frac{1}{\rho_2^{2n} - 1} \sin n(\varphi_0 + \varphi) + \frac{2v_3}{\pi\rho_2} \sum_1^{\infty} \frac{1}{\rho_2^{2n} - 1} \sin n(\varphi_0 - \varphi) + \frac{v_3}{2\pi\rho_2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_0 + \varphi}{2} + \frac{v_1}{2\pi\rho_2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_0 - \varphi}{2}.$$

Интегрируя это выражение по углу, получаем потенциальную функцию для берегов полосы:

$$u(\rho_2, \varphi) = -\frac{v_3}{\pi} \ln \left| \frac{\sin \frac{\varphi_0 + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi_0 - \varphi}{2}} \right| - \frac{4v_3}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{\rho_2^{2n} - 1} \times \times \frac{1}{n} \sin n\varphi_0 \sin n\varphi.$$

В заключение определим координаты $e^{i\varphi_0}, e^{-i\varphi_0}$ точек ветвления L и L' . Для этого в выражении (1) для E_φ положим $\rho = \rho_1 = 1$ и приравняем его нулю $E_\varphi|_{\rho=1} = 0$. $\varphi = \pm\varphi_0$

$$\frac{2v_3}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{\rho_2^{2n} - \rho_2^{-2n}} \sin n(\varphi_0 + \varphi_0) + \frac{2v_3}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{\rho_2^{2n} - \rho_2^{-2n}} \sin n(\varphi_0 - \varphi_0) = 0.$$

Отсюда для φ_0 получаем трансцендентное уравнение

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{\rho_2^{2n} - \rho_2^{-2n}} \sin n(\varphi_0 + \varphi_0) = \sum_1^{\infty} \frac{1}{\rho_2^{2n} - \rho_2^{-2n}} \sin n(\varphi_0 - \varphi_0),$$

из которого видно, что при $\varphi_0 < \frac{\pi}{2}$ $\varphi_b > \varphi_0$, а при $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ $\varphi_b = \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

Изложенное выше дает возможность рассчитать влияние непропад на переходное сопротивление электрического контакта. Для облегчения инженерных расчетов могут быть построены номограммы в безразмерных координатах, что является задачей дальнейшей работы.

Транспортно-энергетический институт
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирский турбогенераторный
завод

Поступила в редакцию
17/VIII 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Тихонов, Н. А. Самарский. Уравнения математической физики. Гостехиздат, 1953.
2. Л. В. Конторович, В. И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа. Физматгиз, 1962.

И. И. КАЛЯЦКИЙ, А. И. ЛИМАСОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ НЕКОТОРЫХ ТВЕРДЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ В БОЛЬШИХ ТОЛЩАХ

Создание электрических аппаратов на высокие и сверхвысокие напряжения всецело зависит от качества изоляции, так как габариты и стоимость электрооборудования определяются в основном рабочими градиентами в используемой изоляции.

В настоящее время в качестве изоляции высоковольтных электрических аппаратов и других электротехнических устройств широко используются различные материалы, созданные на основе высокомолекулярных соединений. В связи с этим возникает необходимость исследования их импульсных характеристик при электрическом пробое.

В ряде работ [1—6] приведены экспериментальные данные о вольтсекундных характеристиках твердых диэлектриков при их пробое в однородном и неоднородном полях для толщин, не превышающих 1—3 мм. Для твердых диэлектриков толщиной более 5 мм имеются лишь отдельные данные, касающиеся вольтсекундных характеристик каменной соли, парафина и некоторых других диэлектриков [7—10]. Поэтому представляет интерес экспериментально исследовать импульсное пробивное напряжение широко применяемых на практике твердых диэлектриков толщиной более 5 мм при различных временах воздействия напряжения. Накопление и систематизация указанных экспериментальных данных позволит более рационально выбирать необходимую толщину изоляции в различных высоковольтных конструкциях, на которые воздействуют импульсные напряжения.

В настоящей работе приводятся вольтсекундные характеристики импульсного пробоя органического стекла, эпоксидной смолы ЭД-6 с наполнителем из кварцевого песка, фторопласта-4, полиэтилена и высоковольтного электротехнического фарфора для резконеоднородного электрического поля с электродами «острие — плоскость» при толщине 10 мм. В работе исследовалось также влияние полярности импульса на величину пробивного напряжения указанных диэлектриков.

АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

При исследовании вольтсекундных характеристик импульсного пробоя использовались образцы размерами 60×60×30 мм, при получении зависимости импульсного пробивного напряжения от расстояния применялись образцы 70×70×50 мм. В средней части образца делалась коническая выемка, в которую заливался насыщенный водный раствор NaCl и вставлялся электрод — заостренный стержень. На противоположной плоской поверхности образца распылением олова в вакууме наносился

второй электрод. Образцы перед пробоем погружались в трансформаторное масло (прочность в стандартном пробойнике 30 кВ).

Указанная методика приготовления образцов [11—13] позволяет устранить влияние краевых разрядов в окружающей среде на величину пробивного напряжения твердых диэлектриков. Опыты по пробоем полиэтилена в неоднородном поле проводились на образцах в виде пластинок размерами $100 \times 100 \times 10$ мм, не имеющих конической выемки.

В качестве источника высокого напряжения использовался генератор импульсных напряжений (ГИН) на напряжение 1 млн. в с емкостью в ударе 23 500 пф, собранный по схеме Аркадьева — Маркса. Электрическая схема ГИНа вместе с основными устройства-

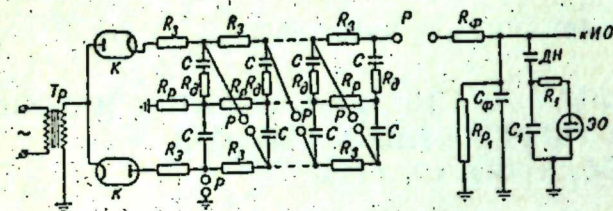


Рис. 1. Принципиальная схема импульсного генератора напряжений.

R_z, R_p — зарядные сопротивления; R_ϕ, C_ϕ — формирующие сопротивление и емкость; R_p — разрядное сопротивление; P_1 — разрядные промежутки; $DН$ — емкостной делитель напряжения; $ЭО$ — пластины явления электронного осциллографа.

ми для регулирования фронта импульса и измерения напряжения показана на рис. 1. Импульсное напряжение измерялось при помощи электронного осциллографа ОК19-М2, который имел измененную развертку времени для фиксирования явлений длительностью $1 \cdot 10^{-8}$ — $2 \cdot 10^{-5}$ сек, и емкостной делителя напряжения.

Образцы пробивались с перенапряжением на фронте однократного импульса напряжения. Длина фронта импульса регулировалась от 0,2 до 20 мксек посредством включения в разрядную цепь безындуктивного сопротивления R_ϕ и емкости C_ϕ , как указано на рис. 1. Для построения каждой точки вольтсекундной характеристики подвергалась пробоем партия образцов в количестве 15—20 штук. Разброс в величинах пробивных напряжений не превышал 20%. При построении вольтсекундных характеристик принимались значения пробивного напряжения, соответствующие вероятности пробоя $\Psi = 50\%$.

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 представлены вольтсекундные характеристики импульсного пробоя органического стекла (1), эпоксидной смолы (2), фторопласта-4 (3), полиэтилена (4) и высоковольтного фарфора (5) для толщин 10 мм при положительной полярности острия. На рис. 3 приведены вольтсекундные характеристики эпоксидной смолы (1), фторопласта-4 (2) и высоковольтного фарфора (3) для образцов той же толщины, что и на рис. 2, но при отрицательной полярности импульса.

Как видно из представленных данных, пробивные напряжения в исследованной области времен в значительной степени зависят от материала диэлектрика. Наиболее высокую импульсную электрическую прочность имеет органическое стекло (1), а наименьшую фарфор (5), причем пробивное напряжение фарфора более чем в 2 раза ниже пробивного напряжения органического стекла при одинаковых временах воздействия напряжения. Более низкие пробивные напряжения у фторопласта-4 (3) и полиэтилена (4) по сравнению с органическим стеклом (1) и эпоксид-

ной смолой (2), по-видимому, связаны с тем, что органическое стекло и эпоксидная смола являются полярными диэлектриками. Наличие дипольных молекул снижает среднюю длину сводного пути электронов [6]. Кроме того, диполи вызывают дополнительное рассеяние энергии электронов и уменьшают время релаксации, что также приводит к повышению напряжения, необходимого для пробоя [1]. Более высокие пробивные напряже-

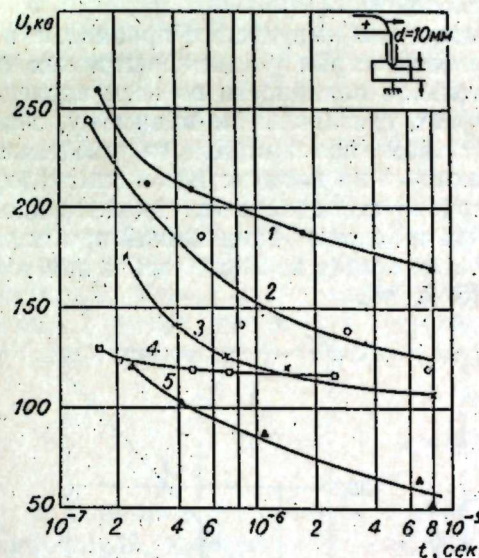


Рис. 2. Вольтсекундные характеристики импульсного пробоя некоторых изоляционных материалов (неоднородное электрическое поле, толщина $d=10$ мм, положительная полярность импульса).

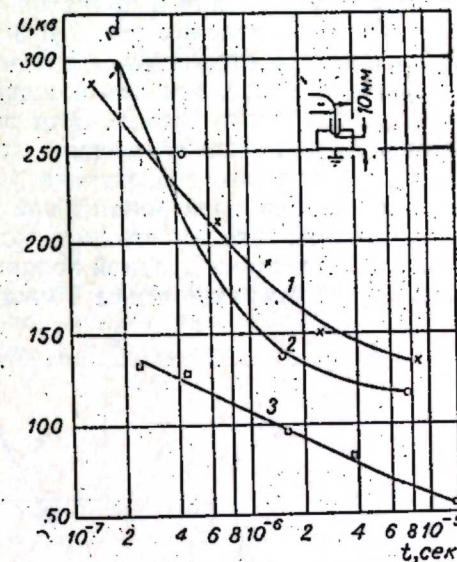


Рис. 3. Вольтсекундные характеристики импульсного пробоя некоторых изоляционных материалов (неоднородное электрическое поле, толщина $d=10$ мм, отрицательная полярность острия).

ния полярных диэлектриков подтверждают, что в исследованной области времен пробой носит не тепловой, а электрический характер, в противном случае более низкими пробивными напряжениями будут обладать полярные диэлектрики [2]. При пробое образцов полиэтилена (4), когда не принималось специальных мер для устранения краевых разрядов, более низкие пробивные напряжения, вероятно, объясняются предварительным появлением в среде краевых разрядов, которые увеличивают вероятность пробоя образца в наиболее ослабленном месте. Сравнительно невысокие значения пробивных напряжений фарфора (5) объясняются возникновением ионизационных процессов в порах.

На рис. 4 представлена зависимость пробивного напряжения полимеров от их механической прочности на разрыв. Наибольшим пробивным напряжением и механической прочностью на разрыв $\sigma_p = 600$ кг/см² обладает органиче-

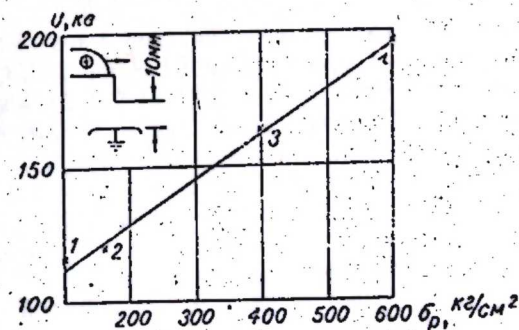


Рис. 4. Зависимость пробивного напряжения полимеров от их механической прочности на разрыв (неоднородное поле, положительная полярность острия, толщина $d=10$ мм, время до пробоя $t=10^{-6}$ сек).

ское стекло (4), затем следует полистирол (3) — $\sigma_p = 400 \text{ кг/см}^2$, фторопласт-4 (2) — $\sigma_p = 160 \text{ кг/см}^2$ и полиэтилен (1) — $\sigma_p = 100 \text{ кг/см}^2$. Эпоксидная смола с наполнителем обладает максимальной механической прочностью при разрыве $\sigma_p = 700\text{—}800 \text{ кг/см}^2$, но ее пробивные напряжения несколько ниже пробивных напряжений органического стекла, что можно объяснить неоднородностями структуры смолы, определяемой рецептурой компаунда и принятой технологией [14].

Из сопоставления рис. 2 и 3 видно, что импульсные пробивные напряжения при отрицательной полярности острее у всех испытанных диэлектриков выше, чем при положительной полярности во всем исследованном диапазоне времен. Этот эффект, связанный, по-видимому, с образованием и специфическим действием положительного объемного заряда у острия в диэлектрике, указывает на наличие механизма ударной ионизации электронами при пробое исследованных диэлектриков. Аналогичная зависимость импульсных пробивных напряжений при положительной и отрицательной полярностях острия наблюдалась и при толщинах диэлектриков менее 10 мм [5, 7, 14].

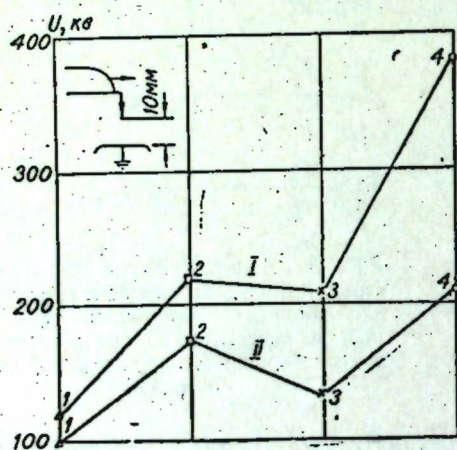


Рис. 5. Пробивные напряжения некоторых изоляционных материалов при различной полярности импульсного (неоднородное электрическое поле, толщина $d=10 \text{ мм}$, время до пробоя $t = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$).

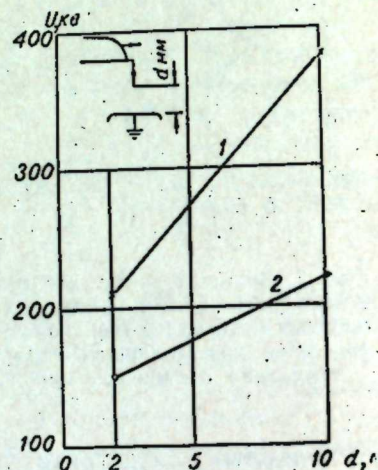


Рис. 6. Пробивное напряжение органического стекла при различной толщине (неоднородное электрическое поле, время до пробоя $t = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$).

На рис. 5 представлены импульсные пробивные напряжения для фарфора (1), эпоксидной смолы (2), фторопласта-4 (3) и органического стекла (4) при положительной (II) и отрицательной (I) полярностях острия. Толщина диэлектрика 10 мм, время воздействия напряжения до пробоя 0,5 мксек. Из рис. 5 видно, что эффект полярности у полимеров выражен значительно больше, чем у фарфора.

Объяснить это, вероятно, можно тем, что электрическое поле в пористом твердом диэлектрике в значительной мере искажается газовыми включениями, и разряд происходит примерно в одинаково деформированных электрических полях как при положительном, так и при отрицательном остриях. Аналогичные результаты были получены при пробое парафина на импульсах в резко неоднородном поле острие — плоскость [7].

На рис. 6 приведена зависимость пробивного напряжения от толщины для органического стекла в поле острие — плоскость при отрицательной (1) и положительной (2) полярностях импульса и времени воздей-

ствия напряжения 0,5 мксек. Из кривых видно, что с увеличением межэлектродного расстояния эффект полярности резко возрастает. Так, для органического стекла толщиной 2 мм отношение пробивного напряжения при отрицательной полярности к пробивному напряжению при положительной полярности составляет 140%, а при толщине 10 мм это отношение составляет 170%.

В таблице приведены зависимости пробивных напряжений от расстояния между электродами для органического стекла, полистирола и эпоксидной смолы в резко неоднородном поле острие — плоскость при положительной полярности острия и скорости нарастания напряжения около 450 кв/мксек.

Из таблицы видно, что рост пробивного напряжения с увеличением расстояния между электродами значительно отклоняется от линейного закона. Так, для органического стекла при увеличении толщины в 10 раз пробивное напряжение увеличивалось лишь в 2 раза.

Расстояние, мм	Напряжение до пробоя, кв		
	органическое стекло	полистирол	эпоксидная смола
2	150	—	—
5	—	140	82
10	210	187	187
20	290	249	244
25	—	279	—
40	—	—	343

ВЫВОДЫ

1. В работе установлены вольтсекундные характеристики органического стекла, эпоксидной смолы, фторопласта-4, полиэтилена и высоковольтного фарфора в поле острие — плоскость при положительной и отрицательной полярностях острия и расстоянии между электродами 10 мм.
2. Импульсная электрическая прочность твердых диэлектриков зависит от полярности, структуры диэлектрика и полярности воздействующего импульса напряжения. Указанная зависимость косвенно подтверждает наличие механизма ударной ионизации электронами при импульсном пробое твердых диэлектриков.
3. Установлена линейная связь импульсной электрической прочности некоторых твердых диэлектриков с механической прочностью при растяжении.

Транспортно-энергетический институт
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
11/11/1963

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Воробьев, Е. К. Завадовская. Электрическая прочность твердых диэлектриков. М., Изд. техн.-теорет. литературы, 1956.
2. Г. И. Скандави. Физика диэлектриков. М., Физматгиз, 1956.
3. Физика диэлектриков. Под ред. А. Ф. Вальтера. М.—Л., ГТТИ, 1932.
4. Л. И. Сиротинский. Техника высоких напряжений, вып. I. Госэнергоиздат, 1940.
5. М. Н. Кашаева, Н. М. Торбин. Вольтсекундные характеристики и запаздывание разряда при электрическом пробое некоторых твердых диэлектриков. Изв. вузов СССР, Энергетика, 1962, № 1.
6. Дж. Б. Беркс, Дж. Г. Шулман. Прогресс в области диэлектриков. Госэнергоиздат, 1962.
7. А. В. Астафуров. Электрический пробой каменной соли, органического стекла и парафина в больших толщинах. Изв. вузов СССР, Физика, 1958, № 2.
8. А. В. Астафуров. Эмпирические уравнения зависимости пробивного напряжения от времени воздействия напряжения и толщины при электрическом пробое твер-

- дых диэлектриков в больших толщинах. Изв. вузов СССР, Физика, 1958, № 5.
9. А. В. Астафуров. Электрический пробой толстых слоев льда на импульсах. Изв. АН СССР, сер. физ., 1958, т. 22, вып. 4, стр. 419.
 10. А. И. Лимасов, А. Т. Чепиков. Вольтсекундные характеристики органического стекла и фторопласта-4 в больших толщинах. Изв. СО АН СССР, 1962, № 7.
 11. Г. А. Воробьев. К вопросу о пробое твердых диэлектриков в неоднородном поле. Изв. Томск. политехн. ин-та, 1956, т. 91.
 12. I. H. Masson. Breakdown of solid dielectrics in divergent field. Proc. IEE, 1955, 127.
 13. А. А. Воробьев, Г. А. Воробьев, В. Д. Кучин. О методике определения пробивного напряжения твердых диэлектриков в неоднородном поле. Изв. Томск. политехн. ин-та, 1956, т. 91.
 14. Е. К. Доблер. Закономерности пробоя и электрическая прочность литой эпоксидной изоляции. Электричество, 1962, № 6.

Б. А. СОЛОМИН

СПИРАЛЬНЫЕ ЛИНИИ ЗАДЕРЖКИ, ЭКРАНИРОВАННЫЕ РТУТЬЮ

Обычные спиральные линии задержки, обладая рядом преимуществ перед коаксиальными линиями (малый объем, малый вес, большая удельная задержка, высокое волновое сопротивление, меньшее затухание), имеют один существенный недостаток — ограниченную полосу пропускаемых частот. Расширение полосы пропускания таких линий за счет изменения шага и диаметра спирали применительно к наносекундному диапазону приводит к потере основных преимуществ таких линий: большой удельной задержки и малого объема.

Полоса пропускаемых частот спиральных линий задержки ограничивается в первую очередь фазовыми искажениями сигнала. Эти искажения обуславливаются частотной зависимостью погонной индуктивности и погонной емкости таких линий. Частотная зависимость $L_{\text{пог}}$ и $C_{\text{пог}}$ определяется изменением электромагнитного взаимодействия между витками линии за счет запаздывания сигнала [1].

Частотно-фазовые характеристики спиральных линий можно улучшить, уменьшая электромагнитное взаимодействие между витками спирали путем экранирования. Частично экранированные спиральные линии задержки с экранами из проволоочной спирали и металлической фольги описаны в [2].

Нами исследовалась возможность полного экранирования спиральных линий задержки путем помещения их в ртутную ванну.

Конструктивно линии были выполнены в виде спирали из изолированного провода, которая помещалась в металлический цилиндр, заполненный ртутью. Сигнал в виде прямоугольного импульса подавался на металлический корпус и один из концов спирали, а снимался с другого конца спирали и металлического корпуса линии.

Теоретически полностью экранированная спиральная линия представляет собой обычную коаксиальную линию, свернутую в спираль. В случае, когда $D \gg d$ (где D — диаметр спирали, а d — диаметр изолированного провода), с хорошим приближением можно использовать расчетные формулы, применяющиеся для коаксиальных линий [3].

Особый интерес представляет сравнение времени задержки для экранированной $T_{3э}$ и неэкранированной $T_{3н}$ спирали. Очевидно, время задержки $T_{3э}$ на 1 м длины для средних частот равно:

$$T_{3э} = \frac{\sqrt{\epsilon_1}}{c} \cdot \frac{\pi D}{a} [\text{сек/м}], \quad (1)$$

где c — скорость света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/сек;
 ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость изоляции проводника;
 a — расстояние между витками спирали, см.
 Для неэкранированной спиральной линии задержки время задержки в

области высоких частот и при малом расстоянии между витками спирали равно [3]:

$$T_{3н} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{0,414 \lg \frac{2r}{D}}} \cdot \frac{\pi D}{a} \cdot 10^{-9} \text{ [сек/м]}, \quad (2)$$

где ϵ_2 — диэлектрическая проницаемость среды между спиралью и внешним экраном;

r — внутренний радиус внешнего экрана спиральной линии задержки. Отношение $[T_{3э}/T_{3н}]$ показывает, как изменяется время задержки при экранировании спирали:

$$\frac{T_{3э}}{T_{3н}} = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \cdot \sqrt{4,6 \lg \frac{2r}{D}}. \quad (3)$$

Если $\epsilon_1 \approx \epsilon_2$ и $\frac{2r}{D} \approx 1,5$, что соответствует практическим условиям, то

$$\frac{T_{3э}}{T_{3н}} \approx 1, \text{ т. е. } T_{3э} \approx T_{3н}.$$

Отсюда можно сделать вывод, что при экранировании время задержки спиральной линии задержки меняется незначительно, изменяется в основном волновое сопротивление линии ρ . Оно стремится к значению

$$\rho = \frac{138}{\sqrt{\epsilon_1}} \lg \frac{d}{b}, \quad (4)$$

где b — диаметр изолированного медного проводника без изоляции.

Верхняя граничная частота для неэкранированной спиральной линии задержки будет равна [1]:

$$f_{\max} = \frac{3}{2\pi T_{3н}} \left(\frac{2l}{D} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

где l — длина спирали.

При рациональных значениях параметров $l, D, T_{3н}$

$$f_{\max} \sim 100 \div 300 \text{ мгц.}$$

В коаксиальной линии искажения импульсов проявляются в потере высокочастотных компонент сигнала, т. е. в уменьшении крутизны фронтов импульса за счет того, что затухание в линии увеличивается с повышением частоты, при этом фазовых искажений в первом приближении нет [1]. Фактически в коаксиальной линии задержки, обладающей потерями, существуют определенные фазовые искажения, обусловленные как частотной дисперсией диэлектрика, заполняющего линию, так и частотной дисперсией, вызванной потерями.

Зависимость $T_{3э}(f)$ можно приближенно описать следующей формулой [1, 3]:

$$T_{3э}(f) = \frac{\sqrt{\epsilon_1(f)}}{c} \left[1 + \frac{R}{L} + \frac{\text{tg } \delta(f)}{4\pi f} \right]; \quad (6)$$

$$R = \sqrt{\frac{f}{\sigma_1}} \cdot \frac{2}{\sqrt{10}} \cdot \frac{10^{-3}}{b} + \sqrt{\frac{f}{\sigma_2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{10}} \cdot \frac{10^{-3}}{d}; \quad (6a)$$

$$L = 0,46 \lg \frac{d}{b}, \quad (6b)$$

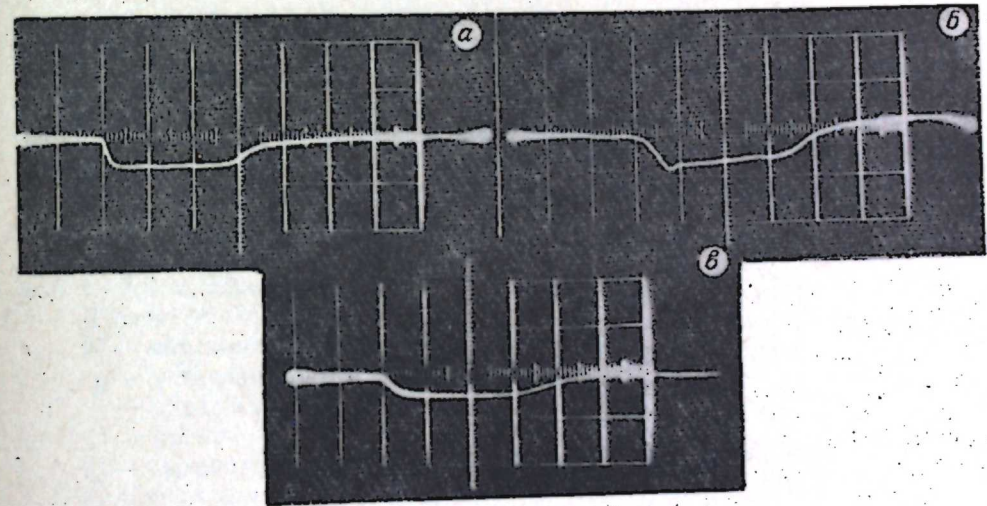
где σ_1 — проводимость внутреннего проводника;

σ_2 — проводимость внешнего проводника;

$\text{tg } \delta(f)$ — тангенс угла потерь в изоляции коаксиальной линии.

Для коаксиальных линий задержки, имеющих относительно малую длину и обладающих большим затуханием по сравнению с частотной дисперсией диэлектрика (что соответствует нашему случаю), частотные искажения имеют первостепенное значение по сравнению с фазовыми. Верхняя граничная частота экранированных спиральных линий задержки при допустимых частотных искажениях может составлять, по-видимому, около $500 \div 1000$ мгц, т. е. при тех же временах задержки в 3—5 раз шире, чем у неэкранированных спиральных линий.

Параметры экранированных спиральных линий, снятые экспериментально, совпали с их расчетными параметрами в пределах ошибок измерений. На рисунке приведены осциллограммы напряжений на входе (а) и на выходе неэкранированной (б) и экранированной (в) линий задержки.



Как видно из рисунка (б, в), экранированная линия в отличие от неэкранированной не вызывает заметных фазовых искажений. Увеличение длительности переднего фронта импульса связано только с затуханием высокочастотных составляющих в спектре импульса.

Линии, экранированные ртутью, очень просты в изготовлении, они могут быть выполнены в виде многослойной конструкции с большой удельной задержкой на единицу объема и использоваться для передачи импульсов вплоть до 10^{-9} сек. В качестве экранирующей среды возможно применение вместо ртути легкоплавких металлических сплавов, не разрушающих изоляцию спирали.

Выражаем благодарность д-ру физ. мат. наук Р. В. Гострему за внимание к данной работе.

Институт радиофизики и электроники
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
27/XII 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Льюис, Ф. Уэлс. Миллимикросекундная импульсная техника. ИЛ, 1956.
2. R. Gerhard. Miniature Delay Lines for Millimicrosecond Pulses. *Electronic and Radio Engineer*, 1958, vol. 35, X, № 10, p. 25.
3. Н. И. Белоруссов, И. И. Гроднев. Радиочастотные кабели. Госэнергоиздат, 1959.

О. Ф. ВАСИЛЬЕВ

**ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА
ПРИБЛИЖЕННОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ
В КАМЕРЕ НАКЛОННОГО СУДОПОДЪЕМНИКА**

В данной статье излагаются некоторые результаты расчетов и экспериментальных исследований колебаний воды и судна в камере наклонного судоподъемника. Дается сопоставление опытных данных с результатами расчетов по теории колебаний в судовозной камере, разработанной автором ранее. Теоретический анализ задачи был выполнен двояко: сначала были разработаны приближенные решения [1—3], схематически учитывающие колебания судна при анализе колебаний воды, затем было разработано уточненное решение [4—7].

Описанные здесь экспериментальные исследования произведены под руководством автора в МИСИ им. В. В. Куйбышева в связи с проектированием судоподъемника Братской ГЭС.

При выполнении опытов и численных расчетов принято, что судовозная камера прямоугольного поперечного сечения имеет в натуре длину $l_k = 110$ м, ширину $b_k = 18$ м, глубину наполнения $h = 3,65$ м, уклон пути 0,05. Натурное судно представляет собой плоскодонную баржу водоизмещением 3330 т, полной длиной 85 м, шириной $b_c = 14$ м и осадкой $s = 3,2$ м. Приведенная длина судна [2] $l_c = 74,4$ м.

Другие обозначения:

W — объемное водоизмещение судна;

g — ускорение силы тяжести;

γ — объемный вес воды;

t — время;

v_0 — скорость равномерного движения судовозной камеры;

j_x — горизонтальная составляющая ускорения движения камеры;

ζ — ордината свободной поверхности жидкости;

η — ордината плоскости плавания судна;

ψ — угол наклона судна (угол поворота относительно поперечно-горизонтальной оси);

P — продольная сила, действующая на судно.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Для экспериментальных исследований была изготовлена в масштабе 1:50 самоходная модель судовозной камеры (рис. 1), движущаяся по участку судовозной дороги [8]. Моделирование осуществлялось по законам гравитационного подобия.

Движение модели камеры по заданному графику скорости осуществлялось при помощи установленного непосредственно на ней электродвигателя постоянного тока путем регулирования напряжения со специального полуавтоматического пульта управления.

В опытах на девятишлейфовом осциллографе производилась синхронная запись: 1) скорости движения камеры (с помощью тахогенератора или контактной рейки), 2) колебаний уровня воды (с помощью волномеров электролитического сопротивления), 3) колебаний продольного усилия, действующего на судно (с помощью индуктивного датчика), 4) вертикальных и продольных колебаний самого судна (с помощью двух реохордных датчиков).

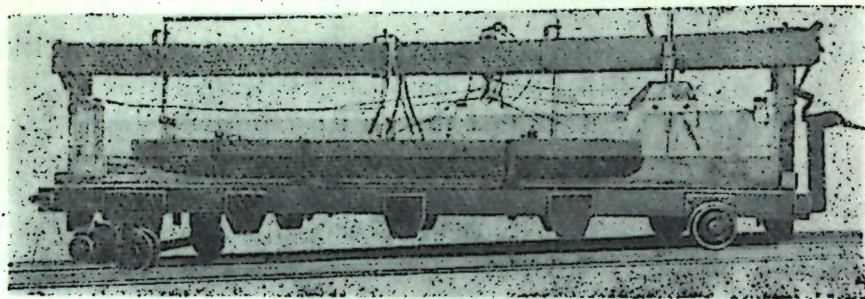


Рис. 1. Модель судовозной камеры (вид сбоку).

2. СРАВНЕНИЕ РЕШЕНИЙ ПРИ СИММЕТРИЧНОМ ПО ДЛИНЕ КАМЕРЫ РАСПОЛОЖЕНИИ СУДНА

Расчет нормального эксплуатационного ускорения камеры по упрощенному способу [1] дал максимально допустимое ускорение $j_a = 0,61 \text{ см/сек}^2$ и соответствующее ему при скорости равномерного движения в натуре $v_0 = 0,8 \text{ м/сек}$ минимально допустимое время разгона или торможения $T_a = 131 \text{ сек}$ (для принятого судна, по А. В. Михайлову [9], $n_a = 0,00112$). Повышение поверхности воды $\zeta_{\max} = 6,9 \text{ см}$.

Расчет по более точному способу, описанному в работе [2], для случая, когда центр тяжести судна располагается в среднем по длине поперечном сечении камеры (длины свободных участков камеры $l_1 = l_2 = l$), может быть произведен с определением частот колебаний γ_n по уравнению:

$$\frac{1}{\sigma} \operatorname{tg} \sigma \lambda v = \operatorname{ctg} \frac{v}{2} \left(\sigma = \frac{\omega_k - \omega_c}{\omega_k}, \lambda = \frac{l}{l_c}, v = \frac{l_c}{c_c} \gamma_n \right). \quad (1)$$

Здесь ω_k и ω_c — площади поперечных сечений жидкости в свободной камере и погруженной части судна, c_c — скорость волн на участке, занятом судном. Решения этого трансцендентного уравнения можно найти графически и уточнить подбором. Вычисление амплитуд гармоник колебаний по этому способу [2] показало, что практическое значение имеет лишь первая (главная) амплитуда, соответствующая периоду колебаний для натуре $T_1 = 64,0 \text{ сек}$. Расчет для той же скорости v_0 показал, что максимально допустимое эксплуатационное ускорение камеры $j_a = 0,714 \text{ см/сек}^2$ ($T_a = 112 \text{ сек}$). Повышение уровня воды не более $7,5 \text{ см}$.

Такой же расчет в целях определения аварийного ускорения торможения камеры при двукратном коэффициенте запаса прочности причальных тросов [2] дал максимально допустимое ускорение $j_a = 1,74 \text{ см/сек}^2$, время аварийного торможения $T_a = 46 \text{ сек}$. Повышение уровня воды при этом не более $18,3 \text{ см}$.

З а м е ч а н и е. Во всех описываемых здесь расчетах начальное положение уровня воды и судна перед ускоренным движением камеры полагается невозмущенным. Дело в том, что колебания в камере, возникающие, например, при разгоне, как показали опыты на модели, довольно быстро затухают. Поэтому даже в аварийных условиях наиболее вероятен случай, когда торможение начинается при практически затухающих колебаниях, возникших до того.

Применяя уточненное решение задачи, описанное в работе [5], необходимо задать дополнительно положение судна по ширине камеры, ибо вообще это решение учитывает положение судна не только по длине, но и по ширине камеры. Последнее влияет через присоединенную массу воды.

Сравним два положения судна по ширине: 1) судно находится вблизи одной из боковых стенок камеры, будучи прислонено к ней таким образом, что между бортом судна и бортом камеры остается зазор $b_2 = 0,2 \text{ м}$ ($b_1 \neq b_2$); 2) судно расположено по продольной оси камеры ($b_1 = b_2 = 2 \text{ м}$), b_1 и b_2 — расстояние между бортами судна и камеры. Первое положение является реальным при обычных способах учалки, второе берется для сравнения, так как в этом случае присоединенная масса минимальна.

Частоты собственных продольных колебаний судна [5] получаются равными: для первого положения судна $k_1^2 = 0,0690 \text{ сек}^{-2}$, $k_2 = 0,263 \text{ сек}^{-1}$, для второго положения $k_1^2 = 0,191 \text{ сек}^{-2}$, $k_2 = 0,437 \text{ сек}^{-1}$. При этом мы воспользовались данными расчетов из работы [7]. Большая метацентрическая высота баржи взята равной $174,7 \text{ м}$, момент инерции судна — $1,72 \cdot 10^8 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$.

Обратим внимание на то, что частота собственных колебаний судна в камере судоводного сооружения получается намного меньшей, чем в обычных условиях. Это объясняется очень большой величиной присоединенной массы [7].

Решение уравнения собственных частот колебаний воды в камере при неподвижном положении судна [5]

$$\frac{1}{\sigma} \operatorname{tg} \frac{\sigma}{\beta} \lambda v = \operatorname{ctg} \frac{v}{2} \left(\beta = \sqrt{\frac{b_k - b_c}{b_k}} \right) \quad (2)$$

дает следующие значения квадратов частот: $\gamma_n^2 = 0,01428; 0,3418; 0,9922; 1,583; 3,070 \text{ сек}^{-2}$ и т. д. Им соответствуют такие значения квадратов частот колебаний судна, определенных указанными в [5] способами: для первого положения судна $\mu_1^2 = 0,00923; \mu_0^2 = 0,0716; \mu_2^2 = 0,493; \mu_3^2 = 1,005, \dots$; для второго положения $\mu_1^2 = 0,00954, \mu_0^2 = 0,1108; \mu_2^2 = 0,765; \mu_3^2 = 1,062, \dots$ (все в сек^{-2}). Периоды главных колебаний в первом случае $T_1 = 65,4 \text{ сек}$, во втором — $T_1 = 64,3 \text{ сек}$. Частоты колебаний судна последовательно оказываются меньше, чем частоты собственных колебаний воды (при неподвижном судне).

На рис. 2 представлены результаты расчетов по различным решениям для торможения камеры за время $T_m = 46 \text{ сек}$. Здесь сравниваются результаты приближенного решения [2] с результатами уточненного решения [5].

При построении кривой колебаний продольной силы по приближенному решению принимались во внимание лишь две первые гармоники, так как амплитуда даже второй гармоники составляла менее 6% от первой, а третьей — около 0,5%. При построении кривых по уточненному решению наибольшая амплитуда отброшенной гармоники (или кривой биений) составляла не более 2,35% от амплитуды главной гармоники при расчете сил и 3,65% при расчете колебаний судна. Амплитуды

суммируемых кривых весьма быстро убывают с ростом номеров соответствующих частот. Сопоставление полученных результатов показывает их малое отличие, особенно по главным колебаниям. Так, относительные амплитуды главных колебаний продольной силы при $t > T_m$ на рис. 2 равны 1,67 по приближенному решению [2], 1,656 по уточненному решению [5] для бокового положения судна, 1,660 для осевого положе-

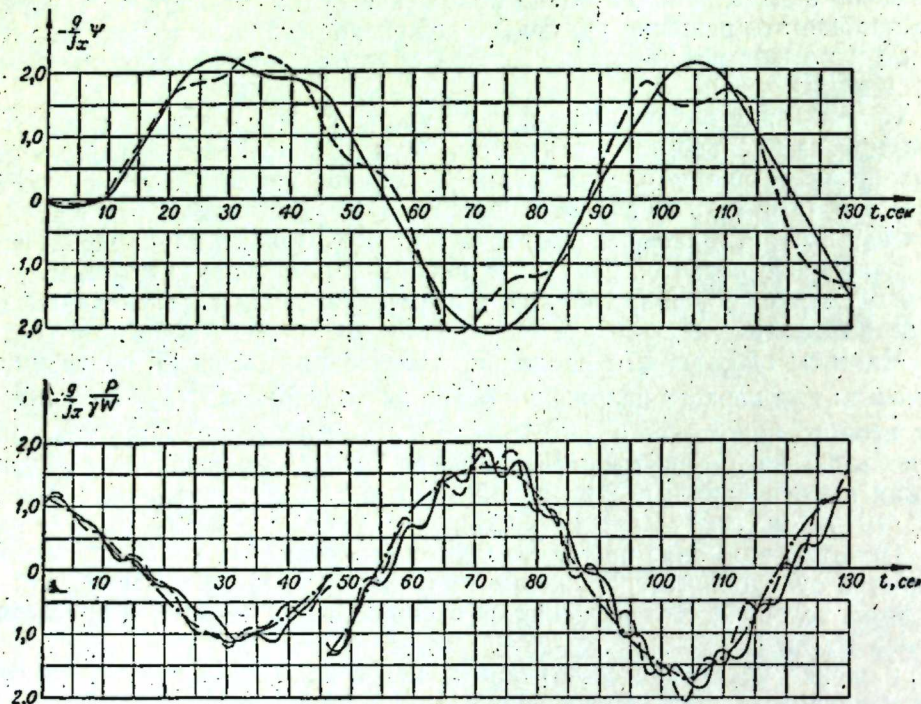


Рис. 2. Сравнение решений при $T_m = 45$ сек.

Штрихпунктирная линия — приближенное решение; сплошная линия — уточненное решение при боковом положении судна ($b_1 + b_2, b_2 = 0,2$ м); пунктирная линия — уточненное решение при осевом положении судна ($b_1 = b_2 = 2$ м).

ния. Таким образом, частоты и амплитуда главных колебаний по всем трем расчетам практически совпадают. Кстати, относительные амплитуды главных колебаний судна равны 2,056 и 1,888 соответственно для первого и второго его положений.

Гармоники (и кривые биений) более высоких частот имеют большие отличия, но они, как известно, гораздо быстрее затухают вследствие действия демпфирующих сил, поэтому их роль практически гораздо меньше, чем это следует из расчета, разработанного без учета демпфирующих сил.

Размахи вертикальных колебаний оконечностей судна достигают по расчету примерно 15 см (использованы данные рис. 2). Сравнение результатов расчета указывает на то, что влияние присоединенных масс судна, а тем более его собственной инерции, на процесс колебаний в камере очень невелико. Фактически эти обстоятельства влияют лишь на вторую-третью гармоники, малые по амплитуде и к тому же быстро затухающие. Сказанное подтверждает уместность основного допущения (1.11) работы [10], сделанного при разработке приближенного решения. Как уже было отмечено [10], это допущение равносильно пренебрежению ролью инерционных факторов при анализе вертикальных и продольных колебаний судна.

Приведенные для условий аварийного торможения камеры результаты сопоставительных расчетов убедительно показывают, что для практических расчетов уже приближенное решение [2] дает возможность достаточно надежно выявлять главную характеристику, определяющую условия отстоя судна, — продольное усилие, действующее на него.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПЫТОВ И СОПОСТАВЛЕНИЕ ИХ С ТЕОРЕТИЧЕСКИМИ ДАННЫМИ

Приведем результаты одной из характерных серий опытов, выполненных на описанной выше установке, длина камеры $l_k = 220$ см, ширина на уровне свободной поверхности $b_k = 36,5$ см (при $h = 7,3$ см), площадь поперечного сечения воды $\omega_k = 264$ см². Остальные размеры соответствуют заданным натурным.

Положение судна в камере другое (рис. 3): оно сдвинуто к задним (по ходу движения камеры) воротам и расположено у боковой стенки, так что действительное расстояние между кормой судна и задними воротами камеры на модели $l_1^0 = 6,0$ см, расстояние между бортами судна и камеры $b_1 = 0,4$ см (в пересчете на натуру $l_1^0 = 3,0$ м, $b_1 = 0,2$ м). Расчетное расстояние от задних ворот до кормовой оконечности* $l_1 = 15,9$ см (в натуре $l_1 = 7,95$ м).

Чтобы получить надежные опытные данные, была проведена серия из четырех опытов, в каждом из которых время разгона, время торможения и скорость равномерного движения камеры назначались одинаковыми (отклонения между ними объясняются точностью действия пульта управления и погрешностями измерений). На колебания при торможении могут оказывать дополнительное влияние колебания, появляющиеся в процессе разгона и имеющие место в камере перед началом торможения. Так как при проведении этих опытов исследовались колебания, являющиеся результатом торможения камеры, ускорение разгона камеры назначалось минимально возможным для того, чтобы свести к минимуму колебания в камере перед ее остановкой.

Целью опытов было исследование колебаний поверхности воды в судовозной камере, продольного усилия, действующего на судно, и колебаний судна.

Пример комплексной осциллографической записи приведен на рис. 4, где представлен отрезок осциллограммы опыта 4, включающий период торможения

(этот период ограничен на рисунке двумя вертикальными линиями).

Осциллограф записывал: 1) тахогенератор (С), 2) волномер № 1 (В-1), 3) волномер № 2 (В-2), 4) датчик колебаний судна № 1 (К-1), 5) датчик продольной силы (П), 6) датчик колебаний судна № 2 (К-2), 7) волномер № 3 (В-3), 8) волномер № 4 (В-4), 9) отметчик времени (М), дающий сигналы через 0,5 сек.

Датчики колебаний судна были установлены на равных расстояниях (70 см) от центра тяжести судна по продольной его оси. При

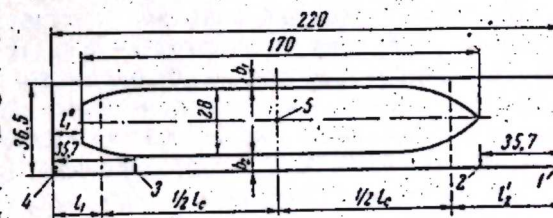


Рис. 3. Расположение модели судна и волномеров в плане.

1, 2, 3, 4 — волномеры; 5 — центр тяжести судна (размеры в см).

* При этом вместо действительной длины судна берется приведенная l_c .

определении амплитуд колебания продольной силы, действующей на судно, приходилось исключать собственно колебания системы датчик — судно, период которых для применявшегося датчика был равен 1,75 сек. Это достигалось путем сглаживания кривой записи продольной силы на осциллограмме, для чего строилась средняя линия между верхней и нижней ее огибающими. Подобное же сглаживание производилось и на некоторых кривых записи показаний волномеров для того, чтобы исключить небольшие по амплитуде колебания уровня, вызванные поступательными продольными колебаниями модели судна на упругом элементе датчика продольной силы.

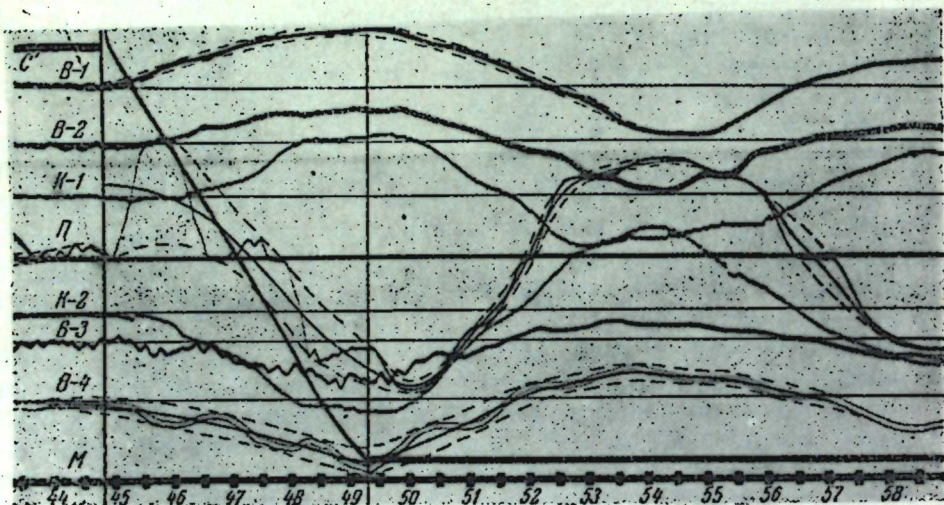


Рис. 4. Пример комплексной осциллографической записи.

В момент начала торможения камеры развиваются значительные собственные колебания системы датчик — судно*, так как на судно практически мгновенно начинает действовать сила инерции. В силу динамичности приложения нагрузки первый «выброс» на осциллограмме получается примерно вдвое большим того, что соответствует действительному значению инерционной силы.

Основные данные по опытам этой серии собраны в таблице, в которой приняты следующие обозначения:

- T_p — время разгона;
- T_m — время торможения;
- J_p — среднее значение ускорения при разгоне;
- J_m — ускорение при торможении;
- P_{max} — максимальное значение продольной силы в процессе торможения и после него;
- ζ_{max} — максимальное повышение уровня в процессе торможения и после него;
- η_{max} — максимальное понижение оконечностей судна (по показаниям датчика № 2) на том же интервале времени.

Уже из простого осмотра осциллограмм хорошо видно, что колебания продольного усилия, действующего на судно, происходят согласно колебаниям жидкости в камере, а колебания жидкости и судна тесно связаны между собой.

* Имеется в виду датчик продольного усилия.

Таблица экспериментальных и теоретических данных

Сопоставляемая величина	Опыты				Среднее
	1	2	3	4	
v_0 , см/сек	17,6	17,6	17,2	18,0	
T_p , сек	28,7	29,5	32,0	33,5	
J_p , см/сек ²	0,614	0,605	0,538	0,537	
T_m , сек	4,50	4,50	4,50	4,50	
J_m , см/сек ²	3,91	3,91	3,82	4,00	
ζ_{max} , мм					
Опыт	5,7	6,3	6,6	6,6	
«Приближенное» теоретич. решение	8,0	8,0	7,8	8,2	
Расхождение, %	29	21	15	20	21
$\frac{P_{max}}{\gamma W}$					
Опыт	0,00587	0,00738	0,00583	0,00711	
«Приближенное» теоретич. решение	0,00852	0,00852	0,00832	0,00872	
Расхождение, %	31,1	13,4	29,9	18,4	23,2
«Уточненное» теоретич. решение	0,00671	0,00671	0,00656	0,00588	
Расхождение, %	+12,5	-10,0	+11,1	-3,3	+2,6
η_{max} , мм					
Опыт	7,0	7,5	5,0	5,4	
Теория	9,0	9,0	9,0	9,0	
Расхождение, %	22	17	44	40	31
T_1 , сек, опыт	10,0	10,0	9,8	9,75	9,89

Примечания: По «приближенному» теоретическому решению $T_1=8,91$ сек, по «уточненному» теоретическому решению $T_1=9,82$ сек.

Расхождение между теорией и опытом везде берется по отношению к соответствующему теоретическому значению.

Колебания, возникающие в результате торможения, могли искажаться в опытах за счет наложения колебаний, наблюдавшихся перед торможением. Относительная погрешность, которая могла иметь место по этой причине, не должна превосходить в данном случае отношения ускорений J_p/J_m , т. е. примерно 15%.

Экспериментальные результаты были сопоставлены с теоретическими по формулам приближенного [2] и уточненного [6] решений. Приводим некоторые, наиболее характерные результаты теоретического расчета.

Период главных колебаний по приближенному решению, равный для натуре $T_1=63,0$ сек, для модельных условий имеет значение $T_1=8,91$ сек.

Применяя уточненное решение для рассматриваемого положения баржи к натурным условиям, устанавливаем, что $k_1^2=0,0662$ сек⁻², $k_2^2=0,0690$ сек⁻² или $k_1=0,257$ сек⁻¹, $k_2=0,263$ сек⁻¹. Решение общего уравнения собственных частот колебаний воды дает для натуре следующие значения первых трех квадратов частот: $\gamma_1^2=0,0169$, $\gamma_2^2=0,118$, $\gamma_3^2=0,329$ (в сек⁻²).

Выше было установлено, что процесс колебаний в камере определяется практически главными колебаниями, соответствующими

основной (первой) частоте, поэтому расчеты и сопоставления были выполнены с учетом лишь главных колебаний. Найденное расчетом значение квадрата основной частоты колебаний судна $\mu_1^2 = 0,00820 \text{ сек}^{-2}$. Ему отвечает период $T_1 = 69,4 \text{ сек}$ для натуре и $T_1 = 9,82 \text{ сек}$ для модели. Для времени торможения $T_m = 4,5 \text{ сек}$ относительная амплитуда колебаний продольного усилия по уточненному решению равна 1,686, а по приближенному решению — 2,14. Здесь расхождение между приближенным и уточненным решениями получается значительно большим, чем при расположении судна в средней по длине части камеры.

Теоретические кривые колебаний оконечностей судна были построены для тех шпангоутов судна, где установлены датчики, и тоже с учетом лишь главных колебаний.

При составлении таблицы в каждом опыте выбирались наибольшие «пики» соответствующих величин. Как видно из таблицы, расхождение между теоретическими и экспериментальными данными по максимумам продольного усилия находится в пределах точности проведения опытов.

Относительно большое расхождение между теорией и опытом при анализе колебаний судна объясняется, по мнению автора, неточностью действия применявшихся датчиков колебания судна, что особенно заметно при сравнении опытов 1, 2 и 3, 4*.

Особенно хорошее подтверждение в опытах получили данные уточненного решения в отношении частоты колебаний (расхождение менее 1%). Поскольку этот вопрос представляет особый интерес, остановимся на нем подробнее ниже.

Графические сопоставления показали, что теоретическая кривая уточненного решения в общем хорошо соответствует опытным кривым, особенно в начальной части, не отражая лишь затухания колебаний. Теоретическая кривая приближенного решения показывает большее завышение усилий против опыта и из-за небольшого несоответствия частот дает в сравнении с опытом постепенный сдвиг по фазе колебаний. Так как для практики важно иметь представление о первых наибольших пиках продольного усилия, этот дефект не столь уж существен.

Подведя итог сравнению теоретических решений с опытными, можно прийти к заключению, что как уточненное, так и приближенное решения могут применяться для практических расчетов, поскольку при оценке главных расчетных величин они дают либо близкие к опыту значения, либо некоторый практически вполне целесообразный запас.

4. АНАЛИЗ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО ПЕРИОДУ КОЛЕБАНИЙ В КАМЕРЕ

Период колебаний в камере — величина, наиболее точно устанавливаемая экспериментом. В то же время в теории частота колебаний является величиной определяющей. Поэтому имеет смысл особо проанализировать этот вопрос.

При отсутствии в камере судна период главных колебаний жидкости теоретически должен быть равен [3]:

$$T_0 = \frac{2l_k}{c_k}, \quad c_k = \sqrt{g \frac{\omega_k}{b_k}} \quad (3)$$

* Отметим, что опыты 1, 2 и 3, 4 выполнялись в разное время. Перед проведением второй пары опытов тарировка аппаратуры производилась заново.

По расчету для модели $c_k = 84,2 \text{ см/сек}$, $T_0 = 5,22 \text{ сек}$.

Два опыта со свободной камерой дали периоды колебаний 5,19 и 5,32 сек, т. е. в среднем 5,25 сек. Понятно, что такая близость теории и опыта в данном случае не является неожиданной.

При определении периода колебаний воды в камере с судном по упрощенной формуле

$$T_0 = 2 \left(\frac{l_c}{c_c} + \frac{l_k - l_c}{c_k} \right), \quad c_c = \sqrt{g \frac{\omega_k - \omega_c}{b_k}} = c_k \sqrt{1 - \frac{\omega_c}{\omega_k}}, \quad (4)$$

применяемой при расчете колебаний в шлюзах, имеем для модели $c_c = 47,8 \text{ см/сек}$, $T_0 = 7,92 \text{ сек}$. Отметим, что формула (4) не учитывает положения судна в камере.

Более точный расчет по приближенному решению на основе уравнения (1) определил для среднего положения судна ($l_1 = l_2$) период главных колебаний $T_1 = 9,05 \text{ сек}$. Для случая, когда центр тяжести судна располагается на вертикальной оси камеры ($l_1 = l_2$, $b_1 = b_2$), по уточненному решению на основе уравнения (2) период главных колебаний $T_1 = 9,09 \text{ сек}$. Подробная обработка данных 73 опытов, выполненных при таком положении модели судна, дает в среднем период главных колебаний $T_1 = 9,45 \text{ сек}$.

Таким образом, формула (4) дает расхождение с опытом на 16,2%, уравнение (1) — на 4,2%, уравнение (2) — на 3,8%. Последние результаты вполне удовлетворительны.

Возьмем другое положение судна, сместив его к одним из ворот и к боковой стенке: $l_1 = 6,0 \text{ см}$, $b_1 = 0,4 \text{ см}$ (см. рис. 3). По данным шести опытов*, в среднем $T_1 = 9,84 \text{ сек}$. Сравняя этот результат с теоретическими данными, получаем такие отклонения теории от опыта: «упрощенное» решение (формула (4)) — 19,5%, «приближенное» решение — 9,4%, «уточненное» решение — 0,2%.

Специально проведенные опыты, в которых судно было жестко связано с камерой, подтвердили следующее из теории заключение о том, что частота γ_1 собственных колебаний жидкости в камере при неподвижном положении судна больше, чем частота связанных колебаний μ_1 .

Таким образом, из приведенных в § 2—4 расчетов и сопоставлений следует, что приближенное теоретическое решение, разработанное в работе [2], дает хорошие результаты при наиболее вероятном в практике среднем положении судна по длине камеры и несколько худшие, но в общем удовлетворительные результаты при сдвиге судна к воротам камеры. Уточненное решение, разработанное в работах [4—7] и в том и в другом случае дает хорошее соответствие опыту.

5. ВЛИЯНИЕ ПЛАНОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ СУДНА В КАМЕРЕ НА УСЛОВИЯ ЕГО ОТСТОЯ

Для освещения этого вопроса проанализируем расчетные и экспериментальные данные, часть из которых была дана выше.

Приведенные и новые теоретические расчеты относятся к трем различным положениям судна по длине камеры:

1) среднему, когда центр тяжести судна располагается в среднем по

* Помимо четырех описанных выше опытов, здесь использованы еще два идентичных опыта из серии, описанной в § 5.

длине поперечном сечении камеры; при этом расчетные расстояния до оконечностей судна одинаковы: $l_1 = l_2 = l = 17,8$ м, а действительное расстояние от задних ворот камеры до кормы судна — $l_1^0 = 12,9$ м (см. § 2);

2) крайнему заднему, когда действительное расстояние между воротами камеры и кормой судна $l_1^0 = 3,0$ м, а $l_1 = 7,95$ м (см. § 3);

3) промежуточному, когда $l_1^0 = 7,95$ м и $l_1 = 12,9$ м. (Все размеры и числовые результаты даются здесь для натуре.)

Кроме того, для облегчения нахождения частот колебаний γ в камере во втором и третьем случаях были проделаны расчеты для фиктивного положения судна, когда $l_1 = 0$. (Частотное уравнение при этом упрощается и может быть легко решено графическим способом. После того, как найдены частоты для простейших случаев $l_1 = 0$ и $l_1 = l_2$, значения частот для промежуточных положений судна находятся путем подбора.)

Численные расчеты на основе приближенного решения дают такие значения периодов главных колебаний в камере (для натуре):

$$T_1 = 64,0 \text{ сек при } l_1 = 17,8 \text{ м,}$$

$$T_1 = 63,5 \text{ сек при } l_1 = 12,9 \text{ м,}$$

$$T_1 = 63,0 \text{ сек при } l_1 = 7,95 \text{ м.}$$

Отсюда видно, что изменение положения судна в камере мало влияет на период колебаний в камере.

Приведенные в § 2—4 данные расчетов по уточненному решению в общем подтверждают такое заключение. Для судна, находящегося у борта камеры, при $l_1 = 17,8$ м имеем период $T_1 = 65,4$ сек, при $l_1 = 7,95$ м — $T_1 = 69,4$ сек (изменение на 5,9%). Правда, изменение периода по приближенному и уточненному решениям происходит по-разному: в одном случае — небольшое уменьшение, в другом — увеличение, но общий вывод тот же. Этот вывод позволяет предположить, что изменение положения судна мало влияет и на амплитуду колебаний уровня, а также продольной силы.

Такое сопоставление на основе приближенного решения показывает, что существенной разницы в условиях отстоя быть не может (особенно это относится к амплитуде колебаний продольной силы).

Проверим это заключение по уточненному решению, сравнив те же два положения судна у борта камеры при $T_m = 46$ сек. Относительные амплитуды главной гармоник продольного усилия соответственно равны для $l_1 = 17,8$ м и $l_1 = 7,95$ м.

$$\frac{g}{J_x} \cdot \frac{P}{\gamma W} = 1,656 \text{ и } 1,481,$$

т. е. отличаются на 11,1%. Условия отстоя судна отличаются практически мало, хотя несколько легче для судна, сдвинутого к воротам.

Влияние положения судна по ширине камеры расчетным путем нами было выяснено в § 2. Установлено, что по крайней мере для среднего по длине положения судна существенного влияния этот фактор не оказывает.

Для проверки сделанных теоретических выводов относительно влияния положения судна по длине и ширине камеры на условия его отстоя было выполнено 12 опытов, в которых судно находилось в 6 различных положениях. Сравнивались три различных положения по длине и для каждого из них — два по ширине. Положения модели судна по длине ка-

меры соответствуют указанным выше. По ширине камеры модель судна располагалась в одном случае по продольной оси камеры, а в другом — на расстоянии 4 мм от боковой стенки (20 см в натуре). Для каждого положения судна опыты повторялись по два раза.

Сопоставление результатов проведенных опытов подтверждает теоретический вывод о незначительном влиянии изменения положения судна по длине камеры на условия его отстоя и амплитуду и частоту колебаний уровня. Анализ опытных данных свидетельствует также о практически несущественном влиянии положения судна относительно боковых стенок камеры на условия его отстоя и характеристики колебания уровня.

Таким образом, теоретическое и опытное исследование показало, что плановое положение судна в камере мало влияет на условия его отстоя при транспортировании в судовозной камере. Поэтому выбор наимыгоднейшего положения судна в камере может производиться из иных соображений. Так, положение судна может определяться стремлением иметь минимальный запас глубины под его днищем (тогда судно выгодно располагать в средней по длине части камеры), желанием достичь наибольшей безопасности на случай обрыва причальных тросов или стремлением к наилучшим удобствам при эксплуатации и т. д.

Как показывают теоретические и экспериментальные исследования, запас глубины под днищем расчетного судна в 0,45 м достаточен не только в нормальных эксплуатационных условиях, но и аварийных (удара судна о днище камеры при этом не происходит). Исследования указывают на возможность снижения запаса глубины под днищем расчетного судна, особенно для мелкосидящих судов. Это приведет к снижению веса воды в камере и экономии электроэнергии при перевозке судов.

Экспериментальные работы показали, что даже при обрыве причальных тросов, которыми судно крепится к судовозной камере, удар судна о ворота камеры мало вероятен, если свободные участки по длине камеры (между судном и торцевыми стенками) имеют длину в несколько метров. Судно при этом совершает вместе с массой жидкости ряд поступательных колебаний вдоль камеры и лишь после значительного их затухания может подойти к торцевым стенкам камеры, имея весьма малую скорость.

Описанные здесь опыты были выполнены в МИСИ совместно с Н. Х. Гольцовым, Ф. М. Долгачевым и Ю. Н. Шубным. В выполнении вычислительных работ по просьбе автора приняли участие Н. А. Притвиц, Е. М. Романов, А. Н. Демчук. Всем им автор выражает благодарность.

Институт гидродинамики
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
30/VII 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. О. Ф. Васильев. Натяжение причальных тросов при перевозке судна в камере наклонного судоподъемника. Науч. докл. высшей школы, Строительство, 1958, № 4.
2. О. Ф. Васильев. Задачи гидродинамического расчета наклонных судоподъемников. Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1959, № 2.
3. O. F. Vasiliev. Water surface fluctuations in locks and inclined ship elevators and the conditions of ship stay. 8th Congress of the International association for Hydraulic Research, Montreal (Canada), 1959.
4. О. Ф. Васильев. Приближенные уравнения связанных колебаний воды и судна в камерах транспортных судоподъемников и шлюзов. Докл. АН СССР, 1961, т. 138, № 6.
5. О. Ф. Васильев. Решение уравнений связанных колебаний воды и судна в ка-

мере наклонного судоподъемника. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1961, № 4.

6. О. Ф. Васильев. Колебания воды и судна в камере наклонного судоподъемника. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 1.
7. О. Ф. Васильев. Присоединенная масса жидкости для судна, совершающего колебания в камере судоводного сооружения, ПМТФ, 1961, № 2.
8. О. Ф. Васильев, Ф. М. Долгачев, А. А. Каспарсон, Н. Х. Гольцов, Ю. Н. Шубин. Экспериментальные исследования на модели наклонного судоподъемника. Сб. Режим и освоение водных объектов. Изд. АН СССР, 1962.
9. А. В. Михайлов. Судоводные шлюзы. Госстройиздат, 1955.
10. О. Ф. Васильев. О приближенном анализе колебаний поверхности воды и условий отстоя судов в шлюзах. Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1959, № 1.

И. В. МАКАРОВ

УПРОЩЕННЫЙ СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ ПАСПОРТОВ ПРОЧНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

Для определения условий разрушения материалов с неодинаковым сопротивлением растяжению и сжатию, например многих разновидностей горных пород, наибольшее применение имеет теория прочности (или разрушения) О. Мора [1], получившая дальнейшее развитие в работах [2—4] и др.

В большинстве новых теорий предполагается, что в области больших сжимающих давлений хрупкие материалы должны иметь только хрупкое разрушение, что противоречит общеизвестным фактам пластического течения таких материалов при больших сжимающих давлениях. С другой стороны, эти теории не дают единого толкования поведения материалов в области всесторонних растяжений.

Поэтому С. Д. Пономарев и др. [5] считают наиболее пригодной для практических расчетов машиностроительных деталей упрощенную теорию Мора, хотя достоверность ее ограничивается напряженными состояниями, близкими к чистому сдвигу.

М. М. Филоненко-Бородич [6] полагает, что предельная огибающая кругов Мора должна изображаться кривой третьего порядка (рис. 1):

$$z = -ar^2 - br - c + \frac{k}{r}, \quad (1)$$

где четыре параметра a , b , c , k определяются опытным путем.

Однако такой вывод сомнителен. Согласно хорошо проверенной на практике теории «энергии формоизменения», огибающая предельных состояний пластических материалов изображается на плоскости σ прямой, параллельной оси $O\sigma$. Кривая по уравнению (1) в области сжатий бесконечно удаляется от оси, т. е. у хрупкого материала предполагаются какие-то особые качества, заключающиеся в способности бесконечного упрочнения.

Вопреки трактовке [6] многие исследователи [см. 8] полагают, что предельная огибающая хрупких материалов не проходит дальше круга растяжения и пересекает ось $O\sigma$ под прямым углом.

Но легко представить такое состояние равномерного двухстороннего растяжения, при котором разрушение должно происходить по плоскостям, равно наклонным и главным напряжениям. Поскольку подобное напряженное состояние не исключается, в области всесторонних растяжений предельная огибающая не должна пересекать ось $O\sigma$ под прямым или косым углом, а плавно сливаться с ней в точке, абсцисса которой больше предела прочности материала одноосному растяжению.

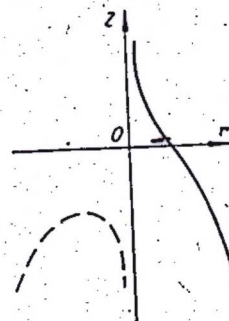


Рис. 1.

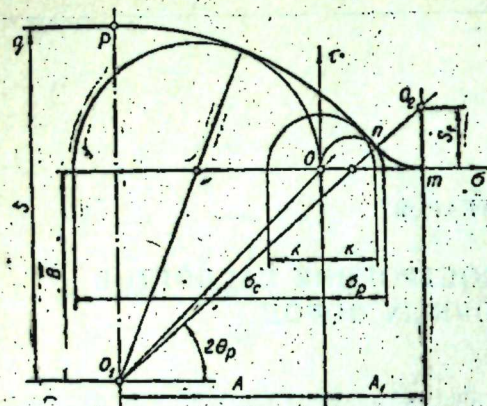


Рис. 2.

В свете современных физических воззрений вероятней изображать предельную огибающую в виде кусочно гладкой кривой, состоящей из прямой, параллельной оси $O\sigma$ в области больших сжимающих давлений, выпуклой кривой — вблизи начала координат и вогнутой кривой — в области всестороннего растяжения (рис. 2).

Определим параметры предельной огибающей, полагая известными пределы прочности материала при одноосном растяжении σ_p , одноосном сжатии σ_c и кручении k . Построив по этим дан-

ным соответствующие круги Мора, проведем к последним касательную дугу некоторой окружности радиуса S .

Из системы очевидных уравнений для отрезка np

$$\left(A - \frac{\sigma_c}{2}\right)^2 + B^2 = \left(S - \frac{\sigma_c}{2}\right)^2,$$

$$A^2 + B^2 = (S - k)^2, \quad (2)$$

$$\left(A + \frac{\sigma_p}{2}\right)^2 + B^2 = \left(S - \frac{\sigma_p}{2}\right)^2$$

находим

$$|S| = \frac{(1 + \lambda) k^2}{2[k(1 + \lambda) - \sigma_p]},$$

$$|A| = \frac{(1 - \lambda) k^2}{2[k(1 + \lambda) - \sigma_p]}, \quad (3)$$

$$|B| = \frac{k \sqrt{\lambda(k - \sigma_c)(k - \sigma_p)}}{k(1 + \lambda) - \sigma_p},$$

где

$$\lambda = \frac{\sigma_p}{|\sigma_c|}$$

Основные прочностные характеристики материала связаны с параметрами предельной огибающей следующими соотношениями:

$$\sigma_p = \frac{S^2 - A^2 - B^2}{S + A},$$

$$|\sigma_c| = \frac{S^2 - A^2 - B^2}{S - A},$$

$$|k| = S - \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{S - A}{S + A}.$$

Любое предельное напряженное состояние записывается в виде

$$(A + \delta)^2 + B^2 = (S - \rho)^2, \quad (5)$$

где

$$\delta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \quad \beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (6)$$

Отсюда легко получить формулу эквивалентного напряженного состояния

$$\sigma_1 - \lambda \sigma_3 + \frac{k(1 + \lambda) - \sigma_p}{k^2} \sigma_1 \sigma_3 = \sigma_p, \quad (7)$$

или в более общем виде с учетом главного среднего или промежуточного напряжения σ_2

$$2\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \lambda^2(\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2) - 2\lambda(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) +$$

$$+ 2D[\sigma_1\sigma_2(\sigma_1 - \lambda\sigma_2) + \sigma_2\sigma_3(\sigma_2 - \lambda\sigma_3) +$$

$$+ \sigma_3\sigma_1(\sigma_1 - \lambda\sigma_3)] + D^2(\sigma_1^2\sigma_2^2 + \sigma_2^2\sigma_3^2 + \sigma_3^2\sigma_1^2) = 2\sigma_p^2 \quad (8)$$

где

$$D = \frac{k(1 + \lambda) - \sigma_p}{k^2}.$$

Как видно из рис. 2, материал с неодинаковыми сопротивлениями растяжению и сжатию при $\delta = -A$ должен приобретать пластичность и, следовательно, подчиняться теории «энергии формоизменения».

Точка m соответствует равномерному всестороннему растяжению. Ее абсцисса

$$A_1 = \frac{\sigma_p}{2} \left(1 + \frac{2A + \sigma_p}{2(S - B) - \sigma_p}\right).$$

Представление огибающей в виде дуги окружности позволяет определить основные прочностные характеристики материала по любым трем кругам Мора.

Действительно, пусть заданы главные напряжения трех различных напряженных состояний, лежащих в интервале

$$-A \leq \delta \leq \frac{\sigma_p}{2}(1 + \cos 2\theta_p).$$

Тогда из системы уравнений для области сжатия

$$(A - \delta_i)^2 + B^2 = (S - \rho_i)^2 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (9)$$

легко вычислить параметры A , B и S :

$$|S| = \frac{(\delta_1^2 - \rho_1^2)(\delta_3 - \delta_2) + (\delta_2^2 - \rho_2^2)(\delta_1 - \delta_3) + (\delta_3^2 - \rho_3^2)(\delta_2 - \delta_1)}{2[(\delta_2 - \delta_3)\rho_1 + (\delta_3 - \delta_1)\rho_2 + (\delta_1 - \delta_2)\rho_3]},$$

$$|A| = \frac{(\delta_1^2 - \rho_1^2)(\rho_3 - \rho_2) + (\delta_2^2 - \rho_2^2)(\rho_1 - \rho_3) + (\delta_3^2 - \rho_3^2)(\rho_2 - \rho_1)}{2[(\delta_2 - \delta_3)\rho_1 + (\delta_3 - \delta_1)\rho_2 + (\delta_1 - \delta_2)\rho_3]}, \quad (10)$$

$$|B| = \sqrt{(S - \rho_1)^2 - (A - \delta_1)^2}.$$

При испытаниях материала на косой срез определяются нормальные x и касательные y напряжения на площадках. В этом случае для области сжатия

$$(A - x_i)^2 + (B + y_i)^2 = S^2 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (11)$$

откуда

$$|A| = \frac{(x_1^2 + y_1^2)(y_2 - y_3) + (x_2^2 + y_2^2)(y_1 - y_3) + (x_3^2 + y_3^2)(y_2 - y_1)}{2[(x_2 - x_3)y_1 + (x_3 - x_1)y_2 + (x_1 - x_2)y_3]},$$

$$|B| = \frac{(x_1^2 + y_1^2)(x_3 - x_2) + (x_2^2 + y_2^2)(x_1 - x_3) + (x_3^2 + y_3^2)(x_2 - x_1)}{2[(x_2 - x_3)y_1 + (x_3 - x_1)y_2 + (x_1 - x_2)y_3]}, \quad (12)$$

$$|S| = \sqrt{(A - x_i)^2 + (B + y_i)^2}.$$

Сопоставим выводы с практическими данными. В табл. 1 приведены результаты опытов Т. Кармана [7] по сложному нагружению мрамора. Подставляя данные опытов 4, 5 и 6 в уравнение (10), вычислим параметры предельной огибающей:

Таблица 1

№ опыта	σ_1	σ_2
1	0	-1360
2	-235	-2435
3	-500	-3150
4	-685	-3565
5	-845	-4055
6	-1650	-5550

$$|A| = 4520 \text{ кг/см}^2, \quad |B| = 4750 \text{ кг/см}^2.$$

$$|S| = 6800 \text{ кг/см}^2.$$

Подсчет по второму уравнению системы (4) дает

$$|\sigma_c| = 1350 \text{ кг/см}^2,$$

что удовлетворительно совпадает с результатом первого опыта (см. табл. 1), где $|\sigma_c| = 1360 \text{ кг/см}^2$.

На рис. 3 и 4 приведены данные испытаний образцов сильвинита и каменной соли на косой срез [8]. При этом параметры огибающей можно вычислить по уравнению (12) или приближенно определить графически. Результаты приме-

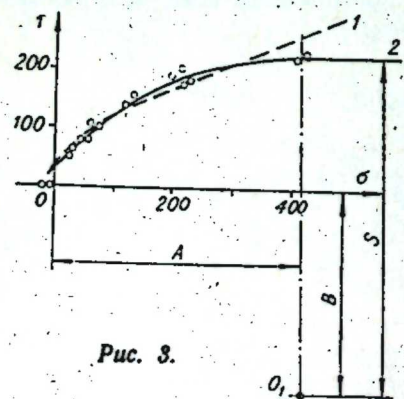


Рис. 3.

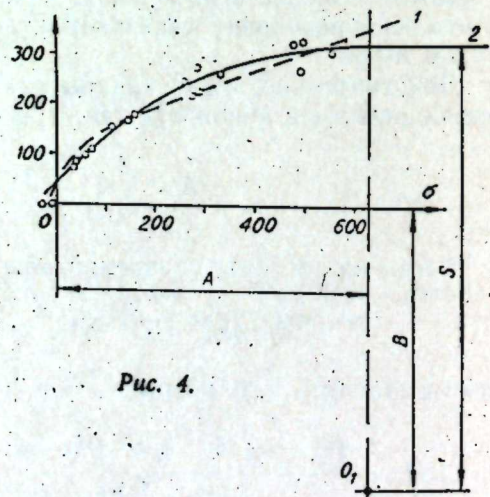


Рис. 4.

нения последнего приема приведены в табл. 2. Как видно из рисунков, полученная таким способом огибающая 2 дает более точное совпадение с результатами опытов, чем огибающая 1 К. В. Руппенея [8]. Положение огибающей 2 в области больших сжимающих давлений явно свидетельствует о наличии в образцах таких напряженных состояний,

Таблица 2

Порода	A	B	S	σ_p	
				расчетн.	опытн.
Сильвинит	425	340	560	17	9,4—29,7
Каменная соль	640	570	890	29	15,2—50,6

от которых недалеко до пластического течения. Этот вывод подтверждается опытом. В работе [8] отмечается, что «... при относительно большом сдвиге в солевых породах верхняя и нижняя половины образцов не теряют связи между собой». Судя по этим опытам, параметры предельной огибающей не зависят от трения между плитами прибора и штока пресса, хотя при трении скольжения разброс точек получается гораздо большим, чем при трении качения.

Итак, доказана возможность построения предельной огибающей кругов Мора и определения главных прочностных характеристик «хрупких» материалов по данным трех опытов, например, на косой срез. Найден способ определения напряженного состояния, соответствующего пластическому течению «хрупких» материалов, что имеет теоретический интерес для геофизики и практический интерес для горного дела.

СибГИПРОГОРМАШ
Новосибирск

Поступила в редакцию
28/IV 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. О. Мор. Чем обусловлены предел упругости и временное сопротивление материала? Новые идеи в технике, сб. № 1. Изд. «Образование», Петроград, 1915.
2. П. П. Баландин. К вопросу о гипотезах прочности. Вестник инженеров и техников, № 1, 1937.
3. И. Н. Миролюбов. К вопросу об обобщении теории прочности октаэдрических касательных напряжений на хрупкие материалы. Тр. Ленингр. техн. ин-та, № 25, 1953.
4. Ю. И. Яги. Новые методы расчета на прочность. Вестник инженеров и техников, № 6, 1931.
5. С. Д. Пономарев и др. Расчеты на прочность в машиностроении, т. 1, М., Машгиз, 1956.
6. М. М. Филопенко-Бородич. Механические теории прочности. Изд. МГУ, 1961.
7. Т. Карман. Опыты на всестороннее сжатие. Новые идеи в технике, сб. № 1. Изд. «Образование», Петроград, 1915.
8. К. В. Руппенея. Механические свойства горных пород. М., Углетехиздат, 1956.

Л. М. МИНКЕВИЧ

К ИССЛЕДОВАНИЮ СОЛЕНОИДНЫХ МОЛОТКОВ НА МОДЕЛИРУЮЩЕЙ УСТАНОВКЕ МН-7

Соленоидные молотки принадлежат к типу машин, аналитическое исследование которых возможно только при помощи электронных вычислительных машин, в частности электронных моделирующих устройств. Попытка исследования простейшего типа молотка Беви принята в работе [1]. К недостаткам работы относятся не совсем удачное моделирование отскока бойка при ударе, отсутствие экспериментальной проверки полученных результатов, выбор в качестве объекта исследования конструкции, не имеющей практического применения. В дальнейшем работа по моделированию рабочего процесса соленоидных молотков была продолжена с устранением отмеченных недостатков.

ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЕДИНОЙ МЕТОДИКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОДНОГО КЛАССА СОЛЕНОИДНЫХ МОЛОТКОВ

На рис. 1 приведена принципиальная схема молотка Синтрон. Эта схема включает основные элементы ряда других соленоидных молотков — Беви, Беви с выпрямителем, МС-5, постоянного тока и некоторых других молотков, имеющих стоп и плоские полюса. Если пренебречь

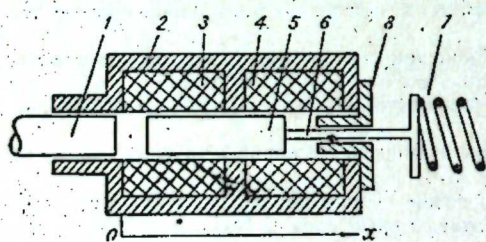


Рис. 1. Конструктивная схема молотка Синтрон.

1 — пика; 2 — магнитопровод; 3 — катушка прямого хода; 4 — катушка обратного хода; 5 — боек; 6 — немагнитный шток; 7 — пружина; 8 — стоп.

Рабочий процесс описывают следующие уравнения (см. например, [2]):

$$u = Ri + \frac{d\psi}{dt}, \quad (1)$$

$$\psi = n^2 i \left(G_i + g_s \frac{l_0^3 + l_c^3}{3l_k^2} \right), \quad (2)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx + 6,4 \cdot 10^{-8} \frac{n^2 i^2}{(\Delta_0 - x)^2} \cdot \frac{\pi D^2}{4} - kx_0, \quad (3)$$

различиями в форме магнитопровода, то принципиальными различиями между конструкциями будут лишь разное число катушек (одна или две) и разные схемы питания катушек. Законы же электрической и магнитной цепей одинаковы, что делает возможным использование одной схемы набора и одной методики исследования. Переход от одного молотка к другому производится при помощи добавочных переключений в схеме набора.

где

$$G_i = 1,25 \cdot 10^{-8} \left(\frac{\pi D^2}{4} + 0,58D \right) \text{ и } g_s = 1,25 \cdot 10^{-8} \frac{2\pi}{\ln \frac{D_1}{D}} \quad (4)$$

магнитные проводимости воздушного зазора и рассеяния. Начало координат располагается соответственно рис. 1. Выбрав численные значения ряда величин (длина катушки $l_k = 10$ см, диаметр катушки $D_1 = 10$ см, диаметр провода 1 мм, число витков $n = 1000$, длина бойка $l_0 = 6$ см, амплитуда напряжения $u_0 = 300$ в, сопротивление $R = 20$ ом), связав машинные и реальные переменные тока и времени соотношениями $I = 0,1 i$; $\tau = 1000 t$, после ряда преобразований, имеющих целью добиться минимума нелинейных операций, получим готовую для набора на модели систему уравнений:

$$0,12z = 0,155 I + 0,4 \frac{d\psi}{d\tau}, \quad (5)$$

$$(1,3 \delta_0 - x) \left(\frac{5}{D^2 \sqrt{2}} \psi - \frac{d}{D^2} \cdot 0,35 I \right) = 0,35 I, \quad (6)$$

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} = -\omega_0^2 \cdot 10^{-6} x + 0,11 \left(\frac{10}{D^2} \psi - \frac{a}{D^2} I \right)^2 - \omega_0^2 10^{-6} x_0, \quad (7)$$

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} = -\omega^2 10^{-6} z, \quad (8)$$

схема набора которой представлена на рис. 2. Суммирующий усилитель обозначается треугольником, интегрирующий — треугольником с вертикальной чертой. Обозначения: $a = 0,72D + 5,5$, D — диаметр бойка, $z = \sin \omega t$, ω_0 — собственная частота колебаний бойка. Расчетный воздушный зазор Δ_0 принимаем равным 1,3 рабочего зазора δ_0 , учитывая тем самым паразитные воздушные зазоры и частично падение магнитного потенциала в железе. Переключатель 1 схемы служит для моделирования выпрямленного тока: положение Б соответствует включению в цепь большого омического сопротивления, что как раз соответствует физической картине выпрямлений. Одновременная переброска переключателей 2, 3, 4 из одного положения в другое равноценна передаче своих функций катушкой 4 катушке 3 (см. рис. 1) или наоборот.

Нами моделировался рабочий процесс молотков Беви, Беви с выпрямителем, Синтрон, МС-5, постоянного тока. Сравнение результатов моделирования с опытными данными, почерпнутыми из работ [3, 4] и полученными на образце молотка Беви с выпрямителем в лаборатории кафедры теоретической механики Новосибирского электротехнического института, показало хорошее качественное и количественное совпадение (по скорости при ударе), расхождение составляет 10—30%. Таким образом, при ряде допущений [1], основным из которых является очень приближенный учет падения магнитного потенциала в железе магнитопровода, для исследования на МН-7 одного класса соленоидных молотков можно предложить примененную нами методику, основные положения которой заключаются в форме записи уравнений рабочего процесса (подробно см. в [1]), схеме переключений и моделировании отскока при ударе. Достоинством предлагаемой формы записи уравнений является минимальное количество используемых нелинейных и линейных

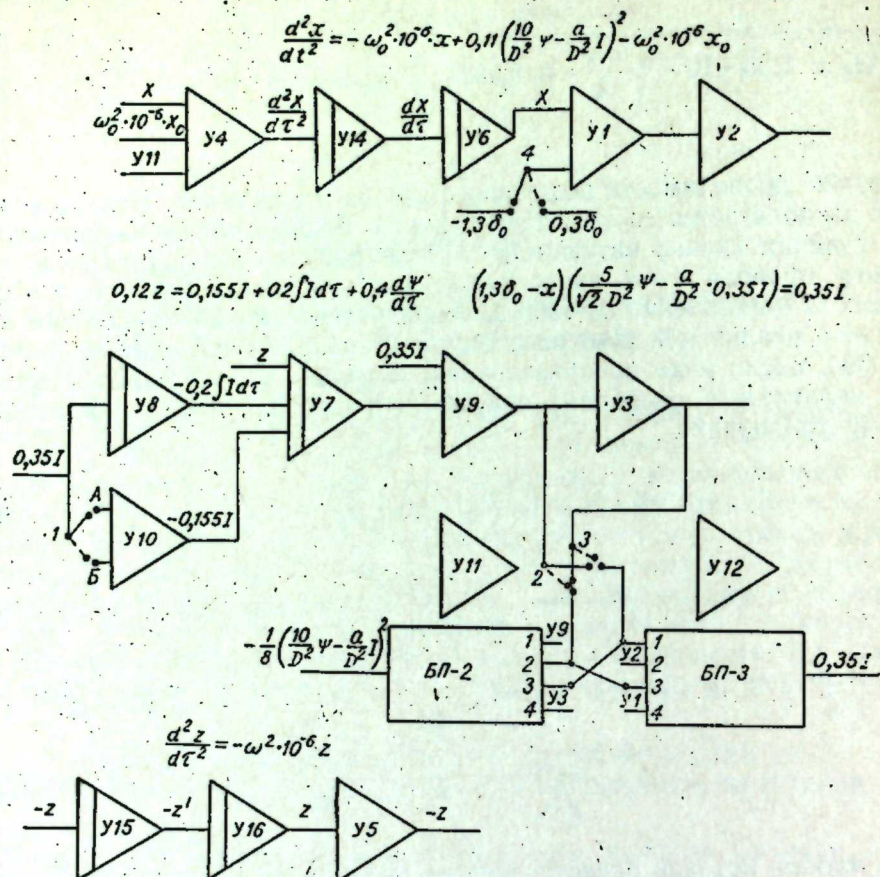


Рис. 2. Блок-схема набора задач.

блоков, что существенно при работе на любом моделирующем устройстве. Тема настоящего исследования поставлена д-ром техн. наук П. М. Алабужевным.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТСКОКА ПРИ УДАРЕ

При моделировании отскока (мгновенное изменение скорости бойка во время удара) весьма плодотворно использование реле для переключения конденсаторов в обратной связи усилителя, на выходе которого имеем величину скорости [1, 5]. В настоящей работе применен метод, позволяющий моделировать отскок как при ударе по пику, так и при ударе по стопу.

В обратную связь усилителя 14, напряжение выхода которого соответствует скорости бойка, включаются два конденсатора (рис. 3, а). В момент удара срабатывает реле и его контакты меняют относительное расположение пластин конденсаторов c_1 и c_2 , так что задаваемое конденсаторами напряжение на выходе усилителя резко меняется. Коэффициент отскока определяется в этом случае выражением $r = \frac{c_1 - c_2}{c_1 + c_2} = \frac{v_2}{v_1}$, где v_1 и v_2 — соответственно скорости до и после удара. Большинство измерений проводилось при $c_1 = 2$ мф и $c_2 = 5$ мф, что дает $r = 3/7$. Большую трудность представляло решение вопроса о моделиро-

вании момента удара, т. е. момента, когда $x=0$ (удар по пику) и $x=\delta_0$ (удар по стопу). Нами применялись два метода. В одном [1] клемма 1 схемы программного режима модели соединялась с выходом усилителя б, дающим координату бойка. На клемму 2 подавалось попеременно напряжение 0 или δ_0 (рис. 3, б). Пусть x уменьшается, на клемме 2

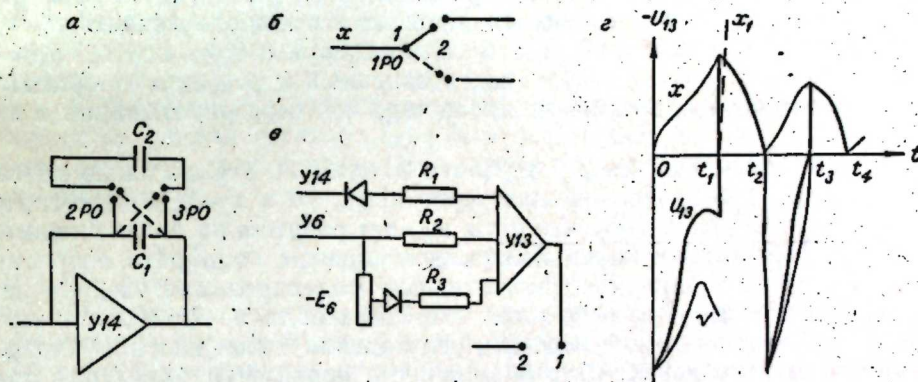


Рис. 3. Схемы:

а) моделирования отскока; б) программного режима для случая двойного удара — о пику и о стоп; в) общая схема программного режима; г) u_{13} — напряжение сравнения для клеммы 1 схемы программного режима; v , x , x_1 — составляющие напряжения; t_1 , t_2 , t_3 , t_4 — моменты срабатывания реле РО.

стоит 0. Когда x достигнет нуля, реле сработает. При этом скачком меняется скорость, на клемму 2 подается напряжение δ_0 . Теперь x увеличивается и когда достигнет δ_0 , процесс повторится. Недостаток состоит в том, что подобное моделирование возможно лишь при установленном режиме работы, с неизменным чередованием ударов по пику и по стопу. В данном исследовании применен иной метод, позволяющий изучать любой рабочий процесс. Этот метод, как предыдущий, определяется известными особенностями реле РО: реле срабатывает при сравнении напряжений клемм 1 и 2, причем это сравнение должно происходить каждый раз с другой стороны.

На клемме 2 теперь постоянно стоит напряжение 0. Клемма 1 соединяется с выходом усилителя 13 (рис. 3, в). На вход усилителя 13 подается напряжение, соответствующее: 1) положительному значению скорости, 2) перемещению x , 3) значительно увеличенному, при помощи сопротивления R_3 , перемещению x . Это напряжение при помощи специальной схемы появляется только при достижении бойком стопа, $x=\delta_0$. Сопротивления R_1 , R_2 , R_3 подбираются так, чтобы напряжение на выходе усилителя 13 u_{13} при движении бойка от пики (в это время выпрямитель пропускает напряжение от усилителя 14) при $0 \leq x \leq \delta_0$ было больше нуля вплоть до значений v , отличающихся от нуля сколь угодно мало, и чтобы при достижении $x=\delta_0$ это напряжение с нужной быстротой перешло через нуль. На рис. 3, г дается график напряжения u_{13} (жирная линия). Здесь же показаны графики напряжения на выходе усилителя 13, даваемые по отдельности усилителем 14 (линия v), усилителем б (линия x) и цепочкой У6—Е6 (линия x_1).

Из рисунка видно, что вначале (промежуток времени $0-t_1$) основной вклад в u_{13} дает усилитель 14 и незначительный — усилитель б (на рисунке линия x дана в увеличенном масштабе). В момент t_1 , когда $x=\delta_0$, схема с источником Е6 резко увеличивает напряжение u_{13} ; u_{13} переходит через нуль, реле срабатывает, моделируется отскок. В период t_1-t_2 на выходе усилителя 13 имеется напряжение только от усилителя б;

когда x достигает нуля, реле вновь срабатывает, так как нуль достигнут уже с другой стороны относительно напряжения сравнения клеммы 2, моделируется отскок. Скорость при этом меняет знак, и на выходе усилителя 13 появляется напряжение от усилителя 14, которое складывается с напряжением от усилителя 6. Теперь пусть боек не достигает δ_0 . Но при стремлении v к нулю, при некотором, достаточно малом значении v (относительная «малость» определяется сопротивлениями R_1, R_2) напряжения от усилителей 14 и 6 компенсируют друг друга, $u_{13}=0$, реле срабатывает, тем самым подготовившись к очередному срабатыванию в момент t_4 (которое не произошло бы без срабатывания в момент t_3).

Практически, как показала работа на модели, эта схема не вносит погрешности; отскок совершается точно при $x=0$ и $x=\delta_0$, а переключение в момент t_3 ввиду того, что $v \approx 0$, не дает разрыва на осциллограмме скорости. Необходимо лишь наилучшим образом подобрать сопротивления R_1, R_2, R_3 . Наряду с возможностью моделирования отскока при ударе как по пике, так и по стопу эта схема обладает тем преимуществом, что позволяет моделировать силу трения (знак которой определяется знаком скорости). Эта возможность появляется благодаря срабатыванию реле при каждом изменении направления движения. В работе сила трения не учитывалась лишь из соображений неопределенности ее величины и характера, определяемыми конкретным режимом работы.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ниже приводится часть полученных при моделировании зависимостей, присущих, в большей или меньшей степени, всем исследовавшимся молоткам.

1. При увеличении диаметра бойка скорость удара уменьшается. Зависимость ударной скорости от диаметра бойка выражается примерно соотношением $v = \frac{A}{D}$, где A — постоянная, в пределах $2 \text{ см} \leq D \leq 5 \text{ см}$.

При изменении диаметра соответственно меняется жесткость пружины, так чтобы собственная частота осталась неизменной. Результат не является неожиданным. Действительно, уравнение (3) при отмеченном изменении параметров не изменяется, за исключением, когда ток вследствие увеличения индуктивности становится меньшим, что влечет за собой уменьшение скорости.

2. Рабочий процесс молотков протекает устойчиво при относительно большом диапазоне изменения жесткости пружины и ее начального сжатия. Наиболее широк этот диапазон у молотка Беви, значительно меньше — у молотков Синтрон и МС-5. Так, у молотка Беви собственная частота изменялась в пределах $0,1 \cdot 10^6 \leq \omega_0^2 \leq 0,4 \cdot 10^6$, причем при $0,18 \cdot 10^6 \leq \omega_0^2 \leq 0,4 \cdot 10^6$ начальное сжатие пружины должно быть отрицательным. Вне этих пределов рабочий процесс неустойчив. У молотка Синтрон может быть $0,02 \cdot 10^6 \leq \omega_0^2 \leq 0,06 \cdot 10^6$. При увеличении хода бойка этот диапазон возможных значений собственной частоты незначительно сдвигается в сторону больших величин. Так, у молотка Беви при $\delta_0 = 0,55 \text{ см}$ $0,06 \cdot 10^6 \leq \omega_0^2 \leq 0,14 \cdot 10^6$, при $\delta_0 = 0,7 \text{ см}$ $0,1 \cdot 10^6 \leq \omega_0^2 \leq 0,18 \cdot 10^6$. Если в молотке Беви начальное сжатие может достигать довольно больших значений, например $4/6 \delta_0$, то в молотках Синтрон и МС-5 рабочий процесс протекает лучше с небольшим отрицательным

или нулевым начальным сжатием (что соответствует действительной конструкции этих молотков, где пружина является буфером и часть хода боек проходит, не прикасаясь к ней).

3. У всех молотков существует определенная область значений δ_0 , при выходе из которой необходимо изменить ряд параметров (u_0, l_6, D). Так, у молотка Беви эти области значений δ_0 $0,3-0,5 \text{ см}$, $0,55-0,7 \text{ см}$. При переходе в область меньших значений необходимо уменьшить u_0 , увеличить l_6 . Здесь в известной степени имеем «переход количества в качество».

4. Оптимальным является случай, когда боек вплотную подходит к стопу, не ударяя по нему. При этом магнитное торможение бойка при его обратном ходе наименьшее, особенно у молотков Синтрон и Беви с выпрямителем.

Заключение

В настоящей работе показана возможность применения единой методики для исследования ряда соленоидных молотков на моделирующих устройствах. Основные положения методики заключаются в форме записи уравнений рабочего процесса, позволяющей использовать минимум нелинейных и линейных блоков; во введении в схему набора системы переключений, сохраняющих простоту схемы при исследовании некоторых молотков; в способе моделирования отскока при ударе. Излагается метод моделирования отскока, учитывающий как удары по пике, так и возможные удары по стопу; этот же метод может быть использован для моделирования сил трения. Приводятся некоторые качественные зависимости.

Новосибирский электротехнический институт

Поступила в редакцию
25/IV 1963.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Минкевич. Использование моделирующих устройств для исследования соленоидных молотков. Горные машины и автоматика, Сб. трудов ИГД СО АН СССР. Новосибирск, 1963.
2. А. В. Гордон, А. Г. Сливинская. Электромагниты постоянного тока. Госэнергоиздат, 1960.
3. А. И. Москвитин. Электромеханический или соленоидный молоток? Электричество, 1934, № 5-6.
4. Н. П. Ряшенцев. Дисс. ТПИ. Томск, 1959.
5. В. Ф. Горбунов, В. М. Разин, А. В. Триханов. Некоторые результаты моделирования колебаний пневматических молотков с виброизоляционными устройствами. Горные машины и автоматика, Сб. трудов ИГД СО АН СССР. Новосибирск, 1963.

В. Д. РАБКО

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕРЬ НА ТРЕНИЕ КАЧЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ И НАГРУЗКАХ

В подшипниках качения, в планетарных вибраторах и других механизмах, использующих высшие пары качения, одним из основных источников потерь энергии являются потери на трение качения. Скорости качения в таких механизмах достигают нескольких десятков метров в секунду.

В настоящее время нет единого мнения относительно характера зависимости трения качения от скорости. А. С. Ахматов [1], исследуя зависимость силы трения от скорости, пришел к выводу, что при тщательно обработанных поверхностях качения сила трения не зависит от скорости, а при грубошероховатых поверхностях она является функцией скорости. В этих экспериментах скорость качения не превышала 0,75 м/сек, а нагрузка была близка к весу шарика, так как опыты проводились на наклонном маятнике. А. Ю. Ишлинский на основе теоретических исследований также пришел к выводу, что сопротивление качения зависит от скорости [2, 3]. В отличие от этого Д. В. Конвисаров, рассматривая зависимость трения качения от скорости [4], подчеркивает, что во многих работах даны вполне определенные указания на полную или почти полную независимость потерь энергии на трение качения от скорости. Экспериментальные исследования шариковых и роликовых опор, проведенные Гудменом, также подтвердили это (см. [5]). Независимость потерь на трение качения от скорости является одним из основных выводов молекулярной теории потерь энергии при качении Томлисона [5].

Однако все указанные экспериментальные исследования проводились при небольших скоростях качения, поэтому особый интерес представляют работы японских авторов [6, 7], в которых описаны опыты по качению шарика при скоростях порядка 10-40 м/сек и нагрузках 1-10 кг. В этих экспериментах шарик разгонялся сжатым воздухом и планетарно катился по кольцу подшипника качения, которое могло вращаться электродвигателем. Запись изменения скорости вращения шарика и кольца позволила определить силу сопротивления и момент трения качения. Нагрузка на контактную поверхность определяется центробежной силой. Вращая дорожку качения с различными скоростями и создавая различные виды относительного движения между кольцом и шариком, авторы смогли учесть влияние сопротивления воздуха и действие на трение качения скорости и нагрузки. Исследователи пришли к выводу, что трение качения возрастает с увеличением скорости и коэффициент трения качения в зависимости от скорости и нагрузки изменяется в пределах $1,5 \cdot 10^{-4}$ до $4 \cdot 10^{-4}$ см. Следует отметить, что в основе теоретических предпосылок данного исследования лежит условие «чистого»

качения шарика без скольжения, однако, несмотря на это, характер его движения экспериментаторы не регистрируют. Только на основании состояния контактных поверхностей шарика и кольца они утверждают, что шарик катится без скольжения.

В настоящей работе предложен метод определения зависимости потерь на трение качения не только при значительных скоростях качения, но и при больших нагрузках. Целью этого исследования является установление экспериментальных зависимостей момента трения качения и коэффициента трения качения от скорости при планетарном качении кольца по цилиндру со скоростями 8-25 м/сек и нагрузками порядка 10-100 кг.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Эксперименты проводились на установке, схема которой показана на рис. 1. В массивный стальной корпус 8 запрессованы два шариковых подшипника 4, в которых может свободно вращаться полый валик 14. В верхней части он закрыт пробкой, а в середине имеет отверстия 10. На валик с определенным зазором надето реактивное пневматическое колесо (турбинка) 11 с четырьмя соплами. В корпус колеса, изготовленного из дюралюминия, запрессованы два стальных кольца. С обеих сторон турбинки установлены шариковые упоры 12, которые опираются на стальные уплотнения 5, запрессованные в корпус установки.

Сжатый воздух через патрубков 1, который не касается установки, поступает в полый валик 14 и через отверстия 10 проходит в турбинку. Последняя за счет реактивных сил начинает вращаться, обкатываясь по валику. Кроме того, воздух, пройдя через кольцевой зазор между валиком и турбинкой, устанавливает ее в осевом направлении, и турбинка при вращении почти не касается шариковых упоров. Опыт показал, что турбинка лучше, без ударов входит в обкатку при горизонтальном ее положении.

Эксперименты проводились при следующих параметрах установки: 1) материал валика ст. У8А, $R_c = 60 \div 62$, чистота обработки поверхности $\nabla 8$; 2) диаметр валика в местах качения 35 мм; 3) материал колец турбинки ст. У8А, $R_c = 60 \div 62$, чистота обработки поверхности $\nabla 8$; 4) внутренний диаметр колец 38 мм; 5) высота колец, т. е. длина контакта 24 мм; 6) вес турбинки 330 г.

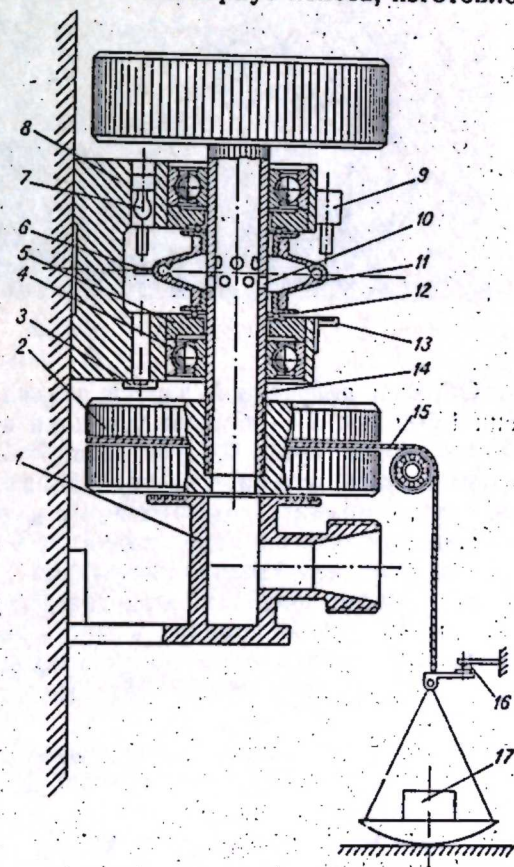


Рис. 1.

МЕТОД ЗАМЕРА МОМЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ

Было опробовано несколько методов замера момента трения качения. Его регистрация усложняется вибрацией установки. В том случае, когда для уменьшения величины амплитуды колебания установки на концы валика 14 (см. рис. 1) были симметрично надеты массивные диски 2, наибольшую точность (порядка 6%) дал следующий метод. До начала эксперимента посредством нити 15 и груза 17 к валику прикладывается определенный момент. Между упругими пластинами контакта 16 устанавливается зазор порядка 2-3 мм. Момент трения качения, возникающий при вращении турбинки, поворачивает валик, и происходит замыкание контакта 16. Релейная схема автоматически включает осциллограф МПО-2, который записывает число оборотов турбинки относительно своей оси и относительно оси валика, т. е. частоту обкатки. Сигналы на осциллограф подаются при помощи фотоспротивлений ФСА-4. Фотоспротивления 3 и 13, источники света 7 и 9 установлены так, что при вращении турбинки флажок 6 полностью перекрывает только фотоспротивление 3 (в нижней части флажка сделан вырез), одновременно при обкатке корпус турбинки перекрывает фотоспротивление 13.

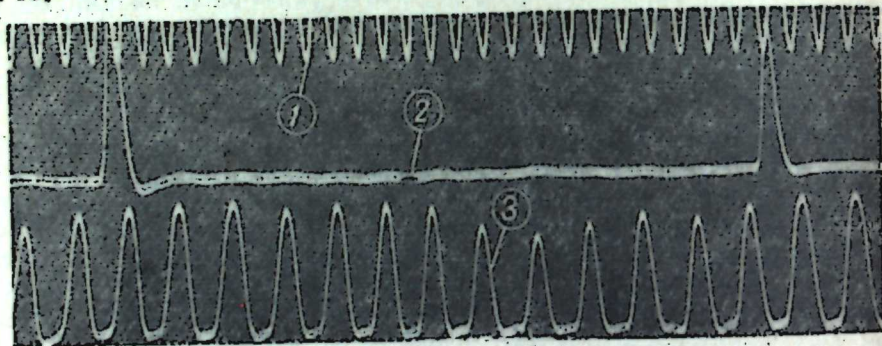


Рис. 2.

Образец полученной записи приведен на рис. 2 (1 — отметка времени 1/500 сек, 2 — обороты турбинки и 3 — частота обкатки). Так как съемка длится около 0,4 сек (скорость движения пленки 1 м/сек), то можно считать, что зарегистрированная скорость качения турбинки соответствует моменту, приложенному к валу установки через нить 15.

Известно, что вибрация значительно уменьшает силы трения [8, 9]. В данном случае подшипники качения 4 во время эксперимента работают при частоте колебаний порядка 100-250 гц, поэтому дополнительный момент в подшипниках намного меньше определяемого момента. Контрольные опыты показали, что погрешность, вносимая подшипниками, не превышает среднего квадратического отклонения момента трения качения.

При обкатке кольца с внутренним диаметром D по цилиндру диаметром d на него действует центробежная сила P , которая определяет момент трения качения $M = Pk$ и силу трения качения $F = P \cdot f$, где k — коэффициент трения качения и f — коэффициент трения скольжения. Для частоты обкатки n_0 имеем $n_0 = nz$, здесь n — число оборотов кольца относительно собственной оси и $z = \frac{D}{D-d}$ — передаточное отношение. В нашем случае $z = 12,7$. Определив из опыта частоту обкатки, соответствующую заданному моменту трения качения, и вычис-

лив центробежную силу, можно определить коэффициент трения качения.

Одновременная запись числа оборотов турбинки и ее частоты обкатки позволяет устанавливать, как происходило качение — со скольжением или без него. В том случае, когда поверхности качения перед каждым опытом тщательно протирались спиртом, отклонение экспериментального z от теоретического находилось в пределах точности обкатки $\pm 1\%$.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Экспериментальная зависимость момента трения качения от скорости (рис. 3) показывает, что момент трения качения при $v = 8-12$ м/сек увеличивается монотонно, при $v = 12-23$ м/сек растет почти пропорционально скорости, а при $v > 23$ м/сек очень быстро увеличивается.

Коэффициент трения качения на этих участках скорости также изменяется по-разному (рис. 4). Обращает на себя внимание пологий участок при $v = 12-23$ м/сек.

Представляется возможным достаточно полно объяснить результаты этих экспериментов, если предположить, что при изменении скорости изменяется механизм качения. В начале эксперимента при $v = 8-12$ м/сек основной причиной увеличения k является трение при взаимном проскальзывании поверхностей в пределах нагруженного

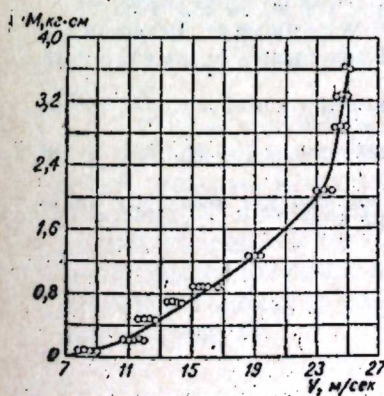


Рис. 3.

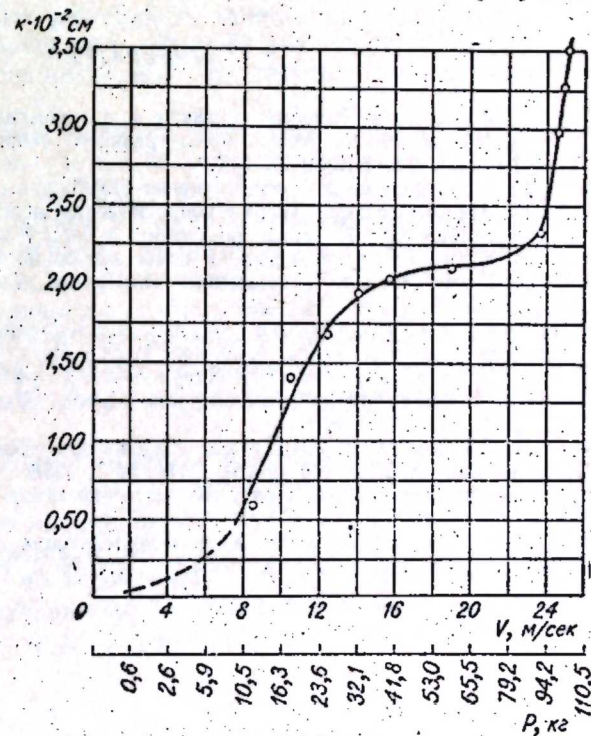


Рис. 4.

контакта. В дальнейшем при возрастании скорости ($v = 12-23$ м/сек), нагрузки и температуры материал поверхности качения приобретает свойства упруго-вязких материалов, и на потери трения качения оказывает большое влияние гистерезис [10]. Необходимо отметить, что качение при больших скоростях сопровождается значительным нагревом контактных поверхностей. На это указывает пленка окислов, появляющаяся

на поверхности качения после экспериментов. При больших скоростях ($v > 23$ м/сек) происходит пластическая (или близкая к ней) деформация поверхностей качения и k растет в основном за счет увеличения площади контакта.

ВЫВОДЫ

1. Предложенный метод определения потерь на трение качения при высоких скоростях и значительных нагрузках обеспечивает достаточную точность измерения.

2. Потери на трение качения возрастают с увеличением скорости качения. Так, коэффициент трения качения увеличивается с 0,006 до 0,035 см при изменении скорости качения от 8 до 25 м/сек и нагрузки от 10 до 100 кг.

3. Качение при больших скоростях сопровождается значительным нагревом контактных поверхностей.

Институт горного дела
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
4/II 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Ахматов. Влияние профиля и физико-химических свойств трущихся поверхностей на вид зависимости сил трения от скорости. Тр. конф. по трению и износу в машинах, т. 2, 1940.
2. А. Ю. Ишлинский. Трение качения ПММ, нов. серия, т. 2, вып. 2, 1939.
3. А. Ю. Ишлинский. Теория сопротивления перекатыванию (трения качения) и смежных явлений. Тр. конф. по трению и износу в машинах, т. 2, 1940.
4. Д. В. Коивисаров. Трение и износ металлов. Свердловск — М., Машгиз, 1947.
5. G. A. Tomlinson. A molecular Theory of Friction. Philosophical Magazine, June, 1928.
6. Сасаки Токию, Окино Норико. Исследование трения качения при высокой скорости. Сообщ. I. Trans. Japan Soc. Mech. Engrs, pt 3, vol. 26, № 163, 1960.
7. Сасаки Токию, Окино Норико и Оцука Масонари. Исследование трения качения при высокой скорости. Сообщ. II. Trans. Japan Soc. Mech. Engrs pt 3, vol. 26, № 169, 1960.
8. И. И. Блехман, Г. Ю. Джанелидзе. Об эффективных коэффициентах трения при вибрациях. Изв. АН СССР, ОТН, № 7, 1958.
9. Шарикоподшипниковый узел с электромагнитным вибратором. Э—И, ДМ № 38, реф. 302, 1961.
10. С. В. Пинегин, А. В. Орлов. Сопротивление движению при некоторых видах свободного качения. Изв. АН СССР, ОТН, № 3, 1961.

К. В. БИБИК

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ КОМБИНИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ С ГИДРООТБОЙКОЙ УГЛЯ

Вопрос методики определения параметров систем разработки при гидродобыче является новым в горном деле и требует неотложного решения. Особенно это касается комбинированной системы разработки с гибким металлическим перекрытием и гидротбойкой угля для мощных пологих пластов [1, 2].

При испытании комбинированной системы разработки на гидроучастке шахты «Томусинская 1—2» [2] параметры этой системы приняты на основании проектных решений и данных практики применения аналогичных систем разработки с обычной технологией выемки угля. Выбору параметров не предшествовали всесторонние аналитические исследования.

Целью настоящей статьи является стремление восполнить этот пробел и изложить нашу точку зрения на методику определения оптимальных значений параметров комбинированной системы разработки с гибким металлическим перекрытием и применением гидромеханизации.

В литературе не исследована аналитическая зависимость между длиной очистного забоя, мощностью пласта (слоя), скоростью продвижения забоя, производительностью гидротбойки и нагрузкой на забой при комбинированной системе разработки. Кроме того, отсутствуют формулы, по которым можно было бы определить приближенные значения длины лавы и толщины верхнего слоя и размеров заходки в нижнем слое.

Детальное решение всего комплекса вопросов, связанных с комбинированной системой разработки с гидротбойкой угля, представляет собой сложную и трудную задачу, посильную лишь коллективу научных работников, проектировщиков и работников производства. Мы стремились разрешить только частные вопросы, к которым относим определение целесообразных значений длины лавы и толщины верхнего слоя, размеров заходки в нижнем слое и длины выемочного поля по простиранию (рис. 1).

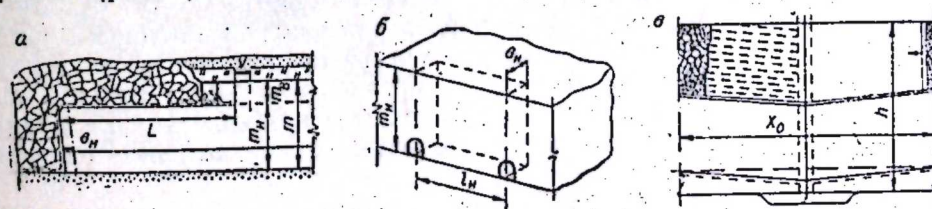


Рис. 1. Схемы к определению параметров комбинированной системы разработки:
а — лава верхнего слоя; б — заходка нижнего слоя; в — двустороннее выемочное поле.

на поверхности качения после экспериментов. При больших скоростях ($v > 23$ м/сек) происходит пластическая (или близкая к ней) деформация поверхностей качения и k растет в основном за счет увеличения площади контакта.

ВЫВОДЫ

1. Предложенный метод определения потерь на трение качения при высоких скоростях и значительных нагрузках обеспечивает достаточную точность измерения.

2. Потери на трение качения возрастают с увеличением скорости качения. Так, коэффициент трения качения увеличивается с 0,006 до 0,035 см при изменении скорости качения от 8 до 25 м/сек и нагрузки от 10 до 100 кг.

3. Качение при больших скоростях сопровождается значительным нагревом контактных поверхностей.

Институт горного дела
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
4/II 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Ахматов. Влияние профиля и физико-химических свойств трущихся поверхностей на вид зависимости сил трения от скорости. Тр. конф. по трению и износу в машинах, т. 2, 1940.
2. А. Ю. Ишлинский. Трение качения ПММ, нов. серия, т. 2, вып. 2, 1939.
3. А. Ю. Ишлинский. Теория сопротивления перекатыванию (трения качения) и смежных явлений. Тр. конф. по трению и износу в машинах, т. 2, 1940.
4. Д. В. Коивсаров. Трение и износ металлов. Свердловск — М., Машгиз, 1947.
5. G. A. Tomlinson. A molecular Theory of Friction. Philosophical Magazine, June, 1928.
6. Сасаки Токию, Окино Норико. Исследование трения качения при высокой скорости. Сообщ. I. Trans. Japan Soc. Mech. Engrs, pt 3, vol. 26, № 163, 1960.
7. Сасаки Токию, Окино Норико и Оцука Масонари. Исследование трения качения при высокой скорости. Сообщ. II. Trans Japan Soc. Mech. Engrs pt 3, vol. 26, № 169, 1960.
8. И. И. Блехман, Г. Ю. Джанелидзе. Об эффективных коэффициентах трения при вибрациях. Изв. АН СССР, ОТН, № 7, 1958.
9. Шарикоподшипниковый узел с электромагнитным вибратором. Э—И, ДМ № 38, реф. 302, 1961.
10. С. В. Пинегин, А. В. Орлов. Сопротивление движению при некоторых видах свободного качения. Изв. АН СССР, ОТН, № 3, 1961.

К. В. БИБИК

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ КОМБИНИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ С ГИДРООТБОЙКОЙ УГЛЯ

Вопрос методики определения параметров систем разработки при гидродобыче является новым в горном деле и требует неотложного решения. Особенно это касается комбинированной системы разработки с гибким металлическим перекрытием и гидроотбойкой угля для мощных пологих пластов [1, 2].

При испытании комбинированной системы разработки на гидроучастке шахты «Томусинская 1—2» [2] параметры этой системы приняты на основании проектных решений и данных практики применения аналогичных систем разработки с обычной технологией выемки угля. Выбору параметров не предшествовали всесторонние аналитические исследования.

Целью настоящей статьи является стремление восполнить этот пробел и изложить нашу точку зрения на методику определения оптимальных значений параметров комбинированной системы разработки с гибким металлическим перекрытием и применением гидромеханизации.

В литературе не исследована аналитическая зависимость между длиной очистного забоя, мощностью пласта (слоя), скоростью продвижения забоя, производительностью гидроотбойки и нагрузкой на забой при комбинированной системе разработки. Кроме того, отсутствуют формулы, по которым можно было бы определить приближенные значения длины лавы и толщины верхнего слоя и размеров заходки в нижнем слое.

Детальное решение всего комплекса вопросов, связанных с комбинированной системой разработки с гидроотбойкой угля, представляет собой сложную и трудную задачу, посильную лишь коллективу научных работников, проектировщиков и работников производства. Мы стремились разрешить только частные вопросы, к которым относим определение целесообразных значений длины лавы и толщины верхнего слоя, размеров заходки в нижнем слое и длины выемочного поля по простиранию (рис. 1).

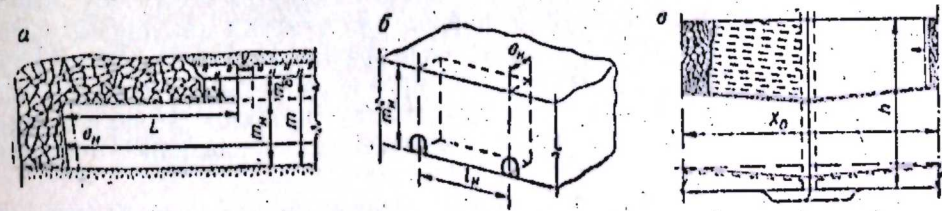


Рис. 1. Схемы к определению параметров комбинированной системы разработки:
а — длина верхнего слоя; б — заходка нижнего слоя; в — двухстороннее выемочное поле.

В исследованиях за основу принят вариант комбинированной системы разработки с отработкой верхнего и нижнего слоев по простиранию [1], поскольку этот вариант по сравнению с вариантом комбинированной системы с отработкой нижнего слоя полосами по падению [2] имеет следующие преимущества: 1) создаются наиболее благоприятные условия для полной осадки основной кровли, так как отработка верхнего слоя производится заблаговременно на значительной площади до начала отработки нижнего слоя; 2) диапазон применения по углу падения пласта более широк; 3) улучшаются условия гидроотбойки и гидросмыва угля в заходках нижнего слоя, ибо они расположены своей длинной стороной по падению пласта; 4) увеличивается полнота выемки угля в нижнем слое; 5) в период транспортирования пульпы из очистного забоя нижнего слоя передвижение людей по выемочным штрекам безопасно; 6) повышается безопасность работ и улучшаются условия проветривания благодаря отсутствию взрывных работ.

Рекомендуемая методика предполагает следующие этапы исследования.

На первом этапе проводятся исследования проявлений горного давления с целью получения исходных данных о характере устойчивости кровли в лаве верхнего слоя и влиянии горного давления на очистные работы в нижнем слое. Определяется крепость и трещиноватость угля. На втором этапе устанавливается зависимость производительности гидроотбойки от величины напора струи воды, диаметра насадки, крепости и трещиноватости угля и типа забоя в конкретных горнотехнических условиях. Определяется средняя консистенция пульпы. Составляется номограмма для определения производительности гидроотбойки. На третьем этапе исследования устанавливается зависимость длины лавы и размеров заходки в нижнем слое от производительности гидроотбойки, рабочей длины гидромониторной струи и консистенции пульпы. На четвертом этапе определяются экономически эффективные значения длины лавы и толщины верхнего слоя, длины заходки или расстояния между выемочными штреками в нижнем слое, длины выемочного поля.

При определении параметров комбинированной системы разработки с гидроотбойкой угля приняты следующие исходные положения: 1) закономерности изменения параметров системы разработки должны устанавливаться при совместном влиянии следующих факторов: безопасности работ, горного давления, способа выемки угля, нагрузки на очистной забой, производительности гидроотбойки, рабочей длины гидромониторной струи, средней консистенции пульпы, производительности труда, себестоимости 1 т угля или расходов на 1 т запасов; 2) выемка угля в очистных забоях производится гидроотбойкой без применения взрывчатых веществ при рабочих напорах воды, превышающих 60–80 ат; 3) нагрузка на очистной забой должна соответствовать производительности гидроотбойки; 4) очистные работы ведутся по графику цикличности; 5) на участке применяется самотечный гидротранспорт; 6) длина лавы верхнего слоя должна быть равной или кратной наклонной высоте этажа; 7) критерием экономичности при сравнении лав и заходов различной длины является максимальная производительность труда и минимальная себестоимость 1 т угля по участку; при определении длины выемочного поля по простиранию учитываются минимальные расходы на 1 т запасов.

Производительность гидроотбойки рекомендуется определять по номограмме, проводимой в работе [3], при составлении номограммы использованы результаты шахтных испытаний ВНИИГидроугля, известная

формула В. С. Мучника и Н. Ф. Цяпко [4] и формула, предлагаемая автором [3].

Исследование целесообразной длины лавы и толщины верхнего слоя можно произвести тремя методами: экспериментальным, проектным, аналитическим. Поскольку нет достаточных данных промышленного опыта, в настоящей работе приняты два последних метода.

Нами выведены формулы, по которым может быть установлена зависимость между длиной лавы l_b , принятой организацией работ (n_c — количество смен в сутки по добыче; t — полезное время работы гидромонитора в смену, час; T — продолжительность смены, мин; $T_{пз}$ — время подготовительных операций, мин), толщиной верхнего слоя m_b , подвиганием лавы в сутки v и производительностью гидроотбойки q :

$$l_b = \frac{n_r n_c t q}{m_b v \gamma K_b} \text{ м}, \quad (1)$$

$$l_b = \frac{(T - T_{пз}) n_c}{\frac{A}{q'} + t_1 + t_2} \text{ м}, \quad (2)$$

где n_r — количество одновременно действующих гидромониторов, штук;

γ — объемный вес угля т/м^3 ;

K_b — коэффициент извлечения угля в лаве;

A — выход угля с 1 пог. м лавы, т;

q' — производительность гидромонитора, т/мин ;

t_1 — время, затрачиваемое на выращивание (укорачивание) става желобов и водовода, отнесенное к 1 пог. м длины лавы, мин;

t_2 — время, затрачиваемое на прочие вспомогательные операции, отнесенное к 1 пог. м длины лавы, мин.

По фактору требуемой консистенции пульпы длина лавы может быть определена из выражения:

$$l_b = \frac{n_r n_c t Q}{n_n m_b v \gamma K_b} \text{ м}, \quad (3)$$

где Q — расход воды через гидромонитор, $\text{м}^3/\text{час}$;

n_n — показатель консистенции пульпы.

Результаты расчетов по формулам (1) и (2) имеют хорошую сходимость при значениях рабочего напора воды до 100–120 ат. При $H \geq 120$ ат расчеты следует вести по формуле (2), при $H \geq 200$ –250 ат длина лавы должна быть проверена по фактору требуемой консистенции пульпы.

Установление оптимальной толщины верхнего слоя математико-аналитическим методом сведено к определению расходов, зависящих от толщины слоя и степени влияния взаимосвязи каждого из них на размер слоя. При этом принято допущение: верхний и нижний слои рассматриваются как отдельные пласты. После определения расходов соответственно тому или иному варианту и нахождения известным способом минимума $f(m_b)$ нами были получены уравнения для оптимальных значений толщины слоя:

при индивидуальной металлической крепи

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum C_{ш} + C_{пш} + (C_{ст} + n_{ст} C_{ст} \eta_{ст}) l_b}{0,2 l_b K_b C_{кы} + (0,012 - 0,003v) l_b \gamma C_b}} \text{ м}, \quad (4)$$

при механизированной самоходной крепи

$$m_0 = \sqrt{\frac{\sum C_{шт} + C_{пш} + l_n C_{сп}}{K_{ш} (C_{ш} + D_{ш}) l_n \gamma}} m, \quad (5)$$

где $C_{шт}$ — стоимость проведения 1 пог. м штрека, руб.;
 $C_{пш}$ — затраты на содержание постоянного штата трудящихся в верхнем слое, отнесенные к 1 м подвигания лавы, руб.;
 $C_{сп}$ — стоимость 1 м² металлического перекрытия, руб.;
 $n_{ст}$ — плотность стоек на 1 м² лавы, шт.;
 $C_{ст}$ — стоимость стойки, руб.;
 $\eta_{ст}$ — коэффициент потерь стоек;
 $K_{ш}$ — коэффициент, учитывающий изменение стоимости крепления лавы и управления кровлей при изменении длины лавы:

$$K_{ш} = 0,026 l_n + 0,72;$$

$C_{ку}$ — стоимость крепления лавы, монтажа гибкого перекрытия и управления кровлей при $m_b = 1,8$ м и $l_n = 100$ м, отнесенная к 1 м² лавы, руб.;
 $C_{л}$ — стоимость 1 м³ крепежного леса, руб.;
 $K_{ш}$ — коэффициент, учитывающий удельный расход металла при изменении толщины слоя;
 $C_{ш}$ — стоимость 1 т металлоконструкций самоходной крепи, отнесенная к 1 м² лавы, руб.;
 $D_{ш}$ — стоимость монтажа и демонтажа самоходной крепи, отнесенная к 1 м² лавы, руб.

Установление оптимальной длины лавы как одного из основных параметров комбинированной системы разработки рекомендуется производить по следующей методике: определяется средняя производительность гидроотбойки в верхнем слое; определяется l_n из выражений (1), (2), (3) при $m_b = \text{var}$, $v = \text{var}$ и строятся соответствующие графики; корректируется l_n по производительности гидроотбойки и требованиям консистенции пульпы при m_0 ; проверяется l_n по условиям проветривания; находится зависимость производительности труда и себестоимости 1 т угля от длины лавы по проектным данным методом вариантов при $l_n = \text{var}$, $m_b = \text{var}$, $v = \text{var}$; результаты расчетов показываются графически.

Оптимальной длиной лавы считаем такую длину, которая соответствует принятым параметрам гидроотбойки и организации работ, отвечает требованиям необходимой консистенции пульпы и нормам проветривания и при которой достигается максимальная производительность труда и минимальная себестоимость 1 т угля.

Для определения длины заходки или расстояния между выемочными штреками в нижнем слое (рис. 1, б) по аналогии с формулами (1), (3) получены выражения

$$l_n = \frac{n_c t q}{m_n b_n \gamma K_n} m, \quad (6)$$

$$l_n = \frac{n_c t Q}{n_n m_n b_n \gamma K_n} m, \quad (7)$$

где m_n — толщина нижнего слоя, м;

b_n — ширина заходки, м;

K_n — коэффициент извлечения угля в нижнем слое.

Кроме выполнения требований по производительности гидроотбойки и консистенции пульпы, длина заходки должна соответствовать рабочей длине гидромониторной струи: при односторонней гидроотбойке должно выполняться условие

$$l_n \leq \sqrt{L_p^2 - m_n^2 - b_n^2} m, \quad (8)$$

при двусторонней гидроотбойке

$$l_n \leq 2 \sqrt{L_p^2 - m_n^2 - b_n^2} m, \quad (9)$$

где L_p — рабочая длина гидромониторной струи, м.

Оптимальная длина заходки устанавливается по следующей методике: определяется средняя производительность гидроотбойки в нижнем слое; определяется l_n из выражений (6), (7) при $m_n = \text{var}$, $b_n = \text{var}$ и строятся соответствующие графики; находится зависимость длины заходки от рабочей длины гидромониторной струи; устанавливается зависимость себестоимости 1 т угля от длины заходки при $l_n = \text{var}$, $m_n = \text{var}$, $b_n = \text{var}$; строятся графики и номограмма для определения l_n .

Длина очистного забоя в нижнем слое складывается из суммы длин заходов, она должна быть равна длине лавы верхнего слоя или наклонной высоте подэтажа (для варианта комбинированной системы с обработкой слоев по простиранью).

Вывод формулы оптимальной длины выемочного поля произведен по методу Л. Д. Шевякова для случая $n_3 h_3 = \text{const}$ (n_3 — количество подэтажей в этаже, h_3 — наклонная высота подэтажа, м). Искомая формула имеет вид

$$x_0 = a \sqrt{\frac{C_{бк}}{\frac{n_1 r_1 + n_2 r_2}{L_0} + \frac{n_3 r_3}{L_n} + (C_{гт} + C_{тм}) n_3 h_3 p K}} m, \quad (10)$$

где $C_{бк}$ — общая стоимость бремсбергов, ходков при них, камер, обслуживающих выемочное поле, за вычетом стоимости угля от полной добычи, руб.;

n_1 — количество штреков в верхнем слое, шт.;

n_2 — количество штреков (печей) в нижнем слое, шт.;

r_1 — стоимость поддержания 1 пог. м штрека верхнего слоя в год в период эксплуатации, руб.;

r_2 — стоимость поддержания 1 пог. м штрека (печи) нижнего слоя в период эксплуатации, руб.;

r_3 — стоимость поддержания 1 пог. м штрека (печи) нижнего слоя в год в период подготовки, руб.;

$C_{гт}$ — стоимость гидротранспорта 1 тм, руб.;

$C_{тм}$ — стоимость доставки 1 тм вспомогательных материалов, руб.;

L_0 — среднегодовое подвигание очистных забоев, м;

L_n — среднегодовое подвигание подготовительных забоев, м;

p — производительность 1 м² пласта, т;

K — коэффициент извлечения угля в пределах выемочного поля;

a — коэффициент, при двустороннем поле $a=2$, при одностороннем поле $a=\sqrt{2}$.

По изложенной выше методике произведено определение оптимальных значений параметров комбинированной системы разработки с гидроотбойкой угля применительно к Букачачинскому месторождению.

Решение задачи потребовало комплексного использования двух методов исследования: натуральных наблюдений в шахтных условиях и расчетно-аналитического.

На основе анализа результатов визуальных и инструментальных наблюдений, проведенных на шахтах Букачачинского шахтоуправления в 1956—1962 гг. при участии автора, сделаны следующие выводы:

1) наименьшее смещение и устойчивое обнажение кровли в лаве верхнего слоя имеет место при толщине слоя 1,6—2,0 м и площади обнажения незакрепленной кровли 7—8 м²;

2) из условия наиболее устойчивого положения кровли и удобства возведения предварительной крепи (перекрытия) в верхнем слое скорость подвигания лавы за цикл следует принимать равной 1,2—1,6 м;

3) интенсивный отжим угля создает благоприятные условия для применения способов выемки угля без взрывных работ;

4) опережение работ по верхнему слою в 100—150 м исключает вредное влияние вторичных осадков основной кровли на выемку угля в нижних слоях;

5) уголь мощных пластов имеет среднюю крепость ($f=0,6-2$) и среднюю трещиноватость.

В соответствии с методикой, рекомендуемой ВНИИгидроуглем [4] при $H=60-80f$ и среднестатистическом коэффициенте крепости угля $f=1,6-1,8$, гидроотбойка может быть осуществлена с рабочими напорами, не превышающими 120—150 ат.

Для условий Букачачинского месторождения технически приемлемы следующие данные: $\gamma=1,3$ т/м³; $H=150$ ат; $d_n=2,7$ см; $n_r=1$; $n_c=2$; $t=5$ час; $n_n=5$; $K_v=0,99$; $t_1=0,6$ мин/м; $t_2=0,2$ мин/м; для верхнего слоя $f_n=1,6$, для нижнего слоя $f_n=1,4$; $q_v=60$ т/час. Тогда по формуле (1) допустимая длина лавы будет иметь следующие значения (табл. 1).

Таблица 1

Значения технически допустимой длины лавы верхнего слоя по производительности гидроотбойки

Подвигание лавы за цикл, м	Толщина верхнего слоя, м				
	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
0,8	303	252	218	194	170
1,2	235	189	163	140	124
1,6	190	150	130	110	94
2,0	161	125	105	92	80

Примечания. 1. $m_n=1-3$ м принято из условия удобства монтажа гибкого перекрытия и возведения призабойной крепи. 2. $v=0,8-2,0$ м принято по габаритам комбайна УГП и условиям обеспечения устойчивого обнажения кровли.

Таблица 2

Значения $C_{пш}$ и K_d

$l_n, м$	50	100	150	200	250	300
$C_{пш}, руб.$	25,8	40,7	51,6	74,2	159,2	193,0
K_d	0,85	0,98	1,11	1,24	1,37	1,50

Таблица 3

Оптимальная толщина верхнего слоя

Подвигание лавы за цикл, м	Длина лавы, м					
	50	100	150	200	250	300
0,8	2,6	2,3	2,1	2,0	2,0	2,0
1,2	2,7	2,4	2,2	2,1	2,1	2,0
1,6	2,8	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1
2,0	2,9	2,5	2,2	2,2	2,2	2,2

Откорректируем длину лавы при оптимальной толщине верхнего слоя. Для этого принимаем: $C_{пш}=20,9$ руб.; $C_{сп}=1,35$ руб.; $n_{ст}=1,1$ шт.; $C_{ст}=17,6$ руб.; $\eta_{ст}=0,01$; $C_{ку}=1,12$ руб/м²; $C_d=18$ руб. Значения $C_{пш}$ и K_d при изменении длины лавы от 50 до 300 м приведены в табл. 2.

Значения оптимальной толщины верхнего слоя для наиболее распространенного в настоящее время способа крепления (рис. 1, а) приведены в табл. 3.

Как видно из табл. 3, при изменении длины лавы от 100 до 300 м для случая крепления лавы индивидуальной металлической крепью оптимальная толщина верхнего слоя равна 2,0—2,4 м, в среднем 2,2 м.

Тогда по формулам (1), (2), (3) длина лавы определится соответственно значениями 176, 142, 196 м. Из этого следует, что длина лавы должна приниматься по производительности гидроотбойки равной не выше 140 м.

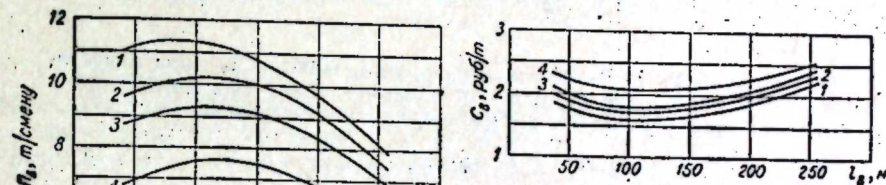


Рис. 2. Графики зависимости производительности труда и себестоимости 1 т угля от длины лавы и подвигания лавы за цикл при оптимальной толщине верхнего слоя $m_0=2,2$ м, $v=2,0$ м (1); 1,6 м (2); 1,2 м (3); 0,8 м (4).

Зависимости производительности труда и себестоимости 1 т угля по лаве верхнего слоя от длины лавы при $m_0=2,2$ м показаны на рис. 2. Из графиков рис. 2 видно, что наилучшие показатели по производительности труда и себестоимости могут быть получены в лаве длиной 100—150 м.

Оптимальные размеры заходки в нижнем слое определены с учетом следующих факторов: производительности гидроотбойки, консистенции пульпы, рабочей длины гидромониторной струи и себестоимости 1 т угля. Анализ результатов расчетов по формулам (6), (7), (8), (9) показал, что одним из основных факторов, определяющих параметры заходки, является рабочая длина гидромониторной струи. В табл. 4 приведены значения l_n при изменении ширины заходки от 1 до 4 м и толщины нижнего слоя от 4 до 13 м. Из таблицы видно, что изменение ширины заходки от 1 до 4 м не оказывает существенного влияния на изменение длины заходки. Поэтому для определенной толщины нижнего слоя длина заходки может быть принята постоянной: для односторонней гидроотбойки 6,5—13,5 м, для двусторонней гидроотбойки 13—27 м.

По данным исследований ВНИИгидроугля, из условия надежной работы гибкого металлического перекрытия ширина заходки в нижнем слое целесообразна 1,5—2,0 м. При $b_n=2$ м и наиболее распространенной мощности пласта на Букачачинском месторождении 8—12 м рациональной длиной заходки следует считать 10—12 м.

Поскольку при выборе длины заходки по техническим факторам преобладающее значение имеет рабочая длина гидромониторной струи, нами составлена номограмма (рис. 3), по которой определяется технически допустимая длина заходки в нижнем слое и соответствующая ей себестоимость 1 т угля при данной толщине нижнего слоя. По экономии

Таблица 4

Изменение длины заходки l_{II} в зависимости от изменения ширины заходки b_{II} и толщины нижнего слоя m_{II}

$b_{II}, м$	Толщина нижнего слоя, м									
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	13,8	13,0	12,6	12,1	11,0	10,7	9,7	8,6	7,2	5,1
	27,6	26,1	25,2	24,2	22,0	21,4	19,5	17,2	14,3	10,2
2	13,5	12,9	12,5	11,9	10,8	10,5	9,6	8,4	6,9	4,8
	27,0	25,8	25,0	23,8	21,6	21,0	19,2	16,8	13,9	9,6
3	13,2	12,7	12,3	11,7	10,6	10,3	9,3	8,1	6,5	4,2
	26,4	25,4	24,6	23,5	21,2	20,6	18,7	16,2	13,1	8,5
4	12,8	12,4	12,0	11,4	10,3	9,9	8,9	7,7	6,0	3,3
	25,6	24,9	24,0	22,9	20,6	19,9	17,9	15,4	12,0	6,6

Примечания: 1. В числителе приведены значения l_{II} при односторонней гидроотбойке (по формуле 8), в знаменателе — при двусторонней гидроотбойке (по формуле 9). 2. При среднем значении числа Рейнольдса

$$Re_0 = 3,5 \cdot 10^6 [4] L_p = (5,18 \frac{H}{f} - 39,51) d_{II} = (5,18 \frac{150}{1,4} - 39,51) 0,027 = 14 \text{ м}$$

ческому фактору оптимальную длину выемочного поля по простиранию устанавливаем расчетно-аналитическим методом согласно схеме, показанной на рис. 1, в. Учитываем расходы на проведение бремсбергов и всех камер, обслуживающих выемочное поле, на поддержание аккумуляющих, вентиляционных и выемочных штреков, гидротранспорт уг-

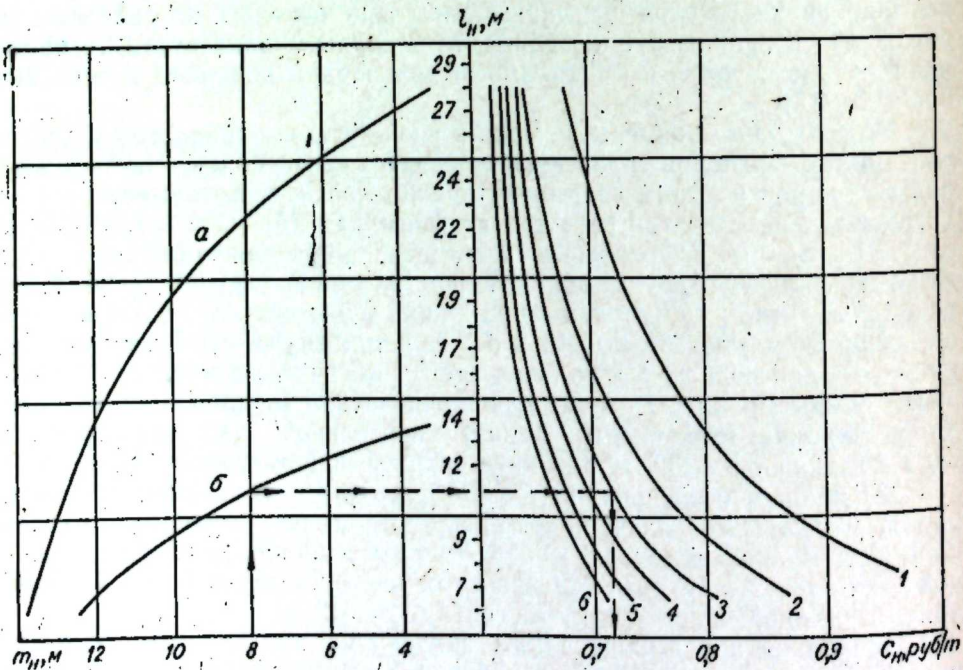


Рис. 3. Номограмма для определения длины заходки и себестоимости 1 т угля по нижнему слою.

а — двусторонняя гидроотбойка; б — односторонняя гидроотбойка.
 $m_{II} = 4 \text{ м (1); } 6 \text{ м (2); } 8 \text{ м (3); } 10 \text{ м (4); } 12 \text{ м (5); } 14 \text{ м (6)}$.

ля, доставку крепежных и других вспомогательных материалов. В расчетах приняты следующие данные: $C_{БК} = 76 \text{ 700 руб.}$ при $m = 4 \text{ м}$; $C_{БК} = 83 \text{ 800 руб.}$ при $m \geq 6 \text{ м}$; $n_1 = 8$; $n_2 = 52$ при $m = 4-12 \text{ м}$; $n_2 = 104$ при $m = 14-16 \text{ м}$; $r_1 = 3,2 \text{ руб.}$; $r_2 = 4,6 \text{ руб.}$; $r_3 = 1,9 \text{ руб.}$; $L_0 = 480 \text{ м}$; $L_{II} = 3000 \text{ м}$; $C_{ГТ} = 0,000007 \text{ руб.}$; $C_{ТМ} = 0,000114 \text{ руб.}$; $n_3 = 2$; $h_s = 1,50 \text{ м}$; $m = 4-16 \text{ м}$.

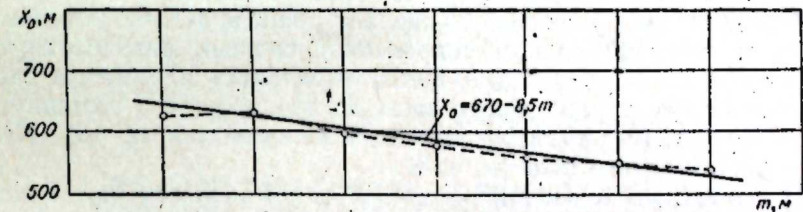


Рис. 4. График зависимости оптимальной длины выемочного поля от мощности пласта.

Результаты расчетов по формуле (10) показаны на рис. 4. Из графика видно (пунктирная линия), что оптимальное значение x_0 при изменении мощности пласта от 4 до 16 м находится в пределах 540—630 м. Полученную ломаную линию можно сгладить по прямой; уравнение которой, определенное по методу наименьших квадратов, $x_0 = 670-8,5 \text{ м}$.

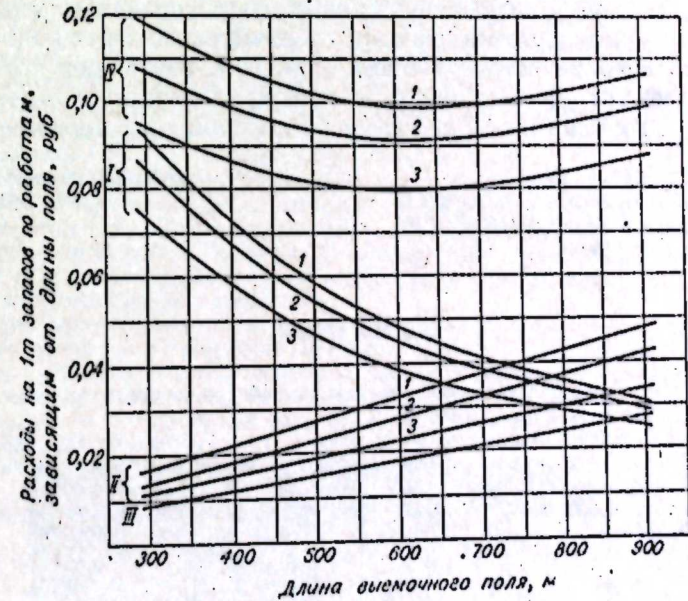


Рис. 5. График к определению оптимальной длины выемочного поля по простиранию.

I — проведение бремсбергов и участковых камер, II — поддержание штреков, III — гидротранспорт угля и доставка материалов, IV — суммарные расходы.
 $m = 8 \text{ м (1); } 10 \text{ м (2); } 12 \text{ м (3)}$.

Графически решение задачи для $m = 8-12 \text{ м}$ дано на рис. 5. Как видно из рисунка, функция $f(x)$ изменяется медленно в области экстремума. По сути дела мы получили целую область величин, соответствующих оптимальной длине выемочного поля по простиранию. Длина выемочного поля может быть принята в довольно широких пределах — 400—800 м. Окончательный выбор длины выемочного поля по прости-

ранню производим по величине шага осадки пород основной кровли и величине инкубационного периода эндогенных пожаров, которые в условиях Букачачинского месторождения соответственно равны 100 м и 10—12 месяцев. Учитывая среднемесячное подвигание фронта очистных работ, равное 40 м, размер крыла двустороннего выемочного поля по противопожарным требованиям не следует принимать более 300—320 м.

Резюмируя изложенное выше, отметим следующее.

1. Предлагаемая методика позволяет решить задачу установления оптимальных параметров комбинированной системы разработки с гидроотбойкой угля. Нами рекомендуется определять параметры системы разработки по формулам: длину лавы по (1), (2), (3); толщину верхнего слоя по (4), (5); размеры заходки в нижнем слое по (6), (7), (8), (9); длину выемочного поля по (10).

2. На основании проведенных исследований рекомендуются следующие оптимальные значения параметров комбинированной системы разработки с гидроотбойкой угля: длина лавы 130—140 м, толщина верхнего слоя 2—2,2 м, ширина заходки в нижнем слое 1,5—2,0 м, расстояние между выемочными штреками 10—12 м, длина выемочного поля — одностороннего 250—300 м, двустороннего 500—600 м.

3. Одним из перспективных направлений совершенствования комбинированной системы разработки с гидроотбойкой угля для мощных пологих пластов мы считаем применение механизированных самоходных крепей с механизированным монтажом гибкого перекрытия в верхнем слое и применение автоматизированных гидроустановок для отбойки угля тонкими импульсными струями сверхвысокого давления.

4. Практическое осуществление данных в настоящей работе рекомендаций повысит эффективность и расширит область применения выемочного гидравлического способа угледобычи.

Забайкальский
научно-исследовательский институт
Сибирского отделения АН СССР,
Чита

Поступила в редакцию
1/VII 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. К. В. Бибик. Совершенствование слоевой разработки мощных пластов Букачачинского месторождения. Уголь, 1959, № 4.
2. Развитие и совершенствование техники добычи угля. Госгортехиздат, 1962.
3. К. В. Бибик. Новое аналитическое выражение производительности гидроотбойки. Изв. СО АН СССР, 1963, № 6.
4. Н. Ф. Цяпка, А. М. Чапка. Гидроотбойка угля на подземных работах. Госгортехиздат, 1960.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Г. Е. ЗОЛОТУХИН, Р. М. ЯРОСЛАВСКАЯ

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯРНОСТИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЭЛЕКТРОДА НА ФАЗОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТИЦ В ДУГЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В дуговом разряде в связи с изменением мощности в разные фазы следует ожидать различного распределения температуры и концентрации частиц. В литературе имеются упоминания о том, что более высокая температура наблюдается в первый момент разряда, затем она снижается и ее изменения определяются изменениями тока. Интенсивность линий, определяемая не только температурой, но и концентрацией частиц в плазме, достигает наибольшего значения в середине разряда [1—3].

Мы попытались измерить температуру дуги и концентрацию примесей, отличающихся между собой летучестью, а также влияние основы электрода на распределение температуры и концентрации в различные фазы. С этой целью в медь вводились железо, кадмий и олово по 0,2 ат. %. Медь с примесями плавилась в высокочастотной печи в атмосфере азота. Электроду придавалась форма кольца толщиной 5 мм и внешним диаметром 30 мм. Исследуемый электрод помещался на кессон с водяным охлаждением и приводился во вращение со скоростью 2 об/мин. Второй электрод из серебра имел форму цилиндра диаметром 5 мм и был заточен на острие. Источником возбуждения служил генератор ГЭУ-1, питаемый током технической частоты. Для получения дугового разряда применялся однополупериодный ток, его эффективное значение составляло 8 а. Делитель импульсов позволял выделить 1/4 часть разрядов. Вращением электрода и делителем импульсов достигались условия, при которых разряд производился на необыскренную поверхность. Поверхность исследуемого электрода шлифовалась для устранения влияния шероховатости на испарение и, следовательно, на концентрацию частиц в межэлектродном промежутке.

Спектры фотографировались на спектрографе ИСП-28. В дуге поддерживался ток 8 а. Межэлектродное расстояние составляло 2,5 мм. С помощью однолинзового конденсора на щели спектрографа получали четкое изображение разряда. Спектры регистрировались на пленке РФ-3. Измерения интенсивностей линий проводились лишь в центральной части, составляющей одну треть межэлектродного промежутка.

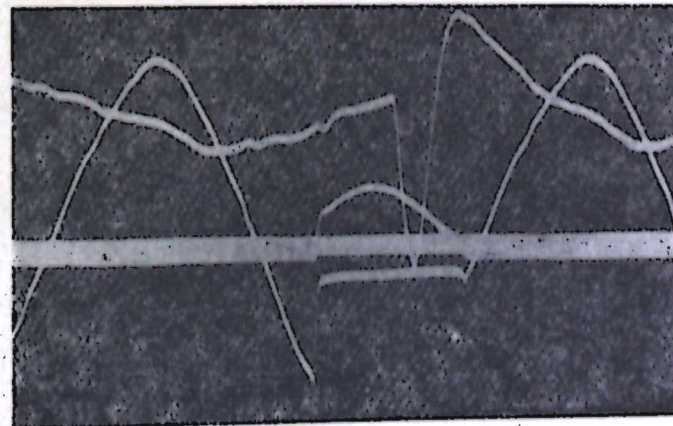


Рис. 1. Оциллограмма тока, напряжения и выделяемого интервала фаз.

Отдельные фазы разряда выделялись с помощью стробоскопа. Угловая ширина выреза равна 5° , и при скорости 1500 об/мин выделяемый интервал составлял 10° . В связи с возможной погрешностью необходимо было контролировать выделяемую фазу. Контроль осуществлялся с помощью фотоэлемента. Световой поток от дуги, выделенной стробоскопом, поступал на фотоэлемент, затем на усилитель и регистрировался с помощью осциллографа МПО-2. Наблюдения показали, что погрешность выделения фазы составляла $2-3^\circ$.

Одновременно регистрировались напряжение и ток в дуге. На рис. 1 дана осциллограмма тока и напряжения, а также указан выделяемый интервал фаз. Результаты измерений приведены в табл. 1. Значение тока дается среднее за фазовый интервал.

Поджиг происходил при фазе 50° . Температура облака измерялась по паре линий Cu I 3319 и Cu I 3208 [4] по формуле

$$T = \frac{10000}{1,5 - \lg \frac{I_{\text{Cu I 3319}}}{I_{\text{Cu I 3208}}}}$$

Результаты наших наблюдений представляют собой среднее значение за интервал 10° , начиная с фазы 60° . В связи с этим мы не могли наблюдать возрастания температуры в начальной фазе, о котором упоминается в работах [1-3].

Концентрация атомов примесей в разные фазы разряда вычислялась с учетом интенсивности линий Fe I 3057, Cd I 3403 и Sn I 3034 и температуры межэлектродного пространства. Вероятности переходов указанных линий брались из литературных данных [5-7].

Фотометрирование производилось вдоль линии через каждый миллиметр, определялась суммарная интенсивность от участка дуги, высота которого составляет $1/6$ мм, а сечение равно сечению дуги.

Таблица 1

Выделяемая фаза, град.	Напряжение, в	Ток, а	Мощность, вТ	Энергия, Дж	Температура в центральной части дуги, $T^\circ\text{K}$
60-70	38	23,3	882	12,5	5700
80-90	38	30	1134	16	5900
100-110	38	26	983	12	5900
120-130	38	22	832	11,6	5600
140-150	38	16	705	10	5200

У всех примесей наблюдается увеличение концентрации к концу разряда. Это можно проследить по графику на рис. 3, где даны значения логарифма концентрации примесей в различные фазы для центрального участка дуги.

На рис. 4 приведен график логарифма относительно концентрации частиц в центре дуги в различные фазы. Из графика следует, что и логарифм относительной концентра-

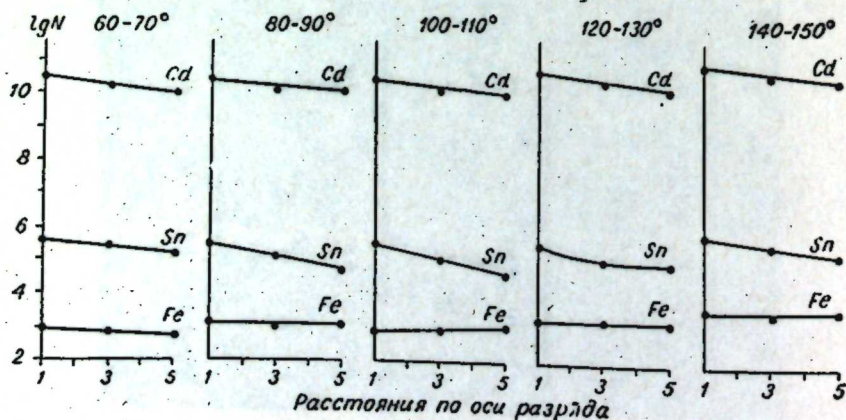


Рис. 2. Изменение логарифма концентрации отдельных примесей по оси разряда в различные фазы горения.

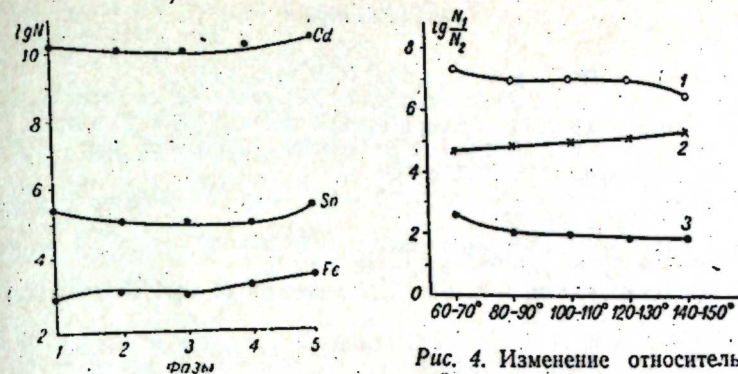


Рис. 3. Изменение концентрации отдельных примесей в различные фазы для центрального участка дуги.

Рис. 4. Изменение относительной концентрации частиц в центре дуги в различные фазы горения. 1 — $\lg \frac{N_{\text{Cd}}}{N_{\text{Fe}}}$;

$$2 - \lg \frac{N_{\text{Cd}}}{N_{\text{Sn}}}; \quad 3 - \lg \frac{N_{\text{Sn}}}{N_{\text{Fe}}}$$

ции атомов примесей в разные фазы разряда не остается постоянным. Содержание атомов кадмия относительно содержания атомов железа в том же пространстве убывает. В начальной фазе $\lg \frac{N_{\text{Cd}}}{N_{\text{Fe}}}$ составил 7,5, а в конечной — 6,5. Состав газового облака по этим частицам изменился в 10 раз. Меняется состав плазмы и по содержанию в ней атомов олова и железа. Для частиц кадмия и олова наблюдается обратная зависимость. В начальной фазе разряда $\lg \frac{N_{\text{Cd}}}{N_{\text{Sn}}}$ составил 4,7, а в конечной — 5,4.

Приведенные измерения показали, что состав газового облака заметно отличается от состава твердой фазы. Физические свойства основы исследуемого электрода, очевидно, влияют на процессы испарения и, следовательно, на состав газовой фазы. Влияние теплопроводности вещества электрода исследовалось путем наблюдения за изменением концентрации частиц при испарении их сплава, содержащего 10% сурьмы. Содержание примесей оставалось прежним. Результаты экспериментов занесены в табл. 2, в которой даны логарифмы концентраций трех примесей для среднего и двух крайних участков исследуемой части дуги, а также относительная концентрация среднего участка при положительной полярности исследуемого образца и фазе $100-110^\circ$.

Таблица 2

Вещество электрода	Логарифм концентрации			Логарифм относит. концентрации		
	Cd	Sn	Fe	$\frac{\text{Cd}}{\text{Sn}}$	$\frac{\text{Sn}}{\text{Fe}}$	$\frac{\text{Cd}}{\text{Fe}}$
Медь	10	5,4	2,1	4,9	3,2	3,1
	10,1	5,2	2,0			
	10,3	4,4	1,9			
Сплав 89% меди и 10% сурьмы	10,9	6,7	3,5	4,4	3,0	7,4
	10,7	6,3	3,3			
	10,6	6,1	3,0			

Оказалось, что при положительной полярности исследуемого электрода концентрация всех примесей возрастает. Наиболее сильно влияние электрода влияние основы на более слабо у кадмия. При отрицательной полярности электрода влияние основы на состав газового облака незначительно.

Поступила в редакцию
20/VII 1961

Институт физики
Сибирского отделения АН СССР,
Красноярск

ЛИТЕРАТУРА

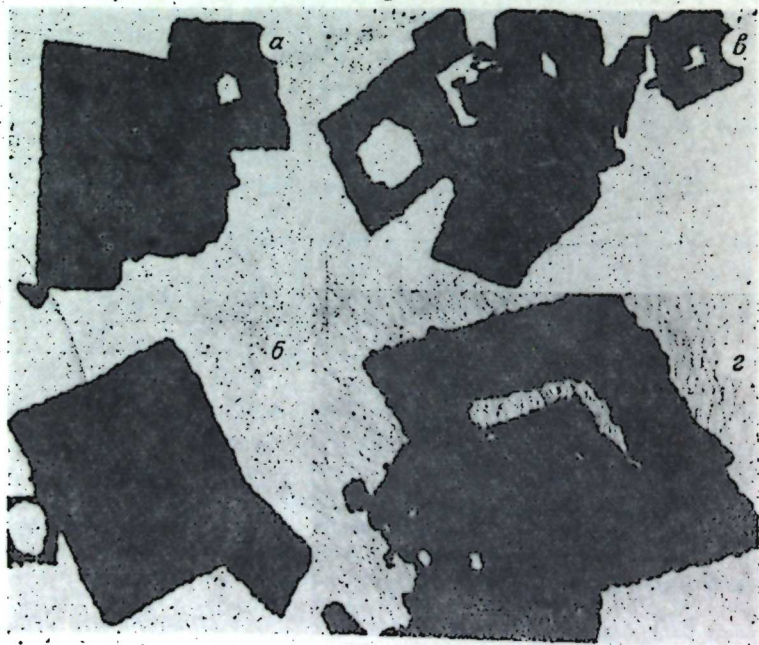
1. И. С. Трапицын. Сб. Львов. гос. ун-та, 1957, вып. 4 (9).
2. В. В. Лебедева, Р. А. Миловидова. Исследование спектра свечения дуги переменного тока во времени. Оптика и спектроскопия, 1957, т. 2, вып. 2.
3. Ю. М. Алесковский. Матер. 2-го уральского совещания по спектроскопии. Свердловск, Металлургиздат, 1959, стр. 29.
4. Н. А. Синьков. Методы анализа платиновых металлов, золота и серебра. М., Металлургиздат, 1960, стр. 205.
5. Н. Н. Соболев. Измерение относительных вероятностей переходов некоторых линий Bi I, Fe I и Fe II. ЖЭТФ, 1943, т. 13, вып. 5.
6. J. P. A. Van Hengstum, J. A. Smit. Measurement of Optical transition probabilities of Cd. Physica, 1956, 22, № 2.
7. G. O. Langstroth, D. R. Mc Ray. Transport of material in Sources for spectroscopic analysis. Can. Journ. of research, Sect. A., 1938, vol. 16, march, p. 61.

В. К. ПИРОГОВ

РАЗРУШЕНИЕ КРИСТАЛЛОВ ОКИСИ ТОРИЯ
В ЭЛЕКТРОННОМ МИКРОСКОПЕ

Известно, что объект, рассматриваемый в электронном микроскопе, нагревается, может претерпевать химические превращения, испытывает ионизирующее действие электронного облучения. Все эти факторы воздействия электронного пучка на исследуемый объект (или один из них, имеющий решающее значение для данных условий, образца, его предыстории) вызывают в некоторых случаях разрушение объекта. В литературе [1—3] описаны два основных типа разрушения кристаллов под действием электронного облучения: 1) разрушение кристалла от периферии к центру, как это имеет место у кристаллов хлористого калия и 2) разрушение, характеризующееся тем, что кристалл, не изменяя своих внешних очертаний, становится пористым (например, при разрушении сернокислого бария). При разрушении кристалла сернокислого бария дыры в нем образуются как по периферии, так и в центре. Говорить в этом случае о локализации центров (или центра) разрушения в определенном месте кристалла затруднительно.

Совершенно специфический характер разрушения кристаллов наблюдался нами при рассмотрении под электронным микроскопом кристаллов окиси тория. При раз-



Окись тория.

рушении кристалла окиси тория образуется одна дыра примерно в центре кристалла, дальнейшее разрушение идет от центра кристалла к его периферии за счет увеличения этой дыры (см. рисунок а, б, в). Обращает на себя внимание тот факт, что дыры по периферии кристалла не образуются. На рисунке (г), видимо, имеет место наложение двух кристаллов, из которых меньший, центральный, не разрушен. Из рассмотрения рисунка можно сделать вывод, что в данных условиях разрушение кристалла мало зависело от его величины: в одних случаях разрушались меньшие кристаллы, а большие сохранялись целыми, в других случаях — наоборот. В процессе разрушения кристаллов электронным пучком основную роль, по-видимому, играют их структурные несовершенства. Причина, благодаря которой разрушающее действие электронного пучка в этих опытах локализовалось преимущественно в центральных областях кристаллов окиси тория, пока неясна.

Институт радиофизики и электроники
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
23/IX 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Лукьянович. Электронная микроскопия в физико-химических исследованиях. М., Изд. АН СССР, 1960.
2. В. М. Лукьянович, Л. В. Радущкевич. Сб. Методы исследования структуры высокодисперсных и пористых тел. М., Изд. АН СССР, 1953.
3. R. B. Fisher. Decompositions of Inorganic Specimens During Observation on the Electron Microscope. J. Appl. Phys., 1954, 25, № 7.

М. М. ВОЙНАРОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ СИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ ВБЛИЗИ СТЕНКИ
МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ

К задаче обтекания тела вблизи стенки приводят вопросы определения нагрузок на железнодорожные составы при движении в тоннелях и выемках, влияние дна и берега на судно, взаимодействия двух судов на параллельном курсе, влияние поверхности земли на самолет во время взлета и посадки и др.

При решении задачи обтекания тела вблизи стенки необходимо использовать уравнение Лапласа. Такая задача принципиально математически решена, но требует

трудоемких вычислений. Применение метода электрогидродинамической аналогии значительно сокращает время получения результата и, кроме того, дает возможность исследовать случаи, не имеющие точного математического решения.

Для проведения эксперимента используется установка ЭГДА (электрогидродинамическая аналогия).

Для экспериментального исследования были взяты два цилиндрических тела, имеющих в поперечном сечении круг и эллипс ($\frac{a}{b}=0,25$). При проведении эксперимента предварительно проверялись эквипотенциальные линии при отсутствии модели. Далее опытные данные для кругового и эллиптического цилиндров, помещенных в центре ванны, сравнивались с теоретическими. Выявлено, что экспериментальные точки хорошо согласуются с теорией (рис. 1). Затем круговой и эллиптический цилиндры помещались вблизи стенки ванны на различных расстояниях.

При обтекании кругового цилиндра плоскопараллельным потоком несжимаемой жидкости величина скорости на его поверхности выражается [1]:

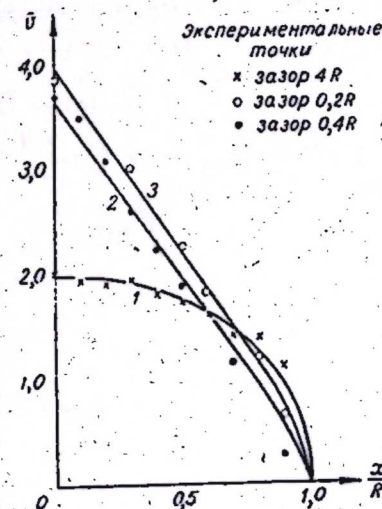


Рис. 1.

$$\bar{v} = 2R \sin \theta, \quad (1)$$

где \bar{v} — скорость потока, отнесенная к скорости на бесконечности;
 R — радиус круга;
 θ — полярная координата.

Используя зависимость между полярными и декартовыми координатами

$$x = R \cos \theta,$$

$$y = R \sin \theta.$$

перепишем формулу (1) в виде

$$\bar{v} = 2y. \quad (2)$$

Для относительного давления (\bar{p}) имеем

$$\bar{p} = 1 - \bar{v}^2. \quad (3)$$

При обтекании эллиптического цилиндра плоскопараллельным потоком несжимаемой жидкости величина скорости на его поверхности может быть представлена, согласно [2], формулой

$$\bar{v}^2 = \frac{a^2 - x^2}{a^4 - (a^2 - b^2)x^2} (a + b)^2, \quad (4)$$

где a — большая полуось эллипса; b — малая полуось эллипса. Максимальное значение скорости для эллипса по формуле (4) (при $x=0$) выражается

$$\bar{v}_{\max} = 1 + \frac{b}{a}. \quad (5)$$

Давление определяется по формуле (3).

Обозначим величину зазора между телом и стенкой через δ .

При проведении эксперимента для кругового цилиндра были взяты $\bar{\delta} \left(\bar{\delta} = \frac{\delta}{R} \right)$,

равные 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0. Для эллиптического цилиндра $\bar{\delta} \left(\bar{\delta} = \frac{\delta}{2b} \right)$ составляли 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0.

На рис. 1 дается теоретическая кривая распределения скорости на поверхности кругового цилиндра (при $\delta = \infty$), полученная по формуле (2), и нанесены экспериментальные точки, полученные на ЭГДА. Здесь же приводятся экспериментальные точки величин скоростей на поверхности цилиндра при обтекании его у стенки с зазорами $0,2R$ и $0,4R$ и экспериментальные кривые 2, 3, построенные по этим точкам.

На рис. 2 показана зависимость максимальной скорости на поверхности цилиндра

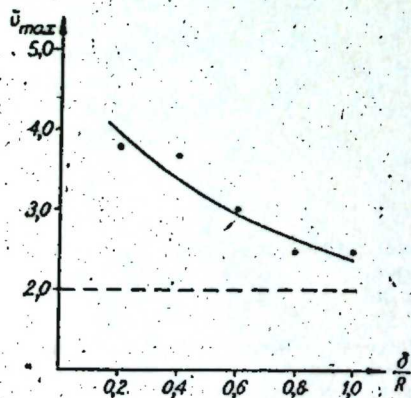


Рис. 2.

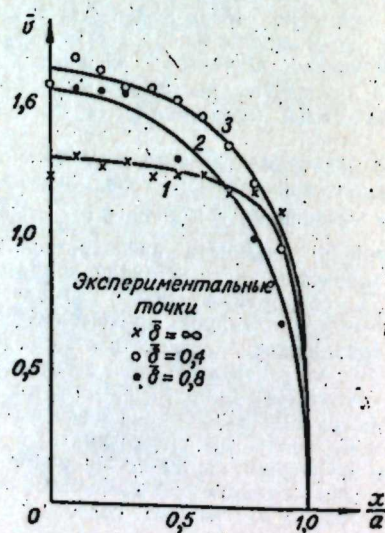


Рис. 3.

от величины зазора между телом и стенкой, полученная экспериментальным путем.

На рис. 3 дается теоретическая кривая 1 распределения скорости на поверхности эллиптического цилиндра $\left(\frac{b}{a} = 0,25 \right)$ при $\delta = \infty$, полученная по формуле (4), и нанесены экспериментальные точки, полученные на ЭГДА. Расхождения между экспериментальными и теоретическими точками не превосходят 4—5%. Здесь же приводятся экспериментальные точки величин скоростей на поверхности эллиптического цилиндра при обтекании его у стенки при зазорах $\bar{\delta} = 0,4$ и $\bar{\delta} = 0,8 \left(\bar{\delta} = \frac{\delta}{2b} \right)$ и построенные по ним экспериментальные кривые 2, 3.

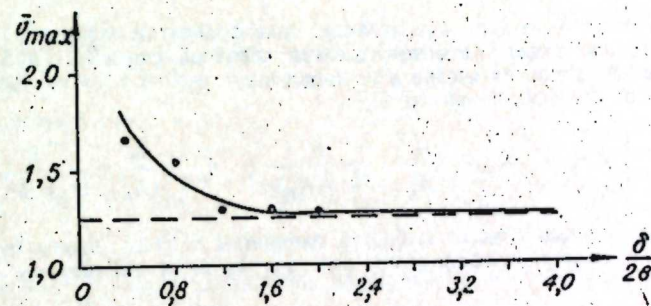


Рис. 4.

На рис. 4 показана зависимость максимальной относительной скорости на поверхности эллиптического цилиндра от величины зазора между телом и стенкой, полученная экспериментальным путем.

ВЫВОДЫ

При исследовании на ЭГДА обтекания тел потенциальным потоком несжимаемой жидкости вблизи стенки экспериментальные данные для эллипсов с относительной толщиной больше 25% показали вполне удовлетворительные результаты.

Влияние стенки на максимальную скорость и давление заметно сказывается для кругового цилиндра, если зазор между стенкой меньше диаметра, для эллиптического цилиндра в том случае, если зазор меньше удвоенной толщины тела.

Новосибирский институт
инженеров железнодорожного транспорта

Поступила в редакцию
13/V 1963

ЛИТЕРАТУРА

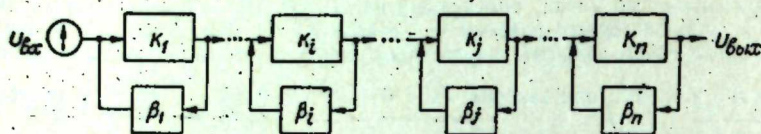
- Н. Е. Кочни, И. А. Кибель, Н. В. Розе. Теоретическая гидромеханика, т. 1, Гостехиздат, 1948.
- Г. Н. Коржавин. Применение полиномов Чебышева к расчету крыловых профилей. Сб. тр. Гос. комитета СМ СССР по авиационной технике, № 15, 1959.

Л. Д. ГИК

СТАБИЛЬНОСТЬ МНОГОЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ

Отрицательная обратная связь является эффективным и наиболее распространенным методом стабилизации коэффициентов усиления усилителей. Как известно [1], уменьшение коэффициента усиления в число раз, равно глубине отрицательной обратной связи, дает уменьшение неустойчивости усилителя в то же число раз. Создание стабильных одноэлектронных усилителей, имеющих одну общую цепь отрицательной об-

ратной связи, со сравнительно большим (более 1000) коэффициентом усиления связано с трудностями обеспечения устойчивой работы такой схемы. Это заставляет прибегать к построению усилителя в виде нескольких ячеек, каждая из которых имеет самостоятельную цепь отрицательной обратной связи, как показано на рисунке.



Свойства каждой ячейки определяются: коэффициентом усиления без обратной связи K_i , нестабильностью δ_i и коэффициентом обратной связи β_i . Глубина обратной связи, коэффициент усиления ячейки и нестабильность ячейки с учетом обратной связи соответственно равны (см., например, [1]):

$$A_i = 1 + K_i \beta_i; \quad K_{\beta i} = \frac{K_i}{A_i} = \frac{K_i}{1 + K_i \beta_i}; \quad \delta_{\beta i} = \frac{\delta_i}{A_i} = \frac{\delta_i}{1 + K_i \beta_i}.$$

Рассмотрим, какими следует выбирать параметры n ячеек, чтобы при требуемом усилении схемы K_{Σ} нестабильность всего усилителя δ_{Σ} была минимальна. Общий коэффициент усиления

$$K_{\Sigma} = K_{\beta 1} \dots K_{\beta i} \dots K_{\beta j} \dots K_{\beta n}. \quad (1)$$

Поскольку нестабильности ячеек, вызванные старением элементов, изменением внешних условий, режимов питания и другими факторами, практически не влияют друг на друга, полное изменение коэффициента усиления определяется выражением

$$dK_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial K_{\Sigma}}{\partial K_i} dK_i = \frac{\partial K_{\beta i}}{\partial K_i} \cdot \frac{dK_i}{K_{\beta i}} \cdot K_{\Sigma} + \dots + \frac{\partial K_{\beta i}}{\partial K_i} \cdot \frac{dK_i}{K_{\beta i}} \cdot K_{\Sigma} + \dots + \frac{\partial K_{\beta n}}{\partial K_n} \cdot \frac{dK_n}{K_{\beta n}} \cdot K_{\Sigma}. \quad (2)$$

Переходя к относительным величинам $\delta_{\Sigma} = \frac{dK_{\Sigma}}{K_{\Sigma}}$ и $\delta_i = \frac{dK_i}{K_i}$, путем несложных преобразований выражение (2) можно привести к следующему виду:

$$\delta_{\Sigma} = \frac{\delta_1}{K_1} K_{\beta 1} + \dots + \frac{\delta_i}{K_i} K_{\beta i} + \dots + \frac{\delta_j}{K_j} K_{\beta j} + \dots + \frac{\delta_n}{K_n} K_{\beta n}. \quad (3)$$

Нас интересует условный [2] экстремум (минимум) выражения (3) в зависимости от коэффициентов усиления отдельных ячеек $K_{\beta i}$. Дополнительным условием к определению минимума погрешности (3) является выражение (1).

Используя метод Лапласа, вводим одну (по числу дополнительных условий) вспомогательную функцию λ и рассмотрим выражение

$$F(\delta_{\Sigma}, \lambda) = \delta_{\Sigma} (K_{\beta 1}, \dots, K_{\beta i}, \dots, K_{\beta n}) + \lambda \varphi (K_{\beta 1}, \dots, K_{\beta i}, \dots, K_{\beta n}).$$

Здесь φ — функция, выражающая дополнительное условие (1):

$$\varphi (K_{\beta 1}, \dots, K_{\beta i}, \dots, K_{\beta n}) = \frac{K_{\beta 1} \dots K_{\beta i} \dots K_{\beta n}}{K_{\Sigma}} - 1. \quad (4)$$

Интересующий нас минимум выражения (3) определяется в результате решения системы $n+1$ уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad & \varphi (K_{\beta 1}, \dots, K_{\beta i}, \dots, K_{\beta n}) = 0; \\ 2) \quad & \frac{\partial F(\delta_{\Sigma}, \lambda)}{\partial K_{\beta 1}} = 0; \\ & \dots \\ n+1) \quad & \frac{\partial F(\delta_{\Sigma}, \lambda)}{\partial K_{\beta n}} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В результате решения этой системы получаем

$$K_{\beta i} : K_{\beta j} = \frac{\delta_j}{K_j} : \frac{\delta_i}{K_i}. \quad (6)$$

Или для всех ячеек —

$$K_{\beta 1} : K_{\beta 2} : \dots : K_{\beta i} : \dots : K_{\beta n} = \frac{\delta_n}{K_n} : \dots : \frac{\delta_i}{K_i} : \dots : \frac{\delta_2}{K_2} : \frac{\delta_1}{K_1}. \quad (7)$$

Отношение $\frac{\delta_i}{K_i}$ имеет совершенно определенный физический смысл: это погрешность ячейки при 100%-ной отрицательной обратной связи, когда глубина обратной связи имеет максимально возможную величину $1 + K_i$, а коэффициент усиления — минимальную величину, равную $\left(1 + \frac{1}{K_i}\right)^{-1}$. Если ячейку со 100%-ной отрицательной

обратной связью называть «повторителем», то отношение $\frac{\delta_i}{K_i}$ есть погрешность такого повторителя. Тогда выражение (7) можно пояснить следующим образом. При построении усилителя в виде n ячеек с самостоятельными ветвями отрицательной обратной связи минимум погрешности имеет место, если коэффициенты усиления ячеек с обратной связью обратно пропорциональны погрешностям повторителей для этих ячеек.

Найдем выражение для минимальной погрешности схемы, показанной на рисунке. На основании выражения (6) можно записать

$$\left. \begin{aligned} K_{\beta 1} &= K_{\beta i} \cdot \frac{\delta_i}{K_i} : \frac{\delta_1}{K_1}; \\ & \dots \\ K_{\beta n} &= K_{\beta i} \cdot \frac{\delta_i}{K_i} : \frac{\delta_n}{K_n}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Подставляя (8) в (1), получаем

$$K_{\Sigma} = (K_{\beta i})^n \frac{\left(\frac{\delta_i}{K_i}\right)^n}{\frac{\delta_1}{K_1} \dots \frac{\delta_i}{K_i} \dots \frac{\delta_n}{K_n}}$$

или

$$K_{\beta i} = \sqrt[n]{K_{\Sigma}} \frac{\frac{\delta_i}{K_i}}{\sqrt{\frac{\delta_1}{K_1} \dots \frac{\delta_i}{K_i} \dots \frac{\delta_n}{K_n}}}. \quad (9)$$

Наконец, подставляя (9) в (3), в результате несложных преобразований находим

$$\delta_2 = \sqrt[n]{\frac{\delta_1}{K_1} \cdots \frac{\delta_l}{K_l} \cdots \frac{\delta_n}{K_n}} \cdot n \sqrt{K_2} \dots \quad (10)$$

Последняя формула позволяет определить минимальную погрешность, которую можно получить, выполняя усилитель по многоячейочной схеме.

Особого внимания заслуживает случай, когда все усилительные ячейки, кроме двух, одинаковы. В самом деле, входная ячейка по соображениям обеспечения меньших шумов усилителя и выходная по соображениям отдачи соответствующей мощности нагрузке могут быть отличными от других. Для указанного случая погрешность усилителя

$$\delta_2 = \sqrt[n]{\frac{\delta_1}{K_1} \cdot \frac{\delta_n}{K_n} \left(\frac{\delta_l}{K_l}\right)^{n-2}} \cdot n \sqrt{K_2} \quad (11)$$

Представляет интерес зависимость погрешности как функции от числа выбранных ячеек. Эта функция имеет экстремум. Решая уравнение

$$\frac{d\delta_2}{dn} = 0,$$

находим

$$n_0 = \ln K_2 + 1 + n \frac{\frac{\delta_1}{K_1} \cdot \frac{\delta_n}{K_n}}{\left(\frac{\delta_l}{K_l}\right)^2} \dots \quad (12)$$

Последнее выражение представляет собой оптимальное с точки зрения минимальной погрешности число усилительных ячеек. Выражение (12) легко распространить на случай, когда из n ячеек m отличны от других, а $n - m$ одинаковы.

Весьма интересен частный случай, когда все ячейки могут быть выбраны одинаковыми с погрешностью повторителя $\frac{\delta_0}{K_0}$. Тогда

$$n_0 = \ln K_2. \quad (13)$$

Подставляя (13) в (11), находим

$$\delta_2 = \frac{\delta_0}{K_0} e \ln K_2.$$

При этом оптимальная величина коэффициента усиления каждой составной ячейки

$$K_l = \sqrt[n]{K_2} = \sqrt{\ln K_2} = e.$$

Следовательно, если усилитель выполнен в виде одинаковых ячеек, каждая из которых охвачена отрицательной обратной связью, минимальная погрешность схемы имеет место, когда коэффициент усиления каждой ячейки равен основанию натуральных логарифмов e и, следовательно, число ячеек равно натуральному логарифму требуемого коэффициента усиления.

Естественно, что это справедливо, если не принимать во внимание нестабильности цепи обратной связи, а также эффекты нагрузки ячеек друг другом и внешней цепью.

Таким образом, если обратная связь не лимитируется соображениями устойчивости усилителя, то задача создания усилителя с минимальной погрешностью сводится к поиску усилительных ячеек, для которых погрешность в режиме повторителя является минимальной. Коэффициент усиления или нестабильность ячейки без обратной связи сами по себе не имеют значения, играет роль только отношение этих величин.

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
10/II 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Войшвилло. Усилители низкой частоты на электронных лампах. Связь-издат, 1959.
2. Н. С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисление. Физматгиз, 1962.

А. Л. ГРОХОЛЬСКИЙ, В. А. ОДИНЦОВ

О ПОВЫШЕНИИ ТОЧНОСТИ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ЕДИНИЦЫ ЕМКОСТИ — ФАРАДЫ

Согласно теореме Д. Лэмпарда [1, 2], возможна такая конструкция трехконтактного конденсатора с четырьмя электродами, образующими цилиндрическую поверхность в самом общем геометрическом смысле, в которой прямая емкость на один сантиметр длины цилиндра равна 0,017 557 623 э. ст. ед./см.

Значение этой емкости не зависит ни от формы электродов, ни от их геометрических размеров, если «перекрестные емкости» между парами электродов, расположенными по диагонали поперечных сечений цилиндрической поверхности, равны.

В отличие от обычных конденсаторов, емкость которых рассчитывается на основании результатов измерения трех его размеров, для установления емкости у нового конденсатора требуется определение только одного размера. В этом состоит исключительное преимущество нового конденсатора, дающее основания считать, что определенное электрических единиц по эталону фарады можно сделать точнее, чем по эталону генри. Это положение подтвердили исследования подобных конденсаторов в Австралийской национальной лаборатории стандартов и в Национальном бюро стандартов США.

В 1962—1963 гг. в Новосибирском государственном институте мер и измерительных приборов (НГИМИП) были проведены работы по созданию и исследованию расчетных конденсаторов с «перекрестной емкостью» в 1 пф. Эти работы завершились созданием отечественных конструкций конденсатора [3], которые имеют ряд преимуществ перед конструкциями, используемыми за рубежом [4].

Расчетный конденсатор НГИМИП выполнен в виде двух групп одинаковых электродов, между которыми установлен передвижной металлический экран, позволяющий менять емкость конденсатора. Перемещение экрана, приводящее к изменению электрической длины конденсатора, измеряется оптическим методом или концевыми мерами.

Проведенные исследования позволили выяснить возможные источники погрешности и оценить их порядок. Оказалось, что основная погрешность при установлении единицы емкости вызывается недостоверностью результатов измерения перемещения экранирующего электрода на расстояние ~ 500 мкм, необходимое для получения емкости в 1 пф. Погрешность в 0,5 мкм в определении перемещения приводит к погрешности в расчете емкости в $1 \cdot 10^{-6}$.

При обсуждении итогов этой работы во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии им. Д. И. Менделеева было установлено, что погрешность воспроизведения единицы емкости — фарады расчетным конденсатором НГИМИП не превышает величины $1 \cdot 10^{-5}$, которая меньше погрешности установления этой единицы по расчетному эталону генри.

Действительное значение погрешности расчетного конденсатора несколько меньше. Оно ближе подходит к предельно достижимой погрешности в $1 \cdot 10^{-6}$, обусловленной недостоверностью действительного значения скорости распространения света, и будет сообщено позднее.

Для хранения единицы емкости в НГИМИП создана группа инварно-кварцевых конденсаторов в 1 пф [5], обладающих временной стабильностью в $(1-3) \cdot 10^{-6}$. Передача емкости от расчетного конденсатора к мерам-свидетелям производится при помощи моста с тесной индуктивной связью.

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

ЛИТЕРАТУРА

1. A. M. Thomson, D. G. Lampard. A new theorem in electrostatics and its application to calculable standards of capacitance. Nature, 1956, vol. 177, p. 888, May.
2. D. G. Lampard. A new theorem in electrostatics with applications to calculable standards of capacitance. Monograph N 216M, IEE, January, 1957.
3. А. Л. Грохольский, В. А. Одинцов. Эталонный конденсатор. Авт. свид. № 158 346.
4. A. M. Thompson. The Precise Measurement of Small Capacitances. IRE, Transactions on Instrumentation, Des., 1958.
5. А. Л. Грохольский. Магазин электрических емкостей. Авт. свид. № 602 523.

ХРОНИКА

СЕМИНАР ПО ПРИМЕНЕНИЮ ЭЛЕКТРОННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН В ГИДРАВЛИКЕ

В сентябре 1963 г. в Новосибирске состоялся Первый Всесоюзный семинар по применению электронных вычислительных машин (ЭВМ) в гидравлике, организованный Институтом гидродинамики Сибирского отделения АН СССР и координационной комиссией по инженерной гидравлике при Всесоюзном научно-исследовательском институте гидротехники им. Б. Е. Веденеева.

В последние годы во многих научно-исследовательских и проектных организациях, занимающихся вопросами гидравлики, гидрологии, гидротехники, начали разрабатываться и внедряться методы расчетов с помощью ЭВМ. Из-за значительного запаздывания публикаций и слабой связи между организациями различных ведомств сложилось положение, при котором исследователи, работающие в разных местах над сходными проблемами применения ЭВМ, были недостаточно осведомлены о работе друг друга. Семинар, созданный в Новосибирске, был посвящен обмену опытом по внедрению современной вычислительной техники для решения задач гидравлики.

В работе семинара приняли участие свыше 100 научных сотрудников и инженеров от 39 научно-исследовательских и проектных организаций. Доклады и сообщения представили Институт гидродинамики СО АН СССР, Вычислительный центр СО АН СССР, Всесоюзный научно-исследовательский институт гидротехники им. Б. Е. Веденеева, Гидропроект им. С. Д. Жука, Центральный институт прогнозов, Государственный гидрологический институт, Государственный комитет Советов Министров РСФСР по водному хозяйству, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Московский институт нефтехимической и газовой промышленности, Ленинградское отделение математического института им. В. А. Стеклова, Сибирский энергетический институт, Новосибирский электротехнический институт.

По существу, впервые собрались вместе специалисты по математике, гидродинамике, гидравлике, гидрологии, гидротехнике, чтобы обсудить проблемы, которые ни одна из этих наук не может решить в отрыве от других.

Семинар открыл заместитель директора Института гидродинамики СО АН СССР акад. Ю. Н. Работнов. Первым был прослушан доклад директора Вычислительного центра СО АН СССР чл.-корр. АН СССР Г. И. Марчука о развитии и применении вычислительной техники и математики. Большой интерес вызвало его сообщение о проводящейся в ВЦ СО АН СССР работе по долгосрочному прогнозу погоды.

Наибольшее число докладов на семинаре было посвящено решению задач неустановившегося режима в открытых руслах. Методы гидравлики открытых русел находят применение во многих современных проблемах гидрологии и гидротехники (проблема предсказания и регулирования паводков на реках, волны пусков в реках и каналах, гидравлика водохранилищ, судоходные сооружения). На семинаре рассматривалась постановка таких задач и способы их решения.

Были изложены различные методы численного решения уравнений теории длинных волн.

Е. К. Трифонов, Р. Е. Гельфанд (ВНИИГ), М. С. Грушевский (ГГИ) в расчетах на ЭВМ использовали метод характеристик. В ходе дискуссии было отмечено, что применение метода характеристик для сложных по форме русел, особенно речных, связано со значительными трудностями, приложение этого метода к медленно развивающимся неустановившимся движениям типа паводковых вызывает неоправданный объем вычислений.

Метод мгновенных режимов, который может рассматриваться как разновидность метода сеток, в настоящее время применяется в Гидропроекте для расчетов на ЭВМ при разработках проектируемых гидроузлов (доклад Б. Л. Историка). Однако этот метод связан с отбрасыванием инерционных членов уравнений, что далеко не всегда возможно. Несколькими докладчиками было показано, в частности, что при входе волны паводка в водохранилище величина инерционных членов возрастает на несколько порядков и пренебрежение этими членами искажает физику процесса.

Г. П. Калинин, Л. С. Кучмент и Е. П. Чемеренко (ЦИП) для интегрирования урав-

нений Сен-Венана использовали явные разностные схемы. Г. Е. Кононова (МГУ) — метод прямых. Оба эти метода имеют существенные ограничения на шаг по времени, что сильно увеличивает объем вычислений.

Ряд докладов (О. Ф. Васильев, Н. А. Притвиц, С. М. Шугрин, А. Ф. Воеводин, Э. В. Шугрина, М. Т. Гладышев) был посвящен методу расчета, разработанному в Институте гидродинамики СО АН СССР. В программе, составленной по этому методу, применена разностная неявная схема, построенная таким образом, что обеспечивается возможность вычислений с большим шагом по времени. Это очень существенно для расчетов паводков и длительных попусков в крупных речных системах, когда продолжительность рассчитываемого процесса исчисляется неделями.

В настоящее время в Институт гидродинамики СО АН СССР обратились Всесоюзный проектно-исследовательский и научно-исследовательский институт Гидропроект им. С. Я. Жука, Государственный гидрологический институт и ряд организаций гидрометеослужбы с предложением передать им эту программу для ее апробации и внедрения в практику расчетов.

В докладах А. А. Атавина и Н. П. Воротиной излагались разработанные в Институте гидродинамики численные методы решения задач о связанных колебаниях воды и судна в канале или подвижной камере судоподъемника и о неустановившемся движении в шлюзовых каналах. Последнему вопросу был посвящен доклад А. А. Оганесяна и С. В. Сивашинского (ЛОМИ).

О применении аналоговой вычислительной машины для расчета нижнего бьефа Новосибирской ГЭС рассказала Т. А. Филиппова (НЭТИ).

На семинаре рассматривались также следующие вопросы: неустановившееся движение в напорных системах (М. Т. Гладышев, А. А. Атавин, Г. П. Скребков, ИГ СО АН), расчет винтового потока в прямоосной трубе (Н. С. Хапилова, ИГ СО АН), математическое моделирование распределения потоков в сложных (кольцевых) гидравлических системах (В. Я. Хасилев, СибЭНИН), гидравлический расчет разветвленных тепловых сетей на основе их оптимизации (А. П. Меренков, СибЭНИН), расчет установившегося движения грунтовых вод (В. Г. Пряжинская, ИГ СО АН).

Со специальным сообщением об истории развития исследований неустановившихся потоков жидкости выступил В. А. Архангельский; О. Ф. Васильев сделал обзор современного состояния расчета неустановившихся движений за рубежом и краткое сообщение о работе X конгресса Международной ассоциации гидравлических исследований, состоявшегося 1—5 сентября с. г. в Лондоне.

Излагавшиеся в докладах численные методы подвергались детальному обсуждению и критическому анализу с учетом последних достижений вычислительной техники, в том числе в родственной области газовой динамики.

Участники семинара единодушно одобрили инициативу Института гидродинамики СО АН СССР, считая созыв семинара своевременным и соответствующим насущным задачам внедрения ЭВМ в гидравлические и гидрологические расчеты.

Семинар рекомендовал продолжать работу, ведущуюся в научно-исследовательских институтах, по развитию, уточнению и широкой проверке методов расчета на различных конкретных объектах. Целесообразно производить в дальнейшем сопоставление результатов расчетов, полученных разными методами, для одинаковых объектов с целью оценки точности и экономичности различных программ. Для облегчения использования составленных программ различными заинтересованными организациями решено организовать во ВНИИГе библиотеку программ гидравлических задач и регулярно публиковать в печатных изданиях ВНИИГа информации о новых программах.

Семинар в своем решении обратил внимание научно-исследовательских организаций не только на внедрение ЭВМ в практику гидравлических расчетов, но и на дальнейшее развитие вопросов теории неустановившихся потоков жидкости. Применительно к расчету неустановившихся движений первоочередными проблемами, требующими разработки, были признаны: 1) расчет прерывных волн, 2) расчет двумерных потоков (плановая задача), 3) расчет неустановившихся потоков на размываемом ложе, 4) изучение скоростного поля и гидравлических сопротивлений при неустановившемся движении.

Актуальными вопросами для расчетов неустановившегося движения в реках и речных системах являются расчет приточности по длине, определение характеристик шероховатости и расчеты для условий зимнего режима. В области расчетов движения воды в напорных потоках основной задачей является внедрение в проектную практику использования ЭВМ для реализации существующих методов расчета.

К настоящему времени в области гидравлики наиболее широкое применение ЭВМ получили при расчетах неустановившегося движения. Вместе с тем современная вычислительная техника недостаточно используется в гидрологии суши (расчеты стока, построение плана течений и др.), а также в некоторых разделах гидравлики (турбулентность потоков, гидродинамические нагрузки на элементы сооружений).

Принимая во внимание темпы развития вычислительной техники и насущную необходимость внедрения ЭВМ в практические расчеты, собравшиеся приняли решение о регулярном ежегодном созыве семинаров по исследованиям и расчетам неустановив-

шихся потоков с помощью ЭВМ. К этим семинарам будет приурочено и обсуждение вопросов применения ЭВМ к различным задачам гидравлики и гидрологии. Очередной семинар решено провести в конце 1964 г. в Москве, в Центральном институте прогнозов.

В заключение работы семинара его участники ознакомились с работой Института гидродинамики и Вычислительного центра СО АН СССР, побывали на Новосибирской ГЭС, осмотрели Академгородок.

Н. А. Притвиц.

ПЯТАЯ ВСЕСОЮЗНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ МЕТОДАМ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ

В сентябре 1963 г. Институт автоматизации и электротехники СО АН СССР в пятый раз была проведена Всесоюзная конференция по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Эта конференция, по существу, стала ежегодным съездом советских специалистов в области автоматического контроля и измерительной техники, на котором подводятся и обсуждаются основные итоги работы, вырабатываются мероприятия по улучшению координации деятельности научных коллективов и производственных предприятий, а также проводится широкий обмен мнениями. В 1963 г. в работе шести секций конференции принимали участие около 900 делегатов из 62 городов Советского Союза, представители 331 организации, высших учебных заведений, научно-исследовательских институтов, специализированных конструкторских бюро, промышленных предприятий. Сравнение этих цифр с аналогичными, относящимися к 1959 г. (370 делегатов из 38 городов и 69 организаций), свидетельствует о повышении интереса к работе конференции. Этот интерес вызван тем, что большое количество докладов, предложенных вниманию делегатов на пятой конференции, было посвящено наиболее важным и острым вопросам контроля и измерений. Среди них в первую очередь следует отметить вопросы, относящиеся к общей теории измерительных информационных систем.

В этой группе докладов обсуждались сферы применения информационного анализа измерительных систем, задачи, связанные с функционированием систем такого рода и их структурой, методы синтеза измерительных систем, обладающие свойствами адаптации, критерии оптимальности и методы синтеза оптимальных измерительных систем, их надежность и т. п. Важность научных работ в этом направлении, а также необходимость их расширения и координации были отмечены в решении пятой конференции.

Делегаты конференции сочли необходимым: 1) ходатайствовать перед Советом по кибернетике при Президиуме АН СССР о создании в составе Совета секции измерительных информационных систем, в которой целесообразно сосредоточить координацию работ в этой области; 2) просить Президиум АН СССР о скорейшем разрешении издания журнала «Измерительные информационные системы» Институтом автоматизации и электротехники СО АН СССР.

Во второй группе докладов рассматривались вопросы, связанные с развитием и совершенствованием электрических методов измерений, теорий электрических цепей, разработкой и исследованием цифровых измерительных приборов, с созданием измерительных приборов на базе использования ядерно-магнитного резонанса, расчетом и конструированием измерительных приборов для статистических исследований, с разработкой новых элементов измерительных устройств (в частности, с новыми видами датчиков и элементов коммутации). Ряд докладов был посвящен конкретным реализациям систем измерения и автоматического контроля. Некоторые из этих систем представляют несомненный интерес для научно-исследовательских работ и промышленного производства и могут быть рекомендованы для подготовки к серийному выпуску. В соответствии с просьбой председателя ГК по средствам автоматизации и системам автоматического управления СМ СССР, М. Е. Раковского конференция подготовила список аппаратуры, рекомендуемой для внедрения в серийное производство.

В настоящее время готовятся к печати труды конференции.

В. И. Рабинович.

ВЛАДИМИР ДМИТРИЕВИЧ КУЗНЕЦОВ



13 октября 1963 г. на 77-м году жизни скончался заслуженный деятель науки, Герой Социалистического Труда, действительный член Академии наук СССР, профессор Томского университета Владимир Дмитриевич Кузнецов.

Выдающийся ученый; автор уникального пяти-томного труда по физике твердого тела, Владимир Дмитриевич особенно дорог нам как основатель крупной научной школы в Сибири и как энтузиаст в деле развития высшего научно-технического образования на периферии страны.

Окончив в 1910 г. физико-математический факультет Петербургского университета, В. Д. Кузнецов в 1911 г. приехал в Томск, где приступил к научно-педагогической деятельности на кафедре физики первой высшей технической школы Сибири — Томского технологического института. Вскоре он принял деятельное участие в организации и работе Сибирских высших женских курсов — второго высшего государственного женского учебного заведения в России.

В 1917 г. в Томском университете был открыт физико-математический факультет, дальнейшая деятельность и развитие которого неразрывно связаны с именем В. Д. Кузнецова.

С установлением Советской власти в Сибири В. Д. Кузнецов сразу же примкнул к той прогрессивной части профессоров и преподавателей, которая без колебаний встала на сторону Советов и, преодолевая сопротивление реакции, повела борьбу за организацию и развитие высшего образования в советской республике. В этот период профессор В. Д. Кузнецов занимает в университете ответственные должности: члена правления ТГУ, заместителя ректора, декана физико-математического факультета, на котором он организует новые физические кафедры и специальности, учебные лаборатории, кабинеты, мастерские. Наряду с организацией и развитием дела образования и просвещения в Сибири В. Д. Кузнецов уже в это же время прилагает много усилий для широкой организации научных исследований и создания крупной сибирской школы физиков.

Еще не успели отгреметь громы гражданской войны, как В. И. Лениным была поставлена задач скорейшего создания научно-исследовательских центров не только в Москве и Петрограде, но и на периферии страны. Активную роль в решении этой важнейшей задачи в условиях далекой Сибири сыграл В. Д. Кузнецов.

В 1923 г. он принимает участие в создании научно-исследовательского института прикладной физики при Томском технологическом институте. Этот институт в 1928 г. был преобразован в первое крупное научно-исследовательское учреждение Сибири — в Сибирский физико-технический институт (СФТИ) при Томском университете. В. Д. Кузнецов принял самое горячее участие в организации института и был первым его директором.

В первые же годы в Сибирском физико-техническом институте широким фронтом были развернуты научные исследования в области физики твердого тела, электро- и радиофизики, оптики и спектроскопии.

Руководя работой СФТИ, В. Д. Кузнецов принимал активное участие в научных изысканиях в любимой им области — физике твердого тела, интерес к которой у него возник еще в стенах Томского технологического института под влиянием проф. Б. П. Вейнберга. Однако уже в двадцатых годах В. Д. Кузнецов начинает развивать собственные направления в физике твердого тела, группируя вокруг себя способную молодежь, и вскоре постановкой ряда принципиальных и тонких экспериментов завоевывает всеобщее признание как выдающийся ученый.

Поверхностная энергия и твердость, пластичность и прочность, кристаллизация и рекристаллизация, резание металлов, трение и износ металлов — вот те основные направления физики твердого тела, которые обязаны своим развитием В. Д. Кузнецову.

Работы по изучению поверхностной энергии кристаллов занимают значительное место в исследованиях В. Д. Кузнецова и могут считаться классическими. Экспериментально найденные им данные по абсолютному значению поверхностных энергий и их соотношений для различных граней кристаллов хорошо согласуются с теорией, а предложенный им метод скола для определения абсолютных значений поверхностной энергии кристаллов прочно вошел в технику и методику научного эксперимента. Такое же признание получил и разработанный им метод шлифования для определения относительного значения поверхностных энергий ионных кристаллов.

Поверхностную энергию кристаллов В. Д. Кузнецов удачно связывает с их твер-

достью и на основе этого дает блестящий анализ неясного до этого понятия твердости, показав, что ее можно характеризовать поверхностной энергией кристаллов, так как последняя связана с прочностью. Разработанный им для определения твердости маятниковый склерометр до сих пор широко используется в отечественных и зарубежных лабораториях. Впоследствии им был теоретически разработан и предложен для тех же целей другой метод — метод сверления, который также оправдал себя на практике.

Цикл работ В. Д. Кузнецова по пластичности имеет большое значение для решения вопросов, связанных с механической обработкой твердых тел. Из этого цикла следует особенно отметить исследования внутреннего трения твердых тел, влияния скорости деформирования на механические свойства металлов, а также разработку методов контроля качества металлов. Работами В. Д. Кузнецова, выполненными совместно с А. Н. Добровидовым, установлено, что для смещения критической области хрупкости в сторону низких температур необходимо произвести термическую обработку стали на сорбиту. В круг работ В. Д. Кузнецова по пластичности и прочности входят также практически важные исследования процесса бронепробиваемости, выполненные им в годы Великой Отечественной войны (результаты исследований обобщены в книге «Физика бронепробиваемости»).

Из работ В. Д. Кузнецова по кристаллизации особенно большое значение имеют исследования, позволившие разработать способы устранения столбчатой кристаллизации. Другая серия работ касается влияния примесей на число центров кристаллизации, скорость их роста и внешнюю гранку кристаллов. Особенно следует отметить серию исследований, направленных на реализацию новаторской идеи В. Д. Кузнецова о сверх-скоростном резании металлов. В настоящее время скоростное резание металлов инструментом с отрицательным передним углом широко распространено на заводах Советского Союза и приносит большую экономическую выгоду.

В последние годы В. Д. Кузнецов работал над вопросами трения и износа металлов. Под его руководством выполнены важные работы, направленные на выяснение физических процессов, происходящих при трении со смазкой и без смазки. Ряд непонятных до этого зависимостей коэффициента трения и износа от скорости, давления и температуры был объяснен на основе выдвинутой им идеи о влиянии наростов на параметры трения. В результате огромной научной работы был создан беспрецедентный в мировой науке труд-монография «Физика твердого тела». Кроме того, им написаны книги «Кристаллы и кристаллизация», «Поверхностная энергия твердых тел», «Физика бронепробиваемости», «Наросты при резании и трении», а также создан ряд руководств по физике учебно-педагогического характера. По результатам теоретических и экспериментальных исследований им опубликовано около 200 статей.

В 1934 г. проф. В. Д. Кузнецову была присуждена ученая степень доктора физико-математических наук без защиты диссертации. В том же году ВЦИК присваивает ему звание заслуженного деятеля науки. В 1946 г. он избирается членом-корреспондентом АН СССР, а в 1958 г. становится ее действительным членом.

В. Д. Кузнецов был одним из инициаторов создания Западно-Сибирского филиала АН СССР в Новосибирске, оказал большую помощь в его организации и принял непосредственное участие в работе его первых научных учреждений.

Разносторонняя научно-исследовательская, педагогическая и научно-организаторская деятельность В. Д. Кузнецова не мешала ему активно участвовать в общественной жизни. В течение многих лет он был депутатом городского Совета, председателем Томского областного комитета защиты мира, а с 1947 по 1951 г. — депутатом Верховного Совета РСФСР. В годы Великой Отечественной войны он был инициатором и одним из организаторов Томского комитета ученых по оказанию помощи промышленности, транспорту и сельскому хозяйству.

Партия и Советское правительство высоко оценили долголетнюю и плодотворную научную и общественную деятельность Владимира Дмитриевича Кузнецова, наградив его тремя орденами Ленина и присвоив ему высокое и почетное звание Героя Социалистического Труда.

Память о большом труженике науки надолго сохранится в сердцах тех, кто знал его.

*Акад. А. М. Лаврентьев, акад. Ю. Н. Работнов,
чл.-корр. АН СССР А. В. Ржанов, проф. А. А. Воробьев,
чл.-корр. АН СССР Ю. А. Кузнецов, проф. В. А. Соколов.*

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

Представляемые в журнал статьи должны излагать новые, еще не опубликованные результаты научных исследований, и конце работы должны содержаться краткие выводы.

Редакция просит авторов при подготовке статей руководствоваться изложенными ниже правилами. Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, редколлегией не рассматриваются.

1. На публикацию представляемых в редакцию материалов требуется письменное разрешение руководства организации, на средства которой проводились работы.

2. Размер статей, включая иллюстративный материал и библиографию, не должен превышать 15 стр. машинописи для работ проблемного характера и 10 стр. для научных сообщений, посвященных частным вопросам. Для кратких сообщений максимальный объем установлен 5 стр. машинописи.

3. Статья должна быть напечатана на пишущей машинке, без рукописных вставок и помарок, на одной стороне стандартного листа. Копия статьи должна быть обязательно печатается в двух экземплярах: один — в редакцию, второй — в редакцию издательства.

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
22	в формуле (1,12)	$+ \frac{\alpha U_n U_y - M}{0 U_n U_y} \cdot (1,12)$	$+ \frac{\alpha U_n U_y - M}{\delta U_n - U_y} \cdot (1,12)$
37	в формуле (10)	$Q \left(\frac{\psi^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\beta\gamma} \right) \cdot (10)$	$Q_1 \left(\frac{\psi^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\beta\gamma} \right) \cdot (10)$
49	3 снизу	$\leq \leq T 0 t$	$0 \leq t < T$
116	10 снизу	$\frac{a r a n}{\bar{p}} = 1 - v^2 \quad (3)$	$\frac{J a r a n}{\bar{p}} = 1 - v^2 \quad (3)$
132	формула (3)		

Известия Сибирского отделения АН СССР. № 2, вып. 1.
серия технических наук.

... формулах, подчеркивая заглавные буквы обводятся красным карандашом. Иллюстрации (фото) должны быть сделаны с хорошего негатива копировальной, допускается также плотная белая бумага. На абсциссе и ординате графиков должны быть указаны откладываемые величины и единицы их измерения.

Не рекомендуется рисунки и чертежи загромождать надписями, лучше детали рисунка заномеровать и дать расшифровку номеров в подрисунковой подписи.

Все иллюстрации к статье должны иметь сквозную нумерацию. Номера эти проставляются простым карандашом на каждом рисунке или чертеже, а также в рукописи на левом поле страницы, против соответствующего места в тексте (вклеивать иллюстрации в текст рукописи нельзя). Кроме того, на обороте каждого рисунка ставится название статьи и фамилия автора. В рукописи должна быть вложена опись иллюстраций (в 2 экземплярах) согласно их порядковой нумерации.

9. Авторы должны избегать повторения одних и тех же данных и таблиц, графиков и текстов статей.

10. Корректур дается авторам лишь для контроля. Стилистическая правка, допущения и сокращения в корректуре не допускаются. Нижегородским авторам корректура не высылается.

11. После опубликования статьи автор получает 25 отпечатков. Статьи направляются по адресу: Новосибирск, ул. Советская, 20, комн. 401.

Художественный редактор В. Г. Бурыкин
Технический редактор Т. К. Овчинникова
Корректоры: В. П. Шарбарина, М. А. Башкова

Подписано к печати 20 марта 1964 г. МП 00548. Бумага 70x100/16. 9 печ. л., 12,3 усл. печ. л., 13,2 уч.-изд. л. Тираж 1800.
Редакционно-издательский отдел Сибирского отделения Академии наук СССР, Новосибирск, Советская, 20. Заказ № 314. Типографии № 1 Полиграфиздата, Новосибирск, Красный проспект, 20.

Цена 70 коп.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

Представляемые в журнал статьи должны излагать новые, еще не опубликованные результаты научных исследований, в конце работы должны содержаться краткие выводы.

Редакция просит авторов при подготовке статей руководствоваться изложенными ниже правилами. Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, редколлегией не рассматриваются.

1. На публикацию представляемых в редакцию материалов требуется письменное разрешение руководства организации, на средства которой проводились работы.

2. Размер статей, включая иллюстративный материал и библиографию, не должен превышать 15 стр. машинописи для работ проблемного характера и 10 стр. для научных сообщений, посвященных частным вопросам. Для кратких сообщений максимальный объем установлен 5 стр. машинописи.

3. Статья должна быть напечатана на пишущей машинке, без рукописных вставок и помарок, на одной стороне стандартного листа. Как основной текст, так и подстрочные примечания, подрисовочные подписи, список литературы и т. д. обязательно печатаются через два интервала.

4. Рукописи и иллюстративный материал к ним представляются в двух экземплярах. Рукопись должна быть вычитана и подписана автором. Математические и структурные формулы должны быть тщательно вписаны в оба экземпляра рукописи.

5. Цитируемая в статье литература должна быть оформлена в виде общего списка в порядке цитирования, который помещается в конце статьи; в тексте ссылка на литературу отмечается порядковой цифрой в квадратных скобках, например [1].

6. Литература должна быть оформлена в следующем порядке: а) литература в списке дается на тех языках, на которых она издана; б) библиографические данные приводятся по титульному листу издания, все элементы библиографического перечня отделяются друг от друга запятыми; в) цифры, обозначающие том, выпуск, издание, страницы; ставятся после сокращенного слова, например, т. III, вып. 8, изд. 2.

Схема перечня библиографических данных:

Для книг: инициалы и фамилия автора, название книги, название издательства, место издания, год издания;

Для журналов: инициалы и фамилия автора, название статьи, название журнала, год, том, выпуск (т. III, вып. 7), номер. В работах по химии и соответствии с порядком, принятым в специализированных химических журналах, допускаются ссылки на работы, опубликованные в журналах, без названия статей.

7. Формулы, латинские, греческие и т. п. выражения следует давать только в случаях необходимости, вписывая их на машинке или от руки (темными чернилами или тушью) четко и ровно, чтобы не было никаких сомнений при чтении каждого знака.

Во избежание недоразумений нужно делать ясное различие между одинаковыми по начертанию заглавными и строчными буквами в формулах, подчеркивая заглавные буквы двумя черточками снизу. Греческие буквы обводятся красным карандашом.

8. Тоновые иллюстрации (фото) должны быть сделаны с хорошего негатива контрастной печатью. Штриховые же должны быть выполнены ровно наложенной тушью на кальке, допускается также плотная белая бумага. На абсциссе и ординате графиков должны быть указаны откладываемые величины и единицы их измерения.

Не рекомендуется рисунки и чертежи загромождать надписями, лучше детали рисунка занумеровать и дать расшифровку номеров в подрисовочной подписи.

Все иллюстрации к статье должны иметь сквозную нумерацию. Номера эти проставляются простым карандашом на каждом рисунке или чертеже, а также в рукописи на левом поле страницы, против соответствующего места в тексте (включать иллюстрации в текст рукописи нельзя). Кроме того, на обороте каждого рисунка ставится название статьи и фамилия автора. В рукописи должна быть вложена опись иллюстраций (в 2 экземплярах) согласно их порядковой нумерации.

9. Авторы должны избегать повторения одних и тех же данных в таблицах, графиках и тексте статей.

10. Корректур дается авторам лишь для контроля. Стилистическая правка, дополнения и сокращения в корректуре не допускаются. Иногородним авторам корректура не высылается.

11. После опубликования статьи автор получает 25 оттисков. Статьи направляются по адресу: Новосибирск, ул. Советская, 20, комн. 401.

Художественный редактор В. Г. Бурыкин
Технический редактор Т. К. Овчинникова
Корректоры: Е. П. Шарабарина, М. А. Башкова

Подписано к печати 20 марта 1964 г. МН 00548. Бумага 70x108/16. 9 печ. л., 12,3 усл. печ. л.,
13,2 уч.-изд. л. Тираж 1800.
Редакционно-издательский отдел Сибирского отделения Академии наук СССР. Новосибирск, Со-
ветская, 20. Заказ № 344. Типография № 1 Полиграфиздата. Новосибирск, Красный проспект, 20.

Цена 70 коп.

ПРОВОДИТСЯ ПОДПИСКА

на научный журнал

**ИЗВЕСТИЯ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК СССР**

В 1964 г. журнал выходит четырьмя сериями (общественные науки, техническая, химическая, биолого-медицинская), в течение года в каждой серии выйдет три номера объемом по 10 печ. л. Подписка принимается как по сериям, так и на журнал в целом.

В серии общественных наук будут публиковаться статьи по вопросам экономики, комплексного развития и размещения народного хозяйства Сибири и Дальнего Востока, рационального использования трудовых ресурсов, региональных особенностей организации труда и применения техники, экономики освоения новых предприятий и т. д., по вопросам истории, археологии и этнографии Сибири и Дальнего Востока; по вопросам филологии, в частности по проблемам языков народов Сибири.

В технической серии будут освещаться итоги научно-теоретических и экспериментальных исследований в области прикладной и теоретической механики, горного дела, энергетики и электротехники, металлургии, гидрофизики, радиоэлектроники, автоматизации и электрометрии и др.

Серия химическая предназначена для публикации работ, выполненных в химических институтах СО АН СССР, по неорганической, органической и физической химии, за исключением областей, обеспечиваемых специальными журналами СО АН СССР «Структурная химия», «Кинетика и катализ».

Серия биолого-медицинская будет освещать результаты новейших исследований по ботанике, лесоведению, зоологии, почвоведению, цитологии и генетике, по вопросам экспериментальной медицины (имеющим общеприкладное значение).

В журнале будут печататься также статьи методического и обзорного характера, критико-библиографические материалы.

Читатель найдет в журнале разностороннюю информацию о жизни научных учреждений Сибири и Дальнего Востока.

ПОДПИСНАЯ ЦЕНА ЖУРНАЛА

Серия общественных наук (3 номера в год) —	2 р. 10 к.
Серия техническая	" " "
Серия химическая	" " "
Серия биолого-медицинская	" " "
Цена полного комплекта журнала (12 номеров в год) —	8 р. 40 к.
Цена отдельного номера	70 коп.

Подписка принимается всеми отделениями Союзпечати и агентствами связи, а также магазинами «Академкнига».
Отдельные номера журнала могут быть высланы наложенным платежом. Заказы направлять в редакцию журнала (Новосибирск, Советская, 20, комн. 401).