

ИЗВЕСТИЯ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК
СССР

6

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ВЫПУСК 2

НОВОСИБИРСК

1964

СОДЕРЖАНИЕ

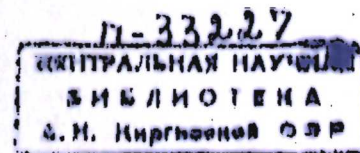
Б. М. Белов, Низковольтный стабилизатор напряжения на полупроводниковых элементах	3
О. В. Ольшевский, Г. Н. Самородов, Ограничение перенапряжений в построениях электропередач при однофазных замыканиях	9
Г. В. Воробьев, Устойчивость параллельной работы дальней электропередачи с последовательно-параллельными промежуточными подключениями	10
Г. А. Андреев, И. И. Калыцкий, Электрическая прочность некоторых углей Кузбасса	25
Б. А. Соломин, Некоторые особенности работы емкости в импульсных схемах инверсионного диапазона	30
Ю. Д. Троица, Исследование процессов перематививания в интенидных кристаллах железа	34
В. Г. Куган, О динамическом качестве реальных структур автоматического регулирования высокой точности	39
А. А. Атавин, О. Ф. Васильев, Численные методы расчета связанных колебаний вод и судов в шлюзах и наклонных судоподъемниках. Определение силового воздействия на судно	47
С. Е. Грещинцев, Предельное равновесие и ползучесть мерзлых грунтов при сложном напряженном состоянии	59
Ф. И. Стукин, Статистический метод оценки масштабного эффекта у льда	70
И. Д. Копанев, Характеристики переноса снега	80
Э. И. Григорюк, И. П. Чулков, Уравнения поля температур для трехслойных оболочек	88
В. Г. Сувернев, Малые собственные колебания трехслойных оболочек вращения	93
П. М. Алабужев, А. К. Зуев, А. М. Ярунов, Повышение к. п. д. смещенного куликовского механизма при постоянном нулевом угле давления	99
С. М. Жданов, Г. Б. Варварин, Автоматизация выявления ползунов на поверхности катания колес железнодорожных вагонов с помощью индикаторов	101
С. И. Смольянинов, С. Г. Маслов, Подъемные материалы из фрезерного тобика	112
Б. П. Дулевич, Неэлектронизированные	117
Г. В. Кривошеин, Получение квантовых генераторов	120
В. П. Чесноков, Стабильность	121
Р. Е. Ерды, Кристаллы	125
В. П. Ведрин, Прибор	128
А. К. Давыдов, Выходных величин потоков	139

ИЗВЕСТИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

6

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Вып. 2



РЕДАКЦИОННО-ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ОТДЕЛ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

1964

В. М. БЕЛОВ

НИЗКОВОЛЬТНЫЙ СТАБИЛИЗАТОР НАПРЯЖЕНИЯ НА ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

В качестве мощных источников образцового напряжения в измерительной практике широко применяются стабилизаторы на полупроводниковых элементах. Представляют интерес схемы, позволяющие получать выходные напряжения ниже опорного, однако работ, посвященных этому вопросу, крайне мало.

В настоящей статье изложены результаты разработки стабилизатора на выходное напряжение 1,5 в, который был использован в цифровом измерительном устройстве в качестве источника эталонного напряжения.

Не останавливаясь на принципе действия стабилизаторов, на выводах основных соотношений, которые достаточно полно изложены в работе С. Д. Додика [1], ограничим круг рассматриваемых вопросов следующими двумя:

1. Выясним возможности и особенности одной из известных схем низковольтных стабилизаторов в случае значительного превышения опорного напряжения над выходным ($\frac{U_{оп}}{U_{вых}} \geq 5$).

2. Сделаем попытку построения схемы таким образом, чтобы при минимальных затратах удовлетворялись следующие требования: а) регулировка величины напряжения осуществлялась от нуля; б) требования к стабильности напряжения дополнительного источника не были высокими; в) температурная нестабильность выходного напряжения была минимальной.

На рис. 1 изображена одна из возможных схем низковольтных стабилизаторов напряжения. Обозначения на схеме: T_1 , T_2 — соответственно регулирующий и усилительный транзисторы; $U_{вх1}$, $U_{оп}$, $U_{вх2}$ — соответственно напряжения питания стабилизатора, опорного и дополнительного источника; R_0 — сопротивление, предназначенное для компенсации выходного напряжения по току нагрузки (может отсутствовать); ТСД — токостабилизирующий двухполюсник, служащий нагрузкой усилителя постоянного тока [2]. Остальные обозначения понятны из приведенного рисунка.

Легко видеть, что в этой

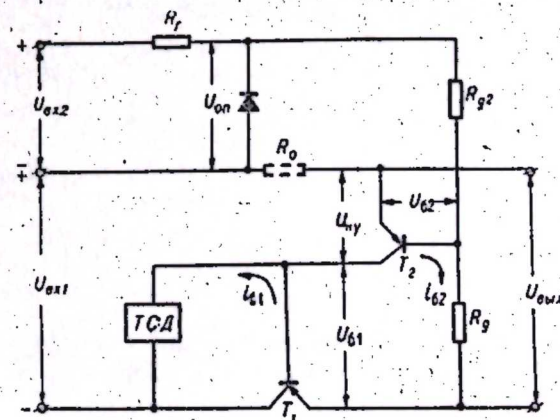


Рис. 1.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Акад. С. Л. Соболев (гл. редактор), чл.-корр. Т. Ф. Горбачев (зам. гл. редактора), д-р техн. наук Н. А. Желтухин, чл.-корр. К. Б. Карандеев (отв. редактор серии), д-р физ.-мат. наук Л. В. Киренский, д-р техн. наук К. Н. Коржавин, канд. техн. наук М. М. Савкин, д-р техн. наук В. К. Щербаков.

Адрес редакции: г. Новосибирск, ул. Советская, 20, комн. 401.

схеме выходное напряжение может быть меньше $U_{оп}$, выражается оно формулой

$$U_{вых} = U_{кУ} - U_{61}. \quad (1)$$

С другой стороны, как показано в [1],

$$U_{вых} = \frac{U_{оп}(1-n) + U_{62}}{n}, \quad (2)$$

где $n = \frac{R_{д2}}{R_{д1} + R_{д2}}$ — коэффициент делителя обратной связи.

Из формул (1) и (2) можно заключить, что минимальная величина $U_{вых}$ определяется, во-первых, рабочим напряжением $U_{кУ}$ и, во-вторых, напряжением базы U_{62} . Практически $U_{вых \min}$ лежит в пределах 0,6–0,8 в.

Существенным недостатком данной схемы является наличие дополнительного источника напряжения $U_{вх2}$, к стабильности которого нередко предъявляются весьма жесткие требования (известно, что в качестве $U_{вх2}$ часто приходится использовать многокаскадный параметрический стабилизатор или отдельный стабилизатор компенсационного типа).

Может быть предложена другая схема низковольтного стабилизатора, отличающаяся от предыдущей тем, что в прямом направлении между эмиттером усилительного транзистора и плюсом $U_{вых}$ включается стабилитрон (рис. 2).

Если напряжение на стабилитроне $U_{оп}$, то $U_{вых}$, очевидно, будет равно:

$$U_{вых} = U_{кУ} - U_{61} - U_{оп}. \quad (3)$$

Как видно из рис. 2, источником опорного напряжения в приведенной схеме является мостовой параметрический стабилизатор. Поэтому в данном случае опорным напряжением будет разность

$$U_{оп} = U_{оп} - U'_{оп}. \quad (4)$$

Напряжение на следящем делителе

$$U_x = \frac{U_{оп} + U_{62}}{n}, \quad (5)$$

при этом

$$U_{вых} = U_x - U_{оп}. \quad (6)$$

Совместное решение уравнений (4), (5) и (6) дает выражение для выходного напряжения стабилизатора

$$U_{вых} = \frac{U_{оп}(1-n) - U'_{оп} + U_{62}}{n}. \quad (7)$$

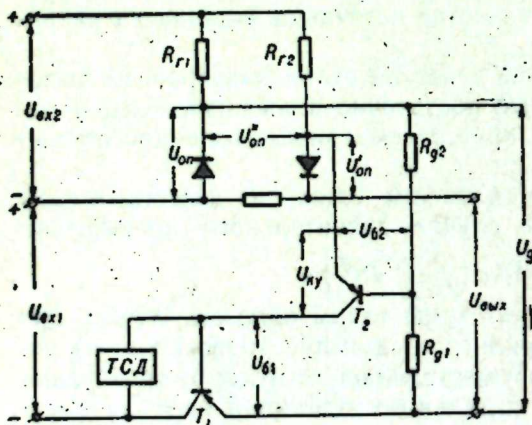


Рис. 2.

Величина выходного напряжения, как показывает сравнение уравнений (3) и (7), может быть как угодно малой. Действительно, если $U_{оп} = 8$ в, $U'_{оп} = 0,7$ в и $U_{62} = 0,2$ в, то при рабочем напряжении $U_{кУ} \approx 1$ в и $n \approx 0,9$ $U_{вых} = 0$.

Использование в качестве опорного источника мостового параметрического стабилизатора не позволяет избавиться от дополнительного источника $U_{вх2}$, однако требования к нему в отношении стабильности существенно снижаются. Известно, что в мостовом параметрическом стабилизаторе величина выходного напряжения вообще не зависит от $U_{вх2}$, если выполняется следующее условие [1]:

$$\frac{r_{дс1}}{R_{г1}} = \frac{r_{дс2}}{R_{г2}}. \quad (8)$$

Здесь $r_{дс1}$, $r_{дс2}$ — динамические сопротивления стабилитронов соответственно в обратном и прямом направлениях;

$R_{г1}$, $R_{г2}$ — гасящие сопротивления.

Таким образом, изменяя $R_{г1}$ или $R_{г2}$, можно добиться как перекompенсации, так и полной компенсации выходного напряжения*.

При разработке низковольтного стабилизатора неизбежно приходится сталкиваться с вопросом компенсации температурной нестабильности даже при сравнительно невысоких требованиях к стабильности выходного напряжения. В литературе [1] показано, что температурный коэффициент для схемы рис. 1 может быть выражен, как

$$\gamma = \frac{1}{n} [\gamma_{оп}(1-n) + \gamma_{U_{62}}]. \quad (9)$$

Здесь γ , $\gamma_{оп}$, $\gamma_{U_{62}}$ — абсолютные температурные коэффициенты соответственно выходного напряжения стабилизатора, опорного напряжения $U_{оп}$ и напряжения базы U_{62} . Уравнение (9) не учитывает температурных изменений базовых токов i_{61} и i_{62} , а также напряжения U_{61} , поскольку в большинстве случаев влиянием $\gamma_{i_{61}}$, $\gamma_{i_{62}}$ и $\gamma_{U_{61}}$ в отличие от $\gamma_{оп}$ и $\gamma_{U_{62}}$ можно пренебречь (например, если применить схему двойного или тройного составного регулирующего транзистора, а делитель обратной связи выбрать низкоомным).

Для создания опорного напряжения $U_{оп}$ обычно используются кремниевые стабилитроны, имеющие, как известно, положительный температурный коэффициент $\gamma_{оп}$, который лежит в пределах 5,5–12,5 мВ/°С в зависимости от типа стабилитрона. Эмиттерный переход транзистора с точки зрения изменения напряжения в зависимости от температуры эквивалентен простому диодному $p-n$ -переходу, для которого абсолютный температурный коэффициент отрицателен и равен примерно 1,5–2,5 мВ/°С. Это означает, что для любых значений $\gamma_{оп}$ и $\gamma_{U_{62}}$ можно найти n , при котором $\gamma = 0$. Из уравнения (9) следует условие равенства нулю абсолютного температурного коэффициента выходного напряжения

$$\gamma_{оп}(1-n) = -\gamma_{U_{62}}. \quad (10)$$

* Следует иметь в виду, что для нашего случая выражение (8) не является вполне точным, так как не учитывает сопротивления следящего делителя, нагружающего $U_{оп}$.

Учитывая, что напряжения стабилитронов лежат в пределах 7;-14 в [1], а также используя уравнение (2), нетрудно определить крайние значения $U_{\text{вых min}}$ и $U_{\text{вых max}}$, т. е. интервал выходных напряжений, внутри которого принципиально можно получить $\gamma = 0$ без принятия специальных мер компенсации. При этом требуется индивидуальный подбор стабилитрона с температурным коэффициентом, удовлетворяющим уравнению (10) при данных n и $\gamma_{U_{02}}$. В результате расчета получим $U_{\text{вых min}} = 2$ в и $U_{\text{вых max}} = 6$ в.

Исходя из сказанного выше, можно утверждать, что для схемы рис. 1 всегда $\gamma > 0$, если $U_{\text{вых}} > 6$ в, и $\gamma < 0$, если $U_{\text{вых}} < 2$ в. Нас интересует второй случай, т. е. когда $\gamma < 0$.

Компенсация температурной нестабильности выходного напряжения при $\gamma < 0$ осуществляется, как правило, включением $p-n$ -переходов в верхнее плечо следящего делителя [1]. При этом необходимое количество стабилитронов N_x определяется выражением

$$N_x = \frac{\gamma_{\text{оп}}(1-n) + \gamma_{U_{02}}}{\gamma_{\text{пр}}(1-n)} \quad (11)$$

Однако можно показать, что при достаточно малых величинах $U_{\text{вых}}$ применение данного способа термокомпенсации не всегда целесообразно, а иногда и невозможно без существенного усложнения схемы.

В самом деле, пусть требуется построить стабилизатор с $U_{\text{вых}} = 1$ в. Для создания $U_{\text{оп}}$ выберем кремниевый стабилитрон типа Д808, имеющий малую величину динамического сопротивления $r_{\text{дс}}$ и малый температурный коэффициент $\gamma_{\text{оп}}$. Принимая $U_{\text{оп}} = 8$ в, $U_{02} = 0,2$ в, $\gamma_{\text{оп}} = 5,5$ мВ/°С и $\gamma_{\text{пр}} = -2$ мВ/°С, находим $n = 0,91$ и по формуле (11) $N_x = 8$.

Итак, в верхнее плечо делителя необходимо включить 8 $p-n$ -переходов. Значительно усложнив таким образом схему, мы неизбежно снижаем коэффициент передачи сравнивающего делителя, а следовательно, и общую стабильность схемы.

Схема, изображенная на рис. 2, позволяет в значительной степени упростить компенсацию температурной нестабильности стабилизатора. Для температурного коэффициента ее выходного напряжения можно записать следующее выражение:

$$\gamma = \frac{1}{n} [\gamma_{\text{оп}}(1-n) + \gamma_{U_{02}} - \gamma'_{\text{оп}}] \quad (12)$$

$\gamma_{U_{02}}$ и $\gamma'_{\text{оп}}$ входят в выражение (12) с противоположными знаками, а влияние $\gamma_{\text{оп}}$ ослабляется в $(1-n)$ раз, поэтому термокомпенсация выходного напряжения становится возможной без применения дополнительных средств. При достаточно высоких требованиях к температурной стабильности $U_{\text{вых}}$ необходим, естественно, индивидуальный подбор стабилитронов по их температурному коэффициенту. Кроме того, возможна точная настройка температурной компенсации при использовании существенной зависимости $\gamma'_{\text{оп}}$ от протекающего через $p-n$ -переход тока.

На рис. 3 представлена построенная и испытанная в лаборатории схема стабилизированного источника питания со следующими номинальными данными: а) $U_{\text{вых}} = 1,5$ в; б) ток нагрузки $I_n = 0-200$ мА.

Как видим, реальная схема стабилизатора несколько сложнее принципиальной, изображенной на рис. 2. Отличие заключается прежде все-

го в том, что регулирующий элемент выполнен в виде составного транзистора ($T_2-T_3-T_4$). Сопротивления R_6 и R_7 задают режим для T_2 и T_3 .

Усилитель постоянного тока выполнен на транзисторе T_5 . Нагрузкой его является токостабилизирующий двухполюсник на T_1 , имеющий, как известно, большое выходное сопротивление (порядка нескольких сотен килоом). Это позволяет избавиться от одного дополнительного источника при сохранении высокого коэффициента усиления усилительного каскада.

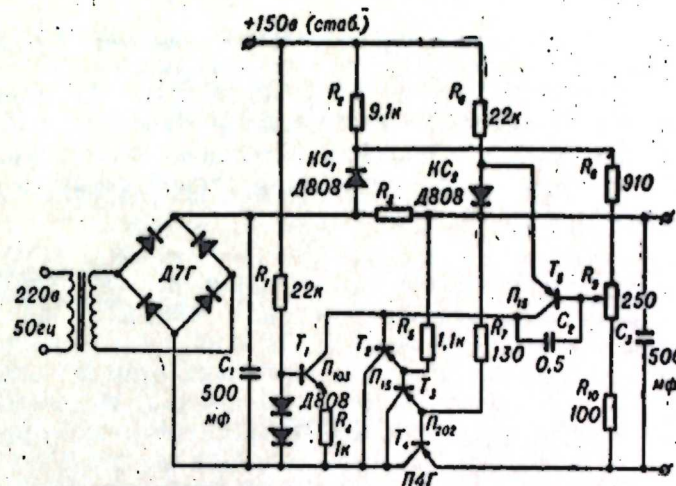


Рис. 3.

Конденсатор C_2 , включенный между коллектором и базой T_5 , служит для устранения паразитной высокочастотной генерации, возникающей вследствие сильной связи между цепями сравнения и регулирования.

Опорное напряжение для схемы сравнения создается в диагонали моста на стабилитронах $КС_1$ и $КС_2$, включенных в разных направлениях. Мостовая схема питается от отдельного источника (следует отметить, что для этого был использован электронный стабилизатор, предназначенный главным образом для других целей и находящийся в том же измерительном устройстве, что и наш стабилизатор, поэтому в данном случае применение в качестве $U_{\text{вх2}}$ стабилизированного источника оправдано).

В стабилизаторах, предназначенных для относительно больших и изменяющихся в широких пределах токов нагрузки, для уменьшения выходного сопротивления целесообразно вводить дополнительную обратную связь по току. В схеме на рис. 3 такая связь осуществлена посредством сопротивления R_3 .

Специальных мер для компенсации температурной нестабильности не принималось, если не считать общих (выбор низкоомного делителя из манганина, размещение стабилитронов и усилительного транзистора в отдельную коробочку и т. п.).

Для подтверждения полученных результатов макет был испытан в различных условиях. Наибольший интерес представляют следующие основные показатели качества стабилизатора: τ — время установления (в мин.) выходного напряжения с точностью 0,1% после включения стабилизатора в сеть; δ_U , δ_I , δ_t — установившиеся относительные отклонения выходного напряжения (в %) соответственно: а) при изменениях напряжения сети на $\pm 10\%$; б) при изменении тока нагрузки от $I_n = 0,2$ А

до $I_{II} = 0$; в) при изменениях температуры окружающей среды от 15 до 45°С.

Численные значения этих показателей следующие:

Напряжение	1,5 в
ϵ	1,5 мин
δU	$\pm 0,005\%$
δI	0,01%
δt	0,015%

Из этих данных следует, что суммарная нестабильность исследованного макета составляет 0,03%, что равноценно нестабильности нормального элемента 3-го класса. Если же принять во внимание, что описанный полупроводниковый стабилизатор способен работать при больших токах нагрузки и в широком интервале температур, становится очевидной перспективность применения данной схемы в различных измерительных устройствах.

Институт автоматики
и электротехники
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила
в редакцию 20/VI 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Д. Додик. Полупроводниковые стабилизаторы напряжения и тока. Изд-во «Советское радио». М., 1962.
2. И. М. Гершуни, А. Н. Караулов. Стабилизатор напряжения на полупроводниковых элементах.— В сб.: «Цифровая техника и вычислительные устройства», вып. 3. М., Изд-во АН СССР, 1962.

О. В. ОЛЬШЕВСКИЙ, Г. И. САМОРОДОВ

ОГРАНИЧЕНИЕ ПЕРЕНАПРЯЖЕНИЙ В НАСТРОЕННЫХ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧАХ ПРИ ОДНОФАЗНЫХ ЗАМЫКАНИЯХ

Линия с полуволновой или рядом с ней лежащей характеристикой представляет собой контур, точно или приблизительно настроенный на частоту питающего напряжения. Отсюда вытекают прямые резонансные свойства такой линии, приводящие при линейных параметрах электропередачи к возникновению исключительно высоких перенапряжений в режимах коротких замыканий [1, 2]. Вместе с тем это строго справедливо лишь для симметричных повреждений, когда режим повреждения целиком определяют параметры прямой последовательности. Несимметричные нарушения нормальной работы электропередачи отличаются большим разнообразием характеристик, зависящих в первую очередь от вида повреждения, схемы доаварийного режима, параметрами отдельных последовательностей, особенно нулевой последовательности.

Волновые параметры нулевой последовательности существенно отличаются от параметров прямой или обратной последовательности. Можно считать, что волновое сопротивление нулевой последовательности примерно в 2,5 раза, коэффициент затухания в 5 раз; коэффициент фазы в 1,5 раза больше, чем прямой последовательности.

Отсюда вытекает, что при несимметричных повреждениях резонансные явления не ограничиваются двумя точками, как при трехфазных замыканиях, а имеют более сложный характер. Это, в частности, обусловлено возможностью резонанса в отдельности каждой симметричной составляющей или же резонанса всех действующих последовательностей, когда в результате взаимокompенсации суммарное входное сопротивление схемы замещения становится равным нулю.

Первый вид резонанса можно назвать локальным, второй — полным. В случае однородной линии без активных потерь, соединяющей две системы бесконечной мощности, входное сопротивление прямой последовательности в точке замыкания равно бесконечности, в то время как входное сопротивление нулевой последовательности конечно. Здесь полный резонанс невозможен. Учет активных потерь линии и реальных параметров системы меняет характеристики однофазного короткого замыкания таким образом, что возможность появления полного резонанса становится вполне реальной. Однако, в отличие от других видов повреждения однофазное замыкание в точке полного резонанса не вызывает чрезмерных перенапряжений. Это результат влияния значительных активных потерь в контуре нулевой последовательности, которые, как уже говорилось, в среднем в 5 раз превышают активные потери схемы прямой последовательности. Особенности характеристик однофазного короткого замыкания можно проиллюстрировать на примере схемы настройки с линией 2000 км (рис. 1). Предполагалось, что приемная система входит в схему линии лишь параметрами понизительных

трансформаторов. Параметры линии прямой и обратной последовательности принимались равными:

$$r_1 = 0,011 \text{ ом/км};$$

$$x_1 = 0,253 \text{ ом/км};$$

$$b_1 = 4,45 \cdot 10^{-6} \text{ сим/км};$$

параметры нулевой последовательности:

$$r_0 = 0,161 \text{ ом/км};$$

$$x_0 = 0,945 \text{ ом/км};$$

$$b_0 = 3,02 \text{ сим/км}.$$

Влияние короны не учитывалось, хотя ее защитный эффект значителен вследствие того, что перенапряжения охватывают большую часть длины линии.

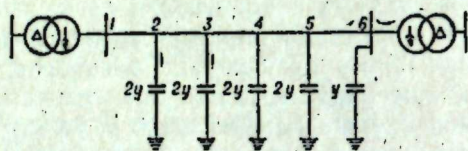


Рис. 1. Схема настроенной электропередачи.

Как известно, метод симметричных составляющих позволяет расчет несимметричной схемы свести к расчету трех симметричных схем. Определив входные сопротивления для схем прямой и нулевой последовательностей в точке замыкания, можно найти симметричные составляющие напряжения в этой точке. Выделив нормальный режим, найдем аварийные составляющие в месте повреждения.

Дальнейшая задача сводится к распределению аварийных составляющих вдоль линии. Накладывая для ряда точек линии на аварийные составляющие напряжения нормального режима, находим действительное распределение вдоль линии напряжения для различных фаз при однофазном замыкании в данной точке. Таким образом рассчитывается ряд точек. Учет распределенности параметров линии, наличие потерь и сосредоточенных настраивающих устройств делают эти расчеты трудоемкими. Поэтому такие расчеты лучше проводить на цифровых вычислительных машинах.

Кривые входных сопротивлений в точке однофазного замыкания в зависимости от места повреждений приведены на рис. 2, 3. На рис. 4 — кривые максимальных напряжений, соответствующие отдельным точкам замыкания.

Как вытекает из приведенных зависимостей, полный резонанс, определяемый условием

$$2x_1 + x_0 = 0, \quad (1)$$

наступает при повреждении линии в точках 0,26 и 0,76 l, где модуль входного реактивного сопротивления прямой последовательности имеет еще сравнительно большое значение. При ограничении токов резонансного

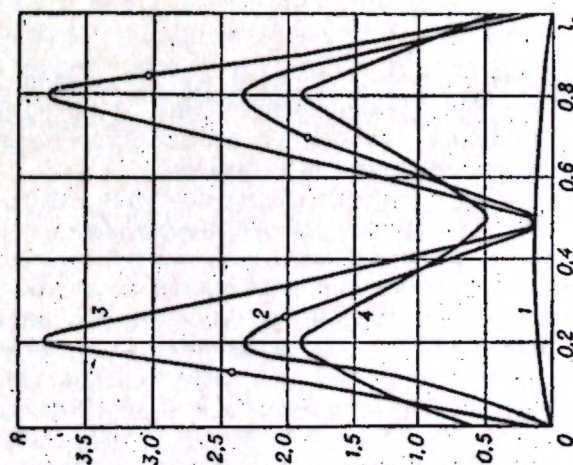


Рис. 2. Кривые распределения вдоль линии активных составляющих входного сопротивления.
1 — прямая последовательность; 2 — нулевая последовательность; 3 — нулевая последовательность при $x_0 = 0,11$ в нейтралах трансформаторов; 4 — нулевая последовательность при $x_0 = 0,17$ и $x_0 = 0,11$ в нейтралах трансформаторов; 0 — резонансные точки.

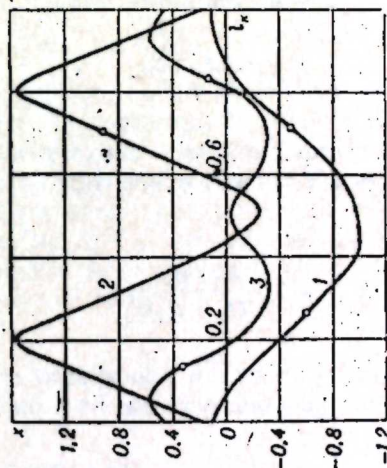


Рис. 3. Кривые распределения вдоль линии реактивных составляющих входного сопротивления.
1 — прямая последовательность; 2 — нулевая последовательность; 3 — нулевая последовательность при $x_0 = 0,11$ в нейтралах трансформаторов; 0 — резонансные точки.

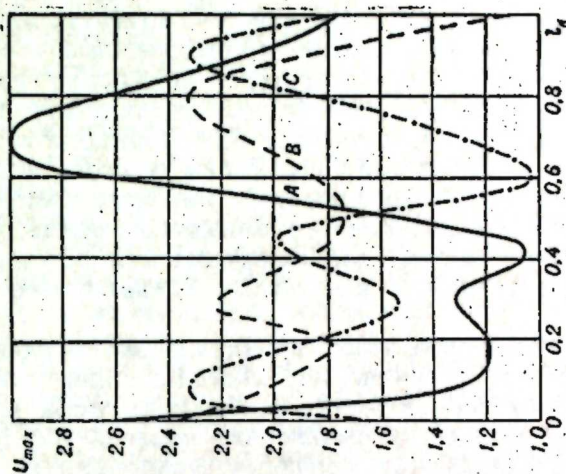


Рис. 4. Кривые максимальных напряжений в зависимости от точки короткого замыкания.

короткого замыкания лишь активными параметрами прямой последовательности напряжение на линии может достигнуть практически недопустимого уровня. Однако активное сопротивление нулевой последовательности резко ограничивает амплитуду напряжения до $3,0 U_{\phi}$ и меньше. Характерно, что напряжение на всех фазах лежит на уровне $2,0 U_{\phi}$, за исключением фазы A , в которой при резонансном коротком замыкании напряжение доходит до $3,0 U_{\phi}$. Таким образом, из хода кривых следует, что возможно существенное снижение максимального уровня перенапряжений. Очевидно, этого можно достигнуть регулированием параметров цепи нулевой последовательности за счет включения дополнительных активных и реактивных сопротивлений. Можно идти двумя путями.

Первый путь состоит в том, чтобы принципиально исключить возможность возникновения резонансных явлений. Для достижения безрезонансного режима электропередачи необходимо, чтобы кривая реактивной составляющей входных сопротивлений нулевой последовательности располагалась в нижней полуплоскости отрицательных сопротивлений и не пересекала ось абсцисс. Результирующее входное сопротивление последовательности можно записать так:

$$Z = \frac{Z_n \cdot Z_a}{Z_n + Z_a}, \quad (2)$$

где Z_n и Z_a — входные сопротивления соответственно с правой и левой стороны схемы относительно места повреждения, или иначе

$$Z = \frac{B_n \cdot B_a}{B_n D_n + B_n D_a}. \quad (3)$$

Знаменатель в этом выражении равен коэффициенту B матрицы всей схемы электропередачи относительно точки приложения питающего напряжения. Поэтому

$$Z = \frac{B_n \cdot B_a}{B}. \quad (4)$$

Отсюда видно, что изменение входного сопротивления последовательности с перемещением места повреждения зависит лишь от коэффициентов B справа и слева от точки замыкания схемы электропередачи, поскольку знаменатель остается величиной неизменной.

Для рассматриваемой схемы распределение коэффициентов B_n и B_a вдоль цепи прямой последовательности достаточно близко к синусоиде. Значительные активные потери в цепи нулевой последовательности несколько меняют этот закон, но для реактивной составляющей B синусоидальное распределение остается справедливым. Это дает основание сформулировать положение, что неизменность отрицательного знака входного сопротивления может быть достигнута лишь при одновременном изменении знака коэффициентов B_n и B_a . Вместе с тем сдвиг точки изменения знака входного сопротивления нулевой последовательности в сторону больших значений входных сопротивлений прямой последовательности может исключить полный резонанс, но, видимо, для этого потребуются мощные дополнительные устройства в нейтральных трансформаторов или конденсаторных батарей.

Второй путь регулирования параметров нулевой последовательности с целью снижения перенапряжений состоит в том, чтобы довести активную составляющую входного сопротивления до максимальных значений в точке полного резонанса. Это достигается включением дополнительных активных или реактивных сопротивлений в нейтраль обмотки электропередачи.

Прежде всего на примере схемы, приведенной на рис. 1, рассмотрим, как влияет включение активных сопротивлений в нейтраль настраивающих батарей конденсаторов на результирующее входное сопротивление (использование индуктивных сопротивлений в этом случае вряд ли целесообразно из-за опасности возникновения резонансных явлений непосредственно в цепи конденсаторных батарей).

Выразим активную составляющую входного сопротивления нулевой последовательности как функцию активной проводимости g_0 нейтральных настраивающих устройств в точке 5 , находящейся в окрестностях точки полного резонанса. Не останавливаясь на предварительных операциях, приведем окончательное выражение этой функции:

$$R_0 = \frac{k_1 + k_2 g_0}{k_3 + k_4 g_0 + k_5 g_0^2}. \quad (5)$$

Экстремум этой функции лежит в области отрицательных значений. Следовательно, включение активных сопротивлений в данном случае не может служить эффективной мерой по снижению перенапряжений.

Иначе обстоит дело при заземлении нейтрали повышающего и понижающего трансформаторов электропередачи через индуктивное сопротивление. Функция активной составляющей входного сопротивления от дополнительного индуктивного сопротивления нейтрали трансформаторов при условии, что эти сопротивления одинаковы, имеет вид:

$$R_0 = \frac{k_1 + k_2 x_0 + k_3 x_0^2}{k_4 + k_5 x_0 + k_6 x_0^2 + k_7 x_0^3 + k_8 x_0^4}. \quad (6)$$

Графически эта зависимость приведена на рис. 5. С повышением индуктивного сопротивления в нейтральных трансформаторов R_0 заметно возрастает и при $x_0 = 0,11$ достигает максимума. Дальнейшее увеличение x_0 не дает желаемого эффекта. Таким образом, включение дополнительной индуктивности в нейтраль трансформаторов позволяет довести R_0 до значений, превосходящих в 1,5 раза значение R_0 в нерегулируемой цепи электропередачи.

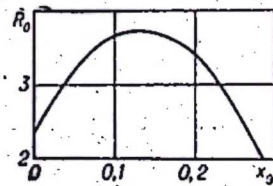


Рис. 5. Изменение R_0 в зависимости от индуктивного сопротивления в нейтральных трансформаторов.

Все сказанное выше касалось лишь одного места повреждения, близкого к точке полного резонанса. Рассмотрение явлений в других точках замыкания также свидетельствует о благоприятном эффекте регулирования параметров цепи нулевой последовательности с помощью включения дополнительных индуктивных сопротивлений. Подтверждением этому служат кривые распределения активной и реактивной составляющих входного сопротивления нулевой последовательности вдоль линии (рис. 2, 3). Новая кривая активной составляющей входного со-

противления практически подобна кривой цепи без регулирования параметров нулевой последовательности; расположения максимумов и минимумов кривых совпадают, но в первом случае, как уже упоминалось, максимум кривой в 1,5 раза выше.

Кривая распределения реактивных составляющих в регулируемом варианте схемы существенно деформируется, большая часть ее переходит в область отрицательных значений. Повреждения на линии, соответствующие полному резонансу, соответствуют теперь точкам 0,13 и 0,831, вместо 0,26 и 0,761. Резонансные точки сдвигаются на противоположные ветви кривой активных составляющих входного сопротивления; огибая ее максимум. Поэтому возможен случай, когда следует включить меньшее значение индуктивного сопротивления, чем соответствующие максимальному значению активной составляющей входного

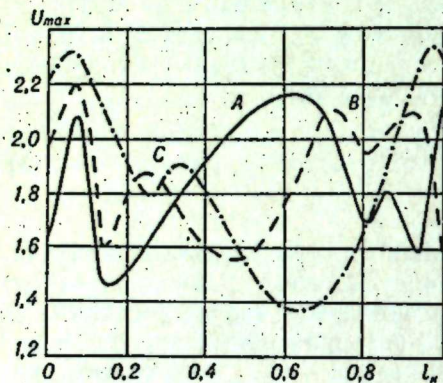


Рис. 6. Кривые максимальных напряжений при включении в нейтраль трансформаторов оптимального индуктивного сопротивления.

сопротивления. При этом обеспечивается совпадение точки полного резонанса с максимумом кривой R_0 . Однако при этом вряд ли можно добиться дополнительного эффекта в отношении снижения перенапряжений, поскольку точка полного резонанса оказывается не самой опасной, что хорошо видно из кривых максимальных повышений напряжения для поврежденной (A) и неповрежденных (B, C) фаз (рис. 6). Эти кривые имеют более ровный характер, чем в случае отсутствия индуктивного сопротивления в нейтрали трансформаторов. Максимальная величина перенапряжений не превышает $2,3 U_{\phi}$. Полученный эффект

снижения перенапряжений почти на 25% достаточно ощутим. При этом наибольшую амплитуду перенапряжений дают неповрежденные фазы. Рассматривался также вариант одновременного включения в нейтраль трансформаторов активного и реактивного сопротивлений. Однако, как и в случае добавления активного сопротивления в нейтраль конденсаторных батарей, такое включение дает отрицательный результат. Максимальное значение активной составляющей входного сопротивления заметно понижается (см. рис. 2). Пока трудно делать окончательные выводы, но, вероятно, сосредоточенное активное сопротивление в цепи нулевой последовательности уменьшает результирующее активное сопротивление. Если это так, то оптимальную структуру цепи нулевой последовательности следует искать в области изменения реактивных параметров. Не исключено, что наименьшую кратность перенапряжений могут дать устройства с нелинейными или релейными характеристиками.

Рассмотренный пример, иллюстрирующий принципиальную возможность ограничения повышения напряжений в настроенной электропередаче, далеко не охватывает в этом отношении всех вариантов регулирования параметров нулевой последовательности. Конечно, было бы заманчиво добиться при однофазных коротких замыканиях настроенной электропередачи перенапряжений, лежащих ниже уровня $2,0 U_{\phi}$. Это дало бы возможность при наиболее вероятном повреждении линии, каким является однофазное замыкание, отказаться от принудительного ограничения перенапряжений [3].

В заключение следует отметить, что рассмотрение установившихся неполнофазных повреждений не исчерпывает полного анализа затронутого вопроса, так как нельзя не считаться с характером переходного процесса в линии электропередачи. Но предварительное исследование неустановившегося режима электропередачи дает основание говорить о быстром затухании волновых явлений вследствие значительных активных потерь в цепи нулевой последовательности. Поэтому к моменту отключения однофазного короткого замыкания, видимо, в большинстве случаев придется иметь дело с вынужденными составляющими переходного процесса. Не исключено, что в отдельных точках замыкания переходные кривые напряжения будут соответствовать биениям близлежащих частот, что даст несколько большие перенапряжения, чем было указано выше при анализе установившихся режимов.

ВЫВОДЫ

1. Однофазные короткие замыкания настроенных электропередач вследствие больших активных потерь в цепи нулевой последовательности приводят к значительно меньшим перенапряжениям, чем при других видах повреждений линии.

2. Имеется практическая возможность принудительного ограничения перенапряжений при однофазных замыканиях до уровня порядка $2,0 U_{\phi}$ путем изменения параметров цепи нулевой последовательности.

3. Предварительные данные показывают, что в случае ограничения перенапряжений путем увеличения активной составляющей входного сопротивления цепи нулевой последовательности наиболее эффективно включение реактивных элементов в нейтраль оборудования электропередачи.

Сибирский научно-исследовательский институт энергетики,
Новосибирск

Поступила в редакцию
30/IX 1963

ЛИТЕРАТУРА

- О. В. Ольшевский, В. К. Щербаков. Симметричные короткие замыкания настроенных электропередач. — Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1959, № 6.
- В. П. Фотин. Повышения напряжений в длинных линиях при несимметричных коротких замыканиях на землю. Госэнергоиздат, 1958.
- О. В. Ольшевский, Б. И. Ковалев. Экспериментальное исследование схемы шунтирования настроенной электропередачи, как средства ограничения перенапряжений. — Сб.: «Передача электроэнергии на расстояния 1500—3000 км». Новосибирск, 1963.

Г. В. ВОРОБЬЕВ

УСТОЙЧИВОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ДАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ
С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ
ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ПОДКЛЮЧЕНИЯМИ

Для дальних электропередач характерны колебания напряжения в промежуточных точках при изменении режима передаваемой мощности. Эти колебания тем больше, чем длиннее магистраль и чем больше изменения ее нагрузки*. Непостоянство напряжения в промежуточных точках ЛЭП — одна из причин, затрудняющих совместную работу длинной линии с промежуточными системами. Режим напряжения в промежуточных системах должен быть достаточно стабильным и независимым от режима работы линии. Поэтому возможность осуществления промежуточных присоединений к дальним электропередачам определяется прежде всего возможностью стабилизации вторичного напряжения устройства, связывающего электропередачу с промежуточной системой.

Одним из возможных методов стабилизации вторичного напряжения схемы связи является его «отстройка» от режима напряжения линии в месте подключения к ней промежуточной системы. «Отстройку» можно получить, если схему связи выполнить из двух отдельных элементов, режимы вторичного напряжения которых представляют собой различные линейные функции напряжения и тока некоторой исходной точки (точка настройки), принимаемой за основу. За точку настройки желательно принимать точку со стабильным режимом напряжения, например шины приемной системы. Принцип параметрической отстройки схемы связи состоит в подборе параметров образующих ее элементов таким образом, чтобы во вторичном напряжении, являющемся суммой (разностью) вторичных напряжений ее элементов, встречно скомпенсировались составляющие напряжения, пропорциональные току в точке настройки. Результирующее вторичное напряжение схемы связи становится при этом зависимым только от напряжения этой точки и, если точка настройки имеет стабильный режим напряжения, режим вторичного напряжения холостого хода схемы связи также будет стабильным, независимо от режима напряжения магистрали в точке подключения к ней промежуточной системы.

В качестве составляющих двухэлементной схемы могут быть использованы трансформаторы, автотрансформаторы, реактивные сопротивления, включаемые в различных сочетаниях. В зависимости от метода их связи с линией различаются дважды-параллельное**, дважды-последова-

* Здесь не рассматриваются электропередачи, напряжение в промежуточных точках которых стабилизируется с помощью регулируемых устройств поперечной компенсации.

** Дважды параллельная трансформаторная схема связи предложена В. К. Халевниным.

тельное и последовательно-параллельное исполнения двухэлементной схемы связи.

Схему связи удобно составить из двух магнитно-независимых трансформаторов, один из которых включается в линию последовательно, а другой подключается к ней параллельно (рис. 1). При неизменности параметров \dot{B}_n и \dot{D}_n линии и выборе коэффициентов трансформации по условиям:

$$k_c = k \frac{\dot{B}_n}{z_c}; \quad (1a)$$

$$k_n = -k \dot{D}_n \quad (16)$$

$$k_c = k \frac{\text{Im } \dot{B}_n}{x_c}, \quad (2a)$$

$$k_n = -k \cdot \text{Re } \dot{D}_n^* \quad (26)$$

или

последовательно-параллельная трансформаторная схема связи обеспечивает равенство (при идеальной отстройке) или практическое равенство (при неидеальной отстройке) вторичного напряжения холостого хода схемы связи напряжению точки настройки по модулю и фазе. Присоединение промежуточной системы через последовательно-параллельную схему связи к линии практически эквивалентно ее присоединению непосредственно к точке настройки через сопротивление z_i (сопротивление связи), величина которого определяет пропускную способность данной схемы связи [1, 2].

Отстройка промежуточной системы от режима напряжения магистрали одновременно обеспечивает ее отстройку и от режимов всех других отстроенных от линии промежуточных подключений. Это непосредственно вытекает из уравнений

$$\dot{U}_i = A_i \dot{U}_0 + \dot{B}_i \left(\dot{I}_0 + \sum_{k=1}^{k=m} \dot{I}_{06k} \right); \quad (3a)$$

$$\dot{I}_i = C_i \dot{U}_0 + \dot{D}_i \left(\dot{I}_0 + \sum_{k=1}^{k=m} \dot{I}_{06k} \right); \quad (36)$$

описывающих режимы напряжения и тока вдоль электропередачи, имеющей n идеально отстроенных промежуточных подключений [3].

Идеальная отстройка характеризуется равенством бесконечности взаимных сопротивлений между взаимно отстроенными системами. В этом легко убедиться, определив их для системы, состоящей из магистральной электропередачи и n идеально от нее отстроенных промежуточных подключений (рис. 2, а).

Определим параметры такой системы для наиболее реального случая, когда точкой настройки являются шины приемной системы. Замкнув накоротко и соединив между собой вторичные зажимы всех схем

* Выполнение условий (1a), (16) обеспечивает идеальную отстройку схемы связи. Условия (2a), (26) соответствуют неидеальной ее отстройке [1].

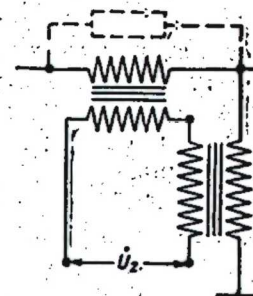
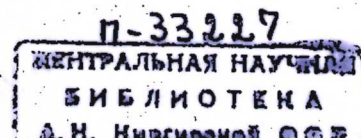


Рис. 1.



связи и точку настройки, зададимся током $I_0 = 1$ в точке настройки. Тогда вторичные э. д. с. всех схем связи, в относительных единицах равные напряжению в точке настройки, будут равны нулю, так как нулю равно напряжение в точке настройки. Соответственно вторичные токи всех схем связи также будут равны нулю, а напряжение в точке подключения передающей системы будет, конечно, равно перепаду напряжения в магистрали (с включенными в нее первичными параметрами схем связи) при загрузке ее конца током $I_0 = 1$:

$$\dot{U}_r = \dot{A}_r \dot{U}_0 + \dot{B}_r \left(I_0 + \sum_{k=1}^{k=n} I_{об k} \right) = \dot{B}_r. \quad (4)$$

Следовательно, взаимное сопротивление между передающей и приемной системами

$$\dot{z}_{r0} = \dot{B}_r. \quad (5a)$$

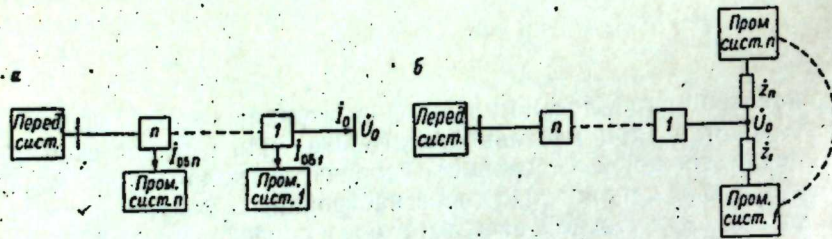


Рис. 2.

а все сопротивления между передающей и промежуточными системами

$$\dot{z}_{rk} = \dot{z}_{kr} = \infty \quad (k = 1, 2, \dots, n). \quad (5b)$$

Теперь замкнем накоротко оба конца линии и вторичные зажимы всех, за исключением одной, схем связи. Зададимся также током в конце линии $I_0 = 1$. Вторичные э. д. с. всех схем связи, в том числе и короткозамкнутой, будут и в этом случае равны нулю, так как $\dot{U}_0 = 0$. Соответственно вторичные токи всех закороченных схем связи будут равны нулю, а ток во вторичной обмотке незакороченной схемы

$$I_{об l} = - \frac{\dot{U}_{сх l}}{\dot{z}_l} \quad (6)$$

(положительным направлением обменного тока является отбор от магистрали).

Для режима передающего (в данном случае закороченного) конца электропередачи, согласно (3а), имеем

$$\dot{U}_r = \dot{A}_r \dot{U}_0 + \dot{B}_r \left(I_0 + \sum_{k=1}^{k=n} I_{об k} \right) = \dot{B}_r (I_0 + I_{об l}) = 0, \quad (7a)$$

откуда вытекает

$$I_0 = -I_{об l}, \quad (7b)$$

и, значит,

$$I_r = \dot{C}_r \dot{U}_0 + \dot{D}_r \left(I_0 + \sum_{k=1}^{k=n} I_{об k} \right) = \dot{D}_r (I_0 + I_{об l}) = 0, \quad (8a)$$

$$\dot{U}_{сх l} = - \dot{z}_l I_{об l} = \dot{z}_l I_0 = \dot{z}_l. \quad (8b)$$

Следовательно, взаимные сопротивления

$$\dot{z}_{lk} = \infty, \quad (9a)$$

$$\dot{z}_{lr} = \infty, \quad (9b)$$

а сопротивление относительно приемной системы равно сопротивлению связи данной схемы связи:

$$\dot{z}_{l0} = \dot{z}_l. \quad (9b)$$

Рассуждая аналогично применительно ко всем промежуточным подключениям, получим в результате, что все $\dot{z}_{km} = \infty$ ($k \neq 0, m \neq 0, k \neq m$), а все \dot{z}_{k0} конечны, причем $\dot{z}_{k0} = \dot{z}_k$.

Таким образом, схемой замещения сложной системы, состоящей из магистральной электропередачи и идеально отстроенных от нее промежуточных подключений, является схема типа «звезда», центр которой — точка настройки, а лучи — сопротивления всех схем связи (для передающей системы — линия с включенными в нее разомкнутыми со вторичной стороны схемами связи), за которыми подключены соответствующие им системы (рис. 2, б).

При наличии неидеально отстроенных промежуточных подключений эффект полной взаимнезависимости, строго говоря, нарушается. Величины взаимных сопротивлений, характеризующие данную схему связи, определяются при этом не только характером ее собственной отстройки, но и отстройкой других промежуточных подключений. Это хорошо видно из уравнений режима напряжения и тока вдоль длинной линии для n промежуточных присоединений:

$$\dot{U}_l = \dot{A}_l \dot{U}_0 + \dot{B}_l I_0 + \sum_{k=1}^{k=m} \dot{B}'_{lk} I_{об k}, \quad (10a)$$

$$I_l = \dot{C}_l \dot{U}_0 + \dot{D}_l I_0 + \sum_{k=1}^{k=m} \dot{D}'_{lk} I_{об k}, \quad (10b)$$

где

$$\dot{B}'_{lk} = \dot{B}_l, \quad (11a)$$

$$\dot{D}'_{lk} = \dot{D}_l, \quad (11b)$$

если k -е промежуточное подключение отстроено от режима линии идеально, и

$$\dot{B}'_{lk} \neq \dot{B}_l, \quad (11b)$$

$$\dot{D}'_{lk} \neq \dot{D}_l, \quad (11r)$$

если его отстройка неидеальна [3].

Согласно этим уравнениям, непосредственная взаимная связь между k -й промежуточной системой и передающей системой определяется только степенью отстройки k -й схемы связи от режима электропередачи; она отсутствует, если отстройка идеальна. Непосредственными взаимная связь между k -м и m -м промежуточными подключено от режима ЛЭП, если ближайшее из них к точке настройки отстроено от режима ЛЭП неидеально. Величину и характер взаимного сопротивления между k -й и m -й промежуточными системами в общем случае можно оценить по формуле

$$|z_{mk}| \geq \frac{|z_m| |z_k|}{\Delta_{k0}} \quad (12)$$

где Δ_{k0} берется для ближайшего (из рассматриваемых) к точке настройки промежуточного подключения и соответственно

$$\Delta_{k0} = 0, \quad (13a)$$

если отстройка k -й схемы связи от режима ЛЭП идеальна, и

$$\Delta_{k0} = \operatorname{Re} \dot{B}_k \operatorname{Re} \dot{D}_k + \operatorname{Im} \dot{B}_k \operatorname{Im} \dot{D}_k, \quad (13b)$$

если ее отстройка неидеальна.

При $\Delta_{k0} \neq 0$ величина Δ_{k0} пропорциональна коэффициенту затухания линии и увеличивается с увеличением расстояния между точкой подключения промежуточной системы и точкой настройки. Для реальных схем она всегда невелика. На рис. 3 приведена кривая $\Delta_{k0} = f(\lambda_{k0})$ для случая однородной линии с коэффициентом распространения $\gamma = (0,024 + j \cdot 1,050) \cdot 10^{-3} l_{k0}$, согласно которой при $\lambda_{k0} = 180^\circ$ ($l_{k0} \approx 3000$ км однородной линии) величина Δ_{k0} не превосходит 0,07. Поэтому при неидеальной отстройке промежуточных подключений от ЛЭП реальной длины величины взаимных сопротивлений между ними, не будучи равными бесконечности, остаются все-таки весьма большими, во много раз превосходящими величины их сопротивлений относительно точки настройки.

Взаимные сопротивления между передающей и промежуточными системами также всегда велики. Их величины для общего случая определяются выражением

$$z_{r m} = - \frac{z_m}{\Delta_{m0}} \cdot \left[\dot{B}_r + \sum_{k=1}^{k=n} \dot{B}_{rk} \frac{\Delta_{k0}}{z_k} \right]. \quad (14)$$

Для иллюстрации ниже приведена сводная таблица параметров объединенной системы (см), состоящей из полуволновой электропередачи и неидеально отстроенного от нее промежуточного подключения, присоединяемого в различных точках линии (рис. 4). Согласно этим данным, взаимное влияние передающей и промежуточной систем, возрастая по мере удаления точки подключения схемы связи от шин приемной системы (на режим напряжения которой настроена схема связи), остается практически неощутимым во всем диапазоне возможных подключений к линиям длиной до 3000 км.

На рис. 5 приведена схема замещения сложной системы, состоящей из аналогичной полуволновой электропередачи (с сопротивлением первоначальной перестройки $x_0 = 0,800$) и двух промежуточных энергосистем, с помощью неидеально отстроенных схем связи (пропускная способность схем связи $P_{сх(m)} = P_{нат}$), подключенных к ЛЭП на расстояниях $l = 1000$ км от ее концов.

Таким образом, схема замещения сложной системы, при наличии неидеально отстроенных промежуточных подключений, в принципе ничем не отличается от схемы замещения при обычной (параллельной) схеме связи ее элементов. Однако величины всех взаимных сопротивлений в схеме между взаимно отстроенными ее элементами, за исключением сопротивлений относительно точки настройки, всегда настолько

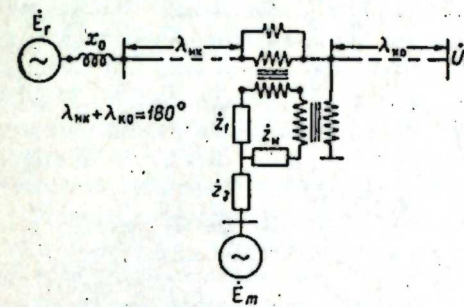


Рис. 4.

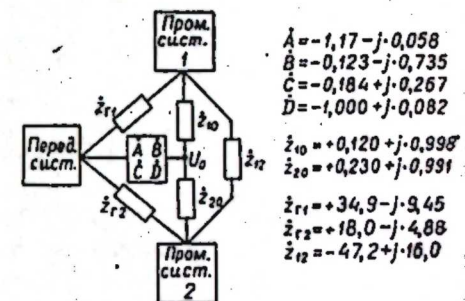


Рис. 5.

велики, что практически и в этом случае схема замещения объединенной системы соответствует многолучевой звезде, имеющей место при идеальной отстройке всех схем связи.

Взаимная отстройка не зависит от режимов связанных систем и сохраняется до тех пор, пока параметры электропередачи и схем связи остаются неизменными. Поэтому с некоторыми допущениями (при неучете волнового характера процессов в системе и пренебрежении переходными процессами в статорных цепях генераторов) устойчивость системы, состоящей из магистральной электропередачи и отстроенных от нее промежуточных подключений, соответствует устойчивости схемы типа «многолучевая звезда», центром которой является точка настройки. Задача об устойчивости «в малом» такой системы соответствует случаю, рассмотренному Н. М. Крыловым и Н. И. Боголюбовым [4].

Интересен случай, когда точка настройки может быть замещена шинами бесконечной мощности. При этом имеет место разложение движения сложной системы на $n+1$ взаимно независимых движений относительно точки настройки. Устойчивость сложной системы «в целом» обеспечивается, если каждое из этих движений автономно устойчиво, т. е. если автономно устойчива каждая из объединенных систем. Таким образом, объединенные системы при возможности взаимного обмена энергией оказываются автономными с точки зрения их устойчивости, причем наличие регуляторов возбуждения у генераторов объединенной системы не изменяет получающейся картины.

Математически это выражается в том, что определитель характеристического уравнения движения «в малом» объединенной системы при наличии отстройки сводится к диагональному, каждый член которого описывает движение одной отдельно взятой системы.

Отметим, что, согласно полученным выводам, нарушение устойчивой работы одной из автономных систем не означает нарушения

$l_{ко},$ град. эл.	$z_{гг}$		$z_{го}$		$z_{гн}$		$z_{го}$		$z_{гн}$		$l_{гг}$
	$z_{гг}$	$ z_{гг} $	$z_{го}$	$ z_{го} $	$z_{гн}$	$ z_{гн} $	$z_{го}$	$ z_{го} $	$z_{гн}$	$ z_{гн} $	
10	$0,072+j \cdot 1,019$	1,020	$-0,073-j \cdot 1,024$	1,024	$0,503+j \cdot 1,611$	1,685	$-2,081+j \cdot 5,258$	5,650	$860,0+j \cdot 278,6$	902	
20	$0,072+j \cdot 1,051$	1,060	$-0,074-j \cdot 1,070$	1,071	$0,504+j \cdot 1,610$	1,685	$-2,042+j \cdot 5,274$	5,650	$459,0+j \cdot 150,2$	482	
30	$0,071+j \cdot 1,088$	1,090	$-0,074-j \cdot 1,143$	1,144	$0,506+j \cdot 1,609$	1,685	$-2,011+j \cdot 6,286$	5,650	$339,4+j \cdot 112,3$	358	
40	$0,070+j \cdot 1,109$	1,110	$-0,075-j \cdot 1,217$	1,217	$0,507+j \cdot 1,609$	1,685	$-1,989+j \cdot 5,293$	5,650	$284,7+j \cdot 95,2$	302	
50	$0,068+j \cdot 1,106$	1,110	$-0,076-j \cdot 1,256$	1,256	$0,508+j \cdot 1,608$	1,684	$-1,974+j \cdot 5,297$	5,650	$250,3+j \cdot 84,2$	264	
60	$0,067+j \cdot 1,080$	1,090	$-0,075-j \cdot 1,241$	1,241	$0,509+j \cdot 1,607$	1,684	$-1,962+j \cdot 5,300$	5,650	$221,3+j \cdot 74,4$	234	
70	$0,066+j \cdot 1,045$	1,050	$-0,072-j \cdot 1,176$	1,176	$0,509+j \cdot 1,607$	1,684	$-1,948+j \cdot 5,306$	5,650	$194,3+j \cdot 65,0$	204	
80	$0,068+j \cdot 1,018$	1,020	$-0,070-j \cdot 1,088$	1,088	$0,510+j \cdot 1,606$	1,683	$-1,927+j \cdot 5,313$	5,650	$170,2+j \cdot 56,4$	179	
90	$0,072+j \cdot 1,007$	1,010	$-0,069-j \cdot 1,010$	1,010	$0,510+j \cdot 1,606$	1,683	$-1,899+j \cdot 5,320$	5,650	$151,1+j \cdot 49,4$	159	
100	$0,077+j \cdot 1,019$	1,020	$-0,071-j \cdot 0,961$	0,961	$0,510+j \cdot 1,606$	1,683	$-1,867+j \cdot 5,336$	5,650	$137,9+j \cdot 44,4$	145	
110	$0,082+j \cdot 1,047$	1,050	$-0,074-j \cdot 0,943$	0,949	$0,511+j \cdot 1,606$	1,682	$-1,839+j \cdot 5,340$	5,650	$129,9+j \cdot 41,2$	136	
120	$0,084+j \cdot 1,077$	1,080	$-0,078-j \cdot 0,965$	0,966	$0,512+j \cdot 1,605$	1,682	$-1,818+j \cdot 5,353$	5,650	$124,6+j \cdot 39,1$	130	
130	$0,083+j \cdot 1,094$	1,090	$-0,083-j \cdot 0,996$	0,996	$0,512+j \cdot 1,605$	1,682	$-1,803+j \cdot 5,356$	5,650	$119,5+j \cdot 37,3$	125	
140	$0,080+j \cdot 1,091$	1,100	$-0,087-j \cdot 1,023$	1,023	$0,513+j \cdot 1,604$	1,682	$-1,791+j \cdot 5,359$	5,650	$112,7+j \cdot 34,9$	118	
150	$0,076+j \cdot 1,072$	1,080	$-0,090-j \cdot 1,037$	1,037	$0,515+j \cdot 1,603$	1,681	$-1,775+j \cdot 5,362$	5,650	$103,9+j \cdot 32,0$	109	
160	$0,074+j \cdot 1,044$	1,065	$-0,091-j \cdot 1,033$	1,033	$0,516+j \cdot 1,602$	1,681	$-1,751+j \cdot 5,369$	5,650	$93,90+j \cdot 28,7$	98,3	
170	$0,072+j \cdot 1,019$	1,020	$-0,093-j \cdot 1,020$	1,020	$0,517+j \cdot 1,601$	1,680	$-1,717+j \cdot 5,379$	5,650	$84,08+j \cdot 25,4$	88,0	

устойчивости других элементов сложной системы. Выпавшая из синхронизма система может идти асинхронно, а все остальные, отстроенные от нее системы продолжают работать так, как если бы ничего не произошло.

Разделение по устойчивости было подтверждено экспериментально на электродинамической модели ТЭИ СО АН СССР на примере системы, состоящей из генератора, работающего через полуволновую электропередачу на шины бесконечной мощности, и последовательно-параллельного промежуточного подключения, осуществленного на расстоянии $l_{ко} = 1000$ км от конца магистрали.

Взаимная отстройка систем, имеющая место в установившихся режимах, сохраняется и в переходных режимах, не связанных с изменением параметров линии, если частота системы в течение переходного процесса остается достаточно стабильной. В переходных процессах, связанных с изменением параметров линии, отстройка сохраняется до тех пор, пока изменения параметров не касаются участков, заключенных между точками подключения промежуточных систем и точкой настройки. Ниже приведена осциллограмма переходного процесса, вызванного внезапным коротким замыканием на головном участке полуволновой электропередачи, на расстоянии 1000 км от конца которой (приемная система — шины бесконечной мощности) подключена и обменивается энергией с магистралью неидеально отстроенная промежуточная система, настроенная на режим напряжения приемного конца электропередачи (рис. 6). Из осциллограммы видно, что промежуточная система очень слабо реагирует на аварию на магистрали и продолжает автономно работать и обмениваться с линией мощностью $P_{об} = 0,4 P_{нат}$.

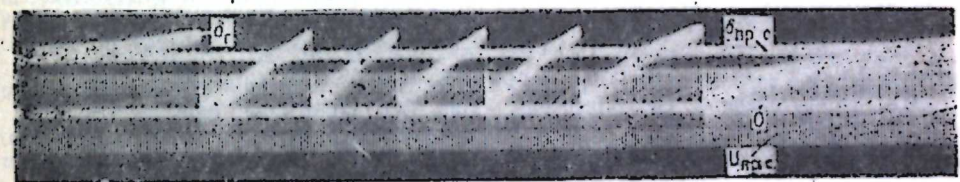


Рис. 6.

Если линия имеет несколько промежуточных подключений, то процессы, связанные с изменением схемы магистрали, нарушают отстройку тех промежуточных подключений, между точкой подключения которых к ЛЭП и точкой настройки происходят эти изменения. Степень нарушения автономности зависит от степени изменения первоначальных параметров \dot{B}_1 и \dot{D}_1 линии, по которым была произведена отстройка промежуточных подключений. Для остальных промежуточных подключений отстройка схем связи от режима линии не нарушается, поэтому они сохраняют свою автономность в течение всего переходного процесса.

ВЫВОДЫ

1. Последовательно-параллельная схема связи как одна из возможных модификаций двухэлементной схемы связи позволяет обеспечить взаимную независимость режимов промежуточной системы и электропередачи, к которой она подключается.

2. Отстройка промежуточных систем от режима работы электропередачи влечет за собой и их взаимную отстройку.

3. Устойчивость объединенной системы, состоящей из магистральной электропередачи и идеально отстроенных от нее промежуточных подключений, соответствует устойчивости схемы типа «многолучевая звезда», центр которой — точка настройки, а лучи — сопротивления связи (для передающей системы — линия с включенными в нее схемами связи, вторичные цепи которых разомкнуты), за которыми подключены соответствующие им системы.

4. Если точка настройки является шинами бесконечной мощности, то объединенные системы автономны по устойчивости.

5. Неидеальность отстройки схем связи практически не изменяет указанных выше положений.

6. Автономность связанных систем сохраняется и в динамических переходных процессах, не связанных с изменениями параметров линии, если частота системы в течение этих переходных процессов остается достаточно стабильной.

7. В переходных процессах, связанных с изменениями параметров электропередачи, автономность данной системы не нарушается, если эти изменения не касаются участков линии, заключенных между точкой подключения данной промежуточной системы и точкой настройки.

Сибирский научно-исследовательский
институт энергетики,
Новосибирск

Поступила в редакцию
23/VIII 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. В. К. Щербаков, Г. В. Воробьев. Последовательно-параллельная схема связи промежуточных энергосистем с дальними электропередачами. — Матер. к науч. техн. совещ. по вопросам совместной работы дальних электропередач и промежуточных систем. Новосибирск, 1963.
2. В. К. Щербаков, Г. В. Воробьев. Продольно-поперечная схема отбора мощности от настроенных электропередач. — Изв. СО АН СССР, 1962, № 11.
3. Г. В. Воробьев. Режим напряжения электропередачи с последовательно-параллельными промежуточными подключениями. — Сб. Тр. Транспортно-энергетического ин-та СО АН СССР, 1963, т. 16.
4. Н. М. Крылов, Н. И. Боголюбов. О колебаниях синхронных машин. Об устойчивости параллельной работы синхронных машин. Харьков — Киев, 1932.

Г. А. АНДРЕЕВ, И. И. КАЛЯЦКИИ

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ НЕКОТОРЫХ УГЛЕЙ КУЗБАССА

За последние годы возрос интерес к изучению электрофизических характеристик углей в связи с исследованием новых способов их добычи и переработки. Однако к настоящему времени данные об электрической прочности углей весьма ограничены. Следует также иметь в виду, что электрофизические свойства каменных углей широко изменяются в различных месторождениях и даже в пределах одного месторождения.

В настоящей работе представлены результаты исследований электрической прочности некоторых углей Кузбасса в зависимости от ряда факторов.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Электрическая прочность изучалась для образцов в виде кусков (целиков) и россыпи газового угля (Г) шахты Полысаевская и слабо-спекающегося угля (СС) шахты Коксовая № 1 треста Ленинуголь, а также кусков угля (К) пласта Горелого восточного крыла Каргалинской синклинали Краснобродского месторождения.

Для образцов выбирались целики, однородные по петрографическому составу, без открытых трещин в структуре. При пробое в однородном поле образцы имели сферическую выточку радиусом 50 мм и плоскую шлифованную противоположную сторону. Для получения неоднородного поля в образце высверливались отверстия под электроды. Россыпь углей с фракциями 96% до 3 мм и 4% — 3 мм пробивалась в кварцевой трубке.

Влажность нормальных образцов для углей Г, СС, К составляла соответственно 3,73; 1,92; 2 ÷ 3%. При пробое в больших толщинах для предотвращения поверхностных разрядов образцы К помещались в трансформаторное масло, пробой угля Г и СС производился в воздухе, разряды по поверхности исключались выбором соответствующих размеров образцов по периметру.

Погрешность измерения постоянного и переменного напряжения не превышала 3%, импульсного — 5%. При исследовании углей К постоянное напряжение прикладывалось к образцу на 1 мин ступенями по 5% от среднего пробивного, начиная с его 50% величины. Переменное напряжение повышалось со скоростью 1 кв/сек. Импульсное напряжение положительной полярности с формой импульса 1,5/40 мксек подавалось ступенями через 3—4 кв по 10 импульсов на ступень.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

С целью определения электрической прочности угля как его физической константы и зависимости от средних пробивных градиентов толщины образца, его влажности и предварительного электрического воздейст-

вия были проведены опыты по пробое угля в однородном электрическом поле на импульсном и постоянном напряжениях.

При этом было показано, что вследствие большого разброса результатов измерения необходимо выделить области максимальных и минимальных значений электрической прочности углей $E_{пр}$. Из представленных на рис. 1 зависимостей $E_{пр}$ углей от толщины образца и влажности следует: 1) в исследуемом интервале толщины образца от 1—5 до 20 мм импульсная прочность углей несколько выше, чем при постоянном напряжении, уменьшение $E_{пр}$ с ростом толщины, по-видимому, обусловлено увеличением вероятности появления слабых мест в неоднородной толще образца из угля; 2) с ростом толщины образца влияние влажности уменьшается и при $l = 20$ мм $E_{пр}$ угля не зависит от влажности.

Пробой образцов в равномерном поле производился перпендикулярно слоям. Было показано, что импульсная прочность углей зависит от амплитуды импульсов, предварительно воздействовавших на образец. Так, для угля K при $l = 10$ мм после предварительного воздействия 2000 импульсов амплитудой в 25, 50, 75% от среднего пробивного напряжения наблюдалось снижение последнего соответственно на 20, 50, 85%. При этом частота следования предварительных импульсов исключала кумулятивное разогревание образца и составляла 1 импульс за 5 сек.

Влияние на пробивное напряжение расположения слоев в угле, межэлектродного расстояния и формы напряжения изучалось на образцах толщиной до 700 мм при пробое в неоднородном поле.

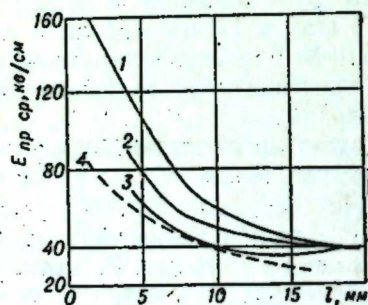


Рис. 1. Зависимость средних пробивных градиентов угля K от толщины образца при равномерном поле.

1 — сушка образца при 140°C , 4 часа; 2 — естественная влажность (253%); 3 — выдержка в воде 7 суток, пробой на импульсном напряжении положительной полярности; 4 — образцы с естественной влажностью 2—3%, пробой на постоянном напряжении.

Были проведены измерения импульсного пробивного напряжения целников угля $K - U_{пр}$ в зависимости от толщины образца l при расположении электродов перпендикулярно и параллельно ходу слоев. При толщине образца до 10 см среднее пробивное напряжение при пробое перпендикулярно слоям в 2—1,5 раза выше, чем при пробое параллельно слоям. С ростом толщины выше 10 см разница в значениях $U_{пр}$ уменьшается и при $l = 24$ см составляет лишь 1/5—1/6 часть от $U_{пр}$ при пробое параллельно слоям. Пробой целников угля на импульсном напряжении сопровождался растрескиванием образцов по плоскостям, совпадаю-

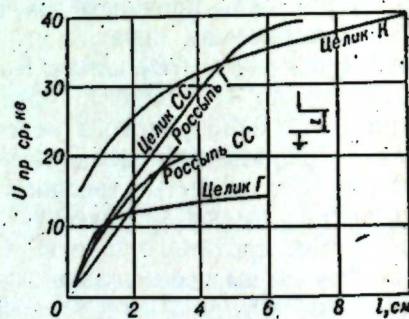


Рис. 2. Зависимость среднего пробивного напряжения от толщины образца для углей различных месторождений при неравномерном поле на переменном напряжении. Пробой перпендикулярно слоям.

щим с направлением кливажных трещин и слоев. Разогревание образца в месте пробоя не обнаружено.

На рис. 2 приведены зависимости среднего пробивного напряжения от толщины и вида образца, марки угля при пробое на переменном напряжении в неоднородном поле. Из рис. 2 следует, что $U_{пр}$ целника углей зависит от его месторождения (марки угля), а следовательно, и от его петрографического состава. Характерно, что для россыпи углей G и $CCU_{пр}$ в исследованном интервале толщины образца очень мало зависит от марки угля.

При малых толщинах образцов (см. рис. 2) наблюдается почти линейное возрастание $U_{пр}$ с ростом толщины, тогда как для больших толщин — порядка 1—5 см, относительное возрастание $U_{пр}$ с ростом l уменьшается.

Следует отметить, что пробой угля K производился на образцах, погруженных в трансформаторное масло ($\epsilon = 2,5$), при ограниченных ионизационных процессах у электродов. Остальные образцы угля пробивались в воздухе. Во всех случаях при пробое на переменном напряжении наблюдалось сильное разогревание образца, сопровождаемое газовыделением, при пробое на воздухе иногда происходило загорание угля. Канал пробоя имел ясно выраженные следы обгорания и спекания угля.

В случае постоянного напряжения (см. пунктирную кривую на рис. 1) зависимость $U_{пр}$ от толщины образца аналогична наблюдаемым на переменном (см. рис. 2) и импульсном напряжениях (см. рис. 1). Однако для сравнимых толщин образца абсолютные значения $U_{пр}$ при постоянном напряжении приблизительно в 2—2,5 раза больше, чем при переменном. Как и при переменном напряжении, место пробоя угля интенсивно разогревается, а в области канала пробоя наблюдаются следы коксования угля.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведенные исследования показывают, что электрическая прочность углей зависит от марки (месторождения) угля, толщины, влажности образца, направления слоев в образце, вида напряжения.

Вследствие большой неоднородности петрографического состава угля даже одного месторождения определение его электрической прочности как физической константы следует производить в равномерном поле при температуре 20°C на большом количестве (40—50 штук) образцов малых толщин. В этом случае $E_{пр}$ зависит от влажности образца, направления слоев угля в образце, вида напряжения.

По нашему мнению, толщина образца угля может быть принята не более 3—5 мм. При больших толщинах образца уменьшается влияние влаги на $E_{пр}$, меньшие толщины нежелательны из-за большой неоднородности состава угля и его слоистости. Пробой угля следует производить перпендикулярно ходу слоев, так как в этом случае вероятность попадания случайного дефекта в структуру угля меньше, чем при пробое параллельно слоям.

В таблице приведена электрическая прочность исследованных углей для постоянного напряжения, равномерного поля и толщины образцов 5 мм при пробое перпендикулярно слоям угля.

Как для равномерного поля, так и для неравномерного среднее пробивное напряжение углей уменьшается с увеличением толщины образца, что типично для крайне неоднородных по составу материалов [1], к которым относятся угли [2]. При малых толщинах образца (порядка несколь-

Электрическая прочность некоторых углей Кузбасса

№ п. п.	Месторождение угля	$E_{пр}, кВ/см$
1	Краснобродское	57
2	Шахта „Коксовая“ (слабоспекающийся)	42
3	Шахта „Полысаевская“ (газовый)	30

ких сантиметров) средние пробивные градиенты резко снижаются с ростом толщины (рис. 3). Однако при дальнейшем увеличении толщины (более 20 см) значение $E_{пр}$ имеет примерно установившееся значение. Характерно, что в случае больших толщин средние пробивные напряжения угля в неоднородном поле даже при импульсных напряжениях имеют сравнительно небольшую величину — порядка 3—4 кВ/см.

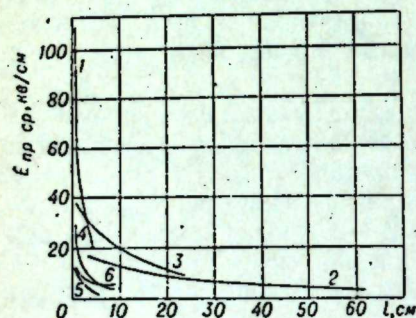


Рис. 3. Сводные данные о зависимости средних пробивных градиентов от толщины образца для некоторых углей Кузбасса при различных напряжениях. Пробой в неоднородном поле.

1 — постоянное напряжение, уголь К; импульсное напряжение, уголь К; 2 — вдоль слоев, 3 — перпендикулярно слоям; переменное напряжение: 4 — уголь К, поперек слоев, 5 — уголь Г, вдоль слоев, 6 — уголь СС, вдоль слоев.

Анализ результатов позволяет сделать предположение о формах пробоя углей. Так, при импульсных напряжениях, даже при пробое большим числом последовательных импульсов с частотой следования до 1 импульса за 5 сек, пробой угля имеет электрическую форму, о чем свидетельствует сравнительно высокая электрическая прочность, равная 100 кВ/см, а также характер пробоя (растрескивание образца) и отсутствие нагревания угля в области канала пробоя.

На переменном и постоянном напряжении имеет место электротепловая форма пробоя. В этих случаях наблюдается сильное разогревание образца, иногда его загорание, большие предпробивные токи, достигающие десятков ампер, а также оплавление (коксование) областей, прилегающих к каналу пробоя.

ВЫВОДЫ

1. Различные марки каменных углей можно характеризовать величиной их электрической прочности, определяемой на большом количестве образцов (40—50 штук) в равномерном электрическом поле, на постоянном, переменном и импульсном напряжениях. Исследованные марки углей имеют электрическую прочность на постоянном напряжении от 30 до 60 кВ/см при толщине от 3 до 15 мм соответственно.

2. Как в равномерном, так и в неравномерном поле при нормальной температуре (20°С) пробой углей на импульсном напряжении имеет электрическую форму; при переменном и постоянном напряжении — электротепловую форму.

3. Средние пробивные градиенты при пробое в больших толщинах уменьшаются с ростом толщины образца, достигая значений порядка 3—5 кВ/см, что подтверждает возможность использования явления пробоя углей для различных промышленных целей.

Томский
политехнический институт

Поступила в редакцию
15/1 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Сканава. Физика диэлектриков (обл. сильных полей). М.—Л., ГИФ, 1958.
2. А. А. Агроскин. Тепловые и электрические свойства углей. Metallurgizdat, 1959.

Б. А. СОЛОМИН

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ЕМКОСТИ В ИМПУЛЬСНЫХ СХЕМАХ НАНОСЕКУНДНОГО ДИАПАЗОНА

В наносекундной технике широко используются системы с распределенными параметрами (генераторы, трансформаторы, линии передачи и др.), но в ряде случаев бывает необходимо использовать реактивные и активные элементы с сосредоточенными параметрами. Поведение этих элементов в наносекундной области может существенно отличаться от их поведения в области микросекундной импульсной техники.

В данной работе рассматриваются некоторые особенности поведения емкостей в области коротких импульсных сигналов, которые необходимо учитывать для рационального конструирования и правильного применения емкостей.

Для примера рассмотрим заряд реальной емкости C_p , обладающей конечными геометрическими размерами, в сравнении с зарядом идеальной емкости $C_{и}$, обладающей нулевыми геометрическими размерами.

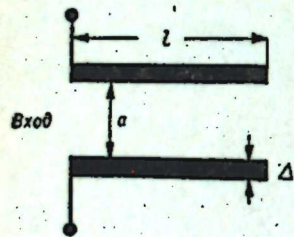


Рис. 1.

На рис. 1 показана конструкция реальной емкости с учетом ее конечных геометрических размеров. Размеры обкладок: l — длина, Δ — толщина, a — расстояние между обкладками. Кроме того, примем $b \gg a$, $l \gg b$. Считаем, что сопротивление обкладок равно нулю и изолятором между пластинами является вакуум.

Рассмотрим процесс заряда этой емкости при подаче на нее единичного скачка напряжения от генератора с внутренним сопротивлением R .

Емкость C_p можно представить как линию передачи конечной длины, образованную двумя параллельными плоскостями. Волновое сопротивление такой линии

$$\rho = 377 \frac{a}{b}, \quad (1)$$

а время задержки сигнала в этой линии

$$T_3 = \frac{l}{v}, \quad (1a)$$

где v — скорость света в вакууме. Так как линия является идеальной, то в первые моменты времени после подачи единичного скачка на ее вход она будет вести себя как активное сопротивление ρ и скачок напряжения на ее входе $U_{вх}$ определится из закона Ома:

$$U_{вх} = \frac{\rho}{R + \rho}$$

Этот скачок, распространяясь без искажений вдоль линии, дойдет до ее разомкнутого конца через время, равное T_3 , и с той же полярностью полностью отразится назад. Дойдя до входа линии, скачок отразится с коэффициентом отражения

$$K = \frac{R - \rho}{R + \rho},$$

т. е. через время $t = 2T_3$, напряжение на входе линии

$$U_{вх, t=2T_3} = \frac{\rho}{R + \rho} + \frac{\rho}{R + \rho} + \frac{\rho}{R + \rho} \cdot \frac{R - \rho}{R + \rho} = \frac{\rho}{R + \rho} \left(2 + \frac{R - \rho}{R + \rho} \right).$$

Рассматривая дальнейшие процессы в линии, можно видеть, что $U_{вх}$ будет скачкообразно изменяться во времени через промежутки времени, равные $2T_3$. Аналитически суммарное напряжение $U_{вх}$ для любого момента времени можно представить в виде двух сумм:

$$U_{вх}(t) = \sum_{i=0}^t \frac{\rho}{R + \rho} \left(\frac{R - \rho}{R + \rho} \right)^{2T_3^i} + \sum_{i=2T_3}^t \frac{\rho}{R + \rho} \left(\frac{R - \rho}{R + \rho} \right)^{2T_3^{i-1}} \quad (2)$$

при этом $\frac{t}{2T_3} = n$, где n — целое положительное число ($n=0, 1, 2, 3, \dots$).

Обе суммы представляют собой убывающие геометрические прогрессии. Учитывая это, уравнение (2) можно преобразовать к виду:

$$U_{вх}(t) = 1 - \frac{R}{R + \rho} \left(\frac{R - \rho}{R + \rho} \right)^{2T_3^i} \quad (3)$$

причем условие $\frac{t}{2T_3} = n$ сохраняется. Огибающая этого ступенчатого напряжения также опишется уравнением (3), но время t имеет произвольное значение.

Заряд идеальной емкости $C_{и}$ при подаче на нее единичного скачка от того же генератора, как известно, описывается уравнением

$$U_{C_{и}}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{RC_{и}}} \quad (4)$$

При сравнении (3) и (4) видно, что заряд C_p и $C_{и}$ происходит по-разному и описывается различными уравнениями. Представляет интерес рассмотрение процессов заряда C_p при $\epsilon \neq 1$ и $\mu \neq 1$, т. е. когда пространство между обкладками заполнено веществом. Считая, что емкость C_p не имеет потерь на высокой частоте, можно для этого случая переписать уравнения (1), (1a) следующим образом:

$$\rho_1 = 377 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \frac{a}{b}; \quad (5)$$

$$T_{31} = \sqrt{\mu \epsilon} \cdot \frac{l}{v}. \quad (5a)$$

С учетом (5) и (5а) уравнение (3) приобретает вид

$$U_{\text{вх}}(t) = 1 - \frac{R}{R + \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \rho} \left(\frac{R - \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \rho}{R + \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \rho} \right)^{2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} T_3} \quad (6)$$

Сравнивая уравнения (4) и (6), можно указать на следующие основные отличия процессов заряда C_p от $C_{\text{н}}$ под воздействием единичного скачка напряжения. Прежде всего на любой реальной емкости C_p существует скачок напряжения (даже в первый момент его подачи), определяемый волновым сопротивлением данной емкости переменному току. Далее, заряд C_p описывается аналитически не непрерывной, а разрывной ступенчатой функцией (6), т. е. в определенные промежутки времени, равные $2T_3$, напряжение на входе емкости поддерживается постоянным, скорость заряда C_p определяется не только R , а даже в большей степени временем задержки T_3 . И наконец в отличие от заряда $C_{\text{н}}$ процессы заряда C_p определяются не только диэлектрической проницаемостью вещества ϵ , но и его магнитной проницаемостью μ , которая увеличивает первоначальные скачки напряжения в линии, их длительность и коэффициент отражения от входа линии.

Разлагая (6) и (4) в степенной ряд, можно показать, что при переходе от C_p к $C_{\text{н}}$ [$C_p = C_{\text{н}}$], т. е. при $\rho \rightarrow 0$, $T_3 \rightarrow 0$, уравнение (6) переходит в уравнение (4). Можно рассматривать также поведение C_p под воздействием прямоугольного импульса длительностью $t_{\text{н}}$, пользуясь принципом суперпозиции ввиду линейности рассматриваемой системы и рассматривая прямоугольный импульс как разность двух единичных скачков, сдвинутых один относительно другого на время, равное $t_{\text{н}}$. Из вышеизложенного ясно, что и в этом случае поведение C_p будет отличаться от поведения $C_{\text{н}}$. Проведенный анализ позволяет дать некоторые рекомендации по конструированию и использованию емкостей в импульсной технике.

Если емкость используется для разделения постоянной и переменной составляющих тока в импульсной схеме, то необходимо большое сопротивление постоянному току, максимальный коэффициент передачи и минимальные искажения формы передаваемого импульса. Эти требования будут удовлетворяться в том случае, если емкость будет иметь малое, чисто активное сопротивление для всего спектра передаваемых частот, что выполнимо для разомкнутой линии передачи при условии

$$2T_3 \geq t_{\text{н}}$$

где $t_{\text{н}}$ — максимальная длительность передаваемого импульса. За основным импульсом будет следовать серия отраженных импульсов меньшей амплитуды, пропорциональных отношению $\frac{\rho}{R}$. Для уменьшения амплитуды этих паразитных импульсов целесообразно использовать линии передачи с затуханием (особенно на низких частотах), т. е. применять диэлектрики с большим значением ϵ и $\text{tg } \delta$.

Схематически рекомендуемая конструкция разделительной емкости изображена на рис. 2. Она выполнена в виде длинной линии передачи с большим T_3 , заполненной диэлектриком с большими ϵ и $\text{tg } \delta$ и малым ρ . Из существующих конденсаторов наиболее подходящими в качестве разделительных наносекундных емкостей являются бумажные конденсаторы

рулонного типа. В тех случаях, когда используются реактивные свойства емкости, она должна обладать свойствами идеальной емкости с нулевыми геометрическими размерами. Целесообразна конструкция емкости, схематически изображенная на рис. 3. Она выполнена в виде

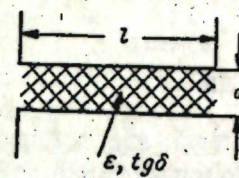


Рис. 2.

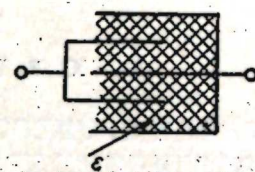


Рис. 3.

параллельного соединения нескольких линий передачи с малым T_3 и малым ρ . Диэлектрик в данном случае должен обладать малым затуханием во всем спектре передаваемых частот. Из существующих типов конденсаторов наиболее подходящими в данном случае являются слюдяные.

ВЫВОДЫ

1. Емкости, обладающие конечными геометрическими размерами, можно рассматривать как линии передачи, обладающие конечными временем задержки и волновым сопротивлением.
2. Поведение емкости конечных размеров в импульсных процессах отличается от поведения идеальной емкости: процессы в такой емкости проходят дискретно, на них влияет присутствие ферромагнетиков.
3. Используя емкости в импульсных системах, необходимо учитывать их конечные геометрические размеры и выбирать в каждом случае наиболее рациональную конструкцию их.

Институт радиофизики и электроники
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
15/III 1963

Ю. Д. ТРОПИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ В НИТЕВИДНЫХ КРИСТАЛЛАХ ЖЕЛЕЗА

ВВЕДЕНИЕ

Согласно современным представлениям, твердое тело — это сложная квантово-механическая система взаимодействующих микрочастиц — электронов и атомных ядер, которые при достаточно низких температурах расположены в пространстве строго упорядоченно, образуя трехмерную кристаллическую решетку. Однако в реальных кристаллах всегда имеются дефекты — вакансии, межузельные атомы и их сочетания (точечные дефекты) и дислокации (линейные дефекты), которые в значительной степени определяют так называемые структурно-чувствительные свойства твердого тела.

В ферромагнитных материалах качество кристаллической решетки сказывается прежде всего на восприимчивости, коэрцитивной силе и гистерезисных потерях. Очевидно, это связано с локальными неоднородностями вектора I_s и взаимодействием границ доменов с дефектами кристаллической решетки. Механизм такого взаимодействия полностью еще не выяснен (толщина доменных границ во много раз больше линейных размеров дислокаций), однако в ряде работ [1, 2] показано, что такое взаимодействие существует. Таким образом, основные параметры, характеризующие процессы намагничивания и перемагничивания ферромагнетиков, оказываются структурно-зависимыми.

В связи с этим внимание многих исследователей привлекли так называемые нитевидные кристаллы железа («whiskers»), имеющие совершенную кристаллическую решетку [3].

Изучение доменной структуры в нитевидных кристаллах железа коллоидальным магнетитовым методом показывает, что критическое поле для движения существующей доменной границы меньше 0,008 э, тогда как поле, необходимое для образования зародышей обратной намагниченности (поле старта), приближается в отдельных участках кристалла к полю анизотропии $H = \frac{2K}{I_s}$, которое для железа равно 530 э [4]. Если при

этом поле в нитевидном кристалле не образуется доменной границы, можно ожидать, что его перемагничивание произойдет посредством когерентного вращения. Максимальная величина скорости движения доменной границы, полученная при импульсном перемагничивании нитевидного кристалла [5], достигает 50 км/сек, что в сотни раз больше скоростей, полученных в классическом эксперименте Сикстуса и Тонкса [6] на растянутых железо-никелевых проволоках.

Такие необычные для массивных ферромагнетиков свойства нитевидных кристаллов обусловлены именно высоким совершенством их кристаллических решеток. Целью настоящей работы было дальнейшее исследование процессов перемагничивания нитевидных кристаллов железа.

ОБРАЗЦЫ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Нитевидные кристаллы железа выращивались по методу Бреннера [7] восстановлением хлористого железа в атмосфере водорода при температуре 730—750°С. Для исследований выбирались правильные монокристаллы, выросшие в направлении {100}, длиной не менее 8—10 мм, различного диаметра — от нескольких микронов до 500 мк. В поперечном сечении они имеют форму квадрата, с боков огранены четырьмя зеркальными плоскостями типа (001). Тонкие нитевидные кристаллы (диаметром несколько микронов) обычно растут на конус, с наклоном меньше чем 1 : 2000; противоположные боковые грани нитевидных кристаллов диаметром несколько сот микронов строго параллельны.

Выросшие на стенках ванночки нитевидные кристаллы срезались у основания. Как показывают результаты травления, полученные таким способом образцы были свободны от напряжений и обладали совершенной кристаллической решеткой за исключением небольшой области около места среза.

Исследования проводились при перемагничивании образцов по петле гистерезиса в переменном магнитном поле. Для питания намагничивающей катушки использовались звуковой генератор ЗГ-10 и низкочастотный генератор НГПК-3. Таким образом, диапазон используемых частот был заключен в пределах от $1 \cdot 10^{-3}$ до $20 \cdot 10^3$ гц. От $-H_{\max}$ до $+H_{\max}$ поле могло изменяться линейно или по синусоидальному закону.

Датчиком служили две искательные катушки, включенные навстречу и сбалансированные. В одну из них в длинном капилляре помещался образец. С помощью микрометрического механизма можно было перемещать исследуемый кристалл относительно искательной катушки. В зависимости от условий эксперимента использовались различные пары катушек. Все они мотались проводом 0,05 мм, имели внутренний диаметр 0,5 мм и находились на расстоянии 50 мм друг от друга, однако число витков было различным (от 1 до 300), а длина менялась от 0,05 до 10 мм.

Канал усиления исследуемого сигнала $\epsilon \sim \frac{dl}{dt}$ имел полосу прозрачности от 30 гц до 10 Мгц. Применяя известные методики, можно было изучать петли гистерезиса намагниченности и восприимчивости, время перемагничивания и эффект Баркгаузена как всего кристалла, так и в отдельных участках по его длине.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В одной из предыдущих работ [8] было показано, что магнитные свойства нитевидных кристаллов железа существенно зависят от их диаметра. Толстые кристаллы (диаметром 100—200 мк) имеют петли гистерезиса, подобные петлям обычных монокристаллов железа. С уменьшением диаметра время перемагничивания кристаллов уменьшается, а коэрцитивная сила возрастает, и при диаметрах порядка нескольких микронов их петли превращаются в прямоугольные.

Коэрцитивная сила нитевидных кристаллов железа явно зависит от их диаметра. При диаметрах от 500 до 50—60 мк она остается постоянной. При дальнейшем уменьшении диаметра она начинает постепенно возрастать и при диаметрах, меньших 10 мк, достигает 8—10 э.

Таким образом, тонкие нитевидные кристаллы, имеющие высокую механическую прочность, обладают прямоугольной петлей гистерезиса, значительной коэрцитивной силой и малым временем перемагничивания. В связи с этим такие кристаллы особенно интересны.

На рис. 1 приведены кривые зависимости времени перемагничивания τ (измеренного на уровне 0,1 от амплитудного значения исследуемого сигнала) от скорости изменения намагничивающего поля, когда поле меняется линейно от -30 до $+30$ э, для нескольких нитевидных кристаллов различного диаметра. Кривые носят экспоненциальный характер, приближаясь к $\tau = \tau_{\text{нм}}$ при больших скоростях изменения магнитного поля, характерного для каждого кристалла и зависящего, вероятно, от степени совершенства кристаллической решетки. При малых скоростях изменения магнитного поля, соответствующих квазиста-

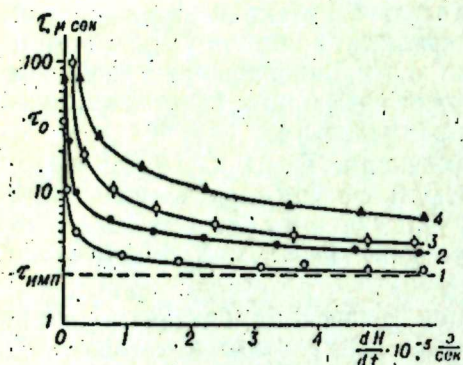


Рис. 1. Зависимость времени перемагничивания τ от скорости изменения намагничивающего поля $\frac{dH}{dt}$ нитевидных кристаллов различного диаметра. Кристалл № 1 — $d=7\mu$, № 2 — $d=15\mu$, № 3 — $d=21,7\mu$, № 4 — $d=37\mu$.

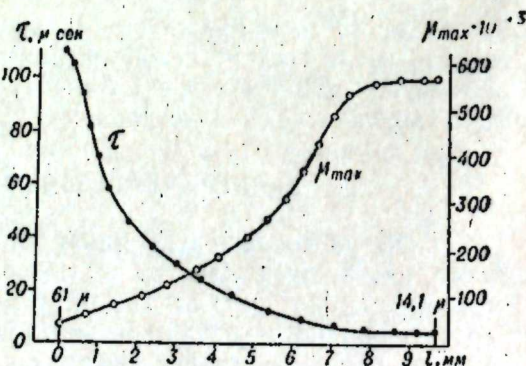
тическому перемагничиванию, кристаллы № 1 и 2 перемагничиваются одним большим скачком Баркгаузена длительностью τ_0 , тогда как для кристаллов № 3 и 4 исследуемый импульс распадается на отдельные мелкие скачки Баркгаузена. Петли гистерезиса образцов № 1, 2 и 3, 4 были подобны петлям, приведенным на рис. 1, в и 1, б соответственно.

После того, как кристалл № 1 был пластически деформирован, кривая $\tau = f\left(\frac{dH}{dt}\right)$ для него сместилась вверх, а исследуемый импульс при малых $\frac{dH}{dt}$ распался на ряд отдельных импульсов Баркгаузена.

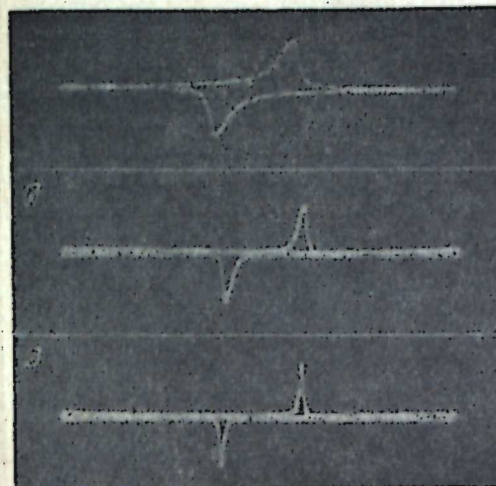
На нескольких тонких нитевидных кристаллах, растущих на конус, было исследовано, как происходят процессы перемагничивания в отдельных элементарных объемах по длине образцов.

Рис. 2. Изменение времени перемагничивания τ и максимальной восприимчивости μ_{max} вдоль нитевидного кристалла железа длиной 9,8 мм

$$\frac{dH}{dt} = 12 \cdot 10^4 \text{ э/сек.}$$



На рис. 2 показано, как меняется время перемагничивания τ и максимальная проницаемость μ_{max} отдельных элементарных объемов вдоль нитевидного кристалла железа длиной 9,8 мм, который суживался от диаметра 61μ у одного конца до $14,1 \mu$ у другого. Видно, что около толстого деформированного конца наблюдаются наибольшее время перемагничивания и самая малая проницаемость. По мере перемещения искательной катушки к тонкому концу время перемагничивания уменьшается, а максимальная проницаемость возрастает, достигая значений около $600 \cdot 10^3$.



На рис. 3 показаны петли гистерезиса динамической восприимчивости, снятые на этом кристалле в различных точках по его длине (l равно соответственно 0,5; 4 и 9 мм).

Наибольшее значение прони-

Рис. 3. Петли гистерезиса динамической восприимчивости, снятые в различных точках по длине нитевидного кристалла железа:

а) $l=0,5$ мм; б) $l=4$ мм; в) $l=9$ мм. Образец тот же, что и на рис. 2. $\frac{dH}{dt} = 12 \cdot 10^4$ э/сек.

цаемости, которое удалось наблюдать на самых тонких и совершенных кристаллах, достигало величины $3 \cdot 10^6$, что примерно в 3 раза превышает величину максимальной проницаемости, полученную Чиоффи на сверхчистом монокристалле железа, прошедшем термическую обработку в водороде в течение 18 час при 1400°C .

На рис. 4 приведена зависимость количества импульсов Баркгаузена, зафиксированных в различных точках нитевидного кристалла длиной 7,6 мм, для которого на рис. 1 изображена зависимость τ от $\frac{dH}{dt}$ (кристалл № 3). При перемагничивании кристалла в толстой деформированной части зафиксировано около 80 импульсов Баркгаузена. При перемещении катушки к тонкому концу число их уменьшается, и, наконец, самый тонкий участок длиной около 2 мм перемагничивается одним скачком Баркгаузена.

В связи с этим в различных точках по длине растущих на конус нитевидных кристаллов была изучена доменная структура. Около толстого деформированного конца наблюдается довольно сложная конфигурация доменов, типичная для материалов, подвергнутых внешним неоднородным напряжениям, средняя часть кристалла показывает простую доменную структуру и, наконец, самая тонкая часть характеризуется стремлением к однодоменности.

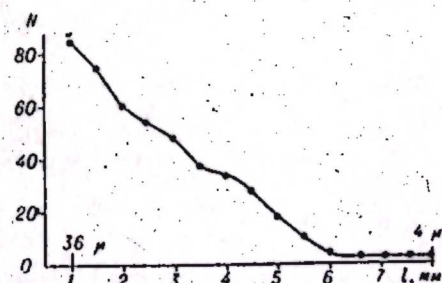


Рис. 4. Изменение числа импульсов Баркгаузена вдоль нитевидного кристалла железа длиной 7,6 мм (образец № 3 на рис. 1). $\frac{dH}{dt} = 0,01$ э/сек.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Нитевидный рост кристаллов железа имеет ряд особенностей, которые обуславливают отличие свойств нитевидных кристаллов и обычных кристаллов железа. Первоначальный рост нитевидных кристаллов происходит в длину (при малых диаметрах) в результате поверхностной диффузии атомов металла. Для осуществления такого механизма достаточно существования одной винтовой дислокации с вектором Бюргера, параллельным направлению роста [100]. Поэтому кристалличе-

ская решетка таких нитевидных кристаллов весьма совершенна. Дальнейшее увеличение их диаметра происходит в результате слоистого роста, что неизбежно связано с возникновением новых дефектов. Слои роста зарождаются у основания кристалла и затем распространяются по его поверхности, образуя конус роста. Таким образом, чем тоньше кристалл, тем меньше в нем должно быть дефектов. И даже в одном нитевидном кристалле, растущем на конус, особенно если учесть, что толстая часть деформируется при удалении из ванночки, наиболее совершенную кристаллическую структуру имеет тонкий конец.

Эти соображения делают понятными полученные результаты. Чем меньше дефектов в кристалле, тем значительнее задержка образования зародышей обратной намагниченности. Это приводит к увеличению коэрцитивной силы наиболее совершенных кристаллов. С другой стороны, время перемагничивания кристаллов определяется скоростью перемещения доменных стенок. Последняя же зависит от наличия потенциальных барьеров, создаваемых дефектами кристаллической решетки. Поэтому наиболее совершенные кристаллы обладают значительной коэрцитивной силой и малым временем перемагничивания.

Изучение эффекта Баркгаузена дает представление о распределении дефектов кристаллической решетки по длине образца. Как было показано, у толстого конца кристалла число импульсов Баркгаузена, а следовательно, и число дефектов значительно больше, чем у тонкого. Именно этим и определяется зависимость времени перемагничивания и максимальной восприимчивости вдоль нитевидных кристаллов, растущих на конус.

Институт физики
Сибирского отделения АН СССР,
Красноярск

Поступила в редакцию
15/III 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. Вицена. О влиянии дислокаций на коэрцитивную силу ферромагнетиков.— Чехосл. физич. журн., 1955, 5, 4, 480.
2. И. Я. Дехтяр, Е. Г. Мадатова. Взаимодействие между магнитной (доменной) и дислокационной структурой в ферромагнетиках.— Изв. высш. учебных заведений. Физика 1961, № 1, стр. 63.
3. Э. М. Надгорный. Свойства нитевидных кристаллов. УФН, 1962, 77, 2, 201—227.
4. R. W. DeBlois, C. P. Bean. Nucleation of ferromagnetic domains in iron whiskers. J. Appl. Phys., 1959, vol. 30, № 4, p. 225.
5. R. W. De Blois. Domain-wall motion in metals. J. Appl. Phys., 1958, vol. 29, № 3, p. 459.
6. K. J. Sixtus, L. Tonks. Phys. Rev., 1931, vol. 37, p. 930.
7. S. S. Brenner. The growth of whiskers by the reduction of metal salts. Acta Metallurgica, 1956, vol. 4, № 1, p. 62.

В. Г. КАГАН

О ДИНАМИЧЕСКОМ КАЧЕСТВЕ РЕАЛЬНЫХ СТРУКТУР АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ВЫСОКОЙ ТОЧНОСТИ

Известно, что увеличение точности систем автоматического регулирования, работающих по принципу отклонения, и расширение их полосы пропускания (увеличение быстродействия) связаны с увеличением коэффициента усиления таких систем. Однако в одноконтурных системах выше второго порядка увеличение коэффициента усиления вступает в противоречие с условиями устойчивости. В связи с этим были разработаны принципы построения многоконтурных линейных структур, допускающих неограниченное увеличение коэффициента усиления системы без потери устойчивости [1].

За последнее время эти структуры благодаря логической стройности и простоте получили широкое распространение в практике автоматического управления и регулирования (особенно с развитием полупроводниковой усилительной техники). Поэтому представляет интерес рассмотрение некоторых вопросов практического синтеза таких систем, особенно вопросов динамического качества.

Рассмотрим типовую двухконтурную структуру (рис. 1).

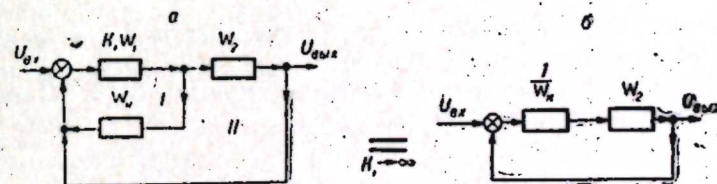


Рис. 1.

Здесь $K_1 \cdot W_1$ и W_2 — передаточные функции звеньев прямого канала системы;

W_k — передаточная функция корректирующего звена;

K_1 — коэффициент усиления звена прямого тракта контура I системы.

При неограниченном увеличении коэффициента усиления K_1 структура, показанная на рис. 1, а, переходит в структуру рис. 1, б. Действительно, передаточная функция разомкнутой по выходу системы рис. 1, а имеем вид

$$W_c = \frac{k_1 \cdot W_1}{1 + K_1 \cdot W_1 \cdot W_k} \cdot W_2 \quad (1)$$

и при неограниченном увеличении K_1 стремится к своему пределу — к передаточной функции вырожденной системы [1]

$$\lim_{K_1 \rightarrow \infty} W_c = W_v = \frac{1}{W_k} \cdot W_2, \quad (2)$$

которая соответствует структуре рис. 1, б.

Однако такой переход правомерен, если система сохраняет устойчивость при $K_1 \rightarrow \infty$. В [1] показано, что система сохраняет устойчивость при $K_1 \rightarrow \infty$, если

а) в передаточной функции разомкнутого внутреннего охвата (контур I на рис. 1, а)

$$W_{pl} = K_1 \cdot W_1 \cdot W_k \quad (3)$$

порядок знаменателя превышает порядок числителя не более чем на 2;

б) выполняются условия устойчивости вспомогательного уравнения;

в) вырожденная система устойчива.

Рассмотрим выполнение условий а и б в реальных системах.

Поскольку реализация корректирующих звеньев с «чистым» дифференцированием встречает серьезные затруднения, а использование в качестве W_k жесткой связи неэкономично из-за уменьшения статического коэффициента усиления системы, в реальных системах наибольшее распространение получило типовое корректирующее звено гибкой связи с передаточной функцией

$$W_k = \frac{a_k p T_k}{1 + p T_k}, \quad (4)$$

которое легко реализуется с помощью пассивной RC-цепочки или стабилизирующего трансформатора. При этом звено $K_1 \cdot W_1$, охватываемое корректирующей связью W_k (рис. 1, а), должно быть не выше второго порядка (а в трехконтурных системах и выше, корректирующие связи должны отстоять друг от друга не далее, чем через звено второго порядка).

Однако в этом случае можно показать, что условие устойчивости вспомогательного уравнения (условие б) выполняется всегда при структурно устойчивых звеньях W_1 и W_2 .

Действительно, пусть в общем случае

$$K_1 \cdot W_1 = \frac{K_1}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}; \quad K_2 \cdot W_2 = \frac{K_2}{b_2 p^2 + b_1 p + 1}, \quad (4a)$$

где

$$a_2 > 0, \quad a_1 > 0, \quad b_2 > 0, \quad b_1 > 0.$$

Тогда условие устойчивости вспомогательного уравнения [1] записывается в виде

$$\frac{B_1}{B_0} - \frac{A_1}{A_0} > 0,$$

где

$$B_0 = a_2 b_2 T_k;$$

$$B_1 = a_2 b_2 (a_2 b_1 + a_1 b_2) T_k;$$

$$A_0 = a_k b_2 T_k;$$

$$A_1 = a_k b_1 T_k,$$

или

$$\frac{1}{T_k} + \frac{a_1}{a_2} > 0, \quad (5)$$

что всегда справедливо при $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ и $T_k > 0$.

Таким образом, в рассмотренном случае для устойчивости всей системы при $K_1 \rightarrow \infty$ необходимо обеспечить устойчивость только вырожденного уравнения.

Однако, прежде чем переходить к вырожденному уравнению, отметим некоторые существенные моменты.

1. Создание структуры высокой точности, допускающей неограниченное увеличение коэффициента усиления, является практическим методом снижения порядка дифференциального уравнения реальных систем. Так, при $K_1 \rightarrow \infty$ двухконтурная структура снижает порядок системы на единицу (см. рис. 1); трехконтурная структура снижает порядок системы на 3 и т. д.

Вырожденная система во всех случаях определяется последним нескорректированным звеном прямого канала и инверсной передаточной функцией последнего корректирующего звена. При таком рассмотрении явно выступает логическая стройность структур высокой точности: каждый охват компенсирует одну инерцию, и так до тех пор, пока оставшаяся часть позволяет повышать коэффициент усиления неограниченно, что возможно лишь в системах, поведение которых на высоких частотах аналогично поведению систем второго порядка, т. е. структура высокой точности сводит рассмотрение систем высокого порядка к системам не выше второго — третьего порядка.

2. Рассмотрим структуру, показанную на рис. 1, с точки зрения частотных представлений.

Перепишем выражение (1) следующим образом:

$$W_c = \frac{K_1 \cdot W_1 \cdot W_k}{1 + K_1 W_1 \cdot W_k} \cdot \frac{1}{W_k} \cdot W_2,$$

что с учетом (2) и (3) можно представить в виде

$$W_c = \frac{W_{pl}}{1 + W_{pl}} \cdot W_v = W_{pl} \cdot W_v. \quad (6)$$

Здесь W_{pl} — передаточная функция замкнутого внутреннего охвата, рассматриваемого как система с единичной обратной связью. Для таких систем составлены номограммы (диаграмма Никольса [2]), позволяющие определять амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ) замкнутой системы по АФЧХ разомкнутой системы.

При этом, если

$$|W_{pl}| \gg 1, \quad \text{то} \quad |W_{pl}| \approx 1. \quad (7)$$

Отсюда следует, что при увеличении K_1 условия (7) сохраняются до все более высоких частот, т. е. расширяется полоса пропускания внутреннего охвата. При $K_1 \rightarrow \infty$ полоса пропускания внутреннего охвата становится бесконечной ($|W_{pl}| = 1$ во всем диапазоне частот), а полоса пропускания и все динамические свойства системы определяются вырожденной структурой в соответствии с (6).

Отсюда следует важный вывод — динамические свойства вырожденной структуры являются предельными для данной многоконтурной

структуры высокой точности. В частности, быстродействие многоконтурной структуры не может быть выше, чем у соответствующей вырожденной структуры.

3. Поскольку в реальных системах коэффициент усиления всегда конечен, то большой практический интерес представляет вопрос, при каком конечном значении коэффициента усиления многоконтурная структура будет, во-первых, устойчива, во-вторых, по своим динамическим свойствам достаточно близка к вырожденной системе.

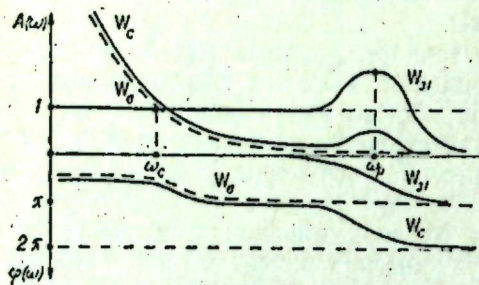


Рис. 2.

Рассмотрим рис. 2, на котором изображены амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) всей системы и ее сомножителей (см. выражение (6)) при некотором конечном значении K_1 . По характеру кривых рис. 2 можно сделать следующее заключение об устойчивости системы: система будет устойчива, если подъем АЧХ на частоте резонанса внутреннего охвата ω_p не будет достигать единицы. Аналитически это записывается следующим образом:

$$|W_{\text{ал}} \cdot W_{\text{в}}|_{\omega = \omega_p} < 1. \quad (8)$$

Для системы рис. 1, с учетом (4а), имеем

$$W_{\text{ал}} = \frac{K_1 a_k p T_k}{a_2 T_k p^3 + (a_2 + a_1 T_k) p^2 + (a_1 + T_k + K_1 a_k T_k) p + 1}. \quad (9)$$

Исследование выражения (9) на максимум модуля дает значение резонансной частоты внутреннего охвата

$$\omega_p \approx \sqrt{\frac{K_1 a_k}{a^2}}. \quad (10)$$

При этом выражение (8) приводится к следующему виду:

$$K_1 > \frac{a_2^3 T_k^2}{a_k^2 b_2^2 (a_2 + a_1 T_k)^2}. \quad (11)$$

Выражение (11) дает достаточное значение коэффициента усиления, обеспечивающее устойчивость данной структуры.

Получить критерии идентичности динамических свойств вырожденной и многоконтурной систем значительно сложнее. Однако на основе опыта создания действующих систем и многочисленных модельных решений можно придерживаться следующего правила: частота среза разомкнутого внутреннего охвата (или частота резонанса замкнутого внутреннего охвата, что практически одно и то же) должна быть в 2-3 раза выше частоты среза вырожденной системы, т. е. в соответствии с рис. 2

$$\omega_p = (2-3) \omega_c. \quad (12)$$

Увеличение разброса частот более чем в 3 раза нецелесообразно, поскольку уже при увеличении в 3 раза основные показатели качества переходного процесса в многоконтурной системе отличаются от показателей в соответствующей вырожденной системе не более чем на 10%.

При создании следящих и регулируемых электроприводов металло-режущих станков на Новосибирском заводе «Тяжстанкогидропресс» мы пользовались правилом трехкратного разброса частот среза соседних контуров, что делало переходные процессы очень близкими к процессам в соответствующей вырожденной структуре.

Синтез реальных многоконтурных систем на основе соотношения частот соседних контуров в случае, когда нет достоверной математической модели объекта, но имеется экспериментальная частотная характеристика, часто бывает единственно возможным и быстро приводит к цели.

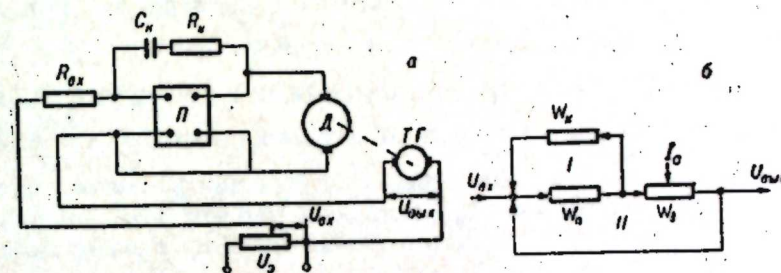


Рис. 3.

Перейдем к рассмотрению вырожденных систем. Поскольку эти системы являются пределом по динамике реальных многоконтурных систем, представляет интерес подробное исследование динамических показателей таких систем. Причем так как вырожденные структуры описываются дифференциальными уравнениями не выше 3-го порядка, то здесь возможно с помощью машинной математики получить однозначные зависимости качественных показателей динамики системы от ее параметров в обобщенном виде. Более того, если в системе есть нелинейность в последнем охвате, то она также может быть учтена в обобщенном виде.

Ниже приводится анализ обобщенной вырожденной структуры линейного регулируемого электропривода постоянного тока.

На рис. 3 приведены обобщенные принципиальная (а) и структурная (б) схемы регулируемого привода.

Здесь $W_{\text{п}}$ — передаточная функция преобразователя системы (преобразователем в дальнейшем будем называть все усилитель-но-преобразовательные элементы, стоящие до двигателя);

$W_{\text{д}}$ — передаточная функция двигателя;

I_c — ток нагрузки (статическая составляющая тока якоря);
 $\Pi, Д, ТТ$ — преобразователь, двигатель, тахогенератор. Коэффициент передачи тахогенератора принят равным единице.

Обобщенное дифференциальное уравнение вырожденной структуры в этом случае имеет вид (при учете управляющего и возмущающего воздействий):

$$U_{\text{внх}} (S^3 + S^2 + AS + B) = U_{\text{вх}} B (1 + \tau S) - \frac{I_c R_a}{\lambda} S (1 + S). \quad (13)$$

Здесь

$$A = \frac{1 + a}{a\lambda}; \quad T_k = R_k C_k;$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{1}{a\lambda\gamma}; & a &= \frac{R_{\text{нз}}}{R_{\text{к}}}; \\
 \lambda &= \frac{T_{\text{м}}}{T_{\text{э}}}; & S &= pT_{\text{э}}; \\
 \gamma &= \frac{T_{\text{к}}}{T_{\text{э}}}; & p &= \frac{d}{dt},
 \end{aligned}
 \quad (14)$$

где $T_{\text{м}}$ и $T_{\text{э}}$ — электромеханическая и электромагнитная постоянные двигателя;

$R_{\text{к}}$ — сопротивление якорной цепи.

Уравнение (13) записано в относительном времени, так как S есть оператор дифференцирования по относительному времени $t' = \frac{t}{T_{\text{э}}}$. В правой части (13) находятся два члена, один из которых $U_{\text{нз}}B(1 + \gamma S)$ — функция от управляющего воздействия, а второй $\frac{I_{\text{с}}R_{\text{э}}}{\lambda}S(1 + S)$ — от возмущающего воздействия. Эти функции различны, следовательно, различны переходные процессы в системе от этих воздействий. Поэтому анализ ведется отдельно по управляющему и возмущающему воздействиям.

Из (13) видно, что качественные показатели переходных процессов системы при нормированных внешних воздействиях определяются значениями двух безразмерных параметров системы — коэффициентов A и B .

Многочетное решение уравнения (13) на электронной модели при разных значениях параметров A и B позволяет установить требуемую зависимость между любыми показателями качества динамики системы (например, временем регулирования, перерегулированием, временем установления, числом колебаний за время регулирования и т. п.) и значениями параметров A и B отдельно по каждому воздействию.

Результаты «решения» структуры на модели для возмущающего воздействия приведены в виде диаграммы на рис. 4. При этом за качественные показатели переходных процессов в системе принимались следующие величины: время регулирования ($t_{\text{р}}$), т. е. время, по истечении которого выходная величина системы отличается от своего установившегося значения не более чем на 5%; перерегулирование ($\sigma_{\text{max}}\%$) т. е. отношение максимального превышения выходной величины над своим установившимся значением к этому установившемуся значению — в случае управляющего воздействия и отношение максимальной просадки выходной величины к приведенному значению скачка нагрузки $U_0 \approx \frac{I_{\text{с}}R_{\text{э}}}{\lambda}$ — в случае возмущающего воздействия.

Диаграммы представляют собой семейства кривых равных времен регулирования и равных перерегулирований в плоскости обобщенных параметров A и B .

Следует отметить некоторые существенные особенности диаграмм. Вся область параметров A и B делится прямой $A=B$ на зоны устойчивости и неустойчивости (по критерию Гурвица для уравнения (13) условие устойчивости также имеет вид $A>B$, что при $a < 1$ равносильно $T_{\text{к}} > T_{\text{э}}$).

Область устойчивости ($A>B$) делится прямой $A \approx 3B$ на область слабоколебательных процессов ($A>3B$) и область сильноколебатель-

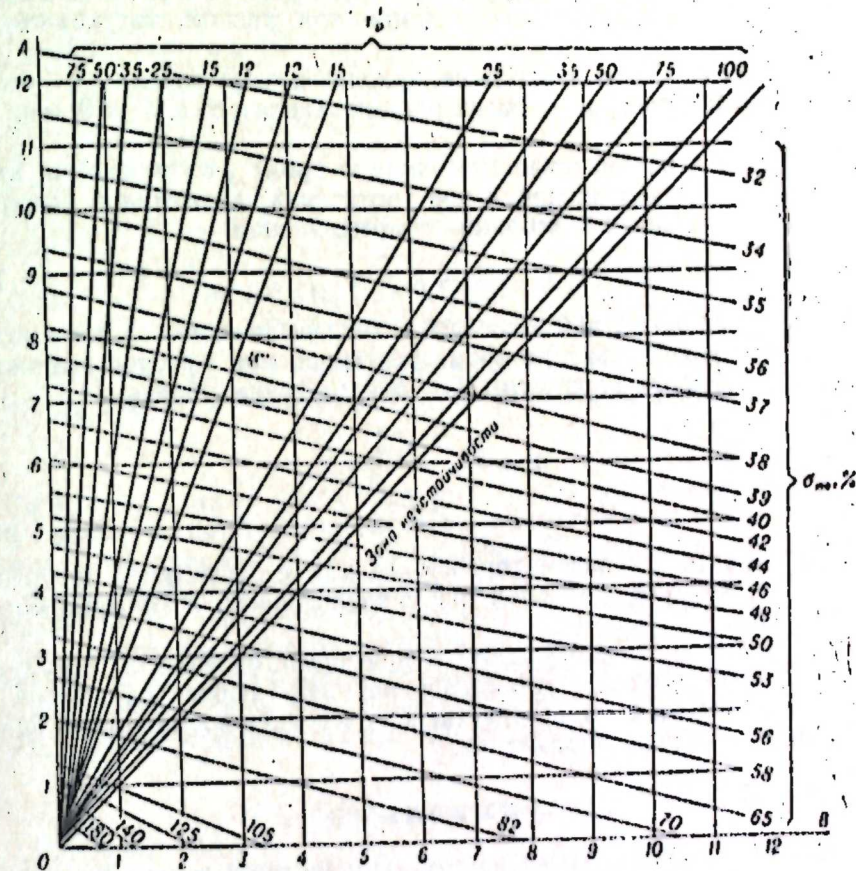


Рис. 4.

ных процессов ($A < 3B$), но ($A > B$). Эти результаты хорошо согласуются с результатами анализа распределения корней, полученными в [3].

Минимальное время регулирования в системе получается при соотношении обобщенных параметров $A \approx 3B$. Поскольку при $a < 1$ из (14) получаем $A \approx \gamma B$, то оптимальным по быстродействию является значение

$$\gamma_{\text{опт}} \approx 3, \text{ т. е. } T_{\text{к опт}} \approx 3T_{\text{э}}. \quad (15)$$

Поскольку $t_{\text{р}} = t'_{\text{р}} \cdot T_{\text{э}}$, то в двух системах с равными A и B соотношение времен регулирования будет таким же, как и у якорных постоянных двигателей в этих системах.

Увеличением параметра A можно улучшить динамические характеристики по возмущающему воздействию. Увеличение параметра A ведет к уменьшению просадки скорости при действии набросов нагрузки. Однако при этом ухудшается качество динамики по управляющему воздействию — увеличивается колебательность системы, т. е. число колебаний за время регулирования в системе получается при $A \approx 3B$ (равенство тем точнее, чем больше A), но это время не меньше, чем $10T_{\text{э}}$. Анализ уравнения (13) по распределению корней дает минимальное время регулирования в системе, равное $9T_{\text{э}}$. Действительно,

сумма корней уравнения (13) равна 1 (коэффициент при S^2), следовательно, минимальное время, получаемое при равном затухании всех составляющих свободного процесса, находится из условия $e^{-\frac{1}{3}t'} = e^{-3} \approx 0,05$ (5%-ный критерий времени регулирования), т. е. $t' = 9$ или $t = 9T_n$.

Поскольку в рассматриваемой системе время регулирования имеет предел в сторону уменьшения, а при увеличении параметра A возрастает частота собственных колебаний системы, равная

$$\Omega_0 \approx \sqrt{A} \quad (16)$$

(равенство тем точнее, чем больше A), то с увеличением A должно возрастать число колебаний n за время регулирования, которое выражается через обобщенные параметры A и B следующим образом:

$$n = \frac{3}{\pi} \frac{\sqrt{A}}{1 - \frac{B}{A}} \quad (17)$$

Таким образом, в рассматриваемой системе существует противоречие между качеством динамики по управляющему и возмущающему воздействиям.

Полученные диаграммы дают полное представление о структуре, представленной на рис. 1, устанавливают связь любого параметра системы с ее выходными характеристиками, что дает возможность оценить влияние разброса параметров.

ВЫВОДЫ

1. Показано, что построение структуры высокой точности является практическим методом снижения порядка дифференциального уравнения реальной системы.
2. На основе частотного анализа установлено, что динамические возможности вырожденной системы являются предельными для соответствующей реальной системы.
3. Дано выражение для коэффициента усиления в прямом тракте внутреннего контура, достаточного для обеспечения устойчивости структуры высокой точности.
4. Рекомендовано трехкратное разнесение частот среза соседних контуров, при котором динамические свойства реальной и вырожденной систем практически не различаются.
5. Проведен анализ обобщенной структуры регулируемого электропривода постоянного тока, в результате чего получены количественные зависимости между показателями динамического качества и параметрами системы.

Сибирский научно-исследовательский
электротехнический институт,
Новосибирск

Поступила в редакцию
30/IX 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. М. В. Мееров. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. Физматгиз, 1959.
2. Дж. К. Ньютон, Л. А. Гулд, Дж. Ф. Кайзер. Теория линейных следящих систем. Физматгиз, 1961.
3. А. Г. Ивахненко. Электроавтоматика, ч. II, ГИТЛ УССР, 1954.

А. А. ТАВИН, О. Ф. ВАСИЛЬЕВ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА СВЯЗАННЫХ КОЛЕБАНИЙ ВОДЫ И СУДОВ В ШЛЮЗАХ И НАКЛОННЫХ СУДОПОДЪЕМНИКАХ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СУДНО

Работа посвящена приближенному исследованию связанных колебаний воды и судна, а также силового воздействия на судно в шлюзах, их подходных каналах, а также наклонных судоподъемниках. Обе задачи имеют много общего, и методика их решения по существу одинакова. Исследование условия отстоя судов в шлюзах и подходных каналах при проектировании производится обычно путем гидравлического моделирования. Между тем в настоящее время многие практические вопросы гидравлики судоходных сооружений могут решаться расчетным путем с использованием современных вычислительных средств.

§ 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как известно, натяжение причальных тросов шлюзующихся судов определяется в основном волновым воздействием воды на судно, возникающим вследствие колебаний поверхности жидкости при наполнении или опорожнении камеры.

Координатную систему xuz расположим таким образом, чтобы плоскость xu совпадала с невозмущенным положением свободной поверхности жидкости, ось x направим параллельно оси камеры (или подходного канала), ось z — вертикально вверх (рис. 1).

Поскольку как в камере, так и в подходном канале колебания поверхности воды имеют относительно небольшую высоту в сравнении с длиной волны в основу решения может быть положена система допущений теории длинных волн*.

По той же причине колебания судна будем считать малыми. Рассматривая только продольные длинные волны, можно считать компоненту скорости частиц жидкости u_x значительно большей компонент u_y, u_z . В дальнейшем вместо u_x для простоты будем писать u .

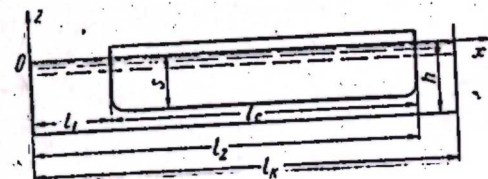


Рис. 1.

* Это положение остается в силе и при рассмотрении всего процесса наполнения или опорожнения камеры (а не только его начальной стадии), ибо существенное значение имеет здесь лишь степень отклонения уровня от его среднего положения в тот или иной момент шлюзования.

Колебания воды и шлюзующегося судна могут быть описаны следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + q \frac{u}{\omega} + g \frac{u|u|}{C^2 R} = 0; \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial (u \omega)}{\partial x} = q; \quad (1.2)$$

$$\frac{M'}{\gamma} \frac{d^2 \eta_0}{dt^2} + S \eta_0 = \int_{l_1}^{l_2} b_c \zeta dx \quad (M' = M + \Delta M); \quad (1.3)$$

$$\frac{I'}{\gamma} \frac{d^2 \psi}{dt^2} + WH \psi = \int_{l_1}^{l_2} b_c (x - l_0) \zeta dx \quad (I' = I + \Delta I). \quad (1.4)$$

Первые два из этих уравнений являются нелинейными уравнениями длинных волн в каналах с притоком (или оттоком) по длине. Они были даны выдающимся французским механиком Сен-Венаном. Здесь добавлены лишь слагаемые, учитывающие приток по длине [1]. Третье и четвертое уравнения представляют собой уравнения вертикальных и продольных угловых колебаний судна. В такой специфической для судовых сооружений форме они были предложены О. Ф. Васильевым [2, 3]. В целом указанная система описывает процесс связанных колебаний системы жидкость — судно.

Неизвестными в данной системе уравнений являются следующие четыре величины:

$\zeta(x, t)$ — ордината свободной поверхности жидкости;

$u(x, t)$ — продольная скорость воды в камере (или канале);

$\eta_0(t)$ — вертикальное перемещение центра тяжести судна (относительно положения покоя);

$\psi(t)$ — угол наклона судна (угол поворота судна относительно поперечно-горизонтальной оси).

Площадь поперечного сечения жидкости $\omega = \omega(x, \zeta, \eta)$ на свободных участках камеры (или канала)

$$\omega = \omega_k, \quad (1.5)$$

на участке, занятом судном,

$$\omega = \omega_k - \omega_c + b_c (\eta - \zeta), \quad (1.6)$$

причем $\omega_k(x, \zeta)$ — площадь поперечного сечения жидкости в свободной камере или канале;

$\omega_c(x)$ — площадь поперечного сечения погруженной части судна в нормальном (равновесном) положении;

$b_c(x)$ — ширина судна по ватерлинии (ее можно считать постоянной по высоте в пределах колебаний уровня).

Ордината плоскости плавания судна

$$\eta(x, t) = \eta_0(t) + (x - l_0) \psi(t),$$

где l_0 — абсцисса центра тяжести судна. Поэтому выражение (1.6) можно написать так:

$$\omega = \omega_k - \omega_c + b_c [\eta_0 + (x - l_0) \psi - \zeta]. \quad (1.7)$$

Другие обозначения в уравнениях (1.1) — (1.4):

g — ускорение силы тяжести;

γ — объемный вес воды;

$q(x, t)$ — расход воды, поступающей в камеру шлюза (или канал) через распределительную систему на единице длины*;

W — объемное водоизмещение судна;

S — площадь плоскости плавания (ограничена ватерлинией);

H — продольная метацентрическая высота судна;

M — масса судна;

ΔM — присоединенная масса воды при вертикальных колебаниях судна;

I — момент инерции массы судна относительно центральной поперечной оси;

ΔI — присоединенный момент инерции массы воды относительно той же оси;

R — гидравлический радиус;

C — коэффициент Шези.

Сформулируем граничные условия интегрирования уравнений (1.1), (1.2) при расчете колебаний в камерах шлюзов; для простоты ограничимся случаем, когда в камере находится одно судно (см. рис. 1).

Применительно к распределительным системам наполнения можем написать для крайних сечений

$$u(0, t) = u(l_k, t) = 0. \quad (1.8)$$

При головной системе наполнения для крайних сечений запишем

$$\omega(0, t) u(0, t) = Q(t); \quad u(l_k, t) = 0, \quad (1.9)$$

где $Q(t)$ — расход, подаваемый в камеру.

Обозначим значения ζ, u, ω на участке $(0, l_1)$ через ζ_1, u_1, ω_1 ; на участке (l_1, l_2) через ζ_2, u_2, ω_2 ; на участке (l_2, l_k) через ζ_3, u_3, ω_3 . Тогда условия сопряжения, которые должны выполняться в промежуточных сечениях $x = l_1$ и $x = l_2$, можно написать в виде

$$\zeta_i(l_i, t) = \zeta_{i+1}(l_i, t);$$

$$\omega_i(l_i, t) u_i(l_i, t) = \omega_{i+1}(l_i, t) u_{i+1}(l_i, t) \quad (i = 1, 2). \quad (1.10)$$

Первое из этих условий следует из уравнения Бернулли, если написать его для сечений, находящихся на малом расстоянии слева и справа от раздельного $x = l_i$, и пренебречь скоростными напорами. Второе представляет собой условие неразрывности.

В том случае, когда в камеру (или канал) сосредоточенно вводится расход $Q_j(t)$, он также вызывает определенный динамический эффект, подобный тому, какой дает непрерывный приток q в динамическом уравнении (1.1). Выражается этот эффект в появлении дополнительного перепада уровня. Если поперечное сечение камеры (или канала) в месте впуска не меняется, а приток $Q_j(t)$ направлен нормально к оси камеры

* Если поток из распределительной системы наполнения поступает сосредоточенно через отдельные выпуски, то можно учесть его и иначе: путем разбиения камеры (канала) по длине на отдельные участки, на границах которых происходит сосредоточенное поступление расхода. Об этом будет сказано ниже.

(канала), то, применив теорему количества движения для отсека потока, принимающего приток, получим

$$\frac{Q_1^2}{g \omega_1} + \omega_1 h_c = \frac{Q_2^2}{g \omega_2} + \omega_2 h_c,$$

где ω_1 и ω_2 — площади первого и второго сечений;

h_c и h_c — глубины погружения их центров тяжести (движение происходит в направлении от первого ко второму сечению).

В судоходных сооружениях перепад уровня $\Delta \zeta$ вызывает относительно небольшое изменение площади поперечного сечения, поэтому

$$\Delta \zeta = - \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{g \omega^2} = - \frac{u_2^2 - u_1^2}{g}.$$

В случае положительного притока происходит падение свободной поверхности ($\Delta \zeta < 0$), в случае оттока — повышение ($\Delta \zeta > 0$).

Таким образом, если сосредоточенное питание камеры осуществляется в каком-либо из ее промежуточных сечений $x = l_j$, где подается расход $Q_j(t)$, в этом сечении должны выполняться условия

$$\begin{aligned} \zeta_j(l_j, t) - \zeta_{j+1}(l_j, t) &= \left[\frac{u_{j+1}^2 - u_j^2}{g} \right]_{l_j, t}; \\ [\omega_{j+1} u_{j+1} - \omega_j u_j]_{l_j, t} &= Q_j(t), \end{aligned} \quad (1.11)$$

где ζ_j и ω_j относятся к участку слева от рассматриваемого сечения, ζ_{j+1} и ω_{j+1} — справа. Следует отметить, что при сосредоточенном питании камеры члены, содержащие q в уравнениях (1.1) и (1.2), выпадут.

Если в начальный момент времени жидкость и судно находятся в покое, начальными условиями будут:

$$\zeta(x, 0) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad (1.12)$$

$$\eta_0(0) = 0, \quad \frac{d\eta_0}{dt}(0) = 0, \quad (1.13)$$

$$\psi(0) = 0, \quad \frac{d\psi}{dt}(0) = 0. \quad (1.14)$$

При решении задач по подходным каналам система уравнений, описывающих колебания воды и судна, будет та же. Начальные и граничные условия при решении этих задач составляются аналогично. Отметим лишь, что для открытого конца канала длиной l , заканчивающегося большим водоемом с постоянным уровнем, граничное условие имеет вид

$$\zeta(l, t) = 0. \quad (1.15)$$

При наличии в канале местных резких изменений сечения или сосредоточенных впусков (выпусков) к ним также следует применять условия сопряжения (1.10), (1.11).

Продольная волновая сила, действующая на судно, приближенно может быть определена по формуле [4]

$$P_s = \gamma \omega_c [\zeta(l_1, t) - \zeta(l_2, t)]. \quad (1.16)$$

При ее выводе предполагалось, в частности, что поперечное сечение погруженной части судна незначительно меняется по длине. При этом естественно длину судна $l_c = l_2 - l_1$ считать равной

$$l_c = \frac{W}{\omega_c}, \quad (1.17)$$

где ω_c — площадь миделевого сечения судна (l_c — так называемая приведенная длина судна).

§ 2. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Решение приведенной системы интегродифференциальных уравнений возможно численными методами, причем практически только с использованием цифровых электронных вычислительных машин.

Задача может быть решена методом конечных разностей с различными схемами сетки. Одной из возможных схем может быть шахматная сетка, при которой частные производные заменяются следующими разностными отношениями (рис. 2):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} \approx \frac{\zeta_N - \zeta_M}{\Delta x}; \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} \approx \frac{1}{\Delta t} \left[\zeta_P - \frac{1}{2} (\zeta_M + \zeta_N) \right]. \quad (2.2)$$

Аналогично поступает с $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Подстановка этих выражений в уравнения (1.1) и (1.2) заменяет дифференциальные уравнения алгебраическими, которые затем решаются относительно ζ_p и u_p . Это позволяет получить значения u и ζ в некоторый момент времени по значениям этих величин в предыдущий момент.

Величины η_0 и ψ определяем приближенно по их значениям в предыдущий момент времени, исходя из разложения этих величин в ряд Тейлора:

$$\eta_0(t_i + \Delta t) \approx \eta_0(t) + \eta_0'(t) \cdot \Delta t + \eta_0''(t) \frac{\Delta t^2}{2}; \quad (2.3)$$

$$\eta_0'(t + \Delta t) \approx \eta_0'(t) + \eta_0''(t) \cdot \Delta t. \quad (2.4)$$

При этом $\eta_0''(t)$ определяется из уравнения (1.4)

$$\eta_0''(t) = \frac{\gamma}{M'} \left[\int_{l_1}^{l_2} b_c \zeta(x, t) dx - S \eta_0(t) \right]. \quad (2.5)$$

Входящий в это выражение определенный интеграл может быть вычислен, например, по формуле трапеций. Аналогичные формулы имеют место и для $\psi(t)$.

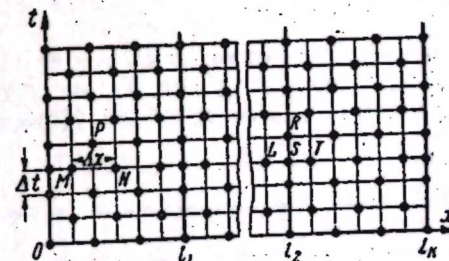


Рис. 2.

Граничные условия и условия сопряжения могут быть получены путем росписи в конечных разностях уравнений (1.1) и (1.2), преобразованных к характеристической форме

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Q}{\partial t} - b(u \mp c) \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \omega(u \pm c) \frac{\partial u}{\partial x} \pm bc(u \pm c) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \\ & + (u \mp c)q + g \frac{|u|Q}{C^2 R} - b_c(u \mp c) [\gamma'_0 + (x - l_0)\psi'] \pm \\ & \pm cu \left\{ b_c \psi + \frac{\partial \omega_c}{\partial x} \right\} \Big|_{x = \text{const}} - \frac{d\omega_c}{dx} + \frac{db_c}{dx} [\gamma'_0 + (x - l_0)\psi - \zeta] \Big\} = 0, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $Q(x, t) = U(x, t)\omega(x, t)$ — расход жидкости в камере (или канале);

$$c(x, t) = \sqrt{g \frac{\omega}{b}} \text{ — скорость движения волны возмущения;}$$

$b(x, \zeta) = b_k(x, \zeta) - b_c(x)$ — ширина свободной поверхности жидкости;

$b_k(x, \zeta)$ — ширина камеры (или канала) по свободной поверхности воды.

Слева от граничной точки или точки сопряжения уравнение (2.6) берется с верхним знаком и расписывается в конечных разностях по точкам R, S и L , а справа — с нижним знаком и расписывается по точкам R, S и T . При этом следует учитывать условия (1.8) — (1.11) (см. рис. 2).

Следует заметить, что для устойчивости разностной схемы необходимо выполнение условия Куранта-Фридрихса [1]

$$\frac{\Delta x}{2\Delta t} \geq c + |u|,$$

что накладывает ограничение на величину шага Δt по времени при выбранном шаге по длине. Кроме того, чрезмерное занижение шага Δt также ухудшает качество счета. Поэтому следует выбирать шаг Δt , возможно ближе к допустимой величине.

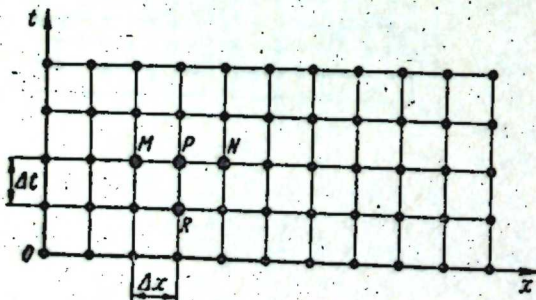


Рис. 3.

но ближе к допустимой величине.

Для того, чтобы не накладывать ограничений такого рода на шаги по x и по t , можно воспользоваться одной из неявных схем, например, приведенной на рис. 3. В этом случае частные производные аппроксимируются следующими разностными отношениями:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} \approx \frac{\zeta_P - \zeta_R}{\Delta t}; \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x} \approx \frac{\zeta_N - \zeta_M}{2\Delta x}$$

Но при этом система алгебраических уравнений относительно неизвестных $\zeta_M, \zeta_P, \zeta_N$ и т. д. уже не разрешается так просто, как в случае явной схемы. Для решения этой системы может быть использован, например, метод прогонки.

§ 3. СПОСОБЫ УПРОЩЕНИЯ РАСЧЕТОВ

Для упрощения расчетов вводятся три независимых друг от друга допущения.

а) **Линеаризация уравнений.** При отстое шлюзующегося судна в камере наибольшее натяжение причальных тросов имеет место обычно в начальный период наполнения камеры*. Для упрощения расчета в течение начального периода наполнения (или опорожнения) камеры, представляющего наибольший практический интерес, можно считать глубину в камере, мало отличающейся от начальной.

При анализе неустановившегося движения воды и условий отстоя судов в подходных каналах шлюзов колебания уровня можно также считать малыми, в сравнении с начальной глубиной, обычно в течение всего периода шлюзования.

Указанные обстоятельства позволяют упростить исследование наиболее важных режимов работы шлюзов. В указанных наиболее важных случаях гидравлического расчета шлюзов теория длинных волн применяется в упрощенном виде с использованием линеаризованных уравнений.

Отбросив за малостью все нелинейные члены уравнений (1.1), (1.2) и исключив $\dot{u}(x, t)$ в случае, когда возмущенное движение возникает из состояния покоя, основную систему уравнений напомним в виде [2, 3]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\omega \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) - \frac{b}{g} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = f(x, t) - \frac{1}{g} \frac{\partial q}{\partial t}; \quad (3.1)$$

$$\frac{M'}{\gamma} \frac{d^2 \gamma_0}{dt^2} + S \gamma_0 = \int_{l_1}^{l_2} b_c \zeta dx; \quad (3.2)$$

$$\frac{I'}{\gamma} \frac{d^2 \psi}{dt^2} + WH \psi = \int_{l_1}^{l_2} b_c (x - l_0) \zeta dx. \quad (3.3)$$

На свободных участках камеры или канала

$$\omega = \omega_k(x); \quad b = b_k(x); \quad f(x, t) = 0;$$

на участке, занятом судном,

$$\omega = \omega_k(x) - \omega_c(x); \quad b = b_k(x) - b_c(x);$$

$$f(x, t) = \frac{b_c}{g} [\gamma'_0(t) + (x - l_0)\psi''(t)].$$

В силу линеаризации уравнений под ω_k и b_k здесь подразумеваются начальные площадь поперечного сечения и ширина свободной поверхности (при $\zeta=0$). Граничные условия в крайних сечениях камеры (1.8) принимают вид

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial \zeta}{\partial x}(l_k, t) = 0. \quad (3.4)$$

При головной системе наполнения вместо (1.9) имеем

$$\omega_k \frac{\partial \zeta}{\partial x}(0, t) = -\frac{1}{g} Q'(t); \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x}(l_k, t) = 0. \quad (3.5)$$

* Это показано А. В. Михайловым в его работах [5, 6].

Условия сопряжения (1.10) в промежуточных сечениях камеры могут быть записаны в виде

$$\zeta_i(l_i, t) = \zeta_{i+1}(l_i, t); \omega_i \frac{\partial \zeta_i}{\partial x}(l_i, t) = \omega_{i+1} \frac{\partial \zeta_{i+1}}{\partial x}(l_i, t) \quad (i=1, 2), \quad (3.6)$$

Если сосредоточенное питание осуществляется в одном из промежуточных сечений камеры ($x = l_j$), где подается расход $Q_j(t)$, в этом сечении должны выполняться условия:

$$\zeta_j(l_j, t) = \zeta_{j+1}(l_j, t); \omega_j \frac{\partial \zeta_j}{\partial x}(l_j, t) - \omega_{j+1} \frac{\partial \zeta_{j+1}}{\partial x}(l_j, t) = \frac{1}{g} Q_j(t). \quad (3.7)$$

Начальные условия те же, что и в § 1.

Применяя численный метод расчета, в этом случае удобно выбрать прямоугольную сетку (рис. 4). Тогда

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \approx \frac{\zeta_{m+1n} - 2\zeta_{mn} + \zeta_{m-1n}}{\Delta t^2}; \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \approx \frac{\zeta_{mn+1} - 2\zeta_{mn} + \zeta_{mn-1}}{\Delta x^2}; \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} \approx \frac{\zeta_{mn+1} - \zeta_{mn-1}}{2\Delta x}. \quad (3.10)$$

Величины η_0 и ψ определяются, как и раньше.

Граничные условия и условия сопряжения, даваемые формулами (3.4) — (3.7), расписываются в конечных разностях для каждого горизонтального ряда точек (рис. 5); краевые условия (3.4), (3.5) — для двух пар точек $0, 1$ и $n_k - 1, n_k$; условия сопряжения (3.6) — для трех точек $n_i - 1, n_i, n_i + 1$; условия (3.7) — так же. Здесь $n_i = \frac{l_i}{\Delta x}$; $n_k = \frac{l_k}{\Delta x}$.

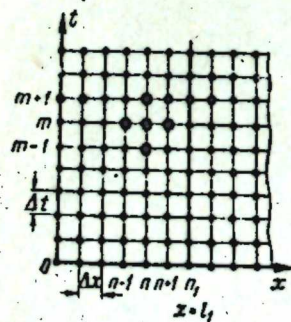


Рис. 4.

б) Приближенный учет колебаний судна. Вторым допущением, которое приводит даже к более существенному упрощению задачи, чем линеаризация, является пренебрежение инерционностью судна и жидкости в уравнениях колебаний судна (1.3), (1.4). Это допущение равносильно предположению [4, 7], что

$$\eta(x, t) \equiv \eta_0(t) + (x - l_0)\psi(t) \approx \zeta(x, t), \quad (3.11)$$

г. е. предположению, что судно в своих колебаниях следует за водной поверхностью.

В этом случае из основной системы уравнений выпадают интеграл-дифференциальные уравнения (1.3), (1.4), а уравнение неразрывности (1.2) после подстановки (1.6) и (3.11) приобретает вид

$$b_k \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial x} - q = 0. \quad (3.12)$$

Ранее к такой расчетной схеме на основе эмпирических данных о скорости распространения волны на участке, занятом судном, пришел

А. В. Михайлов [8, 9]. Он рекомендует для решения уравнений неустановившегося движения воды использовать метод характеристик. Мы же считаем, что для камер шлюзов, а тем более для подходных каналов со сложными очертаниями более удобен метод сеток с фиксированным шагом.

При решении упрощенной системы (1.1), (3.12) граничные условия и условия сопряжения имеют тот же вид, что и в § 1. Характеристические уравнения принимают теперь более простой вид, чем (2.6), а именно

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - b_k(u \mp c) \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \omega(u \pm c) \frac{\partial u}{\partial x} \pm b_k c(u \pm c) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (u \mp c)q + g \frac{|u|Q}{C^2 R} \pm cu \left(\frac{\partial \omega_k}{\partial x} \Big|_{c=\text{const}} - \frac{d\omega_c}{dx} \right) = 0. \quad (3.13)$$

При этом скорость волн возмущения c на свободных участках

$$c_k = \sqrt{g \frac{\omega_k}{b_k}}, \quad (3.14)$$

а на участке, занимаемом судном,

$$c_c = \sqrt{g \frac{\omega_c - \omega_c}{b_k}} = c_k \sqrt{1 - \frac{\omega_c}{\omega_k}}. \quad (3.15)$$

Последняя формула как раз и была установлена А. В. Михайловым опытным путем [5, 8, 9].

При линейной постановке (§ 3, а) допущение (3.11) сводит задачу к уравнению [6]

$$b_k \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = g \frac{\partial}{\partial x} \left(\omega \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial q}{\partial t}. \quad (3.16)$$

Если площадь поперечного сечения жидкости в камере или канале в состоянии покоя постоянна по длине $\omega = \text{const}$ на отдельных участках, то для каждого из этих участков уравнение (3.16) обращается в обычное волновое уравнение с правой частью

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{1}{b_k} \frac{\partial q}{\partial t} \quad \left(c = \sqrt{g \frac{\omega}{b_k}} \right). \quad (3.17)$$

В уравнениях (3.16), (3.17) ω и b_k берутся, как указано в пункте (а) настоящего параграфа. Остается в силе все сказанное относительно граничных условий, условий сопряжения и конечно-разностной схемы.

В этой постановке задача упрощается в наибольшей степени и в некоторых случаях может быть решена не только численно, но и аналитически. К таким случаям относится, например, расчет начальной стадии наполнения камеры шлюза с головной системой питания [4, 7].

в) Роль сил трения. Отметим коротко, что, как показывает опыт расчетов, роль последнего члена уравнения (1.1), учитывающего силы трения, при расчете колебаний в камерах и подходных каналах шлюзов весьма незначительна. Это привело А. В. Михайлова [6, 8, 9] к выводу, что этими силами трения можно пренебречь.

§ 4. КОЛЕБАНИЯ В СУДОВОЗНОЙ КАМЕРЕ НАКЛОННОГО СУДОПОДЪЕМНИКА

Поскольку в камере судоподъемника обычно допускаются колебания поверхности воды лишь небольшой высоты, в основу решения и в этом случае может быть положена теория длинных волн. Связанные колебания жидкости и судна в камере наклонного судоподъемника описываются системой уравнений, аналогичных уравнениям (1.1) — (1.4). Осложнение заключается в том, что при использовании динамических уравнений движения жидкости к числу массовых сил надо отнести не только силу тяжести, но и силу инерции переносного движения, поскольку рассмотрение этой задачи целесообразно производить в движущейся системе координат, жестко связанной с камерой (рис. 5). Имеет смысл учитывать только горизонтальную составляющую ускорения движения камеры $j_x = j(t) \cos \theta$, так как вертикальная составляющая $j_z = j(t) \sin \theta$ обычно незначительна в сравнении с ускорением силы тяжести g . Здесь $j(t)$ — ускорение движения камеры; θ — угол наклона прямолинейного судовозного пути, по которому движется камера.

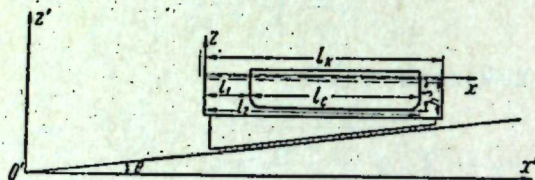


Рис. 5.

Опуская боковой приток ($q=0$) и пренебрегая силами трения, систему уравнений, описывающих колебания жидкости в камере наклонного судоподъемника, напишем в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + j_x = 0; \quad L \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial x} = 0. \quad (4.2)$$

Уравнения колебания судна сохраняют свой вид — формулы (1.3) и (1.4). Граничные условия и условия сопряжения также не меняются — формулы (1.8) и (1.10).

При линейаризации задачи в соответствии со сказанным в § 3 граничные условия в крайних сечениях камеры принимают вид

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial \zeta}{\partial x}(L, t) = -\frac{j_x}{g}, \quad (4.3)$$

а условия сопряжения в промежуточных сечениях камеры

$$\begin{aligned} \zeta_i(l_i, t) &= \zeta_{i+1}(l_i, t); \quad \omega_i \left[\frac{j_x}{g} + \frac{\partial \zeta_i}{\partial x}(l_i, t) \right] = \\ &= \omega_{i+1} \left[\frac{j_x}{g} + \frac{\partial \zeta_{i+1}}{\partial x}(l_i, t) \right] \quad (i = 1, 2). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Обозначения те же, что и в § 1, 3.

Рассматривая судно, находящееся в движущейся судовозной камере, к числу действующих на него сил, которые должны быть учтены при расчете напряжения причальных тросов, служащих для крепления судна к камере, следует отнести силу инерции переносного движения, которая определяется по формуле

$$F_n = -\frac{j_x}{g} \gamma W, \quad (4.5)$$

и волновую силу, которая определяется так же, как и в § 1 для шлюзов. Сила трения воды о судно незначительна.

Суммарная продольная сила, действующая на судно, будет равна [7, 10].

$$P = P_n + P_w = -\frac{j_x}{g} \gamma W + \gamma [\zeta(l_1, t) - \zeta(l_2, t)] \omega_c. \quad (4.6)$$

Аналитическое решение задачи о наклонном судоподъемнике в линейной постановке дано в работах [7, 10] при приближенном учете колебаний судна, т. е. с использованием допущения (3.11), а в работах [11, 12] — при точном учете колебаний судна, т. е. с использованием уравнений (1.3), (1.4). В последнем случае были применены операционный и матричный методы.

§ 5. РОЛЬ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ ЖИДКОСТИ. СРАВНЕНИЕ РЕШЕНИЙ В ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКАХ

При решении уравнений (1.3) и (1.4) необходимо знать величину присоединенной массы жидкости для судна, находящегося в камере или канале судоходного сооружения. Задача о присоединенной массе в приближенной постановке приведена к задаче Неймана [13]. В некоторых частных случаях полигонального поперечного сечения жидкости использован алгоритм Шварца; в более общих случаях, например при произвольном положении судна по ширине прямоугольного канала, использован метод сеток.

Из численных расчетов следует, что значение инерции самого судна при его колебаниях в камерах судоходных сооружений оказывается незначительным в сравнении с инерцией жидкости, вовлекаемой в колебания. Более того, численные расчеты, проведенные по наклонному судоподъемнику с использованием как линейаризованных, так и нелинейных уравнений (4.1), (4.2) колебаний воды, показали, что влияние инерции судна и жидкости на процесс колебаний в камере невелико. Это одно из доказательств правомочности допущения (3.11).

Сопоставление численных расчетов, проведенных в линейной и нелинейной постановке, показало хорошее совпадение результатов, что указывает на правомочность линейаризации в рассмотренных случаях. Критерием возможности линейаризации уравнений (4.1), (4.2) может служить отношение изменения площади живого сечения жидкости в камере (или канале) к ее величине в состоянии покоя $\frac{\Delta \omega}{\omega_k - \omega_c}$. В проведенных расчетах это отношение не превышало 0,11.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Д. Стокер. Волны на воде. ИЛ, 1959.
2. О. Ф. Васильев. Приближенные уравнения связанных колебаний воды и судна в камерах транспортных судоподъемников и шлюзов. ДАН СССР, 1961, т. 138, № 6.
3. О. Ф. Васильев. Приближенные уравнения колебаний воды и судна в камере транспортного судоподъемника. — Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1961, № 3.
4. О. Ф. Васильев. О приближенном анализе колебаний поверхности воды и условий отстоя судов в шлюзах. — Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1959, № 1.
5. А. В. Михайлов. Головные системы питания судоходных шлюзов и их расчет. М., Речиздат, 1951.
6. А. В. Михайлов. Судоходные шлюзы. М., Гостройиздат, 1955.
7. O. F. Vasiliev. Water surface fluctuations in locks and inclined ship elevators and the conditions of ship stay. 8 th Congress of the International Association for Hydraulic Research, Montreal (Canada), 1959.
8. А. В. Михайлов. О неустановившемся движении воды в камерах шлюзов и его влиянии на условия отстоя судов. — Сб. «Гидравлика сооружений и динамика речных русел», Изд-во АН СССР, 1959.
9. А. В. Михайлов. Определение гидродинамических усилий, испытываемых судами в камерах шлюзов, путем решения уравнений неустановившегося движения воды. — Тр. Гидропроекта, сб. 2, М., 1959.
10. О. Ф. Васильев. Задача гидродинамического расчета наклонных судоподъемников. Изв. АН СССР, Энергетика и автоматика, 1959, № 2.
11. О. Ф. Васильев. Решение уравнений связанных колебаний воды и судна в камере наклонного судоподъемника. — Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1961, № 4.
12. О. Ф. Васильев. Колебания воды и судна в камере наклонного судоподъемника. — Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 1.
13. О. Ф. Васильев. Присоединенная масса жидкости для судна, совершающего колебания в камере судоходного сооружения. — Журн. прикл. механики и технич. физики, 1961, № 2.

С. Е. ГРЕЧИЩЕВ

ПРЕДЕЛЬНОЕ РАВНОВЕСИЕ И ПОЛЗУЧЕСТЬ МЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Как известно, условие предельно-длительного равновесия мерзлых грунтов может быть описано уравнением Кулона, коэффициенты которого взяты с учетом времени действия нагрузки [1]:

$$\tau_n - \operatorname{tg} \rho_0 \cdot \sigma_n - C_{дл} = 0, \quad (1)$$

где τ_n и σ_n — касательное и нормальное напряжения на площадке предельного равновесия;

ρ_0 — угол внутреннего трения в условиях предельно-длительного равновесия;

$C_{дл}$ — предельно-длительный коэффициент сцепления.

При увеличении нагрузки выше величины, соответствующей предельно-длительному равновесию, т. е. при $\tau_n > \operatorname{tg} \rho_0 \cdot \sigma_n + C_{дл}$, начинается вязко-пластическое течение с постоянной скоростью, величина которой зависит от разности между этими нагрузками, что можно записать в довольной общей форме

$$\dot{\gamma}_n = \frac{1}{\eta} (\tau_n - \operatorname{tg} \rho_0 \cdot \sigma_n - C_{дл})^\beta, \quad (2)$$

где $\dot{\gamma}_n$ — скорость сдвига на некоторой площадке;

η — коэффициент пластической вязкости;

β — показатель нелинейности.

Поскольку уравнение (2), характеризующее связь скоростей сдвига с напряжениями на некоторой площадке, включает в себя как частное (при $\dot{\gamma}_n = 0$) уравнение (1), то в дальнейшем, говоря о ползучести и предельно-длительном равновесии, будем иметь в виду уравнение (2).

Для перехода от общего уравнения (2) к условиям сложного напряженного состояния необходимо связать напряжения и скорости деформации на произвольной площадке с элементами тензора напряжений и тензора скоростей деформаций. Эти зависимости имеют вид:

$$\begin{aligned} \tau_n &= \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 l^2 m^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 m^2 n^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 l^2 n^2}; \\ \dot{\gamma}_n &= 2 \sqrt{(\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2)^2 l^2 m^2 + (\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_3)^2 m^2 n^2 + (\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_3)^2 l^2 n^2}; \\ \sigma_n &= \sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2, \quad l^2 + m^2 + n^2 = 1, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ — главные напряжения;

$\dot{\epsilon}_1 > \dot{\epsilon}_2 > \dot{\epsilon}_3$ — главные скорости деформации;

l, m, n — направляющие косинусы углов между нормалью к площадке и инвариантными осями $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

Подставляя (3) в (2) и вводя определенные гипотезы о положении в инвариантной системе координат $\sigma_1\sigma_2\sigma_3$ площадки, на которой выполняется условие (2) (т. е. задавая конкретными значениями l, m, n), при $\gamma_n = 0$ можно получить известные теории предельного равновесия Мора — Кулона и Шлейхера — Боткина. Задавая направляющие косинусы l, m, n в виде

$$l = \cos\left(45^\circ + \frac{\rho_0}{2}\right); \quad m = 0; \quad n = \cos\left(45^\circ - \frac{\rho_0}{2}\right), \quad (4)$$

на основании (3) и (2) получаем уравнение предельного равновесия Мора

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \frac{1}{\cos \rho_{0I}} - \operatorname{tg} \rho_{0I} \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - C_{\lambda I} = 0. \quad (5)$$

При значении направляющих косинусов в виде

$$l = m = n = 1/\sqrt{3}. \quad (6)$$

таким же образом получаем уравнение предельного равновесия Шлейхера — Боткина [2]

$$\tau_{ок} - \operatorname{tg} \rho_{0II} \cdot \sigma_{ср} - C_{\lambda II} = 0, \quad (7)$$

где $\tau_{ок}$ — октаэдрическое напряжение сдвига;

$\sigma_{ср}$ — среднее нормальное напряжение.

При написании выражений (5) и (7) к обозначениям параметров ρ_0 и C_{λ} нами добавлены римские цифры, чтобы подчеркнуть, что величины этих физико-механических характеристик мерзлого грунта зависят от выбора теории предельного равновесия.

При $\gamma_n \neq 0$ выражение (2) с учетом (3) и значений направляющих косинусов в виде (4) и (6) дает следующие два уравнения ползучести при сложном напряженном состоянии:

$$\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \frac{1}{\cos \rho_{0I}} - \operatorname{tg} \rho_{0I} \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - C_{\lambda I}\right)^\beta = \eta_{II} (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \cos \rho_{0I} \quad (8)$$

и во втором случае

$$(\tau_{ок} - \operatorname{tg} \rho_{0II} \cdot \sigma_{ср} - C_{\lambda II})^\beta = \eta_{II} \dot{\gamma}_{ок}, \quad (9)$$

где $\dot{\gamma}_{ок}$ — октаэдрическая скорость сдвига.

Выражения (8) и (9) исследовались как при $\beta = 1$, так и при $\beta \neq 1$ и были предложены для использования рядом авторов [3—7]. Различия между выражениями (5) и (7) или (8) и (9) определяются различным заданием положения площадки (косинусы l, m, n), для которой справедливы уравнения (1) и (2). Вследствие того, что направляющий косинус m в этих теориях имеет различное значение, они по-разному учитывают влияние промежуточного главного напряжения σ_2 и поэтому выполняются с различной степенью точности. Это обнаруживается при сравнительном анализе двух характерных видов предельного напряженного состояния при $\sigma_2 = \sigma_3$ и $\sigma_2 = \sigma_1$. В соответствии с теорией Мора — Кулона радиу-

сы предельных кругов напряжений (на диаграмме $\tau_n - \sigma_n$) для этих двух видов напряженного состояния равны между собой, что противоречит опытам. В соответствии же с уравнением Шлейхера — Боткина при изменении σ_2 радиусы предельных кругов Мора меняются, но слишком значительно, что также противоречит опытам.

Проследить влияние σ_2 по теории Шлейхера — Боткина можно достаточно просто, рассмотрев соотношение между диаметрами предельных кругов напряжений при $\sigma_2 = \sigma_3$ и при $\sigma_2 = \sigma_1$, полагая, что центр этих кругов находится в одной и той же точке. Обозначим радиус большого круга (при $\sigma_2 = \sigma_1$) — R , а радиус малого круга (при $\sigma_2 = \sigma_3$) — r . Тогда, подставляя поочередно в (7) значения $\sigma_2 = \sigma_3$ и $\sigma_2 = \sigma_1$, после простых преобразований получим

$$\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{3} + \operatorname{tg} \rho_{0II}}{2\sqrt{3} - \operatorname{tg} \rho_{0II}}. \quad (10)$$

Последнее соотношение показывает, что R в зависимости от ρ_{0II} изменяется весьма значительно. С увеличением ρ_{0II} величина R сильно растет. В частности, при больших значениях ρ_{0II} (около $\pi/4$) радиус большого предельного круга напряжений, полученного в испытаниях при $\sigma_2 = \sigma_1$, в соответствии с теорией Шлейхера — Боткина должен быть почти в два раза больше радиуса предельного круга напряжений, полученного в испытаниях при $\sigma_2 = \sigma_3$.

Как показывают экспериментальные исследования, теория Шлейхера — Боткина преувеличивает роль промежуточного главного напряжения σ_2 . В качестве примера воспользуемся известными в литературе опытами Кармана и Бёкера. При разрушении образцов из мрамора ими было получено две предельные кривые — огибающих предельных кругов Мора: кривая I для испытаний при $\sigma_2 = \sigma_3$ и кривая II для испытаний при $\sigma_2 = \sigma_1$ (рис. 1)*. Концентрические круги 1 и 2 есть экспериментальные предельные круги Мора соответственно для испытаний по схемам $\sigma_2 = \sigma_3$ и $\sigma_2 = \sigma_1$. Для сравнения на том же рисунке построен круг 3, являющийся прогнозом теории Шлейхера — Боткина для испытаний по схеме $\sigma_2 = \sigma_1$ при условии, что коэффициенты ρ_{0II} и $C_{\lambda II}$ в уравнениях (7) и (9) вычислены на основании испытаний по схеме $\sigma_2 = \sigma_3$. Радиус круга 3 вычислен по (10). Как видно из рисунка, он примерно на 20—22% больше того, который был в опыте (круг 2). Очевидно также и несовпадение этих экспериментальных данных с теорией Мора, так как огибающие при $\sigma_2 = \sigma_3$ и при $\sigma_2 = \sigma_1$ не совпадают друг с другом.

Несовпадение между теориями предельного равновесия и данными экспериментов объясняется различным заданием положения площадок, на которых выполняется условие предельного равновесия Кулона (1). С нашей точки зрения естественно считать, что положение площадок, на

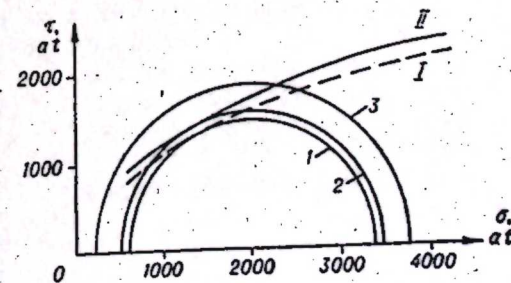


Рис. 1.

* Заимствовано из книги: М. М. Филоенко-Бородич. Механические теории прочности. Изд-во МГУ, 1961.

которых выполняются условия (1) и (2), относительно инвариантной системы координат $\sigma_1\sigma_2\sigma_3$, определяется свойствами материала. Или, что то же самое, несовпадение кругов предельного равновесия при $\sigma_2 = \sigma_3$ с кругами при $\sigma_2 = \sigma_1$ объясняется физической природой среды и должно быть учтено соответствующим параметром в уравнении предельного равновесия и ползучести при сложном напряженном состоянии.

Рассмотрим более подробно влияние промежуточного главного напряжения σ_2 на состояние предельного равновесия, пользуясь геометрической интерпретацией напряженного состояния в виде кругов Мора. Как известно, все возможные для данного напряженного состояния комбинации τ_n с σ_n определяются точками, лежащими в пределах криволинейного треугольника $\sigma_1\sigma_2\sigma_3$, заштрихованного на чертеже (рис. 2). Наше предположение о зависимости величины всех направляющих косинусов (в том числе и m) нормали к площадке, на которой выполняется условие предельного равновесия (I), от свойств материала равносильно утверждению, что точка (τ_n, σ_n) , отражающая сдвигающее и нормальное напряжения на этой площадке, при произвольном σ_2 может лежать не только на контуре большого предельного круга Мора (как в теории прочности Мора), но и внутри него. Предположим, что для напряженного состояния, изображенного на рис. 2, на площадке предельного равновесия, определенной известными нам направляющими косинусами l, m, n , имеются напряжения τ_n и σ_n , отображаемые некоторой точкой A , лежащей внутри криволинейного треугольника. Очевидно, что точка A должна лежать на линии предельного равновесия (см. рис. 2).

Если изменить σ_2 , точка A тоже изменит как-то свое положение, оставаясь одновременно на прямой предельного равновесия (I). Следовательно, для того, чтобы это было возможно, необходимо изменить диаметр большого предельного круга.

Найдем геометрическое место точек, изображающих напряженное состояние (τ_n, σ_n) , на площадке с фиксированными l, m, n и при неподвижных σ_1 и σ_3 , когда σ_2 меняется от σ_3 до σ_1 . Пользуясь выражениями (3), получим уравнение этой кривой, которое после приведения к канонической форме принимает вид

$$\frac{\tau_n^2}{4l^2n^2r^2/(l^2+n^2)} - \frac{\sigma_n^2}{4l^2n^2m^2r^2/(l^2+n^2)^2} = 1, \quad (11)$$

где

$$\theta_n = (\sigma_2 - \sigma_0) m^2, \quad (12)$$

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 l^2 + \sigma_2 n^2}{l^2 + n^2}, \quad r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

Кривая (II) является гиперболой DB , обращенной вогнутостью вверх (рис. 3). Поскольку $\theta_n = (\sigma_2 - \sigma_0) m^2$, то при движении σ_2 вправо от σ_3 соответствующая точка (τ_n, σ_n) по гиперболе также движется

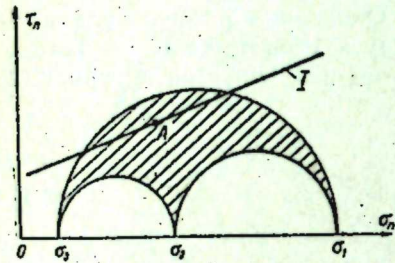


Рис. 2.

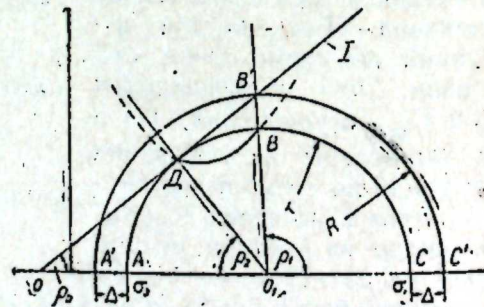


Рис. 3.

вправо. При $\sigma_2 = \sigma_3$ гипербола пересекает окружность $\sigma_1\sigma_3$ слева, а при $\sigma_2 = \sigma_1$ — справа. Очевидно, если эта гипербола соответствует площадке предельного равновесия, то линия предельного равновесия I должна пересекать эту гиперболу в некоторой точке, положение которой на гиперболе зависит от величины σ_2 . Отсюда следует, что при $\sigma_2 = \sigma_3$ предельная кривая должна пересекаться с гиперболой в точке D , а при $\sigma_2 = \sigma_1$ — в точке B (см. рис. 3). Причем для этого при $\sigma_2 = \sigma_1$ окружность $\sigma_1\sigma_3$ должна быть увеличена так, чтобы точка B совпала с линией предельного равновесия (точка B').

Из совместного решения уравнения окружности r и гиперболы (II) найдем точку пересечения их слева (при $\sigma_2 = \sigma_3$):

$$\sigma_{nl} = \sigma_1 l^2 + \sigma_3 (1 - l^2); \quad (13)$$

$$\tau_{nl} = l \sqrt{1 - l^2} (\sigma_1 - \sigma_3).$$

При пересечении гиперболой окружности справа (т. е. при $\sigma_2 = \sigma_1$) имеем

$$\sigma_{nn} = \sigma_1 (1 - n^2) + \sigma_3 n^2; \quad (14)$$

$$\tau_{nn} = n \sqrt{1 - n^2} (\sigma_1 - \sigma_3).$$

Найдем теперь геометрические места точек пересечения гиперболы с окружностью справа и слева при условии, что площадка предельного равновесия зафиксирована, а σ_1 и σ_3 переходят в σ'_1 и σ'_3 так, что положение центра круга не меняется, т. е.

$$\sigma'_1 = \sigma_1 + \Delta; \quad \sigma'_3 = \sigma_3 - \Delta. \quad (15)$$

Тогда круг ABC перейдет в круг $A'B'C'$ (см. рис. 3). Решая совместно (14) и (15) и исключая Δ , найдем геометрическое место точек пересечения гиперболы (II) с концентрическими окружностями, центр которых находится в точке $\frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2}$, справа

$$\tau_n - \tau_{nn} = - \frac{2n \sqrt{1 - n^2}}{1 - 2n^2} (\sigma_n - \sigma_{nn}), \quad (16)$$

где τ_{nn} и σ_{nn} даются выражениями (14). Аналогично геометрическое место точек пересечения гипербол с окружностями слева имеет вид

$$\tau_n - \tau_{nl} = \frac{2l \sqrt{1 - l^2}}{1 - 2l^2} (\sigma_n - \sigma_{nl}). \quad (17)$$

Выражения (16) и (17) являются уравнениями прямых линий O_1B' и O_1D , проходящих через центр O_1 . Тангенс угла наклона прямой O_1B' в соответствии с (16) равен

$$\operatorname{tg} \rho_1 = \frac{2n \sqrt{1 - n^2}}{1 - 2n^2}. \quad (18)$$

Если обозначить угол между нормалью к площадке предельного равновесия и осью $\sigma_3 - \psi$, т. е. $n = \cos \psi$, то из (18) следует

$$\psi = \frac{\pi - \rho_1}{2}. \quad (19)$$

Аналогично, обозначая угол между той же нормалью и осью $\sigma_1 - \varphi$, т. е. $l = \cos \varphi$, из (17) найдем

$$\varphi = \frac{\pi - \rho_2}{2}, \quad (20)$$

где ρ_2 — угол, обозначенный на рис. 3.

Поскольку прямая O_1B' есть геометрическое место точек пересечения гипербол с окружностями при условии $\sigma_2 = \sigma_1$, то, следовательно, точка B' пересечения этой прямой с прямой предельного равновесия (I) определит радиус R предельного круга Мора при испытаниях по схеме $\sigma_2 = \sigma_1$. А пересечение прямой предельного равновесия с линией O_1D даст радиус r предельного круга Мора, когда $\sigma_2 = \sigma_3$. Таким образом, указанные выше геометрические соображения позволяют выяснить, как меняются радиусы кругов предельного равновесия при изменении величины σ_2 от σ_3 до σ_1 . Изменение диаметров кругов предельного равновесия может быть охарактеризовано полностью величиной углов ρ_1 и ρ_2 .

В соответствии с высказанными соображениями, характерные углы ρ_0 , ρ_1 и ρ_2 должны определяться свойствами материала, т. е. находиться на основании опытов. В общем случае эти три угла и величина $C_{дл}$ полностью определяют условия предельного равновесия при сложном напряженном состоянии.

Некоторое упрощение можно получить, налагая на указанные три угла дополнительное условие, которое заключается в том, что угол $ОДО_1$ (см. рис. 3) считается с достаточной точностью прямым, как и в теории Мора. Тогда

$$\rho_2 = \frac{\pi}{2} - \rho_0; \quad \varphi = 45^\circ + \frac{\rho_0}{2}. \quad (21)$$

При таком условии для полной определенности достаточно знать величины только двух углов: ρ_0 и ρ_1 . При этом к уравнениям (2) и (3) добавятся значения l , m , n , которые выразятся на основании (19) и (21) через углы ρ_0 и ρ_1 следующим образом:

$$\begin{aligned} l^2 &= \frac{1 - \sin \rho_0}{2}, \\ n^2 &= \frac{1 - \cos \rho_1}{2}, \\ m^2 &= \frac{\sin \rho_0 + \cos \rho_1}{2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Совокупность уравнений (2), (3) и (22) дает более общее по сравнению с (8) и (9) уравнение предельного равновесия и ползучести, которое можно назвать уравнением «с двумя параметрами трения». Один из них — обычный угол трения ρ_0 , получающийся как угол наклона огибающей кругов предельного равновесия, полученных в испытаниях при $\sigma_2 = \sigma_3$. Геометрический смысл второго угла ясен из приведенных выше построений. Для того, чтобы получить этот угол, нужно из центра круга предельного равновесия, полученного в испытаниях по схеме $\sigma_2 = \sigma_1$, провести прямую линию в точку пересечения этого круга с линией предельного равновесия, которая является огибающей кругов предельного равновесия, полученных в испытаниях при $\sigma_2 = \sigma_3$. Таким образом, угол ρ_1

характеризует степень несовпадения кругов предельного равновесия, полученных в испытаниях по схеме $\sigma_2 = \sigma_3$, с предельными кругами равновесия, полученными в испытаниях по схеме $\sigma_2 = \sigma_1$.

Предлагаемое нами уравнение предельного равновесия и ползучести «с двумя параметрами трения» после подстановки (22) в (3) и затем в (2) имеет вид

$$(\tau_0 - \operatorname{tg} \rho_0 \cdot \sigma_0 - C_{дл})^2 = \eta \cdot \gamma_0, \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 (1 - \sin \rho_0) (\sin \rho_0 + \cos \rho_1) +} \\ &\quad + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 (1 - \cos \rho_1) (\sin \rho_0 + \cos \rho_1) + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 (1 - \sin \rho_0) (1 - \cos \rho_1)}; \\ \gamma_0 &= \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 (1 - \sin \rho_0) (\sin \rho_0 + \cos \rho_1) +} \\ &\quad + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 (1 - \cos \rho_1) (\sin \rho_0 + \cos \rho_1) + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2 (1 - \sin \rho_0) (1 - \cos \rho_1)}; \\ \sigma_0 &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \rho_0 + \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \cos \rho_1. \end{aligned}$$

Предлагаемое уравнение (23) является достаточно общим, так как теории Мора — Кулона и Шлейхера — Боткина получаются из него при частных значениях угла ρ_1 : в соответствии с теорией Мора $\rho_1 = \frac{\pi}{2} + \rho_0$, а в соответствии с теорией Шлейхера — Боткина $\rho_1 \approx 72^\circ$. В табл. 1 приведены значения ρ_1 для мерзлого песка и суглинка, полученные нами на

Таблица 1

Коэффициенты уравнений предельного равновесия и ползучести, определенные по результатам опытов на одноосное и трехосное сжатие (η указаны в 1×10^{-4} кг·сут/см², температура -3°C)

Грунт	Коэффициенты	Уравнения		
		(8)	(9)	(23)
Мерзлый песок	$C_{дл}, \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	1,65	1,60	1,65
	ρ_0	35°	33,5°	35°
	ρ_1	125°	72°	96°
	η	0,08	0,07	0,08
	β	1,0	1,0	1,0
Мерзлый суглинок	$C_{дл}, \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	1,50	1,47	1,50
	ρ_0	12°	11,5°	12°
	ρ_1	102°	72°	84°
	η	0,186	0,196	0,186
	β	1,66	1,66	1,66

основании экспериментальных данных. Как видно из этой таблицы, фактические значения ρ_1 (уравнение (23)) близки к 90° и не совпадают с теоретическими значениями по теории Мора и Шлейхера — Боткина.

Для экспериментальной проверки изложенных выше соображений было проделано несколько серий опытов с мерзлым песком и мерзлым суглинком при различных видах напряженного состояния: растяжении, одноосном сжатии, кручении и трехосном сжатии (по схеме $\sigma_2 = \sigma_3$). Для перечисленных видов испытаний соотношение между главными напряжениями различно: для растяжения $\sigma_2 = \sigma_1$, для сжатия $\sigma_2 = \sigma_3$ и для

Таблица 2

Сравнение показателей прочности мерзлого песка и суглинка, полученных из опытов, с рассчитанными теоретически (η указаны в 1×10^{-4} кг·сут/см², температура испытаний -3°C)

Грунт	Показатели прочности	Уравнения			Данные опытов
		(8)	(9)	(23)	
Мерзлый песок	$\sigma_{\text{дл}}^{\text{сж}}, \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	6,4	6,4	6,4	$6,4 \pm 0,2$
	$\sigma_{\text{дл}}^{\text{р}}, \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	1,72	2,3	1,9	$1,8 \pm 0,1$
	$\tau_{\text{дл}}, \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	1,35	2,00	1,66	$1,70 \pm 0,1$
	$\eta_{\text{с}}$	0,38	0,38	0,38	$0,38 \pm 0,03$
	$\eta_{\text{р}}$	0,10	0,14	0,13	$0,11 \pm 0,02$
	$\eta_{\text{чс}}$	0,05	0,07	0,06	$0,05 \pm 0,01$
Мерзлый суглинок	$\sigma_{\text{дл}}^{\text{сж}}, \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	3,65	3,65	3,65	$3,6 \pm 0,1$
	$\sigma_{\text{дл}}^{\text{р}}, \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	2,42	2,73	2,50	$2,5 \pm 0,1$
	$\eta_{\text{с}}$	1,22	1,22	1,22	$1,20 \pm 0,02$
	$\eta_{\text{р}}$	0,60	0,69	0,66	$0,67 \pm 0,02$

кручения $\sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_1$. Поэтому достоверность того или иного уравнения для сложного напряженного состояния можно проверить, вычисляя его коэффициенты на основании экспериментальных данных по какому-либо одному виду напряженного состояния и используя затем полученные величины для расчетов другого вида напряженного состояния, по которому имеются экспериментальные данные.

Нами был принят следующий порядок проверки уравнений (8), (9) и (23). Коэффициенты в этих уравнениях находились по данным опытов при $\sigma_2 = \sigma_3$, т. е. по данным одноосного и трехосного сжатия (см. табл. 1). Затем найденные коэффициенты использовались для вычисления пределов длительной прочности и коэффициентов пластической вязкости при сжатии, растяжении и чистом сдвиге (кручении) и сравнивались с этими же величинами, полученными в ходе испытаний (табл. 2).

Теоретическая связь между коэффициентами уравнений (8) и (9) и пределами прочности при растяжении, сжатии и сдвиге известна (см. например, [2]). Что касается уравнения (23), то аналогичные зависимости

были найдены следующим образом. Воспользуемся известным девиаторным соотношением Генки — Мизеса, которое можно записать так:

$$D_i = \frac{\gamma_0}{2\tau_0} D_\sigma, \quad (24)$$

где D_i — девиатор скоростей деформаций;
 D_σ — девиатор напряжений;
 τ_0, γ_0 — величины из выражения (23).

Подставляя в (24) уравнение (23), получим связь между компонентами скоростей деформаций и компонентами напряжений в виде

$$D_i = \frac{(\tau_0 - \text{tg } \rho_0 \cdot \sigma_0 - C_{\text{дл}})^{\beta}}{2\eta\tau_0} D_\sigma. \quad (25)$$

Расписывая уравнение (25) для случаев одноосного сжатия и растяжения и учитывая при этом, что для вязко-пластической ползучести скорость средней деформации равна нулю, получим связь между скоростями вертикальной деформации $\dot{\epsilon}_z$ и приложенными вертикальными напряжениями σ_z . Для сжатия эта связь имеет вид

$$\dot{\epsilon}_z = \frac{\text{tg}^{\beta} (45^\circ - \rho_0/2)}{3 \cdot 2^{\beta-1} \eta \cos \rho_0} [\sigma_z - 2C_{\text{дл}} \text{tg} (45^\circ + \rho_0/2)]^{\beta} \quad (26)$$

и для растяжения

$$\dot{\epsilon}_z = \frac{(\sin \rho_1 + \text{tg } \rho_0 - \text{tg } \rho_0 \cdot \cos \rho_1)^{\beta}}{3 \cdot 2^{\beta-1} \eta \sin \rho_1} \left[\sigma_z - \frac{2C_{\text{дл}}}{\sin \rho_1 + \text{tg } \rho_0 (1 - \cos \rho_1)} \right]^{\beta} \quad (27)$$

Для чистого сдвига на основании (25) связь между скоростью сдвига и сдвигающим напряжением будет иметь вид

$$\dot{\gamma} = \frac{(\alpha_1 - \text{tg } \rho_0 \cdot \alpha_2)^{\beta}}{2^{\beta} \alpha_1 \eta} \left[\tau - \frac{2C_{\text{дл}}}{\alpha_1 - \text{tg } \rho_0 \cdot \alpha_2} \right]^{\beta}, \quad (28)$$

где

$$\alpha_1 = \sqrt{\cos^2 \rho_0 + \sin^2 \rho_1 + 2(1 - \sin \rho_0)(1 - \cos \rho_1)};$$

$$\alpha_2 = \cos \rho_1 \cdot \sin \rho_0.$$

Пределы длительной прочности на основании этих выражений найдутся при $\dot{\gamma} = \dot{\epsilon}_z = 0$. Это дает

$$\sigma_{\text{дл}}^{\text{сж}} = 2C_{\text{дл}} \text{tg} (45^\circ + \rho_0/2);$$

$$\sigma_{\text{дл}}^{\text{р}} = \frac{2C_{\text{дл}}}{\sin \rho_1 + \text{tg } \rho_0 (1 - \cos \rho_1)};$$

$$\tau_{\text{дл}} = \frac{2C_{\text{дл}}}{\alpha_1 - \text{tg } \rho_0 \cdot \alpha_2},$$

где $\sigma_{\text{дл}}^{\text{сж}}$ — предел длительной прочности при одноосном сжатии;
 $\sigma_{\text{дл}}^{\text{р}}$ — предел длительной прочности при растяжении;

$\tau_{дл}$ — предел длительной прочности при чистом сдвиге.

Для удобства сравнения с данными испытаний обозначим в (26) — (28) множители перед скобками в правой части выражений следующим образом:

$$\text{для сжатия} \quad \eta_c = \eta \frac{3 \cdot 2^{\beta-1} \cos \rho_0}{\lg^{\beta} (45^{\circ} - \rho_0/2)};$$

$$\text{для растяжения} \quad \eta_p = \frac{3 \cdot 2^{\beta-1} \sin \rho_1 \cdot \eta}{[\sin \rho_1 + \lg \rho_0 (1 - \cos \rho_1)]^{\beta}}; \quad (30)$$

$$\text{для чистого сдвига} \quad \eta_{чс} = \eta \frac{2^{\beta} \alpha_1}{(\alpha_1 - \alpha_2 \lg \rho_0)^{\beta}}.$$

Результаты вычислений по выражениям (29) и (30), сопоставленные с опытными данными, представлены в табл. 2. Аналогичные выражения можно получить таким же образом на основании уравнений (8) и (9). Результаты вычислений по этим выражениям также представлены в табл. 2.

Поскольку определение коэффициентов ρ_0 , $C_{дл}$ и η производилось на основании испытаний при $\sigma_2 = \sigma_3$ (сжатие), то результаты расчетов по всем уравнениям для этого вида напряженного состояния совпадают и между собой и с данными испытаний (см. табл. 2). Наоборот, при $\sigma_2 \neq \sigma_3$ (растяжение, чистый сдвиг) результаты расчетов по уравнениям (8) и (9) существенно расходятся между собой, так как эти теории по-разному учитывают роль промежуточного главного напряжения σ_2 . Из приведенных в табл. 2 данных следует, что в этом случае теория Шлейхера — Боткина (уравнение (9)) для напряженных состояний типа $\sigma_2 \neq \sigma_3$ преувеличивает прочность мерзлых грунтов, а теория Мора (уравнение (8)) занижает ее. Как видно из табл. 2, наилучшее совпадение с результатами испытаний на прочность и ползучесть дают вычисления по уравнению (23). Это дает основание считать, что предельно-длительное равновесие и ползучесть мерзлых грунтов при сложном напряженном состоянии с учетом характера влияния промежуточного главного напряжения σ_2 могут быть описаны достаточно точно уравнением (23).

ВЫВОДЫ

1. Исследовано влияние промежуточного главного напряжения σ_2 на предельное равновесие и ползучесть мерзлых грунтов при сложном напряженном состоянии и предложено уравнение связи между напряжениями и скоростями деформаций.

2. Результаты исследования проверены экспериментально.

Институт мерзлотоведения
Сибирского отделения АН СССР,
Якутск

Поступила в редакцию
19/VII 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Вялов. Реологические свойства и несущая способность мерзлых грунтов. М., Изд-во АН СССР, 1959.
2. А. И. Боткин. О прочности сыпучих и хрупких материалов. — Изв. Науч.-иссл. ин-та гидротехники. Л., 1940, т. 26.

3. С. С. Вялов, В. Г. Гмошинский и др. Прочность и ползучесть мерзлых грунтов и расчеты ледогрунтовых ограждений. Под ред. С. С. Вялова. М., Изд-во АН СССР, 1962.
4. К. Ф. Войтковский. Ползучесть льда и мерзлых скелетных грунтов при сложном напряженном состоянии. — Докл. АН СССР, 1960, т. 135, № 5.
5. Г. А. Гениев. О движении вязко-сыпучей среды. Вопросы теории пластичности и прочности строительных конструкций. М., Госстройиздат, 1961.
6. С. Е. Гречищев. О скорости ползучести мерзлых грунтов при сложном напряженном состоянии. — Изв. СО АН СССР, 1961, № 5.
7. А. С. Строганов. Пластично-вязкое течение грунта. — Сборник докл. к междунар. конгр. по механ. грунтов. М., Госстройиздат, 1961.

Ф. И. ПТУХИН

СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ МАСШТАБНОГО ЭФФЕКТА У ЛЬДА

В лаборатории ледотермики Транспортно-энергетического института СО АН СССР при исследовании прочности ледяного покрова реки Оби и Новосибирского водохранилища были получены экспериментальные данные по масштабному эффекту у льда, результаты обработки и анализа которых и приведены в настоящей статье.

Существует несколько гипотез о природе масштабного эффекта [1], в основе которых лежат различные предположения о причине явления. Применимость существующих гипотез о природе масштабного эффекта ко льду рассматривалась в работах В. В. Лаврова [2—4], который предложил свою гипотезу на основании анализа результатов испытания ледяных образцов на прочность. По гипотезе В. В. Лаврова был высказан ряд критических замечаний [5, 6], с которыми, как нам кажется, следует согласиться.

Нам представляется, что для объяснения масштабного эффекта у льда вполне может быть принята гипотеза, основанная на применении статистической теории прочности. Авторы работ по масштабному эффекту у льда [2—4, 7] исходят из того, что лед представляет собой хрупкое тело с неоднородным строением, физической причиной его разрушения являются слабые места — дефекты материала, служащие концентраторами напряжений. Иными словами, физическая причина разрушения заключена в «опасном дефекте» материала, который может быть охарактеризован соответствующим значением прочности.

Подобные же предположения о неоднородности материала, характере и причине его разрушения принимаются в статистической теории прочности, которая дает несколько вариантов математического описания масштабного эффекта у различных материалов [8—10].

Статистическая теория прочности предполагает, что дефекты материала распределены по его объему в соответствии с одним из статистических законов распределения, свойства которого и используются для вывода зависимостей масштабного эффекта. При этом распределение дефектов можно полагать таким же, что и распределение значений прочности, полученных в опыте. Из статистической теории вытекает положение о том, что, чем больше образец, тем вероятнее присутствие в нем дефекта, обуславливающего его меньшую прочность, по сравнению с малыми образцами того же материала.

Для обоснования ледовых нагрузок на сооружения в период ледохода желательно иметь методику, которая позволяла бы, по данным полных экспериментов в предледоходный период при сравнительно небольших затратах труда, быстро и с достаточной надежностью оценивать прочностные показатели льда с учетом масштабного эффекта. Анализ теоретических решений задачи о масштабном эффекте (решения Т. А. Конторовой и Я. И. Френкеля [9], В. Вейбулла [8] и Б. Б. Чечули-

на [10]) показал, что такой методикой могла бы быть методика оценки прочности льда по формуле, впервые полученной В. Вейбуллом на основе предложенного им закона распределения. Формула имеет вид

$$\bar{\sigma}_p = \frac{A}{V_i^m} \quad (1)$$

Она была получена в предположении, что минимальная прочность материала $\sigma_{p, \min} = 0$. Если минимальная прочность материала не равна нулю и является его константой, то в силу свойств математического ожидания суммы постоянной и случайной величин получим формулу вида

$$\sigma_p = \sigma_{p, \min} + \frac{A}{V_i^m} \quad (2)$$

Здесь $\bar{\sigma}_p$ — средняя прочность образцов заданного объема;
A и m — коэффициенты, определяемые параметрами принятого закона распределения;

V_i — объем образца материала.

Для льда экспериментальные данные не дают возможности достаточно точно установить постоянное значение минимального предела прочности и какую-либо его зависимость от объема образцов, поэтому для упрощения вычислений $\sigma_{p, \min}$ следует принять равной нулю. Величины предела прочности льда варьируют в широком диапазоне, и если учесть, что минимальные величины могут быть очень малы, то теоретически их можно принять равными нулю. Кроме того, с точки зрения математической статистики, закономерности которой лежат в основе выводов формул (1), (2), принятие в качестве константы материала $\sigma_{p, \min}$ равносильно изменению начала отсчета кривой распределения, т. е. мы будем иметь дело не с самими значениями прочности, а с их отклонениями от $\sigma_{p, \min}$. При этом формулы вида (1) и (2) должны дать одинаковый результат, но, принимая $\sigma_{p, \min} = 0$, мы сократим число вычислительных операций по определению параметров распределения, а следовательно, и коэффициентов формулы масштабного эффекта. Параметры распределения и формулы определялись В. Вейбуллом [8] по результатам экспериментов методом наименьших квадратов, что требует выполнения большого количества опытов с образцами различных размеров. Это увеличивает затраты труда на получение необходимых данных. При значительном возрастании размеров образцов требуется более мощное и громоздкое оборудование для их испытания.

Определять коэффициенты формулы целесообразно, используя методику вычисления параметров закона распределения минимального члена вариационного ряда, выражением которого по существу является и распределение В. Вейбулла. Чтобы показать это, сопоставим выражение для закона распределения В. Вейбулла [8] с выражением закона распределения минимальных членов последовательности независимых случайных величин [11]. Последнее в наших обозначениях для $\sigma_{p, \min} = 0$ может быть записано так:

$$P(\sigma_{p, i}) \approx \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{\sigma_{p, i}}{K}\right)^m}, & \sigma_{p, i} > 0 \\ 0, & \sigma_{p, i} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $\sigma_{p,l}$ — возможное значение прочности данного материала;
 K и m — параметры распределения, определяемые экспериментально.

Приведенное выражение (3) является законом распределения вероятности встречи определенного, минимального для данного образца, значения прочности.

По В. Вейбуллу [8], вероятность разрушения образца при заданном напряжении или вероятность встречи определенного значения прочности, полученного в опыте при неоднородном напряженном состоянии, зависит от объема образца, при чистом изгибе, например, может быть выражена формулой

$$P(\sigma_{p,l}) = 1 - e^{-\frac{V_l}{2(m+1)} \left(\frac{\sigma_{p,l}}{\sigma_{p,0}}\right)^m}, \quad (4)$$

где $\sigma_{p,0}$ — параметр распределения, а смысл остальных обозначений ясен из изложенного выше.

Если обозначить $K = (2m+2)^{\frac{1}{m}} \cdot \sigma_{p,0} \cdot V_l^{\frac{1}{m}}$, то нетрудно видеть, что распределение В. Вейбулла — ни что иное, как закон распределения минимальных членов выборки III типа. Следовательно, для определения параметров распределения мы вправе использовать методику, изложенную в работе Н. В. Смирнова и И. В. Дунина-Барковского [11]. Это дает возможность определить коэффициенты формулы масштабного эффекта по результатам испытания серии образцов одного размера, т. е. не производить испытания образцов различных размеров, что в полевых условиях приводит к экономии затрат труда и времени при использовании более легкого оборудования.

После преобразований (см. [8]), основанных на закономерностях математической статистики, из выражения (4) получим выражение для средней прочности серии испытанных образцов

$$\bar{\sigma}_p = \int_0^{\infty} e^{-\frac{V_l}{2(m+1)} \left(\frac{\sigma_{p,l}}{\sigma_{p,0}}\right)^m} d\sigma_p \quad (5)$$

откуда, заменив $\frac{1}{2^m (m+1)^m} \frac{V_l^m}{\sigma_{p,0}^m} \left(\frac{\sigma_{p,l}}{\sigma_{p,0}}\right)^m = z$, найдем

$$\bar{\sigma}_p = \frac{(2m+2)^{\frac{1}{m}} \sigma_{p,0}}{V_l^{\frac{1}{m}}} \int_0^{\infty} e^{-z^m} dz \quad (6)$$

или, обозначив $\int_0^{\infty} e^{-z^m} dz = I_m$, можем записать

$$\bar{\sigma}_p = \frac{(2m+2)^{\frac{1}{m}} \sigma_{p,0} \cdot I_m}{V_l^{\frac{1}{m}}} = \frac{A_1}{V_l^{\frac{1}{m}}}, \quad (7)$$

где $A = (2m+2)^{\frac{1}{m}} \sigma_{p,0} \cdot I_m$ — коэффициент, определяемый экспериментально.

Значения интеграла $I_m = \int_0^{\infty} e^{-z^m} dz$ подсчитаны В. Вейбуллом для различных величин m и сведены в таблицу, заимствованную нами из работы [8].

m	1	2	3	4	8	16	∞
I_m	1,000	0,886	0,896	0,908	0,940	0,965	1,000

По аналогии с изложенным выше при испытаниях на изгиб по схеме двухопорной балки, нагруженной одной силой в середине пролета, или по схеме консоли будем иметь следующие выражения: для вероятности разрушения

$$P(\sigma_{p,l}) = 1 - e^{-\frac{V_l}{2(m+1)^2} \left(\frac{\sigma_{p,l}}{\sigma_{p,0}}\right)^m}; \quad (8)$$

для средней прочности

$$\bar{\sigma}_p = \frac{\frac{1}{2^m (m+1)^m} \sigma_{p,0} I_m^1}{V_l^{\frac{1}{m}}} = \frac{A_2}{V_l^{\frac{1}{m}}}. \quad (9)$$

Здесь все обозначения имеют тот же смысл, что и в выражениях (4) и (7), но коэффициент A_2 вследствие отличия схем нагружения имеет не-

сколько иное значение $A_2 = \frac{1}{2^m} (m+1)^m \sigma_{p,0} I_m$.

Некоторые авторы принимают в качестве размерной характеристики образцов площадь поперечного сечения [7] или площадь растянутой грани образца [5]. Анализ экспериментальных данных, опубликованных в работах [2—5, 7] и полученных нами, позволяет утверждать, что использование указанных геометрических элементов образцов в качестве размерной характеристики не всегда приемлемо. Например, в случае чистого изгиба при увеличении расстояния l между приложенными силами предел прочности образцов уменьшается, в то время как площадь поперечного сечения остается постоянной. С другой стороны, при изгибе образцов, имеющих постоянную площадь растянутой грани, средняя прочность образцов будет уменьшаться с увеличением высоты h . Сказанное иллюстрируется данными, представленными на рис. 1 и 2.

В приведенных примерах прочность образцов закономерно уменьшается с увеличением их объема. Поэтому, видимо, следует считать объем наиболее подходящей размерной характеристикой образцов. В расчетной практике в качестве размерной характеристики удобно пользоваться относительным объемом, т. е. объемом, отнесенным к объему образца, принятому за единицу.

Для определения параметров расчетной формулы масштабного эффекта можно пользоваться выражением дополнительной вероятности, т. е. вероятности неразрушения образца объемом $V=1$ при заданном напряжении. В случае изгиба двухопорной балки одной силой или изгиба по схеме консоли вероятность неразрушения в предположении $\sigma_{p, \min} = 0$ запишется, как

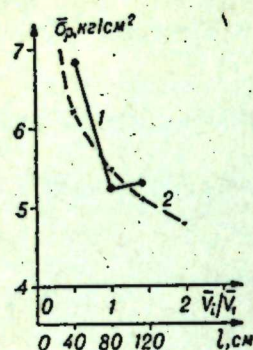


Рис. 1. Результаты испытаний по схеме чистого изгиба. 1 — экспериментальные данные; 2 — расчетные данные при $m=5,15$; $K=6,00$; $I_m=0,92$.

$$P'(\sigma_{p,i}) = 1 - P(\sigma_{p,i}) = e^{-\frac{V_i}{2(m+1)^2} \left(\frac{\sigma_{p,i}}{\sigma_{p,0}}\right)^m} \quad (10)$$

Имея в виду принятое ранее обозначение, для изгиба образца одной силой или по схеме консоли будем иметь значение

$$K = \frac{\frac{1}{2^m} (m+1)^m \sigma_{p,0}}{\frac{1}{V_i^m}}$$

которое представляет собой параметр, зависящий от объема образца. Тогда входящий в формулу (9) коэффициент A_2 может быть выражен так: $A_2 = K \cdot I_m$, а формула вероятности неразрушения (10) запишется как

$$P'(\sigma_{p,i}) = e^{-\left(\frac{\sigma_{p,i}}{K}\right)^m} \quad (11)$$

Далее заменим

$$\sigma_{p,i} = e^x \text{ или } x = \ln \sigma_{p,i}; K = e^k \text{ или } k = \ln K,$$

тогда

$$\left(\frac{\sigma_{p,i}}{K}\right)^m = e^{(x-k)m}$$

и

$$P'(\sigma_{p,i}) = e^{-e^{(x-k)m}} \quad (12)$$

Обозначим $y_i = (x - k)m$, после чего выражение (12) примет вид выражения для закона распределения вероятности минимального члена вариационного ряда первого типа. Далее, согласно методике, изложенной в работе [11], необходимо проделать следующее.

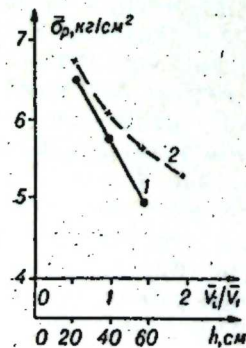


Рис. 2. Результаты испытания по схеме двухопорной балки, нагруженной одной силой. 1 — экспериментальные данные; 2 — расчетные данные при $m=5,40$; $K=6,60$; $I_m=0,92$.

1. Составить вариационный ряд полученных в опыте значений пределов прочности образцов льда

$$\sigma_{p,1} < \sigma_{p,2} < \sigma_{p,3} < \dots < \sigma_{p,n}$$

2. Вычислить соответствующую ряду значений прочности последовательность логарифмов

$$\lg \sigma_{p,1} < \lg \sigma_{p,2} < \lg \sigma_{p,3} < \dots < \lg \sigma_{p,n}$$

3. Определить соответствующую каждому члену ряда оценку накопленной вероятности

$$p_i = 1 - \frac{i}{n+1},$$

где i — порядковый номер члена ряда ($i=1, 2, 3, \dots, n$);

n — число наблюдаемых значений прочности в серии образцов.

4. В соответствии со значением p_i определить величину по табл. 10, 5, 1 или по табл. IX приложений в работе [11].

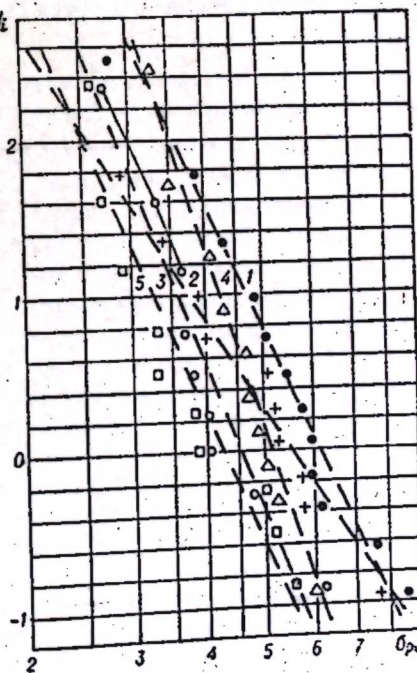
5. По результатам вычислений построить графики (рис. 3). По оси абсцисс отложить в натуральном масштабе $\lg \sigma_{p,i}$ или сами значения $\sigma_{p,i}$ в логарифмическом масштабе, по оси ординат отложить в натуральном масштабе значения накопленной вероятности p_i . Если принятое теоретическое распределение значений пределов прочности соответствует опыту, то точки y_i и $\lg \sigma_{p,i}$ должны лежать около прямой $y_i = (\lg \sigma_{p,i} - k)m$ или

$$\lg \sigma_{p,i} = k + \frac{y_i}{m}, \text{ где } k = \lg K.$$

6. Для оценки параметров m и k , которые могут быть определены также

Рис. 3. Логарифмические регрессионные прямые, построенные по результатам испытаний консолевых образцов.

1 — $V_1=944\,000 \text{ см}^3$; $m=7,80$; $K=6,20$; $I_m=0,94$; 2 — $V_2=2\,076\,700 \text{ см}^3$; $m=6,00$; $K=5,60$; $I_m=0,93$; 3 — $V_3=2\,997\,000 \text{ см}^3$; $m=10,00$; $K=4,50$; $I_m=0,95$; 4 — $V_4=4\,545\,000 \text{ см}^3$; $m=12,30$; $K=5,10$; $I_m=0,96$; 5 — $V_5=14\,820\,000 \text{ см}^3$; $m=8,30$; $K=4,20$; $I_m=0,94$.



из графиков (см. рис. 3), следует вычислить среднее значение $\lg \sigma_{p,i}$ и среднее значение y_i , также их средние квадратические отклонения $S(\lg \sigma_{p,i})$ и $S(y_i)$ соответственно. Далее необходимо найти оценки параметров из следующих соотношений:

$$\frac{1}{m} = \frac{S(\lg \sigma_{p,i})}{S(y_i)} \quad (13)$$

$$k = \overline{\lg \sigma_{p, i}} + \frac{\overline{y_i}}{m} \quad (14)$$

Эти оценки используются в формуле масштабного эффекта.

Определив из (13) величину m по таблице, приведенной выше, или по графику, построенному на основании данных этой таблицы, находим I_m . Далее, вычислив из (14) $k = \lg K$ по таблицам логарифмов или антилогарифмов, находим величину K и затем значение $A_2 = K \cdot I_m$. Получив таким образом коэффициенты формулы масштабного эффекта, мы можем оценить величину предела прочности образцов с объемом, отличным от объема испытанных образцов, принятого за единицу. Для этого в формулу (9) с вычисленными коэффициентами следует подставить объем образцов (прочность которых необходимо оценить), отнесенный к объему испытанных образцов.

Физический смысл коэффициента m заключается в том, что он характеризует степень неоднородности материала. При наличии результатов испытания на прочность по нескольким сериям образцов может быть подтверждено предположение о постоянстве коэффициента m , определяемого мерой разброса значений $\lg \sigma_{p, i}$. Для этого необходима проверка однородности дисперсий $S^2_{(\lg \sigma_{p, i})}$ в разных сериях образцов с использованием соответствующих статистических оценок и установление независимости их от объема образцов. В том случае, если гипотеза однородности дисперсий окажется состоятельной и не будет выявлено какой-либо зависимости $S^2_{(\lg \sigma_{p, i})}$ от объема образцов, коэффициент m может считаться константой материала. В противном случае следует определить вид зависимости дисперсии $S^2_{(\lg \sigma_{p, i})}$ а следовательно, и m от объема образцов с тем, чтобы можно было вводить необходимые коррективы при оценке прочности льда по формуле масштабного эффекта.

Оборудование для изготовления образцов, результаты испытания которых обработаны по изложенной в статье методике, и приспособление для их испытания описаны в работе И. П. Бутягина [7].

Исследование влияния размеров на прочность при разрушении ледяных образцов по схеме двухопорной балки, нагруженной одной силой, и в условиях чистого изгиба выполнено в марте — апреле 1963 г. автором настоящей статьи. По схеме балки, нагруженной одной силой, испытывались образцы с размерами $20 \times 20 \times 240$ см, $20 \times 40 \times 240$ см и $20 \times 60 \times 240$ см, выпиленные из ледяного покрова водохранилища. В условиях чистого изгиба испытывались ледяные балки с размерами $20 \times 20 \times 240$ см. При этом расстояние между приложенными силами составляло 40, 80 и 120 см. Соответственно изменению в первом случае высоты образца h , во втором длины участка максимального момента l менялся и рабочий объем материала образца. Накопление значений прочности в опытах производилось таким образом, что весеннее ослабление льда должно было в равной степени сказаться на всех группах образцов и не нарушить закономерности, связанной с влиянием размеров образцов. Экспериментальные данные и данные, полученные в результате обработки по изложенной методике, представлены на рис. 1 и 2. Следует отметить, что из-за малого количества средних значений пределов прочности по этим опытам трудно судить о степени количественного соответствия теоретической зависимости эксперименту, в то время как качественное соответствие может быть установлено достаточно ясно.

Для более достоверной проверки количественного соответствия формулы эксперименту были обработаны данные экспериментального исследования влияния размеров образцов на их прочность, выполненного

в ноябре — декабре 1959 г. И. П. Бутягиным. Образцы разрушались по схеме консольной балки, нагруженной на свободном конце сосредоточенной силой. Размеры испытанных образцов изменялись от $25 \times 30 \times 115$ до $80 \times 200 \times 350$ см. Было испытано 7 групп образцов с различным рабочим объемом материала. С целью сопоставления результатов параметров формулы (9) были определены двумя методами: методом наименьших квадратов и методом, изложенным выше. Для определения параметров формулы (9) по предлагаемой методике можно считать пригодными 5 серий, состоящих из 10—12 значений прочности каждая. Остальные 2 серии содержат менее 10 значений прочности, поэтому их следует считать недостаточно представительными для определения искоемых параметров. Сравнение дисперсий $S^2_{(\lg \sigma_{p, i})}$ по каждой из 5 обработанных серий образцов с помощью дисперсионного отношения позволяет считать, что они несущественно отличаются друг от друга. Причем максимальная дисперсия несущественно отличается от минимальной при 2%-ой значимости критерия отличия. Иначе можно утверждать, что с вероятностью 0,98 разница в величине дисперсий, а следовательно, и определяемых параметров формулы (9) не превзойдет максимальной из полученных нами. Кроме того, отсутствует сколько-нибудь четкая связь между дисперсиями и объемом испытанных образцов. Это свидетельствует о том, что по крайней мере в нашем случае среднее значение коэффициента для льда можно принять постоянным, а отклонение его от среднего можно

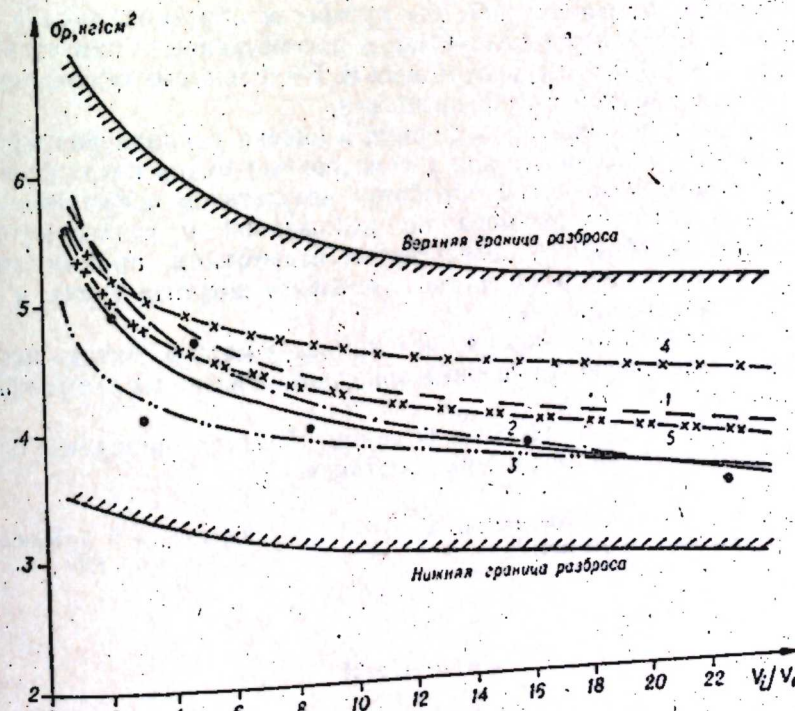


Рис. 4. Результаты испытаний по схеме консольной балки. Сплошная кривая — график $\sigma_p = f(V_i)$, построенный по формуле (9) с параметрами, определенными по методу наименьших квадратов; пунктирные кривые — графики $\sigma_p = f(V_i)$, построенные по формуле (9) с параметрами, определенными по предлагаемой методике.

1 — $V_i = 1,00$; $m = 7,80$; $K = 6,20$; $I_m = 0,94$; 2 — $V_i = 1,00$; $m = 6,00$; $K = 5,60$; $I_m = 0,93$; 3 — $V_i = 1,00$; $m = 10,00$; $K = 4,50$; $I_m = 0,93$; 4 — $V_i = 1,00$; $m = 12,30$; $K = 5,10$; $I_m = 0,96$; 5 — $V_i = 1,00$; $m = 8,30$; $K = 4,20$; $I_m = 0,91$.

считать обусловленным влиянием случайных факторов. С другой стороны, параметр A_2 является постоянным только по отношению к образцам определенного объема.

Наряду с кривой $\bar{\sigma}_p = f(V_i)$, полученной по методу наименьших квадратов, мы построили графики этой зависимости по формуле (9), определив ее параметры по изложенной в статье методике, принимая за единицу объема объем образцов по каждой из испытанных серий. Результаты представлены на рис. 4. На этом же рисунке показаны нижняя и верхняя границы разброса пределов прочности, вероятность появления значений, меньших или больших, чем указанные — 0,02, т. е. 96% всех полученных значений лежит в этих границах.

Нетрудно видеть, что расчетные кривые $\bar{\sigma}_p = f(V_i)$ расположены в зоне наиболее вероятных значений предела прочности. Графики (рис. 4) наглядно показывают, что результаты, полученные тем и другим способами, мало отличаются друг от друга.

ВЫВОДЫ

1. Особенности строения, характер разрушения, большой разброс значений предела прочности льда и других показателей его механических свойств дают основание рассматривать лед как неоднородный материал, соответствующий модели материала, принятой в статистической теории прочности.

2. Характер изменения предела прочности образцов льда в связи с изменением их размеров для любой из рассмотренных схем изгиба отвечает формулам (7) и (9), полученным В. Вейбуллом на основании применения статистической теории прочности.

3. Определение параметров формул и оценка влияния размеров образцов льда на их прочность для рассмотренных видов нагружения может быть произведена путем обработки результатов испытания серии образцов одинакового размера по изложенной в статье методике. При этом объем образцов, подвергнутых испытаниям, принимается за единицу объема. Указанный способ уменьшает затраты труда и упрощает полевые эксперименты.

4. Коэффициент m в формуле (9) для льда можно считать постоянным. При оценке прочности ледяных образцов на изгиб по схеме консоли можно принять $m = 7,5-8$.

Коэффициент A определяется объемом образцов, принятым за единицу объема, и схемой нагружения образцов.

Сибирский научно-исследовательский
институт энергетики,
Новосибирск

Поступила в редакцию
7/1 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Давиденков. О влиянии размеров образцов на их механические свойства.—Заводская лаборатория, 1960, № 3.
2. В. В. Лавров. Природа масштабного эффекта у льда и прочность ледяного покрова.— Докл. АН СССР, 1958, т. 122, № 4.
3. В. В. Лавров. О характере работы льда под нагрузкой.—ЖТФ, 1962, т. XXXII, № 1.
4. В. В. Лавров. Вопросы физики и механики льда. Изд-во Морской транспорт. Л., 1962.
5. Г. П. Бартеков, Л. П. Цепков. К вопросу о природе масштабного эффекта у льда.—Заводская лаборатория, 1960, № 3.

6. Н. Д. Соболев. О масштабном эффекте в процессах длительного разрушения.—Заводская лаборатория, 1960, № 9.
7. И. П. Бутягин. Прочность ледяного покрова в ледовых нагрузках на гидросооружения.—Тр. ТЭИ, СО АН СССР, 1961, вып. XI.
8. W. Weibull. Proc. Royal Swed. Inst. Eng. Research, № 151, 7, Stockholm, 1939.
9. Т. А. Конторова, Я. И. Френкель. Статистическая теория прочности реальных кристаллов.—ЖТФ, 1941, т. XI, вып. 3.
10. Б. Б. Чечулин. К статистической теории хрупкой прочности.—ЖТФ, 1954, т. XXIV, вып. 2.
11. Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. Краткий курс математической статистики для технических приложений. Физматгиз, 1959.

И. Д. КОПАНЕВ

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕНОСА СНЕГА

Изучение процесса переноса и отложения снега представляет большой научный и практический интерес в связи с усовершенствованием методов снежных мелиораций и борьбы со снежными заносами.

Вопросами теории переноса снега и аэродинамики снегозащит занимались многие известные ученые — Н. Е. Жуковский, С. А. Чаплыгин, Н. Е. Долгов и др. Серьезного внимания заслуживают выполненные за последние годы работы А. К. Дюнина по теории метелевого переноса.

На основе теоретических изысканий разработаны ценные практические рекомендации по рациональному использованию снега в земледелии и борьбе со снежными заносами [1—8]. Г. Д. Рихтер [8] всю территорию СССР по степени выраженности снежных заносов разделил на четыре группы районов: 1) с очень частыми и сильными заносами, 2) с частыми и сильными заносами, 3) со сравнительно редкими заносами, 4) с редкими заносами. М. Я. Глебова [2], рассматривая климатические условия переноса снега, выделяет на территории СССР три основные зоны, различающиеся по повторяемости метелей: 1) северная, 2) средняя и 3) южная. В зависимости от господствующего направления метелевых ветров эти зоны в свою очередь подразделяются на районы.

Следует отметить, что существующие карты по переносу снега для территории СССР не вполне обоснованы с количественной стороны.

В настоящей работе сделана попытка рассмотреть в количественном отношении особенности переноса снега на равнинной территории СССР (исключая высокогорные районы и Казахстан). При этом приводится обширный материал, характеризующий пространственную и временную изменчивость показателей переноса.

Известно, что основным фактором, определяющим перенос снега, является взаимодействие между воздушным потоком и подстилающей поверхностью. Влияние ветра на распределение снежного покрова и на перенос частиц снега проявляется через турбулентное трение, характеризующее трение воздуха о подстилающую поверхность.

Турбулентное трение τ можно представить в виде произведения коэффициента турбулентного обмена K на вертикальный градиент скорости ветра $\frac{\partial u}{\partial z}$:

$$\tau = \rho K \frac{\partial u}{\partial z}$$

В результате простейших преобразований можно получить для расчетов окончательный вид этой формулы [6]:

$$\tau = \rho K \frac{\partial u}{\partial z} = \rho \kappa^2 \frac{u_1^2}{\ln^2 \frac{z_1}{z_0}} \quad (1)$$

где ρ — плотность воздуха;
 $\kappa = 0,38$ — безразмерный параметр;
 u_1 — скорость ветра на высоте z_1 ;
 z_0 — показатель шероховатости.

Частицы снега отрываются от снежной поверхности в том случае, если величина турбулентного трения, преодолевая силы сцепления, достигает некоторого критического значения. Перенос может осуществляться влечением, т. е. перемещением частиц снега непосредственно по снежной поверхности, и взвешиванием. Эти два механизма переноса не исключают друг друга, а действуют в большинстве случаев одновременно. Во взвешенном состоянии обычно переносятся более мелкие частицы, влечением перемещаются частицы сравнительно крупных размеров.

Анализ формулы (1) показывает, что она наиболее удобна для расчетов величин турбулентного трения над снежным покровом в условиях открытой, сравнительно однородной поверхности, где соблюдается логарифмическая закономерность изменения скорости ветра с высотой. Для выполнения расчетов турбулентного трения необходимы исходные материалы по скорости ветра и шероховатости (z_0) снежной поверхности. В зависимости от изменения высоты снежного покрова в пределах рассматриваемой территории нами приняты следующие значения шероховатости при высоте снежного покрова более 20 см: $z_0 = 0,05$ см и $z_0 = 0,5$ см при высоте покрова менее 20 см [6].

Из климатологических справочников заимствованы осредненные данные о скорости ветра, полученные станциями, расположенными в различных физико-географических районах. Все приводимые значения турбулентного трения относятся к открытому ровному месту, покрытому зимой снежным покровом. Каждая величина характеризует силу, с которой действует воздушный поток на снежную поверхность (табл. 1).

Таблица 1

Месяц	Турбулентное трение, г/м сек ²								
	ЕТС			Западная Сибирь			Восточная Сибирь		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
XI	121	73	68	156	113	78	76	43	34
XII	102	70	78	156	103	68	67	38	33
I	104	80	81	143	102	62	69	30	32
II	94	81	94	122	101	58	63	30	28
III	97	78	60	120	103	53	64	30	26

Цифры 1, 2, 3 (в таблице и далее) означают соответственно северную, центральную и южную зоны. Такое деление на зоны обусловливается общециркуляционными процессами, повторяемостью воздушных масс и преобладающих направлений метелевых ветров [2].

Из табл. 1 видно, что наибольшие значения турбулентного трения наблюдаются в северных районах ЕТС и АТС. По мере продвижения с севера на юг турбулентное трение заметно убывает. Такая закономерность изменения турбулентного трения характерна для всех зимних месяцев. Интересно отметить, что в северных районах ЕТС и АТС средние месячные значения турбулентного трения в первую половину холодного периода несколько больше, чем во вторую. Это объясняется не только изменением скорости ветра в течение зимы, но и шероховатостью

стью подстилающей поверхности. По мере накопления снега мелкомащштабные неровности местности нивелируются, что благоприятствует уменьшению турбулентного трения. Заметное уменьшение турбулентного трения в центральных и южных районах Восточной Сибири во вторую половину холодного периода обуславливается значительным ослаблением скоростей ветра благодаря развитию сибирского антициклона.

Пространственная и временная изменчивость турбулентного трения — существенная предпосылка для переноса снега. В качестве одного из объективных показателей переноса снега можно использовать повторяемость метелей. М. Я. Глебова [2] в результате обобщения материала многолетних наблюдений составила карты распределения на территории СССР числа дней с метелями. На основе анализа материала для отдельных станций ею определена повторяемость направлений и скорость метелевых ветров. Сравнение данных показывает, что между изменчивостью турбулентного трения и повторяемостью метелей отмечается тесная связь, т. е. большей частоте метелей соответствуют большие значения турбулентного трения. При подсчете числа дней с метелями М. Я. Глебова не принимала во внимание виды метелей, т. е. в общую оценку входили как верховые, так и низовые метели.

Известно, что основная масса снега во время метелей независимо от их характера переносится непосредственно у подстилающей поверхности в слое 15—25 см. Однако эффективность одних и тех же средств снегозащиты в зависимости от вида метели будет различной. На наш взгляд, для решения практических задач желателен дифференцированный подход к оценке повторяемости метелей в зависимости от их характера.

Таблица 2

Соотношение между верховыми и низовыми метелями за период с ноября по март

Зона	ЕТС		Восточная Сибирь
	Западная Сибирь	ЕТС	
Северная	1,67	1,34	1,32
Центральная	2,01	1,65	1,50
Южная	2,15	2,20	1,85

В табл. 2 приведены данные, характеризующие соотношения между верховыми и низовыми метелями в различных районах нашей страны.

Из табл. 2 следует, что верховые метели повсюду преобладают над низовыми, причем по мере продвижения с севера на юг соотношение заметно возрастает, что связано с общециркулярными процессами, определяющими режим выпадения осадков в холодный период, а также физико-механическими свойствами снежного покрова. В южных районах благодаря высокой плотности снежного покрова низовые метели наблюдаются сравнительно реже, чем в северных широтах.

Для практических целей представляет интерес не только число дней с метелями за зиму, но и продолжительность метелей. Количественное представление о продолжительности различных по своему характеру метелей можно получить из табл. 3.

Как и следовало ожидать, продолжительность верховых метелей значительно больше, чем низовых, причем наибольшей продолжительностью отличаются северные районы ЕТС и АТС. Если взять отношение продолжительности метелей к числу дней с метелями, то можно полу-

чить среднюю продолжительность (в часах) отдельного случая метели. Полученные результаты приведены в табл. 4.

Обычно верховая метель имеет большую продолжительность, чем низовая, особенно в северных районах. Приведенные выше характеристики по числу дней с верховыми и низовыми метелями, продолжительности метелей являются приближенными, так как получены в результате осреднения данных наблюдений отдельных станций за последние 15—20 зим. Однако для выявления общей (фоновой) картины может

Таблица 3

Продолжительность верховых (в) и низовых (н) метелей (в часах) за период с ноября по март

Зона	ЕТС		Западная Сибирь		Восточная Сибирь	
	в	н	в	н	в	н
Северная	218	72	245	92	235	53
Центральная	151	60	200	85	120	35
Южная	146	47	175	67	65	21

быть полезна даже сравнительно грубая оценка, если она соответствует правильным физическим представлениям. Естественно, что в отдельные зимы при соответствующем сочетании погодных условий повторяемости метелей и их продолжительность могут колебаться в широких пределах от среднего значения.

Для характеристики изменчивости метелей из года в год можно использовать коэффициент вариации (C_v) т. е. отношение среднего квадратического отклонения к средней величине.

Таблица 4

Средняя продолжительность (в часах) верховой (в) и низовой (н) метели

Зона	ЕТС		Западная Сибирь		Восточная Сибирь	
	в	н	в	н	в	н
Северная	6,5	3,0	6,7	4,2	7,0	3,1
Центральная	5,0	3,3	6,2	4,0	5,8	3,5
Южная	5,8	3,0	5,8	5,0	4,0	2,8

На основании материала наблюдений над метелями вычислены значения коэффициента вариации числа дней с метелями и продолжительности метелей (табл. 5).

Приведенные материалы показывают, что повторяемость метелей в разные зимы на всей рассматриваемой территории меняется в больших пределах. Такая пространственная и временная изменчивость обуславливается особенностями циркуляции атмосферы и разнообразием физико-географических условий. Наибольшей изменчивостью метелевого режима отличаются районы с неустойчивым снежным покровом. В этом отношении особенно выделяется южная часть ЕТС, где метели в отдельные зимы или совсем не наблюдаются, или число их может превысить в несколько раз многолетнюю норму [2]. Заметные колебания числа дней с метелями наблюдаются и в северных районах ЕТС и АТС.

Обращает на себя внимание большая изменчивость метелей в осенне-зимний и зимне-весенний периоды, что характерно для всей рассматриваемой территории, за исключением Восточной Сибири. В центральных

и южных районах Восточной Сибири коэффициент вариации имеет наименьшие значения, т. е. изменчивость метелей невелика благодаря большой устойчивости атмосферных процессов из года в год (влияние сибирского антициклона). Изменчивость числа дней с метелями здесь в течение зимы остается почти постоянной. На всей же остальной территории наименьшая изменчивость частоты метелей приходится на январь — февраль, а наибольшая — на ноябрь и март.

Таблица 5

— Месяц	Коэффициент вариации (C_v)								
	ЕТС			Западная Сибирь			Восточная Сибирь		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	Числа дней с метелями								
XI	0,51	0,70	0,90	0,42	0,53	0,58	0,35	0,10	0,10
XII	0,50	0,60	0,85	0,38	0,50	0,37	0,35	0,10	0,10
I	0,42	0,41	0,60	0,35	0,45	0,40	0,38	0,10	0,10
II	0,50	0,45	0,65	0,32	0,45	0,40	0,35	0,10	0,10
III	0,52	0,55	0,65	0,38	0,50	0,38	0,45	0,10	0,10
	Продолжительности верховых метелей								
XI	0,62	0,66	0,70	0,61	0,59	0,38	0,31	0,50	0,55
XII	0,58	0,63	0,67	0,50	0,53	0,33	0,27	0,50	0,55
I	0,50	0,50	0,57	0,52	0,48	0,30	0,25	0,54	0,53
II	0,51	0,56	0,45	0,54	0,54	0,33	0,28	0,54	0,59
III	0,64	0,63	0,62	0,59	0,65	0,37	0,35	0,47	0,65
	Продолжительности низовых метелей								
XI	0,93	0,96	0,80	0,67	0,55	0,70	0,73	0,67	0,67
XII	0,87	0,82	0,69	0,63	0,50	0,65	0,55	0,65	0,65
I	0,85	0,66	0,56	0,61	0,50	0,65	0,55	0,65	0,54
II	0,76	0,69	0,66	0,67	0,54	0,61	0,50	0,65	0,55
III	0,80	0,78	0,69	0,84	0,54	0,67	0,55	0,67	0,58

Данные табл. 5 показывают также, что продолжительность метелей характеризуется значительно большей изменчивостью, чем число дней с метелями. Однако пространственная и временная изменчивость верховых метелей заметно меньше изменчивости низовых метелей. Это объясняется тем, что верховые метели, сопровождаемые выпадением твердых осадков, обуславливаются общими климатическими условиями, которые из года в год сравнительно постоянны. Образование же низовых метелей в большой степени зависит от местных условий, прежде всего от скорости ветра, физико-механических свойств и состояния снежного покрова.

Наибольшая изменчивость продолжительности низовых метелей отмечается в северных районах ЕТС и АТС, где благодаря низким температурам снег, обладая мелкозернистой структурой и сыпучестью, легко поддается влиянию ветра. Наименьшая изменчивость как верховых, так и низовых метелей наблюдается в центральных районах Восточной Сибири, где преобладание антициклональных условий погоды не благоприятствует образованию метелей и их заметной изменчивости.

Количественная оценка переносимого во время метелей снега представляет большой интерес при решении ряда научных и практических задач. За последние десятилетия разработаны различные приемы определения интенсивности переноса снега. Под интенсивностью пере-

носа снега (q , г/см·мин) понимается вес снега (в граммах), переносимого ветром в единицу времени через единицу длины фронта метелевого потока. Среди существующих способов наиболее доступны непосредственное измерение переноса с помощью метелемеров, а также расчеты, основанные на учете зависимости интенсивности переноса снега от факторов, его обуславливающих.

Массовые метелемерные наблюдения, выполненные в ряде пунктов нашей страны, позволили получить многим авторам эмпирические формулы расчета характеристик переноса. Большого внимания заслуживает формула А. К. Дюнина, выражающая зависимость переноса снега от скорости метелевого потока:

$$q_{0-2} = 0,153 \cdot (u_1 - 2,71)^3, \text{ г/см} \cdot \text{мин},$$

где q_{0-2} — интенсивность переноса снега в слое 0—2 м;

u_1 — скорость метелевого потока на высоте 1 м.

Пользуясь формулой А. К. Дюнина и исходными материалами по скорости ветра на высоте 1 м, мы выполнили расчеты с целью определения интенсивности переноса снега (табл. 6).

Таблица 6

Месяц	Интенсивность переноса снега, г/см·мин								
	ЕТС			Западная Сибирь			Восточная Сибирь		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
XI	3,7	1,6	1,5	6,1	3,0	1,9	1,8	0,2	0,2
XII	2,4	1,5	1,9	6,1	2,4	1,5	1,2	0,2	0,2
I	2,6	2,1	1,9	5,0	2,4	1,3	1,3	0,2	0,2
II	2,4	2,1	2,2	4,6	2,9	1,3	1,3	0,2	0,2
III	2,1	1,9	1,5	4,3	2,4	1,4	0,9	0,2	0,2

Приведенные материалы дают наглядное представление о пространственной и временной изменчивости интенсивности переноса снега. Наибольшей интенсивностью метелевого переноса отличаются северные районы ЕТС и АТС. Наименьшая интенсивность переноса отмечается в центральных и южных районах Восточной Сибири, где благодаря сибирскому антициклону в холодный период преобладает штилевая погода. Последнее обстоятельство свидетельствует о том, что метели в указанных районах не оказывают существенного влияния на вещественный баланс снежного покрова. Подтверждением этому могут служить данные о распределении осадков на открытых и защищенных участках. Например, в холодный период на большей части равнинной территории СССР осадкомеры, установленные на защищенных участках, фиксируют осадков больше, чем на открытых.

По нашим расчетам различия составляют: а) в северных районах ЕТС и АТС соответственно 45 и 15%; в южных районах ЕТС и АТС соответственно 25 и 10%; г) в центральных и южных районах Восточной Сибири различий нет, местоположение осадкомера почти не оказывает искажающего влияния на показания осадкомера. В таких условиях метелевой перенос распространяется на небольшую высоту, так как осадкомер не фиксирует увеличения осадков за счет надувания.

Сравнение табл. 1 и 6 показывает, что с увеличением турбулентности трения возрастает и интенсивность переноса снега. Процесс отложения снега тесно связан со взвешиванием и переносом снежных частиц

в метелевом потоке. Естественно, что, чем больше турбулентное трение и скорость ветра, тем больше переносится и отлагается частиц снега при прочих равных условиях. Интенсивность отложения снега в значительной мере зависит от снижения скорости ветра, обусловленной различного рода препятствиями. В местах снижения скорости ветра до соответствующего критического предела происходит выпадение снежных частиц из метелевого потока. Между интенсивностью отложения и величиной снижения скорости ветра существует тесная связь, т. е. чем больше снижение скорости метелевого потока, тем больше выпадает снежных частиц. Поскольку зависимость интенсивности переноса снега от скорости ветра остается почти постоянной как на открытых, так и на защищенных участках [7], пользуясь приведенной формулой А. К. Дюнина, можно дать хотя бы приближенную оценку отложения снега.

В качестве исходных материалов возможно использование средних величин скорости ветра, вычисленных для открытых и защищенных участков. Разность скоростей невозмущенного (открытый участок) и возмущенного (защищенный) потоков является показателем интенсивности отложения снега.

В табл. 7 даны количественные оценки отложения снега для различных физико-географических районов.

Таблица 7

Интенсивность отложения снега, г/см²·мин

Месяц	ЕТС			Западная Сибирь			Восточная Сибирь		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
XI	2,8	0,5	0,5	4,9	2,2	1,4	1,2	0,1	0,1
XII	2,2	0,5	0,8	5,0	1,5	1,0	0,8	0,1	0,1
I	1,4	0,7	0,8	3,8	1,7	0,9	0,9	0,1	0,0
II	1,3	0,9	1,0	3,3	1,5	0,7	1,0	0,1	0,0
III	1,8	0,7	0,9	3,3	1,3	0,8	0,7	0,0	0,0

Наибольшей интенсивностью отложения снега отличаются те районы, где больше интенсивность переноса снега. Сюда относятся прежде всего северные районы ЕТС и АТС. На большей части Восточной Сибири интенсивность отложения практически приближается к нулю.

Следует отметить, что на перенос и отложение снега, помимо ведущей роли ветра и турбулентного трения, влияют и другие факторы, например наличие растительного покрова, степень пересеченности местности, длина разгона ветра, ориентация препятствий относительно господствующих метелевых ветров и др. В пересеченной местности при наличии растительности отмечены меньшие снегоотложения, чем на открытой ровной местности с большой снегосборной площадью. Условия отложения переносимого снега у различных препятствий подробно рассмотрены в работах [1, 4, 5, 7]. Метелевой перенос в значительной мере зависит также от структуры, физико-механических свойств снежного покрова. Например, при достаточно плотном снежном покрове для отрыва снежных частиц требуются сравнительно большие скорости ветра и турбулентное трение. При свежавывавшем снеге перенос начинается при слабых скоростях ветра — от 3 до 5 м/сек [7].

Если взять отношение количества переносимого снега к количеству выпавшего, то можно получить такую важную характеристику, как коэффициент снегопереноса (табл. 8).

Таблица 8

Коэффициент снегопереноса

Месяц	ЕТС			Западная Сибирь			Восточная Сибирь		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
I	0,21	0,19	0,30	0,12	0,18	0,41	0,18	0,12	0,05
III	0,27	0,22	0,34	0,23	0,30	0,48	0,24	0,14	0,10

Количество переносимого снега определялось как разность снегозапасов между поляной и полем по материалам снегомерных съемок. Данные, приведенные в табл. 8, представляют собой отношение указанной разности к снегозапасам на поляне, где снежный покров благодаря защищенности не претерпевает серьезных изменений. Табл. 8 показывает, что коэффициент снегопереноса хорошо отражает общую закономерность пространственной и временной изменчивости рассмотренных выше показателей переноса снега. На всей рассматриваемой территории прослеживается тенденция роста снегопереноса в течение зимы.

В заключение следует заметить, что турбулентное трение, повторяемость и продолжительность метелей, данные по интенсивности снегопереноса и отложения являются важными объективными показателями при районировании территории СССР в связи с рациональным использованием снежного покрова в народном хозяйстве. Предложенные принципы районирования, в отличие от схем Г. Д. Рихтера [8] и М. Я. Глебовой [2], дают представление о закономерностях снегопереноса не только по территории, но и во времени. Приведенные в работе количественные характеристики могут быть полезными при усовершенствовании существующих и разработке новых методов снегомелиорации и снегозащиты.

Главная геофизическая
обсерватория им. А. И. Воейкова,
Ленинград

Поступила в редакцию
30/VII 1963

ЛИТЕРАТУРА

- Ф. И. Антонов. Борьба со снежными заносами на железнодорожном транспорте. — В сб. «Вопросы использования снега и борьба со снежными заносами и лавинами». М., Изд-во АН СССР, 1956.
- М. Я. Глебова. Климатические особенности условий переноса снега. — В сб. «Снежный покров, его распространение и роль в народном хозяйстве». М., Изд-во АН СССР, 1962.
- И. А. Гольцберг. Метеорологическая эффективность продуваемых лесных полос разной конструкции. — Тр. Главной геофизич. обсерватории, вып. 44 (106). Л., 1954.
- А. К. Дюнин. Структура метелевого снега и закономерности снегового потока. — В сб. «Вопросы использования снега и борьба со снежными заносами и лавинами». М., Изд-во АН СССР, 1956.
- А. К. Дюнин. Вопросы теории переноса снега и аэродинамики снегозащит. — В сб. «Снежный покров, его распространение и роль в народном хозяйстве». М., Изд-во АН СССР, 1962.
- И. Д. Копанев. Влияние лесных полос на распределение снежного покрова в засушливой зоне Европейской территории. Л., Гидрометеониздат, 1955.
- П. П. Кузьмин. Формирование снежного покрова и методы определения снегозапасов. Л., Гидрометеониздат, 1960.
- Г. Д. Рихтер. Некоторые закономерности формирования и распространения снежных запасов и принципы организации борьбы с ними. — Изв. АН СССР, сер. географ., 1953, № 1.

Э. И. ГРИГОЛЮК, П. П. ЧУЛКОВ

УРАВНЕНИЯ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР
ДЛЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Известно, что температурные задачи теории упругих оболочек при условии пренебрежения влияния деформаций на распределение температуры решаются в два этапа. На первом этапе решаются уравнения, полученные из общих уравнений теплопроводности, по заданным крайевым условиям и мощности тепловых источников, определяющих распределение в оболочке. На втором этапе решаются уравнения равновесия (движения) оболочки с учетом нагрева.

Ниже, в развитие работ [1, 2], составлены уравнения для определения поля температур в трехслойных оболочках при теплообмене с окружающей средой и наличии тепловых источников в пределах каждого из слоев. Распространение этого приема на оболочки с произвольным числом слоев и другими крайевыми условиями не представляет принципиальных затруднений.

В качестве иллюстрации выводятся уравнения для температуры заполнителя в предположении, что температурные источники в несущих слоях отсутствуют, а температура распределена линейно по их толщине. Для простоты принят линейный закон распределения температуры по толщине, но непосредственно из вывода следует, что он может быть принят в виде любого степенного закона. В этих уравнениях несущие слои играют роль преобразователей крайевых условий для заполнителя, так как, полагая в них толщину каждого несущего слоя равной нулю, получим уравнения теплопроводности для однослойной оболочки, которые при равных для внутренней и внешней сторон коэффициентах теплообмена совпадают с уравнениями, полученными в работе [3] иным путем. Уравнения второго этапа имеются в работах [4, 5].

1. Рассмотрим непологую трехслойную оболочку, каждый несущий слой которой и заполнитель выполнены из различных изотропных материалов, отнесенную к триортогональной системе координатных линий (x_1, x_2, z) , являющихся соответственно линиями главных кривизн срединной поверхности заполнителя и внешней нормали к ней. Несущий слой, расположенный со стороны $z > 0$, будем называть первым несущим слоем, все его характеристики отметим индексом $k=1$, характеристики второго несущего слоя — индексом $k=2$, заполнителя — индексом $k=3$.

Пусть A_1, A_2 — коэффициенты Ламе срединной поверхности заполнителя; k_1, k_2 — кривизны координатных линий; h_k — толщины слоев; λ_k — коэффициенты теплопроводности слоев; C_p^k — удельные теплоемкости слоев; τ_k ($k=1, 2$) — коэффициенты теплообмена слоев с окружающей средой; T_k — температуры слоев; T^+, T^- — температуры соответственно внешней $z=h_1+0,5h_3$ и внутренней $z=-h_2-0,5h_3$ окружающей среды; q_k — плотность тепловых источников; t — время; ρ — удельная плотность материала.

Уравнение теплопроводности для каждого слоя непологой оболочки при нестационарном нагреве имеет вид

$$L_k(T_k) = C_p^k \rho_k \frac{\partial T_k}{\partial t} - \lambda_k \nabla^2 T_k - \lambda_k \frac{\partial^2 T_k}{\partial z^2} - \lambda_k k \frac{\partial T_k}{\partial z} - q_k = 0. \quad (1.1)$$

Здесь

$$\nabla^2 = \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{A_2}{A_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{A_1}{A_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \right) \right]. \quad (1.2)$$

Краевые условия на граничных поверхностях оболочки при теплообмене с окружающей средой и условия сопряжения слоев будут следующими:

при $z=0,5h_3+h_1$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} + \tau_1 (T_1 - T^+) = 0; \quad (1.3)$$

при $z=0,5h_3$

$$T_1 = T_3$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial z}; \quad (1.4)$$

при $z=-0,5h_3$

$$T_2 = T_3,$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial z}; \quad (1.5)$$

при $z=-0,5h_3-h_2$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} - \tau_2 (T_2 - T^-) = 0. \quad (1.6)$$

К условиям (1.3) — (1.6) должны быть добавлены граничные условия по контуру оболочки и начальное распределение температуры. Задача заключается в том, чтобы по уравнению (1.1) с использованием условий (1.3) — (1.6) составить уравнения, не содержащие переменной z . Для решения этой задачи представим температуру несущих слоев и заполнителя в виде степенного ряда по z , коэффициентами которых являются неизвестные функции от x_1, x_2 :

$$T_1 = \sum_n \left(\frac{z - 0,5h_3}{h_1} \right)^n T_{1n}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots; \quad (1.7)$$

$$T_2 = \sum_n \left(\frac{z + 0,5h_3}{h_2} \right)^n T_{2n}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots; \quad (1.8)$$

$$T_3 = \sum_n \left(\frac{z}{h_3} \right)^n T_{3n}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (1.9)$$

Равенства

$$\int_{0,5 h_3}^{0,5 h_3 + h_1} \left(\frac{z - 0,5 h_3}{h_1} \right)^n L_1(T_1) dz = 0,$$

$$\int_{-0,5 h_3}^{0,5 h_3} \left(\frac{z}{h_3} \right)^n L_3(T_3) dz = 0,$$

$$\int_{-0,5 h_3 - h_2}^{-0,5 h_3} \left(\frac{z + 0,5 h_3}{h_2} \right)^n L_2(T_2) dz = 0 \quad (1.10)$$

дадут нужное число уравнений относительно T_{1n}, T_{2n}, T_{3n} . Для того, чтобы учесть краевые условия и условия сопряжения слоев, нужно интегрированием по частям избавиться в интегралах (1.10) от производных по z и во внеинтегральные члены подставить значение температуры и ее производной по z примыкающего слоя или, если рассматривается несущий слой, соответствующее краевое условие.

Произведя вычисления, имеем уравнения.

Для первого несущего слоя

$$\left(c_p^1 \rho_1 \frac{\partial}{\partial t} - \lambda_1 \nabla^2 \right) \int_{0,5 h_3}^{0,5 h_3 + h_1} T_1 \left(\frac{z - 0,5 h_3}{h_1} \right)^n dz -$$

$$- \int_{0,5 h_3}^{0,5 h_3 + h_1} q_1 \left(\frac{z - 0,5 h_3}{h_1} \right)^n dz = \frac{\lambda_1 n}{h_1} k \int_{0,5 h_3}^{0,5 h_3 + h_1} \left(\frac{z - 0,5 h_3}{h_1} \right)^{n-1} T_1 dz +$$

$$+ \frac{\lambda_1 n (n-1)}{h_1^2} \int_{0,5 h_3}^{0,5 h_3 + h_1} \left(\frac{z - 0,5 h_3}{h_1} \right)^{n-2} T_1 dz -$$

$$- (\tau_1 h_1 + n \lambda_1 + \lambda_1 k h_1) \frac{1}{h_1} T_1 (h_1 + 0,5 h_3) + \tau_1 T^* \quad (1.11)$$

Заметим, что при $n=0$ к правой части уравнения (1.11) необходимо добавить выражение

$$- \frac{1}{h_1} \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \left[\frac{\partial T_3(0,5 h_3)}{\partial z} - k T_3(0,5 h_3) \right], \quad (1.12)$$

а при $n=1$

$$\frac{1}{h_1} \frac{\lambda_3}{\lambda_1} T_3(0,5 h_3) \quad (1.13)$$

и отбросить в том и другом случае интегралы, содержащие отрицательные степени от $\frac{z - 0,5 h_3}{h_1}$.

Для заполнителя

$$\left(c_p^3 \rho_3 \frac{\partial}{\partial t} - \lambda_3 \nabla^2 \right) \int_{-0,5 h_3}^{0,5 h_3} \left(\frac{z}{h_3} \right)^n T_3 dz - \int_{-0,5 h_3}^{0,5 h_3} \left(\frac{z}{h_3} \right)^n q_3 dz =$$

$$= \frac{\lambda_1}{2^n h_1} T_{11} - \frac{\lambda_2 (-1)^n}{2^n h_2} T_{21} -$$

$$- \frac{\lambda_3}{2^n h_3} [(2n + k h_3) T_{10} - (-1)^{n-1} 2n T_{20} - (-1)^n k h_3 T_{20}]. \quad (1.14)$$

Для второго несущего слоя

$$\left(c_p^2 \rho_2 \frac{\partial}{\partial t} - \lambda_2 \nabla^2 \right) \int_{-0,5 h_3 - h_2}^{-0,5 h_3} T_2 \left(\frac{z + 0,5 h_3}{h_2} \right)^n dz - \int_{-0,5 h_3 - h_2}^{-0,5 h_3} q_2 \left(\frac{z + 0,5 h_3}{h_2} \right)^n dz =$$

$$= - [\tau_2 h_2 (-1)^n + k h_2 (-1)^n + \lambda_2 n (-1)^{n-1}] \frac{1}{h_1} T_2(-0,5 h_3 - h_2). \quad (1.15)$$

Здесь также необходимо добавить: при $n=0$ выражение

$$\frac{1}{h_2} \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \left[\frac{\partial T_3(-0,5 h_3)}{\partial t} - k T_3(-0,5 h_3) \right]; \quad (1.16)$$

при $n=1$ выражение

$$- \frac{1}{h_2} \frac{\lambda_3}{\lambda_2} T_3(-0,5 h_3) \quad (1.17)$$

и опустить интегралы, содержащие отрицательные степени от $\left(\frac{z + 0,5 h_3}{h_2} \right)$.

Полученные уравнения вместе с граничными условиями на контуре оболочки и значениями температур в начальный момент времени составляют замкнутую систему для отыскания распределения температуры в слоях.

2. Рассмотрим простейший вариант полученных в первом пункте уравнений. Будем полагать, что несущие слои не содержат температурных источников и что температура по их толщине распределена по линейному закону

$$T_1 = T_{10} + \frac{z - 0,5 h_3}{h_1} T_{11}; \quad (2.1)$$

$$T_2 = T_{20} + \frac{z + 0,5 h_3}{h_2} T_{21}.$$

Используя условия сопряжения слоев (1.4), (1.5), имеем

$$T_3(0,5 h_3) = T_{10}, \quad \frac{\partial T_3(0,5 h_3)}{\partial z} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3 h_1} T_{11};$$

$$T_3(-0,5 h_3) = T_{20}, \quad \frac{\partial T_3(-0,5 h_3)}{\partial z} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3 h_2} T_{21}. \quad (2.2)$$

Граничные условия (1.3), (1.6) дают

$$\frac{\lambda_3 (\lambda_1 + \tau_1 h_1)}{\lambda_1} \frac{\partial T_3(0,5 h_3)}{\partial z} = - \tau_1 [T_3(0,5 h_3) - T^*];$$

$$\frac{\lambda_3 (\lambda_2 + \tau_2 h_2)}{\lambda_2} \frac{\partial T_3(-0,5 h_3)}{\partial z} = - \tau_2 [T_3(-0,5 h_3) - T]. \quad (2.3)$$

Теперь для составления уравнений относительно T_3 используем прием, изложенный в первом пункте. Ограничиваясь двумя членами ряда (1.9), имеем два уравнения относительно T_{30} и T_{31} :

$$\begin{aligned} c_p^3 \rho_3 \frac{\partial T_{30}}{\partial t} - \lambda_3 \nabla^2 T_{30} + \frac{1}{h_3} \left(\frac{\tau_1 \lambda_1}{\lambda_1 + \tau_1 h_1} + \frac{\tau_2 \lambda_2}{\lambda_2 + \tau_2 h_2} \right) T_{30} + \\ + \frac{1}{2h_3} \left[\frac{\tau_1 \lambda_1}{\lambda_1 + \tau_1 h_1} - \frac{\tau_2 \lambda_2}{\lambda_2 + \tau_2 h_2} + \lambda_3 k \right] T_{31} = \\ = \frac{1}{h_3} \left[\frac{\tau_1 \lambda_1}{\lambda_1 + \tau_1 h_1} T^+ + \frac{\tau_2 \lambda_2}{\lambda_2 + \tau_2 h_2} T^- \right] + q_0; \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} c_p^3 \rho_3 \frac{\partial T_{31}}{\partial t} - \lambda_3 \nabla^2 T_{31} + \frac{3}{h_3} \left(\frac{\tau_1 \lambda_1}{\lambda_1 + \tau_1 h_1} + \frac{\tau_2 \lambda_2}{\lambda_2 + \tau_2 h_2} \right) T_{31} + \\ + \frac{12\lambda_3}{h_3^2} T_{31} + \frac{6}{h_3} \left(\frac{\tau_1 \lambda_1}{\lambda_1 + \tau_1 h_1} - \frac{\tau_2 \lambda_2}{\lambda_2 + \tau_2 h_2} \right) T_{30} = \\ = \frac{6}{h_3^2} \left(\frac{\tau_1 \lambda_1}{\lambda_1 + \tau_1 h_1} T^+ - \frac{\tau_2 \lambda_2}{\lambda_2 + \tau_2 h_2} T^- \right) + \frac{12z_0 q_0}{h_3}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь

$$q_0 = \frac{1}{h_3} \int_{-0.5h_3}^{0.5h_3} q_3 dz; \quad z_0 q_0 = \frac{1}{h_3} \int_{-0.5h_3}^{0.5h_3} q_0 z dz.$$

Для трехслойных пологих оболочек симметричного строения, несущие слои которых обладают одинаковыми коэффициентами теплообмена, уравнения (2.5) разделяются и при $h_1=0$, $h_2=0$ переходят в уравнения теплопроводности однослойной полой оболочки.

Институт гидродинамики
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
6/IV 1963.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Marguerre. Temperaturverlauf und Temperaturspannungen Platten- und Schalenförmigen Körpern (I. Mitteilung). Ingenieur Archiv, 1937, Bd. VIII, Heft 3, S. 216.
2. K. Marguerre. Thermo-elastische Platten Gleichungen. ZAMM, 1935, Bd. 16, S. 369.
3. В. В. Болотин. Уравнения нестационарных температурных полей в тонких оболочках при наличии источников тепла. ПММ, 1960, № 2.
4. Э. И. Григолюк. Конечные прогибы трехслойных оболочек с жестким заполнителем. — Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 1.
5. Т. Н. Васицына. К вопросу о конечных прогибах трехслойных оболочек. — Изв. АН СССР, ОТН, мех. и машиностр., 1961, № 5.

В. Г. СУВЕРНЕВ

МАЛЫЕ СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

В работе [1] задача о нелинейных прогибах пологих упругих тонких трехслойных оболочек несимметричного строения с жестким заполнителем сведена к системе двух дифференциальных уравнений относительно силовой функции и функции перемещения. В настоящей работе на основе уравнений [1] исследуются собственные колебания пологих упругих трехслойных оболочек вращения с несимметричной по толщине структурой. Инерция учитывается только в поперечном направлении. Заполнитель считается жестким и трансверсально-изотропным, несущие слои — изотропными, материал — различным, оболочка — свободно опертой. В качестве частных случаев рассмотрены колебания цилиндрической и сферической оболочек.

§ 1. УРАВНЕНИЯ МАЛЫХ КОЛЕБАНИИ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ

Такие уравнения могут быть представлены в виде [1]

$$\nabla^2 \nabla^2 F - \frac{Eh}{R_2} \nabla_1^2 \left(1 - \frac{h^2}{\beta} \nabla^2 \right) \chi = 0; \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} D \left[1 - \frac{h^2 \theta}{\beta} \nabla^2 \right] \nabla^2 \nabla^2 \chi + \frac{1}{R_2} \nabla_1^2 F + \left(N_1^0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + N_2^0 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \times \\ \times \left(1 - \frac{h_2}{\beta} \nabla^2 \right) \chi + \Omega \left(1 - \frac{h^2}{\beta} \nabla^2 \right) \frac{\partial}{\partial t^2} \chi = 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь N_1^0 и N_2^0 — меридиональные и кольцевые мембранные усилия;
 $h = h_1 + h_2 + h_3$ — суммарная толщина трехслойной оболочки;
 h_1, h_2 — толщины внешних слоев, h_3 — заполнителя;
 ρ_1, ρ_2, ρ_3 — массовые плотности внешних слоев и заполнителя;
 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$;
 $\nabla_1^2 = \partial^2 / \partial x^2 + R_2 / R_1 \partial^2 / \partial y^2$;
 x, y — координаты исходной поверхности в меридиональном и окружном направлениях;
 t — время;
 R_1, R_2 — радиусы главных кривизн срединной поверхности.

$$D = \frac{E h^3 \theta_0^2}{12 (1 - \nu^2)}; \quad \Omega = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3; \quad \nu = \nu_1 \gamma_1 + \nu_2 \gamma_2 + \nu_3 \gamma_3;$$

$$E = \frac{1 - \nu^2}{h} \left(\frac{E_1 h_1}{1 - \nu_1^2} + \frac{E_2 h_2}{1 - \nu_2^2} + \frac{E_3 h_3}{1 - \nu_3^2} \right);$$

$$\vartheta = \frac{\theta_1 \theta_3 - \theta_2^2}{\theta_1 (\theta_1 + 2\theta_2 + \theta_3)}; \quad (1.3)$$

$$\gamma_k = \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2} \frac{1}{\sum_{k=1}^3 \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2}} \quad (k = 1, 2, 3); \quad \beta = \frac{12G t_3 (1 - \nu^2)}{E \theta_1};$$

$$\theta_1 = t_3^2 [1 + 2(\gamma_1 + \gamma_2) - 3(\gamma_1 - \gamma_2)^2]; \quad \theta_0^2 = \theta_1 + 2\theta_2 + \theta_3;$$

$$\theta_2 = 3\gamma_3 t_3 (\gamma_1 t_1 + \gamma_2 t_2) + 6\gamma_1 \gamma_2 t_3 (t_1 + t_2); \quad (1.4)$$

$$\theta_3 = 4(\gamma_1 t_1^2 + \gamma_2 t_2^2) - 3(\gamma_1 t_1 - \gamma_2 t_2)^2;$$

$$t_k = \frac{h_k}{h} \quad (k = 1, 2, 3); \quad \sum_{k=1}^3 \gamma_k = 1; \quad \sum_{k=1}^3 t_k = 1. \quad (1.5)$$

$E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, E_3, \nu_3$ — соответственно модули упругости и коэффициенты Пуассона внешних слоев и заполнителя;
 G — модуль сдвига заполнителя.

§ 2. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА

Рассмотрим собственные колебания круговой трехслойной цилиндрической оболочки, равномерно растянутой или сжатой погонным усилием N в продольном направлении и нагруженной равномерным внешним давлением p ($R_2 = R; R_1 = \infty$).

Зададимся силовой функцией F и функцией перемещений χ так, чтобы удовлетворить условиям свободного опирания краев цилиндрической оболочки

$$\chi = \nabla^2 \chi = \nabla^2 \nabla^2 \chi = 0; \quad F = \nabla^2 F = 0;$$

$$F = F_0 \sin \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{ny}{R} e^{i\omega t}; \quad (2.1)$$

$$\chi = \chi_0 \sin \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{ny}{R} e^{i\omega t}; \quad (2.2)$$

где χ_0, F_0 — константы;
 ω — круговая частота;
 m, n — число полуволн в меридиональном и окружном направлениях;
 l — длина оболочки.

Внося (2.1), (2.2) в (1.1), (1.2), получим

$$\omega_*^2 = \frac{1 + \vartheta k (\alpha^2 + \beta^2)}{1 + k (\alpha^2 + \beta^2)} (\alpha^2 + \beta^2)^2 + \mu^2 \frac{\alpha^4}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} \pm \pm (N_1^* \alpha^2 + N_2^* \beta^2); \quad (2.3)$$

где

$$\alpha = \frac{m}{\lambda}; \quad \beta = \frac{n}{\pi};$$

$$\omega_*^2 = \frac{\omega^2 \Omega R^4}{\pi^4 D} = \frac{12(1 - \nu^2) \omega^2 \Omega R^4}{E h^3 \theta_0^2 \pi^4}; \quad (2.4)$$

$$k = \frac{\pi^2 h^2}{\beta R^2}; \quad \lambda = \frac{l}{R}; \quad \mu^2 = \frac{12(1 - \nu^2) R^2}{h^2 \theta_0^2 \pi^4}; \quad (2.5)$$

$$N_1^* = \frac{12(1 - \nu^2) R^2 N}{\pi^2 E h^3 \theta_0^2}; \quad N_2^* = \frac{12(1 - \nu^2) R^3 p}{\pi^2 E h^3 \theta_0^2}. \quad (2.6)$$

Задаваясь числом полуволн m и n , находим наименьшие значения ω_*^2 для оболочек с различными геометрическими и жесткостными характеристиками $\lambda, k, \mu^2, \vartheta$. Расчеты проведены на электронно-вычислительной машине в широком диапазоне параметров:

$$\lambda = 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2; 4; 5; 6; 8; 10;$$

$$k = 0; 0,001; 0,005; 0,01; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 1; 10; 100; 1000;$$

$$\mu^2 = 16; 36; 64; 100; 500; 5000; 10000; 15000; 20000; 25000; 30000;$$

$$\vartheta = 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,06; 0,07; 0,08; 0,09; 0,1.$$

На рис. 1 приведены зависимости $\omega_*^2 \min = \omega_*^2 \min(\lambda)$ при $\vartheta = 0,01$; $\mu^2 = 15000$ для ряда значений k для трехслойной цилиндрической оболочки при отсутствии внешних сил. На рис. 2 даны кривые $\omega_*^2 \min = \omega_*^2 \min(\mu^2)$ при $\lambda = 2$ и $k = 0,1$. Зависимости $\omega_*^2 \min = \omega_*^2 \min(\vartheta)$ при $\lambda = 2$ и

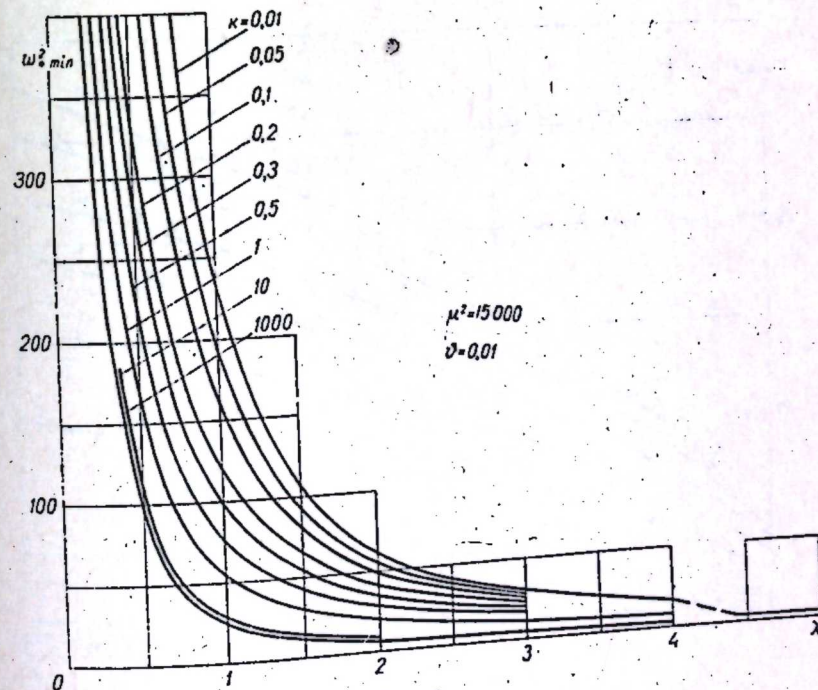


Рис. 1.

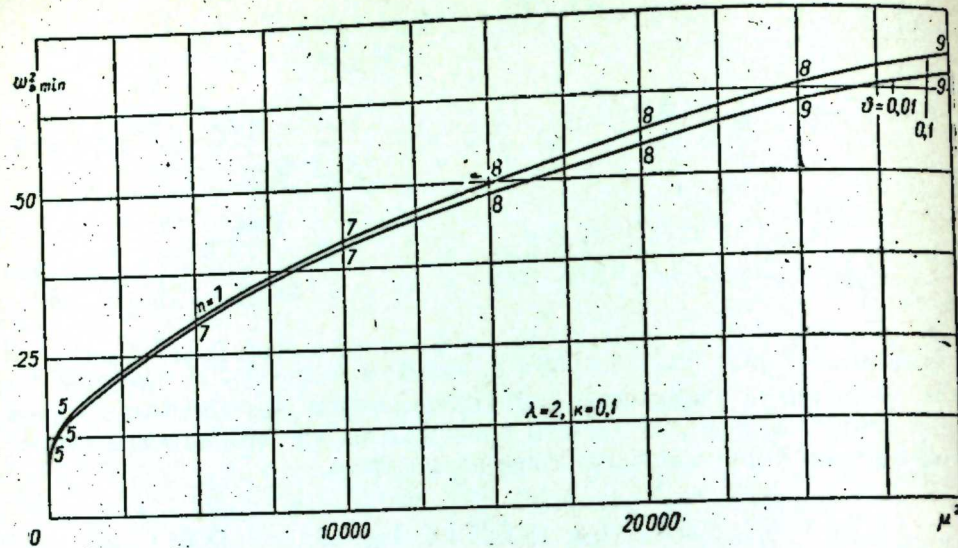


Рис. 2.

$k=100$ представлены на рис. 3. На рис. 4, 5 приведены зависимости $\omega_{\min}^2 = \omega_{\min}^2(\eta)$ при $\lambda=1$; $\delta=0,05$; $\mu^2=1000$ и 25000 для ряда значений k для цилиндрической оболочки, нагруженной только поперечным давлением ($N=0$, $p \neq 0$, рис. 4), всесторонним равномерным давлением ($N = \frac{pR}{2}$), (рис. 5). По осям абсцисс отложены коэффициенты η , характеризующие отношение величины действующей нагрузки к соответствующему ее критическому значению.

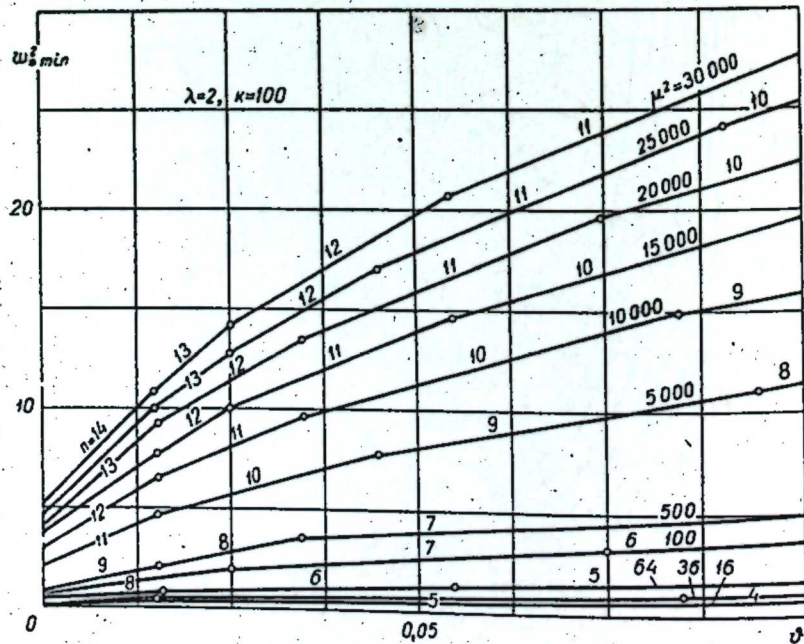


Рис. 3.

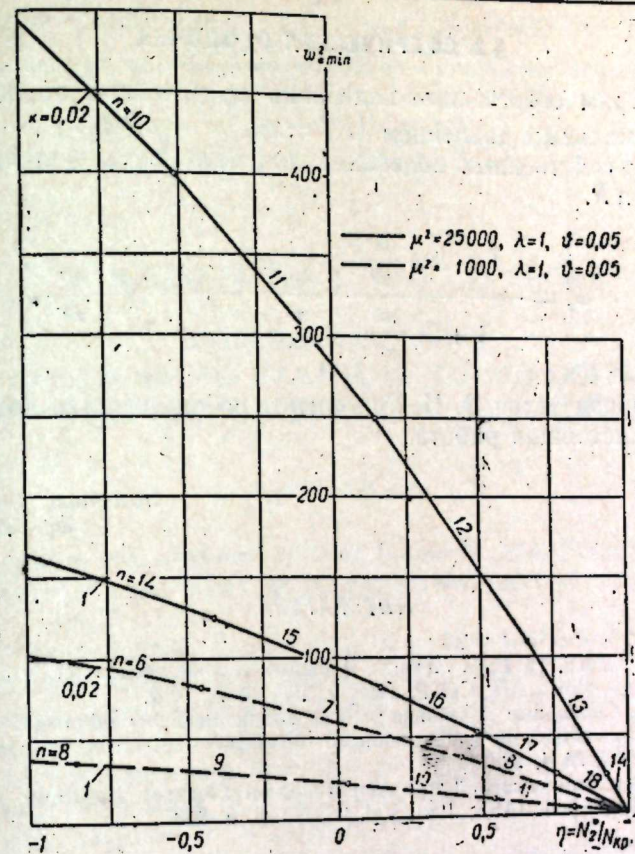


Рис. 4.

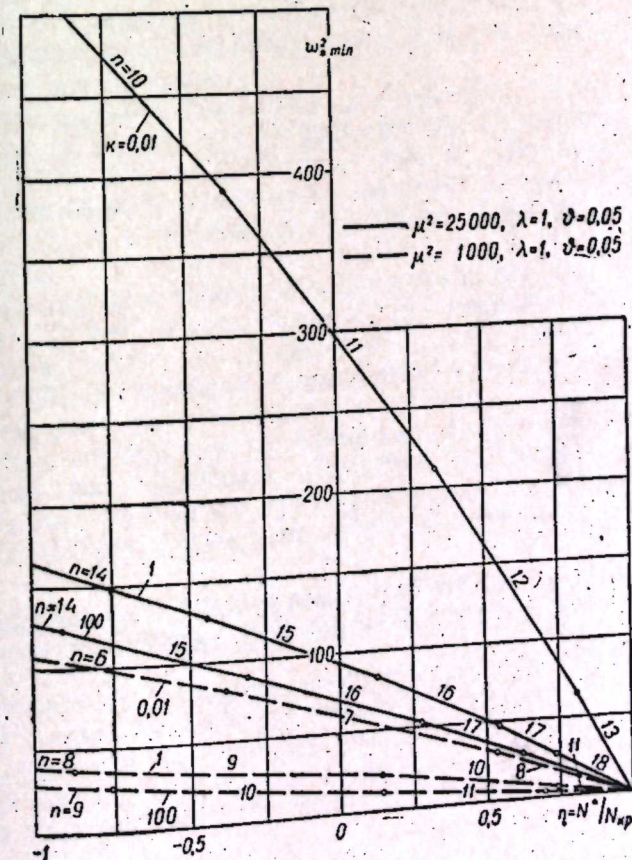


Рис. 5.

§ 3. СФЕРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА

Рассмотрим собственные колебания сферической оболочки, нагруженной нормальным давлением ($N_1^0 = N_2^0 = -pR/2$).

Частоту собственных колебаний для полусферы получим из (2.3), положив $l = \pi R$,

$$\omega_e^2 = \frac{1 + 2k \frac{m^2}{\pi^2}}{1 + 2k \frac{m^2}{\pi^2}} \frac{4m^4}{\pi^4} + \mu^2 - N^* \frac{m^2}{\pi^2}. \quad (3.1)$$

Автор признателен Э. И. Григольку, по инициативе которого была выполнена настоящая работа.

Поступила в редакцию
20/11 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. И. Григольк, П. П. Чулков. К общей теории трехслойных оболочек большого прогиба. — Докл. АН СССР, 1963, т. 150, № 5, 1012.
2. Юн-Юань. Свободные колебания тонких цилиндрических оболочек конечной длины со свободно опертыми и заделанными краями. — Тр. амер. об-ва инженеро-механиков, 1955, № 4, 22.
3. H u N a n C h u. Influence of Large Amplitudes on Flexural Vibrations of a Thin Circular Cylindrical Shell. JASS, 1961, Vol. 28, No. 8, p. 602.

П. М. АЛАБУЖЕВ, А. К. ЗУЕВ, А. М. ЯРУНОВ

ПОВЫШЕНИЕ К. П. Д.
СМЕЩЕННОГО КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА
ПРИ ПОСТОЯННОМ НУЛЕВОМ УГЛЕ ДАВЛЕНИЯ

ВВЕДЕНИЕ

Кулачковые механизмы находят широкое применение в современных механизмах и машинах; их исследованию посвящена обширная литература [1—10].

Одной из основных характеристик кулачкового механизма является коэффициент полезного действия. Под мгновенным значением к. п. д. кулачкового механизма понимается отношение полезной работы к работе, затраченной при перемещении толкателя по профилю подъема кулачка, т. е. отношение работы без учета сил трения к работе с учетом сил трения [1, стр. 227]. К. п. д. кулачковых механизмов, как показано в работе [1], зависит от следующих параметров: 1) угла давления Θ между направлением скорости толкателя и нормалью к профилю кулачка в точке касания (рис. 1, а, в); 2) коэффициентов трения — μ_1 (между толкателем и кулачком) и μ_2 (между толкателем и направляющими); 3) центрального или смещенного расположения толкателя относительно оси вращения кулачка.

При центральном расположении толкателя с увеличением угла давления Θ к. п. д. возрастает от нуля до определенного максимального значения, после чего падает до нуля (рис. 2). При нулевом угле давления у центрального кулачкового механизма перемещение толкателя прекращается, т. е. не совершается полезной работы (поэтому к. п. д. равен нулю).

Смещенный кулачковый механизм позволяет производить подъем толкателя при постоянном нулевом угле давления. Это, как будет показано ниже, следует из характеристики угла давления для профилей кулачков, обеспечивающих перемещение толкателя с постоянной скоростью при равномерном вращении кулачка. При нулевом угле давления реакция кулачка в точке контакта с роликовым толкателем параллельна его направляющим. Давление на направляющие создается только за счет сил трения качения между толкателем и профилем кулачка, уменьшаются потери на трение — повышается к. п. д. механизма.

КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ С РОЛИКОВЫМИ ТОЛКАТЕЛЯМИ,
ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ПОСТОЯННЫЙ НУЛЕВОЙ УГОЛ ДАВЛЕНИЯ

Возможность осуществления кулачкового механизма с постоянным нулевым углом давления не вызывает сомнений для цилиндрических или поступательно движущихся кулачков. Для первых это достигается расположением оси толкателя с наклоном к оси кулачка, равным углу подъема винтовой линии профиля; для вторых — расположением толка-

теля по нормали к профилю подъема кулачка [8]. Кулачки с плоским толкателем также имеют постоянный нулевой угол давления. У дисковых кулачков при центральном расположении роликового толкателя не обеспечивается постоянства нулевого угла давления профилями кулачков, выполненными по спирали Архимеда [2, стр. 305] или по логарифмической спирали [2, стр. 306]. Логарифмическая спираль при угле давления $\theta=0$ вырождается в окружность с центром, совпадающим с осью вращения кулачка, т. е. не позволяет производить подъем толкателя.

Профиль кулачка с постоянным нулевым углом давления может быть получен из кривой, называемой характеристикой угла давления. Формула угла давления для дисковых кулачков с наружным профилем, согласно Н. И. Колчину [5, стр. 353, 357], имеет вид

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V_a}{\omega} \mp e \quad (1)$$

где V_a — скорость движения толкателя;
 ω — угловая скорость кулачка;
 e — эксцентриситет (смещение);
 S_a — перемещение ведомого звена (измеренное от начальной окружности профиля по линии действия толкателя, рис. 1);

a — геометрический размер, $a = \sqrt{r_0^2 - e^2}$;
 r_0 — радиус начальной окружности.

Для дискового кулачка с внутренним профилем формула угла давления принимает вид

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V_a}{\omega} \mp e \quad (2)$$

в чем легко убедиться, повторив рассуждения, аналогичные приведенным в работе [5, стр. 352—353]. Знак минус перед e в обоих случаях обозначает смещение толкателя вправо от оси вращения кулачка. Геометрическая интерпретация этих формул получается из графиков функции положения механизма $S_a = \Pi(\varphi)$ и первой передаточной функции механизма $\frac{V_a}{\omega} = \Pi'(\varphi)$, где φ — угол поворота кулачка. Для профи-

лей кулачков, перемещающих толкатель с постоянной скоростью $V_a = \text{const}$ (какими являются винтовая линия, спираль Архимеда, эвольвента и растянутая эвольвента [2]), характеристика угла давления представляет собой прямую линию; перпендикулярную оси абсцисс и отстоящую от начала координат на величину

$$A'O = \frac{V_a}{\omega}$$

Из рис. 1, б следует, что $\frac{V_a}{\omega} - e = AB$, $a \pm S_a = BC$, поэтому тангенс угла давления θ при смещении линий действия толкателя вправо от оси вращения кулачка на величину e выражается формулой

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{V_a}{\omega} - e}{a \pm S_a} = \frac{AB}{BC} \quad (3)$$

Знак плюс — для кулачков с наружным профилем, знак минус — для кулачков с внутренним профилем, так как в первом случае к размеру a добавляется значение перемещения S_a , во втором эта величина вычитается.

Если принять смещение $e = \frac{V_a}{\omega}$, то по формуле (3) угол давления будет постоянно равен нулю. По значению e и графику $S_a = \Pi(\varphi)$, пользуясь графическими методами теории механизмов и машин, можно построить профиль кулачка, обеспечивающий постоянный нулевой угол

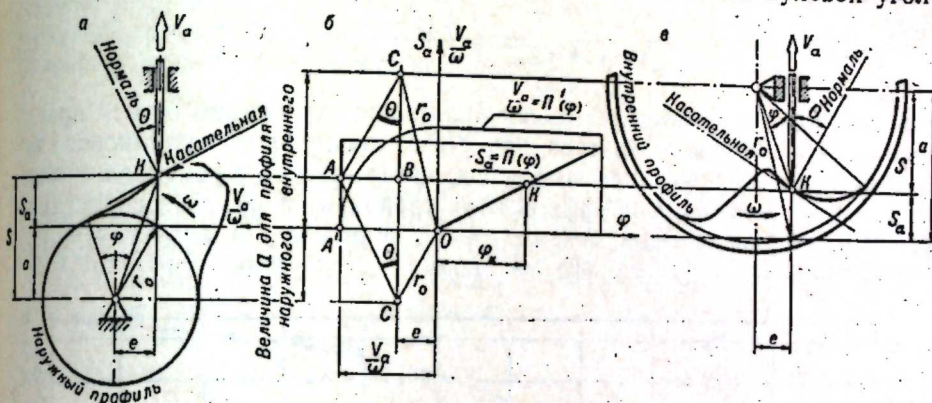


Рис. 1.

давления. Л. Н. Решетов отмечает [2, стр. 311], что с введением смещения профиль кулачка, обеспечивающий перемещение толкателя с постоянной скоростью $V_a = \text{const}$ при $\omega = \text{const}$, представляет собой растянутую эвольвенту, которая выполняется на универсальных фрезерных станках без специальных приспособлений. Следовательно, можно спроектировать и изготовить дисковый кулачковый механизм с постоянным нулевым углом давления. Нулевой угол давления не зависит от числа оборотов кулачка. При $\theta=0$, $V_a = \text{const}$, $\omega = \text{const}$

$$e = \frac{V_a}{\omega} = \frac{S_{a \max}}{\frac{\Delta t}{\varphi_k}} = \frac{S_{a \max}}{\varphi_k} \quad (4)$$

где φ_k — угол подъема кулачков;

Δt — время подъема толкателя.

Таким образом, смещение e может быть определено по величине угла подъема профиля.

К. П. Д. КУЛАЧКОВОГО СМЕЩЕНИЯ МЕХАНИЗМА ПРИ ПОСТОЯННОМ НУЛЕВОМ УГЛЕ ДАВЛЕНИЯ

К. п. д. кулачкового смещенного механизма $\eta_{\text{к.с.}}$ согласно Г. А. Шау- мяну [1, стр. 243], выражается формулой

$$\eta_{\text{к.с.}} = \frac{[1 - \mu_1 \mu_2 - (\mu_1 + \mu_2) \operatorname{tg} \theta] (1 \pm \psi \operatorname{ctg} \theta)}{1 + \mu_1 \operatorname{ctg} \theta \pm \psi (\operatorname{ctg} \theta - \mu_1)} \quad (5)$$

где $\psi = \frac{e}{S}$ — коэффициент смещения;

(6)

S — расстояние от точки касания до оси вращения, измеренное по линии действия толкателя (рис. 1).

Знак плюс означает смещение толкателя вправо от оси вращения кулачка.

Если принять значения коэффициентов трения μ_1 и μ_2 постоянными, эта формула при угле давления $\Theta=0$ будет представлять собой неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$, при раскрытии которой по правилу Лопиталья получается формула $\eta_{кс}$ при $\Theta=0$

$$\eta_{кс} \text{ при } \Theta=0 = \pm \frac{\psi(1-\mu_1\mu_2)}{\mu_1+\psi}, \quad (7)$$

где знак плюс соответствует смещению толкателя вправо от оси вращения кулачка. Можно убедиться, что к. п. д. смещенного кулачкового механизма значительно выше, чем к. п. д. центрального кулачкового механизма при одинаковых коэффициентах трения μ_1 и μ_2 . Для сопоставления к. п. д. сравниваемых механизмов по формуле (7) строится кривая изменения к. п. д. кулачкового механизма $\eta_{кс}$ в зависимости от ψ при

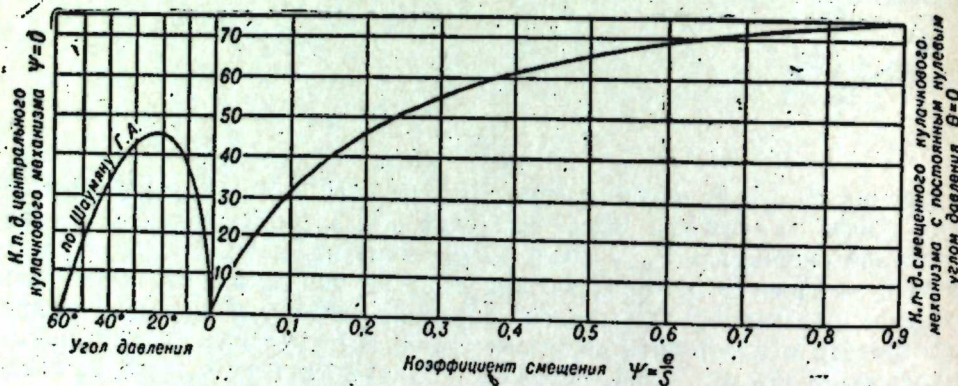


Рис. 2.

$\mu_1=0,2$ и $\mu_2=0,4$ (рис. 2). На этом же графике показано изменение к. п. д. центрального кулачкового механизма для таких же значений коэффициентов трения, взятое из диаграммы, приведенной в работе [1, стр. 228].

Как видно из рис. 2, к. п. д. центрального кулачкового механизма изменяется от 0 до 45%, в то время как у смещенного кулачкового механизма достигает 75%, увеличиваясь с повышением коэффициента смещения ψ . Коэффициент смещения прямо пропорционален величине смещения e и обратно пропорционален углу подъема профиля кулачка (6), (4). Таким образом, с уменьшением угла подъема φ_k можно увеличить к. п. д. смещенного кулачкового механизма. У центрального кулачкового механизма уменьшение угла подъема профиля φ_k увеличивает угол давления Θ , что может снизить к. п. д. и даже привести к заклиниванию механизма.

Конструктивно легко осуществляются механизмы с коэффициентом смещения $\psi=0,1-0,6$. Средние значения к. п. д. смещенного кулачкового механизма в 2—3 раза больше, чем центрального кулачкового механизма (с учетом изменения коэффициента смещения ψ для конкретных случаев в пределах $\Delta\psi=0,1-0,2$).

Применение кулачкового механизма с постоянным нулевым углом давления не только повышает его к. п. д., но и уменьшает износ направляющих толкателя. Давление на направляющие создается за счет пере-

коса толкателя от сил трения качения между толкателем и кулачком, что увеличивает долговечность механизма.

Конкретные механизмы с кулачками, выполненными по спирали Архимеда, имеют профиль, близкий к растянутой эвольвенте. Например, толкателя $S_{a \max}=15,0$ мм, смещением $e=4,3$ мм и углом подъема профиля $\varphi_k=270^\circ$ отклонение размеров сравниваемых профилей составляет $0,3-0,5$ мм (при измерении по радиусу). Это дает возможность, оставаясь прежний профиль кулачков, получать при введении смещения толкателя угол давления у существующих кулачковых механизмов, близкий к нулю. Кроме того, в конкретных случаях при постоянном нулевом угле давления может быть получено уменьшение крутящего момента, необходимого для сжатия пружины толкателя.

ВЫВОДЫ

1. Смещенный кулачковый механизм с роликовым толкателем и постоянным нулевым углом давления возможно осуществить, применяя профиль подъема кулачка, выполненный по растянутой эвольвенте.
2. Изготовление кулачка с таким профилем не представляет затруднений и производится на универсальном оборудовании.
3. Применение кулачкового механизма с постоянным нулевым углом давления значительно повышает его к. п. д. и долговечность.

Новосибирский
электротехнический институт

Поступила в редакцию
30/X 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Шаумян. Автоматы и автоматические линии. Машгиз, 1961.
2. Л. Н. Решетов. Кулачковые механизмы. Машгиз, 1953.
3. М. Л. Орликов. Кулачковые механизмы машин-автоматов. Машгиз, 1955.
4. Х. А. Ротбарт. Кулачковые механизмы. Пер. с англ., Судпромгиз, 1960.
5. Н. И. Колчин. Механика машин, т. 1. Машгиз, 1962.
6. И. И. Артоболовский. Теория механизмов и машин. ГИТТЛ, 1940—1953.
7. Л. Б. Левенсон. Теория механизмов и машин. Машгиз, 1954.
8. Ю. Я. Ковылин. Динамический синтез плоских кулачковых механизмов с поступательными кулачками и роликовыми толкателями. — Изв. Томск. политех. ин-та, 1959, т. 96.
9. П. М. Чернянский. Исследование надежности расчета и проектирования кулачковых механизмов металлорежущих станков. — Изв. вузов, Машиностроение, 1962, № 9.
10. L. Heeg. Betrachtungen über Ermittlung Beschleunigung verhältnisse ebener Kurventriebe. Maschinenbautechnik, 10 (1961), H. 4, S. 216, bis. 219.

С. М. ЖДАНОВ, Г. Б. ВАРВАРИН

АВТОМАТИЗАЦИЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ПОЛЗУНОВ НА ПОВЕРХНОСТИ КАТАНИЯ КОЛЕС ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ВАГОНОВ С ПОМОЩЬЮ ПЬЕЗОДАТЧИКОВ

В процесс эксплуатации железнодорожных вагонов в случае неправильного применения тормозов или несоответствия нагрузки режиму торможения вагонные колесные пары при торможении поезда могут заклиниваться тормозными колодками и двигаться по рельсам без вращения. Это ведет к интенсивному неравномерному износу поверхности катания колес, в результате чего на них образуются прямолинейные ползуны (выбоины). Такой дефект колесных пар после превышения допустимых величин становится очень опасным, так как при качении колес с ползунами возникают сильные удары, ведущие к преждевременному износу, а иногда и разрушению рельсов и вагонов. Величина ползуна у вагонов с подшипниками скольжения не должна превышать 2 мм, а у вагонов с роликовыми подшипниками — 1 мм [1].

Этот дефект поверхности катания колесных пар встречается очень часто. По данным Всесоюзного научно-исследовательского института Министерства путей сообщения из числа вагонов, отцепленных по дефектам поверхностей катания колесных пар, число вагонов, отцепленных из-за ползун и навалакивания металла, составляет от 27 до 65% [2, 3].

В настоящее время ползуны на колесных парах выявляются осмотрами вагонов на слух при входе поезда на станцию, с последующим обмером выявленных ползун с помощью абсолютного шаблона. Такой способ обнаружения и измерения ползун является несовершенным и недостаточно надежным.

В последнее время разрабатываются приборы по обнаружению дефектов на поверхности катания колес железнодорожных вагонов. Например, фирмой Сименс-Гальске (ФРГ) [4] разработан опытный образец прибора, который позволяет автоматически выявлять в движущихся поездах ползуны глубиной 1,2—2,0 мм. Этот прибор воспринимает и передает на регистрирующее устройство, заблокированное с набрызгивателем краски, характерные для выбоины звуковые колебания.

Воспринимающим удары колес устройством служит микрофон, заключенный в кожух, установленный на деревянной шпале посередине опытного сваренного на длине 60 м рельсового участка пути. Микрофон соединен кабелем длиной 200 м с прибором, находящимся в станционном здании.

Прибор мощностью 60 Вт работает от сети переменного тока 110/220 В, 50 Гц на 4 электронных лампах и состоит из низкочастотного усилителя, выпрямителя, регистратора звука и указателя, имеет габаритные размеры 35×30×20 см. На выходе прибора имеется устройство, приводящее в действие записывающий механизм или набрызгиватель краски. Кроме того, прибор оборудован двумя магнитными импульсными датчиками и

устройством записи времени. При проходе вагона по опытному участку, импульсный датчик вспомогательным реле включает двигатель прибора, записи времени и регистрирует отпечатки каждой оси на ленте устройства записи времени. Каждая же выбоина отмечается прибором записи времени на среднем отпечатке. Подсчетом осей и сопоставлением со средним отпечатком можно определить ось, имеющую выбоину.

По мнению авторов, несмотря на безотказность прибора в работе, метод, на котором основано его действие, несовершенен. Он не позволяет определять величину ползуна, так как при разных нагрузках на колесо характер звуковых колебаний изменяется и не подлежит точному учету. При длине контрольного участка в 60 м не представляется возможным точно определять, к какому вагону и колесу относится дефект. При различных верхнем строении пути и балластной призмы звуковые колебания будут совершенно различными, что требует сугубо индивидуального подхода к настройке прибора. Прибор акустически не изолирован от посторонних шумов и стуков, ничем не корректируется влиянием звукопроводимости воздуха в различных метеорологических условиях (направление и сила ветра, снежные заносы, песчаные бури, дождь и др.). Все это свидетельствует о том, что данная методика требует значительных доработок. Необходимо искать другие методы автоматизации выявления ползун, не страдающих указанными недостатками.

Для автоматизации выявления ползун и других дефектов поверхности катания колес грузовых вагонов, которые при прохождении через контрольный участок вызывают резкие изменения напряжений от деформаций в рельсах, наиболее применим, по нашему мнению, пьезоэлектрический бесконтактный способ с конструктивным применением пьезоэлектрических преобразователей.

Рассматриваемый способ является автоматическим и не требует работы осмотрщиков вагонов. Суть его состоит в следующем: во время движения поезда рельсовый путь под тем или иным колесом находится в напряженном состоянии, которое определяется скоростью движения поезда, нагрузкой на колесо, расстоянием между шпалами и упругостью основания балластной призмы. Если поверхность катания колеса не имеет пороков, то нагрузка на рельсы, а следовательно, и напряженность рельса изменяются плавно, без резких скачков.

Если то или иное колесо имеет ползун, то при перекатывании колеса через площадку ползуна происходит сначала резкое снятие нагрузки, а затем в конце площадки — резкий динамический удар. Продолжительность и величина удара по рельсам при наличии ползуна на поверхности катания колеса являются функцией от скорости движения поезда, величины ползуна и веса необрессоренных частей вагона, постоянных для каждого типа вагона:

$$P_{\text{дин}} = f(P_{\text{нм}}, l_{\text{п}}, v), \quad (1)$$

где $P_{\text{дин}}$ — ударная нагрузка на рельс от ползуна;
 $P_{\text{нм}}$ — вес необрессоренных частей вагона;
 $l_{\text{п}}$ — длина площадки ползуна;
 v — скорость движения вагона.

Если к подошве рельса приклеить пьезокристалл (рис. 1), то, деформируясь вместе с рельсом, он будет вырабатывать пьезотоки. Величина этих пьезотоков зависит от степени деформации пьезокристалла, следовательно, и от величины нагрузки на рельс.

Таким образом, при прохождении по рельсу колеса без дефектов пьезокристалл будет деформироваться вместе с рельсом и вырабатывать

пъезотоки, частота которых определяется в основном скоростью движения поезда и лежит в области низких инфразвуковых частот. При прохождении по рельсу колеса с ползуном динамическая картина нагрузки на рельс будет иной: при встрече ползуна с рельсом колесо на некоторое время оторвется от рельса (нагрузка с рельса снимется), затем произойдет резкий удар. В результате этого в рельсе возникнут ударные звуковые колебания с частотой выше 20—50 гц, затухающие за время от 0,3 до 0,08 сек [5]. Эти звуковые колебания передадутся на пьезокристалл

и выработают в нем пьезотоки звуковой частоты. Амплитуда этих токов соответствует амплитуде звуковых колебаний, а следовательно, и силе, удара, согласно формуле [6]:

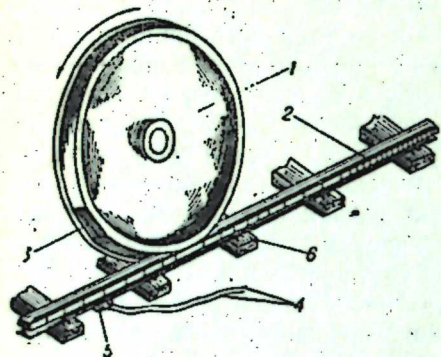


Рис. 1. Схема взаимодействия ползуна (выбонны) на поверхности качения колеса с рельсом и датчиком.

1 — колесо; 2 — контрольный участок рельса; 3 — ползун (выбонна); 4 — токосъемные провода; 5 — пьезодатчик; 6 — шпалы.

$$P = d_1 P_{\text{дин}} k, \quad (2)$$

где P — интенсивность поляризации пьезокристалла или величина заряда;

d_1 — пьезокристаллический модуль;

$P_{\text{дин}}$ — динамическое усилие на рельс;

k — коэффициент передачи усилия, зависящий от способа крепления и восприятия нагрузки пьезокристаллом (определяется экспериментально).

Так как деформации рельса превышают допустимую деформацию пьезокристалла, для предотвращения разрушения пьезодатчиков целесообразно наклеивать их не на подошву рельса, а на тонкий лист какого-либо упругого материала, который в свою очередь приклеивается или плотно прижимается к подошве рельса. Этот материал передает деформацию рельса на пьезокристалл, предварительно ослабив ее до приемлемой для пьезокристалла величины, и не препятствует распространению и восприятию пьезодатчиками звуковых колебаний, распространяющихся от колеса через звукопроводящую среду, какой является стальной рельс. Таким материалом может быть, в частности, тонкая пластинка какой-либо пластмассы, геттинакса или текстолита.

Поскольку нас интересуют только динамические ударные нагрузки, в результате которых в рельсе при движении по нему колес с ползунами возникают звуковые колебания частотой выше 20—50 гц, то, профильтровав сигнал датчика с помощью электронной схемы, мы можем отделить высокочастотную составляющую сигнала, возникающую при ударах, от низкочастотной составляющей, образующейся при плавных изменениях нагрузки. По амплитуде высокочастотного сигнала можно определить силу и продолжительность удара, а следовательно, и величину ползуна на поверхности катания того или иного колеса.

В принципе сигнал с пьезодатчика после соответствующих преобразований может быть подан на любую электронную схему, которая имеет на своем выходе ту или иную измерительную или сигнализирующую систему. В частности, усилив сигнал электронным усилителем, можно в

дальнейшем подать его на одну или несколько пороговых схем (триггер, одновибратор) с регулируемыми порогом срабатывания. Настроив эти схемы на тот или иной порог срабатывания, можно с большой точностью определять ползуны любой наперед заданной величины.

Для проверки предлагаемого метода была собрана и испытана на железной дороге экспериментальная установка. Аппаратура для экспериментального правого рельсов в промежутке между шпалами прижимаются пьезодатчики 1. Принципиальная схема датчика, включающая пьезокристалл, показана на рис. 3.

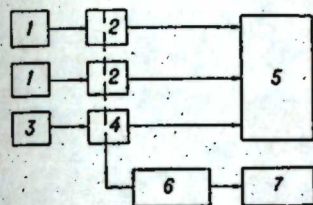


Рис. 2. Блок-схема эксперимента.

1 — пьезодатчик левого и правого контрольных рельсов; 2 — усилитель пьезодатчиков; 3 — источник света; 4 — фотоотметчик; 5 — усилитель фотодатчика; 6 — регистрирующий осциллограф МПО-2.

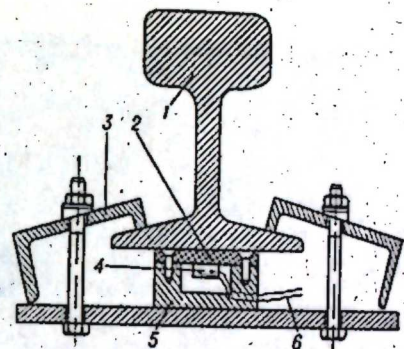


Рис. 3. Схема пьезодатчика.

1 — рельс контрольного участка; 2 — промежуточная пластинка; 3 — укрепляющее устройство; 4 — пьезокристалл; 5 — корпус датчика; 6 — токосъемные провода.

Экспериментальное устройство для автоматического определения ползунов (выбонн) несложно по конструкции, как это видно из блок-схемы эксперимента (рис. 2). Принцип его действия основан на том, что при проходе по контрольному участку колеса, имеющего дефект на поверхности катания, в результате ударных нагрузок в пьезодатчиках 1 вырабатываются пьезотоки. Выработанные пьезокристаллом сигналы усиливаются усилителем, имеющим $K_{\text{н}} = 60 \text{ дб}$. Усиленные сигналы подаются усилителем 2 (рис. 2) на шлейфовый осциллограф типа МПО-2.

Усилитель собран на триодах типа П5А и имеет следующие параметры: $K_{\text{н}} = 60 \text{ дб}$, полоса 20 гц — 5 кц, $R_{\text{вх}} = 50 \text{ ком}$, $R_{\text{вых}} = 300 \text{ ом}$. Напряжение питания стабилизированное — 10 в. Для согласования усилителя с пьезодатчиком с одной стороны и со шлейфом с другой на выходе и входе усилителя стоят эмиттерные повторители. Входной повторитель и первый каскад усиления для уменьшения собственных шумов работают при пониженном напряжении питания коллектора. Для стабилизации коэффициента усиления и расширения полосы усилитель охвачен отрицательной обратной связью по переменному току. Кроме того, в целях температурной стабилизации в каскадах с общим эмиттером применяется отрицательная обратная связь по постоянному току.

Для определения скорости движения вагона и счета проходящих колес на контрольном участке рельсового пути (рис. 2) установлен фотоотметчик 4, работающий от луча света, который пересекается колесной парой. В качестве фотоэлемента в фотодатчике используется простейшее усиление ФСА-1, сигнал с которого усиливается простейшим усилителем 5 с эмиттерным повторителем на выходе. Сигнал фотодатчика также подается на осциллограф 6 и фиксируется на фотопленке.

Усилители пьезодатчиков, фотоусилитель и стабилизатор были собраны на гетинаксовых платах и вставлены на штепсельных разъемах в корпус макета, в котором смонтированы все электронные блоки. На передней панели корпуса макета укреплен фотодатчик.

При проведении экспериментов прибор был установлен непосредственно на контрольном участке и был связан кабелем с осциллографом МПО-2, установленным в диспетчерском помещении. Разработанная установка позволила изучить характер импульсов пьезотоков, вырабатываемых пьезокристаллом, и выяснить действенность рассматриваемого способа.

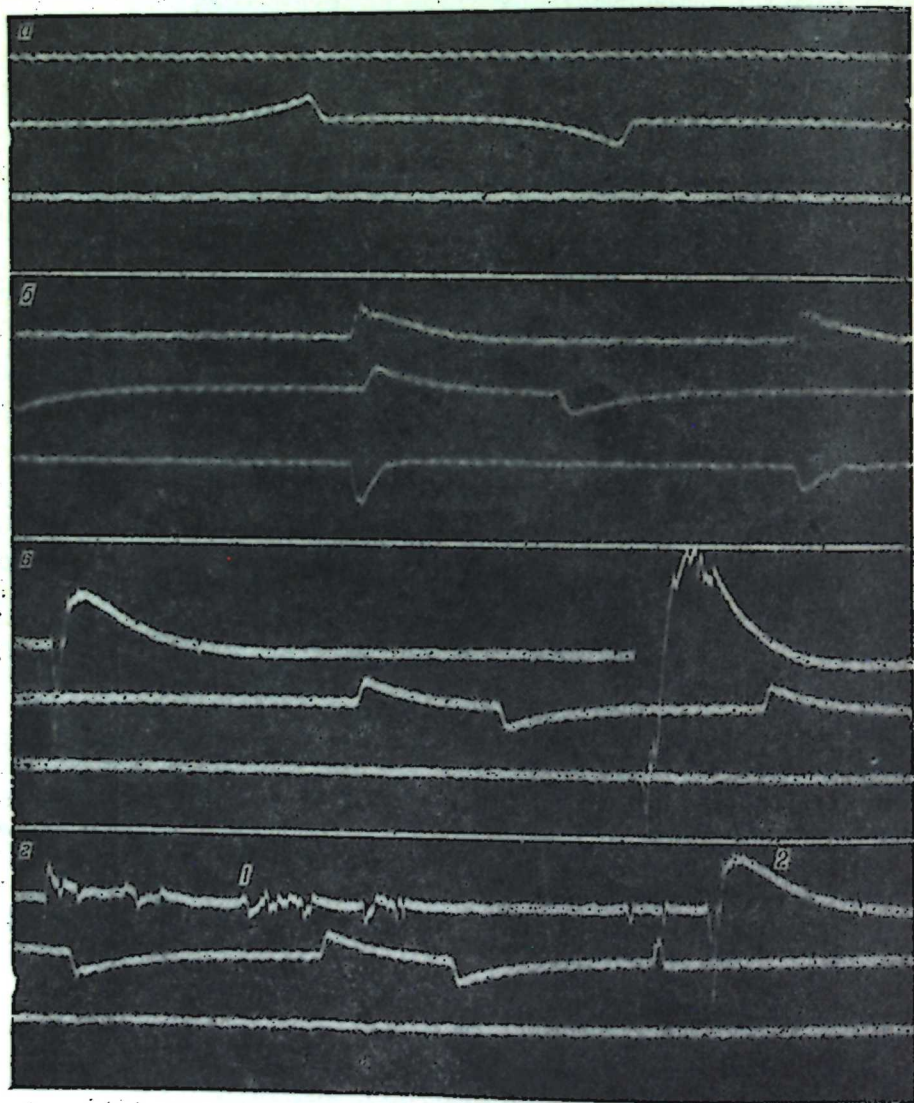


Рис. 4. Осциллограммы импульсов тока пьезодатчиков, зарегистрированных при прохождении колесных пар грузовых вагонов по контрольному рельсовому участку:

а) осциллограмма, зарегистрированная при прохождении колесных пар, не имеющих дефектов; б, в) осциллограммы, зарегистрированные при прохождении колесных пар, имеющих на поверхности катания дефекты — ползуны (выбоины); г) осциллограмма, зарегистрированная при прохождении колесных пар, имеющих дефекты: 1) навалакивание металла на части поверхности катания; 2) ползун.

Согласно методике проведения эксперимента, согласованной с руководством вагонного депо и станции Инская Западно-Сибирской железной дороги, экспериментальные исследования были организованы непосредственно в условиях эксплуатации вагонов. Для создания условий движения был выбран на спусковой части нечетной сортировочной горки станции Инская перед замедлителями первого пучка второго поста. При обнаружении в пребывающих поездах вагонов, у которых колесные пары имеют водилы тщательный обмер длины площадки и глубины ползуна отдельно по левой и правой стороне. Информация о неисправностях передавалась дежурному по пульту управления на установке, который производил записи в журнал и подготавливался к регистрации импульсов на осциллограмму.

При проведении эксперимента пьезодатчик левого рельса подавал импульсы на 7 шлейф осциллографа МПО-2; датчик правого рельса подавал импульсы на 8 шлейф. Импульсы счета колесных пар через усилитель подавались на 6 шлейф. Кроме того, на осциллограмме производилась отметка времени. Результаты эксперимента были записаны в виде осциллограмм по каждому вагону при прохождении его через контрольный участок рельсового пути с изменением направления и скорости. Для сравнения производилась запись на осциллограмму движения колес, поверхности катания которых не имеют дефектов. Характерные случаи записи дефектов изображены на рис. 4.

Экспериментальными исследованиями установлено, что при движении по контрольному участку колес, не имеющих дефектов, в пьезокристалле микротоков не появлялось (рис. 4, а). В пьезокристалле вырабатываются токи всякий раз, когда по контрольному рельсу прокатывается колесо, имеющее ползуны или другие неровности на поверхности катания (рис. 4, б; в). Микротоки вырабатываются также при качении по рельсу колес, имеющих дефекты: 1) навалакивание металла, 2) ползун (рис. 4, г).

Если удар ползуна происходил близко к датчику, то амплитуда импульса больше, а если удар происходил дальше, то амплитуда импульса меньше. Форма же импульса зависит от характера удара, т. е. от типа дефекта. Прокатывание по стыкам исправных колесных пар не вызывает микротоков в пьезокристалле, при этом импульсы на осциллограмме не появляются, что и использовано в нашей схеме.

ВЫВОДЫ

1. Ползуны (выбоины) на поверхности катания на осциллограммах дают импульсы, величины которых пропорциональны длине (l_n) и глубине (h_n) дефекта на колесе.

2. Величина импульсов по ординате зависит от следующих значений: относительного расположения места удара ползуна при прохождении контрольного участка (расстояние от места удара до датчика); веса неконтрольных частей вагона, приходящихся на одно колесо; скорости обрессоренных частей вагона, приходящихся на одно колесо; скорости движения вагона. Величина импульса по абсциссе зависит от длины площадки ползуна и скорости движения.

3. Раковины или выщербины размером с соответствующий ползун дают идентичные импульсы.

4. Навалакивание металла, распространяющееся на большую поверхность по ширине и длине, дает ряд положительных и отрицательных импульсов, число и форма которых соответствует характеру дефекта.

5. При движении по контрольному рельсовому участку пути вагонных и локомотивных колесных пар, не имеющих дефектов, датчики сигналов не дают и на осциллограммах записывается в общем прямая (немного волнистая) линия, что подтверждается многочисленными записями на ленту осциллографа.

6. Показания датчиков не зависят от числа прошедших колесных пар, предшествовавших дефектному колесу, что указывает на возможность применения данной методики для автоматического выявления ползунов в движущихся поездах на главных путях и на путях перед приемочными парками крупных сортировочных станций.

7. Методика применима для колесных пар всех типов вагонов и локомотивов, независимо от того, являются они ведущим или ведомыми.

8. В связи с тем, что высота импульса зависит от удаления места удара дефекта колеса от датчика, при разработке производственного образца следует провести проверку данной методики для контрольного участка рельсового пути, на котором будет установлен не один, а несколько датчиков. Это позволит устранить влияние места расположения удара дефекта о рельс на величину амплитуды импульсов, вырабатываемых пьезодатчиками.

9. Экспериментальная аппаратура вместе с датчиками, установленная на опытном участке, не была связана электрически с устройствами СЦБ и не влияла на их нормальную работу.

10. В эксплуатационных условиях не требуется абсолютное измерение величины дефектов, а следовательно, не требуется и фиксирование импульсов на осциллографе; необходимо только, чтобы установка показывала, находится ли дефект в допустимых пределах или нет. При разработке производственного образца запись дефекта на осциллограмму следует заменить каким-либо электрическим сигналом с подачей его в дальнейшем на регистрирующий пульт.

От всех ныне существующих методов определения и измерения ползунов (выбоин) этот метод отличается следующими особенностями.

1. Он является бесконтактным аппаратным методом выявления и измерения величины ползунов (выбоин) на поверхности катания вагонных колесных пар и не требует непосредственного контакта измеряющего инструмента с поверхностью катания колеса.

2. Этот метод позволяет выявлять и измерять величину ползунов (выбоин) в процессе движения поездов, что сокращает их стоянки под осмотром на время, необходимое для этих целей.

3. В отличие от акустического метода, по которому разработан прибор фирмы Сименс-Гальске [3], предлагаемый способ основан на принципе измерения звуковых колебаний частотой более 20—50 гц, поступающих в пьезодатчик через постоянную звукопроводящую среду, какой является рельс, а пьезодатчики непосредственно находятся в контакте с рельсом. В силу этого предлагаемый метод обладает повышенной чувствительностью и точностью измерения и совершенно не подвержен влиянию посторонних факторов: шумов, стуков в вагонных узлах и межвагонных креплениях, чему подвержены акустические методы.

4. Метод обеспечивает бесперебойную работу и требуемую точность измерения в любых метеорологических условиях (снежные заносы, дожди, пыль, песчаные заносы и бури), при колебаниях температур от — 50 до +60° С, что особенно важно в условиях дорог Урала и Сибири. Применение описанного метода позволит устранить ручной, мало производительный тяжелый и опасный труд по осмотру поверхности катания колеса и автоматизировать процесс выявления и измерения ползунов (выбоин). Только за счет отмены приема поездов сходу на каждом поезде

трудоемкость осмотра будет сокращена примерно на 14 чел.-мин, что вместе с отменой осмотра поверхности катания даст большой производственный эффект.

Данным методом можно выявлять и измерять ползуны в движущихся поездах перед всеми станциями Советского Союза, имеющими пункты технического осмотра.

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Институт геологии и геофизики
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
4/IX 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Инструкция ЦВ МПС 2029 по освидетельствованию, ремонту и формированию вагонных колесных пар. М., Трансжелдориздат, 1959.
2. В. Н. Кривошеев, В. П. Девяткин, Т. В. Ларин, И. В. Наумов. Тема (И-271-59, Р5). Результаты наблюдений за работой цельнокатанных колес грузовых вагонов, изготавливаемых по новым стандартам. М., 1959. Архив ВНИИ МПС.
3. С. Десятнев, В. Гридюшко. Тема (И-27-59, КР). Результаты наблюдений за работой цельнокатанных колес грузовых вагонов, изготовленных по новому стандарту, на дорогах Урало-Сибирского направления. Свердловск, 1959. Архив ВНИИ МПС.
4. Signal und Dracht, No. 6, 1956.
5. Прибор для выявления выбоин на колесах грузовых вагонов. Бюлл. технико-экономической информации МПС СССР, № 13, 1956, стр. 88.
6. П. С. Анисимов. Взаимодействие колеса с ползуном и рельса. Вестник Всес. н.-и. ин-та железнодорожного транспорта, № 1, М., Трансжелдориздат, 1963.
7. А. М. Туричин. Электрические измерения неэлектрических величин. Изд. третье, переработанное. М.—Л., 1959.

С. И. СМОЛЯНИНОВ, С. Г. МАСЛОВ

ПОЛУЧЕНИЕ ТОПЛИВО-ПЛАВИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ ИЗ ФРЕЗЕРНОГО ТОРФА МЕТОДОМ ТЕРМОБРИКЕТИРОВАНИЯ

Вопросу использования торфа в качестве металлургического топлива в настоящее время уделяется серьезное внимание [1]. В Томской области лишь применение торфа может решить проблему топлива при использовании недавно открытых богатейших запасов железных руд [2].

Широкое распространение в последнее время получил фрезерный способ добычи торфа, при котором торф получается в виде мелкой крошки [3]. Фрезерный торф может быть окускован термобрикетирующим. Перспективность термобрикетов как доменного горючего подтверждалась на ряде совещаний [1, 3].

По термобрикетирующему опубликовано незначительное число работ. Х. И. Ривкина [4] брикетировала торф в обогреваемой матрице; ею было исследовано влияние температуры и режима нагрева, давления брикетирования, степени измельчения торфа и времени выдержки брикета под давлением. В работе Б. И. Злобинского [5] отмечалось, что наиболее прочным по сопротивлению, раздавливанию и истираемости кокс из термобрикетов может быть получен лишь в том случае, если брикетирование торфа проводить под давлением выше 981 бар (1000 кг/см²).

Исследованием процессов термобрикетирующего торфа занимались также Г. Д. Петровский и В. П. Токарев [6]. При температуре нагрева торфа 473—523° К и давлении брикетирования 196—1520 бар они получили брикеты с сопротивлением раздавливанию 344—442 бар. Опыты по термобрикетирующему торфа под большим давлением (порядка 1000 бар и более) проведены ВНИИТГ [7]. Институтом Гипроместпром [8] разработана опытная установка для производства термобрикетов производительностью 1,5 т/час. По данным этого института, установки термобрикетирующего торфа требуют меньших капиталовложений и дают продукт с меньшей себестоимостью, чем на обычных брикетных заводах.

Из зарубежных работ известны опыты по термобрикетирующему торфа в Норвегии [9].

В последние годы появились также исследования процессов термобрикетирующего бурых и каменных углей как у нас [10], так и за рубежом [11—15].

В работе, проведенной в Томском политехническом институте [16], сделана попытка оценить возможность использования термобрикетов в доменном процессе без предварительного коксования, т. е. попытке совмещения в одном аппарате (доменной печи) процессов коксования термобрикетов и выплавки чугуна.

Успехи в области энерготехнологии [17] позволяют применить принципы высокоскоростного нагрева к термобрикетирующему. В исследовании, проведенном в Томском политехническом институте [18], выявлен ряд особенностей термобрикетирующего торфа при высокоскоростном на-

греве. Полученные термобрикеты при температуре 553° К и давлении 246—393 бар обладали сопротивлением раздавливанию 442—550 бар, а кокс (конечная температура нагрева 1073° К) — 304—344 бар. Успешное ведение процессов высокоскоростного нагрева существенно зависит от правильного выбора высокотемпературного теплоносителя.

Твердый теплоноситель имеет преимущества перед остальными видами теплоносителей. Так, по сравнению с газовым теплоносителем, он не загрязняет летучих продуктов термического разложения. По данным З. Ф. Чуханова, он наилучшим образом обеспечивает высокую скорость и равномерный прогрев топлива. Установки высокоскоростного нагрева, использующие твердый теплоноситель, просты и компактны. Представляется интересным исследовать возможность использования в качестве твердого теплоносителя при высокоскоростном нагреве измельченного торфа для термобрикетирующего железной руды и флюсов. В данном случае речь идет о получении из фрезерного торфа методом термобрикетирующего топливо-плавильных материалов, т. е. конгломератов, содержащих топливо, руду и флюсы в нужных для доменной плавки соотношениях.

Железная руда и флюсы отвечают всем требованиям, предъявляемым к высокотемпературным теплоносителям. Причем, поскольку они являются основным компонентом топливо-плавильных материалов, отпадает главный их недостаток как твердого теплоносителя при высокоскоростном нагреве мелкозернистых топлив — необходимость отделения от твердого остатка пиролиза и многократность циркуляции.

В литературе лишь в одной работе [19] сообщается о получении коксозелезобрикетов на основе фрезерного торфа методом термобрикетирующего. Опыты были проведены в 1932 г. Смесь 50% фрезерного воздушно-сухого (15—20% влаги) торфа, 47% пиритных огарков и 3% флюсов брикетировалась при нагреве до 573—583° К под давлением 50—100 бар. Нагрев был медленным.

В наших исследованиях использовались:

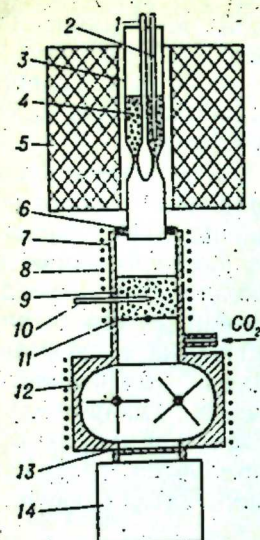
1. Низинный осоковый торф Таганского месторождения Томской области, имеющий следующую характеристику: а) ботанический состав растений торфообразователей: осока шершавоплодная — 90%, вахта — 10%, хвощ — единичные экземпляры; б) степень разложения — 35%; в) технический анализ: влажность воздушно-сухой пробы — 10—13%, зольность на сухое вещество — 7,8%, выход летучих на горючую массу — 65,4%.

2. Железная руда Бакчарского месторождения Томской области с содержанием железа 41%. Руда была измельчена до прохождения 60% через сито 0,088 мм.

3. Известняк Сергеевского месторождения Томской области (степень измельчения та же).

Чтобы обеспечить соотношение углерод : железо в прококсованных образцах 1 : 1, соотношение между воздушно-сухим торфом, рудой и флюсами было взято 1,78 : 1,0 : 0,07.

Опыты проводились на периодически действующей установке (рис. 1), которая обеспечивала отдельный нагрев руды и торфа до заданных температур и последующее быстрое смешение: В основу ее конструкции положена установка ТЭИ СО АН СССР. Обогреваемые вертикально надгрева торфа и смеси руды с флюсами располагались вертикально над крыльчатым смесителем. По достижении заданных температур руда, флюсы и торф с помощью специальных затворов одновременно пересыпались в подогретый смеситель, интенсивно перемешивались и выгружались через нижнее, закрываемое шибером отверстие в обогреваемую



матрицу, где выдерживались при данной температуре необходимое время. После этого смесь подвергалась прессованию с выдержкой под давлением 2 мин. Полученные брикеты испытывались на сопротивление раздавливанию. У части брикетов определялась истираемость по выходу класса меньше 3 мм при обработке в барабане со стальными шарами. Операции по нагреву брикетов осуществлялись в атмосфере углекислого газа. Во всех случаях, кроме специально поставленных экспериментов, степень измельчения торфа составляла 0—0,25 мм.

Рис. 1. Установка термобрикетирувания.

1 — конусный клапан, 2 — термопара, 3 — кварцевая трубка, 4 — смесь руды и флюса, 5 — трубчатая печь, 6 — асбестовый шнур, 7 — стальная труба, 8 — электронагреватель, 9 — торф, 10 — термометр, 11 — клапан «бабочка», 12 — крыльчатый смеситель, 13 — задвижка, 14 — матрица.

Результаты опытов представлены графически на рис. 2 и 3. Как видно из рисунков, принципиальная картина зависимости прочности топливо-флюсо-рудных термобрикетов от изученных факторов такова же, как и у термобрикетов из одного торфа, полученных в условиях высокоскоростного нагрева [18]. Условия получения брикета максимальной прочности определяются: 1) необходимостью достаточного развития реакций термического разложения органического вещества торфа в зависимости

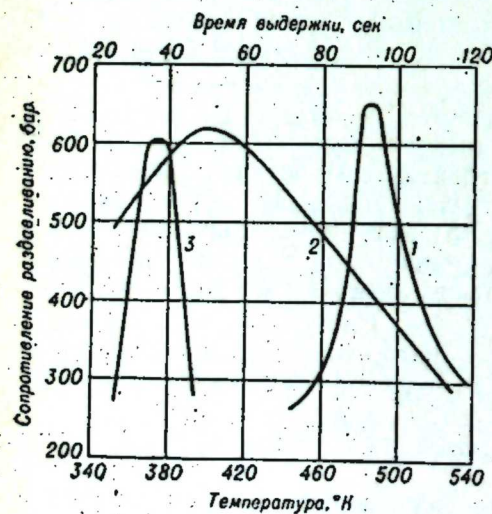


Рис. 2. Зависимость сопротивления раздавливанию термобрикета (смесь торфа, железной руды и известняка) от температуры смеси перед брикетированием (1), времени выдержки смеси перед наложением давления (2) и температуры нагрева торфа перед смешением (3).

1 — выдержка перед брикетированием 45 сек, температура предварительного нагрева торфа 373°K, руды от 963 до 1045°K; 2 — температура брикетирования 478°K; 3 — температура брикетирования 478°K; время выдержки перед наложением давления 45 сек. Давление брикетирования во всех случаях 295 бар, время выдержки брикета под давлением 120 сек.

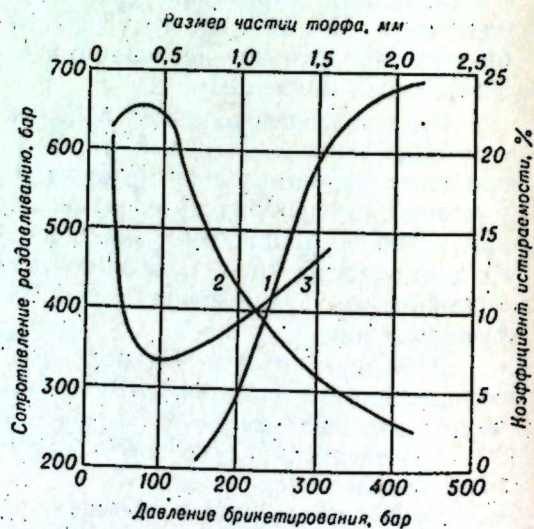


Рис. 3. Зависимость прочности термобрикета от давления брикетирования (1) и размера частиц торфа (2 — сопротивление раздавливанию, 3 — истираемость).

Температура брикетирования 478°K, время выдержки перед наложением давления 45 сек, под давлением 120 сек, давление брикетирования для кривых 2, 3 — 295 бар.

от температуры и времени реагирования, определяющих строго оптимальные границы этих параметров, в которых обеспечивается наибольшее накопление «пластичных» продуктов деструкции, 2) условиями изотермичности нагрева отдельных частиц торфа (гранулометрический состав) и 3) условиями уплотнения и контакта активных «неплавких» и «пластичных» компонентов. Однако имеются вполне определенные и, по-видимому, закономерные особенности термобрикетирувания торфа в присутствии руды и флюсов.

Влияние температуры. Максимум прочности наблюдается при нагреве чистого торфа в интервале температур 553—573°K [18]. В наших опытах (рис. 2), этот максимум лежит на 70—90° ниже и выражен более отчетливо. Принимая ранее изложенный механизм термобрикетирувания [18], следует отметить, что, по всей вероятности, указанный факт может быть объяснен каталитическим действием минеральных добавок на реакции термического разложения и вторичные реакции уплотнения органического вещества торфа. Каталитическое действие минеральных добавок и, в частности, углекислого кальция и окислов железа на реакции пиролиза отмечалось многими исследователями [20—22].

Влияние давления. По сравнению с термобрикетируванием торфа без добавок [18], в присутствии минеральных наполнителей брикеты равной прочности, по-видимому, могут быть получены при несколько более низком давлении брикетирования. Это предположение подтверждается экспериментально (рис. 3). По всей вероятности, минеральный наполнитель заполняет пустоты, образующиеся при затрудненной усадке органического вещества, и способствует образованию сплошного скелета при более низком давлении.

Влияние времени выдержки торфа перед брикетированием. Этот фактор с точки зрения каталитического влияния минеральной части на скорость процессов пиролиза заслуживает особого интереса (рис. 2). Если при высокоскоростном нагреве торфа без минеральных добавок при конечной температуре нагрева 503°K необходимо время выдержки 120 сек для достижения максимальной массы торфа [18], то в данном случае при меньшей температуре это время равно 45 сек.

Влияние степени измельчения с результатами экспериментов этих опытов (рис. 3) в целом идентичны с результатами экспериментов по скоростному термобрикетируванию торфа без добавок. Однако по показателю истираемости наилучшие результаты получены при размере частиц торфа 0,5 мм. Это, по-видимому, можно объяснить тем, что наиболее мелкоизмельченная партия торфа, использованная нами (0,25—0,0 мм), была наиболее разнородной по гранулометрическому составу. В случае применения твердого теплоносителя предположительно это может привести к значительному перегреву самых мелких фракций.

Влияние исходной (перед смешением) температуры торфа. Как видно из данных (рис. 2) прочность термобрикетов зависит от данного фактора чрезвычайно сильно. Понижение прочности при температурах ниже 373°K связано, по всей вероятности, с присутствием воды.

Таким образом, получение топливо-плавильных материалов из фрезерного торфа с использованием в качестве твердого теплоносителя при высокоскоростном нагреве перед брикетированием руды и флюсов представляет несомненный практический интерес. Механическая прочность топливо-плавильных материалов, особенно по сопротивлению раздавливанию, оказалась очень высокой.

ВЫВОДЫ

1. Показана возможность получения топливо-плавильных материалов из фрезерного торфа методом термобрикетирования с использованием руды и флюсов в качестве твердого теплоносителя.

2. Выявлена зависимость прочности термобрикетов от температуры и давления брикетирования, времени выдержки смеси перед брикетированием, степени измельчения торфа и температуры нагрева торфа перед смешением.

Томский
политехнический институт

Поступила в редакцию
10/IV 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Борц. Сопоставление по использованию торфа в металлургической промышленности.— Кокс и химия, 1959, № 2, стр. 56.
2. И. В. Геблер, Н. М. Смольянинова. Проблема металлургического топлива для использования железных руд Томской области. Изд. Томск. ун-та, Томск, 1959.
3. С. А. Цупров. О состоянии техники и направлении ее развития на 1959—1965 гг. в торфяной промышленности СССР.— Сб. «Перспективы комплексного использования ресурсов Новосибирского экономического района». Изд. Новосибирского СНХ, 1959.
4. Х. И. Ривкина. Получение металлургического кокса из фрезерного торфа через брикетирование в период коксования.— Торфяное дело, 1934, № 9, стр. 28.
5. Б. М. Злобинский. Исследование торфяного брикета как горючего доменной плавки.— Канд. дисс. Ин-т стали, М., 1946.
6. Г. Д. Петровский. Новый способ брикетирования и коксования торфа, бурого и каменного угля.— Информ. сб. Всес. науч.-иссл. геол. ин-та (ВСЕГЕИ), 1960, № 36, стр. 145.
7. В. И. Чистяков, Н. А. Басов. Термобрикетирование торфа и коксование брикетов. ВНИИТП при ВСНХ — Булл. научно-технической информации, вып. XII, Л., 1961, стр. 30.
8. Д. П. Зверев. Технология производства термобрикетов из фрезерного торфа.— Сб. «Использование торфа в металлургической промышленности». М., ГОСИНТИ, 1962.
9. Арне Хот. Производство торфяного кокса с применением прессов непрерывного действия. Междунар. конгр. по торфу, Л., 1960.
10. Н. А. Седова. О процессе окисковывания бурых углей при их термической обработке.— Тр. ИПИ АН СССР, 1961, т. XII, стр. 99.
11. Vreĭak. Брикетирование английских лигнитов без связующих после предварительной активизации Braunkohle, 1957, 9, № 9—10.
12. A. D. Summings. Способ производства бездымного бытового топлива. New Scientist, 1963, 17, № 320.
13. Блим, Балки, Муска. Улучшение качества лигнитовых брикетов путем термической обработки без связующих. Studii cercetari snerg, 1958, 8, № 2.
14. Метод получения прочных брикетов из каменного угля. Патент ФРГ, 899 641; 14.12.53 (Chem. Zbl., 1954, 125, № 26, 5893).
15. Способ производства брикетов без связующих. Патент США, № 2937080; 17.05.60, РЖХ, 1961, 16, М., 120.
16. С. И. Смольянинов, А. М. Денисов. Влияние температуры давления брикетирования на механические свойства торфяных термобрикетов. Изв. ТПИ, 1963, т. 112.
17. Энерготехнологическое использование топлива, вып. I. Изд-во АН СССР, 1960.
18. С. И. Смольянинов, В. Е. Воронин. Получение торфяных термобрикетов в условиях высокоскоростного нагрева. Торфяная промышленность, 1962, № 4, стр. 26.
19. Б. В. Климов. Новые методы термической переработки торфа, ГОНТИ, 1939.
20. М. Б. Равич и др. Исследование влияния присадок соединений натрия на процесс полукоксования каменных углей. Ж. прикл. хим., 1950, № 9, стр. 270.
21. А. Н. Хидатели. Исследование влияния катализаторов на выход первичной смолы при сухой перегонке торфа.— Тр. Грузинского политехи. ин-та, 1957, № 5, стр. 81.
22. Н. П. Чижевский. Коксование угольных шихт с неорганическими добавками.— Избр. тр., 1959, т. I, Изд-во АН СССР, стр. 373.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Б. Н. ДУДКЕВИЧ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ
ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Во многих электроизмерительных цепях переменного тока используются указатели, реагирующие на модуль тока или напряжения* (модульные указатели). Для таких цепей представляет интерес чувствительность по модулю. Цепи, имеющие модульный указатель, входное сопротивление которого соизмеримо с выходным сопротивлением цепи (вибрационный гальванометр, высокочастотный усилитель, соединенный с цепью коаксиальным кабелем, и т. д.), характеризуются чувствительностью по мощности [1].

Модуль выходного тока или напряжения и мощность, выделяемая в указателе, а тем более их производные, обычно определяются весьма громоздкими выражениями, исследование которых достаточно сложно, в связи с чем анализ чувствительности по модулю и мощности в настоящее время производится сравнительно редко. Ниже рассматривается применение одной аппроксимации модулей комплексных выражений для упрощения исследования указанных видов чувствительности.

Сущность этой аппроксимации заключается в следующем: функцию вида $\sqrt{x^2 + y^2}$ можно приближенно представить линейной функцией $\zeta x + \xi y$ так, чтобы относительная погрешность была минимальной при изменении отношения переменных $\frac{x}{y}$ в заданном интервале $[\mu, \nu]$. Как показано в [2], этому условию соответствуют значения коэффициентов

$$\zeta = \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha - \beta}{4}} \quad \text{и} \quad \xi = \frac{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha - \beta}{4}},$$

где $\alpha = \arctg \mu$ и $\beta = \arctg \nu$.

Наибольшая погрешность аппроксимации

$$\gamma_{\max} = \lg^2 \frac{\alpha - \beta}{4}.$$

В предельном случае $[\mu=0, \nu=\infty]$ она не превышает 17,2% и быстро убывает по мере сужения интервала. Так, при $[\mu=1, \nu=\infty]$ γ_{\max} составляет уже только 4%.

На рис. 1 показаны графики коэффициентов, а на рис. 2 — кривые наибольшей погрешности.

Используя эту аппроксимацию, можно приближенно представить модуль комплексной функции:

$$|W| = \left| \frac{F_1(z)}{F_2(z)} \right| = \frac{\sqrt{[\operatorname{Re} F_1(z)]^2 + [\operatorname{Im} F_1(z)]^2}}{\sqrt{[\operatorname{Re} F_2(z)]^2 + [\operatorname{Im} F_2(z)]^2}} \approx \frac{\zeta_1 |\operatorname{Re} F_1(z)| + \xi_1 |\operatorname{Im} F_1(z)|}{\zeta_2 |\operatorname{Re} F_2(z)| + \xi_2 |\operatorname{Im} F_2(z)|}$$

* В таких цепях, как, например, квазиуравновешенные, указатели могут реагировать на модуль отношения двух токов или напряжений.

Для выбора ζ и ξ достаточно довольно грубой оценки возможных пределов изменения вещественной и мнимой частей числителя и знаменателя, что обеспечивает точность, вполне приемлемую в практических расчетах.

Такое приближение значительно упрощает выражение модуля комплексных зависимостей. Оно весьма полезно при анализе чувствительности по модулю и мощности, в частности, при исследовании их на максимум.

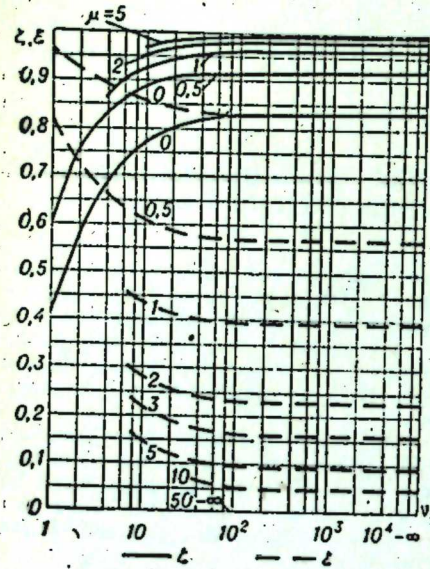


Рис. 1.

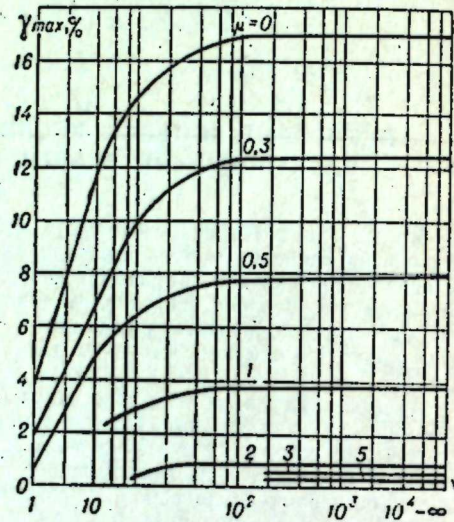


Рис. 2.

В качестве примера найдем условия максимума чувствительности по мощности уравновешенного моста, представленного на рис. 3.

Чувствительность по мощности удобно записать в виде

$$S_S = \frac{\Delta S_y}{|\Delta Z_x|^2} = |S_I|^2 |Z_y|,$$

где ΔS_y — приращение полной мощности в указателе;
 ΔZ_x — малое изменение измеряемого параметра;
 S_I — комплексная чувствительность по току;
 Z_y — сопротивление указателя.

Чувствительность моста по току в состоянии равновесия [1]

$$S_I = \frac{U_0 R_2}{A_1 + jA_2},$$

где

$$A_1 = R_1 R_2 (R_1 + R_2) - X_1^2 (R_2 + R_3') - R_1^2 R_3' + R_y [(R_1 + R_2)^2 - X_1^2];$$

$$A_2 = - \left[R_1 R_3' (R_1 + R_2) \left(Q_1 + \frac{1}{Q_1} \right) + R_1 Q_1 (R_1 + R_2) (R_2 + 2R_y) + R_1^2 Q_1 R_3' \right];$$

R_3' — активное сопротивление третьего плеча в последовательной схеме замещения;

$$Q_1 = \frac{x_1}{R_1}.$$

Чувствительность по активной мощности приближенно

$$S_P = \frac{U_0^2 R_2^2 R_y}{(\zeta |A_1| + \xi |A_2|)^2} \quad (1)$$

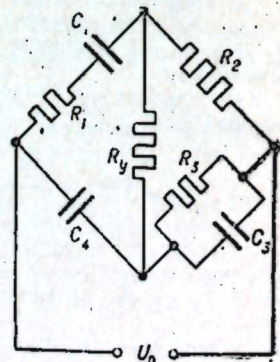


Рис. 3.

Найдем максимум S_P относительно R_2 . Продифференцировав (1) и приравняв производную нулю, получим условие максимума

$$\zeta \left(|A_1| - R_2 \frac{\partial |A_1|}{\partial R_2} \right) + \xi \left(|A_2| - R_2 \frac{\partial |A_2|}{\partial R_2} \right) = 0. \quad (2)$$

Производные от абсолютных значений вещественной и мнимой частей знаменателя S_I

$$\frac{\partial |A_1|}{\partial R_2} = \pm [R_1 (R_1 + 2R_2) + 2R_y (R_1 + R_2) - X_1^2],$$

$$\frac{\partial |A_2|}{\partial R_2} = 2x_1 \left(R_1 + \frac{R_3'}{2} + R_y + R_2 \right),$$

где знак плюс соответствует $A_1 > 0$, а минус — $A_1 < 0$.

Подставляя $|A_1|$, $|A_2|$ и их производные в (2), получаем

$$\zeta [X_1^2 (R_3' + R_y) + R_2^2 (R_1 + R_y)] + \xi R_1 Q_1 [R_1 (R_3' + 2R_y) - R_2^2] = 0.$$

Окончательно находим

$$R_2 = \frac{\sqrt{\eta X_1^2 (R_3' + R_y) + R_1^2 Q_1 (R_3' + 2R_y)}}{\sqrt{X_1 - \eta (R_1 + R_y)}} \quad \text{при } A_1 < 0$$

и

$$R_2 = \frac{\sqrt{R_1^2 Q_1 (R_3' + 2R_y) - \eta X_1^2 (R_3' + R_y)}}{\sqrt{\eta (R_1 + R_y) + X_1}} \quad \text{при } A_1 > 0.$$

где

$$\eta = \frac{\zeta}{\xi}.$$

Аналогично можно найти и сопротивление указателя, соответствующее максимуму чувствительности по мощности, значение которого имеет вид

$$R_y = \frac{Q_1 (R_2 + R_3') - \eta R_2}{\eta n \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + Q_1},$$

где $n = -1$ при $R_1 (R_2 + R_3') - X_1 R_3' Q_1 > 0$;

$n = 3$ при $R_1 (R_2 + R_3') - X_1 R_3' Q_1 < 0$.

Таким образом, мы получили сравнительно простые выражения для оптимальных значений R_2 и R_y . Если не аппроксимировать модуль чувствительности по току, то R_2 найти практически не удастся, так как R_2 определяется очень громоздким уравнением четвертой степени, а выражение для R_y получается сложным.

Полученные формулы справедливы только при выполнении определенных неравенств (это вытекает из специфики операций с модулями вещественной и мнимой частей знаменателя S_I), однако выяснять справедливость того или иного неравенства не всегда имеет смысл. Рационально определять оба значения R_2 и R_y , так как выбор значения, удовлетворяющего условию максимума, не представляет труда.

В некоторых случаях для увеличения точности потребуется выбрать коэффициенты аппроксимации два или три раза, т. е. после первого грубого определения искомого параметра нужно вновь оценить пределы изменения A_1 и A_2 уже на более узком промежутке, но кривым на рис. 1. Взять уточненные значения коэффициентов и т. д. Практически достаточно одного уточнения. Погрешность при этом не превышает 10%, что вполне приемлемо при анализе чувствительности.

Анализ чувствительности по модулю, т. е. производной модуля выходного тока или напряжения цепи по измеряемому параметру, также существенно упрощается, если использовать рассмотренную аппроксимацию. Она может применяться при согласовании звеньев электроизмерительных устройств по мощности, определении частотных характеристик цепей и т. д.

Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
20/III 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Б. Карандеев. Мостовые методы измерений. Киев, Гостехиздат, УССР, 1953.
2. А. А. Марков. Избранные труды по теории непрерывных дробей. М., ГИТТЛ, 1948.

Г. В. КРИВОЩЕКОВ, Ю. М. КИРИИ, С. И. МАРЕННИКОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ПОЛУЧЕНИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ОПТИЧЕСКИМ КВАНТОВЫМ ГЕНЕРАТОРОМ (ОКГ) В КРИСТАЛЛЕ $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$

Для среды с диэлектрической восприимчивостью χ поляризация P в поле E может быть представлена [1] как

$$P = \chi E \left(1 + \frac{E}{E'_{\text{вн}}} + \frac{E^2}{E''_{\text{вн}}} + \dots \right)$$

Специфические внутренние поля $E'_{\text{вн}}, E''_{\text{вн}}$ и т. д. достигают значения более 10^9 в. см⁻¹. Высокая спектральная плотность излучения ОКГ дает возможность использовать нелинейную поляризацию диэлектрика для получения второй гармоники основного излучения [2]. Изменения интенсивности выхода второй гармоники внутри конуса согласования показателей преломления для анизотропного диэлектрика будут [1]

$$I_{2\omega} \sim |E^2| t_2 \left\langle \frac{\sin^2 \delta}{\delta^2} \right\rangle$$

Величина $\left\langle \frac{\sin^2 \delta}{\delta^2} \right\rangle$ характеризует меру изменения «когерентного объема» внутри конуса согласования $\psi = \psi_m \pm \delta_m$, где ψ_m угол согласования, определяемый из уравне-

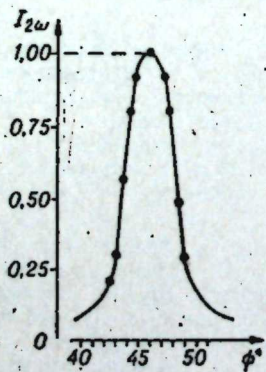


Рис. 1.

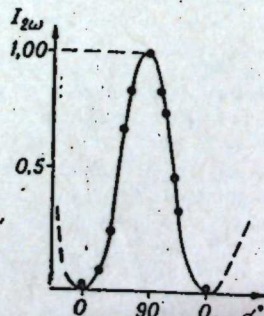


Рис. 2.

ния Фрепеля для одноосного кристалла [3], а δ_m — максимальное угловое отклонение от ψ_m при котором $I_{2\omega} = 0$.

В нашей работе были использованы пластины кристалла $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ толщиной l от 2 до 10 мм. Излучение от импульсного ОКГ на рубине фокусировалось на пластинку кристалла, и выход второй гармоники регистрировался фотоэлектронным умножителем ФЭУ-18 и спектрографом СП-49А.

На рис. 1 приведены результаты измерения зависимости $I_{2\omega}$ от ψ . Слабое спадающее $I_{2\omega}$ по мере выхода из конуса согласования обусловлено видом фокусировки излучения ОКГ на пластинку кристалла. Влияние ориентации вектора поляризации излучения ОКГ относительно оптической оси кристалла на выход второй гармоники показано на рис. 2.

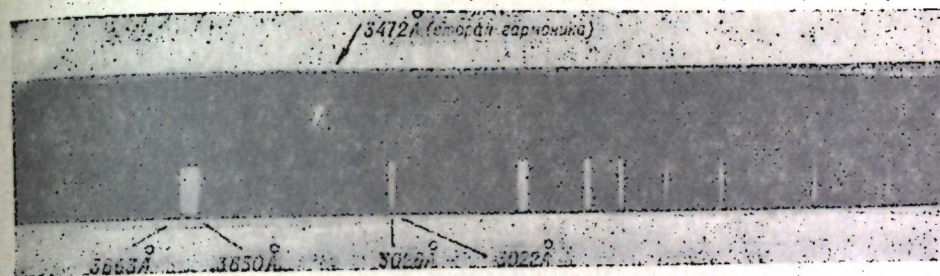


Рис. 3.

Для упрощения графического построения этой зависимости угол α отсчитывался между векторами поляризации луча ОКГ и проекцией оптической оси кристалла на плоскость, нормальную к лучу. Наибольшее значение $I_{2\omega}$ достигнет при условии, что для кристалла падающий луч будет обыкновенным с полной линейной поляризацией. На рис. 3 показана спектрограмма сравнения излучения второй гармоники и ртутной лампы ПРК-4.

Авторы благодарят за помощь в работе В. Н. Лисицина, Г. А. Саввиных и Т. Ф. Пуляеву.

Институт радиофизики и электроники
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
14/II 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. D. A. Kleiman, Phys. Review, 1962, 128, 1761.
2. P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters; G. Weinreich, Phys. Review Letters, 1961, 7, 118.
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.

В. П. ЧЕБОТАЕВ

ИЗБИРАТЕЛЬНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ИОНОВ АРГОНА МЕТАСТАБИЛЬНЫМИ АТОМАМИ ГЕЛИЯ

В настоящее время достаточно хорошо изучены лишь некоторые типы неупругих столкновений между атомами и ионами. В табл. 1 приведена классификация неупругих столкновений [1], при которых изменяется внутренняя энергия обеих систем и происходит возбуждение какой-либо системы. Сталкивающиеся системы обозначены буквами А и В; электронное возбуждение — штрихом, ионизация — крестиком. Изменение кинетической энергии сталкивающихся систем, равное разности между энергиями начального и конечного состояний, обозначено через ΔE .

Условие квантово-механического резонанса и правило Вигнера приводят к избирательному возбуждению уровней ионов или атомов. С наибольшей вероятностью воз-

Таблица 1

Определение	Символическая запись	Примеры физических явлений, в которых проявляется этот вид столкновений
Передача электронного возбуждения	$A^1 + B \rightleftharpoons A + B^1 \pm \Delta E$	Сенсибилизированная флуоресценция Возбуждение искровых линий чужеродными газами
Передача заряда	$A^1 + B \rightleftharpoons A + B^{+1} \pm \Delta E$ $A^{+1} + B \rightleftharpoons A + B^{+1} \pm \Delta E$	То же

буждаются состояния, для которых дефект энергии сравним со средней кинетической энергией атомов или ионов $\Delta E \sim KT$.

В настоящей статье приводятся некоторые данные о неупругих столкновениях возбужденных атомов с ионами чужеродного газа с передачей возбуждения ионам.

$$A^1 + B^+ = A^{+1} \pm \Delta E.$$

Удобной парой газов для такого рода исследований оказались аргон и гелий. У ионов аргона имеются уровни, соответствующие дублетным и квартетным состояниям, энергии которых мало отличаются от энергии метастабильных атомов гелия 2^3S . Правило Вигнера допускает передачу возбуждения от метастабильных атомов гелия как дублетным, так и квартетным состояниям ионов аргона. По аналогии с атомными столкновениями следовало ожидать избирательного возбуждения тех уровней ионов аргона, которые расположены вблизи метастабильного уровня гелия.

По сравнению с гелием аргон — легко возбудимый газ. Для исследования смеси гелий — аргон применялся разряд в полой катоде. Разрядная трубка из ковары имела диаметр 1,3 см и длину 15 см. В такой трубке в чистом аргоне возбуждался так называемый синий спектр аргона, состоящий главным образом из искровых линий аргона. На рис. 1 приведена запись спектра аргона в сине-фиолетовой области при токе разряда 700 мА и давлении аргона 0,4 мм рт. ст. Запись произведена на спектрографе ИКС-12. Ширина входной щели 0,035 мм. Так как реabsорбция излучения искровых линий аргона практически отсутствовала, по интенсивности линий можно было судить о заселенности соответствующих уровней ионов аргона. В качестве линий сравнения могут быть выбраны искровые линии аргона с уровнями, далеко отстоящих от уровня 2^3S гелия, которые не должны возбуждаться метастабильными атомами гелия.

Например, линии

$$\lambda = 4609 \text{ \AA} (E = 21,05 \text{ эв}), \lambda = 4103 \text{ \AA} (E = 22,5 \text{ эв}),$$

$$E(2^3 S_{He}) = 19,81 \text{ эв} (159 844 \text{ см}^{-1}) [2].$$

Выбор атомных линий аргона неудобен тем, что при добавлении гелия изменяется концентрация ионов аргона, а интенсивность искровых линий прежде всего пропорциональна концентрации ионов. На рис. 2 приведена запись спектра разряда в смеси гелий — аргон при давлении аргона 0,4 мм рт. ст. и гелия 6 мм рт. ст. и токе разряда 700 мА. Запись произведена с ослаблением 2 : 1 по сравнению с записью спектра разряда в чистом аргоне (см. рис. 1). Сравнение интенсивности искровых линий аргона в разряде в чистом аргоне и в смеси гелий — аргон указывает на избирательный характер возбуждения отдельных уровней ионов аргона метастабильными атомами гелия. Как и ожидалось, наибольшее сечение передачи возбуждения от гелия ионам аргона отмечено для уровней, близко расположенных к уровню $2^3 S_{He}$.

В табл. 2 приведены отношения интенсивностей некоторых линий ионов аргона к интенсивности линии $\lambda 4103 \text{ \AA}$ в разряде в аргоне K_1 и в смеси аргона и гелия K_2 .

Значения дефекта энергии ΔE_1 и ΔE_2 указаны для двух начальных состояний ионов аргона $3s^2 3p^5 2P^0 (1/2)$ и $3s^2 3p^5 2P^0 (1/2)$ соответственно.

Таблица хорошо отображает резонансный характер передачи возбуждения от гелия ионам аргона. Отношение коэффициентов $\frac{k_2}{k_1}$ показывает, очевидно, эффективность возбуждения ионов аргона метастабильными атомами гелия по сравнению с электронным возбуждением ионов аргона при данных условиях разряда.

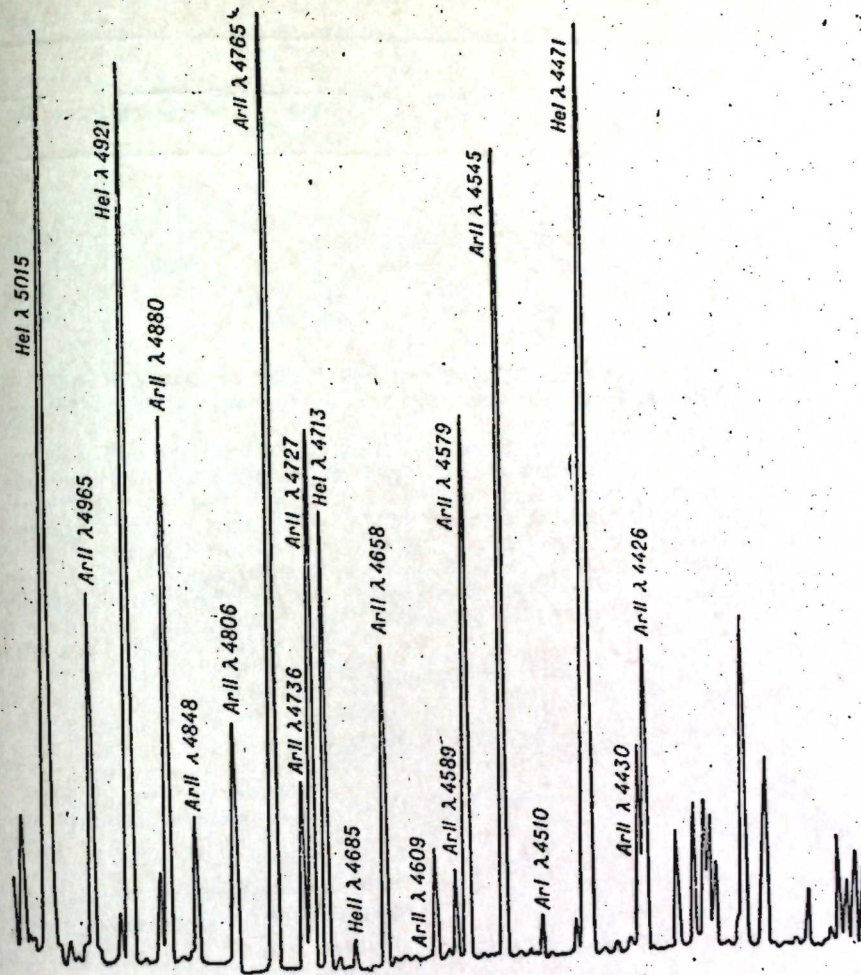


Рис. 2.

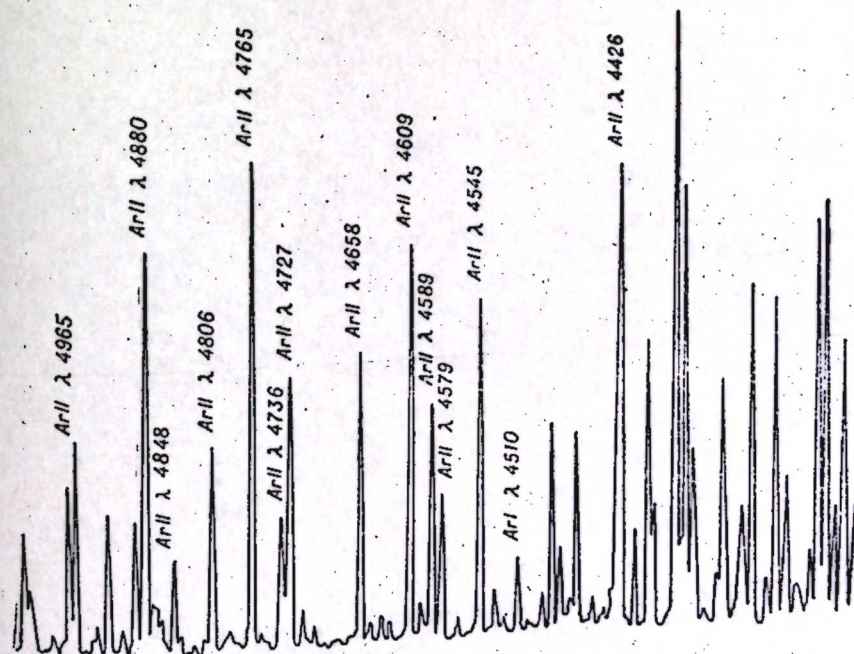


Рис. 1.

Таблица 2

Линия, Å	Верхнее состояние	$\Delta E_1, \text{см}^{-1}$	$\Delta E_2, \text{см}^{-1}$	Значение терма, см^{-1}	$K_1 = \frac{I_\lambda}{I_{\lambda 103}}$	$K_2 = \frac{I_\lambda}{I_\lambda(\text{Ar+He})}$	$\frac{K_2}{K_1}$
4880	$4p^2 D^0 (2^1/2)$	+1140	+2571	158696	2,9	14	4,8
4848	$4p^1 P^0 (1^1/2)$	+4527	+5858	155317	0,71	4	5,6
4727	$4p^2 D^0 (1^1/2)$	+485	+1916	159359	2,1	14,5	6,9
4579	$4p^2 S^0 (1^1/2)$	-1211	+220	161055	1,2	14,2	12
4545	$4p^2 P^0 (1^1/2)$	-361	+1070	160205	2,7	25	9,4
4609	$5s^2 D (2^1/2)$	-10523	-9092	170367	3,7	3,5	0,95

На рис. 3 приведены зависимости интенсивностей некоторых линий в относительных единицах от давления гелия для тока разряда $I_p = 600 \text{ ма}$ при давлении аргона $0,4 \text{ мм рт. ст.}$

Добавление гелия приводит к некоторому уменьшению интенсивностей всех линий. Это связано, видимо, с уменьшением средней энергии электронов в полом катоде, вследствие увеличения общего давления газа, так как средняя скорость электронов в полом катоде определяется главным образом длиной свободного пробега электрона. На этом участке интенсивности линий определяются электронным возбуждением ионов аргона. С увеличением давления гелия увеличивается концентрация метастабильных атомов гелия, а следовательно, и интенсивности линий ионов аргона, которые возбуждаются за счет неупругих столкновений ионов аргона с метастабильными атомами гелия.

При дальнейшем увеличении давления гелия интенсивности этих линий начинают падать. Падение обусловлено, с одной стороны, обратным процессом передачи возбуждения от ионов аргона атомами гелия, с другой — уменьшением концентрации ионов аргона. Интенсивности линий $\text{Ar I } \lambda 4510 \text{ Å}$, $\text{Ar II } \lambda 4103 \text{ Å}$, $\text{Ar II } \lambda 4609 \text{ Å}$, возбуждение которых определяется лишь электронными столкновениями, убывают с увеличением давления гелия.

Представляет интерес измерение относительной концентрации метастабильных атомов гелия в зависимости от давления гелия при постоянном токе разряда. С этой целью измерялось поглощение на метастабильных атомах линии 10830 Å гелия, по которому можно было судить о концентрации последних. В качестве

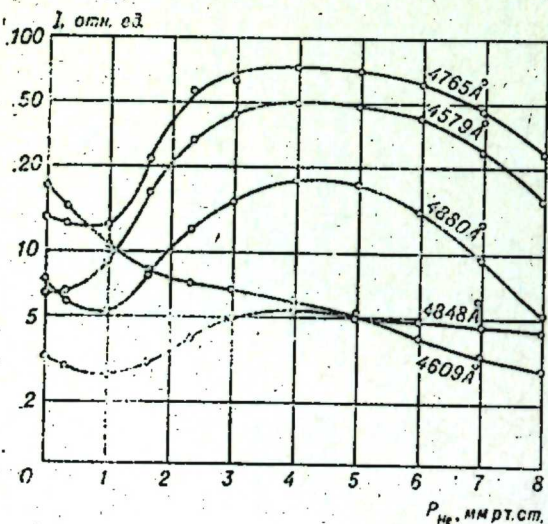


Рис. 3.

источника света использовалась разрядная трубка, аналогичная исследуемой, источник света модулировался частотой 1300 гц . С выхода ФЭУ сигнал подавался на фазовый детектор. Использование модуляции источника света давало возможность не учитывать изменения интенсивности линии 10830 Å в исследуемой разрядной трубке. Относительная концентрация метастабильных атомов гелия имела максимальное значение при давлении гелия, при котором наблюдался максимум интенсивности искровых линий аргона.

Таким образом, увеличение интенсивности некоторых искровых линий аргона связано с неупругими столкновениями метастабильных атомов гелия с ионами аргона. Вероятность передачи тем больше, чем меньше дефект энергии ΔE .

Институт радиофизики и электроники
Сибирского отделения АН СССР,
Новосибирск

Поступила в редакцию
28/III 1963

ЛИТЕРАТУРА

- Г. Мессе, Е. Бархон. Электронные и ионные столкновения, 1958.
- Atomic Energy Levels, VII, Circular of the National Bureau of Standards, 467, 1952.

Р. Е. ЕРШОВ

О СТРУКТУРЕ ВЕЕРА ОСТАТОЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КОБАЛЬТА

При создании остаточной намагниченности в поликристаллическом одноосном ферромагнетике в каждом из его кристаллов возникает остаточный магнитный момент, направленный вдоль легкой оси кристаллита. Р. Бозорт [1] предложил изображать сумму остаточных магнитных моментов всех кристаллов с параллельными легкими осями в виде вектора; при этом остаточная намагниченность всего образца будет представлена веером векторов. В случае одноосного поликристаллического, полностью изотропного ферромагнетика угол при вершине такого веера будет равен 180° , а ось симметрии будет иметь направление остаточной намагниченности.

Как зависит величина вектора от угла, который он составляет с осью веера? Какова структура веера остаточной намагниченности? Р. Бозорт считает, что все векторы веера остаточной намагниченности, полученной при бесконечно большом намагничивающем поле (максимальное значение остаточной намагниченности $I_r \text{ max}$), имеют одинаковую величину. На основании этого он делает вывод о том, что величина максимальной остаточной намагниченности изотропного материала равна половине намагниченности насыщения. Но сам Бозорт указывает, что это правило выполняется лишь приблизительно и не для всех материалов. Поэтому было бы интересно провести проверку построений Бозорта, определить из опыта структуру веера остаточной намагниченности.

В настоящей работе развит метод обработки экспериментальных данных, метод кривых размагничивания, который в простейшем случае одноосного поликристаллического ферромагнетика приводит к указанной цели. Проведена проверка этого метода также для случая поликристаллического кобальта.

МЕТОД КРИВЫХ РАЗМАГНИЧИВАНИЯ

Под кривой размагничивания в данной работе подразумевается зависимость величины остаточной намагниченности I_r , сохранившейся после действия переменного поля с убывающей до нуля амплитудой, от начального значения этой амплитуды H_{am} . В работе [2] было показано, что кривые размагничивания имеют разный характер в зависимости от того, параллельно ли переменное поле I_r или же перпендикулярно к ней, имеется одноосная анизотропия размагничивания. Было также показано, что наблюдаемая на опыте величина анизотропии может быть объяснена, если принять, что при небольших H_{am} ($H_{am} \leq H_c$) изменение каждого из векторов веера пропорционально проекции переменного поля на его направление, а коэффициент пропорциональности определяется формулой

$$k(\varphi) = \frac{k_0}{\cos^n \varphi}, \quad (1)$$

где φ — угол вектора с осью веера; n и k_0 — некоторые постоянные, из которых первая может быть определена по формуле (4) работы [2], способ определения второй указан ниже.

Таким образом, кривая размагничивания отдельного вектора (по крайней мере в ее начальной части) имеет вид прямой линии, наклон которой определяется формулой (1). Предположим, что такой же вид кривой размагничивания отдельного вектора сохраняется и для более сильных переменных полей (рис. 1). В таком случае при некотором значении переменного поля $H_{кр}$ этот вектор будет разрушен полностью и выпадет из веера. Значение $H_{кр}$ определяется формулами:

$$H_{\parallel \text{кр}}(\varphi) = \frac{\rho(\varphi)}{k(\varphi) \cos \varphi}; \quad (2a)$$

$$H_{\perp \text{кр}}(\varphi) = \frac{\rho(\varphi)}{k(\varphi) \sin \varphi}, \quad (26)$$

где $\rho(\varphi)$ — исходное значение вектора. Функция $\rho(\varphi)$ показывает, как зависит величина вектора от угла, который он составляет с направлением остаточной намагниченности.

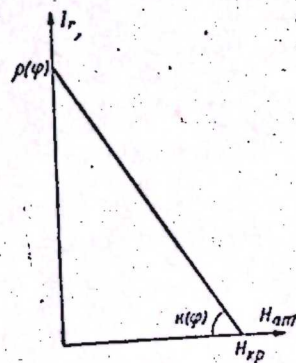


Рис. 1. Кривая размагничивания отдельного вектора веера остаточной намагниченности.

ности; определение вида этой функции и является задачей данной работы. Заранее можно сказать, что функция $\rho(\varphi)$ будет убывающей, так как по мере увеличения угла легкой оси кристаллита с намагничивающим полем (если только оно не является бесконечно большим) после снятия этого поля сохраняется все меньший магнитный момент.

Как было указано выше, кривые намагничивания могут быть получены для переменного поля, перпендикулярного направлению остаточной намагниченности и параллельного ей. Выведем формулы, позволяющие для обоих этих случаев найти функцию $\rho(\varphi)$ путем обработки экспериментальных данных.

Рассмотрим сначала случай переменного поля, перпендикулярного I_r (т. е. оси веера) и имеющего начальную амплитуду $H_{\perp am}$. Поскольку $H_{\perp kp}$ изменяется в зависимости от угла φ в очень широких пределах, $H_{\perp am}$ будет совпадать с $H_{\perp kp}$ для некоторого вектора. Если этот вектор составляет с осью веера угол φ_0 , то при действии переменного поля с начальной амплитудой $H_{\perp am}$ будут полностью намагничены все кристаллиты, легкие оси которых составляют с осью веера углы $\varphi \geq \varphi_0$, так как $H_{\perp kp}$ с увеличением угла φ убывает ($k(\varphi)$ растет, $\rho(\varphi)$ уменьшается). Поэтому величина I_r , сохраняющаяся после действия переменного поля с начальной амплитудой $H_{\perp am}$, может быть выражена формулой

$$I_r(H_{\perp am}) = 2 \int_0^{\varphi_0} \rho(\varphi) \cos \varphi d\varphi - H_{\perp am} \int_0^{\varphi_0} k(\varphi) \sin \varphi \cos \varphi d\varphi. \quad (3)$$

Первый из интегралов, стоящих в правой части формулы (3), показывает, что в веере остаточной намагниченности сохранились лишь те векторы, для которых $\varphi < \varphi_0$, второй — что и эти векторы претерпели изменение, пропорциональное проекции переменного поля на их направление. Продифференцируем обе части формулы (3) по $H_{\perp am}$. Тогда после применения к правой части правила дифференцирования интеграла по верхнему пределу и формул (2б) и (1) получим

$$\frac{\partial I_r}{\partial H_{\perp am}} = -\frac{2k_0}{2-n} (1 - \cos^2 - n \varphi_0);$$

k_0 может быть найдено из условия, что при $H_{\perp am} \rightarrow 0$ $\varphi_0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$:

$$k_0 = -\frac{2-n}{2} \left(\frac{\partial I_r}{\partial H_{\perp am}} \right)_0. \quad (4a)$$

Окончательно

$$\cos^2 - n \varphi_0 = 1 - \frac{\partial I_r / \partial H_{\perp am}}{(\partial I_r / \partial H_{\perp am})_0}. \quad (5)$$

Формула (5) связывает отношение наклонов касательной к кривой намагничивания при данном $H_{\perp am}$ и при $H_{\perp am} \rightarrow 0$ с тем значением угла φ_0 , для которого $H_{\perp kp(\varphi_0)} = H_{\perp am}$. Знание же угла φ_0 дает возможность найти $\rho(\varphi_0)$ по формуле (2б), если использовать для $k(\varphi_0)$ выражение (1) с k_0 по формуле (4а).

Подобные же рассуждения для случая переменного поля, параллельного I_r , дают возможность найти связь между углом ψ_0 , дополнительным к φ_0 , и наклоном касательной к кривой намагничивания:

$$\int_0^{\psi_0} \sin^2 - n \psi d\psi = -\frac{1}{2k_0} \frac{\partial I_r}{\partial H_{\parallel am}}. \quad (6)$$

Интеграл, стоящий в правой части, берется графически, k_0 аналогично предыдущему определяется из условия, что при $H_{\parallel am} \rightarrow 0$ $\psi \rightarrow \frac{\pi}{2}$:

$$k_0 = -\frac{\Gamma(3-n)}{2^{2-n} \Gamma^2\left(\frac{3-n}{2}\right)} \left(\frac{\partial I_r}{\partial H_{\parallel am}} \right)_0. \quad (4б)$$

Зная угол ψ , можно определить $\rho(\psi_0)$ по видоизмененной (с учетом того, что φ и ψ — дополнительные углы) формуле (2а).

Таким образом, знание кривых намагничивания для случаев действия параллельного и перпендикулярного I_r переменных полей дает возможность двумя независимыми путями найти функцию $\rho(\varphi)$, т. е. определить структуру веера остаточной намагниченности.

СТРУКТУРА ВЕЕРА ОСТАТОЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Подобно тому, как максимальное значение остаточной намагниченности I_{rmax} определяется путем экстраполяции на бесконечность зависимости I_r от намагничивающего поля, структура веера остаточной намагниченности в случае бесконечно большого намагничивающего поля может быть определена путем последовательного применения метода кривых намагничивания ко всем большим значениям I_r . Кривые намагничивания для различных значений I_r и соответствующие им величины n были получены в работе [2]. На рис. 2 приведена зависимость остаточной намагниченности рассмотренных в этой работе образцов от намагничивающего поля H_{max} , кружками показаны те значения I_r , для которых определялись кривые намагничивания.

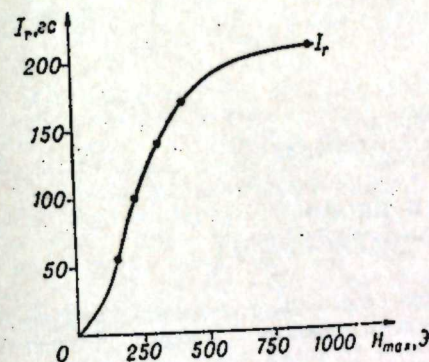


Рис. 2. Зависимость остаточной намагниченности I_r от намагничивающего поля H_{max} .

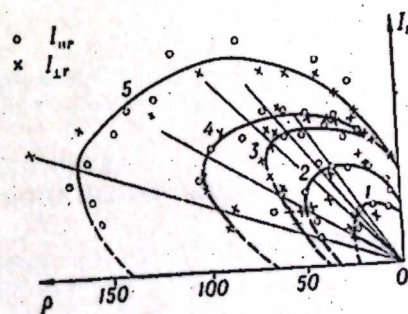


Рис. 3. Зависимость величины вектора от его угла с осью веера остаточной намагниченности при различных значениях последней:
1 — $I_r = 54$ эс; 2 — $I_r = 99$ эс; 3 — $I_r = 140$ эс;
4 — $I_r = 170$ эс; 5 — $I_r = 220$ эс.

Результаты обработки экспериментальных данных представлены в виде полярной диаграммы на рис. 3 для различных значений остаточной намагниченности. Точки, обозначенные крестиками, были получены для случая переменного поля, перпендикулярного I_r , кружками — параллельного I_r ; совпадение точек неплохое. Обращает на себя внимание наличие максимума у функции $\rho(\varphi)$, наиболее ярко выраженного при больших намагничивающих полях. Появление этого максимума можно объяснить совместным действием намагничивающего поля и связанного с наличием I_r намагничивающего (последнее довольно велико у исследованных образцов). Оба эти поля слабее всего действуют на периферийные векторы веера и сильнее всего — на центральные. При не очень больших намагничивающих полях это приведет к уменьшению как вектора поля) и появлению максимума у функции $\rho(\varphi)$.

Из кривых рис. 3 можно сделать некоторые выводы относительно структуры веера максимальной остаточной намагниченности:
а) максимальную величину будет иметь вектор веера, перпендикулярный к направлению I_r ; б) $\rho(0) \approx 50 \frac{эс}{рад}$; в) наибольший вклад в остаточную намагниченность образца вносят кристаллы, легкие оси которых направлены под углом 45° к I_r (проекция вектора на ось веера будет в этом случае максимальной).

ВЫВОДЫ

1. Разработан метод кривых намагничивания, который дает способ обработки экспериментальных данных, позволяющий определить структуру веера остаточной намагниченности поликристаллического одноосного ферромагнетика.

2. Этим методом определена структура веера остаточной намагниченности поликристаллического кобальтового диска для различных значений I_r . Характер этой структуры может быть объяснен совместным действием намагничивающего и размагничивающего полей.

3. Путем экстраполяции на бесконечно большие намагничивающие поля выяснен характер структуры веера максимальной остаточной намагниченности.

Институт физики
Сибирского отделения АН СССР,
Красноярск

Поступила в редакцию
30/V 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Бозорт. Ферромагнетизм. М., ИЛ, 1956, стр. 403.
2. Р. Е. Ершов. Об угловой зависимости размагничивания переменным полем.— Изв. АН СССР, сер. физ., 1964 г., т. XXVIII, № 4, стр. 143.

В. И. ВЕРТОПРАХОВ,
Л. И. ГОНЧАРОВА, И. Г. ЛАРЬОНОВ

ОПТИЧЕСКИЙ ПРИБОР ДЛЯ ОРИЕНТАЦИИ МОНОКРИСТАЛЛОВ

Потребность в ориентации монокристаллов относительно кристаллографических осей возникла вместе с применением кристаллов на практике. Хорошо ограниченные кристаллы не требовали специальной ориентации, в то время как неограниченные или плохо ограниченные необходимо было ориентировать относительно кристаллографических осей.

Вначале были разработаны методы ориентации по сколам, образуемым параллельно плоскостям спайности, для кристаллов, обладающих совершенной спайностью, и оптический метод — по световым фигурам. Позднее, с открытием дифракции рентгеновских лучей рентгеновский метод стал наиболее широко распространенным в определении ориентации кристаллов. Однако рентгеновский метод требует специального помещения и дорогостоящей аппаратуры, для обслуживания которой необходимы высококвалифицированные специалисты.

Оптический метод световых фигур, основанный на отражении видимого света от подготовленной поверхности кристалла, имеет много общего с рентгеновским методом. Если в рентгеновском методе лучи, «отражаясь» от кристаллографических плоскостей объема кристалла, дают лауэграмму, то в оптическом методе световые лучи, отражаясь от кристаллографических микроплоскостей, предварительно созданных тем или иным способом на поверхности кристалла, дают световую фигуру, или рефлектограмму, по симметрии которой определяют ориентацию выхода кристаллографических осей. Оптический метод световых фигур значительно производительнее рентгеновского, а по точности определения ориентации не уступает последнему.

В 40-х годах нашего столетия оптический метод был успешно применен А. В. Шубниковым [1—3] для ориентации кварца. С 1941 г. этот метод успешно развивается японскими физиками [4, 5]. В последние годы этот метод стал применяться для ориентации монокристаллов германия и кремния во многих странах [6—9].

В работах по ориентации монокристаллов оптическим методом использовались оптические системы как с параллельным, сходящимся, так и с расходящимся пучком света. Выбор оптической системы и конструкции прибора зависит в каждом конкретном случае от ряда условий.

В случае параллельного пучка света для точной ориентации необходим очень узкий пучок большой интенсивности, при этом на экране прибора можно получить четкую световую фигуру. В случае применения расходящегося пучка световая фигура менее четкая, но этот способ удобно применять для ориентации маленьких кристаллов, помещая их в фокус светового пучка. При сходящемся пучке фокус отраженной части света находится на экране прибора.

Нами выбрана оптическая система со сходящимся пучком света. Схема прибора показана на рис. 1.

Свет от источника 1 линзами 2 фокусируется в отверстие диафрагмы 3, затем линзой 4 проектируется на поверхности монокристалла, и отраженная часть света фокусируется на экране в центре концентрических окружностей.

Одно из необходимых условий высокой точности ориентации — достаточно большое расстояние между отражающим кристаллом и экраном. В нашем случае оно выбрано 114 мм (устанавливаемое шаблоном), тогда каждый миллиметр расстояния на экране будет соответствовать повороту монокристалла на $0,25^\circ$.

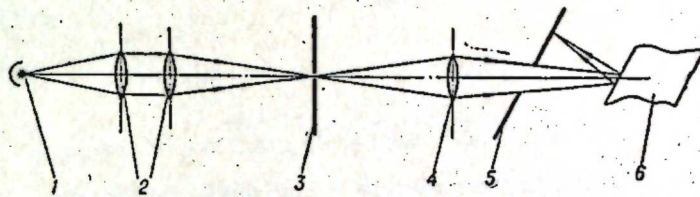


Рис. 1. Оптическая схема прибора для ориентации монокристаллов.
1 — источник света (электролампа 8 в., 20 вт от осветителя ОИ-9); 2 — стеклянные линзы с фокусным расстоянием 78 мм (диаметр линз 44 мм); 3 — диафрагма с отверстием 1 мм; 4 — стеклянная линза с фокусным расстоянием 200 мм (диаметр линзы 42 мм); 5 — экран прибора с сеткой из концентрических окружностей (см. рис. 2); 6 — монокристалл.

Расстояния между отдельными элементами оптической системы выбраны так, чтобы изображение источника света в отверстии диафрагмы было уменьшенным, а расстояние между диафрагмой и линзой 4 и от нее до фокуса отраженного света на экране было равно удвоенному фокусному расстоянию линзы 4.

Экран представляет собой круглую пластину с центральным отверстием диаметром 20 мм для выхода сходящегося пучка света. Пластина покрыта белой эмалевой краской, на которой на расстоянии 20 мм от центра экрана (на горизонтальном диаметре) выбрана точка, вокруг которой построены концентрические окружности условно рез 1 мм, как это показано на рис. 2. Центр концентрических окружностей условно принят за начало отсчета. Прибор имеет направляющие салазки, длинная ось которых составляет с оптической осью прибора в горизонтальной плоскости угол в 5° .

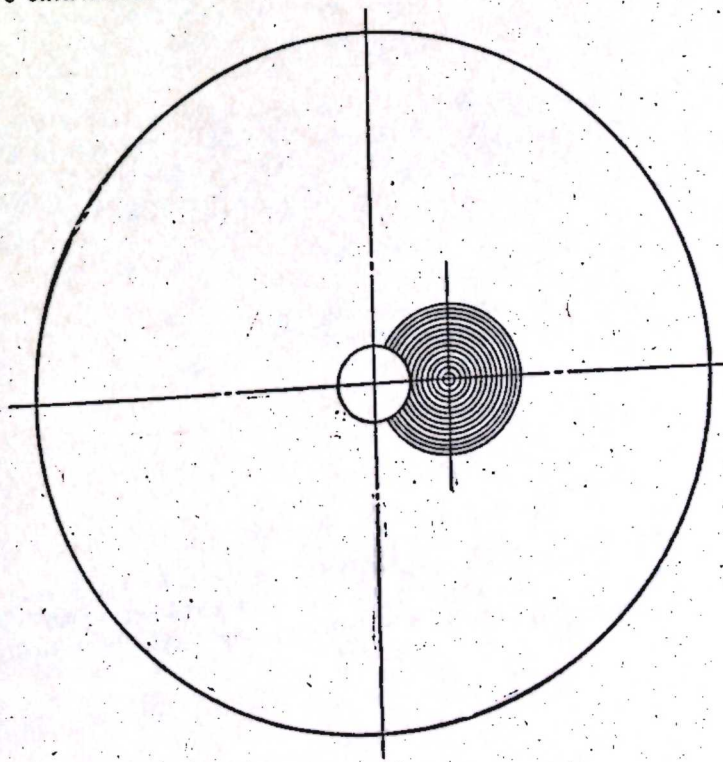


Рис. 2. Схема экрана прибора с сеткой из концентрических окружностей (1 мм на экране соответствует 15 дуговым минутам).

На приборе можно ориентировать слитки монокристаллов, а также контролировать степень отклонения разрезов относительно главных кристаллографических плоскостей по симметричным световым фигурам с точностью до 0,25°. Отклонение центра световой фигуры от центра концентрических окружностей на экране пропорционального углу отклонения плоскости среза монокристалла от кристаллографической плоскости. Эта пропорциональность выражается формулой

$$a = d \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

где

- a — расстояние между центром концентрических окружностей и центром световой фигуры;
 d — расстояние между монокристаллом и экраном;
 α — угол отклонения кристаллографической плоскости от плоскости среза монокристалла.

Ошибка в определении ориентации за счет неточной установки кристалла может быть не больше

$$x = \frac{y \cdot \sin \varphi}{d},$$

- где x — ошибка в определении ориентации;
 y — ошибка в установке монокристалла;
 d — расстояние между монокристаллом и экраном;
 φ — угол отражения света.

В нашем случае (при $\varphi = 5^\circ$, $d = 114$ мм) при неточной установке монокристалла ($y = 1-2$ мм) ошибка в определении ориентации не превышает 0,1.

Институт неорганической химии
 Сибирского отделения АН СССР,
 Новосибирск

Поступила в редакцию
 15/VII 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Шубников. *Z. Kristallogr.*, 1931, 78, 111.
2. А. В. Шубников. *Тр. Лабор. кристаллогр. АН СССР*, 1939, вып. I, 43.
3. А. В. Шубников. *Тр. Лабор. кристаллогр.*, 1939, вып. I, 57.
4. М. Yamamoto, I. Watanabe, K. Hoshi. *J. Appl. Phys. Japan*, 1959, 28, 352.
5. M. Yamamoto, I. Watanabe. *Sci. Repts. Res. Inst. Tohoku Univ.*, 1960, A12, № 3, 226.
6. R. D. Hancock, S. Edelman. *Rev. scient. instrum.*, 1956, 27, 1082.
7. H. Frank. *Ceskosl. cas. pis.*, 1958, 8, 614.
8. G. A. Schwuttke. *J. Electrochem. soc.*, 1959, 106, 315.
9. S. Marshall. *VTN activities*, 19, 59, 30, 170.

А. К. ДЮНИН

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ОСРЕДНЕНИЯ ПО ОБЪЕМАМ ФАЗ ФАЗОВЫХ ВЕЛИЧИН В ОБЩИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ (ЖИДКОСТЬ+ТВЕРДЫЕ ЧАСТИЦЫ)

В работе [1] были даны общие дифференциальные уравнения для любой точки M и момента t двухфазного потока:

$$\frac{\partial s' \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot \overbrace{\rho_s s' \vec{v}_s} + \frac{\partial}{\partial t} \overbrace{(1-s') \rho'} + \nabla \cdot \overbrace{(1-s') \rho' \vec{v}'} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \overbrace{\rho_s s' \vec{v}_s} + (\nabla \cdot \overbrace{\rho_s s' \vec{v}_s}) \vec{v}_s + \frac{\partial \rho' (1-s') \vec{v}'}{\partial t} + \nabla \cdot \overbrace{\rho' (1-s') \vec{v}'} \vec{v}' = -\nabla \cdot \overbrace{\Pi'} + \overbrace{\rho_s s' \vec{X}_s} + \overbrace{\rho' (1-s') \vec{X}'}. \quad (2)$$

Полукруглой скобкой обозначено пространственно-временное осреднение по Ф. И. Франкля [2]:

$$\overline{f} = \frac{\int_{\Omega_A} \int_{2\Delta t} f' d\Omega dt}{2\Omega_A \Delta t}. \quad (3)$$

Штрихом обозначаются мгновенные скалярные, векторные или тензорные величины f' , двумя штрихами — пульсации f'' . Осредненные величины \overline{f} не имеют штрихов. При осреднении способом Ф. И. Франкля величины \overline{f}_m по объемам, занятым каждой m -й фазой, вводим обозначения для пульсаций $f''_{m\alpha}$ и для средних \overline{f}_m . Векторные величины в отличие от их модулей имеют сверху горизонтальную черту.

В приведенных выражениях:

- ρ'_s, ρ_s — мгновенные значения массовых плотностей соответственно жидкости и твердых частиц;
 t — время;
 s' — признак существования твердой фазы, равный единице внутри твердых частиц и нулю внутри жидкости;
 \vec{v}', \vec{v}_s — векторы мгновенных скоростей жидкости и твердых частиц;
 ∇ — оператор Гамильтона;
 Π' — мгновенное значение тензора молекулярных напряжений;
 \vec{X}', \vec{X}_s — векторы мгновенных внешних сил, действующих соответственно на частицы жидкой и твердой фаз;
 Ω_A — объем постоянной пространственной области осреднения, имеющей определенную точку, всегда совмещаемую с данной точкой потока M (например, центр параллелепипеда, если область осреднения — параллелепипед);
 $2\Delta t$ — временной интервал осреднения от момента $t - \Delta t$ до момента $t + \Delta t$.

Как указывал Ф. И. Франкль [3], индексы s для величин $\rho_s, \vec{v}_s, \vec{X}_s$ излишни, так как признак s' и без того строго определяет принадлежность той или иной величины к соответствующей фазе. Примем $s_1 = s'$ и $s_2 = 1 - s'$. Тогда уравнения (1), (2) могут быть переписаны в виде

$$\sum_{m=1}^2 \left[\frac{\partial s'_m \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot \overbrace{\rho_m s'_m \vec{v}'_m} \right] = 0; \quad (4)$$

$$\sum_{m=1}^2 \left[\frac{\partial}{\partial t} \overbrace{\rho_m s'_m \vec{v}'_m} + (\nabla \cdot \overbrace{\rho_m s'_m \vec{v}'_m}) \vec{v}'_m \right] = \sum_{m=1}^2 (-\nabla \cdot \overbrace{s'_m \Pi'_m} + \overbrace{\rho_m s'_m \vec{X}'_m}). \quad (5)$$

Эти уравнения справедливы и при $m=1,2,\dots$, т. е. для многокомпонентных потоков. При отсутствии межкомпонентных переходов, каждое уравнение распадается на m самостоятельных уравнений для каждой компоненты.

Раскрывая осреднения, необходимо выделить средние значения скоростей, сил, напряжений, характерных для каждой m -й фазы, т. е. выполнить осреднение соответствующих фазовых величин \overline{f}_m по объемам фаз.

Способов такого осреднения несколько. Один из них был предложен Ф. И. Франклем [2] и выражался формулой

$$\overline{f}_m = \frac{\int_{\Omega_A} \int_{2\Delta t} f'_m d\Omega dt}{2\Omega_A \Delta t}, \quad (6)$$

где $s_m \equiv \overline{s_m}$ — средняя объемная концентрация m -й фазы. При этом

$$\begin{aligned} s_m &= s_m + s_{m\alpha}, \\ f_m &= f_m + f_{m\alpha}, \end{aligned}$$

где $s_{m\alpha}, f_{m\alpha}$ — соответствующие пульсации.

Но в областях, занятых m -й фазой $s_m = 1$ (по определению) и, следовательно,

$$s_{m\alpha} = 1 - s_m = \text{const.}$$

Поэтому моменты корреляции типа $\overline{f_{m\alpha} s_{m\alpha}}$ тождественно равны нулю. Это очевидно также из тождества

$$f_m \equiv f_m s_m,$$

что было замечено Б. А. Фидманом [4].

Уравнение переноса массы твердых частиц по Ф. И. Франклю при отсутствии межфазовых переходов имеет, как следует из (4), вид

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot s \vec{v}_s = 0,$$

где не выделен диффузионный член, имеющий принципиальное значение для современной диффузионной теории двухфазных потоков и других приложений, примером которых служит работа [5].

Это неудобство вынудило искать иные способы раскрытия осреднений в (1), (2) и (4), (5). Такая попытка была сделана в работе [1], но проведена недостаточно строго. На Межвузовском совещании по проблеме движения наносов и гидротранспорта в октябре 1963 г. Б. А. Фидман продемонстрировал возможность применения для этой цели дополнительного осреднения по вероятности. На том же совещании автором был предложен способ последовательного пространственно-временного осреднения фазовых величин f_m по объемам компонент. Этот способ использован и в работе [6]. Он заключается в следующем.

Вначале значения f_m осредняются в части объема Ω_A , занятой в данный момент m -й компонентой, в результате чего получаются мгновенные средние по объему:

$$f_{mA} = \frac{1}{\Omega_A s_{mA}} \int_{\Omega_A} f_m d\Omega, \quad (7)$$

где

$$s_{mA} = \frac{1}{\Omega_A} \int_{\Omega_A} s_m d\Omega. \quad (8)$$

Затем осредняем (7) по времени

$$f_m = \frac{1}{2\Delta t} \int_{2\Delta t} f_{mA} d\tau = \overline{\left(\frac{f_m}{s_{mA}} \right)}. \quad (9)$$

Пульсации f_m и s_m определяются выражениями

$$f_{mA} = f_m + f_{m\alpha}, \quad (10)$$

$$s_{mA} = s_m + s_{m\alpha}. \quad (11)$$

Легко видеть, что

$$\overline{s_m} \equiv \overline{s_{mA}} = s_m.$$

Последовательность раскрытия осреднений для моментов корреляции в (4) и (5), содержащих s_m , такова:

$$\begin{aligned} \overline{F_m} &\equiv \overline{F_m s_m} = \frac{1}{2\Delta t} \int_{2\Delta t} \left[\frac{1}{\Omega_A s_{mA}} \int_{\Omega_A} F_m d\Omega \right] s_{mA} d\tau = \\ &= \frac{1}{2\Delta t} \int_{2\Delta t} (F_m + F_m) (s_m + s_{m\alpha}) d\tau = F_m s_m + \overline{F_m s_{m\alpha}}, \end{aligned}$$

где символом F_m обозначены любые физические величины f_m и их произведения. Например, член $(\nabla \cdot \rho_m s_m \vec{v}') \vec{v}'$ в (5) рассматриваем как $\frac{\partial}{\partial x_k} F_{mik} s_m$ ($i, k = 1, 2, 3$).

Раскрывая знаки осреднений в (4) и (5) и пренебрегая пульсациями плотности ρ_m получим окончательно:

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^2 \rho_m \left(\frac{\partial s_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} s_m v_{mk} + \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{s_m v_{mk}} \right) &= C; \quad (12) \\ \sum_{m=1}^2 \rho_m \left(\frac{\partial}{\partial t} s_m v_{mi} + \frac{\partial}{\partial t} \overline{s_m v_{mi}} + \frac{\partial}{\partial x_k} s_m v_{mi} v_{mk} \right) &= \\ = \sum_{m=1}^2 \left\{ \rho_m (s_m X_{mi} + \overline{s_m X_{mi}}) - \frac{\partial}{\partial x_k} \Pi_{mik} s_m + \overline{\Pi_{mik} s_m} + \right. \\ \left. + \rho_m (v_{mi} \overline{v_{mk} s_m} + \overline{v_{mi} v_{mk} s_m} + \overline{s_m v_{mi} v_{mk}} + \overline{v_{mi} v_{mk} s_m}) \right\}, \quad (13) \\ i, k = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

где $\Pi_{mik}, \overline{\Pi_{mik}}$ — среднее и пульсационное значения тензора молекулярных напряжений, присущие m -й фазе.

Уравнения (12) и (13) аналогичны полученным в работе [1].

Из (13) видим, что взаимодействие между компонентами отнюдь не исчерпывается каким-либо одним членом.

Сибирский научно-исследовательский институт энергетики, Новосибирск

Поступила в редакцию 6/Х 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. А. К. Дюнин. Общие дифференциальные уравнения двухфазных потоков. — Изв. СО АН СССР, 1961, № 10.
2. Ф. И. Франкль. К теории движения взвешенных наносов. — Докл. АН СССР, 1953, т. 92, № 2.
3. Ф. И. Франкль. Уравнения энергии для движения жидкостей со взвешенными наносами. — Докл. АН СССР, 1955, т. 102, № 5.
4. Реф. журн. «Механика», 1963, № 56776.
5. Б. А. Фидман. О распределении твердых частиц в вертикальном потоке жидкости. — Изв. АН СССР, ОТН, Механизация и машиностр., 1963, № 3.
6. А. К. Дюнин. Механика мстелей. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1963.

КНИГИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

В ближайшее время Редакционно-издательский отдел выпускает в свет следующие книги:

Электрические методы автоматического контроля
автоматики и электротехники

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
22	В головке таблицы (3 раза)	z_{r1}	z_{r1}
62	13 сверху	комбинации	комбинации
71	В формуле (1)	$\frac{1}{V_l^m}$	$\frac{1}{V_l^m}$
72	В формуле (7)	$\frac{1}{V_l^m}$	$\frac{1}{V_l^m}$
77	5 и 6 снизу	$\sigma_p = f(V_l)$	$\bar{\sigma}_p = f(V_l)$
133	4 верху	$\int_{-2\Delta}$	$\int_{2\Delta}$

Известия СО АН СССР, № 6, вып. 2
серии технических наук, 1964. Тираж 1800.

Художественный редактор В. Г. Бурыкин
Технический редактор Е. М. Елистратова
Корректоры Т. П. Савинова, М. А. Лапина

Подписано к печати 28 июля 1964 г. МН 00596. Бумага 70×108/16 8,5 печ. л., 11,6 усл. печ. л., 12,4 уч.-изд. л. Тираж 1800.

Редакционно-издательский отдел Сибирского отделения АН СССР. Советская, 20.
Зак. № 34. Типография № 1. Новосибирск, Красный проспект, 20. Цена 70 коп.

КНИГИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

В ближайшее время Редакционно-издательский отдел выпускает в свет следующие книги:

Электрические методы автоматического контроля (Труды Института автоматизации и электротехники СО АН СССР). Вып. 9, объем 8 печ. л.

З. Г. Каганов. Волновые явления в электрических машинах. Объем 23 печ. л.

Автоматический контроль и методы электрических измерений (Труды III конференции. Том I, объем 16 печ. л.

Б. Н. Девилов. Теория переходных процессов в технологических аппаратах. Объем 25 печ. л.

Ф. Б. Гриневич. Автоматические мосты переменного тока. Объем 14 печ. л.

Книги высылаются наложенным платежом.

Заявки направляйте по адресу:

Новосибирск — 99, ул. Советская, 20, ком. 403, Редакционно-издательский отдел СО АН СССР или Новосибирск—5, Красный проспект, 51, магазин «Академкнига».

Подписано к печати 24

Редакционно-издательский отдел Сибирского отделения АН СССР, Советская, 20.
Зак. № 34. Типография № 1, Новосибирск, Красный проспект, 20. Цена 70 коп.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

Представляемые в журнал статьи должны излагать новые, еще не опубликованные результаты научных исследований, в конце работы должны содержаться краткие выводы.

Редакция просит авторов при подготовке статей руководствоваться изложенными ниже правилами. Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, редколлегией не рассматриваются.

1. На публикацию представляемых в редакцию материалов требуется письменное разрешение руководства организации, на средства которой проводились работы.

2. Размер статей, включая иллюстративный материал и библиографию, не должен превышать 15 стр. машинописи для работ проблемного характера и 10 стр. для научных сообщений, посвященных частным вопросам. Для кратких сообщений максимальный объем установлен 5 стр. машинописи.

3. Статья должна быть напечатана на пишущей машинке, без рукописных вставок и помарок, на одной стороне стандартного листа. Как основной текст, так и подстрочные примечания, подрисуночные подписи, список литературы и т. д. обязательно печатаются через два интервала.

4. Рукописи и иллюстративный материал к ним представляются в двух экземплярах. Рукопись должна быть вычитана и подписана автором. Математические и структурные формулы должны быть тщательно вписаны в оба экземпляра рукописи.

5. Цитируемая в статье литература должна быть оформлена в виде общего списка, который помещается в конце статьи, в порядке цитирования; в тексте ссылка на литературу отмечается порядковой цифрой в квадратных скобках, например [1].

6. Литература должна быть оформлена в следующем порядке: а) литература в списке дается на тех языках, на которых она издана; б) библиографические данные приводятся по титульному листу издания, все элементы библиографического перечня отделяются друг от друга запятыми; в) цифры, обозначающие том, выпуск, издание, страницы, ставятся после сокращенного слова, например, т. III, вып. 8, изд. 2.

Схема перечня библиографических данных

Для книг: инициалы и фамилия автора, название книги, место издания, название издательства, год издания;

Для журналов: инициалы и фамилия автора, название статьи, название журнала, год, том, выпуск (т. III, вып. 7), номер. В работах по химии в соответствии с порядком, принятым в специализированных химических журналах, допускаются ссылки на работы, опубликованные в журналах, без названия статей.

7. Формулы, латинские, греческие и т. п. выражения следует давать только в случаях необходимости, вписывая их на машинке или от руки (темными чернилами или тушью) четко и ровно, чтобы не было никаких сомнений при чтении каждого знака.

Во избежание недоразумений нужно делать ясное различие между одинаковыми по начертанию заглавными и строчными буквами в формулах, подчеркивая заглавные буквы двумя черточками снизу. Греческие буквы обводятся красным карандашом.

8. Тоновые иллюстрации (фото) должны быть сделаны с хорошего негатива контрастной печатью. Штриховые же должны быть выполнены ровно наложенной тушью на кальке, допускается также плотная белая бумага. На абсциссе и ординате графиков должны быть указаны откладываемые величины и единицы их измерения.

Не рекомендуется рисунки и чертежи загромождать надписями, лучше детали рисунка занумеровать и дать расшифровку номеров в подрисуночной подписи.

Все иллюстрации к статье должны иметь сквозную нумерацию. Номера эти проставляются простым карандашом на каждом рисунке или чертеже, а также в рукописи на левом поле страницы, против соответствующего места в тексте (вклеивать иллюстрации в текст рукописи нельзя). Кроме того, на обороте каждого рисунка ставится название статьи и фамилия автора. В рукопись должна быть вложена опись иллюстраций (в 2 экземплярах) согласно их порядковой нумерации.

9. Авторы должны избегать повторения одних и тех же данных в таблицах, графиках и тексте статей.

10. Корректурa дается авторам лишь для контроля. Стилистическая правка, дополнения и сокращения в корректуре не допускаются. Иногородним авторам корректурa не высылается.

11. После опубликования статьи автор получает 25 оттисков.

Статьи направляются по адресу: Новосибирск, ул. Советская, 20, комн. 401.

ПРОВОДИТСЯ ПОДПИСКА

на научный журнал

ИЗВЕСТИЯ**СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК СССР**

В 1964 г. журнал выходит четырьмя сериями (общественные науки, техническая, химическая, биолого-медицинская), в течение года в каждой серии выйдет три номера объемом по 10 печ. л. Подписка принимается как по сериям, так и на журнал в целом.

В серии общественных наук будут публиковаться статьи по вопросам экономики комплексного развития и размещения народного хозяйства Сибири и Дальнего Востока, рационального использования трудовых ресурсов, региональных особенностей организации труда и применения техники, экономики освоения новых предприятий и т. д., по вопросам истории, археологии и этнографии Сибири и Дальнего Востока; по вопросам филологии, в частности по проблемам языков народов Сибири.

В технической серии будут освещаться итоги научно-теоретических и экспериментальных исследований в области прикладной и теоретической механики, горного дела, энергетики и электротехники, металлургии, гидрофизики, радиоэлектроники, автоматики и электрометрии и др.

Серия химическая предназначена для публикации работ, выполненных в химических институтах СО АН СССР, по неорганической, органической и физической химии, за исключением областей, обеспечиваемых специальными журналами СО АН СССР «Структурная химия», «Кинетика и катализ».

Серия биолого-медицинская будет освещать результаты новейших исследований по ботанике, лесоведению, зоологии, почвоведению, цитологии и генетике, по вопросам экспериментальной медицины (имеющим общеприкладное значение).

В журнале будут печататься также статьи методического и обзорного характера, критико-библиографические материалы.

Читатель найдет в журнале разнообразную информацию о жизни научных учреждений Сибири и Дальнего Востока.

ПОДПИСНАЯ ЦЕНА ЖУРНАЛА

Серия общественных наук (3 номера в год) — 2 р. 10 к.

Серия техническая " " "

Серия химическая " " "

Серия биолого-медицинская " " "

Цена полного комплекта журнала (12 номеров в год) 8 р. 40 к.

Цена отдельного номера 70 коп.

Подписка принимается всеми отделениями Союзпечати и агентствами связи, а также магазинами «Академкнига».

Отдельные номера журнала могут быть высланы наложенным платежом. Заказы направлять в редакцию журнала (Новосибирск, Советская, 20, комн. 401).