

АЗƏРБАЙЧАН ССР ЭЛМЛƏР АКАДЕМИЯСИНЫН
ХƏБƏРЛƏРИ
ИЗВЕСТИЯ
АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

№ 4
А П Р Е Л ь
1953

П-169

АЗƏРБАЙЧАН ССР ЭЛМЛƏР АКАДЕМИЯСЫНЫН

ХƏБƏРЛƏРИ

ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

№ 4

А п р е л ь

1953

ГОД ИЗДАНИЯ ДЕВЯТНАДЦАТЫЙ

0182 П
2022 П

АЗƏРБАЙЧАН ССР ЭА НƏШРИЙЯТЫ
ИЗДАТЕЛЬСТВО АН АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР
БАКЫ—БАКУ

Ш. И. ВЕКИЛОВ

ОБ ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ НЬЮТОНОВА
ПОТЕНЦИАЛА*

Введение

Проблема интерференции скважин имеет весьма важное значение в эксплуатации нефтяных месторождений. Проблема заключается в том, что давления контура питания и скважин заданы, нужно определить распределение давления в среде и найти дебиты скважин. Если явление стационарное и пористая среда однородная, то проблема приводится к решению задачи Дирихле для многосвязной области (см. рис. 1):

$$\Delta p = 0 \text{ в } D,$$
$$p = f(S) \text{ на } S_0 + S_1 + \dots + S_N.$$

Эта математическая задача простым и оригинальным методом решена акад. Н. И. Мухелишвили [1]. Эксплуатационные условия таковы, что иногда приходится отказываться от однородной среды.

Представляет большой интерес случай, когда коэффициент проницаемости меняется довольно резко. Если среда складывается из двух или более различных областей с постоянной, но различающейся между собою проницаемостью, на границах, разделяющих эти области, должны быть приняты определенные условия. Таким образом среда разбивается на отдельные части, где проницаемость постоянная. В этих частях давление удовлетворяет уравнению Лапласа, а на границах раздела областей принимается, что 1) давление меняется непрерывно, 2) нормальная составляющая скорости фильтрации меняется непрерывно, т. е.

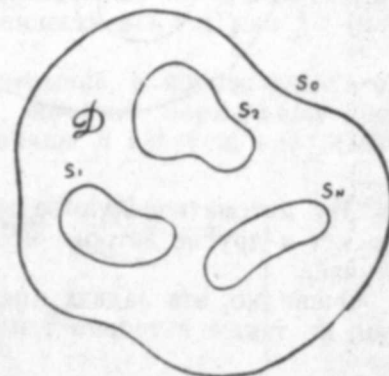


Рис. 1

* Задача подобного типа с логарифмическим потенциалом изложена в статье автора в Трудах Института физики и математики Академии наук Азерб. ССР, серия математическая, т. VI.

п 5910
Библиотека Института
Филиала А.Н. СССР

$$p_1 = p_2$$

$$v_{in} = -\frac{\kappa_1}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial n} = -\frac{\kappa_2}{\mu} \frac{\partial p_2}{\partial n} = v^2 n,$$

или

$$k_1 \frac{\partial p_1}{\partial n} = k_2 \frac{\partial p_2}{\partial n}.$$

Таким образом, проблема фильтрации жидкости, в частности нефти, в пористой среде с кусочно-постоянным коэффициентом проницаемости и при наличии произвольного числа и расположения скважин, математически сводится к краевой задаче для кусочно-регулярной гармонической функции, а именно:

$$\Delta p = 0 \text{ в } D_1 \text{ и } D_2,$$

$$p = f(S) \text{ на } S_0 + S_1 + \dots + S_{m+n},$$

$$k_1 \frac{\partial p_1}{\partial n} = k_2 \frac{\partial p_2}{\partial n} \text{ на } \sigma.$$

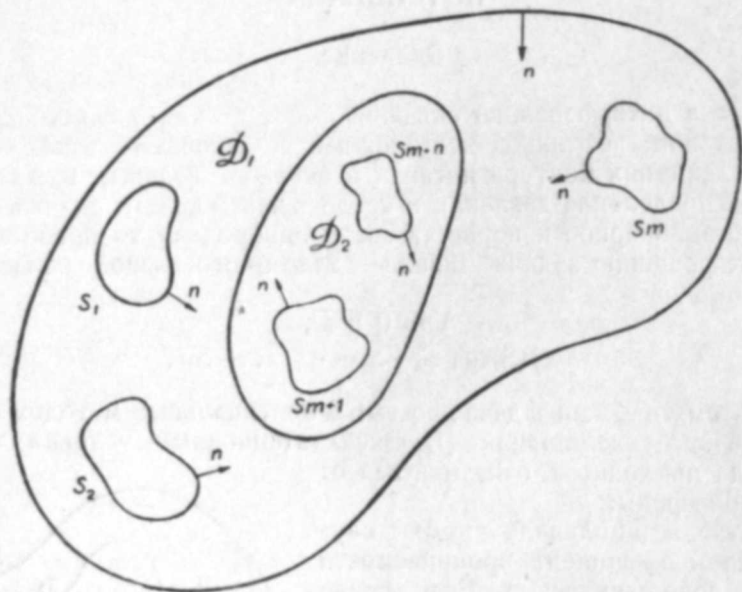


Рис. 2

Эту математическую задачу, которую будем называть задачей (А), Маскет и другие авторы исследуют для довольно простых частных случаев.

Очевидно, эта задача имеет значение не только в теории фильтрации, но также в теории теплопроводности и т. д.

§ 1. Обозначения и условия

Пусть D_1 —связная трехмерная область, ограниченная замкнутыми непересекающимися друг друга поверхностями $S_0, S_1, S_2, \dots, S_m, \sigma$, гладкими в смысле Ляпунова, из которых S_0 содержит внутри себя все остальные; D_2 —такая же область, ограниченная замкнутыми непересекающимися друг друга поверхностями $\sigma, S_{m+1}, S_{m+2}, \dots, S_{m+n}$, также гладкими в смысле Ляпунова, из которых σ содержит внутри

себя все остальные (рис. 2). Поверхность S_0 может отсутствовать (сводится к бесконечно удаленной точке). В этом случае область D_1 будет бесконечной.

При наличии поверхности S_0 могут отсутствовать поверхности S_1, S_2, \dots, S_{m+n} или поверхность σ . Все эти случаи изучены в литературе [1] и [2].

Будем обозначать конечные области, ограниченные поверхностями S_1, S_2, \dots, S_{m+n} , соответственно через $D^{(1)}, D^{(2)}, \dots, D^{(m+n)}$, а бесконечную область, состоящую из точек, расположенных вне S_0 , через D_0 .

$$\text{Пусть } D = D_1 + D_2$$

$$D' = D_0 + D^{(1)} + D^{(2)} + \dots + D^{(m+n)}.$$

Таким образом, области $D + \sigma$ и D' дополняют друг друга до полного пространства.

Наконец, обозначим, через S полную границу области $D + \sigma$ (или, что то же, области D'), т. е. $S = S_0 + S_1 + \dots + S_{m+n}$.

Среди них те поверхности, которые относятся к области D_1 , обозначим через $S^{(1)}$ и те, которые относятся к D_2 , — через $S^{(2)}$,

$$\text{т. е. } S^{(1)} = S_0 + S_1 + \dots + S_m$$

$$S^{(2)} = S_{m+1} + S_{m+2} + \dots + S_{m+n}.$$

§ 2. Основные понятия

Мы всюду в дальнейшем будем рассматривать функцию

$$U(P) = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} \frac{\delta(q)}{r} d\sigma_q + \frac{1}{2\pi} \int_S \mu(q) \frac{d(1/r)}{dn_q} dS_q, \quad (2,1)$$

являющуюся суммой потенциалов простого и двойного слоев, распределенных по поверхностям σ и S , соответственно. Здесь P —некоторая точка с координатами (x, y, z) пространства, q —переменная точка интегрирования, r —расстояние между P и q , $\delta(q)$ и $\mu(q)$ —функции точки q , определенные на поверхностях σ и S , которых во всем дальнейшем мы будем считать непрерывными*). Величина $\delta(q)/(2\pi)$ есть плотность простого слоя, $\mu(q)/(2\pi)$ —плотность двойного слоя.

Во всех точках пространства, не расположенных на σ и S , функция U гармоническая и обращается в бесконечности в нуль как $1/r$ (или быстрее).

При переходе через σ функция U непрерывна, а производные этой функции терпят разрыв. Для предельных значений нормальных производных при приближении к точке p границы σ изнутри, или извне поверхности σ имеем известные формулы:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dU}{dn_p} \right)_{\sigma+} &= -\delta(p) + \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} \delta(q) \frac{d(1/r)}{dn_p} dS_q + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_S \mu(q) \frac{d}{dn_p} \frac{d(1/r)}{dn_q} dS_q, \\ \left(\frac{dU}{dn_p} \right)_{\sigma-} &= +\delta(p) + \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} \delta(q) \frac{d(1/r)}{dn_p} dS_q + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_S \mu(q) \frac{d}{dn_p} \left[\frac{d(1/r)}{dn_q} \right] dS_q, \end{aligned} \right\} \quad (2,2)$$

*) Значок q при $d\sigma$ и dS указывает, что при интегрировании переменной является точка q .

где n_p обозначает нормаль в точке p , направленную внутрь поверхности σ ; индексы $+$ и $-$ здесь и во всем дальнейшем указывают, что предельные значения достигаются при приближении к σ соответственно изнутри и извне. Функция U равномерно стремится к пределам $U(p)_+$ и $U(p)_-$, когда точка P стремится из D или D' к точке p границы S . Эти предельные значения даются известными формулами:

$$\left. \begin{aligned} U(p)_+ &= \mu(p) + \frac{1}{2\pi} \int \int \frac{\delta(q)}{r} dS_q + \frac{1}{2\pi} \int \int \mu(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q \\ U(p)_- &\equiv -\mu(p) + \frac{1}{2\pi} \int \int \frac{\delta(q)}{r} dS_q + \frac{1}{2\pi} \int \int \mu(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q \end{aligned} \right\} (2,3)$$

Если относительно $\mu(q)$ не предполагать ничего, кроме непрерывности, то нельзя утверждать существование пределов

$$\left. \frac{dU}{dn} \right|_{s_+} \text{ и } \left. \frac{dU}{dn} \right|_{s_-}$$

Однако имеет место следующая теорема*): Пусть на нормали n в точке p границы S взяты две точки P, P' , одна в D , другая в D' , на равных расстояниях от p . Тогда разность значения $\frac{dU}{dn}$ в точках P и P' равномерно стремится к нулю, когда P и P' приближаются к p .

Отсюда, в частности, следует, что если один из пределов $\left(\frac{dU}{dn}\right)_{s_+}$ существует, существует и другой, и эти пределы равны между собой

$$\left(\frac{dU}{dn}\right)_+ = \left(\frac{dU}{dn}\right)_- \text{ на } S. \quad (2,4)$$

§ 3. Вспомогательные леммы

Докажем некоторые леммы относительно функции U , которые применяются в дальнейшем.

Лемма 1. Если $\delta(q) = 0$, $\mu(q) = C_k$ при $q \in S_k$ ($k = 0, 1, \dots, m+n$),

$$\text{то } U(P) = \begin{cases} 2C_0 & \text{если } P \in D + \sigma \\ 2C_0 - 2C_k & \text{если } P \in D^{(k)} \\ 0 & \text{если } P \in D_0 \end{cases} \quad (3,1)$$

$$U(p) = \begin{cases} C_0 & \text{если } p \in S_0 \\ 2C_0 - C_k & \text{если } p \in S_k \end{cases} \quad (3,2)$$

В самом деле, так как $\delta(q) = 0$, функция U представляется в виде только потенциала двойного слоя, распределенного на поверхности S , которую, напомним, можно представить в виде:

$$U = \frac{1}{2\pi} \int \int \mu(q) \frac{\cos \varphi}{r^2} dS_q = \frac{1}{2\pi} \int \int \mu(q) d\Omega, \quad (3,3)$$

*) Это вытекает из теоремы Ляпунова-Таубера относительно потенциалов двойного слоя.

где $d\Omega$ обозначает телесный угол, под которым виден элемент dS_q из точки P (или p), причем $d\Omega > 0$, если из P (или p) видна сторона элемента dS_q , обращенная в области D , и $d\Omega < 0$ — в противном случае (рис. 3).

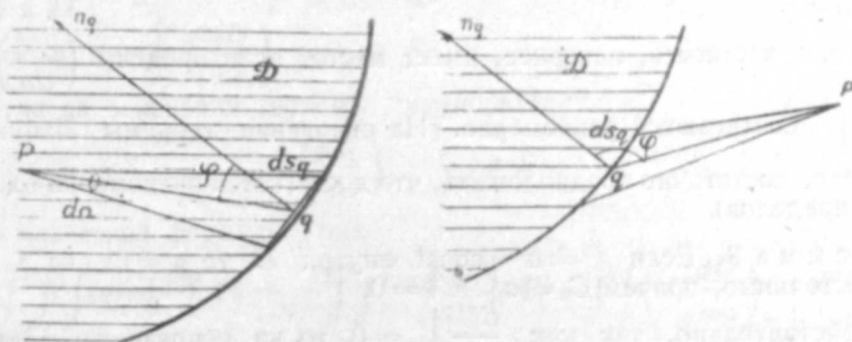


Рис. 3

Отсюда и вытекает данное предложение.

Лемма 2. Пусть Σ произвольная замкнутая гладкая поверхность, не имеющая общих точек с S и σ и не охватывающая поверхность σ .

Тогда

$$\int \int \frac{dU}{dv} d\Sigma = 0, \quad (3,4)$$

где v — нормаль к Σ , которую для определенности считаем направленной во внутрь Σ .

Справедливость формулы (3,4) очевидна, если поверхность Σ не содержит внутри себя ни одной из поверхностей S_k , ибо тогда U является гармонической функцией всюду внутри Σ .

Пусть теперь S' обозначает совокупность поверхностей S_k , заключенных внутри Σ . Подставляя вместо U выражение (2,1) предыдущего параграфа, имеем:

$$\begin{aligned} \int \int \frac{dU}{dv} d\Sigma &= \int \int \frac{d}{dv} \left[\frac{1}{2\pi} \int \int \frac{\delta(q)}{r} dS_q + \frac{1}{2\pi} \int \int \mu(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q \right] d\Sigma = \\ &= \int \int \frac{d}{dv} \left[\frac{1}{2\pi} \int \int \mu(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q \right] d\Sigma = \frac{1}{2\pi} \int \int \mu(q) \left[\frac{d}{dn_q} \int \int \frac{d^{(1/r)}}{dv} d\Sigma \right] dS_q. \end{aligned}$$

Произведенные здесь операции перестановки порядка интегрирования и дифференцирования законны, так как $r > l > 0$, где l — кратчайшее расстояние между Σ и S' .

Далее имеем:

$$\int \int \frac{d^{(1/r)}}{dv} d\Sigma = 4\pi = \text{const},$$

а отсюда, очевидно, следует наше утверждение.

Пусть, в частности, Σ обозначает поверхность, расположенную внутри или вне D , близкую к S_k и стремящуюся к S_k . Если на S_k существуют пределы $\left(\frac{dU}{dn}\right)_+$ и $\left(\frac{dU}{dn}\right)_-$ и если допустим переход к

пределу под знаком интеграла при стремлении Σ к S_k , то из (3, 4) следует:

$$\int_{S_k} \int \left(\frac{dU}{dn} \right)_+ dS = \int_{S_k} \int \left(\frac{dU}{dn} \right)_- dS = 0. \quad (3,5)$$

Это, в частности, наверное, имеет место, если пределы $\left(\frac{dU}{dn} \right)_+$ и $\left(\frac{dU}{dn} \right)_-$ достигаются равномерно. (На основании теоремы Ляпунова-Таубера, достаточно предположить, что достигается равномерно один из этих пределов).

Лемма 3. Если $U = a = \text{const}$ внутри D , то $\mu = C_k$ на S_k , где C_k постоянные, причем $C_0 = a/2$ и $\delta = 0$.

Действительно, так как $\left. \frac{dU}{dn} \right|_{s+} = 0$, то на основании формулы (2, 4) предыдущего параграфа, $\left. \frac{dU}{dn} \right|_{s-} = 0$.

Отсюда на основании формулы Грина

$$\int_D \int \int (\text{grad } U)^2 dv = \int_S \int \left(U \frac{dU}{dn} \right)_- dS_k = 0$$

следует, что функция U остается постоянной в каждой из областей $D^{(k)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, m+n$): $U = A_k$ в $D^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, m+n$), $U = A_0$ в D_0 , где A_k — постоянные, причем $A_0 = 0$, так как U обращается в нуль на бесконечности. Но на основании формулы (2, 3) предыдущего параграфа, имеем на S_k :

$$\mu = \frac{1}{2} \left[U|_{s_k+} - U|_{s_k-} \right] = \frac{1}{2} [a - A_k] = C_k,$$

т. е.

$$\mu = C_k \text{ (на } S_k \text{ } k = 0, 1, 2, \dots, m+n) \text{ и } C_0 = a/2.$$

Так как

$$U = a = \text{const в } D,$$

имеем

$$\left. \frac{dU}{dn} \right|_{s+} = \left. \frac{dU}{dn} \right|_{s-} = 0.$$

На основании формулы (2, 2)

$$\delta(p) = \frac{1}{2} \left[\left. \frac{dU}{dn_p} \right|_{s-} - \left. \frac{dU}{dn_p} \right|_{s+} \right] = 0,$$

а это и доказывает наше утверждение.

Замечание. В случае отсутствия поверхности S_0 (т. е. когда область D_1 бесконечна), наше предложение следует, конечно, понимать так*): если $U = 0$ в области D , то $\mu = C_k$ на S_k ($k = 1, 2, \dots, m+n$), $C_0 = 0$ и $\delta = 0$; обратно: если $\mu = C_k$ на S_k ($k = 0, 1, 2, \dots, m+n$) и $\delta = 0$, то $U = 2C_0$. Это следует из леммы 1.

*) В нашем случае из $U = \text{const}$ в области D следует, что $U \equiv 0$ в этой области, так как U обращается в нуль на бесконечности.

Лемма 4. Если $U = a = \text{const}$ в D' и $K_1 \left. \frac{dU}{dn} \right|_{s+} = K_2 \left. \frac{dU}{dn} \right|_{s-}$, то $\mu = C$ на S и $\delta = 0$.

В самом деле, так как $U = a = \text{const}$ в D' и $U|_{\infty} = 0$, получаем $U \equiv 0$ в D' .

Отсюда имеем $\left(\frac{dU}{dn} \right)_- = 0$ на S .

Тогда на основании теоремы Ляпунова-Таубера

$$\left(\frac{dU}{dn} \right)_+ = 0 \text{ на } S.$$

По известной формуле Грина

$$\begin{aligned} \int_{D_1} \int \int (\text{grad } U)^2 dv &= - \int_{S^{(1)}} \int \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ dS + \int_{\sigma} \int \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ d\sigma, \\ \int_{D_2} \int \int (\text{grad } U)^2 dv &= - \int_{S^{(2)}} \int \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ dS - \int_{\sigma} \int \left(U \frac{dU}{dn} \right)_- d\sigma. \end{aligned}$$

По вышеуказанной причине первые интегралы в правых частях написанных равенств равны нулю. Умножая первое выражение на K_1 , второе на K_2 , складывая почленно, получим

$$\begin{aligned} K_1 \int_{D_1} \int \int (\text{grad } U)^2 dv + K_2 \int_{D_2} \int \int (\text{grad } U)^2 dv = \\ \int_{\sigma} \int U \left[K_2 \left(\frac{dU}{dn} \right)_- - K_1 \left(\frac{dU}{dn} \right)_+ \right] dS. \end{aligned}$$

По условию леммы, правая часть равна нулю; поэтому

$$K_1 \int_{D_1} \int \int (\text{grad } U)^2 dv + K_2 \int_{D_2} \int \int (\text{grad } U)^2 dv = 0.$$

Отсюда следует, что $U \equiv \text{const}$ в области D .

Следовательно $U|_{s+} = A$, где A — постоянная.

Из формулы (2, 3) получим:

$$\mu = \frac{1}{2} [U|_{s+} - U|_{s-}] = \frac{1}{2} [A - 0] = \frac{A}{2} = C,$$

т. е. $\mu = A$ на S .

Так как $U = \text{const}$ в D , то $\left. \frac{dU}{dn} \right|_{s+} = \left. \frac{dU}{dn} \right|_{s-} = 0$.

Тогда из формулы (2,2) получим: $\delta = 0$.

В случае отсутствия поверхности S_0 , из формулы (2, 3) получим

$$\mu = \frac{1}{2} [U|_{s+} - U|_{s-}] = \frac{1}{2} [A - a] = C$$

и также $\delta = 0$, что и требовалось доказать.

Аналогичным образом можно было бы доказать лемму: если $U = a = \text{const}$ в области D' и $\delta = 0$, то $\mu = C$ на S .

Обратная лемма. Если $\mu = C$ на поверхности S и $\delta = 0$, то $U = a = \text{const}$ (в D').

Это вытекает из леммы 1 (при наличии поверхности S , $U \equiv 0$ в D').

Лемма 5. Если $U_+ = a_k$ на S_k ($k = 0, 1, \dots, m+n$), где a_k — постоянные и

$$K_1 \left(\frac{dU}{dn} \right)_{\sigma_+} = K_2 \left(\frac{dU}{dn} \right)_{\sigma_-},$$

где K_1 и K_2 положительные постоянные, то $a_0 = a_1 = \dots = a_{m+n}$ и $U \equiv \text{const}$ в D (при наличии поверхности S_0). $U \equiv 0$ в D (при отсутствии поверхности S_0).

В самом деле, на основании формулы Грина

$$J_1 = \iiint_{D_1} (\text{grad } U)^2 dv = - \iint_{S^{(1)}} \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ dS - \iint_{\sigma} \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ d\sigma,$$

$$J_2 = \iiint_{D_2} (\text{grad } U)^2 dv = - \iint_{S^{(2)}} \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ dS + \iint_{\sigma} \left(U \frac{dU}{dn} \right)_- dS.$$

Отсюда, при данных условиях, имеем:

$$\begin{aligned} K_1 J_1 + K_2 J_2 &= -K_1 \iint_{S^{(1)}} \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ dS - K_2 \iint_{S^{(2)}} \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ dS = \\ &= -K_1 \sum_k \iint_{S_k} \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ dS - K_2 \sum_k \iint_{S_k} \left(U \frac{dU}{dn} \right)_+ dS. \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что $U_+ = a_k$ на S_k ($k = 0, 1, \dots, m+n$) получаем

$$K_1 J_1 + K_2 J_2 = -K_1 \sum_k a_k \iint_{S_k} \left(\frac{dU}{dn} \right)_+ dS - K_2 \sum_k a_k \iint_{S_k} \left(\frac{dU}{dn} \right)_+ dS = 0.$$

На основании формулы (3, 5) оба интеграла в правых частях равны нулю, т. е. $K_1 J_1 + K_2 J_2 = 0$; отсюда следует, что $U \equiv \text{const}$ в области D .

Так как $U|_{S_k} = a_k$ ($k = 0, 1, \dots, m+n$) имеем:

$$a_0 = a_1 = \dots = a_{m+n}.$$

Если поверхность S_0 отсутствует, то $U \equiv 0$ в области D и $a_k = 0$ ($k = 0, 1, \dots, m+n$)*.

Эту лемму можно доказать непосредственно, не пользуясь формулой Грина, следующим образом.

Случай 1. Пусть функция принимает свои экстремальные значения на одной и той же поверхности S_p (пусть $p \leq m$). Тогда очевидно, что $U = a_p = \text{const}$ в D_1 , следовательно, и на σ . Так как гармоническая в D_2 функция принимает минимальное (или максимальное) значение

*) В случае отсутствия поверхности S_0 под a_0 следует подразумевать нуль (т. е. значение U на бесконечности).

на границе, то минимальное (или максимальное) значение будет одно из числа $a_p, a_{p+1}, \dots, a_{m+n}$.

Пусть a^* обозначает ту из постоянных $a_p, a_{p+1}, \dots, a_{m+n}$, которая имеет минимальное значение, или одну из таких постоянных, если их несколько. Соответствующую поверхность обозначим через S^* . Отложим по нормальям к S^* в сторону D_2 равные отрезки, настолько малые, чтобы их концы описали гладкую поверхность Σ_* без двойных точек. На основании известной теоремы о максимумах и минимумах гармонической функции будем иметь на Σ_* (если только не равно постоянной в D_2): $U > a^* + \varepsilon$,

где ε — некоторая положительная постоянная. Выберем еще две постоянные $\varepsilon', \varepsilon''$, такие, что $0 < \varepsilon' < \varepsilon'' < \varepsilon$. Пусть AB — отрезок нормали, заключенный между S^* и Σ_* . Ясно, что при перемещении точки P по AB функция $U(P)$ пройдет через значения $a_* + \varepsilon'$ и $a_* + \varepsilon''$. Обозначим через P' и P'' точки, в которых эти значения достигаются в первый раз. Геометрические места точек P' и P'' представляют две замкнутые поверхности Σ'_* и Σ''_* без общих точек, заключенные между S^* и Σ_* , на которых функция U принимает постоянные значения $a_* + \varepsilon'$ и $a_* + \varepsilon''$. Применяя теперь формулу Грина к слою Δ_* , заключенному между Σ'_* и Σ''_* , получим на основании леммы 2

$$\iiint_{\Delta_*} \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right\} dx dy dz = 0;$$

отсюда выводим, что $U = \text{const}$ в Δ_* . Но тогда, на основании известного свойства гармонических функций, $U = \text{const}$ во всей области D_2 . Так как функция непрерывна в области $D + \sigma$, то имеем $U \equiv \text{const}$ в D , что и требовалось доказать.*

Точно так же доказывается лемма, когда $p > m$.

Случай 2. Пусть на одной и той же поверхности S_k ($k = 0, 1, \dots, m+n$), например S_p ($p \leq m$), функция может иметь только минимум (или максимум).

Вышеуказанным способом вокруг S_p можно составить такую полосу Δ_p , что $U \equiv \text{const}$ в Δ_p . Тогда на основании свойства гармонических функций $U \equiv \text{const}$ в D_1 . Дальнейшее рассуждение аналогично рассуждению в случае 1.

Точно так же доказывается лемма, когда $p > m$.

Случай 3. Пусть функция не принимает на поверхностях S_k ($k = 0, 1, \dots, m+n$) экстремальное значение.

Допустим $U \neq \text{const}$ в D_1 , тогда оба экстремальных значения должны находиться на σ . Так как функция непрерывна в области $D + \sigma$, ее максимальное (или минимальное) значение в области D_1 и D_2 будет в одной и той же точке $M \in \sigma$. Возьмем две точки P_1 и P_2 на нормали, проведенной из точки M , находящиеся одна внутри области D_1 , а другая в D_2 .

Очевидно, что

$$\frac{U(P_1) - U(M)}{\Delta n(P_1 M)} < 0 \text{ и } \frac{U(M) - U(P_2)}{\Delta n(M P_2)} > 0.$$

*) Доказательство этой части теоремы заимствовано у акад. Н. И. Мухомелишвили.

На основании леммы С. Зарембы*) имеем:

$$\left. \frac{dU}{dn_M} \right|_+ = \lim_{P_1 \rightarrow M} \frac{U(P_1) - U(M)}{\Delta n(P_1 M)} < 0$$

и

$$\left. \frac{dU}{dn_M} \right|_- = \lim_{P_2 \rightarrow M} \frac{U(M) - U(P_2)}{\Delta n(M P_2)} > 0,$$

что противоречит условию

$$K_1 \left. \frac{dU}{dn_M} \right|_+ = K_2 \left. \frac{dU}{dn_M} \right|_-.$$

Следовательно, $U \equiv \text{const}$ в D , что и требовалось доказать.

§ 4. Решение видоизмененной задачи (A)

Видоизмененной задачей (A) для области D будем называть задачу:

Найти гармоническую функцию, определенную в D и представимую в виде

$$U(P) = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} \delta(q) \frac{1}{r_q} d\sigma_q + \frac{1}{2\pi} \int_S \mu(q) \frac{d(1/r)}{dn_q} dS_q, \quad (4, 1)$$

с граничными условиями

$$U(p)_+ = f(p) + a_j \quad (p \in S_j, j = 0, 1, \dots, m+n), \quad a_0 = 0,$$

$$\left. K_1 \left(\frac{dU}{dn_p} \right)_+ = K_2 \left(\frac{dU}{dn_p} \right)_- + \varphi(p) \right\} \text{ на } \sigma, \quad (4, 2)$$

$$U|_+ = U|_-,$$

где $f(p)$ и $\varphi(p)$ — заданные непрерывные функции точки p поверхности S и σ , a_j — постоянные, не задаваемые заранее***) (и также подлежащие определению) кроме одной $a_0 = 0$.

В случае бесконечной области, условие на S_0 , естественно, отпадает.

На основании сказанного в лемме 5, задача не может иметь более одного решения.

Полагая, согласно условию,

$$U(P) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma} \delta(q) \frac{1}{r_q} d\sigma_q + \frac{1}{2\pi} \iint_S \mu(q) \frac{d(1/r)}{dn_q} dS_q,$$

где $\delta(q)$ и $\mu(q)$ — пока неизвестные непрерывные функции точки интегрирования q ; вводя для упрощения письма обозначение: $a(p) = a_j$ (при

*) С. З а р е м б а — Об одной смешанной задаче, относящейся к уравнению Лапласа. Успехи мат. наук, т. 1, вып. 3—4 (13—14).

**) От обычной задачи (A) эта задача, как мы видим, отличается дополнительным требованием представимости искомой гармонической функции в виде (4,1). Это дополнительное требование и вынуждает ослабить граничные условия в том смысле, что граничные значения искомой функции задаются лишь с точностью до постоянных a_j .

$p \in S_j; j = 0, 1, \dots, m+n$), где a_j — неопределенные постоянные*), фигурирующие в (4,2), и применяя формулы (2,2), (2,3) и (4,1), приходим для определения $\mu(p)$ и $\delta(p)$ к системе интегральных уравнений Фредгольма:

$$\left. \begin{aligned} \mu(p) + \int_S \int_S \mu(q) K_{11}(p, q) dS_q + \int_{\sigma} \int_{\sigma} \delta(q) K_{12}(p, q) d\sigma_q &= f(p) + a(p), \\ \delta(p) + \int_S \int_S \mu(q) K_{21}(p, q) dS_q + \int_{\sigma} \int_{\sigma} \delta(q) K_{22}(p, q) d\sigma_q &= \varphi^*(p), \end{aligned} \right\} (4,3)$$

где для краткости введены обозначения:

$$\left. \begin{aligned} K_{11}(p, q) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d(1/r)}{dn_q}, \\ K_{12}(p, q) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_q}, \\ K_{21}(p, q) &= \frac{d}{dn_p} \left(-\frac{A}{2\pi} \frac{d(1/r)}{dn_q} \right), \\ K_{22}(p, q) &= -\frac{A}{2\pi} \frac{d(1/r)}{dn_q}, \\ \varphi^*(p) &= \frac{\varphi(p)}{K_1 + K_2}. \end{aligned} \right\} (**)$$

Рассмотрим однородное уравнение, соответствующее уравнению (4,3).

$$\left. \begin{aligned} \mu(p) + \int_S \int_S \mu(q) K_{11}(p, q) dS_q + \int_{\sigma} \int_{\sigma} \delta(q) K_{12}(p, q) d\sigma_q &= 0, \\ \delta(p) + \int_S \int_S \mu(q) K_{21}(p, q) dS_q + \int_{\sigma} \int_{\sigma} \delta(q) K_{22}(p, q) d\sigma_q &= 0. \end{aligned} \right\} (4,5)$$

*) В случае отсутствия поверхности S_0 , т. е. в случае бесконечной области, $i = 1, 2, \dots, m+n$.

**) Систему интегральных уравнений (4,3) можно привести к одному интегральному уравнению; в самом деле, если примем следующие обозначения:

$$\mu^*(p) = \begin{cases} \mu(p) & p \in S \\ \delta(p) & p \in \sigma \end{cases}$$

$$K(p, q) = \begin{cases} K_{11}(p, q) & p \in S, \quad q \in S \\ K_{12}(p, q) & p \in S, \quad q \in \sigma \\ K_{21}(p, q) & p \in \sigma, \quad q \in S \\ K_{22}(p, q) & p \in \sigma, \quad q \in \sigma. \end{cases}$$

$$dS_q^* = \begin{cases} dS_q & q \in S \\ d\sigma_q & q \in \sigma. \end{cases}$$

$$f^*(p) = \begin{cases} f(p) + a_j & p \in S_j \\ \varphi^*(p) & p \in \sigma. \end{cases}$$

Система (4,3) примет вид:

$$\mu^*(p) + \int_{S+\sigma} K(p, q) \mu^*(q) dS_q^* = f^*(p). \quad (4,3')$$

Теорема 1. Уравнение (4,5) имеет решение вида:

$$\left. \begin{aligned} \mu(p) &= C_j \quad (p \in S_j, \quad j = 0, 1, \dots, m+n) \\ \mu(p) &= 0 \quad \text{на } S_0 \\ \delta(p) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4, 6)$$

(в случае бесконечной области предпоследнее равенство отпадает).

В этом легко убедиться непосредственной проверкой.

Теорема 2. Уравнение (4,5) другого решения не имеет.

Доказательство. В самом деле, пусть $\mu^*(q)$ и $\delta^*(q)$ есть какое-либо решение уравнения (4,5), т. е.

$$\mu^*(p) + \frac{1}{2\pi} \int_S \int \mu^*(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q + \frac{1}{2\pi} \int_\sigma \int \delta^*(q) \frac{1}{r_q} d\sigma_q = 0,$$

$$\delta^*(p) - \frac{d}{dn_p} \left[\frac{A}{2\pi} \int_S \int \mu^*(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q \right] - \frac{A}{2\pi} \int_\sigma \int \delta^*(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} d\sigma_q = 0.$$

Составим сумму:

$$U^*(P) = \frac{1}{2\pi} \int_S \int \mu^*(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q + \frac{1}{2\pi} \int_\sigma \int \delta^*(q) \frac{1}{r_q} d\sigma_q.$$

Это будет решением нашей однородной краевой задачи. (Можно убедиться непосредственной проверкой.) Но однородная краевая задача имеет только тривиальное решение. Поэтому $U^*(P) = 0$ в D .

Следовательно, $U^*(p)_+ = 0$ на S .

На основании (2,2) будем иметь $\delta^*(p) = 0$.

Но нами доказано (см. лемму 3), что если $U^*(p)_+ = 0$, $\delta^*(p) = 0$, то $\mu(p) = C_j$ ($p \in S_j$, $j = 1, 2, \dots, m+n$), $\mu(p) = 0$ ($p \in S_0$), т. е. система (4,5) имеет $(m+n)$ линейно-независимых решений.

Согласно общей теории интегральных уравнений, неоднородное уравнение (4,3) разрешимо лишь в том случае, если правая его часть удовлетворяет известным интегральным условиям числом $m+n$.

Для решения задачи следует подобрать постоянные a_j так, чтобы удовлетворить этим условиям.

Однако составление упомянутых условий довольно сложно, по крайней мере практически: для этого требуется найти все линейно-независимые решения однородного уравнения, союзного с уравнением (4,5).

Кроме того, наличие ненулевых решений уравнения (4,5) значительно усложняет решение исходного уравнения (4,3), если даже постоянные a_j уже подобраны надлежащим образом.

Все эти трудности можно обойти при помощи весьма простого приема, который состоит в замене уравнения (4,3) эквивалентным ему уравнением, уже не содержащим неопределенных постоянных a_j , и обладающим тем свойством, что соответствующее однородное уравнение не имеет отличных от нуля решений. А именно: рассмотрим вместо уравнения (4,3) другое интегральное уравнение Фредгольма:

$$\left. \begin{aligned} \mu(p) + \frac{1}{2\pi} \int_S \int \mu(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q + \int_S \int \mu(q) k(p, q) dS_q + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_\sigma \int \delta(q) \frac{1}{r_q} d\sigma_q = f(p), \\ \delta(p) - \frac{d}{dn_p} \frac{A}{2\pi} \int_S \int \mu(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q - \\ - \frac{A}{2\pi} \int_\sigma \int \delta(q) \frac{1}{dn_p} \frac{d^{(1/r)}}{dn_p} d\sigma_q = \varphi^*(p), \end{aligned} \right\} \quad (4, 7)$$

где функция $k(p, q)$, которую мы будем называть дополнительным ядром, определена следующим образом:

$$k(p, q) = \rho_j(q),$$

когда p и q одновременно находятся на S_j ($j = 1, 2, \dots, m+n$) и $k(p, q) = 0$ во всех остальных случаях, причем $\rho_j(q)$ обозначает непрерывную функцию, заданную на S_j ($j = 1, 2, \dots, m+n$), удовлетворяющую условиям

$$\alpha_j = \int_S \int \rho_j dS \neq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m+n), \quad (4, 8)$$

а в остальном совершенно произвольные. Например, можно взять $\rho_j = 1$ ($j = 1, 2, \dots, m+n$).

Выражение $\int_S \int k(p, q) \mu(q) dS_q$, фигурирующее в левой части (4,7),

сохраняет постоянное значение на каждой поверхности S_j

$$\int_S \int k(p, q) \mu(q) dS_q = \sum_k^{0, m+n} \int_{S_k} \int \kappa(p, q) \mu(q) dS_q = \int_{S_j} \int \rho_j(q) \mu(q) dS_q = c_j \quad (\text{при } p \in S_j, \quad j = 0, 1, \dots, m+n), \quad (4, 9)$$

где c_j — постоянные

$$c_j = \int_{S_j} \int \rho_j \mu dS \quad (j = 1, 2, \dots, m+n), \quad c_0 = 0 \quad (4, 10)$$

(в случае бесконечной области, последнее равенство отпадает).

Теорема 3. Система неоднородных интегральных уравнений (4,7) всегда имеет (единственное) решение.

Доказательство. Возьмем соответствующее (4,7) однородное интегральное уравнение

$$\left. \begin{aligned} \mu(p) + \frac{1}{2\pi} \int_S \int \mu(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS + \int_S \int \mu(q) k(p, q) dS_q + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_\sigma \int \delta(q) \frac{1}{r_q} d\sigma_q = 0, \\ \delta(p) - \frac{d}{dn} \frac{A}{2\pi} \int_S \int \mu(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_q} dS_q - \frac{A}{2\pi} \int_\sigma \int \delta(q) \frac{d^{(1/r)}}{dn_p} d\sigma_q = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4, 11)$$

Докажем, что система (4,11) не имеет решений, отличных от нуля.

Действительно, пусть $\{\delta^*(q), \mu^*(q)\}$ есть решение этой системы. Составим функцию:

$$U^*(P) = \frac{1}{2\pi} \int_S \int \mu^*(q) \frac{d}{dn_q} (1/r) dS_q + \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} \int \rho^*(q) \frac{1}{r_q} dS_q.$$

На основании (2,3) получаем:

$$U^*(p)_+ = \mu^*(p) + \frac{1}{2\pi} \int_S \int \mu^*(q) \frac{d}{dn_q} (1/r) dS_q + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} \int \rho^*(q) \frac{1}{r_q} dS_q \quad p \in S.$$

Пусть

$$\int_S \int \mu^*(q) k(p, q) dS = \int_{S_j} \int \mu^*(q) \rho_j(q) dS = c_j^*, \quad (p \in S_j). \quad (4,10')$$

Прибавив в каждую сторону $U^*(p)_+$ число c_j^* , получим:

$$U^*(p)_+ + c_j^* = \mu^*(p) + \frac{1}{2\pi} \int_S \int \mu^*(q) \frac{d}{dn} (1/r) dS_q + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} \int \delta^*(q) \frac{1}{r_q} dS_q + \int_S \int \mu^*(q) k(p, q) dS_q = 0.$$

Значит: $U^*(p)_+ = -c_j^*$ $p \in S_j$ ($j=0, 1, \dots, m+n$), где c_j^* — постоянное, причем $c_0^* = 0$.

Также легко проверить, что $K_1 \frac{dU^*}{dn_p} \Big|_{\sigma^+} = K_2 \frac{dU^*}{dn_p} \Big|_{\sigma^-}$.

Но тогда на основании леммы 5 получим: $c_0^* = c_1^* = \dots = c_{m+n}^* = \text{const}$ и $U^* = \text{const}$ в $D + S$.

Так как $c_0^* = 0$, имеем $c_0^* = c_1^* = \dots = c_{m+n}^* = 0$.

На основании леммы 3

$$\mu^* = C_\kappa \text{ на } S_\kappa \quad (\kappa=1, 2, \dots, m+n), \\ C_0 = 0 \text{ и } \delta^* = 0 \text{ на } \sigma.$$

Подставляя в (4,11), получим:

$$C_j \int_{S_j} \int \rho_j dS = 0 \quad (j=1, 2, \dots, m+n).$$

Отсюда, в силу (4,8), $C_j = 0$, что и требовалось доказать.

Из сказанного следует, что неоднородное уравнение

$$\mu(p) + \int_{S+\sigma} \int \mu(q) k(p, q) dS_q + \int_S \int \mu(q) \kappa(p, q) dS_q = \tilde{f}(p)^* \quad (4,7)$$

всегда имеет (единственное) решение.

* $\tilde{f}(p) = f(p)$ при $p \in S$ и $\tilde{f}(p) = \varphi^*(p)$ при $p \in \sigma$.

Пусть $\bar{\mu}(p)$ есть решение уравнения (4,7), т. е.

$$\bar{\mu}(p) + \int_{S+\sigma} \int \bar{\mu}(q) k(p, q) dS_q + \int_S \int \bar{\mu}(q) \kappa(p, q) dS = \tilde{f}(p). \quad (4,7')$$

Но мы знаем, что

$$\int_S \int \bar{\mu}(q) \kappa(p, q) dS_q = \bar{c}_j \quad (p \in S_j, j=0, 1, \dots, m+n). \quad (4,9')$$

Тогда уравнение (4,7) примет вид:

$$\mu(p) + \int_{S+\sigma} \int \mu(q) k(p, q) dS_q = \tilde{f}(p) - \bar{c}_j \\ (p \in S_j, j=0, 1, 2, \dots, m+n). \quad (4,7'')$$

Отсюда видно, что решение $\bar{\mu}(p)$ уравнения (4,7) является и решением исходного интегрального уравнения (4,3), при этом постоянные a_j , фигурирующие в граничном условии (4,2), в силу (4,9) получают вполне определенные значения:

$$\bar{a}_j = -\bar{c}_j = - \int_{S_j} \int \rho_j \bar{\mu} dS \quad (j=0, 1, \dots, m+n). \quad (4,10'')$$

Тогда уравнение (4,7) будет иметь вид:

$$\bar{\mu}(p) + \int_{S+\sigma} \int \bar{\mu}(q) k(p, q) dS_q = \tilde{f}(p) + \bar{a}_j, \\ (j=0, 1, \dots, m+n). \quad (4,3')$$

Следовательно, $\bar{\mu}(q)$ является решением интегрального уравнения (4,3) при определенных выборах постоянных a (см. выражение 4,10'').

§ 5. Решение задачи (A)

Задачу (A) для области D мы формулируем так: найти функцию $U(P)$, гармоническую внутри D , непрерывную вплоть до границы S по граничному условию:

$$\left. \begin{aligned} U(p)_+ &= f(p) \text{ на } S, \\ K_1 \frac{dU}{dn_p} \Big|_+ &= K_2 \frac{dU}{dn_p} \Big|_- \text{ на } \sigma, \\ U|_+ &= U|_- \text{ на } \sigma. \end{aligned} \right\} \quad (A)$$

где $f(p)$ — заданная непрерывная функция точки p границы S ;

K_1, K_2 — положительные постоянные числа;

$\frac{dU}{dn} \Big|_+, \frac{dU}{dn} \Big|_-$ — внутренние и внешние нормальные производные на поверхности σ .

Теорема единственности. Эта задача не может иметь более одного решения. В самом деле, пусть имеем два различных решения

U_1 и U_2 ; тогда их разность $U=U_1-U_2$ будет решением той же задачи с граничными условиями:

$$\left. \begin{aligned} U(p)_+ &= 0 \text{ на } S, \\ K_1 \frac{dU}{dn_p} \Big|_+ &= K_2 \frac{dU}{dn_p} \Big|_- \text{ на } \sigma, \\ U|_+ &= U|_- \text{ на } \sigma. \end{aligned} \right\} (5,1)$$

Применяя формулу Остроградского—Грина на область D_1 и D_2 , на основании условия (5,1) имеем:

$$K_1 \iiint_{D_1} (\text{grad } U)^2 dv + K_2 \iiint_{D_2} (\text{grad } U)^2 dv = 0.$$

Отсюда получаем, что $U \equiv \text{const}$ в D , но так как $U|_s = 0$, имеем $U \equiv 0$ в D , что и требовалось доказать.

Эту теорему можно также доказать непосредственно, не пользуясь формулой Остроградского—Грина, следующим образом.

Случай 1. Функция принимает свои экстремальные значения на одной и той же поверхности S_p ($p < m$). Тогда, очевидно, что $U \equiv 0$ в D_1 , следовательно, и на σ . Так как $U=0$ на границе D_2 , то $U \equiv 0$ в D_2 , что и требовалось доказать.

Аналогично рассматривается случай, когда $p > m$.

Случай 2. На одной и той же поверхности S_κ ($\kappa=0, 1, \dots, m+n$), например на S_p ($p < m$), функция может иметь только минимум (или максимум). Тогда функция, в области D_1 , принимает на поверхности σ положительный максимум. Это и будет максимальное значение функции в области D_2 . На основании леммы Зарембы

$$\frac{dU}{dn_m} \Big|_+ < 0, \quad \frac{dU}{dn_m} \Big|_- > 0,$$

что противоречит условию (5,2)

$$K_1 \frac{dU}{dn_m} \Big|_+ = K_2 \frac{dU}{dn_m} \Big|_-$$

аналогично рассматривается случай, когда $p > m$.

Случай 3. Функция не принимает на поверхностях S_κ ($\kappa=0, 1, \dots, m+n$) экстремальных значений. Тогда оба экстремальных значения должны находиться на σ . Дальнейшее рассуждение аналогично случаю 3, § 3.

Теорема существования. Мы видели, что если искать решение U в виде

$$U = \frac{1}{2\pi} \int \int \delta(q) \frac{1}{r_q} dS_q + \frac{1}{2\pi} \int \int \mu(q) \frac{d(1/r)}{dn_q} dS_q, \quad (5,3)$$

тогда при $m+n > 0$ граничные условия, вообще говоря, будут невыполнимы. Попытаемся найти решение в виде

$$U(P) = V(P) + W(P) + \sum_j \frac{B_j}{r_j(P)}, \quad (5,4)$$

где

$$V(P) = \frac{1}{2\pi} \int \int \delta(q) \frac{1}{r_q} dS_q;$$

$$W(P) = \frac{1}{2\pi} \int \int \mu(q) \frac{d(1/r)}{dn_q} dS_q;$$

B_j —постоянные, подлежащие определению; $r_1(P), r_2(P), \dots, r_{m+n}(P)$ —расстояние точки $P(x, y, z)$ до точек P_1, P_2, \dots, P_{m+n} , произвольно зафиксированных соответственно внутри областей $D^{(1)}, D^{(2)}, \dots, D^{(m+n)}$ (и, следовательно, расположенных вне D).

На основании (A) для $U_1 = V + W$ получаем граничные уравнение

$$\left. \begin{aligned} U_1(p)_+ &= f(B, p) \quad p \in S_j, \\ K_1 \frac{dU_1}{dn_p} \Big|_+ - K_2 \frac{dU_1}{dn_p} \Big|_- &= \varphi(B, p) \quad p \in \sigma, \\ U_1|_+ &= U_2|_- \text{ на } \sigma, \end{aligned} \right\} (A_1)$$

где

$$(K_1 - K) \sum_j \frac{B_j}{r_j^2} \frac{dr_j}{dn_p} = \varphi(B, p);$$

$$f(p) = \sum_j \frac{B_j}{r_j(p)} = f(B, p).$$

Считая пока постоянные B_j зафиксированными произвольным образом, начнем с решения видоизмененной задачи (A₁) с граничным условием:

$$\left. \begin{aligned} U_1(p)_+ &= f(B, p) + a_j \text{ (на } S_j; j=0, 1, \dots, m+n), \quad a_0=0 \\ K_1 \frac{dU_1}{dn_p} \Big|_+ - K_2 \frac{dU_1}{dn_p} \Big|_- &= \varphi(B, p) \text{ на } \sigma, \\ U_1|_+ &= U_1|_- \text{ на } \sigma, \end{aligned} \right\} (A_1^*)$$

где a_j —неопределенные постоянные, кроме $a_0=0$.

Согласно § 4, такая задача всегда имеет единственное решение и постоянные a_j получают при этом вполне определенные значения.

Теорема 6. Постоянные a_j зависят от постоянных B_κ линейным образом, т. е.

$$a_j = \gamma_j + \sum_\kappa \gamma_{j\kappa} B_\kappa. \quad (5,4)$$

Доказательство. Для решения видоизмененной задачи (A₁) (т. е. задачи A₁^{*}) мы рассмотрели интегральное уравнение Фредгольма (4,7):

$$\mu(p) + \int \int \mu(q) [K_{11}(p, q) + k(p, q)] dS_q +$$

$$\begin{aligned}
 & + \iint_{\sigma} \rho(q) K_{12}(p, q) d\sigma_q = f(B, p), \quad p \in S. \\
 \rho(p) + \iint_S \mu(q) K_{21}(p, q) dS_q + \iint_{\sigma} \rho(q) K_{22}(p, q) d\sigma_q = \\
 & = \varphi(B, p), \quad p \in \sigma.
 \end{aligned}$$

Решение этого интегрального уравнения имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \mu(p) &= \iint_S f(B, q) \Gamma_{11}(p, q) dS_q + \iint_{\sigma} \varphi(B, q) \Gamma_{12}(p, q) d\sigma_q + \\
 & + f(B, p), \\
 \rho(p) &= \iint_S f(B, q) \Gamma_{21}(p, q) dS_q + \iint_{\sigma} \varphi(B, q) \Gamma_{22}(p, q) d\sigma_q + \\
 & + \varphi(B, p),
 \end{aligned}$$

где $\Gamma_{ij}(p, q)$ ($i, j = 1, 2$) — суть резольвенты.

Подставив полученное выражение для функции $\mu(p)$ в выражение a_j , получим:

$$\begin{aligned}
 a_j &= -c_j = - \iint_{S_j} \rho_j(q) \mu(q) dS_q^{(j)} = - \iint_{S_j} \rho_j(q) \left[\iint_S f(B, q_1) \Gamma_{11}(q, q_1) dS_{q_1} + \right. \\
 & + \left. \iint_{\sigma} \varphi(B, q_1) \Gamma_{12}(q, q_1) d\sigma_{q_1} + f(B, q) \right] dS_q^{(j)} = \\
 &= - \iint_{S_j} \rho_j(q) \iint_S \left(f(q_1) - \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k}{r_k(q_1)} \right) \Gamma_{11}(q, q_1) dS_{q_1} dS_q^{(j)} - \\
 & - \iint_{S_j} \rho_j(q) \left(f(q) - \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k}{r_k(q)} \right) dS_q^{(j)} - \\
 & - \iint_{S_j} \rho_j(q) \iint_{\sigma} \varphi(B, q_1) \Gamma_{12}(q, q_1) d\sigma_{q_1} dS_q^{(j)} = \\
 &= - \iint_{S_j} \rho_j(q) \iint_S f(q_1) \Gamma_{11}(q, q_1) dS_{q_1} dS_q^{(j)} - \iint_{S_j} \rho_j(q) f(q) dS_q^{(j)} - \\
 & - \iint_{S_j} \rho_j(q) \iint_{\sigma} (K_1 - K_2) \sum_j^{1, m+n} \frac{B_j}{r_j^2} \frac{dr_j}{dn_{q_1}} \Gamma_{12}(q, q_1) d\sigma_{q_1} dS_q^{(j)} + \\
 & + \iint_{S_j} \rho_j(q) \iint_S \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k}{r_k(q_1)} \Gamma_{11}(q, q_1) dS_{q_1} dS_q^{(j)} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \iint_{S_j} \rho_j(q) \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k}{r_k(q)} dS_q^{(j)} = \\
 &= - \iint_{S_j} \rho_j(q) \left[\iint_S f(q_1) \Gamma_{11}(q, q_1) dS_{q_1} + f(q) \right] dS_q^{(j)} + \\
 & + \sum_k^{1, m+n} B_k \left\{ \iint_{S_j} \rho_j(q) \left[\iint_S \frac{1}{r_k(q_1)} \Gamma_{11}(q, q_1) dS_{q_1} + \frac{1}{r_k(q)} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - (K_1 - K_2) \iint_{\sigma} \frac{1}{r_k^2} \frac{dr_k}{dn_{q_1}} \Gamma_{12}(q, q_1) d\sigma_{q_1} \right] dS_q^{(j)} \right\}
 \end{aligned}$$

Следовательно:

$$a_j = \gamma_j + \sum_k^{1, m+n} \gamma_{jk} B_k,$$

где

$$\begin{aligned}
 \gamma_j &= - \iint_{S_j} \rho_j(q) \left[\iint_S f(q_1) \Gamma_{11}(q, q_1) dS_{q_1} + f(q) \right] dS_q^{(j)}, \\
 \gamma_{jk} &= \iint_{S_j} \rho_j(q) \left[\iint_S \frac{1}{r_k(q_1)} \Gamma_{11}(q, q_1) dS_{q_1} + \frac{1}{r_k(q)} - \right. \\
 & \left. - (K_1 - K_2) \iint_{\sigma} \frac{1}{r_k^2} \frac{dr_k}{dn_{q_1}} \Gamma_{12}(q, q_1) d\sigma_{q_1} \right] dS_q^{(j)},
 \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Здесь γ_j — постоянные, зависящие от функции f и обращающиеся в нуль при $f \equiv 0$, и γ_{jk} — постоянные, не зависящие от f , а лишь от вида области D , от выбора дополнительного ядра $k(p, q)$ и от положения зафиксированных точек P_j .

Для того, чтобы удовлетворить условиям (А), остается так подобрать постоянные B_j , чтобы $a_1 = a_2 = \dots = a_{m+n} = 0$, т. е., чтобы

$$\gamma_j + \sum_k^{1, m+n} \gamma_{jk} B_k = 0 \quad (j=1, 2, \dots, m+n). \quad (5.5)$$

Эта система является линейной неоднородной системой относительно B_k ($k=1, 2, \dots, m+n$).

Теорема 7. Система (4,7) имеет единственное решение.

Доказательство. Легко показать, что определитель матрицы $\|\gamma_{jk}\|$ этой системы отличен от нуля. В самом деле, если $\det \|\gamma_{jk}\| = 0$,

то соответствующая однородная система $\sum_k^{1, m+n} \gamma_{jk} B_k = 0$ имела бы решение, отличное от нуля. Пусть $\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_{m+n}$ является этим решением, т. е. чтобы

$$\sum_k^{1, m+n} \gamma_{jk} \bar{B}_k = 0 \quad (j=1, 2, \dots, m+n).$$

Составим функцию:

$$\bar{U} = V + W + \sum_1^{1,m+n} \frac{\bar{B}_j}{r_j}$$

$(r_j = \rho(P, P_j), P \in D, P_j \in D_j).$

Эта функция является гармонической в области D . Покажем, что краевая задача с краевыми условиями

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}(p)_+ &= 0 \quad \text{на } S, \\ K_1 \frac{d\bar{U}}{dn_p} \Big|_{\sigma_+} - K_2 \frac{d\bar{U}}{dn_p} \Big|_{\sigma_-} &= 0, \\ \bar{U}|_{\sigma_+} &= \bar{U}|_{\sigma_-}, \end{aligned} \right\} \quad (B)$$

имеет решение. Краевое условие (B) можно писать в виде

$$\left. \begin{aligned} U_1(p)_+ &= - \sum_1^{1,m+n} \frac{\bar{B}_j}{r_j(p)} \quad p \in S, \\ K_1 \frac{dU_1}{dn_p} \Big|_{\sigma_+} - K_2 \frac{dU_1}{dn_p} \Big|_{\sigma_-} &= \varphi(\bar{B}, (p)), \\ U_1|_{\sigma_+} &= U_1|_{\sigma_-}. \end{aligned} \right\} \quad (B_1)$$

Видоизмененная краевая задача, соответствующая задачам (B₁) примет вид

$$\left. \begin{aligned} U(p)_+ &= - \sum_k^{1,m+n} \frac{\bar{B}_k}{r_k(p)} + b_j, \\ (p \in S_j; j=0,1,\dots,m+n), b_0 &= 0, \\ K_1 \frac{dU_1}{dn_p} \Big|_{\sigma_+} - K_2 \frac{dU_1}{dn_p} \Big|_{\sigma_-} &= \varphi(\bar{B}, p), \\ U_1|_{\sigma_+} &= U_1|_{\sigma_-}, \end{aligned} \right\} \quad (B_1^*)$$

где b_j — неопределенные постоянные, кроме $b_0=0$.

Согласно § 4, такая задача всегда имеет единственное решение, и постоянные b_j получают при этом вполне определенные значения.

Исходя из выражения

$$b_j = \sum_k^{1,m+n} \gamma_{jk} \bar{B}_k \quad (j=1,2,\dots,m+n)^* \quad b_0=0$$

и в силу того, что \bar{B}_k ($k=1,2,\dots,m+n$) является решением однородной системы, получаем $b_j=0$ ($j=0,1,\dots,m+n$).

Значит решение U_1 задачи (B₁^{*}) является также решением задачи (B₁). Тогда

$$\bar{U} = U_1 + \sum_1^{1,m+n} \frac{\bar{B}_j}{r_j}$$

будет решением задачи (B).

* Так как $f(p) \equiv 0$, $\gamma_j = 0$.

Так как задача (B) однородная, то имеет только тривиальное решение, т. е. $\bar{U} \equiv 0$ в D , откуда легко вывести, что все B_j равны нулю.

В самом деле, пусть S' — замкнутая поверхность, охватывающая S_j ($j > 0$) и не охватывающая других частей границы S и σ (рис. 4).

Так как $\bar{U} \equiv 0$ в D и S' целиком находится в D ,

$$\frac{d\bar{U}}{dn} \Big|_{S'_+} = \frac{d\bar{U}}{dn} \Big|_{S'_-} = \frac{d\bar{U}}{dn} \Big|_S = 0.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} 0 &= \int_{S'} \int \frac{d\bar{U}}{dn} dS = \int_{S'} \int \frac{d}{dn} \left[V + W + \sum_k^{1,m+n} \frac{\bar{B}_k}{r_k} \right] dS = \\ &= \int_{S'} \int \frac{dV}{dn} dS' + \int_{S'} \int \frac{dW}{dn} dS + \int_{S'} \int \sum_k^{1,m+n} \bar{B}_k \frac{d(1/r_k)}{dn} dS. \end{aligned}$$

Так как функция V гармоническая внутри поверхности S' , первый интеграл правой части равен нулю.

Также доказано нами (см. лемму 2), что второй интеграл правой части тоже равен нулю. Следовательно,

$$\sum_k^{1,m+n} \bar{B}_k \int_{S'} \int \frac{d\left(\frac{1}{r_k(P,P_k)}\right)}{dn} dS = 0.$$

По нашему предположению, S' охватывает только поверхность S_j ($j > 0$) и не охватывает другие части поверхности S и σ ; поэтому очевидно что

$$0 = \sum_k^{1,m+n} \bar{B}_k \int_{S'} \int \frac{d\left(\frac{1}{r_k(P,P_k)}\right)}{dn} dS = 4\pi \bar{B}_j.$$

Следовательно,

$$\bar{B}_j = 0 \quad (j=0,1,\dots,m+n),$$

а это противоречит предположению. Следовательно,

$$\det \|\gamma_{jk}\| \neq 0,$$

т. е. система неоднородных уравнений

$$\gamma_j + \sum_k^{1,m+n} \gamma_{jk} B_k = 0 \quad (j=1,2,\dots,m+n)$$

всегда имеет (единственное) решение.

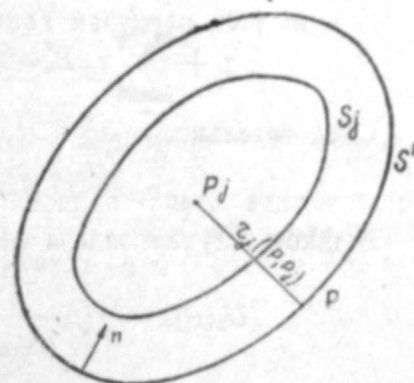


Рис. 4

Пусть $B_1^*, B_2^*, \dots, B_{m+n}^*$ является этим решением, т. е.

$$\gamma_j + \sum_k^{1, m+n} \gamma_{jk} B_k^* = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m+n).$$

Следовательно,

$$a_j^* = 0 \quad (j = 0, 1, 2, \dots, m+n).$$

В таком случае задача (A_1^*) примет вид

$$\left. \begin{aligned} U_1(P)_+ &= f(p) - \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k^*}{r_k(p)} = f(B^*, p) \text{ на } S, \\ K_1 \frac{dU_1}{dn} \Big|_+ - K_2 \frac{dU_1}{dn} \Big|_- &= \varphi^*(B^*, p) \text{ на } \sigma, \\ U_1|_+ &= U_1|_- \text{ на } \sigma, \end{aligned} \right\} (A_1^* \equiv A_1)$$

которая полностью совпадает с задачей (A_1) . Если в задаче (A_1) подставить вместо $U_1(p)_+$, $f(B^*, p)$ и $\varphi(B^*, p)$ свои значения:

$$U_1(p)_+ = V + W,$$

$$f(B^*, p) = f(p) - \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k^*}{r_k(p)},$$

$$\varphi(B^*, p) = (K_1 - K_2) \sum_j^{1, m+n} \frac{B_j}{r_j^2} \frac{dr_j}{dn_p},$$

получим

$$V + W + \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k^*}{r_k(p)} = f(p),$$

$$K_1 \frac{d}{dn_p} \left[V + W + \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k^*}{r_k(p)} \right] - K_2 \left[V + W + \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k^*}{r_k(p)} \right] = 0.$$

Следовательно, функция

$$U^* = V + W + \sum_k^{1, m+n} \frac{B_k^*}{r_k(p)}$$

является решением задачи (A) .

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. И. Мусхелишвили—О решении основных граничных задач теории ньютонова потенциала. Журн. «Прикладная математика и механика», т. IV, вып. 4, 1940.
2. А. И. Гусейнов—Об одной задаче теории потенциала. Журн. «Прикладная математика и механика», т. XII, вып. 1, 1948.
3. В. И. Смирнов—Курс высшей математики, т. IV, 1951.

Нютон потенциалынын бир сэрһэд мәсәләси һаггында

ХУЛАСӘ

Туталым ки, D_1 вә D_2 үчөлчүлү фәзада верилмиш чох рабитәли наһийәләрдир. Белә ки, D_1 бири-бирини кәсмәйән $S_0, S_{10}, \dots, S_m, \sigma; D_2 - \sigma, S_{m+1}, \dots, S_{m+n}$ Ляпунов сәтһләрилә әһатә әдилмишдир. $S_1, S_2, \dots, S_m, \sigma$ сәтһләри $S_0; S_{m+1}, \dots, S_{m+n}$ исә σ илә әһатә әдилмишдир. D_1, D_2 наһийәләриндә һармоник, $D_1 + D_2 + \sigma + \Sigma S_k$ гапалы наһийәсиндә кәсилмәз вә

$$\begin{aligned} U(P)_+ &= f(P) \quad (P \in S), \\ K_1 \frac{dU}{dn_p} \Big|_+ &= K_2 \frac{dU}{dn_p} \Big|_- \quad (P \in \sigma), \end{aligned}$$

сэрһэд шәртләрини өдәмәк U функциясынын тапылмасы тәләб әдилер.

Бурада $f(p) - S$ сэрһәди үзәриндә верилмиш мә'лум функция; K_1 вә K_2 —верилмиш сабит әдәлләр; $\frac{dU}{dn_p} \Big|_+$ вә $\frac{dU}{dn_p} \Big|_-$ уйғун олараг дахили вә харичи нормал төрәмәләрдир.

Мәгаләдә исбат әдилмишдир ки, мәсәләнин

$$U(P) = V(P) + W(P) + \sum_j^{1, m+n} \frac{B_j}{r_j(P)}$$

шәклиндә еканә һәлли вар.

Бурада

$$V(P) = \frac{1}{2\pi} \iint \delta(q) \frac{1}{r_q} dS_q,$$

$$W(P) = \frac{1}{2\pi} \iint \mu(q) \frac{d(1/r)}{dn_q} dS_q$$

B_j —мүәййән сабитләр; $r_1(P), r_2(P), \dots, r_{m+n}(P) - P(x, y, z)$ нөгтәсинә $S_{10}, S_2, \dots, S_{m+n}$ сәтһләри дахилиндә ихтияри олараг кәтүрүлмүш (вә һәм дә фиксе әдилмиш) P_1, \dots, P_{m+n} нөгтәләри арасындакы мәсафәләрдир.

К. Т. АХМЕДОВ

МЕТОД ВЫРОЖДЕННЫХ ЯДЕР ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА
 УРАВНЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ L_2

В настоящей работе рассматривается нелинейное интегральное уравнение

$$u(x) + \int_0^1 \sum_{j=0}^m \lambda^j K_j(x, y) f_j(y, u(y)) dy = 0, \quad (1)$$

где ядра $K_j(x, y)$ предполагаются симметрическими функциями, фундаментальные функции которых линейно независимы*).

Для доказательства основной теоремы, доказываются леммы, имеющие также самостоятельное значение.

Лемма 1. Если $\varphi_{ji}(x)$ и $\psi_{ji}(x)$ ($j=0, 1, \dots, m; i=1, 2, \dots, n$) $x \in [0, 1]$ суть ортонормированные системы функций с интегрируемыми квадратами, а λ_{ji} —какие-нибудь последовательности неубывающих положительных чисел, функции $f_j(s, u)$ суммируемы с квадратом для $s \in [0, 1]$ при $|u| < L$, за исключением множества значений u меры нуль, и удовлетворяющие условию Липшица по u :

$|f_j(s, u_2) - f_j(s, u_1)| < M_j |u_2 - u_1|$ почти всюду,**) то, нелинейная система уравнений

$$B_{ji} + \frac{1}{\lambda_{ji}} \int_0^1 f_j \left(s, \sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke} \varphi_{ke}(s) \right) \psi_{ji}(s) ds = 0$$

имеет единственное решение, если параметр λ удовлетворяет условию

$$\sum_{j=0}^m M_j \frac{|\lambda|^j}{\lambda_{ji}} < 1.$$

Лемма 2. Пусть функция $f(s, u)$, $s \in [0, 1]$, $|u| < L$ почти всюду конечна и удовлетворяет условию Липшица по u :

$|f(s, u_2) - f(s, u_1)| < M |u_2 - u_1|$ почти всюду, то она удовлетворяет неравенству

*) Интеграл всюду понимаем в смысле Лебега.

**) Очевидно, $f(s, u(s))$ где $u(s) \in L_2$, будет из L_2 .

$f^2(s, u) < (M^2 + \varepsilon)u^2 + S(\varepsilon)$ почти всюду, где $\varepsilon, M, S(\varepsilon)$ — постоянные числа и $\max_{0 < s < 1} |f(s, 0)| = R$ предполагается конечной.

Лемма 3. Если числа $B_{ji}^{(n)}$ ($j=0, 1, \dots, m$); ($i=1, 2, \dots, n$), $n=1, 2, \dots$ последовательности решений уравнения вида (1), то суммы $\sum (\lambda_{ji} B_{ji}^{(n)})^2$ ограничены числом, не зависящим от n^* .

В доказательстве основной теоремы, которая будет сформулирована ниже, используем следующую лемму Вайнберга:**)

Лемма. Если $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, x \in [0, 1]$ есть ортонормированная система функций в L_2 , а $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ — какая-нибудь расходящаяся последовательность неубывающих положительных чисел, то множество функций

$$\omega^{(m)}(x) = \sum_{k=1}^m \frac{\xi_k^{(m)}}{\sqrt{\lambda_k}} \varphi_k(x), \quad \text{где } m=1, 2, \text{ и } \|\xi^{(m)}\| = \sum_{k=1}^m \xi_k^{(m)^2} < C^2$$

(C — выбрано произвольно) компактно в L_2 .

Пользуясь вышеприведенными леммами, доказывается следующая:

Теорема 1. Уравнение (1) имеет единственное решение с интегрируемым квадратом, если функции $f_j(s, z)$ и $K_j(x, y)$ удовлетворяют следующим условиям:

1°. $K_j(x, y)$ — симметричные, положительно определенные ядра, притом

$$0 < \int_0^1 \int_0^1 K_j^2(x, y) dx dy < +\infty, \quad (j=0, 1, \dots, m).$$

2°. $f_j(y, z)$ — суммируемы с квадратом при $u \in [0, 1]$ для любого фиксированного $|z| < L$, за исключением множества значений меры нуль (L — определенное число).

3°. Функции $f_j(y, z)$ удовлетворяют условию Липшица, по z почти всюду: $|f_j(y, z_2) - f_j(y, z_1)| < M_j |z_2 - z_1|$, где $M_j < \lambda_{ji}$, λ_{ji} — наименьшие характеристические числа ядер $K_j(x, y)$.

4°. λ — действительный параметр и удовлетворяет условию:

$$\sum M_j \frac{|\lambda|}{\lambda_{ji}} < 1.$$

Доказательство. Легко доказать, что если $U(x) \in L_2$ и $|u(x)| < L$ почти всюду, то функция $f(y, u(y))$ интегрируема с квадратом. При этом оператор

$$A(u) = \sum_{j=0}^m \lambda^j A_j(u) \text{ преобразует пространство } L_2 \text{ в самого себя, где}$$

$$A_j(u) = \int_0^1 K_j(x, y) f_j(y, u(y)) dy.$$

*) Доказательство приведенных лемм можно найти в моей диссертационной работе, представленной на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук: „Исследование некоторых нелинейных интегральных уравнений“, 1950.

***) М. М. Вайнберг, Существование собственных функций у одной системы нелинейных интегральных уравнений. ДАН СССР, т. LXI, № 6, 1948.

Докажем сначала, что $A_j(u)$ преобразует пространство L_2 в самого себя.

Пусть оператор $A_j(u)$ преобразует $(u(y)) \in L_2$ в $\psi_j(x)$.

$$|\psi_j(x)| < \int_0^1 |K_j(x, y)| |f_j(y, u(y))| dy <$$

$$< \left\{ \int_0^1 K_j^2(x, y) dy \right\}^{1/2} \cdot \left\{ \int_0^1 f_j^2(y, u(y)) dy \right\}^{1/2},$$

$$\int_0^1 \psi_j^2(x) dx < \int_0^1 f_j^2(y, u(y)) dy \cdot \int_0^1 \int_0^1 K_j^2(x, y) dx dy.$$

Отсюда вытекает, что $\psi_j(x) \in L_2$, т. е. $\psi(x) = \sum_{j=0}^m \lambda^j \psi_j(x)$, также

является элементом пространства L_2 .

Для доказательства теоремы рассмотрим сначала уравнение с вырожденным ядром

$$u(x) + \int_0^1 \sum_{j=1}^m \lambda^j K_j^{(n)}(x, y) f_j(y, u(y)) dy = 0, \quad (3)$$

где

$$K_j^{(n)}(x, y) = \sum_{i=1}^n \frac{\varphi_{ji}(x) \varphi_{ji}(y)}{\lambda_{ji}}.$$

Очевидно, решение уравнения (3) должно иметь вид:

$$u_n(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m \lambda^j B_{ji} \varphi_{ji}(x), \quad (4)$$

где B_{ji} определяются из следующих равенств:

$$B_{ji} = -\frac{1}{\lambda_{ji}} \int_0^1 f_j(y, u(y)) \varphi_{ji}(y) dy;$$

$$j = 0, 1, \dots, m; \quad i = 2, \dots, n.$$

Для определения постоянных B_{ji} получим систему нелинейных уравнений вида (2), где $\varphi_{j1}(x)$ и $\psi_{ji}(x)$ совпадают.

На основании леммы 1, система (2) имеет единственное решение

$$B_{ji}^{(n)} \quad (j=0, 1, \dots, m; \quad i=1, 2, \dots, n).$$

Тогда функция $u_n(x)$, определенная из равенства (4), будет решением нелинейного интегрального уравнения (3). Перейдем, далее, от

уравнения (3) к уравнению (1), где $K_j(x, y) = \sum_{i=1}^n \frac{\varphi_{ji}(x) \varphi_{ji}(y)}{\lambda_{ji}}$ в

среднем, которое имеет место для всех $x, y \in [0, 1]$, за исключением множества меры нуль. Мы доказали, что для каждого значения натурального n можем построить функцию $u_n(x)$, которая есть решение уравнения (3).

Таким образом, имеем последовательность функций $\{u_n(x)\}$. Рассмотрим последовательность функций:

$$R_n(x) = u_n(x) + \int_0^1 \sum_{j=0}^m \lambda^j K_j(x, y) f_j(y, u_n(y)) dy = \\ = \sum_{j=0}^m \lambda^j \sum_{l=n+1}^{\infty} \frac{\varphi_{jl}(x)}{\lambda_{jl}} \int_0^1 f_j(y, \sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke}^{(n)} \varphi_{ke}(y)) \varphi_{jl}(y) dy$$

или, применяя неравенство Буняковского,

$$|R_n(x)| \leq \sum_{j=0}^m |\lambda^j| \left[\sum_{l=n+1}^{\infty} \left(\frac{\varphi_{jl}(x)}{\lambda_{jl}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \\ \cdot \left[\sum_{l=n+1}^{\infty} \left(\int_0^1 f_j^2(y, \sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke} \varphi_{ke}(y)) \varphi_{jl}(y) dy \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Согласно неравенству Бесселя

$$R_n(x) \leq \sum_{j=0}^m |\lambda^j| \left[\sum_{l=n+1}^{\infty} \left(\frac{\varphi_{jl}(x)}{\lambda_{jl}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[\int_0^1 f_j^2(y, \sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke} \varphi_{ke}(y)) dy \right]^{\frac{1}{2}} \\ \int_0^1 R_n^2(x) dx \leq \int_0^1 \left[\sum_{j=0}^m |\lambda^j| \left[\sum_{l=n+1}^{\infty} \left(\frac{\varphi_{jl}(x)}{\lambda_{jl}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[\int_0^1 f_j^2(y, \sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke} \varphi_{ke}(y)) dy \right]^{\frac{1}{2}} \right]^2 dx$$

Применяя неравенство Минковского, имеем

$$\int_0^1 R_n^2(x) dx \leq \sum_{j=0}^m |\lambda^j| \left[\int_0^1 \sum_{l=n+1}^{\infty} \left(\frac{\varphi_{jl}(x)}{\lambda_{jl}} \right)^2 dx \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \\ \cdot \left[\int_0^1 f_j^2(y, \sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke} \varphi_{ke}(y)) dy \right]^{\frac{1}{2}} \leq \\ \leq \sum_{j=0}^m |\lambda^j| \left[\int_0^1 f_j^2(y, \sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke}^{(n)} \varphi_{ke}(y)) dy \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \\ \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_{j, n+1}}} \left[\int_0^1 \left[\sum_{l=n+1}^{\infty} \left(\frac{\varphi_{jl}(x)}{\lambda_{jl}} \right)^2 \right] dx \right]^{\frac{1}{2}}$$

Так как

$$\sum_{l=1}^n \frac{\varphi_{jl}(x) \varphi_{jl}(y)}{\lambda_{jl}} \Rightarrow K_j(x, y) \text{ при } n \rightarrow \infty,$$

то

$$\int_0^1 \left[\sum_{l=n+1}^{\infty} \left(\frac{\varphi_{jl}(x)}{\lambda_{jl}} \right)^2 \right] dx \rightarrow 0.$$

Следовательно, для того чтобы $R_n(x) \rightarrow 0$, достаточно ограниченность последовательностей

$$a_{jn} = \int_0^1 f_j^2(y, \sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke}^{(n)} \varphi_{ke}(y)) dy \quad (j = 0, 1, 2, \dots, m)$$

числом, не зависящим от n .

Докажем, что эти последовательности ограничены. Для этого вспомним лемму 2. Тогда

$$a_{jn} < \int_0^1 \left\{ (M_j^2 + \varepsilon_j) \left[\sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke}^{(n)} \varphi_{ke}(y) \right]^2 + S_j(\varepsilon_j) \right\} dy = \\ = (M_j^2 + \varepsilon_j) \int_0^1 \left[\sum_{k=0}^m \sum_{e=1}^n \lambda^k B_{ke}^{(n)} \varphi_{ke}(y) \right]^2 dy + S_j(\varepsilon_j) \leq \\ \leq (M_j^2 + \varepsilon_j) \left[\sum_{k=0}^m |\lambda^k| \sqrt{\sum_{e=1}^n B_{ke}^{(n)^2}} \right]^2 + S_j(\varepsilon_j).$$

Применяя неравенство, полученное в лемме 3, имеем:

$$\sum_{k=0}^m |\lambda^k| \sqrt{\sum_{e=1}^n B_{ke}^{(n)^2}} \leq \frac{\sum_{k=0}^m \sqrt{S_k(\varepsilon)} \frac{|\lambda^k|}{\lambda_{k_1}}}{1 - \sum_{k=0}^m \sqrt{M_k^2 + \varepsilon_k} \frac{|\lambda^k|}{\lambda_{k_1}}}$$

Таким образом, имеем:

$$a_{jn} \leq (M_j^2 + \varepsilon_j^2) \left[\frac{\sum_{k=0}^m \sqrt{S_k(\varepsilon)} \frac{|\lambda^k|}{\lambda_{k_1}}}{1 - \sum_{k=0}^m \sqrt{M_k^2 + \varepsilon_k} \frac{|\lambda^k|}{\lambda_{k_1}}} \right]^2 + S_j(\varepsilon) \\ j = 0, 1, 2, \dots, m$$

Из последних неравенств вытекает, что a_{jn} — ограничены числом, не зависящим от n .

Следовательно,

$$\int_0^1 R_n^2(x) dx \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

Число L определяется в виде:

$$L = \sqrt{(M^2 + \varepsilon) \left[\frac{\sum_{j=0}^m \sqrt{S_j(\varepsilon)} \frac{|\lambda_j|}{\lambda_{j1}}}{-1 \sum_{j=0}^m \sqrt{M_j^2 + \varepsilon_j} \frac{|\lambda_j|}{\lambda_{j1}}} \right] + S(\varepsilon) \cdot Q \sum_{j=0}^m |\lambda_j|^j},$$

где

$$M = \sup \{M_j\}, \quad \varepsilon = \sup \{\varepsilon_j\}; \quad S(\varepsilon) = S(\varepsilon_j)$$

$$Q_j \geq \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\varphi_{ji}(x)}{\lambda_{ji}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} Q = \sup \{Q_j\}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, m.$$

Теперь докажем компактность совокупности функций

$$u_n(x) = \sum_{j=0}^m \sum_{i=1}^n \lambda^j B_{ji}^{(n)} \varphi_{ji}(x) \text{ в пространстве } L_2.$$

Для этого сначала убедимся, что $U_n(x) \in L_2$ для всякого натурального n .

Действительно,

$$\begin{aligned} \int_0^1 u_n^2(x) dx &= \int_0^1 \left(\sum_{j=0}^m \lambda^j \sum_{i=1}^n B_{ji} \varphi_{ji}(x) \right)^2 dx < \\ &< \sum_{j=0}^m \lambda^j \sqrt{\int_0^1 \left(\sum_{i=1}^n B_{ji} \varphi_{ji} \right)^2 dx} = \sum_{j=0}^m \lambda^j \left(\sum_{i=1}^n B_{ji}^2 \right)^{\frac{1}{2}} < P, \end{aligned}$$

где P постоянное число, не зависящее от n , т. е. $u_n(x) \in L_2$ для любого n .

Числа $B_{ji}^{(n)}$ определяются следующими равенствами:

$$B_{ji}^{(n)} = - \frac{1}{\lambda_{ji}} \int_0^1 f_j \left(y, \sum_{k=0}^m \sum_{\varepsilon=1}^n \lambda^k B_{k\varepsilon}^{(n)} \varphi_{k\varepsilon}(y) \right) \varphi_{ji}(y) dy,$$

откуда, при каждом j

$$B_{ji}^{(n)} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{ji}}} \int \left(-f_j(y) \sum_{k=0}^m \sum_{\varepsilon=1}^n \lambda^k B_{k\varepsilon}^{(n)} \varphi_{k\varepsilon}(y) \right) \frac{\varphi_{ji}(y)}{\sqrt{\lambda_{ji}}} dy,$$

или

$$B_{ji}^{(n)} = \frac{\xi_{ji}^{(n)}}{\sqrt{\lambda_{ji}}}, \quad \text{где } -\xi_{ji}^{(n)} = \int f_j \left(y, \sum_{k=0}^m \sum_{\varepsilon=1}^n \lambda^k B_{k\varepsilon}^{(n)} \varphi_{k\varepsilon}(y) \right) \frac{\varphi_{ji}(y)}{\sqrt{\lambda_{ji}}} dy$$

$$\text{и } \sum_{i=1}^n \xi_{ji}^{(n)2} < q_i^2 \quad (q_i \text{ — постоянное число, не зависящее от } n).$$

Таким образом, на основании леммы Вайнберга, при каждом фиксированном j , $\sum_{i=1}^n \frac{\xi_{ji}^{(n)}}{\sqrt{\lambda_{ji}}} \varphi_{ji}(x)$ компактна в пространстве L_2 . Так как

сумма конечного числа компактных множеств есть компактное, то $\{u_n(x)\}$ компактно в пространстве L_2 . Тогда, ввиду полноты пространства L_2 , существует последовательность $\{u_n(x)\}$, сходящаяся в среднем к функции $u(x)$ с интегрируемым квадратом.

Рассмотрим, далее последовательность функций

$$h_n(x) = \int_0^1 \sum_{j=0}^m \lambda^j K_j(x, y) f_j(y, u_n(y)) dy.$$

Легко доказать, что последовательность $h_n(x)$ также компактна в L_2 .

Так как

$$\int_0^1 \omega_{jn}^2(x) dx < \int_0^1 \int_0^1 K_j^2(x, y) dx dy \cdot \int_0^1 f^2(y, u_n(y)) dy,$$

то

$$\omega_{jn}(x) \in L_2 \text{ при всех } j = 0, 1, 2, \dots, m.$$

Таким образом $h_n(x) \in L_2$.

С другой стороны,

$$h_{n_l}(x) - h_{n_k}(x) = \sum_{j=0}^m \lambda^j \int_0^1 K_j(x, y) [f_j(y, u_{n_l}(y)) - f_j(y, u_{n_k}(y))] dy$$

или

$$|h_{n_l}(x) - h_{n_k}(x)| < \sum_{j=0}^m |\lambda^j M_j| \left\{ \int_0^1 K_j^2(x, y) dy \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot \left\{ \int_0^1 |u_{n_l}(y) - u_{n_k}(y)|^2 dy \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Используя компактность семейства $\{u_n(x)\}$, легко заметить, что

$$\int_0^1 (h_{n_l}(x) - h_{n_k}(x))^2 dx \rightarrow 0.$$

Так как пространство L_2 полное из последнего вытекает сходимость в среднем последовательности $\{h_{n_l}(x)\}$.

Таким образом, предельная функция $u(x)$ последовательности $\{u_{n_l}(x)\}$ является решением нелинейного интегрального уравнения (1).

Далее, доказывается единственность решения. Для этого предполагаем существование двух решений $u(x)$ и $v(x)$. Обозначая разность $u(x) - v(x) = w(x)$, мы приходим к нелинейному интегральному уравнению

$$w(x) + \int_0^1 \sum_{j=0}^m \lambda^j K_j(x, y) F_j(y, w(y)) dy = 0,$$

где

$$F_j(y, w(y)) = f_j(y, w + v(y)) - f_j(y, w(y)).$$

Далее доказывается, что последнее уравнение имеет только нулевое решение $w(x)=0$.

Примечание. Метод вырожденных ядер можно применить к доказательству существования решения системы нелинейных интегральных уравнений вида:

$$u_n(x) + \int_0^1 \sum_{j=0}^m \lambda^j K_j(x, y) f_j(y, u_1(y), \dots, u_n(y)) dy = 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Назаров—Нелинейные интегральные уравнения. Труды Среднеаз. Гос. ун-та, т. V, мат. вып. 33, 1941.
2. К. Т. Ахмедов—Исследование некоторых нелинейных интегральных уравнений (диссертация). 1950.
3. К. Т. Ахмедов—Об одном нелинейном интегральном уравнении. Докл. АН Азерб. ССР, т. VII, № 8, 1951.
4. М. М. Вайнберг—Существование собственных функций у одного класса нелинейных интегральных уравнений. ДАН СССР, 46 (1945), 51—54.

Г. Т. Әһмәдов

Бир синиф тәнликләр үчүн L_2 фəзасында нөвлəрин парчаланмасы үсулунун тəтбиги

ХҮЛАСƏ

Тəгдим əгдиймиз мəгалəдə (1) гeyри-хəтти интеграл тəнлийи L_2 фəзасында арашдырылып. Нүвəлəрин парчаланмасы үсулуну тəтбиг əдэрək $K_j(x, y)$ ($j = 0, 1, 2, \dots, m$), $f(y, z)$ функциялары вə λ параметри үзəринə мүййən шəртлэр гоймагла, (1) тəнлийинин L_2 фəзасында һəл-лийин варлыгы вə екəнəлийи исбат əдилир.

Бундан башга, ишин əввəлиндə мүстəгил əһəмийətə малик олан леммалар да исбат əдилмишдир.

Б. А. РОЗЕНФЕЛД

МƏҺƏММƏД НƏСИРƏДДИНИН РИЯЗИ ƏСƏРЛƏРИ ҺАГГЫНДА¹

1951-чи илдə XIII əсрий кəркəмли Азəрбайчан алим Мəһəммəd Нəсирəддин Тусинин анан олмасынын 750 илийи тамам олду.

Биз бурада онун тəрчүмeyи-һалындан гысача мə'лумат верэрək, ики мүйүм риязи əсəринин—„Эвклидин шəрни“ („Тəһрири Əглидис“) вə „Там дөрдтəрəfli һаггында трактат“ („Шəклүл-гита“) əсəрлəринин характеристикасы үзəриндə даяначагыг. Бу əсəрлəрдən икинчисинин рус дилинə тəрчүмəsi бу яхыларда Азəрбайчан ССР Əлмлэр Академиясынын Нəшрийаты тəрəфиндən Г. Д. Мəммədбəйли вə мəгалə мүй-əллифинин редaktəsi илə чап əдилмишдир.

1. Мəһəммəd Нəсирəддинин тəрчүмeyи-һалы²

Азəрбайчан алим Мəһəммəd Нəсирəддинə аид илк тəдгигат ишлəри Г. Ч. Мəммədбəйли тəрəфиндən башланмышдыр.

IX—XIII əсрлəрдə Яхын Шəрг, о чүмлэдən дə Əзбəkстан, Тачикстан вə Азəрбайчан габагчыл əлм мəркəзи һесап əдилирди. Бу өлкəлəрин кəркəмли алимлəриндən өзбək риязийятчысы, чəбр əлминин баниси, Гəрбдə латынча Algorithmys ады илə мəшһур олан Мəһəммəd ибн Муса Харəзми (IX əср), өзбək философу, астроному вə риязийятчысы Əбу Рейһан Бируни (973—1048), тачик һəкими, Гəрбдə Avicenna адландырылан философу Əбу Əли ибн Сина (980—1037), тачик философу, риязийятчысы вə шаири Əмэр Хəйям (1040—1123), Азəрбайчан шəһəрлəриндən Тəбриздə анан олмуш вə гəрбдə „Anaritus“ (Тəбризи сөзүнүн тəһриф əдилмиш шəклидир. Бу тəһриф дə تبریزی—Тəбризи кəлмəсинин نيريزي—Нейризи кими охунмасындан ирəли кəлмишдир) ады илə мəшһур Тəбризи (X əср) вə бир чох башгаларынын риязийят, астрономия, тəбəбət əлмлəri вə дикэр əлмлэр саһəsиндə чох бөйүк хидмэтлəri олмушдур.³

Тарихдə хачə Нəсирəддин Туси ады илə мəшһур олан Əбу Чəфəр

¹ Бах: „Историко-математические исследования“, выпуск IV. М.—Л. 1951.

² Һабелə бах: Г. Д. Мамедбейли—Из истории Марагинской обсерватории. Труды Всесоюзного совещания по истории естествознания. ССРИ Əлмлэр Академиясынын Нəшрийаты, 1948, сəһ. 150—160; Г. Д. Мəммədбəйли—Кəркəмли Азəрбайчан алим. „Азəрбайчан ССР Əлмлэр Академиясынын Хəбəрлəri“, 1951, сəһ. 9—17.

³ Бах: Poggendorff — Biographisch-literarisch Handwörterbuch, чилд III, Лейпциг, 1898, сəһ. 24.

Нәсирәддин Мәһәммәд ибн Мәһәммәд ибн Гәсән 1201-чи илдә анадан олмушдур. Рәшидәддин¹ яздығына көрә, Нәсирәддин Тусинин айләси мәншә э'тибарилә Гәмәдан шәһәриндәндир.

Хорасан вилайәтиндә (Шәрги Иран) олан Тус шәһәри о заманлар тачик мәдәнийәти мәркәзләриндән бири иди. Бу шәһәрдә бөйүк тачик шайри Фирдовси, һабелә тачик философу вә һәкими Ибн Синанын шакирдләри олан бир сыра алимләр яшайырды. Нәсирәддин өз тәһсилени һәммин алимләрән биринин—Кәмаләддин Муса ибн Юнисин рәһбәрлийи алтында алмышдыр.

Мәһәммәд Нәсирәддинә, тачик алыми Өмәр Хәйямын „Эвклидин чәтин постулатларына комментариялар“² адлы һәндәси әсәри бөйүк тә'сир кәстәрмишдир. Бу әсәрдә паралел хәтләр нәзәрийәси вә нисбәтләр нәзәрийәсиндән бәһс эдилирди. Өмәр Хәйямын чыхардығы нәтичәләр Мәһәммәд Нәсирәддинин бу мәсәләләрә даир ашағыда гейд эдилән тәдгигаты үчүн бир әсас олду.

Нәсирәддин бир нечә элми әсәр яздыгдан сонра Багдада кедиб, онлары хәлифә Мүстәсимә тәгдим эдир. Лакин о, һәммин әсәрләрдән һеч бирини бәйәнмир.

XIII әсрин 50-чи илләриндә Нәсирәддин Исмаилләрдән Гохустан һәкими Нәсирәддинин сарайында яшайырды. О, „Әхлаги-Насир“ адлы фәлсәфи әсәрини бунун адына язмышдыр.

Чинкиз ханын нәвәси һулаку хан 1256-чы илдә Гохустаны ишғал этдикдән сонра Нәсирәддини өз сарайына чәлб эдир.

Нәсирәддин һулаку ханын Багдад үзәринә олан йүрүшүндә ишти-тирак әтмишдир. һулаку хан Мараға шәһәрини өзүнә пайтахт этдикдән сонра Нәсирәддинин тә'кид вә тәшәббүсү илә 1258—1259-чу илләрдә бурада рәсәдхана тикдирир вә Нәсирәддин онун элми рәһбәри олур. Нәсирәддин о заманын бә'зи көркәмли алимләрини, о чүмләдән Мө'бәддин Үрзини, Фәхрәддин Марагини, Нәчмәддин Дибиранини, Фәхрәддин Ихлатини вә бир чох башгаларыны бу рәсәдханада ишлә-мәйә дә'вәт эдир.

Нәсирәддин Мараға рәсәдханасынын нәздиндә зәнкин бир китабхана яратмышды. XIV әсрин әввәлләринә гәдәр давам эдән Мараға рәсәдханасы о заманын ән бөйүк элми мүәссисәләриндән бири олмушдур.

Мараға рәсәдханасы өз дөврүнүн ән яхшы астрономик мүшаһидә чиһазлары илә тәһиз эдилмишди. Рәсәдханада һәм мүшаһидә апарылыр вә мүшаһидә нәтичәләри тәдгиг эдилир³, һәм дә риязийятын астрономия илә әлагәдар олан бөлмәләрини—һәндәсә вә тригонометрияны инкишаф әтдирмәк үчүн бөйүк иш апарылырды.

Нәсирәддин гәдим мүәллифләрин риязийят, астрономия вә физикая даир бир сыра мүһүм әсәрләрини эрәбчәйә чевирмиш вә онлара кениш әлавәләр әтмишдир. О чүмләдән Эвклидин „Әсаслар“, „Феноменләр“ вә „Оптика“ әсәрләрини, Аршимеддин „Даирәнин өлчүлмәси һаггында“ вә „Күрә вә цилиндр һаггында“ әсәрләрини, Птолемейин „Алмакест“ әсәрини, Аполлонинин „Конус кәсикләри“ вә Феодосиянын „Сферика“ әсәрләрини эрәб дилинә тәрчүмә әтмиш вә онлара әлавәләр әтмиш, Ибн Синанын „Ишарат“ әсәринә комментария дүзәлтмиш вә бир сыра орижинал әсәрләр язмышдыр. Бунлардан ән мүһүмләри

¹ Рашид-ад-дин—Сборник летописей, том III, Москва—Ленинград, 1946, стр. 31.

² „Risala fi Sharhi ma ashkala min musadirati kitabi Eklidis-l-hakimi Omar bin Ibrahim-l-Hayami. Teheran, 1936. Бу әсәрин бир нүсхәси Бақыда Азәрбайжан ССР-ин республика әлязмалары фондунда вардыр.

³ Мараға рәсәдханасында апарылмыш мүшаһидәләрин нәтичәләри „Зич Әлхани“ ады илә мәшһур олан улдуз каталогунда верилмишдир.

کتاب تحریر اصول

لاوقليدس



من تالیف خواجه نصیر الدین

الطوسی

EVCLIDIS

ELEMENTORVM

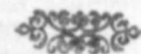
GEOMETRICORVM

Libri Tredecim.

EX TRADITIONE DOCTISSIMI

NASIRIDINI TVSINI

Nunc primum Arabice impressi.



ROMAE

Adler In Typographia Medicea.

M. D. XCIV.

Cum licentia Superiorum.

Adler

Нәсирәддинин „Тәһрири Өглидис“ әсәринин Рома нәшринин титул варағы.

„Шәклүл-гита“ („Там дөрдтәрәфли һаггында әсәр“), „Һәндәсәнин әсәсләре“ вә „Астрономияя даир яддаш“ әсәрләридир. Нәсирәддин 1280-чы илдә вәфат этмишдир.

2. Мәһәммәд Нәсирәддин тәрәфиндән паралел хәтләр нәзәрийәсинин инкишафы һаггында

Эвклидин „Әсәсләр“ әсәринә Нәсирәддинин яздығы тәфсириң— „Тәһрири Өглидисин“ ики варианты зәманәмизә гәдәр кәлиб чатмышдыр. Булардан бириндә 13 китабын, икинчисиндә исә 15 китабын тәрчүмәси верилр. Икинчи вариантда 14-чү вә 15-чи китаблар (даһа соурлар язылмышдыр) әләвә әдилмәкдән башга, материал да бир гәдәр ихтисара салынмышдыр. Биринчи вариант 1594-чү илдә Ромада әрәб дилиндә, 1657-чи илдә исә ярымчыг һалда латын дилиндә чап әдилмишдир¹. Булардан биринчи чапынын бир нүсхәси Ленинградда Салтыков-Шедрин адына үмуми китабханада вардыр. „Тәһрири Өглидисин“ бу нәшрләри илә инкилис риязийятчысы Валлис вә италиан риязийятчысы Саккери таныш олмушду. Бу китабларда Нәсирәддинин, Эвклидин V постулатыны исбат этмәк үчүн кәтирдийи дәлилләр гейри-эвклид һәндәсәсинин яранмасына һазырлыг ишләриндә бөйүк рол ойнамышдыр². „Тәһрири Өглидисин“ икинчи варианты 1881-чи илдә Теһранда әрәб дилиндә нәшр әдилмишдир.³ Бу китабын бир нүсхәси Азәрбайчан ССР Элмәр Академиясы Физика вә Риязийят Институтунун китабханасында вардыр. Һәмин китабын әл илә язылмыш сурәти Казан Дөвләт Университетинин китабханасындадыр.

Паралел хәтләр нәзәрийәсинин әсасыны Эвклидин V постулаты тәшкил әдир. Бу постулатда дейилр ки, ики дүз хәтт үчүнчү дүз хәтлә кәсишдикдә чәми ики дүз бучагдан кичик олан биртәрәфли дахили бучаглар әмәлә кәтиррәсә, һәмин дүз хәтләр давам этдирилдикдә бир-бирини һөкмән кәсиб кечәчәкдир. Бу постулат башга постулатларын һамысындан мүрәккәб олдуғундан вә о гәдәр дә әяни характер дашымадығындан, риязийятчылар бу постулаты узун әсрләр бою дикәр аксиом вә постулатлар васитәсилә исбат этмәйә чалышмышлар. Бу мәсәлә әтрафында риязийятчыларын апардыглары тәдгигат, нәтичә әтибарилә, бөйүк рус алими Н. И. Лобачевски тәрәфиндән гейри-эвклид һәндәсәсинин ярадылмасына сәбәб олмушдур. Бу һәндәсәдә, V постулат мүстәсна олмагла, Эвклидин бүтүн аксиом вә постулатлары өдәнилр.

Нәсирәддин „Тәһрири Өглидисин“ биринчи вариантында Эвклидин V постулатыны шәрһ әдәрәк языр:

„Бу мүддәә ади постулатлардан дейилдир, онун дүзкүнлүйүнүн китабын башга мәсәләләри васитәсилә исбата әһтиячы вардыр... мән бу исбаты тапдым вә лазыми ериндә ону шәрһ әдәчәйәм“⁴.

28-чи тәклифдән сонра Нәсирәддин өзүнүн нечә исбат әтдийини кәстәрир. Онун мүһакимәләрини нәзәрән кечирәк.

Юхарыда гейд әтдийимиз кими, Нәсирәддин „Тәһрири Өглидисин“ биринчи вариантында Эвклидин V постулатыны сүбүт әтмәйә чалыш-

¹ Китаб тәһрири үсули-л-Өглидис мин тәлифи Хачә Нәсирәддин-т-Туси, Рома, 1894 (әрәбчә), 1653 (латынча).

² „Тәһрири Өглидисин“ 1657-чи ил нәшриндән Эвклидин V постулатына аид һиссәнин Валлис тәрәфиндән һазырланмыш мәтнин рус дилинә тәрчүмә әдилмишдир; бах: В. Ф. Каган, „Һәндәсәнин әсәсләри“, чилд 1, Дөвләт Техники Әдәбийят Нәшрийяты, М.—Л., 1949, сәһ. 119—122.

³ Тәһрири Өглидис фи илими-л-Һәндәсә, Теһран, 1298 (миладидә—1881, әрәбчә).

⁴ Бах—„Тәһрири Өглидис“, Рома нәшри, 1594, сәһ. 8.

мышдыр. Нәсирәддинин йүрүтдүйү мүһакимәләри бир-бир нәзәрән кечирәк онун сәһвини тапаг.

Нәсирәддин ән әввәл исбатсыз олагаг ики маддәдән ибарәт мүгәддимә гәбул әдир:

1. Әкәр AB вә CD (шәкил 1) дүз хәтләри әлә ерләшмиш оларса ки, AB хәтти үзәриндәки нөгтәләрдән CD хәттинә әндирилән EF , GH , KL перпендикулярлары AB хәтти илә бир-биринә бәрәбәр олмаян бучаглар әмәлә кәлсин вә бу бучаглардан B -йә тәрәф оланлар һәмишә ити, A -я тәрәф оланлар күт исә, о заман AB вә CD хәтләри бир-бирилә кәсишинчәйәдәк ити бучаглар тәрәфиндән даима яхынлашачаг, күт бучаглар тәрәфиндән исә араланаачаглар, йә'ни перпендикулярлар B вә D нөгтәләринә тәрәф гысалачаг, A вә C нөгтәләринә тәрәф исә узанаачагдыр.

2. Әксинә, әкәр бу гайда илә әндирилән перпендикулярлар B , D нөгтәләринә тәрәф гысалыр вә A , C нөгтәләринә тәрәф узанырса, йә'ни AB вә CD дүз хәтләри B , D нөгтәләринә тәрәф даима яхынлашыр вә әкс истигамәтдә араланырса, о заман һәр перпендикуляр AB хәтти илә ики бучаг әмәлә кәтиррә, онлардан бири ити, о бири исә күт олур, һәм дә ити бучагларын һамысы B , D нөгтәләринә тәрәф, күт бучаглар исә әкс истигамәтдә олур.

Бу мүддәәлар Эвклидин V постулатындан асылы дейилдир.

Сонра Нәсирәддин сайча икинчи олан ашағыдакы мүгәддимәни сүбүт әдир:

Әкәр AB дүз хәтт парчасынын учларындан (шәкил 2) она AC вә BD перпендикулярлары галдырсаг вә онларын үзәриндә бәрәбәр узунлуда AC вә BD парчалары айырагаг CD хәтти илә бирләшдирсәк, о заман ACD вә BDC бучагларынын һәр бири дүз бучаг олачаг вә CD парчасы AB парчасына бәрәбәр олачагдыр.

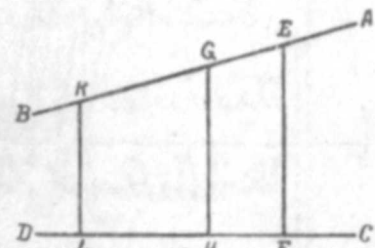
Нәсирәддин бу икинчи мүгәддимә васитәсилә асанлыгла V постулаты сүбүт әдир, бу сүбүт просесиндә дә дөрдүнчү лемманы ирәли сүрәрәк сүбүт әдир. Үчүнчү мүгәддимәдә дейилр ки, үчбучағын бучаглары чәми ики дүз бучага бәрәбәрдир. Икинчи вә үчүнчү мүгәддимәләр бир-биринә эквивалентдир. Икинчи мүгәддимә V постулата эквивалент дейил, ондан күчлүдүр, чүнки V постулат анчаг Лобачевски гейри-эвклид һәндәсәсини арадан чыхарыр, икинчи вә я үчүнчү мүгәддимә исә һәм Лобачевски гейри-эвклид һәндәсәсини, һәм дә Риман гейри-эвклид һәндәсәсини арадан чыхарыр.

„Тәһрири Өглидисин“ биринчи вә икинчи вариантларынын мүвафиг ерләрини мүгайисә әтмәк йолу илә Нәсирәддинин йүрүтдүйү мүһакимәләрә нәзәр етирәк.

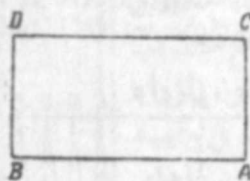
Бурада ACD вә CDB бучаглары бир-биринә бәрәбәрдир, чүнки $ABCD$ дөрдтәрәфлисинин сағ ярысыны сол ярысы үзәринә тәтбиғ әтмәк олар¹.

Фәрз әдәк ки, булар күт бучаглардыр (шәкил 3). C нөгтәсиндән CD дүз хәттинә AB дүз хәтти илә E нөгтәсиндә кәсишәнәдәк CE перпендикулярыны галдыраг. CEB бучағы дүзбучаглы CAE үчбучағынын харичи бучағы олдуғундан, күт бучагдыр. E нөгтәсиндә AB дүз хәттинә

¹ Әкәр дөрдтәрәфли (шәкил 3), AB вә CD тәрәфләринин ортасындан кечән MN дүз хәтти үзә бükүлчәк оларса.

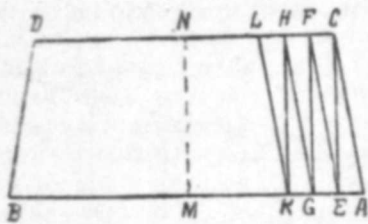


Шәкил 1



Шәкил 2

F нөгтәсиндә CD дүз хәтти илә кәсишәнәдәк EF перпендикулярны галдыраг. EFD бучагы да күт бучагдыр, чүнки дүзбучаглы ECF үчбучагынын харичи бучагыдыр. Эйни гайда илә F нөгтәсиндән CD дүз хәттинә FC перпендикулярны, G нөгтәсиндән AB дүз хәттинә GH перпендикулярны, H нөгтәсиндән CD дүз хәттинә HK перпендикулярны, K нөгтәсиндән AB дүз хәттинә KL перпендикулярны вә и. а.

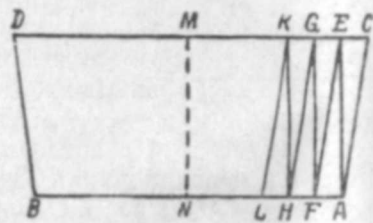


Шәкил 3

галдыраг. Бу иши сонсуз давам этдирмәк олар вә алыннан FGB, GHD, HKB, KLD бучаглары күт олачагдыр. Гәбул этдийимиз леммая әсасән бурада AB дүз хәттинә чәкилән AC, EF, GH, KL... перпендикулярлары вә CD хәттинә чәкилән CE, FG, HK, ... перпендикулярлары артыр ки, бу да билаваситә көрүнүр, чүнки CE дүзбучаглы ACE үчбучагынын гипотенузу олдуғундан, CA-дан бөйүкдүр, FE дүзбучаглы EFC үчбучагынын гипотенузу олдуғундан, CE-дән бөйүкдүр вә и. а.

Бу ишин сонсуз давам этдирилмәси мүмкүн олдуғу үчүн Нәсирәддин белә бир нәтичәйә кәлир ки, биз нәһайәт кедиб BD тәрәфинә чатачагыг, лакин AB дүз хәттинә чәкилән перпендикулярлар бурада B истигамәтиндә артдығындан, икинчи леммая әсасән BD тәрәфи AC-дән бөйүк олмалыдыр. Эйни иши әкс истигамәтдә, йә'ни BD тәрәфиндән башлаяраг давам этдирсәк, AC хәттинин BD-дән артыг олдуғу ортая чыхар. Белә бир зиддийәтин алынмасы сүбүт эдир ки, ACD вә BDC бучаглары күт бучаг дейилдир.

Фәрс әдәк ки, бунлар сиври бучаглардыр (шәкил 4). A нөгтәсиндән CD дүз хәттинә AE перпендикулярны әндирәк. EAB бучагы итидир, чүнки CAB дүз бучагынын бир һиссәсидир. E нөгтәсиндән AB дүз хәттинә EF перпендикулярны әндирәк. FED бучагы DEA дүз бучагынын бир һиссәси олдуғу үчүн ити бучагдыр. Енә дә эйни гайда илә F нөгтәсиндән CD дүз хәттинә FG перпендикулярны, G нөгтәсиндән AB дүз хәттинә GH перпендикулярны, H нөгтәсиндән CD дүз хәттинә HK перпендикулярны, K нөгтәсиндән AB дүз хәттинә KL перпендикулярны эдирәк вә и. а. Бу иши сонсуз давам этдирмәк олар. Бурада алыннан EAB, FED, GFB, HGD, KHB, LKD, ... бучагларынын һамысы итидир. Икинчи леммая әсасән бурада AB дүз хәттинә чәкилән CA, EF, GH, KL, ... перпендикулярлары вә GD дүз хәттинә чәкилән AE, FG, HK... перпендикулярлары кичилир ки, бу да өзү-өзлүйүндән көрүнүр, чүнки CA дүзбучаглы ACE үчбучагынын гипотенузу олдуғундан, AE-дән бөйүкдүр, AE, дүзбучаглы AFE үчбучагынын гипотенузу олдуғундан, EF-дән бөйүкдүр вә и. а.



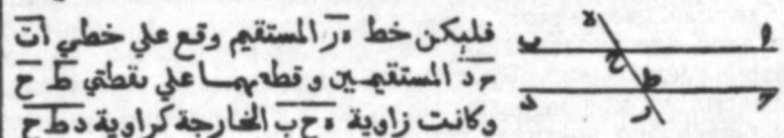
Шәкил 4

Нәсирәддин бу ишин дә сонсуз давам этдирилмәсинин мүмкүн олмасына әсасән белә бир нәтичәйә кәлир ки, биз ахырда дөрдтәрәфлинин BD тәрәфинә чатмалыйыг, һәм дә AB дүз хәттинә әндирилән перпендикулярлар бу ишдә B истигамәтиндә кет-кедә кичилдийиндән, икинчи леммая әсасән дейә биләрик ки, BD хәтти AC-дән кичикдир. Эйни иши әкс истигамәтдә давам этдирсәк белә бир нәтичә аларыг ки, AC хәтти BD-дән кичикдир. Алыннан бу зиддийәт сүбүт эдир ки, ACD вә BDC бучаглары ити дейилдир.

المقالة

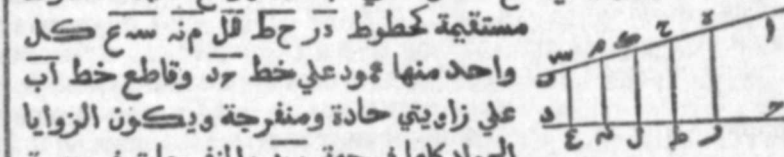
خلف وبمثله نبين امتناع الالتقاء في جهة آح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت الزاوية الخارجة من الزوايا الحادّة كالدخلة المقابلة لها والزاويتان الداخلتان في جهة من الخط الواقع علي الخطين كقائمتين فهما متوازيان



فليكن خط هـ ر المستقيم وقع علي خطي آت آرد المستقيمين وقطعها علي نقطتي ط ح وكانت زاوية هـ ح ب الخارجة كزاوية د ح ط الداخلة وزاويتا ب ح ط د ح كقائمتين فاقول ان خطي آب آرد متوازيان برهانه فلان زاوية آ ح ط كزاوية هـ ح ب بالشكل الخامس عشر وزاوية د ح ط كزاوية هـ ح ب فزاويتا آ ح ط د ح متساويتان فخطا آب آرد متوازيان بالشكل المتقدم ولان زاوية ب ح ط مع زاوية د ح ط كقائمتين وزاوية ب ح ط مع زاوية آ ح ط كقائمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية آ ح ط كزاوية د ح ط فبالشكل المتقدم آب يوازي آرد وذلك ما اردنا ان نبين

اقول وههنا ذكر موضع البرهان لان الموعود ببيانه في اول المقالة وهو مبني علي ثلاث مقدمات وثلاثة اشكال المقدمة الاولى كل خطين مستقيمين موضوعين في سطح مستوي خطي آب آرد وقع عليهما خطوط مستقيمة كخطوط د ر ح ط قل من هـ س ع كل واحد منها عمود علي خط آرد وقاطع خط آب علي زاويتي حادة ومنفرجة ويكون الزوايا الحوادكلها في جهة بـ د والمنفرجات في جهة آ ح فاقول ان خطي آب آرد موضوعان علي التقارب في جهة بـ د ما دام لم يتقاطعا وعلي التباعد في جهة آ ح وتكون الاعمدة متصاغرة في جهة بـ د الي التقاطع ومتعاضمة في جهة آ ح ويكون عمود هـ ر اعظم من عمود ح ط وهو من عمود آ ل وهو من عمود م ن وهو من عمود س ع ويكون عمود س ع اصغر من عمود م ن وهو من عمود ل ل الي اخره وايضا فان كل واحد من الخطوط المستقيمة الواقعة علي الخطين المستقيمين اعمدة علي احد هما وكانت متعاضمة ان اخذنا نعتبر بعضها الي بعض في احدي جهتي



اقول وههنا ذكر موضع البرهان لان الموعود ببيانه في اول المقالة وهو مبني علي ثلاث مقدمات وثلاثة اشكال المقدمة الاولى كل خطين مستقيمين موضوعين في سطح مستوي خطي آب آرد وقع عليهما خطوط مستقيمة كخطوط د ر ح ط قل من هـ س ع كل واحد منها عمود علي خط آرد وقاطع خط آب علي زاويتي حادة ومنفرجة ويكون الزوايا الحوادكلها في جهة بـ د والمنفرجات في جهة آ ح فاقول ان خطي آب آرد موضوعان علي التقارب في جهة بـ د ما دام لم يتقاطعا وعلي التباعد في جهة آ ح وتكون الاعمدة متصاغرة في جهة بـ د الي التقاطع ومتعاضمة في جهة آ ح ويكون عمود هـ ر اعظم من عمود ح ط وهو من عمود آ ل وهو من عمود م ن وهو من عمود س ع ويكون عمود س ع اصغر من عمود م ن وهو من عمود ل ل الي اخره وايضا فان كل واحد من الخطوط المستقيمة الواقعة علي الخطين المستقيمين اعمدة علي احد هما وكانت متعاضمة ان اخذنا نعتبر بعضها الي بعض في احدي جهتي

Нәсирәддинни „Тәһрири Өғлидис“ әсәринин Рома нәшриндә V постулатын исбаты.

Беләликлә, ACD вә BDC бучаглары анчаг дүз ола биләр; демәли, үчүнчү лемманын биринчи тәклифи сүбут әдилди. AB вә CD хәтләринин бир-биринә бәрабәр олмасы асанлыгла сүбут әдилди: $ABDC$ дөрдбучагынын диагонали чәкилир.

Нәсирәддинин сәһви бундан ибарәтдир: һәмнин просесләри нәһайәт-сиз давам әтдирмәйин мүмкүн олмасына әсасән о, белә бир нәтичәйә кәлир ки, просеси давам әтдирәрсәк, ахырда кедиб мүгабил тәрәфә чатачагыг. Нәгигәтдә исә бир чәһәт нәзәрә алынмыр ки, EG , GK ... вә FH , HL ... парчалары кет-кедә кичилир вә бу парчалардан ибарәт олан сыра топланыр, демәли, сонсуз $EFGHKL$... сыныг хәтти AB хәттинин ортасындан галдырылан MN перпендикулярны кәсмир.

Лобачевски һәндәсәсиндә (V постулат йохдур) ACD вә BDC бучаглары итидир, белә олдугда $EFGHKL$... сыныг хәтти 4-чү шәкилдә көстәрилдийн формада олу¹.

Верилән бу сәһви, әһтимал ки, Нәсирәддин өзү көрмүш вә китабын икинчи вариантында ону тәсһиһ әтмишдир. Бурада Нәсирәддин Эвклидин V постулатындан бәһс әдиркән юхарыда гейд әтдийнимиз сөвләри бунула әвәз әдир:

„Бу мүддәа ади постулатлардан дейилдир вә ялныз һәндәсә әлминдә изаһ олуна биләр. Бу хүсусда, яхшы олар ки, мүгәддимәдә данышылмасын вә мән ону лазыми ериндә изаһ әдәчәйәм. Онун әвәзинә мән башга бир постулат тәклиф әдирәм:

Бир мүстәви үзәриндә ерләшмиш бир нечә дүз хәтт әйни истигамәтдә бир-бириндән араланырса, онлар һәмнин истигамәтдә бир-бирилә көрүшә билмәз“².

Нәсирәддинин бу постулаты да һәр ики гейри-эвклид һәндәсәни арадан чыхарыр, йә’ни Эвклидин V постулатындан гүввәтлидир. Нәсирәддин V постулаты өз мүһакимәләри васитәсилә чыхара билмәк үчүн енә дә һәмнин $ABCD$ дөрдтәрәфлисиндән истифадә әдир (2—4-чү шәкилләрә бах).

Биз көрдүк ки, ACD вә BDC бучаглары күт олдугда (3-чү шәклә бах) AC , EF , GH , KL ... перпендикулярлары бөйүйүр, йә’ни AB вә CD дүз хәтләри B вә D нөгтәләри истигамәтиндә бир-бириндән араланыр, биз DB тәрәфиндән башлаяраг, әйни мүһакимәни йүрүтүлдә көрдүк ки, нәзәрән кечирдийнимиз дүз хәтләр һәмнин истигамәтдә бир-бирилә көрүшүр, бу һал Нәсирәддинин постулатына зиддир. ACD вә BDC бучаглары сиври олдугда CA , FE , GH , KL ... перпендикулярлары кичилир, йә’ни AB вә CD дүз хәтләри B вә D нөгтәләри истигамәтиндә көрүшүр, әйни просеси DB тәрәфиндән башлаяраг кечирдикдә, көтүрдүйүмүз бу дүз хәтләрин һәмнин истигамәтдә бир-бириндән араландығыны көрәрик,—бу да Нәсирәддинин постулатына зиддир.

Нәсирәддин V постулаты өз дөрдбучаглысындакы ACD вә BDC бучагларынын дүз олмасына әсасән чыхардыгда көстәрир ки:

1) әкәр бир дүз хәттә ики перпендикуляр чәкиләрсә вә онлар дөрдүнчү бир дүз хәтлә кәсиләрсә, әмәлә кәлән уйгун вә чарпаз бучаглар бир-биринә бәрабәрдир вә биртәрәфли бучагларын чәми ики дүз бучаг олар;

¹ Нәсирәддинин нәзәрән кечирдийн ики бучагы дүз олан дөрдбучаглы, әһтимал ки, биринчи дәфә Әмәр Хәйям тәрәфиндән нәзәрән кечирилмишдир (ситат кәтирилән әсәрләр күллийятына бах, сәһ. 10—11). Әдәбийятда бу дөрдбучаглы чох вахт дүзкүн олмаяраг Саккери дөрдбучагы адландырылыр. Саккери XVII—XVIII әсрләрдә яшамыш Италия риязийятчысы олуб, Нәсирәддинин бурада нәзәрән кечирдийнимиз әсәриндән ситат кәтирилмишдир.

² Бу постулат чох вахт XVIII әср Шотландия риязийятчысы Р. Симсонун адына язылыр (мәсәлән, Эвклидин „Әсаслар“ әсәринә Д. Д. Мордухай-Болтовскинин яздыгы комментарийларә бах, I һиссә, М.—Л., 1948, сәһ. 244).

2) перпендикуляр хәтт маил хәтлә һөкмән кәсишир;

3) ити бучагын тәрәфиндән бириндә бәрабәр һиссәләр айырыб, онларын сонларындан ити бучагын о бири хәттинә перпендикулярлар чәксәк, һәмнин перпендикулярлар ити бучагын о бири тәрәфиндә дә бәрабәр һиссәләр айырыр;

4) бучагын дахилиндә көтүрүлән нөгтәдән һәмишә әлә хәтт чәкмәк олар ки, һәмнин бучагын һәр ики тәрәфини кәсәр.

1-чи вә 3-чү тәклифләр, һабелә Нәсирәддин дөрдбучаглысында бучагларын һамысынын дүз бучаг олмасы вә үчбучагда бучагларын чәминин ики дүз бучага бәрабәр олмасы тәклифләри V постулатдан гүввәтлидир, 2-чи вә 4-чү тәклифләр исә V постулата эквивалентдир.

Нәсирәддинин чыхардыгы бу нәтичәләр паралел хәтләр нәзәрий-йәсинин чидди инкишафы демәкдир.

3. Мәһәммәд Нәсирәддин тәрәфиндән нисбәтләр нәзәрийәсинин инкишафы һаггында

Нәсирәддинин „Эвклидин шәрһи“ әсәринә әтдийн дикәр мүһүм әлә-вә нисбәтләр нәзәрийәсинә даир чыхардыгы нәтичәләрди (V вә VI китаблар).

Ортаг өлчүсүз кәмиийәтләрин нисбәтләри нәзәрийәсини илк дәфә гәдим юнанлар ирәли сүрмүш вә бу нәзәрийә Эвклидин „Әсаслар“ әсәриндә шәрһ әдилмишдир. Ортаг өлчүсүз кәмиийәтләрә даир гәдим юнанларын нөгтеин-нәзәрләринин хүсусийәти ондан ибарәтдир ки, ортаг өлчүлү ики кәмиийәт арасындакы нисбәт, һәмнин кәмиийәтләрин һәр бириндә ортаг өлчүнүн нечә дәфә ерләшдийини көстәрән ики там әдәдин нисбәти кими көстәрилә билдийи һалда, ортаг өлчүсүз кәмиийәтләр арасындакы нисбәт бу гайда илә көстәрилә билмәз. Буна көрә дә гәдим юнанлар ортаг өлчүлү кәмиийәтләрин нисбәтләр нәзәрийәсини там әдәлләрин нисбәтләри нәзәрийәси: кими айрыча вә бу һала кәтирилә билмәйән ортаг өлчүсүз кәмиийәтләрин нисбәтләр нәзәрийәсини дә айрыча оларәг нәзәрән кечирдиләр.

Индики иррасионал әдәлләр, йә’ни сурәт вә мәхрәчи там әдәд шәклиндә көстәрилә билмәйән һәгиги әдәлләр нәзәрийәси, әдәд мәфһумунун узун мүддәт әрзиндә эволюсиясы нәтичәсидир. Бу эволюсиянын илк мәрһәләсиндә әдәд мә’насында анчаг там мүсбәт әдәлләр (натурал әдәлләр) дүшүнүлүрмүш, икинчи мәрһәләдә буна расионал мүсбәт әдәлләр (сурәти вә мәхрәчи натурал әдәд олан кәсрләр), үчүнчү мәрһәләдә сыфыр, мәнфи там вә расионал әдәлләр вә нәһайәт, дөрдүнчү мәрһәләдә иррасионал әдәлләр әләвә әдилмишдир.

Нәсирәддинин, әдәд мәфһумунун бу эволюсиясында мүһүм рол ойнамыш олан нисбәтләр нәзәрийәси „Там дөрдтәрәфли һаггында әсәр“ („Шәклүл-гита“) китабында даһа кениш вә долгун шәкилдә шәрһ әдилмишдир.¹ Тригонометрия үчүн нисбәтләр нәзәрийәсинин зәрурилийн ондан көрүнүр ки, тригонометрик функцияларын гиймәтләри дүз хәтт парчалары арасындакы нисбәтләрдән ибарәтдир вә бу нисбәтләр

бир нечә мүстәсна һаллардан башга ($\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$), ортаг

өлчүсүз парчаларын нисбәтидир. Буну да биз, Нәсирәддинин нисбәтләр нәзәрийәси һаггындакы нәтичәләрини „Шәклүл-гита“ әсәринә әсасән тәһлил әдәк.

„Шәклүл-гита“ сөзүнүн мә’насы „кәсәнләрдән ибарәт олан фигур“

¹ Мәһәммәд Нәсирәддин—„Там дөрдтәрәфли һаггында әсәр“. Азәрбайжан ССР Әлимләр Академиясынын Нәшрийяты, Баки, 1952. һәмнин әсәр „Китаб шәклүл-гитадан“ тәрчүмә әдилмишдир. Истанбул, 1309 (1891).

демәкдир, бу фигур мәфһуму алтында исә һал-һазырда *там дөрдтәрәфли* адландырдығымыз фигур, һәр бири дикәр үч дүз хәтлә вә я сферада үч бөйүк даирә гөвсү илә, үч нөгтәдә кәсишән дөрд дүз хәтт вә я дөрд бөйүк даирә гөвсүнүн эмәлә кәтирдийи фигур дүшүнүлүр. Бу фигур һәмнин әсәрдә сферик тригонометриянын бүтүн дүстурларыны чыхармаг үчүн әсас вәситәдир.

„Шәклүл-гита“ әсәринин биринчи китабы (һиссәси) нисбәтләр нәзәрийәсинин инкишафына һәср әдилмишдир.

Нәсирәддин өз нәзәрийәсинә, нисбәтләрнин вурулмасы мәфһумуна тәриф вермәклә башлайыр. Гәдим юнанлар анчаг там әдәлләри вә онларын нисбәтләрини бир-биринә вурурдулар, ортаг өлчүсүз кәмийәтләрнин нисбәтләри кәтүрүлдүкдә исә буна башга ики нисбәтдән алырдылар. Мәсәлән, бирчинсли үч A, B, C кәмийәти верилмишсә, $\frac{A}{B}$ нис-

бәти $\frac{A}{C}$ вә $\frac{C}{B}$ нисбәтләриндән дүзәлдилир, әкәр $\frac{A}{C}$ нисбәти $\frac{D}{E}$

нисбәтинә, $\frac{C}{B}$ нисбәти исә $\frac{F}{G}$ нисбәтинә бәрабәр исә $\frac{A}{B}$ нисбәти дә

$\frac{D}{E}$ вә $\frac{E}{G}$ нисбәтләриндән дүзәлдилмишдир.

Нәсирәддин мүрәккәб нисбәт аңлайышыны верир. Мүрәккәб нисбәт о нисбәтә дейир ки, онун гиймәти башга ики нисбәтин гиймәтләри һасилдир. *Нисбәтин гиймәти* дедикдә исә һәр һансы вәһидә көрә нисбәти һәмнин нисбәтә бәрабәр олан бир кәмийәт гәбул әдир.

Сонра Нәсирәддин дейир: „Нисбәтин һәр һансы һәдди онун башга һәдди илә өлчүлә билдийи кими, бу нисбәтләрнин дә һәр бири вәһидлә өлчүлән бир әдәд адландырыла биләр“.¹

Беләликлә, Нәсирәддин ортаг өлчүсүз кәмийәтләрнин нисбәтләринә бир әдәд кими бахырды. Гейд этмәлийик ки, Гәрби Авропада вәһид парчалар илк дәфә Декарт тәрәфиндән, онун „Һәндәсә“ әсәриндә² (1637) өйрәнилмәйә башланмыш, ортаг өлчүсүз кәмийәтләрнин нисбәтләри нәзәрийәси 1647-чи илдә Сент-Винтсенти тәрәфиндән ирәли сүрүлмүш³, ортаг өлчүсүз кәмийәтләрнин нисбәтләринә бир әдәд кими бахылмасы исә ялныз Нютон тәрәфиндән, онун „Үмуми арифметика“⁴ (1707) әсәриндә айдын ифадә әдилмишдир.

Нәсирәддин „Шәклүл-гита“ әсәриндә вердийи 14 тәклифдә мүрәккәб нисбәтләрнин бир сыра хәссәләрини айдынлашдырыр. Бунлардан

ән мүнүммү будур: $\frac{A}{B}$ нисбәтини $\frac{C}{D}$ вә $\frac{E}{F}$ нисбәтләриндән дүзәлдә бил-

мәк үчүн $A \times D \times F$ вә $B \times C \times E$ вурма һасилләринин бир-биринә бә-

рабәр олмасы зәрури вә кафидир. Бу хәссә, бир мүрәккәб нисбәтдән

бир сыра ени мүрәккәб нисбәтләрнин алынмасы, мәсәлән, $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \times \frac{E}{F}$

мүрәккәб нисбәтиндән $\frac{A}{C} = \frac{B}{D} \times \frac{E}{F}$ мүрәккәб нисбәтинин алынмасы

имканыны верир.

¹ Бах: „Там дөрдтәрәфли һаггында әсәр“. Баки, Азәрбайчан ССР Элмәр Академиясы Нәшрийәти, 1952, сәһ. 61.

² Ренә Декарт—„Һәндәсә“. М.—Л., 1938.

³ Gregorius St. Vincentius, Opus geometricum quadraturae circuli et sectionem con. Антверпен, 1647.

⁴ И. Ньютон—Всеобщая арифметика, мүтәрчими А. П. Юшкевич, ССРИ Элмәр Академиясы Нәшрийәти, 1948, сәһ. 8.

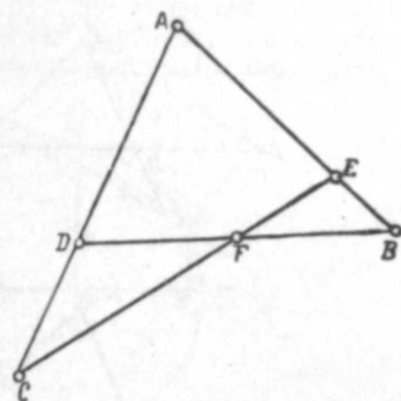
4. Мәһәммәд Нәсирәддин тәрәфиндән тригонометриянын инкишафы һаггында

„Шәклүл-гита“ әсәринин әсас һиссәси тригонометрия һәср әдилмишдир. Бу әсәр сферик тригонометриянын инкишафыны әсас ә’тибарилә баша чатдырыр. Нәсирәддинин бу әсәрдә шәрһ этдийи нәтичәләр чох вахт XV әср алман риязийәтчысы Рекиомонтана вә XVI—XVII әср Һолландия риязийәтчысы Снеллийә иснад әдилирди.

Икинчи китаб, мүстәвидә ерләшән там дөрдтәрәфлийә вә бу фигурла әләгәдар олан мүрәккәб нисбәт һаггындакы теоремин сүбутуна һәср әдилмишдир (бу теорем, әһтимал ки, гәдим юнан һәндәсәшүнасы Менслай тәрәфиндән ирәли сүрүлмүшдүр).

Нәсирәддин бу фигурун бүтүн мүхтәлиф нөвләрини вә буна аңд мүнәсибәтин бүтүн вариантларда исбатыны вермишдир.

Бир мисал олараг бурада, $ABCDE$ там дөрдтәрәфлисә үчүн (шәкил 5)



Шәкил 5

$$\frac{BE}{EA} = \frac{BF}{FD} \times \frac{DC}{CA}$$

мүнәсибәтинин алты мүхтәлиф сүбутуна нәзәрән кечирәк.

Бунун үчүн A, B, D нөгтәләриндән, һәмнин нөгтәләрән кечмәйән тәрәфләрән биринә паралел олан AH, BH, CH дүз хәтләрини чәкәк вә онлары галан тәрәфләрән бири илә кәсишәнәдәк давам этдирәк (шәкил 6); а) вә б) һалларында HF вә AH парчаларыны уйғун олараг тамамлайычы парчалар адландыраг. Үчбучагларын охшарлығына әсәсән дейә биләрик ки,

$$\frac{FD}{\text{тамамлайычы}} = \frac{DC}{CA},$$

$$\frac{BF}{\text{тамамлайычы}} = \frac{BE}{EA}.$$

Буна көрә дә, мүрәккәб нисбәтләр нәзәрийәсинә әсәсән,

$$\frac{BE}{EA} = \frac{BF}{\text{тамамлайычы}} = \frac{BF}{FD} \times \frac{FD}{\text{тамамлайычы}} = \frac{BF}{FD} \times \frac{DC}{CA} \text{ олар;}$$

в) вә г) һалларында уйғун олараг, BH вә CH парчаларыны тамамлайычылар адландыраг. Үчбучагларын охшарлығына әсәсән дейә биләрик ки,

$$\frac{\text{тамамлайычы}}{DC} = \frac{BF}{FD}, \quad \frac{\text{тамамлайычы}}{AC} = \frac{BE}{EA} \text{ олар.}$$

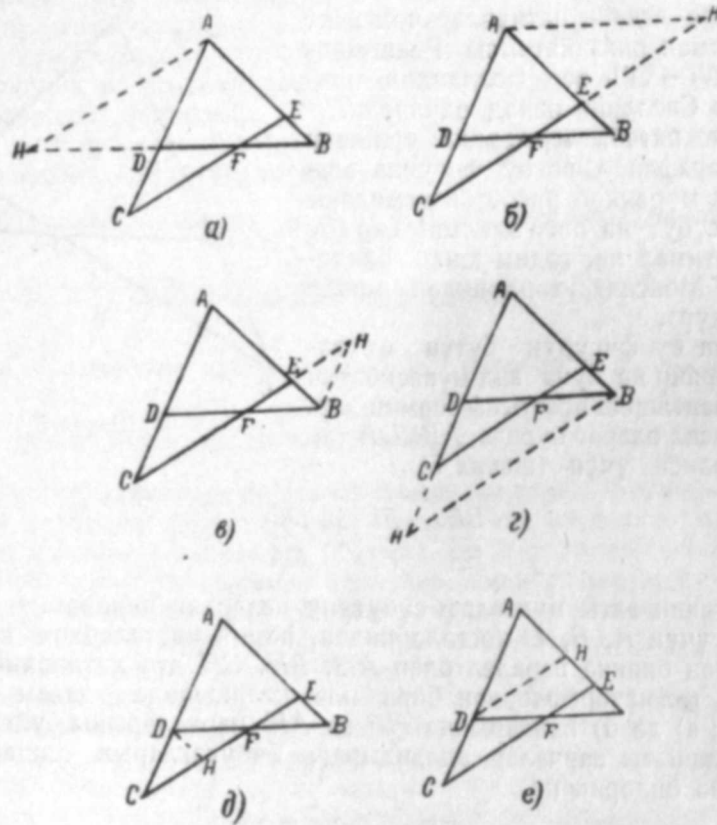
Буна көрә дә мүрәккәб нисбәтләр нәзәрийәсинә әсәсән

$$\frac{BE}{EA} = \frac{\text{тамамлайычы}}{AC} = \frac{\text{тамамлайычы}}{DC} \times \frac{DC}{AC} = \frac{BF}{FD} \times \frac{DC}{CA}$$

аларыг.

д) вэ е) һалларында, уйгун олараг, DH вэ EH парчаларыны тамамлайычылар адландыраг. Үчбучагларын охшарлыгына эсасэн

$$\frac{BE}{\text{тамамлайычы}} = \frac{BF}{FD}, \quad \frac{\text{тамамлайычы}}{EA} = \frac{DC}{CA} \text{ олар.}$$



Шәкил 6

Буна көрә дә нисбәтләр нәзәрийәсинә эсасэн

$$\frac{BE}{EA} = \frac{BE}{\text{тамамлайычы}} \times \frac{\text{тамамлайычы}}{EA} = \frac{BF}{FD} \times \frac{DC}{CA} \text{ аларыг.}$$

Үчүнчү китаб, мүстәви үзәриндәки даирәдә тригонометрик мүнәсибәтләрә һәср әдилмишдир. Бурада *гөвсүн синусу* (һал-һазырда һәмин гөвсә уйгун олан бучағын синус хәтти адландырылыр) тапылыр вэ исбат әдилир ки, бир учу ортаг олан ики гөвсүн синуслары арасындакы нисбәт, һәмин гөвсләрин дикәр ики учуну бирләшдирән вәтәрдә гөвсләрин ортаг учундан кечән диаметрин айырдыгы парчаларын нисбәтинә бәрабәрдир, йә'ни AB вэ AC гөвсләри үчүн (шәкил 7)

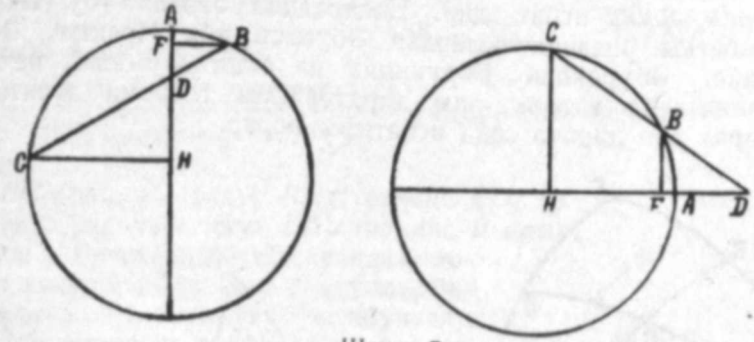
$$\frac{\sin AB}{\sin AC} = \frac{BD}{CD} \text{ аларыг.}$$

Доғрудан да, һәр ики һалда синус AB FB -йә, синус AC исә HC -йә бәрабәрдир, ләкин үчбучагларын охшарлыгындан

$$\frac{FB}{BD} = \frac{HC}{CD} \text{ олур.}$$

Бу теорем васитәсилә ики гөвсүн чәми вэ я фәрги вэ онларын синусларынын нисбәти верилдикдә өзләрини тапма мәсәләси һәлл әдилир.

Дөрдүнчү китаб, сферик там дөрдтәрәfli нәзәрийәсинә һәср әдилмишдир. Бурада мүрәккәб нисбәтләрә даир аналожи теоремләр исбат әдилир (әһтиمال ки, Менслая анддир). Бу теоремләр мүстәви һалына аид уйгун теоремләрдән яһныз онунла фәргләнир ки, бурада парчаларын нисбәтләри әвәзинә гөвс синусларынын нисбәтләри көтүрүлүр.



Шәкил 7

Бурада бир мисал олараг, $ABCDEF$ сферик там дөрдтәрәfliси үчүн (шәкил 8)

$$\frac{\sin BE}{\sin EA} = \frac{\sin BF}{\sin FD} \times \frac{\sin DC}{\sin CA}$$

мүнәсибәтинин исбатыны нәзәрдән кечирәк.

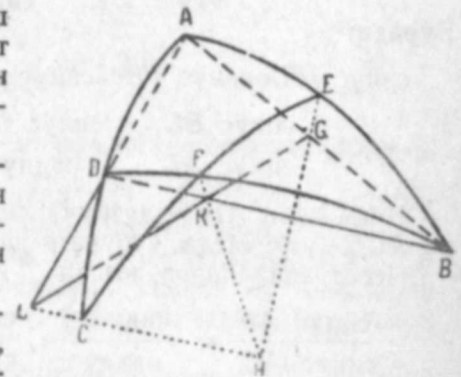
AB , AD вэ BD вәтәрләрини вэ HE , HC вэ HF радиусларыны чәкәк. Бу вәтәр вә радиуслар ABD вэ ECF мүстәвиләринин кәсишмә хәтти үзәриндә, уйгун олараг, G , L , K нөгтәләриндә кәсишир. Биз бурада $ABDCKL$ мүстәви там дөрдтәрәfliсини алдыг. Бу һагда 2-чи китабда чыхарылмыш нәтичәләрә эсасән яза биләрик ки: $\frac{BG}{GA} =$

$$= \frac{BK}{KD} \times \frac{DL}{LA}.$$

Ләкин 3-чү китабда исбат әдилмиш теоремә эсасән бу нисбәтләр, исбат әтмәк истәдийимиз нисбәтә дахил олан нисбәтләрә уйгун олараг бәрабәрдир.

„Шәклүл-гитанын“ бешинчи вэ ахырынчы китабы, сферик үчбучагларын бучаглары вэ тәрәфләринә көрә тәснифатына вэ һәмин үчбучагларын һәллине һәср әдилмишдир.

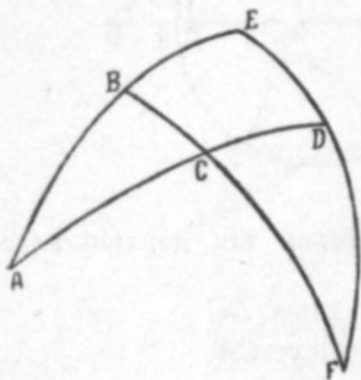
Нәсирәддин, үчбучагларын тәснифатыны, онларын бучагларынын ити, дүз вэ я күт олмасына вэ тәрәфләринин чеврәнин дөрддә бириндән кичик, бөйүк вэ я она бәрабәр олмасына эсасән апарыр, һәм дә мүййән әдир ки, бучагларә көрә дүзәлдилмиш тәснифатда бир үчбучаг типинә тәрәфләрә көрә дүзәлдилмиш тәснифатын һансы тип уйгун кәлир вэ әксинә.



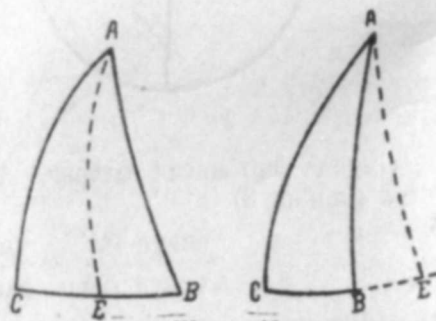
Шәкил 8

Сонра Нәсирәддин, *гөвсүн косинусу* (ону чеврәнин дөрддә биринә гәдәр тамамлаян гөвсүн синусу), *гөвсүн танкенси* (онун ишләтдийи терминологияя көрә „гөвсүн көлкәси“; гейд әтмәлийик ки, гөвсүн танкенси дедикдә о, һал-һазырда һәмни гөвсә уйғун кәлән бучағын танкенс хәтти адландырдығымыз мәфһуму нәзәрдә тутур), *гөвсүн котанкенси* (ону чеврәнин дөрддә биринә гәдәр тамамлаян гөвсүн танкенси), *гөвсүн секансы* вә *гөвсүн косекансы* мәфһумларыны даһил әдир.

Үчбучағлары һәлл әтмәк үчүн Нәсирәддин *синуслар* вә *танкенсләр теоремләрини* исбат әдир. Нәсирәддин әввәлчә бу теоремләри ондан габагы риязийәтчылардан Әбунәср ибн Иракын, Әбүлвәфа Бүзһанинин, Әбурейһан Бирунинин вә башгаларынын нечә исбат әтдикләрини гейд әдәрәк, там дөрдтәрәфли теореми васитәсилә бу теоремләрин сон дәрәчә садә исбатыны верир.



Шәкил 9



Шәкил 10

Синуслар теоремини исбат әтмәк үчүн Нәсирәддин дүзбучағы *B* олан *ABC* дүзбучағлы сферик үчбучағыны *ABCDEF* там дөрдтәрәфлиси алынынчая гәдәр (шәкил 9) тамамлайыр (һәмни дөрдтәрәфлинин *AE*, *AD*, *BF*, *EF* гөвсләри чеврәнин дөрддә биринә бәрәбәрди).

О заман, там дөрдтәрәфли һаггындакы теоремә әсасән язырыг:

$$\frac{\sinus FE}{\sinus DE} = \frac{\sinus FB}{\sinus BC} \times \frac{\sinus AC}{\sinus AD}$$

Бурада:

$\sinus FE = \sinus FB = \sinus AD = \text{радиус}$ олдуғундан

$$\frac{\sinus BC}{\sinus AC} = \frac{\sinus DE}{\text{радиус}} = \frac{\sinus A}{\sinus B} \text{ алыныр.}$$

Инди әкәр *ABC*—дүзбучағлы олмаян үчбучағдырса, ону ики *ABE* вә *ACE* дүзбучағлы үчбучаға айырырыг (шәкил 10).

Исбат әдиләнләрә әсасән

$$\frac{\sinus AE}{\sinus AC} = \frac{\sinus C}{\text{радиус}}, \frac{\sinus AE}{\sinus AB} = \frac{\sinus B}{\text{радиус}} \text{ олур вә}$$

бурадан:

$$\frac{\sinus AB}{\sinus AC} = \frac{\sinus C}{\sinus B}$$

алыныр.

Танкенсләр теоремини исбат әтмәк үчүн Нәсирәддин дүз бучағы *C* олан *ABC* дүзбучағлы үчбучағыны, 9-чу шәкиллә көстәрилдийи кими, *ABCDEF* там дөрдтәрәфлиси алынынчая гәдәр тамамлайыр вә там дөрдтәрәфли һаггындакы теоремә әсасән буну алыр:

$$\frac{\sinus BC}{\sinus CF} = \frac{\sinus BA}{\sinus AE} \times \frac{\sinus ED}{\sinus DF};$$

лакин

$$\sinus CF = \cosinus BC \text{ вә } \frac{\sinus BC}{\sinus CF} = \frac{\tanкенс BC}{\text{радиус}}$$

вә тамамилә әйни гайдада:

$$\frac{\sinus ED}{\sinus DF} = \frac{\tanкенс ED}{\text{радиус}}, \sinus AE = \text{радиус}$$

вә бурадан:

$\tanкенс BC \times \text{радиус} = \sinus BA \times \tanкенс ED$, йә'ни: $\tanкенс BC \times \text{радиус} = \sinus BA \times \tanкенс A$ алыр.

Сферик үчбучағлары Нәсирәддин тәрәфиндән көстәрилмиш һәлли үсулларындан бурада ики сонунчуну, — дүзбучағлы олмаян үчбучағын үч тәрәфинә вә үч бучағына көрә һәлл әдилмәсини, — нәзәрдән кечирәк.

Әкәр *ABC* үчбучағынын үч тәрәфи верилмишсә, онун *AB* вә *AC* тәрәфләрини чеврәнин дөрддә биринә бәрәбәр олан *AD* вә *AE* гөвсләринә гәдәр давам әтдирәк, *DE* гөвсүнү чәкәк, *BC* вә *DE* гөвсләрини *F* нөгтәсиндә кәсишәнәдәк давам әтдирәк (шәкил 11). Бурада *AB*, *AC* вә *BC* гөвсләри вә бунлары чеврәнин дөрддә биринә гәдәр тамамлаян *BD* вә *CE* гөвсләри мә'лумдур. Дүзбучағлы *FBD* вә *FCE* үчбучағларына синуслар теоремини тәтбиг әдәрәк

$$\frac{\sinus FB}{\sinus BD} = \frac{\sinus FC}{\sinus CE} = \frac{\sinus F}{\sinus F}$$

вә бурадан:

$$\frac{\sinus FB}{\sinus FC} = \frac{\sinus BD}{\sinus CE} \text{ алырыг.}$$

Беләликлә, бизә $\frac{\sinus FB}{\sinus FC}$ нисбәти мә'лумдур, дикәр тәрәфдән бу

ици гөвсүн *BC* фәрги дә мә'лумдур (шәкил 11). Юхарыда көстәрилән 3-чу китабда алынған нәтичәләрә әсасән биз бурадан *FB* вә *FC* гөвсләрини тапырыг, бунунла да *FBD* вә *FCE* үчбучағлары, о чүмләдән дә *FD* вә *FE* гөвсләри мә'лум олачағдыр. Лакин бу гөвсләрин *DE* фәрги *A* бучағыны өлчүр. Беләликлә биз үчбучағымызын галан бучағларыны да тапарыг.

Үчбучағын үч бучағы верилдикдә Нәсирәддин мәсәләнин һәллини орижинал үсулла юхарыдакы мәсәләнин һәллине кәтирир. О, *ABC* үчбучағынын һәр үч тәрәфини чеврәнин дөрддә биринә бәрәбәр олан *AD*, *AE*, *BF*, *BG*, *CH*, *CK* гөвсләринә гәдәр давам әтдирир, сонра да *D* вә *E*, *F* вә *G*, *H* вә *K* нөгтәләрини бөйүк даирәләрлә бирләшдириб, һәмни даирәләрин *L*, *M*, *N* кәсишмә нөгтәләрини (шәкил 12)

тапыр. Алынган LMN үчбучагынын бир хусусийэти вардыр ки, ярым-даирэ алынчыная гэдэр онун тэрэфлэрини тамамлаян гөвлэр A, B, C бучаглары илэ өлчүлүр. Доғрудан да, DM вэ EN гөвлэри A бучагы илэ өлчүлэн DE гөвсүнү чеврэнин дөрддэ биринэ гэдэр тамамлаян гөвлэрдир. Бурадан да DM вэ EN гөвлэри илэ DE гөвсүнүн ики мисли чэминин ярымчеврэйэ барабар олмасы алыныр; лакин $DM + EN + DE = MN$ олдуғундан, ED вэ MN гөвлэри бир-бирини ярымчеврэйэ гэдэр тамамлайыр. Буна көрө дэ LMN үчбучагынын һэр үч тэрэфи бизэ мә'лумдур вэ мәсэлэ юхарыдакы мәсэлэ һэллинэ кэтирилир.

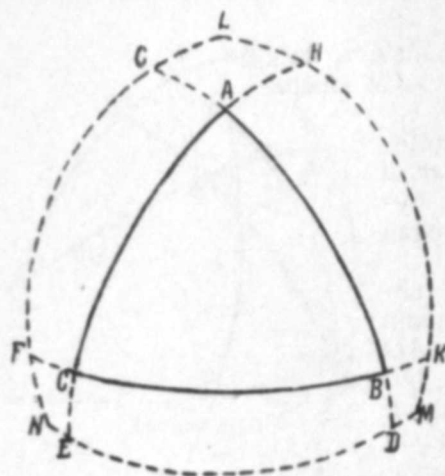
LMN үчбучагына ABC үчбучагынын поляр үчбучагы дейилир.

Өз үч бучагына эсасэн сферик үчбучагын һэлли үсулу (мүстэви үчбучагларда мүмкүн дейилдир) Нәсирәддинэ гэдэр мә'лум дейилди

вэ бу, онун эн мүһүм хидмэтлэриндэн биридир. Гәрби Авропада поляр үчбучаг үзәриндэ илк дэфэ анчаг XVI—XVII эср Нолландия риязийчысы В. Снелл тэдгигат апармышдыр.

Биз бурада Мәһәмәд Нәсирәддинин риязийят элминин үч мүһүм мәсэләсини—паралел хэтлэр нәзәрийәсинэ, нисбәтлэр нәзәрийәсинэ вэ сферик тригонометрия даир мүһакимәләрини нәзәрдән кечирдик.

Чох күман ки, мәһз сферик һәндәсә вэ тригонометрия илэ мәшгул олмасы Мәһәмәд Нәсирәддинэ, V постулатын исбатында бурахдығы сәһви тапмаға имкан вермишдир; белә ки, сферада бөйүк даирә-



Шәкил 12

ләрин гөвләриндән Нәсирәддин дөрдбучагылысы гурачаг олсаг, ACD вэ BDC бучаглары күт олачаг, $EFGHKL...$ сыныг хэтти исә, Лобачевски һәндәсәсиндә олдуғу кими, „Эвклидин шәрһи“ китабынын биринчи вариантында Нәсирәддинин гәбул этдийи шәкилдә алыначагдыр.

Кәтирдийимиз мисаллардан көрүнүр ки, Мәһәмәд Нәсирәддин бир риязийятчы олмаг әтибарилә өз дөврүндә элмин гаршысында дуран эн инчә мәсәлэләри һәлл этмишдир.

Бу дейиләнләрә ону да элавә этмәлийик ки, Нәсирәддин, чыхардығы нәтичәләри астрономик практика илэ сых әлагәләндириши вэ онун әлми ярадычылығы Мараға рәсәдханасында яранан бүтөв бир әлми мәктәбә рәһбәрлик этмәк кими бөйүк тәшкилатчылыг иши илэ янашы кетмишдир.

Бүтүн бунлар Мәһәмәд Нәсирәддини өз зәманәсинин эн көркәм-ли алимләриндән бири һесап этмәйә там эсас ярадыр.

Р. А. ХАЛАФОВА и М. В. ПОПХАДЗЕ

МАТЕРИАЛЫ К ИЗУЧЕНИЮ ВЕРХНЕМЕЛОВЫХ ОТЛОЖЕНИЙ МЕЖДУ р. р. ГЯНДЖАЧАЙ И ТЕРТЕРЧАЙ

Наиболее последовательный и полный разрез всего комплекса верхнемеловых отложений наблюдается в пределах северо-восточных склонов Малого Кавказа, ограниченного на северо-западе течением р. Гянджачай, а на юго-востоке р. Тертерчай. Западнее Гянджачая, начиная от г. Еленсутапа и далее до границы Грузии, так же протягиваются отдельными перерывами отложения верхнего мела, в основном представленного сеноном.

В данной работе описываются некоторые представители плеченогих из отложений маастрихтского, частично датского ярусов междуречья Гянджачая и Тертерчая. Поэтому мы считаем необходимым подробно остановиться на стратиграфии вышеописанных отложений.

Маастрихтский ярус. Маастрихтские отложения в северо-восточной части Малого Кавказа имеют широкое распространение, встречаясь на востоке, начиная от Ханларского района до местности Гары-Керпи на р. Тертер, а на западе—в виде отдельных островков вдоль всего предгорья.

Мощность маастрихтских отложений на северо-западе измеряется в 80 м (сел. Молла-Джала); максимального значения (130—150 м) мощность отложений достигает на р. Карачай у Н. Агджакенда, затем она быстро сокращается, доходя до 30 м на р. р. Инчачай и Тертерчай.

Отложения маастрихтского яруса выделяются как по литологическим особенностям, так и по характерной фауне.

Для установления возраста решающее значение имеют *Parapachidiscus colligatus* Binkh., *P. cf. subrobustus* Seunnes, *P. neubergicus* Haueg и *Belemnitella americana* Schlöth. Кроме этого, маастрихт здесь охарактеризован также фауной ежей, определенной Н. М. Рухадзе: *Echinocorys ovatus* Leske, *Physaster inflatus* d'Orb., *Stegaster boulléi* Cott., *Echinoconus conicus* Breun, *Cyclaster cf. muniéri* Seunnes, *Cardiotaxis* sp. (*Cardiotaxis*) *heberti* Cott. (?) и другие.

Контакт маастрихта с кампаном не везде согласен: в одних местах (между селениями Н. Агджакенд) наблюдается постепенный переход от одного яруса к другому; в других местах (г. Уч-Гюль)

имеются следы перерыва, выраженного появлением гальки кампанских пород на границе двух ярусов.

В районе возвышенности Еленсутапа, как указывает Ш. А. Азизбеков, имеется не только трансгрессивное залегание маастрихта, но и угловое несогласие.

Восточнее Ханлара, на г. Китаг-Даг и к югу от сел. Молла-Джалы, маастрихтские отложения представлены белыми кристаллическими, иногда доломитизированными и песчанистыми известняками. В этой толще Ш. А. Азизбековым была собрана богатая фауна, впоследствии определенная М. М. Алиевым как типичная маастрихтская фауна: *Bellemnitella americana* Morton, *Pycnodonta* cf. *vesicularis* Lam., *Echinoconus goldfussi* Lam., и *Prenaster carinatus* Anth. Мощность 55 м.

На горе Еленсутапа маастрихтские отложения представлены плотными желтоватыми песчаниками, которые сверху переходят в светло-серые известковистые песчаники и известняки с редкими пластинами мергелистых глин.

Здесь встречается следующая фауна: *Echinoconus sulcatus* d'Orb., *E. raulini* d'Orb., *Micraster schraederi* Stoll.

Затем лежат плотно сцементированные песчаники и мелоподобные известняки с многочисленной фауной: *Micraster schraederi* Stoll, *Inoceramus regularis* d'Orb., *J. decipiens* (Zitt) Aliev, *Rhynchonella* sp., *Terebratula* cf. *carnea* Sow., *T. carnea* Sow. var. aff. *incisa* V. Buch., *T. aff. elongata* Sow.

К югу от сел. В. Агджакенд маастрихтские отложения выражены светлыми, серовато-белыми, слегка песчанистыми известняками, местами с прослоями мергелей, порода с очень раздробленным и органогенным детритусом и массой фораминифер (*Globotruncana*, *Globigerina*, *Orbulina*, *Lagena*, *Textularia*).

Из макрофауны встречаются: *Lytoceras* sp., *Parapachydiscus colligatus* Binkh., *P.* cf. *subrobustus* Seunes, *Inoceramus regularis* d'Orb., *J. subsarumensis* Renn., *Isomicraster* aff. *senonensis* Lam b., *Ornithaster evaristei* Cott., *Stegaster* sp. ind., *Echinocorys ovatus* Leske var. *petasata* Lam b., *E. gibbus* Lam. var. *subglobosa* Goldf. Мощность от 40 до 150 м.

В долине р. Хархапут свита маастрихтских песчанистых известняков в мощности сокращается до 40 м и над нею несогласно залегают рыхлые желтые песчаники эоцена.

В долине р. Инчай, в окрестностях сел. Гюлистан, маастрихтские отложения трансгрессивно залегают на сеномане. Эти отложения выражены светлосерыми брекчиевидными известняками с прослоями плитчатых мелких кристаллических известняков. В брекчиевидных известняках встречается мелкая темная галька.

В бассейне р. Тертер отложения маастрихтского яруса состоят из белых органогенных, слегка песчанистых известняков зернистого кристаллического строения. Прослой полимиктовых грубообломочных известняков с галечниками эффузивных пород и туфогенным материалом. Органогенный детритус состоит из обломков пелеципод, мшанок, иглокожих, зубов акулы и фораминифер. Макрофауна представлена *Rhynchonella plicatilis* Sow., *Terebratula carnea* Sow. n. var., *T. carnea* Sow. var. aff. *incisa* v. Buch., *Pycnodonta vesicularis* Lam.

В окрестностях селений Мухратаг и Мардакерт маастрихтский ярус представлен яркobelыми мелоподобными известняками с прослоями серовато-белых песчанистых раскристаллизованных известняков мощностью 60 м с большим количеством иглокожих и фораминифер (*Globotruncana*, *Globigerina*, *Orbulina*, *Nodosariidae*, *Textulariidae* ect.);

встречен также *Inoceramus regularis* d'Orb. Над ними залегают горизонт серовато-белых песчанистых известняков, который выклинивается к северо-западу у сел. Мардакерт. Мощность 10 м.

Затем идут грубослоистые слабopесчанистые известняки с *Rhynchonella* aff. *beougasi* d'Orb. и *Echinoidea* ind. Мощность 50 м.

Последние покрываются яркobelыми мелкокристаллическими, пористыми, органогенно-детритусовыми известняками, состоящими из обломков пелеципод, брахиопод, мшанок и пр. Встречена фауна: *Rhynchonella* cf. *lamarkiana* d'Orb., *Terebratula carnea* Sow., *T. cf. obesa* Sow., *T. aff. carnea* Sow., *Discoidea conulus* Roemer.

Мардакертский разрез отличается мощным развитием маастрихта в фации кристаллических органогенных известняков.

В районе селений Магавуз и Люлясаз разрез маастрихтских отложений литологически сходен с вышеуказанными разрезами Среди этих отложений, наряду с фауной плохой сохранности, найдены и описаны некоторые виды: *Rhynchonella plicatilis* Sow., *Terebratula carnea* Sow., *T. cf. carnea* Sow.

В долине р. Хачинчай в литологически сходной толще маастрихта также была собрана брахиоподовая фауна маастрихтского возраста, как например: *Rhynchonella rionensis* Anth., *Rh. rionensis* Anth. var. *lata* Popch., *Rh. rionensis* Anth. var. *globulosa* Popch., *Rh. cf. ciensis* Popch., *Rh. plicatilis* Sow., *Rh. sim. lebardensis* Popch., *Terebratula carnea* Sow., *T. cf. carnea* Sow., *T. aff. subrotunda* Hadding, *T. mobergi* Lundgr.

Между селениями Магавуз и Мадагиз среди брекчий из кусков маастрихтских известняков оказались крупные *Rhynchonella rionensis* Anth. var. *lata* Popch., *Terebratula carnea* Sow., *T. aff. subrotunda* Hadding, *T. mobergi* Lundgr., *T. sp. ex gr. obesa* Sow., *T. sp. aff. moreana* d'Orb. и *Brissopneustes gaurdoni* Cott.

Последняя форма может служить указанием на то, что кроме маастрихтских отложений, разрушению подвергались и датские слои.

Мощность маастрихтского яруса к Мадагизу уменьшается (до 30 м). Маастрихтское время в исследованном районе ознаменовалось уменьшением глубины моря. Но несмотря на это фации в разных районах развивались различно.

Присутствие терригенных материалов и пестрый состав фауны говорят о близости суши. Чистые органогенные известняки (сел. Мардакерт, на р. Тертерчай) представляют собой рифовые образования.

Изменение мощности связано главным образом с размыванием и трансгрессивным залеганием среднего эоцена. Мелководные и прибрежные фации говорят о появлении в маастрихтское время суши к северу от Малого Кавказа и Триалети.

На границе мела и палеоцена море освобождает некоторые части Малого Кавказа, причем в пределах исследованного района во многих местах эрозия уничтожает не только датские отложения, но и часть маастрихта.

Датский ярус. Отложения датского яруса отмечены в междуречье Кюркакчая и Гянджачая; в районе сел. Али-Ушаги они имеют изменчивую мощность, которая колеблется от 0,2 до 25 м.

Датский ярус в отмеченном нами пункте констатирован благодаря микрофаунистическим определениям.

В овраге, проходящем восточнее сел. Али-Ушаги, на дневную поверхность выходят серые оскольчатые плотные глины, переслаивающиеся с косвенно-слоистыми, иногда быстро меняющимися в цвете

(от коричневого до охристо-красного) глинистыми песчаниками. Мощность 25 м.

Из этих отложений собранная микрофауна представлена: *Gaudryina retusa* Cush., *Bolivinoidea decorata* var. *delicatula* Cush., *Ammodiscus incertus* d'Orb., *Spiroplectamina carinata* Subb., *Textularia excolata* Cush., *Eponides trumpyi* Pl., *Anomalina acuta* (Pl.), *Flabullina* sp., *Gyroidina soldanii* (d'Orb.), *Globigerina compressa* Pl., *Lenticulina rotulata* Lam., *Anomalina* ex. gt. *grosserugosa* Gumb., *Nodosaria adolphina* (d'Orb.); *Globigerina triloculinoides* Pl., *Cibicides dutemplei* d'Orb., *G. bulloides* d'Orb., *Heterostomella* sp.

Сопоставление ассоциации крупных песчаных фораминифер из указанных отложений с таковыми датского яруса Малого Балхана в Туркмении указывает на их некоторое сходство.

Исходя из литологического состава пород датского яруса сел. Али-Ушаги, можно сказать, что мы имеем здесь дело с породами, образовавшимися несколько вдали от береговой линии.

В разрезе р. Кюрракчай также наблюдаются отложения датского яруса. Литологически они выражены чередованием толстослоистых светлосерых и зеленовато-серых известняков и серых мергелей с прослоями песчаных глини серого и ржаво-бурого цвета. Мощность их достигает 70 м. В этих слоях значительно сокращается количество видов фораминифер и их особей, не говоря о полном отсутствии представителей рода *Globotruncana*.

Наряду с этим существенное значение имеет здесь ряд видов *Globigerina*, пользующихся широким распространением в синхроничных образованиях Кавказа и других областей. Среди датских фораминифер этого разреза можно указать: *Hormosina ovulum* Grzyb., *Gaudryina retusa* Cush., *Bolivinoidea carinatus* Subb., *Gyroidina caucasica* Subb., *Pulvinulinella culta* (Park. et Jon.), *Allomorphina allomorphinoides* (d'Orb.), *Globigerina bulloides* d'Orb., *G. triloculinoides* Plummer.

В Ханларском районе, у сел. Молла-Джалы, переход от верхнего мела к эоцену непрерывен, но из-за отсутствия фауны В. П. Ренгарте отнес к датскому ярусу условно лишь пачку мергелей.

Между Н. Агджакендом и Мардакертот датские отложения размывы в результате эоценовой трансгрессии, но имеются косвенные указания, говорящие о том, что датские отложения, так же как и маастрихтские, были представлены органогенными и мшанковыми известняками.

В пределах Агдамо-Мардакертского района удалось констатировать наличие отдельных глыб с датской фауной. В глыбах, встреченных в районе сел. Мингрельск на расстоянии 3 км от сел. Люлясаз и к югу от долины р. Хачинчай, собранная фауна представлена: *Brissonneustes gaurdoni* Cott., *Rhynchonella rionensis* Anth., которая может происходить из датского яруса. Датские отложения на Малом Кавказе представлены морскими карбонатными осадками, причем характер пород показывает на удаленность береговой линии.

Ниже нами дается описание некоторых представителей плеченогих, которые были собраны одним из авторов (Р. А. Халафовой) в основном из маастрихтского яруса Агдамо-Мардакертского района.

Образцы фауны хранятся в музее кафедры палеонтологии, исторической геологии и геологии СССР Азербайджанского индустриального института им. Азизбекова и в Естественно-историческом музее им. Г. Зардаби Академии наук Азербайджанской ССР.

Изученные плеченогие представлены следующим формами: *Rhynchonella rionensis* Anth., *Rh. rionensis* Anth. var. *lata* Popch., *Rh. rionensis* Anth. var. *globulosa* Popch., *Rh. cf. ciensis* Popch., *Rh. plicatilis* Sow., *Rh. sim. lebardensis* Popch., *Terebratula carnea* Sow., *T. cf. carnea* Sow., *T. aff. carnea* Sow., *T. carnea* Sow. var. *incisa* v. Buch., *T. carnea* Sow. var. n. ?, *T. aff. subrotunda* Harding, *T. mobergi* Lundgr., *Terebratella menardi* d'Orb.

Вышеприведенный список показывает, что некоторые определения — приблизительные из-за недостаточности и плохой сохранности части фаунистического материала.

Указанные плеченогие в Азербайджане и за его пределами распространены примерно в одних и тех же стратиграфических единицах; однако недостаточность материала в некоторых случаях лишает нас возможности увязать их распространение с аналогичными формами плеченогих Грузии.

Так, например: *Rhynchonella rionensis* Anth., *Rh. rionensis* Anth. var. *lata* Popch., *Rh. rionensis* Anth. var. *globulosa* Popch. в Грузии в нескольких разрезах встречаются лишь в датском ярусе и считаются руководящими формами местного значения. Если же эти формы и в Азербайджане будут иметь такое вертикальное распространение, то это повысит их стратиграфическое значение.

Для уточнения данного вопроса необходимы дальнейшие сборы фаунистического материала и их изучение.

ОПИСАНИЕ ФОРМ

Сем. Rhynchonellidae Grath, 1848
Род. Rhynchonella Fischer, 1809

Rhynchonella rionensis Anth.

1900. *Rhynchonella rionensis* Anth., Über die Kreide Foss. des Kaukasus Beitr. zur Palaeont. und Geol. Ostr. Ung. und des Orients. Bd. 12. P. 68, Taf. II (I). Fig. 10a—d, 11, 12a—b (7).

В коллекции несколько образцов, которые очертанием раковины, размерами, формой макушки и характерной скульптурой идентичны *Rhynchonella rionensis* Anth. Отличаются от форм, известных из датских отложений Грузии, менее удовлетворительной сохранностью.

Местонахождение. По дороге к сел. Левонарх в Тертере в долине р. Хачинчай, в районе сел. Мингрельск и на расстоянии 3 км от сел. Люлясаз Азерб. ССР.
Распространение. В Азерб. ССР—маастрихт—дат; вне Азерб. ССР—датские белые кристаллические известняки Грузии.

Rhynchonella rionensis Anth. var. *lata* Popch.

Таблица, рис. 1—1а.

1949. *Rhynchonella rionensis* Anth. var. *lata* Popch., Меловые и палеогеновые плеченогие Грузии. „Вестник Музея Грузии“, XIV А, стр. 37, табл. 3 рис. 2 [2].

Размеры: длина—20 мм, 22 мм; ширина—21 мм, 23,5 мм; толщина—11 мм, 15 мм.

Округло-пятиугольного очертания, форма более широкая, чем длинная. Каждая створка украшена 18-ю рельефными тонкими

ребрами, которые с линиями нарастания дают сетчатую скульптуру. Межреберные бороздки не рельефные, выражены слабее, чем у *Rhynchonella rionensis* Anth.

Боковая комиссура прямолинейная, лобного края—закругленно-изогнутая. На брюшной створке имеется неглубокий синус, украшенный 6-ю ребрами.

Макушка короткая, изогнутая, форамен маленький, округлый, дельтидий отсутствует.

Описанный образец своими характерными признаками приближается к *Rhynchonella rionensis* Anth., но отличается от нее более утолщенными створками, более тонкими ребрами и неглубоким синусом; совокупность этих признаков показывает на сходство этой формы с *Rhynchonella rionensis* Anth. var. *lata* Porch., описанной из датских отложений Грузии.

Местонахождение. Долина р. Хачинчай, Азерб. ССР.

Распространение. В Азерб. ССР—маастрихт—дат; вне Азерб. ССР—датские белые кристаллические известняки Грузии.

Rhynchonella rionensis Anth. var. *globulosa* Porch.

Таблица 1, рис. 2—2а.

1949. *Rhynchonella rionensis* Anth. var. *globulosa* Porch. Меловые и палеогеновые плеченогие Грузии (на груз. яз.) „Вестник Музея Грузии“, XIV А, стр. 37, табл. 3, рис. 3 [2].

Размеры: длина—24 мм, 22 мм; ширина—20 мм, 23,5 мм; толщина—15 мм, 15 мм.

Образцы округло-пятиугольного очертания, представленные в виде ядер, на которых местами отпечатана структура раковины. Образцы выпуклые, более широкие, чем длинные.

Створки почти одинаковой выпуклости. На брюшной створке имеется синус, прослеживающийся на протяжении двух третей всей длины створки. В синусе брюшной створки 4 ребра, а седло спинной створки украшено 5-ю выпукло-округлыми ребрами. На каждой створке не менее 16 ребер, которые, пересекаясь с концентрическими линиями нарастания, создают сетчатую скульптуру раковины, а сами линии нарастания вследствие этого зазубрены.

Боковая комиссура прямолинейная, частично зазубренная, а лобного края—изогнутая. Септа спинной створки либо отсутствует, либо слабо развита. Макушка короткая, с округлыми киями, загнутой; форамен маленький, округлый, дельтидий отсутствует.

Описанные образцы с наличием таких характерных признаков, как короткая макушка, с круглым маленьким фораменом, зубчатыми ясными линиями нарастания, сетчатой скульптурой, синусом, выпуклыми створками и другим признаками—вполне сходны с *Rh. rionensis* Anth. var. *globulosa* Porch.

Местонахождение. В долине р. Хачинчай, Азерб. ССР.

Распространение. В Азерб. ССР—маастрихт—дат; вне Азерб. ССР—датские белые кристаллические известняки Грузии.

Rhynchonella cf. *ciensis* Porch.

Таблица, рис. 3—3а, 4—4а

1949. *Rhynchonella ciensis* Porch., Меловые и палеогеновые плеченогие Грузии (на груз. яз.) „Вестник Музея Грузии“, XIV А, стр. 42, табл. 2, рис. 5.

Размеры: длина—20 мм, 20 мм; ширина—20 мм, 19 мм; толщина—12 мм, 13 мм.

В коллекции 2 образца сравнительно неудовлетворительной сохранности.

Форма треугольного очертания, длина и ширина которой почти одинаковы. Каждая створка украшена 12 рельефными ребрами; наблюдается раздвоение ребер. Концентрические линии нарастания весьма бледно очерчены. Боковая комиссура прямолинейная, лобного края—волнистая, асимметричная. Макушка короткая, изогнутая, острая. Форамен очень маленький, почти не видный.

Описанные образцы скульптурой и строением макушки приближаются к *Rhynchonella rionensis* Anth., но отличаются от нее отсутствием синуса и кия, наличием асимметричной волнистой комиссуры лобного края, треугольно-удлиненной формой раковины, вследствие сужения макушечной и передней частей раковины, а также раздвоением ребер и присутствием неясно выраженных линий нарастания и острой макушки, чем вполне сходны с *Rhynchonella ciensis* Porch.

Местонахождение. В долине р. Хачинчай, Азерб. ССР.

Распространение. В Азерб. ССР—маастрихт—дат; вне Азерб. ССР—*Rhynchonella ciensis* Porch. встречается в Грузии, но стратиграфическое положение ее здесь еще не уточнено. Отложения, в которых она встречается, относятся либо к датскому ярусу, либо к палеоцену.

Rhynchonella plicatilis Sow.

1916. *Terebratula plicatilis* Sow., Min. Conch., 2, p. 37, Pl. 118, Fig. 1.

1930. *Rhynchonella plicatilis* Dacque, Die Fauna der regensburg Kelheimer Oberkreide. Abhandl. der Bayer. Acad. s. 95, T. VI, Fig. 16—16a, b.

1937. *Rhynchonella plicatilis* Zechner, Die Glieder der frank. Albüßer Zentrale. Min. LXXXVI. Abt. A. T. XVIII, F. 4—14.

Представленные в коллекции образцы очертанием раковины и макушки, размерами и орнаментацией подтверждают идентичность их с *Rhynchonella plicatilis* Sow.

Местонахождение. Окрестности гор. Агдама, Азерб. ССР.

Распространение. В Азерб. ССР—маастрихт; вне Азерб. ССР—сенон.

Rhynchonella sim. *lebardensis* Porch.

В коллекции имеется образец, своим очертанием и скульптурой приближающийся к *Rh. lebardensis* Porch., но более точно определить форму нет возможности из-за неудовлетворительной сохранности и наличия лишь одного образца.

Следует отметить также, что *Rhynchonella lebardensis* Porch. представлена как широкими, так и продолговатыми формами, но проследить это на материале невозможно.

Местонахождение. Окрестности гор. Агдама, Азерб. ССР.
Распространение. В Азерб. ССР—маастрихт.

Сем. Terebratulidae Gray, 1848
Род Terebratula (Lihwyd) Klein, 1753.

Terebratula carnea Sow.

Таблица, рис. 5—6

1819. *Terebratula carnea* Sow., Min. Conch. v, 1, 47, T. 15, Fig. 6.
1847. *Terebratula carnea* d'Orb., Pal. franc. Terr. crét., v. IV, p. 103, T. 523, Fig. 5—8.
1851—1855. *Terebratula carnea* Davidson, Brit. Foss. Brach. V—I, part 2. The
cret. Brach., p. 67, T. VIII, Fig. 2, 4, 5.
1935. *Terebratula carnea* Kongiel, W sprawie wieku „Siwaka” w ocolicach
Pulaw, str. 41, III. V [VIII], Fig. 1 a-b, 2, 3 [8].

Размеры: длина—39 мм, 35 мм, 22 мм; ширина—40 мм, 34 мм,
21 мм; толщина—20 мм, 18 мм, 10 мм.

Закругленные образцы с редкими концентрическими линиями нарастания и закругленными комиссурами. Синус, киль и складки отсутствуют. Макушка загнутая, форамен овальный, очень маленький.

Описанные образцы очертанием раковины, строением макушки, закругленными комиссурами, а самое главное—чрезмерно маленьким фораменом идентичны *Terebratula carnea* Sow. От форм, описанных Конгизлем и Давидсоном, отличаются большей закругленностью раковины, чем они приближаются к формам d'Orbigny.

Местонахождение. В долине р. Хачинчай, Азерб. ССР.

Распространение. В Азерб. ССР—маастрихт; вне Азерб. ССР—сенонский ярус Англии, Франции, Польши, Болгарии, Грузии, Сев. Кавказа.

Terebratula cf. *carnea* Sow.

1819. *Terebratula carnea* Sow., Min. Conch. 1. s. 47, Fig. 6.
1847. *Terebratula carnea* d'Orb., Pal. franc. Terr. crét. IV, p. 103, T. 513,
Fig. 5—8.
1851—1855. *Terebratula carnea* Davidson, Brit. crét. Brach., p. 67, T. VIII,
Fig. 2, 4, 5 [9].
1935. *Terebratula carnea* Kongiel, W sprawie wieku „Siwaka” w okolicach
Pulaw, str. 41, T.V(VIII).

Размеры: длина—34 мм; ширина—30 мм; толщина—8 мм.

В коллекции Естественно-исторического музея Азербайджана имеется лишь один неудовлетворительной сохранности округло-плоский образец этого вида. Брюшная створка более выпуклая, из-за плохой сохранности линии нарастания не видны. Комиссура округлая. Макушка невысокая, но рельефная, форамен маленький, круглый; раковина без скульптуры, а также без складок.

Описанный образец по своим характерным признакам идентичен с *Terebratula carnea* Sow. и лишь из-за плохой сохранности образца описывается как *T. cf. carnea* Sow. Вместе с описанными образцами имеются 2 образца *Terebratula carnea* Sow. var. p.

Местонахождение. Г. Еленсутапа, Азерб. ССР.

Распространение. В Азерб. ССР—сенон; вне Азерб. ССР—сенон.

Terebratula carnea Sow. var. p.?

Размеры: длина—29 мм, 29 мм, 28 мм, 24 мм, 22 мм; ширина—24 мм, 26 мм, 25,5 мм, 23 мм, 21,5 мм; толщина—18 мм, 16 мм, 17 мм, 12 мм, 10 мм.

Довольно выпуклые, округлого очертания образцы; брюшная створка более выпуклая, особенно около макушки; спинная створка тоже выпуклая, но не на всех образцах.

На створках не наблюдается никакой скульптуры, отсутствуют также линии нарастания. Комиссуры округлые. Макушка невысокая, маленький и круглый форамен замечен лишь на одном образце.

Описанные образцы найдены вместе с *T. carnea* Sow. var. *incisa* v. Buch., очертанием раковины, маленькой макушкой, маленьким и круглым фораменом, а также округлыми комиссурами они похожи на *T. carnea* Sow., но отличаются от нее сильно вздутой околомачушечной частью брюшной створки, а также более выпуклой спинной створкой и менее закругленной раковинной. Однако существующая разница не выходит из пределов вида и форму эту под вопросом можно выделить, как новую разновидность *Terebratula carnea* Sow.

Местонахождение. Р. Тертер, Азерб. ССР.

Распространение. В Азерб. ССР—сенон.

Terebratula carnea Sow. var. aff. *incisa* v. Buch.

Таблица, рис. 8—8а.

Размеры: длина—32 мм, 29 мм, 28 мм, 26 мм, 23,5 мм; ширина—27 мм, 22 мм, 27 мм, 24 мм, 22,5 мм; толщина—11 мм, 13 мм, 12 мм, 9 мм, 10 мм.

В коллекции несколько асимметричных (возможно деформированных) образцов овального или же овально-удлиненного очертания. Некоторые из них неравномерно утолщены близ макушки. На брюшной створке наблюдается более или менее ясно выраженный киль, в некоторых случаях киль сдвинут то в левую, то в правую сторону, чем и вызвана асимметрия раковины. На створках видны незакономерно расположенные концентрические линии нарастания. Комиссура боковая почти прямолинейная, фронтального края—округлая. Макушка высокая, загнутая, форамен маленький, круглый.

Описанные образцы очертанием раковины приближаются к *Terebratula elongata* Sow., описанной Конгизлем [8, стр. 42, табл. 6 (XI), рис. 7а—б, 8а—с], но эта последняя меньшего размера, более толстой формы и имеет рельефно выраженные и спущенные у боков и переднего края концентрические линии нарастания.

Описанная форма по многим характерным признакам больше всего приближается к *Terebratula carnea* Sow. var. *incisa* v. Buch. [8, стр. 42, табл. 4а—б, 6а—с], но и от нее отличается более округлой формой, очертанием боковой комиссуры, наличием кля и асимметрией боковой стороны, а то и всей раковины, что возможно, является результатом способа прикрепления, обусловленного местными условиями обитания. Н. Яковлев лишь прикреплением объясняет отклонение от симметрии раковин плеченогих. Но не исключена и другая возможность, а именно, что описанные формы представляют новый вид. Но для решения этого вопроса требуется более обильный и лучшей сохранности материал.

Местонахождение. Г. Еленсутапа, Казах—Тертер, Азерб. ССР.
Распространение. В Азерб. ССР—сенон; вне Азерб. ССР—*Terebratula carnea* Sow. var. *incisa* v. Buch. известна в сенонских отложениях Польши.

Terebratula aff. *elongata* Sow.

Размеры: длина—34 мм, 29 мм, 29 мм, 27 мм; ширина—24 мм, 22 мм, 20 мм, 21 мм; толщина—14 мм, 12 мм, 13 мм, 14 мм.

Вместе с *Terebratula carnea* Sow. var. *incisa* v. Buch. в коллекции имеется несколько образцов, выявляющих некоторое сходство с *Terebratula elongata* Sow., от которой они отличаются удлинёнными, сильно килеватыми формами (деформация); не исключена возможность установления связи между ними. Такие же формы из Кировабад—Казах представлены лишь брюшными створками. На одной из этих створок заметны линии нарастания и точечная (?) структура.

Местонахождение. Сенонские отложения Казах—Тертера, Азерб. ССР

Распространение. В Азерб. ССР—сенон; вне Азерб. ССР—Конгизлем отмечены в верхах сенона Польши.

Terebratula aff. *subrotunda* Hadding.

Размеры: длина—55 мм, 46 мм; ширина—45 мм, 37 мм, толщина—34 мм, 29 мм.

Образец овальной формы, брюшная створка выпуклая, спинная—плоская. На створках, начиная с макушки до лобного края, имеются частые и рельефные концентрические линии нарастания, концентрические кольца нарастания, перерыв, затем опять кольцо нарастания овальной формы и частые, незакономерно расположенные овального очертания линии нарастания. Овальное кольцо нарастания очень рельефно очерчивает край раковины и вообще на раковине ясно отмечены перерывы в нарастании. Комиссуры округлые, макушка загнутая, невысокая.

Описанный образец общими очертанием раковины, слабо загнутой макушкой, расположением линий нарастания, очертанием комиссур больше всего приближается к *Terebratula subrotunda* Hadding, описанной Конгизлем [8, стр. 42, т. VI (IX) 9a—c, VII (X) 1a—c], но сильно отличается от нее значительно большими размерами и более плоской спинной створкой.

Местонахождение. Гор. Агдам, Азерб. ССР.

Распространение. В Азерб. ССР—маастрихт; вне Азерб. ССР отмечается в сенонском и датском ярусах Польши.

Terebratula mobergi Lundgren.

Таблица, рис. 7—7а

1885. *Terebratula mobergi* Lundgren, Brach. sverg. krist., s. 54, T. III. Fig. 8.

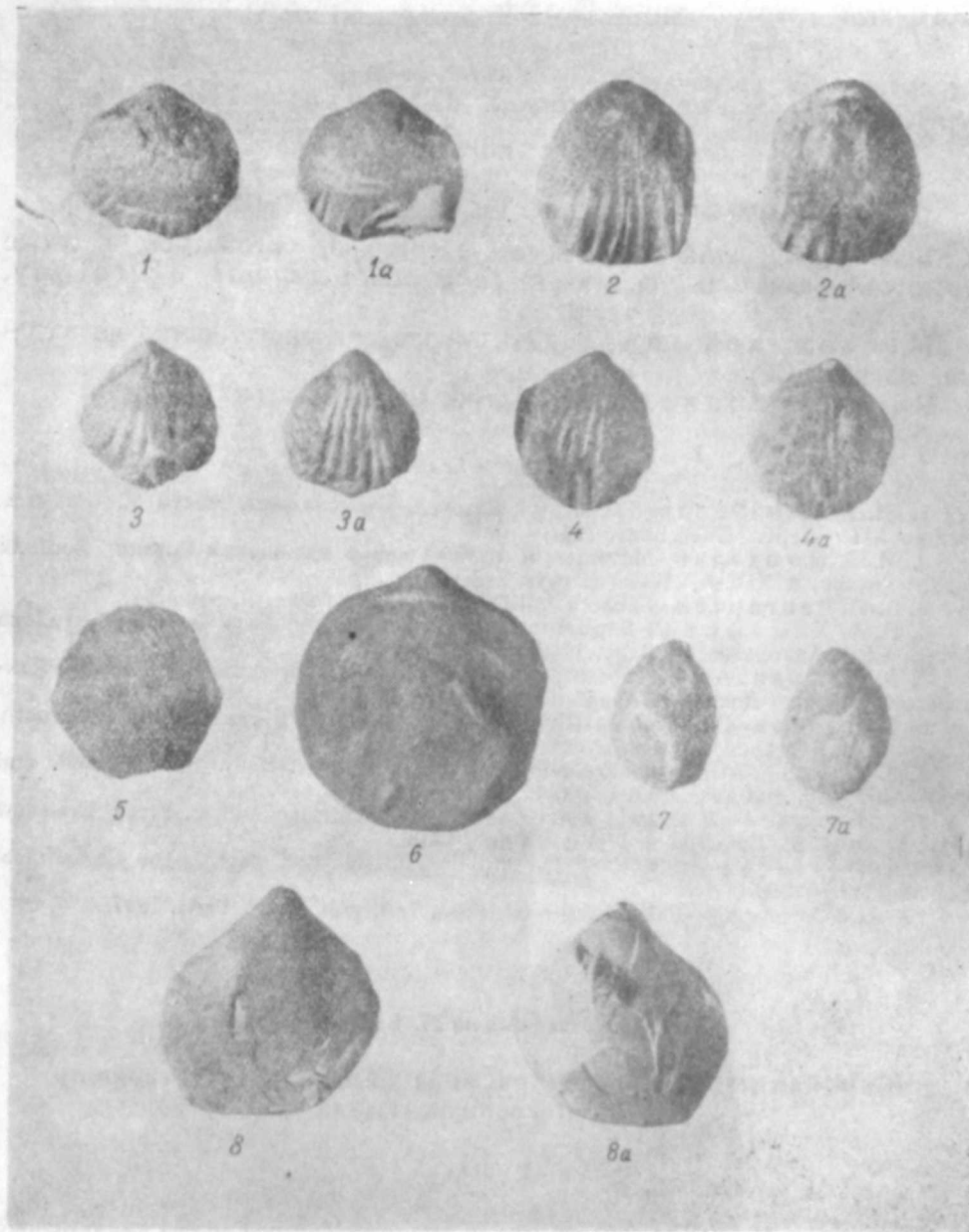
1919. *Terebratula mobergi* Hadding, Terebratula Arten Palaeontographica, T. 58, s. 13, T. IV. Fig. 7—10.

1935. *Terebratula* R. Kongiel, W sprawie wieku „Stwaka” w okolicach Pulaw, str. 43, T. VII (X), Fig. 5a—c, 6a—c, T. VIII (IX), Fig. 3a—c [8].

Размеры: длина—20 мм; ширина—15 мм; толщина—11 мм.

В палеонтологических сборах из р. Хачинчай этот вид представлен лишь одним экземпляром. Сохранность его удовлетворительна.

Образец удлиненно-овального очертания. Брюшная створка более выпуклая, чем спинная. Концентрические линии нарастания нерельефно очерчены. Боковая комиссура прямолинейная, лобного края—закругленная. Макушка слабо загнутая, с маленьким и круглым фораменом, дельтидий не сохранился.



ОБЪЯСНЕНИЕ ТАБЛИЦЫ:

- 1—1a. *Rhynchonella rionensis* Anth. var. *lata* Porch. Долина р. Хачинчай.
2—2a. *Rhynchonella rionensis* Anth. var. *globulosa* Porch. Долина р. Хачинчай.
3—3a, 4—4a. *Rhynchonella* cf. *ciensis* Porch. Долина р. Хачинчай.
5—6. *Terebratula carnea* Sow. Долина р. Хачинчай между с.с. Магавуз и Мадагиз.
7—7a. *Terebratula mobergi* Lundgren. Долина р. Хачинчай.
8—8a. *Terebratula carnea* Sow. var. aff. *incisa* v. Buch. Еленсутапа, Кировабад—Тертер.

Описанный образец идентичен *Terebratula mobergi* Lundgr., отличается от нее лишь меньшими размерами, что, по всей вероятности, объясняется тем, что описанная форма является молодым экземпляром этого вида.

Местонахождение: Р. Хачинчай, Азерб. ССР.

Распространение: В Азерб. ССР — маастрихт; вне Азерб. ССР — низы датского яруса Польши.

Сем. *Terebratellidae* King.

Род. *Terebratella* d'Orbigny. 1847.

Terebratella menardi d'Orbigny,

1847. *Terebratulla menardi* d'Orb. Pal. franç. terr. crét. pl. 517, Fig. 4 [10].

В коллекции один образец; по очертанию, скульптуре, а также другими признаками идентичен *Terebratella menardi* d'Orbigny.

Местонахождение. Сел. Мардакерт, окрестности гор. Агдама, Азерб. ССР.

Распространение. В Азерб. ССР — маастрихт.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ш. А. Азизбеков — Геология и петрография сев-вост. части М. Кавказа. Изд-во АН Азерб. ССР, Баку, 1947.
2. М. В. Попхадзе — Меловые и палеогеновые плеченюгие Грузии. Вестник Музея Грузии, т. XIV А, 1949 (на груз. яз.).
3. В. П. Ренгартен — Геология СССР, т. X, Закавказье. Л.—М., 1941.
4. Р. А. Халафова — Верхнемеловые отложения Шаумяновского района Азерб. ССР. Азнефтеиздат, Баку, 1946.
5. Д. М. Халилов — К стратиграфии меловых и палеогеновых отложений Ханларского района. — Докл. АН Азерб. ССР, т. V, № 5, 1949.
6. В. Цанков — Геология на Шуманского плоскогорье и близких ему околности. Списание на Болгарского геологическо Дружество, год 2, кн. 1, София, 1930.
7. J. Anthula — Über die Kreidefossilien des kaukasus. Beitr. zur Palaeont. und Geol. ostr. Ung. und des Orients, Bd. 12, Wien, 1900.
8. R. Kozłowski — W sprawie wieku „Siwaka“ w okolicach Pulaw. Prace Zakładow Geol. Univers. St. Batorega w Wilnie. Wilno, 1935.
9. T. Davidson — A Mon. of the Brit. Foss. Brach. v. I, part 2, The Cret. Brach. London, 1851—1885.
10. A. d'Orbigny — Paléontologie française. Terr. crét, vol. 4, Paris, 1847.

Р. А. Халафова и М. В. Попхадзе

Кэнчэчай вэ Тэртэрчай арасында өйрэнилэн үст тэбашир чөкүнтүлэри һаггында

ХҮЛАСЭ

Мүәллифлэр 1947—1949-чу иллэр эрзиндэ Кичик Гафгаз дағларынын шимал-шэргиндэ кеоложи тэдгигатлар нәтижәсиндә үст тэбашир чөкүнтүлэрини өйрәнмишлэр.

Мәгаләдә маастрихт вэ дат чөкүнтүлэринин характер кеоложи кәсилишлэри верилмәклә бәрабәр, онларын литоложи вэ палеонтоложи характеристикасы да верилмишдир. Һәмин чөкүнтүләр ичәрисиндә башаяглыларын, ястыгәлсәмәлиларын, чийниаяглыларын, дәрситикан-

лыларын, фораминиферлэрин вэ балыг дишлэринин галыглары тапылмышдыр. Гейд этмәк лазымдыр ки, тә'йин әдилмиш фауна галыгларындан мәгаләдә дат вэ әсас э'тибарилә маастрихт мәртәбәсини сәчий-йәләндирәв чийниаяглыларда *Rhynchonellidae* вэ *Terebratulidae* фәсиләлэринә аид олан ашағыдакы нөвлэрин тәсвири верилир:

Rhynchonella rionensis Anth. var. *lata* Popch.

Rhynchonella rionensis Anth. var. *globulosa* Popch.

Rhynchonella cf. *ciensis* Popch.

Terebratula carnea Sow.

Terebratula mobergi Lundgren.

Terebratula carnea Sow. var. aff. *incisa* v. Buch.

Н. А. АЛЕКПЕРОВА

ОПИСАНИЕ ЧЕРЕПА ИСКОПАЕМОЙ БИНАГАДИНСКОЙ САЙГИ

(*Saiga binagadensis* sp. nova)

Палеонтологическими раскопками, производившимися в сел. Бинагады в 1939—1950 гг., собрано большое количество костей различных видов и подвидов млекопитающих, в том числе кости скелета и фрагменты черепа ископаемой бинагадинской сайги. Общие описания фауны этого местонахождения неоднократно печатались в изданиях АзФАН¹, в связи с чем мы не останавливаемся на описании этого местонахождения.

Материалы, собранные за 1939—1950 гг. по ископаемой бинагадинской сайге, составляют в общем 776 костей.

Черепов ископаемой бинагадинской сайги в нашем распоряжении было всего 3 экземпляра. Из них один взрослый самец (♂ ad.) и две молодых самки (♀ semiad.). Все черепа находятся в фрагментарном состоянии. Для сравнения этих черепов с современной сайгой нами использовано три целых черепа, один из них полузрелого самца (♂) № 16, один молодого (♂) № 15 и один череп взрослой самки (♀) № 21.

Ископаемая бинагадинская сайга

Фрагмент № 1 adultus (♂). У фрагмента сохранилась одна половина носовых костей с передними частями лобной поверхности и целыми рогами. Сохранился также верхний край глазницы. Вся задняя часть черепа обломана. Фрагмент черепа имеет желто-бурый цвет.

Фрагмент № 2 semiadultus (♀). На фрагменте сохранилась часть передней и часть задней половины лобной поверхности, парietальная кость и верхний край глазницы. Шов для соединения лобной кости с парietальными костями ясно виден. Фрагмент окрашен в желто-бурый цвет.

¹ Известия АзФАН № 6, 1939 и №№ 5, 6, 1940.

Бинагадинская сайга

Название кости		Общее колич.		Название кости		Общее колич.	
1	Cranium	44	13	Pelvis	4		
2	Mandibula	138	14	Os ischis	2		
3	Scapula	77	15	Calcaneus	23		
4	Humerus	27	16	Astragalus	7		
5	Radius	93	17	Scafocuboideum	1		
6	Ulna	34	18	Atlas	7		
7	Metacarpale	103	19	Epistropheus	2		
8	Os malleolari	2	20	Os sacrum	1		
9	Femur	17	21	Phalanx	34		
10	Tibia	51	22	Phalanx	3		
11	Patella	13	23	Phalanx	1		
12	Metatarsale	92		Всего	776		

Из этих костей в нашем распоряжении имелись следующие:

Название кости		Общее колич.		Название кости		Общее колич.	
1	Cranium	3	8	Humerus	6		
2	Maxilla	26	9	Metacarpale	15		
3	Mandibula	133	10	Pelvis	4		
4	Epistropheus	1	11	Os sacrum	1		
5	Scapula	23	12	Tibia	5		
6	Radius	11	13	Metatarsale	14		
7	Ulna	1	14	Scafocuboideum	1		
				Всего	244		

Фрагмент № 3 semiadultus (♀). Сохранилась только задняя часть лобной поверхности, париетальная кость и верхний край глазницы. Ясно заметен шов, соединяющий лобную кость с париетальными костями, и шов sutura sagittalis. Фрагмент имеет темнобурый цвет.

Носовая кость ископаемой бинагадинской сайги короткая, узкая, тогда как вершина ее относительно широкая. У современной сайги носовая кость более широкая и более длинная, но вершина ее более узкая. Длина носовых костей у ископаемой бинагадинской сайги равняется 48 мм, наибольшая ширина—30 мм, наименьшая ширина—9 мм, тогда как у современной сайги длина носовых костей у молодого экземпляра равняется 40 мм, у взрослых экземпляров—51 мм. Наибольшая ширина—24—30 мм, наименьшая ширина—7—7,5 мм. Указанная разница подтверждается и их пропорциональными соотношениями.

Индекс I. Отношение наименьшей ширины носовых костей к длине. У ископаемой бинагадинской сайги оно равно 18,7%, у современной сайги колеблется от 14,7 до 17,5%.

Индекс II. Отношение наибольшей ширины носовых костей к наибольшей их длине. Данный индекс у ископаемой бинагадинской сайги равняется 62,5%, у современной сайги он колеблется от 58,8 до 60%.

Выступ naso lacrimale orale у ископаемой бинагадинской сайги образует тупой угол, у современной сайги он более приостренный.

Передняя часть лобной поверхности в области nasion у молодых и взрослых экземпляров ископаемой сайги вогнута в такой же мере, как у современной.

Верхний край глазной орбиты по своей форме у ископаемой бинагадинской сайги не отличается от современной. У взрослых экземпляров этот край более толстый и выпуклый, у молодых экземпляров более тонкий.

Задняя часть лобной поверхности сзади обоих рогов вогнутая. Эта вогнутость у ископаемой сайги более мелкая, чем у современной. Гребень sutura sagittalis эту вогнутость разделяет на две части. Ширина черепа сзади рогов у ископаемой бинагадинской сайги колеблется от 62 до 76 мм, у современной—от 64 до 71 мм.

Париетальная кость ископаемой бинагадинской сайги короткая и более узкая, чем у современной. Эта разница ясно видна по ее пропорциональным соотношениям. Данный индекс у молодых экземпляров ископаемой бинагадинской сайги колеблется от 57,2 до 58,3%, у молодых экземпляров современной сайги он равняется 55,1%, а у взрослых экземпляров—52,8%.

Лобная поверхность на расстоянии между nasion bregma у ископаемой бинагадинской сайги относительно короче, чем у современной. Это же подтверждается измерениями и индексами (см. табл. 1 и 2).

Интерпариетальный участок расположен посредине теменной области и имеет форму рельефной возвышенности треугольных очертаний. Вершина его лежит по срединной сагиттальной линии и обращена кзади. У ископаемой бинагадинской сайги угол вершины упомянутого треугольника равняется 60°, у современной сайги этот же угол равен 50°.

В данной статье укажем вкратце некоторые диагностические различия отдельных костей скелета ископаемой бинагадинской и современной сайги. (Подробно на диагностических признаках костей скелета мы остановимся в специальной работе.)

а) Длина и ширина cavitas glenoidalis (лопатки) у ископаемой бинагадинской сайги несколько меньше, чем у современной.

б) Tuberc scapulae (processus coracoideus) у ископаемой бинагадинской сайги более толстый и более длинный, чем у современной.

в) Tuberculum laterale (плечевая кость) у ископаемой бинагадинской сайги более острая и высокая, чем у современной сайги. Эта особенность хорошо подтверждается соответствующими индексами.

Индекс. Отношение высоты tuberculum laterale к ширине его основания. У ископаемой бинагадинской сайги данный индекс колеблется от 69,8 до 80,7%, у современной—от 56 до 68%.

Индекс. Отношение ширины латеральной суставной поверхности дистального эпифиза trochlea к ширине его медиальной суставной поверхности. Данный индекс у ископаемой бинагадинской сайги колеблется в пределах от 70 до 72,7%, у современной—от 68,1 до 69,2%.

Место прикрепления мускулов (m. teres major) к передней части медиальной стороны caput humeri ископаемой бинагадинской сайги более широкое, чем у современной сайги.

Индекс. Отношение ширины места прикрепления мускулов (m. teres major) к передней части медиальной стороны caput humeri к ширине sulcus intertubercularis. Данный индекс у ископаемой бинагадинской сайги колеблется от 85 до 94,2%, тогда как у современной сайги, от 68,7 до 80%.

Таблица 1

№	Фрагмент черепа. Промеры (в мм)	Ископаемая бинагадинская сайга			Современная сайга		
		фрагм. adultus ♂ № 1	фрагм. semiadultus ♀ № 2	фрагм. semiadultus ♀ № 3	cranium juv. ♂ № 15	cranium adultus ♂ № 16	cranium semiadultus ♀ № 21
1	Наибольшая ширина черепа над задними краями глазницы через <i>ecto orbitale</i>	129	—	85	87	136	101
2	Наибольшая ширина лобной поверхности между основанием черепа наружного края роговых отростков .	101	—	—	66	105	64
3	Наименьшая ширина лобной поверхности между основанием переднего края роговых отростков	45	—	—	45	—	47
4	Длина <i>os parietale</i> (λ bregma) .	—	35,5	35	35	37,5	34
5	Ширина <i>os parietale</i>	—	62	60	63,5	71	63
6	Длина <i>nasofrontale</i> — <i>nasion</i> bregma .	—	41	—	44	61	44
7	Расстояние между <i>foramen supra orbitale</i> через передний край	51	—	41,2	39,5	51	41

г) Высота латеральной поверхности проксимального эпифиза лучевой кости ископаемой бинагадинской сайги относительно больше, чем у современной сайги. Это подтверждается их же индексами.

Индекс. Отношение длины (сверху вниз) высоты латеральной поверхности проксимального эпифиза к лучевой кости ко всей ширине проксимального эпифиза. Эти пропорциональные соотношения у первого колеблются от 33,8 до 40%, тогда как у второго от 26,6 до 29,4%.

Индекс. Отношение высоты наружной части суставной поверхности проксимального эпифиза к ее же длине. Этот индекс у ископаемой бинагадинской сайги колеблется от 16,1 до 23,07%, у современной сайги—от 13,6 до 14,2%.

Индекс. Отношение расстояния между обоими гребнями дистального диафиза лучевой кости к ее длине. У первой (ископаемой) индекс колеблется от 50 до 53,3% у второй от 58,06 до 69,2%.

Индекс. Отношение ширины суставной поверхности лучевой кости для *os carpi radiale* к передне-заднему диаметру ее же. У ископаемой бинагадинской сайги индекс равен 72,7—80,9%, у современной 82,3—100%.

д) Наружный отросток (*processus externus*) локтевой кости у иско-

Таблица 2

№	Фрагмент черепа. Индексы	Ископаемая бинагадинская сайга			Современная сайга		
		фрагм. adultus ♂ № 1	фрагм. semiadultus ♀ № 2	фрагм. semiadultus ♀ № 3	cranium juv. ♂ № 15	cranium adultus ♀ № 16	cranium semiadultus ♀ № 21
1	Индекс I: Отношение наименьшей ширины лобной поверхности между основаниями переднего края роговых отростков к наибольшей ширине лобной поверхности между основаниями через наружные края роговых отростков Промер 3-100 Промер 2	4,55	—	—	69,9	—	46,5
2	Индекс II: Отношение длины <i>os parietale</i> к длине <i>nasofrontale</i> Промер 4-100 Промер 6	—	86,5	—	79,5	61,4	72,2

паемой бинагадинской сайги меньше, чем у современной сайги. Это хорошо характеризуется соответствующими индексами.

Индекс. Отношение ширины наружного отростка локтевой кости (*processus externus*) к наибольшей ширине локтевой кости на этом же уровне. Данный индекс у первого вида колеблется от 32,2 до 35,7%, у второго—от 38,2 до 40%.

Индекс. Отношение ширины внутреннего выступа локтевой кости (*processus internus*) к наибольшей ширине локтевой кости на этом же уровне. Эти пропорциональные отношения, выраженные индексами, у ископаемой бинагадинской сайги равны 39,2—42,8%, у современной сайги—36,6—38,2%.

е) Пястные кости у ископаемой бинагадинской сайги несколько меньшей величины, чем у современной.

Индекс. Отношение толщины сагиттального гребня (медио-латерально) дистальной суставной поверхности пястной кости к наибольшей ширине ее же. Данный индекс у первого вида колеблется от 10,4 до 11,1%, у второго—от 13,4 до 13,6%.

Индекс. Отношение толщины сагиттального гребня (медио-латерально) дистальной суставной поверхности пястной кости к ширине одной половины этой же суставной поверхности. Данный индекс у ископаемой бинагадинской сайги колеблется от 22,7 до 25%, тогда как у современной сайги он равен 28,5—30%.

ж) Тазовая кость у ископаемой бинагадинской сайги по некоторым диагностическим признакам отличается от таковой у современной. Мы отметим в данной статье лишь некоторые отдельные, наиболее показательные признаки.

Индекс. Отношение толщины в наиболее узком месте (медио-латерально) *os illi* к наименьшей ширине (спереди назад) *os illi*. Данный индекс у ископаемой бинагадинской сайги колеблется от 43,5 до 47,05%, у современной сайги от 50 до 57,8%.

Индекс. Отношение ширины *os illi* в наиболее узком пункте к длине *os illi* в середине *acetabulum*. Данный индекс у ископаемой бинагадинской сайги колеблется в пределах от 18,6 до 20,6%, у современной—от 16,1 до 17,6%.

з) Большеберцовая кость ископаемой бинагадинской сайги по некоторым диагностическим признакам также хорошо отличается от соответствующей кости современной сайги.

Индекс. Отношение ширины медиальной суставной поверхности дистального эпифиза большеберцовой кости к ширине латеральной суставной поверхности ее же. Данный индекс у ископаемой бинагадинской сайги колеблется от 53,3 до 55,1%, у современной—от 57,1 до 65,3%.

Индекс. Отношение ширины дистального симфиза большеберцовой кости к ширине проксимального симфиза ее же. Данный индекс у первого равняется 25,2—68,7%, у второго—75,8—80,3%.

Выводы

На основании сравнения черепов ископаемой бинагадинской сайги и современной сайги мы можем сделать следующие выводы.

1. Носовая кость ископаемой бинагадинской сайги короткая и вершина ее широкая, у современной сайги вершина уже.

2. Выступ *nasale orbitale* у ископаемой бинагадинской сайги образует тупой угол, тогда как у современной сайги он более приостренный.

3. Parietalная кость у ископаемой бинагадинской сайги короче и уже, чем у современной сайги.

4. Лобная поверхность у ископаемой бинагадинской сайги относительно короче, чем у современной сайги.

Кроме указанных выше различий между черепами ископаемой и современной сайги, нами установлены различия и остальных частей скелета ископаемой бинагадинской и современной сайги.

Все эти данные позволяют нам установить, что бинагадинская ископаемая сайга является новым видом *Saiga binagadensis* sp. nova. Геологический возраст бинагадинской сайги—рис—вюрм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новые данные по флоре и фауне Бинагадинского кирового местонахождения. Изв. АзФАН № 6, Баку, 1939.
2. Изучение четвертичной (бинагадинской) фауны Апшеронского полуострова. Изв. АзФАН № 5, Баку, 1940.
3. Бинагадинская находка. Бинагады. Кладбище четвертичной фауны на Апшеронском полуострове. Изд. АзФАН, Баку, 1939.
4. Бинагадинская находка. Картины первобытной природы Апшерона (Бинагады). Изд. АзФАН, Баку, 1940.
5. А. Г. Б а н и к о в—Новый вид сайги из Монголии. ДАН СССР, нов. серия, 1946; т. LI, № 5, 1946.
6. Н. К. В е р е щ а г и н—Новые находки ископаемых и современных млекопитающих в Закавказье за период 1935—1940 гг. Изв. АзФАН № 6, 1940.
7. Н. К. В е р е щ а г и н—Каталог зверей Азербайджана. Изд-во АзФАН, Баку, 1942.
8. И. Г. П и д о п л и ч к о—О ледниковом периоде. Изд-во АН Укр. ССР, Киев, 1951.
9. И. Х о м е н к о—*Saiga prisca* N h r g. Материалы по палеонтологии третичных и послетретичных млекопитающих Сев. Кавказа. Труды Ставропольского об-ва изуч. Северокавказского края, т. III, вып. I, Киев, 1914.

Н. А. Элакбэрова

Бинэгэди фоссил сайга кэллэсинин мүгайисэси

ХУЛАСЭ

Бинэгэди фоссил халында сайганын бир чох этраф сүмүклэри вэ бунларла бирликдэ фрагмент халында бир нечэ кэллэ сүмүклэри дэ тапылмышдыр. Бу кэллэ сүмүклэрини, хазырда яшайн сайганын бир нечэ нөвлэри илэ мүгайисэ этдикдэ, Бинэгэди фоссил сайгасынын кэллэ фрагментлэринин вэ бэ'зи эсас сүмүклэринин индики сайгалардан нэ гэдэр кичик олдуғу айдынлашыр.

Бинэгэди фоссил сайгасынын бурун сүмүйү гыса вэ бурун сүмүйүнүн уч хиссэси исэ мүасир сайганынкына нисбэтэн энлидир. *Nasale orbitale* оғале, чыхынтысы бинэгэди фоссил сайгасында кор, лакин мүасир сайгада сиври бучаг эмэлэ кэтирир.

Париетал вэ алын сүмүйү бинэгэди фоссил сайгасында мүасир сайга нисбэтэн бир гэдэр кичик вэ энсиздир.

Юхарыда көстэрилэн анатомик хүсусийэтлэрдэн айдын олур ки, Бинэгэди фоссил сайгасы хүсуси нөв тэшкил эдэрэк индики сайгалардан фэрглэнир. Буна көрэ дэ Бинэгэди фоссил сайгасыны *Saiga binagadensis* sp. nova ады илэ адландырыр.

Б. МАМЕДОВ

ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ СТУШЕВАННОЙ ТРАХОМЫ

Борьба с трахомой в условиях советского строя осуществляется весьма успешно. Для борьбы с трахомой, которая заметно снижается с каждым годом, мобилизована вся медицинская общественность. Практика борьбы с трахомой показывает, что свежая ее форма встречается все реже и реже. Однако борьба с трахомой требует распознавания не только явных ее периодов, в которых разбирается и не врач-окулист, но и скрытых ее форм, представляющих немалое затруднение и для врача-окулиста. Нам известны скрытые, атипические виды трахомы, которые для своего распознавания требуют дополнительного исследования. Описаны такие формы, как стусеванная и префолликулярная трахома.

Трахома в огромном большинстве случаев начинается незаметно и обнаруживается иногда при случайном осмотре, когда ее процесс закончен. Такое явление часто встречается в детском возрасте отчасти потому, что течение трахоматозного процесса в этом возрасте протекает благоприятнее, чем у взрослых.

Диагностику трахомы считают трудной в начале болезни, когда процесс локализуется в переходных складках и в конъюнктиве хряща, хотя относительно ее начала и развития имеются указания в литературе (Б. Мамедов, Кудояров).

Существует вид трахомы, при которой конъюнктив хряща, кроме уплотнения, утолщения и перегруппировки сосудов, других видимых изменений не представляет. Исследование такой конъюнктивы щелевой лампой или бинокулярной лупой дает совершенно иную картину. При этом, во-первых, мы можем обнаружить элементы инфильтрации и шероховатости у верхнего края хряща верхнего века ближе к верхнему своду; во-вторых, можно ясно видеть степень утолщения конъюнктивы хряща и сеть новообразованных сосудов, которые нарушают ход сосудов нормальной конъюнктивы; и, наконец, мы обнаруживаем лимбальные изменения роговицы, которые могут разрешить окончательный диагноз трахомы.

В течение пяти лет (1934—1938 гг.) мы подвергли методическому исследованию глаза 3500 чел. (детей и взрослых) посредством бинокулярной лупы с боковым освещением и щелевой лампой. В числе

большого количества трахомных больных мы 170 случаев трахомы не могли отнести к какому-либо периоду существующего деления периодов трахомы. Не имея возможности отнести к существующей классификации подобный вид трахомы, которую все чаще и чаще обнаруживали, мы решили наблюдать изменения картины конъюнктивы и роговицы при трахоме в каждом отдельном случае. Одновременно мы решили изучать ее в свете биомикроскопии и бактериоскопии. Около года она оставалась для нас загадочной. Большую часть своей исследовательской работы проводили в детской консультации, где мы вели наблюдение над развитием трахомы у детей с первых дней их заражения. При этом мы устанавливали методическое наблюдение с применением лечения не только над детьми, но и над взрослыми членами семьи, свежее зараженными трахомой. Начиная с 1935 г. для нас стала выясняться природа трахомы с подобными стертыми следами. Изучение этих случаев показало, что подобный вид трахомы со стертыми следами на конъюнктиве и настоящим инактивным паннусом есть результат:

1) рассасывания лимфоидных элементов (саговых зерен) в конъюнктиве хряща и в верхней лимбальной части роговицы, которые остаются после себя перегруппировку сосудов с утолщением ткани конъюнктивы и оселлации на лимбе;

2) прекращения наслоенной инфекции в момент образования лимфоидных элементов, в результате чего многие больные не подозревают наличие у себя трахомной инфекции.

Трахома со стертыми следами может долгое время сохраняться, не причиняя хозяину никаких субъективных ощущений, и под влиянием наслоенной инфекции и травмы может обостряться, давая глубокую инфильтрацию конъюнктивы век и прогрессирование паннуса (прелимбальные инфильтраты и даже язвы роговицы).

Спустя 3 года, в 1938 г. появилась статья Тюлана о стертой форме трахомы. Он рассматривает клиническую форму трахомы, которая в течение своего развития не дает ни конъюнктивальных признаков, ни роговичных, достаточно типичных, чтобы поставить определенный диагноз. Такую форму Тюлан называет стусшеванной, стертой трахомой, потому что она представляет неполную клиническую картину без симптомов или рубцов достаточно отчетливых.

Самопроизвольное излечение лимфоидной формы трахомы в детском возрасте допустимо. А стусшеванная трахома, по нашим наблюдениям, есть та лимфоидная форма, которая граничит с первым периодом трахомы. Такая форма больше встречается у детей и неудивительно, когда мы у взрослых обнаруживаем стусшеванную трахому и они искренно ее отрицают, ибо в течение жизни не жалуются ни на расстройство зрения, ни на секрецию из глаз.

Эпидемиология стусшеванной трахомы, как новой, еще не изученной формы, заслуживает внимания широкой общественности и научно-практической офтальмологии.

Бактериоскопическое изучение стусшеванной трахомы легко нас убеждает, что она не лишена воспалительной инфильтрации конъюнктивы и микрофлоры, населяющей конъюнктивальный мешок.

Если субъект знает о своем заболевании трахомой, он может принять меры предосторожности против рассеивания инфекции среди здоровых. Как вам известно, большинство больных не знают о своей болезни и, сами того не зная, рассеивают инфекцию среди здоровых. Это больше всего относится к семьям, где мать больна стусшеванной

трахомой и где имеется много малолетних детей, тесно общающихся с матерью.

Из всего сказанного можно прийти к следующим выводам:

1. Стусшеванная форма трахомы является организованной, вследствие охвата болезненным процессом глубоких слоев конъюнктивы и изменения верхнего лимба в виде оселлации и зубчатости.

2. Конъюнктив хряща утолщается, уплотняется, и новообразованные сосуды, идущие из глубины, распределяются на поверхности конъюнктивы в виде метелки или же, нарушив нормальный ход (вертикальный), идут по диагонали.

3. При биомикроскопии или парабиомикроскопии конъюнктивы обнаруживается шероховатость и инфильтрация у верхнего свода, на уровне верхнего края хряща.

4. С прекращением наслоенной инфекции на трахому в начальном периоде картина ее принимает смывтый, стертый и стусшеванный вид.

5. Стусшеванная трахома, как нозологическая единица, должна быть введена в классификацию трахомы.

6. В эпидемиологическом отношении стусшеванная трахома, которая чаще встречается у взрослых, представляет при обострении большую опасность в отношении рассеивания инфекции среди здоровых, особенно среди детского населения.

7. Стусшеванная трахома больше выявляется при исследовании на пораженности трахомой.

8. При обострении стусшеванной трахомы вследствие наслоенной инфекции бывают прелимбальные инфильтраты, которые обуславливают васкуляризацию роговицы. Иногда развивается настоящая язва роговицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Г. Кудояров—Биомикроскопия трахомы у детей. Казань, 1940.
2. Д. Б. Мамедов—Трахома у детей в свете биомикроскопии и бактериоскопии (монография). Баку, 1940.
3. Тюлан (Toulant)—Стусшеванная трахома. Le Trachome fruste. Rev. du trachome, p. 15, 1938.
4. В. В. Чирковский—Трахома, 1948.
5. Л. Н. Алиева—Парабиомикроскопия при скрытых формах трахомы в ее лимбальных изменениях. Канд. диссертация. Баку, 1944.
6. У. Мусабейли—Диагностическое значение биомикроскопии при трахоме. Тр. I конф. глазных врачей Азерб. ССР. 1938.
7. А. Г. Труби—Роль наслоенной инфекции в клинике и эпидемиологии трахомы. Известия АзФАН. III. 1943, №
8. М. Н. Бугов—Наслоенная на трахому инфекция и особенности клинического течения трахомы с наслоенной инфекцией. Канд. диссертация, 1939.
9. Г. Г. Агаев—К морфологии и лечению язв роговицы при трахоме с наслоенной инфекцией. Канд. диссертация, 1944.

Б. Мэммэдов

Силиниб кетмиш трахоманын эпидемиоложи
эһәмийәти һаггында

ХҮЛАСӘ

Советләр өлкәсиндә трахома илә мүвәффәгийәтлә мүбаризә апарылыр. Бә'зи хәстәләрдә силиниб кетмиш трахома формасы галыр. Белә трахома хәстәдә хүсуси гычыгланмалара сәбәб олмурса да, лакин инфекция тә'сирилә кәскинләшә биләр.

Мүәллиф, беш ил әрзивдә мүайинә этдийи 3500 адамдан 170-индә силиниб кетмиш трахома олдуғуну мүәйән этмишдир.

Офтальмологлар силиниб кетмиш трахома формасынын эпидемиологиясына хүсуси фикир вермәлидирләр. О, трахома инфекциясынын сағлам адамлар, хүсусилә дә ушаглар арасында яйылмасы үчүн бир мәнбә ола биләр.

Көзләриндә, силиниб кетмиш трахома формасы олан хәстәләри, трахома илә мүбаризә мәгсәдилә әһалини күтләви сурәтдә мүайинә этмәк йолу илә үзә чыхармаг олар.

Б. И. АХУНДОВ

К ВОПРОСУ ОБ ИНОСТРАННОМ КАПИТАЛЕ
В ДОРЕВОЛЮЦИОННОЙ БАКИНСКОЙ НЕФТЯНОЙ
ПРОМЫШЛЕННОСТИ

В. И. Ленин в своем бессмертном произведении „Империализм, как высшая стадия капитализма“, отмечая, что вывоз капитала составляет один из существенных признаков монополистического капитализма, писал: „Для старого капитализма, с полным господством свободной конкуренции, типичен был вывоз товаров. Для новейшего капитализма, с господством монополий, типичным стал вывоз капитала“.¹

Известно, что при капитализме в экономически наиболее передовых капиталистических странах образуется „избыток“ капитала, не находящего внутри страны наиболее выгодного применения, а потому устремляющегося за границу, где ему открывается возможность получения высоких прибылей.

И. В. Сталин, имея в виду эту особенность капитала, еще в 1913 г. написал: „Рост империализма в Европе — не случайность. В Европе капиталу становится тесно, и он рвется в чужие страны, ища новых рынков, дешевых рабочих, новых точек приложения“.²

Таким образом, вывоз капитала, широко практикуемый при империализме, является важным средством и одним из способов раздела и захвата чужих территорий империалистическими акулами. Об этом убедительно свидетельствует вся дореволюционная история нефтяного района Баку, где господствовал иностранный капитал. Все нефтяные площади были хищнически захвачены империалистами Западной Европы и разделены ими между собою.

Поскольку этот разбойничий дележ происходил в соответствии с силой и капиталом захватчиков, и поскольку их соотношения постоянно изменялись в зависимости от экономического и политического развития отдельных стран — экспортеров, постольку бакинские нефтяные источники периодически переходили из рук одного капиталистического хищника в руки другого.

Агенты иностранного капитала, крепко засевшие в Баку, пытались превратить Апшеронский полуостров в сырьевую и топливную базу

¹ В. И. Ленин. Соч., т. 22, стр. 228.

² И. Сталин. Соч., т. 2, стр. 360.

европейской промышленности и сделать нашу нефтяную столицу колонией Англии, Франции и других империалистических держав. Захватив бакинскую нефть, они устанавливали свою монополию на производство и реализацию нефтяных продуктов и нагло вмешивались во внутренние дела царской России. Иностранный капитал в бакинской нефтяной промышленности служил в руках международных финансовых воротил средством наживы максимальных прибылей, средством закабаления и порабощения нашей родины и народа.

Вывоз капитала, как результат неравномерного развития отдельных стран и дальнейшего углубления противоречий капиталистического способа производства, способствует отделению капитала собственности от капитала функций, что неизменно расширяет и усиливает паразитизм и хищничество империалистической буржуазии. Не случайно В. И. Ленин назвал вывоз капитала паразитизмом в квадрате. В силу своего хищнического характера и паразитизма он наносит огромный ущерб интересам экономики тех стран, где инвестируется. Достаточно сказать, что инвестированный в бакинском районе иностранный капитал в значительной мере содействовал монополистическому перерождению капитализма, обнаружив в условиях империализма свой реакционный характер и став тормозом нормальному развитию нефтяного производства в нашей стране. Экономисты, вроде Зива, Бранда, Оля, Эвентова и других, низкопоклонничая перед иностранщиной, превозносили значение иностранного капитала в развитии бакинской нефтяной промышленности, приписывая Нобелю и другим иностранным капиталистическим дельцам роль реформаторов в нефтяном производстве.

В данной статье мы стремились показать необоснованность подобных утверждений о прогрессивной якобы роли инвестированного в бакинском районе иностранного капитала и вскрыть на конкретных фактах его грабительский характер.

Данная статья также имеет целью показать на фактическом материале, как осуществлялось в условиях дореволюционного Баку действие основного экономического закона современного капитализма — обеспечение максимальных прибылей путем беспощадной эксплуатации капиталистами бакинского пролетариата и хищнического использования нефтяных источников.

* *

В начальный период развития капиталистического производства бакинская нефтяная промышленность покоилась почти целиком на местном — отечественном капитале. Например, из общей суммы, уплаченной на торгах после отмены откупной системы за приобретение нефтяных участков, 94,5% приходилось на долю русских предпринимателей, в руках которых оказался 81% всех нефтяных колодцев бакинского района. Русским предпринимателям принадлежала и преобладающая часть нефтеобрабатывающих предприятий.

Азербайджанская национальная буржуазия за исключением отдельных лиц вследствие своей экономической слабости занималась, главным образом, мелким и кустарным нефтяным производством.

Вскоре после отмены откупной системы отечественные нефтепредприниматели стали испытывать большие финансовые затруднения и оказались не в состоянии обеспечить дальнейшее развитие нефтяной промышленности. Такое положение в значительной мере обуславливалось тем, что русские нефтепромышленники при торгах, происхо-

дивших в атмосфере большого ажиотажа, израсходовав огромные средства на приобретение земельных участков, тем самым лишались возможности вкладывать дополнительные средства на развитие нефтяного дела.

Для удовлетворения огромных потребностей нефтяной промышленности нефтепредприниматели долгое время брали деньги в долг в местных кредитных учреждениях за 10 и больше процентов; частный же кредит отпускался со взиманием 15—20 процентов.

Если на первых порах, когда нефтяное дело только начинало развиваться, русские предприниматели еще довольствовались своими небольшими средствами и „справлялись“ со своей задачей, то позднее оказалось совершенно очевидным, что без привлечения к нефтяной промышленности крупного капитала нельзя создать мощного капиталистического нефтяного производства. Однако это отнюдь не означало, что без помощи западноевропейских стран не могла бы развиваться русская промышленность на базе своих местных ресурсов. Россия была достаточно богатой страной для того, чтобы при умелом использовании своих возможностей дать сильный толчок к развитию своей экономики собственными силами. Известный русский экономист Мордвинов еще в прошлом веке писал: „Россия не так бедна, как ее описывают, заимствуя суждение о ней из французских книжек“.¹

И если дореволюционная Россия была экономически отсталой и прибегала к использованию иностранного капитала, то объяснялось это, прежде всего, господством самодержавного строя, который тормозил развитие производительных сил страны. Царские сановники, преклонявшиеся перед иностранщиной, не допускали, чтобы Россия собственными силами преодолела свою отсталость и широко открывала двери для иностранного капитала.

В то время, как в России чувствовалась большая нужда в денежных ресурсах, на западе их накопилось изрядное количество.

Вследствие неравномерного развития капитализма, в некоторых странах Европы образовался „избыток“ капитала, который у себя на „родине“ не находил более прибыльного применения. Наличие капиталистических монополий в этих странах затрудняло вложение капитала в наиболее выгодные отрасли хозяйства. Поэтому в пределах своей „родины“ ему становилось тесно и он рвался в чужие страны. Отсюда становится понятным и проникновение его в Россию и, в частности, в бакинскую нефтяную промышленность, где он мог найти наиболее выгодное применение.

„В отсталых странах,—писал В. И. Ленин,—прибыль обычно высока, ибо капиталов мало, цена земли сравнительно невелика, заработная плата низка, сырые материалы дешевы“.²

Это ленинское положение полностью применимо и к характеристике промышленности бакинского района. Наличие здесь неисчерпаемых нефтяных ресурсов, дешевой рабочей силы, выгодных условий вложения капитала и отсутствие сильных конкурентов гарантировали капиталистам получение максимальных прибылей.

Не случайно, что еще в последней четверти XIX в., в то время как в Париже учетный процент не превышал 3%,—в Баку Ротшильд получал со своих должников 6% и тем не менее его кредит считался здесь самым дешевым.

В отличие от очень многих других отраслей хозяйства, нефтяная

¹ Цитируется по журналу „Большевик“ № 5, 1949, стр. 73.

² В. И. Ленин. Соч., т. 22, стр. 229.

промышленность, за редким исключением, всегда давала капиталистам полную гарантию в получении высоких прибылей и в быстрейшем обогащении. Естественно, что иностранные промышленно-финансовые магнаты были крайне заинтересованы в захвате бакинских нефтяных источников и проявляли в этом направлении особенные усилия. С помощью своих ставленников они добывали сведения о запасах, тающихся в недрах Апшеронского полуострова, и для достижения своих целей не останавливались ни перед чем, используя подкуп, взяточничество, обман и другие преступные средства.

Один из крупнейших азербайджанских просветителей Гасан бек Меликов Зардаби писал по этому поводу, что иностранцы для своего обогащения широко используют минеральные источники Азербайджана, в то время как мы, сидя здесь, их не замечаем. За короткое время эти иностранцы наживали за счет ограбления ресурсов нашей страны огромные прибыли. Они отлично знают все местонахождения и запасы материальных ценностей нашего края, имеющие промышленное значение.¹

Влияние иностранного капитала на бакинскую нефтяную промышленность особенно усилилось в конце 90-х гг. Известно, что конец XIX в. для всей России был характерен промышленным подъемом, а потому в этот период, как никогда, усилился спрос на жидкое топливо. Достаточно сказать, что если в 1885 г. железнодорожный транспорт потреблял всего лишь 5 млн. пудов нефтяных остатков, то в 1890 г. он потреблял уже 18 млн. пудов, а в 1897 г.—72 млн. пудов. Потребление волжским флотом с 36 млн. пудов в 1890 г. возросло до 52 млн. пудов в 1894 г. В начале нашего века весь каспийский и волжский флот, многие ветви железнодорожного транспорта и тысячи фабрично-заводских предприятий страны работали на нефтяных остатках. Наряду с ростом спроса на нефтяные продукты внутри страны, огромную потребность в них испытывал и внешний рынок. Это также способствовало получению нефтепромышленниками миллионных прибылей.

Показательно, что с 1892 по 1899 г. было разрешено открыть в России и, главным образом, в Баку до 30 иностранных нефтяных предприятий. С 1895 по 1901 г. прилив иностранного капитала в русскую нефтяную промышленность, в которой Баку занимал доминирующее место, доходил до 97,6 млн. руб., что в среднем составляло в каждом году около 14 млн. руб.

В результате этого за 10 лет (1892—1902 гг.) количество иностранного капитала в бакинской нефтяной промышленности увеличилось больше, чем в 5,6 раза, в то время как количество отечественного капитала за тот же период возросло всего лишь в 2,3 раза.

Об огромном наплыве чужеземного капитала в нашу нефтяную промышленность и о захватнической политике иностранцев, пытавшихся любыми средствами и способами овладеть бакинской нефтью, свидетельствует много документов. Так, например, окружной инженер второго Кавказского округа в своем отчете от 8 июля 1901 г. заведующему акцизными сборами Закавказского края, указывая на необыкновенное расширение экспансии привозного капитала, писал: „В недалеком будущем все бакинские нефтяные производства сделаются достоянием немногих, по преимуществу иностранных, фирм—как Нобель, Ротшильд, фирмы Каспийско-Черноморского общества и „Мазута“ и Вишау (при 2-х английских фирмах). В области нефтедобыва-

¹ Газ. „Экинчи“, № 6, 5 октября 1875 г.

ния еще удерживают свое значение фирмы, владеющие земельной собственностью на исключительных условиях, как, например, Мирзоев и Бакинское нефтяное об-во и владельцы высочайше пожалованных участков, хотя все-таки при ущербе самостоятельности.

Для мелкой же обрабатывающей промышленности наступает начало конца...¹

С 1902 по 1908 г. наблюдается некоторое падение импорта капитала. За это время количество ввозимого капитала в русскую промышленность исчислялось в среднем ежегодно около 2,85 млн. рублей. Причинами резкого падения импорта капитала явились: разразившийся экономический кризис, русско-японская война, грандиозные рабочие стачки на промыслах и заводах и т. д.

Поражение царизма в русско-японской войне и непрерывный подъем революционного движения в стране, обнаружившие военно-политическую слабость самодержавия и неминуемый крах его, вызвали страх у международных промышленно-финансовых магнатов и, следовательно, несколько уменьшили приток иностранного капитала в русскую нефтепромышленность. Однако такие настроения капиталистических дельцов были непродолжительными.

Поражение первой русской революции и последовавшие затем годы реакции привели к активизации иностранного капитала. Уже с 1909 г. прилив иностранного капитала в русскую промышленность начался с новой мощной силой. Это относится особенно к годам подготовки к первой мировой войне, в связи с чем в ряде европейских государств возник огромный спрос на жидкое топливо, которое стало употребляться и в морском флоте. Об этом наглядно свидетельствуют следующие данные: с 1909 по 1913 г. количество импортируемого извне в русскую нефтяную промышленность капитала составляло 200,9 млн. рублей. Иначе говоря, в среднем ежегодно за указанные пять лет было привезено 40,18 млн. рублей, в то время как с 1895 по 1901 г. в среднем ежегодно приходилось 14 млн. рублей, а с 1902 по 1908 г.—2,85 млн. рублей.

По мере усиления прилива иностранного капитала бакинская нефтяная промышленность все больше переходила в руки иностранцев. Так, например, в 1912 г. 42% капитала, вложенного в бакинскую нефтяную промышленность, принадлежали иностранцам, в то время как десятью годами раньше им принадлежали 30%, а за 19 лет до этого—всего лишь 16%.

Участие иностранного капитала в русской нефтяной промышленности по отдельным странам в момент ее национализации выглядело следующим образом:

английский	172,8 млн. руб.	67,0%
французский	51,4 "	19,9%
германский	14,3 "	5,5%
голландский	10,5 "	4,1%
бельгийский	7,4 "	2,9%
американский	1,2 "	0,5%
датский	0,3 "	0,1%
всего	257,9 млн. руб.	100% ²

Доля участия иностранного капитала в общем количестве инвестированного в русской нефтяной промышленности капитала равнялась 56%. Наиболее значительная часть, как видно из приведенных цифр,

¹ ЦГИА Груз. ССР, фонд 370, оп. 1, д. 857, л. 186.

² В. И. Фролов — Экономика нефтяного хозяйства, 1928, стр. 123.

принадлежала английским владельцам. Второе место занял французский капитал. На долю этих двух стран приходилось 86,9% всего ввозимого извне капитала, вложенного в русскую нефтяную промышленность.

После англо-французского капитала следует отметить немецкий, а затем голландский капиталы. Из общего количества инвестированного в русскую нефтяную промышленность иностранного капитала на долю Англии, Франции, Германии, Голландии приходилось 96,5%. Как видно, заинтересованность этих четырех держав в русской нефтяной промышленности была колоссальной. Следует отметить, что поскольку участие американского капитала в русской нефтяной промышленности происходило в строгой тайне, постольку точность приведенных В. И. Фроловым данных об Америке взята нами под сомнение.

Перед Великой Октябрьской социалистической революцией из 16 разных международных финансовых групп, занимавшихся нефтяными делами, 10 непосредственно были заинтересованы в русской нефтяной промышленности. На их долю приходилось 60% общероссийской добычи нефти. Не говоря о внешней торговле, где им принадлежала почти полная монополия, они на внутренних рынках концентрировали в своих руках до 75% нефтяной торговли.

Говоря об исторической последовательности проникновения крупного иностранного капитала в бакинскую нефтяную промышленность, следует прежде всего указать на немецкий, затем французский и, наконец, английский капитал. Носителями немецкого капитала в бакинской нефтяной промышленности являлись шведские подданные — бр. Нобель, появившиеся в Баку в 1873 г.; носителем французского капитала был крупнейший парижский банкир Ротшильд, начавший свою деятельность в Баку с 1883 г., представителем английского капитала был Джеймс Вишау, начавший заниматься нефтяным делом с 1898 г. Вслед за указанными крупными промышленно-финансовыми магнатами Европы в Баку появились целые вереницы их родственников и близких людей.

В одном архивном документе отмечалось по этому поводу, что, как правило, «иностранная группа, обладающая большинством акций какого-либо предприятия, старается дать работу и хорошо оплачиваемые должности „своим людям“, зачастую даже не считаясь с их непригодностью к делу. Такая администрация должна прежде всего поддерживать интересы поставившей ее группы, давая, например, заказы по повышенным ценам желаемым иностранным заводам, часто даже в ущерб интересам предприятия, как такового. Со всякой переменной национального состава владельцев большинства акций меняется национальность и состав служащих, что, конечно, не может не вредить предприятию».¹

Т-во „Бр. Нобель“ являлось носителем производительного капитала в бакинской нефтяной промышленности, особенно на первых порах своей деятельности. Оно получало высокие прибыли посредством вложения своего капитала в производство, проявило большую активность в деле промыслового и заводского строительства и сыграло немалую роль в развитии нефтяного транспорта.

Известно, что основатель этого товарищества Роберт Нобель, проживавший в течение десятка лет в России, где имел свой собственный механический завод и занимался обширной торговлей, именно в нашей стране нажил все свое состояние. Более того, в течение дол-

¹ ЦГИАЛ, ф. 32, оп. 1, д. 257, л. 3—4.

гого времени после создания т-ва „Бр. Нобель“ его капитал вырос за счет внутренних ресурсов путем выпуска и реализации в России новых акций и увеличения числа паев.

В 1879 г., когда было создано акционерное об-во „Бр. Нобель“ с основным капиталом в 3 млн. рублей, из этой суммы на долю иностранного капитала, внесенного Альфредом Нобелем, приходилось всего лишь 115 тыс. руб., т. е. 3,8%, а вся остальная сумма являлась отечественным капиталом.

Активизация немецкого капитала в предприятиях т-ва „Бр. Нобель“ происходила благодаря следующим обстоятельствам. В 1897 г. т-во в целях расширения своей работы выпустило в Германии по инициативе банка „Дисконто Гезельшафт“ 4,5% облигационный заем на сумму 10 млн. руб. В 1905 г. указанное товарищество, будучи в большом финансовом затруднении, посредством того же банка выпустило в Германии новый 5% облигационный заем на сумму до 15 млн. руб.

Благодаря тому, что значительная часть выпущенных нобелевских облигаций была приобретена банком „Дисконто Гезельшафт“, доля иностранного капитала в фирме т-ва „Бр. Нобель“ крайне увеличилась.

В 1912 г., когда Нобель выпустил в Германии свои новые акции на 6 млн. руб., значительная часть их вновь была скуплена немецким банком. Таким образом, к этому времени в сейфах „Дисконто Гезельшафт“ числилось на 13,7 млн. руб. нобелевских ценных бумаг (акций и облигаций), т. е. почти 40% из общего количества таковых. Все это позволило немецкому банку назначить в 1912 г. одного из своих активных деятелей Соломонсона представителем в составе совета т-ва „Бр. Нобель“. В указанное время значительное количество акций т-ва „Бр. Нобель“ находилось у „Ойл Корпорейшн“, опиравшейся на англо-французский и, можно полагать, также американский капитал.

Известный парижский банкир Ротшильд, появившийся в Баку десятилетиями позднее Нобеля, поставил перед собою задачу заниматься, в основном, кредитно-ссудными операциями и торговлей нефтью, что придало французскому капиталу торгово-ссудную форму. Ротшильд изо всех сил стремился к тому, чтобы путем захвата резервуаров, складов, средств транспорта, а также путем распространения своего влияния на рынках сбыта, добиться установления монополии на нефтяную торговлю.

Компании Ротшильда удалось за короткий срок ввести в сферу своего влияния 135 мелких и средних предприятий. Кредитуя эти предприятия, она обязала их по договору сдать ей весь свой керосин по заранее установленной цене. Следует отметить, что Ротшильд все свои деловые операции проводил через „Каспийско-Черноморское общество“, а об-во „Мазут“ являлось его крупнейшей нефтетранспортной и нефтеторговой фирмой.

Несмотря на торгово-ссудный характер французского капитала, Ротшильду принадлежали многие нефтяные источники в Балаханах, Сабунчах, Раманах, Сураханах, Биби-Эйбате, керосиновый и масляный заводы в Кишлах. Он имел в важных пунктах России свои склады, в Батумском порту много товарных судов для перевозки нефтяных товаров. Компания Ротшильда сыграла исключительно важную роль в деле завоевания для бакинской нефти рынков сбыта за пределами нашей страны. В 1911—1912 гг., когда главнейшие фирмы этой компании — „Каспийско-Черноморское об-во“ и „Мазут“ перешли к англо-голландской компании „Шелл“, парижский дом Ротшильда в значи-

тельной мере потерял свое былое влияние в бакинской нефтяной промышленности.

Укреплению иностранного капитала в бакинской нефтяной промышленности в большой мере способствовали английские капиталисты. До начала XX в., пока морской флот и промышленность Великобритании работали на каменном угле, которым она была очень богата, Англию не беспокоил вопрос о топливе, и она занимала в этом отношении монопольное положение. Но позже, когда паровая машина и каменный уголь уступили место двигателю внутреннего сгорания и жидкому топливу, положение Англии в корне изменилось. Она начала терять свою монополию над топливными ресурсами и очутилась перед опасностью оказаться в топливной зависимости от США, где находились обильные источники нефти. Положение Англии еще более ухудшилось вследствие того, что в это время обнаружилось прогрессивное „истощение“ ее угольных запасов.

Таким образом, в начале нашего века вопрос овладения нефтяными источниками был для Британской империи вопросом жизни или смерти. Особенно остро встал этот вопрос в годы, когда английские империалисты интенсивно готовились к мировой войне.

Военно-морской министр Великобритании Уинстон Черчилль 17 июля 1913 г. на заседании палаты общин не случайно сделал следующее заявление: „... Мы должны,—говорил он депутатам,—стать собственниками или, во всяком случае, получить возможность контролировать владельцев источников по крайней мере относительно необходимого для нас количества нефти“.

Для осуществления своих захватнических планов английские промышленно-финансовые магнаты стали обращать особое внимание не только на Индию, Цейлон, Иран, Румынию и т. д., но и на нефтяные источники Кавказа, где видное место занимал Баку.

Английские империалисты прежде всего пытались путем захвата русских нефтяных источников обеспечить себя жидким топливом и освободиться от нефтяной зависимости от США, являвшихся опасным соперником Англии.

Насколько велик был интерес английских капиталистов к бакинской нефти видно из того, что за один только 1898 г. они затратили в Баку на приобретение разных нефтяных предприятий 17,8 млн. руб. Англичанами были приобретены фирмы Г. З. Тагиева, С. М. Шибаева, Цатурова, Арафелова и ряда других. Кроме того, с 1897 по 1899 г. англичанами в Лондоне и Баку были созданы 9 нефтяных акционерных обществ с основным капиталом в размере около 47 млн. рублей.

Для захвата бакинских нефтяных источников английские капиталистические дельцы прибегали к различным способам. С этой целью они мобилизовывали крупнейших специалистов по нефтяному делу, разных экономистов, юристов, инженеров, экспертов и т. д.

Преследуя свои захватнические цели, английские империалисты за 1910—1913 гг. в разных нефтяных районах нашей страны организовали до 50 предприятий. Оживили свою деятельность в это время также т-во „Бр. Нобель“ и компания Ротшильда.

Ярким показателем роста агрессивности английского капитала в русской и, в частности, бакинской нефтяной промышленности следует считать возникновение в предвоенные годы двух крупных международных нефтяных объединений: „Ойл Корпорейшн“ и „Шелл“. Вокруг них сгруппировались десятки нефтяных предприятий, которые добывали и обрабатывали миллионы пудов нефти. Эти объединения вместе с т-вом „Бр. Нобель“ являлись полными хозяевами бакинской

нефтяной промышленности и пользовались всемерной поддержкой крупнейших международных банков. Появление этих объединений в Баку способствовало сильной концентрации капитала и расширило капиталистические монополии в небывалых размерах. Бакинская нефть начала играть еще более крупную роль в международных отношениях.

Американские капиталисты в России долгое время скупали здесь крупные партии русского керосина и смазочных масел для спекулятивных целей. Однако они никогда не переставали мечтать о захвате неисчерпаемых нефтяных ресурсов нашей родины. Так, например, еще на первых порах развития капиталистической нефтяной промышленности Баку американец Герберт Твидль вместе с камергером Бодиско, специально приехавшие в этот город, задумали получить концессию от царского правительства и заняться большим нефтяным делом. Для этого Герберт Твидль обратился к царскому правительству с просьбой разрешить ему прокладку нефтепровода от Баку к Черному морю и от Кубанских источников к берегам Черного и Азовского морей. При этом он предлагал кабальные для русской нефтяной промышленности условия и просил большие льготы. Ввиду своего крайне неприемлемого характера для России, желание американских дельцов не было удовлетворено властями.

В начале XX в. заметно усилилась тяга американских капиталистов к бакинским нефтяным источникам. Объяснялось это главным образом тем, что американские нефтяные монополисты, ощущая все большее закрепление английского капитала в русской нефтяной промышленности, боялись потерять свою монополию на международных рынках, а поэтому делали все возможное для того, чтобы иметь в Баку свои нефтяные участки.

О политике крупнейшего американского нефтяного треста „Стандард Ойл Ко“ по отношению к бакинской нефти дает возможность судить одно чрезвычайно интересное письмо, опубликованное в Лондонском журнале „Petroleum Review“, от 31(18) октября 1903 г. Русский перевод этого письма появился 5 ноября того же года в официальном органе Совета съезда бакинских нефтепромышленников—„Нефтяном деле“. В данном письме, написанном неизвестным лицом из Баку, даются советы, как и какими способами проникнуть компании „Стандард Ойл“ в бакинскую нефтяную промышленность и развернуть здесь свою хищническую деятельность. При появлении этого письма в печати, в Лондоне предполагали, что его автором является один из активных деятелей „Русского об-ва для добывания нефти и жидкого топлива“ или „Бакинского об-ва русской нефти“. В письме также говорилось о том, что „Стандард Ойл“, учитывая стеснительность царских законов по отношению к иностранцам, должен начать свою деятельность в Баку путем скупки исподтишка акций на предьявителя и организации своего предприятия под русским флагом, подобно тому, как это делали парижский банкир Ротшильд и английские капиталисты. Автор письма советовал „Стандард Ойл“ прежде всего приобрести такие предприятия, хозяева которых были бы до крайности ослаблены кризисом 1901—1902 гг. и поэтому были бы готовы продать свое хозяйство за небольшие суммы. Он также рекомендовал в целях лучшей маскировки оставить на вновь приобретенных предприятиях прежний состав русской администрации. По мнению автора письма, приобретение подобных предприятий целесообразно было бы совершить в кратчайшие сроки и в строгой тайне, ибо в случае распространения слуха о намерениях „Стандард Ойл“, „эти предприятия могут сделаться

источниками спекуляции", вследствие чего цены на них намного поднимаются.

Как позволяет судить вышеуказанное письмо, американцы в своих отношениях к русской нефтяной промышленности руководствовались отнюдь не желанием способствовать ее успешному развитию, а, напротив, стремлением затормозить русский нефтяной экспорт, который являлся опасным конкурентом „Стандард Ойл“ на международных рынках. По мнению бакинского советника американских нефтяных королей, для того чтобы „Стандард Ойл“ не обвинили в умышленном сокращении заграничного вывоза из Баку ради американской нефтяной монополии, а также для того, чтобы не заподозрили его в стремлении захватить внутрироссийские рынки, ему следовало бы войти в соглашение с Нобелем и Ротшильдом, которые являлись крупными нефтепромышленниками в России, и действовать с ними совместно.

Далее, излагая свои советы, автор письма высказал следующие любопытные мысли: „Так как начатая вами кампания станет скоро известной в коммерческом мире и для таких фирм, как Ротшильд, Нобель, Манташев это тоже не будет секретом, то вы должны официально скрыть ваши намерения под видом действия от имени некоторых английских капиталистов.“

Я рекомендую, прежде чем начать переговоры с крупными фирмами, как Ротшильд, Нобель, Манташев и пр., первым делом приступить к приобретению и удалению из рынка тех из мелких фирм, которые в настоящее время склонны или даже озабочены мыслью ликвидировать свое дело.

Я уже выше сказал, что такого типа предприятия найдутся, а так как названия фирм не изменятся, меняются только держатели акций, то я полагаю, что участие в нефтяной промышленности в размерах около ста миллионов пудов ежегодной добычи может быть приобретено раньше, чем возникнут какие-либо слухи на этот счет; так же мало будет известно что-либо относительно размеров этих покупок“.

В этом же письме находим и следующее место: „Я полагаю также, — говорится в нем, — что для целей сокрытия ваших действий было бы целесообразно привлечь, за небольшой интерес, к участию в производстве этих трансакций два или три русских банковых учреждения в Петербурге, которые действовали бы как бы от имени группы английских, германских и французских капиталистов (часть денег можно было бы перевести из этих стран), решившихся вложить свои капиталы в нефтяные предприятия. Не бесполезно также внушить мысль, что и русские капиталисты принимают участие наравне с иностранными. Во всяком случае догадаются ли эти банки на счет действительных целей этой комбинации, или нет, они, — согласно вашим инструкциям, — будут распространять в публике желаемые сведения в связи с этим предприятием“.¹

Как видно из всего изложенного, американские агенты в нашей стране, пытаясь тщательно замаскировать свое подлинное лицо захватчиков, усердно работали в пользу „Стандард Ойл“ и любыми способами содействовали захвату наших нефтяных источников американскими империалистическими воротилами.

Для того чтобы полнее представить захватническую деятельность американских нефтяных королей, приведем еще один факт.

До сих пор международную компанию „Ойл Корпорейшн“ отно-

сили к категории чисто английских предприятий. Однако имеющийся в нашем распоряжении архивный материал позволяет отнести к такому утверждению критически. Несомненный интерес для понимания этого вопроса представляет высказывание некоего Чельшева. Выступая на чрезвычайном общем собрании Самарского биржевого комитета 6 сентября 1913 г., он заявил:

„За последнее время мы видим, что акции нефтяных обществ скупаются в одни руки каким-то анонимным иностранным обществом „Ойль“. Кто скрывается за этим обществом „Ойль“ — никто сказать сейчас не может. Пусть назовут имена подлинных, а не фиктивных владельцев нашей русской нефтяной промышленности! Это хранится в большом секрете. Такое положение вещей внушает опасение, что за спиной „Ойль“ могут стоять те, кому выгодно ослабление русской нефтяной промышленности и военной мощи России; кто может поручиться, что это не случится? Никто“.¹

Отвечая на поставленный Чельшевым вопрос, на основании документальных фактов можно утверждать, что, повидимому, за „Ойль“ (подразумевается „Ойл корпорейшн“) стоял, наряду с английским нефтяным трестом „Ройял дейтч Шелл“, и „Стандард Ойл“, который давно мечтал о захвате в свои руки бакинских нефтяных источников, чтобы нажить на них миллионы. Об этом свидетельствует и заявление участника совещания Самарского биржевого комитета А. И. Матова, который указывал, что „Ойл корпорейшн“ находится в руках Рокфеллера и английских капиталистов, которые не жалеют бросить на это дело (нефтяное дело — Б. А.) миллионы, имея в виду переход военного флота Англии на жидкое нефтяное топливо“.²

Вмешательство „Стандард Ойл“ в дело „Ойл корпорейшн“ еще более вероятно потому, что „Русское об-во для добывания нефти и жидкого топлива“ и „Бакинское об-во русской нефти“, в которых, повидимому, участвовало в 1903 г. в интересах американских нефтяных королей вышеуказанное неизвестное лицо, входило именно в состав „Ойл корпорейшн“.

Можно полагать, что американские нефтяные дельцы, кроме „Ойл корпорейшн“, распустили свои шупальцы также на т-во „Бр. Нобель“. Должно быть не случайным и то, что еще в довоенный период повсюду ходили слухи о том, что Рокфеллер имел акции в нобелевской компании. Однако интересы американских нефтяных королей к русской нефти особенно возросли в годы первой мировой войны.

По свидетельству С. А. Кадера, в 1916 г. Лондонское нефтяное об-во „Consolidated Petroleum Comp.“, которое находилось под общим руководством Ротшильда, Нобеля и мистера Самуэла, и которое было создано специально для борьбы против американских нефтепромышленников, по особому договору объединилось с лондонским отделением „Стандард Ойл треста“. Директора „Каспийско-Черноморского об-ва“, об-ва „Мазут“ и „Русского нового Стандарда“, представляя русскую нефтяную промышленность, состояли одновременно директорами лондонского отделения американского „Стандард Ойл треста“.³

После установления советской власти в Баку и Азербайджане, т. е. весной 1920 г., „Стандард Ойл и К°“, надеясь на то, что вскоре власть Советов в России рухнет, подешевке приобрел значительную

¹ МОИА, ф. 143, оп. 1, св. 52, д. 505, л. 7.

² Там же, л. л. 168—159.

³ Факты приводятся из кн. С. А. Кадера „Короли нефтяной промышленности и гос. монополия на нефть“, 1916, стр. 39—40.

часть аннулированных акций национализированных нефтяных предприятий т-ва „Бр. Нобель“.

По этому поводу в 1922 г. в парижских газетах было опубликовано следующее заявление „Стандард Ойл“: „Непосредственно после войны,—говорилось в нем,—были начаты переговоры между представителями компании „Нобель“ и о-ва „Стандард Ойл оф Нью Джерси“ по поводу продажи последнему доли в нобелевских владениях. В начале 1920 г. продажа была совершена. Т-во „Бр. Нобель“ и „Стандард Ойл“ стали равными участниками в нобелевских владениях, связанных с русской нефтью“.¹

Все приведенные факты убедительно показывают, что международные промышленно-финансовые магнаты вели между собою самую ожесточенную открытую и тайную борьбу за захват бакинских нефтяных источников. Причем все методы и приемы, рекомендованные американским агентом „Стандард Ойл“, с которыми мы уже познакомились, широко практиковались Нобелем, Ротшильдом и особенно английскими капиталистами для достижения своей цели, т. е. для установления в бакинской нефтяной промышленности своей монополии.

Как правило, иностранные нефтяные дельцы, особенно англичане, расходовали большую часть своего капитала не на создание новых производственных объектов и расширение производства нефти, а на приобретение уже существовавших предприятий от их прежних хозяев. Они направляли свои усилия, главным образом, на то, чтобы, пользуясь тяжелым финансовым положением мелких и средних фирм, приобрести их акции или же, кредитуя их, постепенно прибрать к рукам их имущество. Подобный способ действия иностранных дельцов отнюдь не способствовал развитию нефтяного дела, а, напротив, привел к хищническому использованию нефтяных ресурсов. Крупные воротилы иностранного капитала затрачивали средства на закупку нефтеносных земель, преследуя цель не разработки, а консервирования их, и тем самым стремились нанести удар русской нефтяной промышленности и обеспечить мировую монополию крупнейших нефтяных трестов—„Ройял дейтч Шелл“ и „Стандард Ойл К“.

О подлинных намерениях англо-американских промышленников позволяет судить письмо главноначальствующего Гражданской части на Кавказе князя Голицына к министру земледелия и государственных имуществ, от 12 июня 1898 г., за № 7030, где говорилось: „...Замечаемое в последнее время усиленное внимание иностранных капиталистов к русской нефтяной промышленности и стремление их приобретать в Баку перекупкою у русских нефтепромышленников именно уже действующие нефтяные промысла—свидетельствует, по моему мнению, о политике систематического захвата русского нефтяного дела и монополизации его в руках иностранцев, что совершенно не желательно как потому, что может повести к мировой монополии в нефтяной торговле, сосредоточению ее в руках английских или американских синдикатов, что помимо других невыгод, повлечет за собою для русской нефтепромышленности утрату всякого самостоятельного значения на всемирном нефтяном рынке, которым она до известной степени пользуется ныне, так и потому, что усиленная эксплуатация существующих уже промыслов несколько не содействует дальнейшему развитию нефтяного дела, а поведет лишь к

¹ Цитируется из журнала „Нефтяное хозяйство“ № 10, 1926, стр. 597.

скорому истощению и отливу доходов и капиталов, извлеченных из нефтяных предприятий, за границу“.¹

Как видим, князь Голицын предлагал, чтобы иностранным предприятиям были дозволены поиск и эксплуатация нефти в тех районах, где еще никто не занимался ее разработкой. Он считал целесообразным, чтобы приобретенное иностранцами недвижимое имущество в обязательном порядке было использовано для строительства производственных объектов, нужных для развития нефтяной промышленности. Однако поскольку освоение новых районов потребовало значительной затраты капитала и не всегда сулило максимальные прибыли, иностранные капиталистические дельцы обращали свое внимание, главным образом, на старые районы.

Иностранные фирмы обычно разрабатывали наиболее мощные пласты и заведомо нефтеносные участки, оставляя нетронутыми все остальные.

Если учесть, что при капитализме не капитал подчиняется правительству, а правительственный аппарат находится под влиянием капиталистического хозяйства, то станет ясным, что крупные нефтепромышленники пренебрегали всеми принимаемыми властью мерами, направленными к ограничению их поля деятельности.

Колоссальная масса импортируемого в Баку капитала, вместо того, чтобы быть использованной в производстве, находилась в области учредительства и биржевой спекуляции разными ценными бумагами.

Огромное количество средств, измерявшихся десятками миллионов рублей, покоилось в сейфах крупных фирм в виде разных акций, облигаций и кассовой наличности в спекулятивных целях. Поэтому в бакинской нефтяной промышленности фиктивный капитал увеличивался гораздо быстрее и в значительно большем объеме, чем реальный капитал. Насколько велики были непроизводительные расходы по сравнению с количеством средств, вложенных в производство, видно из следующих фактов: т-во „Бр. Нобель“ с 1/1 1912 г. по 1/1 1917 г. выручило от выпуска акций до 90 млн. рублей. Из указанной суммы на развитие нефтяной промышленности было израсходовано всего лишь 10,7 млн. рублей, в то время как на увеличение портфеля акций расходовалось 23,6 млн. рублей, а на увеличение кассовой наличности шли 55,7 млн. рублей. Существование такого большого количества кассовой наличности этого товарищества свидетельствует об обширной спекуляции ценными бумагами.

Как видно из цифровых данных, из общего количества в 90 млн. рублей, полученных из выпуска акций за пять лет, производительно использовалось лишь 13,5%.

Количественное превосходство фиктивного капитала над реальным капиталом наблюдалось и в других предприятиях. Например, за те же пять лет портфель ценных бумаг общества „А. И. Манташев и К“ увеличился на 19,2 млн. рублей, в то время как стоимость хозяйственных ценностей т-ва увеличилась только на 6,5 млн. рублей. Русское т-во „Нефть“ увеличило портфель ценных бумаг на 35,0 млн. рублей, а свои хозяйственные ценности—на 16,7 млн. рублей. Т-во „Г. М. Лианозов и сыновья“ увеличило портфель ценных бумаг на 38,7 млн. рублей, а стоимость хозяйственных ценностей—лишь на 11,4 млн. рублей².

Ввиду того, что в Баку огромное количество ресурсов использо-

¹ ЦГИАЛ, ф. 37, оп. 66, д. 2515, л. 18.

² Цифры взяты из „Богатства СССР“, 1925, вып. 1, стр. 41—42.

валось непроизводительно, параллельно с ростом акционерного капитала систематически падало производство, особенно добыча нефти. Не следует забывать, что крупные фирмы для повышения цен на свои товары часто сами умышленно сокращали производство. Это создавало преграды для производительного использования имеющихся ресурсов, а потому еще больше увеличивало количество фиктивных капиталов.

Иностранцы для развертывания своей деятельности в бакинской нефтяной промышленности обязаны были прежде всего иметь право жительства в России. Для получения этого права им достаточно было записаться в купечество первой гильдии. Нередко случалось, что иностранцы во избежание ограничения своих действий законами царского правительства охотно отказывались от гражданства своей страны, принимая русское подданство. Достаточно указать хотя бы на Джемса Вишау, который поступил таким образом и был принят в русское подданство. Это свидетельствует о том, что для капиталистов не существует родины; их „родина“ там, где можно получить максимальные прибыли и нажить миллионы.

Товарищ Сталин в своей исторической речи на XIX съезде партии справедливо указал, что империалистическая „буржуазия продает права и независимость нации за доллары“.¹ Ей чуждо и непонятно чувство любви и привязанности к родине.

„Патриотизм буржуазии... выродился в чистое притворство, с тех пор, как ее финансовая, торговая и промышленная деятельность приобрела космополитический характер“.²

Следует отметить, что если иностранным капиталистическим дельцам не удавалось по какой-либо причине получить право жительства в России или быть принятыми в русское подданство, то они для захвата бакинских нефтяных источников действовали через своих подставных лиц — русских подданных, создававших под русским флагом разные анонимные общества и товарищества.

В этом отношении очень показательное следующее конфиденциальное письмо одного из активных дельцов т-ва „Бр. Нобель“ К. В. Хагеллина, адресованное некоему Максимиану Маврикиевичу. Содержание его таково: „...Так как к нашим действиям на биржах всегда относятся очень подозрительно, то самое лучшее это не выступать самостоятельно, а через верных посредников; если же при этом желательно, чтобы биржа знала о наших действиях, то и тогда воздерживаться от самостоятельного выступления и поручить его таким лицам или учреждениям, которые вследствие своих отношений с другими лицами или фирмами, безусловно под секретом, но все же сообщают о наших действиях“.³

Благодаря подобным методам иностранцам, как правило, удавалось приобретать любые количества акций и овладевать контрольными пакетами разных обществ, подчиняя их своему влиянию, невзирая на то, что царские законы позволяли выпуск именных акций только русским подданным христианского вероисповедания, а выпуск акций на предъявителя ревниво оберегался.

Характерно отметить, что иностранные капиталистические дельцы, приобретая акции или имущество отечественных нефтепредпринимателей и превращая их в свою собственность, тем не менее оставляли

¹ И. В. Сталин—Речь на XIX съезде партии. Госполитиздат, 1952, стр. 12.

² Архив Маркса и Энгельса, т. III (VIII), стр. 355.

³ ЦИА Азерб. ССР, ф. 798, оп. 1, д. 1529, л. 83 (письмо датировано 3 сентября 1912 г.).

русские названия. Часто бывшие хозяева и главные администраторы этих предприятий оставались на своих прежних местах и продолжали действовать по указанию новых владельцев. Очевидно, все это практиковалось иностранцами для того, чтобы прикрыть свои захватнические действия в русской нефтяной промышленности и по возможности воспользоваться теми льготами, которые предоставлялись властями отечественным нефтепромышленникам. По этой причине десятки фирм, сохраняя свои прежние названия и кажущуюся самостоятельность, на самом деле находились под полным влиянием иностранцев и управлялись по их указанию.

Министр торговли и промышленности Тимашев, подтверждая крайнюю трудность установления национальной принадлежности того или иного капитала, вложенного в нефтяную промышленность, в своем докладе по горному департаменту в 1913 г. писал: „Считаем, что при акционерной форме предприятия, самой верной гарантией против участия в делах иностранцев является выпуск акций именных, с обязательной принадлежностью их русским подданным. Между тем опыт показывает, что банки, располагающие иностранными капиталами, нередко ссужают деньги, удерживая в своем портфеле именные акции русских предпринимателей и таким образом, при соблюдении внешней формы, предприятия эти питаются иностранными деньгами. Такой пример особенно часто проясняется именно в нефтяном деле“.¹

Далее в докладе приводятся примеры фактического перехода ряда русских предприятий в руки иностранцев, несмотря на то, что эти предприятия продолжали существовать под прежними русскими названиями.

Вследствие того, что за границей создавались разные нефтяные компании, на которые не распространялось царское законодательство, а также в силу широкой котировки ценных нефтяных бумаг в фондовых биржах различных европейских городов, иностранцы нередко обходили царские законы в области нефтяной промышленности. Свободное котирование бакинских нефтяных акций и облигаций в Лондоне, Париже, Берлине и т. д. являлось одним из самых широких каналов, через который протекали в Баку иностранные капиталы. Находясь под сильным влиянием заграницы, некоторые „русские“ нефтяные фирмы вели свой главный учет не в рублях, а в фунтах стерлингов и в других иностранных валютах. Различные собрания и совещания указанных фирм часто проводились в Лондоне, Париже, Берлине, поскольку большая часть их акций принадлежала дельцам, проживающим в этих городах.

Российский коммерческий агент в Лондоне в своем письме от 21 мая 1898 г. за № 15168/2728, адресованном в канцелярию С. Ю. Витте, указывая на ненормальное положение в Лондоне, где непрерывно возникали разные английские акционерные общества, которые приобрели предприятия Шибаева, Тагиева, Арафелова и других русских подданных, нарушая при этом русские правительственные законы об иностранцах, писал: „До сведения моего доходило, что предстоит возникновение целого ряда английских акционерных обществ для приобретения нефтяных земель на Кавказе и что все они, совершая запродажи в обход русского закона на имя подставных лиц, собираются открыть подписку на свои акции в Лондоне, нисколько не заботясь об обеспечении будущности дела испрошением требуемого русским законом предварительного правительственного разрешения.

¹ ЦИАЛ, ф. 23, оп. 1, д. 335, л. 7 (точная дата документа не указана).

Объясняется это тем, что большая часть этих компаний имеет чисто спекулятивный характер; для учредителя важно, выпустив свои акции, получить за них деньги с подписчиков, а в случае удачи сыграть на их повышении, а какова будет дальнейшая участь самого предприятия, то до этого мало дела, и неблагоприятные последствия отразятся не на них, а на подписчиках.

Однако этого соображения было бы уже вполне достаточно, чтобы побудить меня обнародовать здесь до всеобщего сведения ясное и точное изложение постановлений нашего законодательства по вопросу о праве иностранцев приобретать нефтеносные земли на Кавказе, владеть ими и обрабатывать их.

Но еще важнее представлялась необходимость заставить англичан уважать русский закон, предупредив их, что попытки обойти закон не останутся безнаказанными, и в то же время лишить их возможности ссылаться на неведение закона.¹

Для приостановления самочинства английских капиталистических дельцов в русской нефтяной промышленности доверенный представитель России в Лондоне по указанию министерства финансов опубликовал в середине 1898 г. в газете „Таймс“ специальную статью о законоположении царского правительства по отношению к участию иностранцев в русской нефтяной промышленности.

Однако, невзирая на это, случаев нарушения со стороны иностранных капиталистов царских правительственных законов было очень много. Главной частью Гражданской части на Кавказе в своем письме (от 5 июня 1898 г. за № 6797) министру финансов сообщал, что нефтяные промысла Г. З. А. Тагиева были приобретены в 1898 г. англичанами через Джемса Вишау „без предварительного испрошения установленным порядком разрешения властей, в обход царских законоположений“.²

Следует отметить, что имущество Тагиева перешло в распоряжение „Об-ва для добывания русской нефти и жидкого топлива с ограниченной ответственностью“, созданного в 1893 г. в Лондоне на основе законов Соединенного Королевства Великобритании и Ирландии. Представитель этого общества Эвелин Губерд мотивировал министру финансов России незаконное приобретение тагиевских предприятий „незнакомством“ англичан с русским законодательством по этому вопросу.

Для понимания лжи и лицемерия английских капиталистических дельцов очень показателен следующий факт. Английская фирма „The Baku Russian Petroleum Company Limited“, тайным путем скупив нефтяные промысла Арафелова, Будаковых и Адамовых, для того чтобы замести следы своего незаконного действия, уже после совершения акта закупки просила соответствующие царские правительственные органы разрешить ей „приобрести“ вышеуказанные промысла. Тем самым она пыталась создать видимость того, что она якобы только собирается купить их. Главной частью Гражданской части на Кавказе 5 августа 1898 г. писал по этому поводу министру финансов следующее: „По имеющимся в моем управлении сведениям, соглашение этой покупки уже состоялось... Я не могу признать такую сделку совершенной в обход и нарушение действующих законов о нефтяном промысле“.³ Подобные нарушения цар-

¹ Партийный архив Азерб. филиала ИМЭЛ при ЦК КПСС, фонд департамента полиции, д. 7, л. 9.

² ЦГИАЛ, ф. 23, оп. 24, л. 522, л. 130.

³ ЦГИАЛ, ф. 22, оп. 4, л. 195, л. 5—6.

ских законов иностранцами все более учащались. По утверждению министерства торговли и промышленности, такие крупнейшие нефтяные компании, как „Ойл корпорейшн“ и „Шелл“, опиравшиеся на международный капитал и игравшие в бакинской нефтяной промышленности исключительно большую роль, „не возбуждали ходатайства о допущении их к операциям в России“.¹

Как видно из изложенного, иностранный капитал, преодолев все „преграды“, установленные царским законодательством, мощным потоком хлынул в бакинскую нефтяную промышленность, способствуя тем самым постепенному переходу этой важнейшей отрасли русского народного хозяйства в цепкие руки иностранных промышленно-финансовых магнатов.

Следует отметить, что даже робкие попытки, предпринятые царскими властями, как-то „приостановить“ или „замедлить“ стремительно несущийся поток иностранного капитала в бакинскую нефтяную промышленность, нередко игнорировались самими царскими сановниками, оказавшимися подкупленными нефтяными воротилами. Не случайно В. И. Ленин писал: „В русском капитализме необъятно сильны еще черты азиатской примитивности, чиновничьего подкупа, проделок финансистов, которые делят свои монопольные доходы с сановниками“.²

Продажные царские чиновники ради своих эгоистических интересов готовы были пойти на любые преступления и предательство по отношению к родине и народу.

Основатель известного парижского банкирского дома Ротшильдов Майер Ансельм Ротшильд, еще в конце XVIII в., пренебрегая законами, изданными властями, писал: „Дайте мне контроль над финансами нации и я не буду беспокоиться о том, кто издает ее законы“.³

Крупные бакинские нефтепромышленники, в числе которых активную роль играл законный наследник Майера Ротшильда, следуя примеру родоначальника парижского банкирского дома Ротшильдов, не очень тревожились по поводу различных „преград“. С реакционным царским правительством им нетрудно было договориться — слишком много общих интересов приводило их к взаимопониманию.

Империалисты разных стран, особенно английские, прочно обосновавшиеся в Баку, наживали миллионы, беспощадно эксплуатируя дешевый труд бакинских рабочих и хищнически „используя“ неисчерпаемые нефтяные ресурсы нашей страны.

Необходимо отметить, что значительная часть капитала, вложенного иностранцами в нефтяное дело, не ввозилась из-за границы, а получалась за счет мобилизации местных ресурсов. Иностранцы для концентрации указанных ресурсов в своих руках выпускали многочисленные акции с небольшой стоимостью, привлекая для их реализации по возможности наиболее широкие круги населения. Для использования скудных средств своих служащих, а также средств „хорошо оплачиваемых“ рабочих, они создавали при своих фирмах специальные сберегательные кассы, которые служили дополнительным источником финансирования промышленности. В деле расширения иностранных предприятий громадную роль сыграла капитализация прибавочной стоимости, созданная тяжелым трудом бакинских рабочих. По истечении известного периода после начала работы этих предприятий их первоначальный капитал, импортируемый из-за границы, полностью

¹ ЦГИАЛ, ф. 23, д. 2310, л. 21.

² В. И. Ленин, Соч., т. 19, стр. 352—353.

³ Журнал „Большевик“, 1946, № 7—8, стр. 78.

возмещался за счет полученных капиталистами прибылей, т. е. становился, по существу, накопленным капиталом.

Все это показывает, что иностранные капиталистические дельцы в Баку орудовали фактически за счет местных ресурсов.

В подтверждение этого приведем несколько примеров. Английская фирма „Бакинское об-во русской нефти“, приобретая в 1898 г. промысла Арафелова за 4,5 млн. рублей, всего лишь через два года после этого выручила из указанного предприятия около 3,1 млн. рублей, возместив тем самым затраченный капитал почти на 69%.

Англичане за 16 месяцев после приобретения предприятий Г. З. А. Тагиева, т. е. к марту 1899 г., получили от них около 3 млн. рублей прибыли, а с сентября этого года по сентябрь следующего года получили еще 4.250 тыс. руб. Таким образом, они за два года и четыре месяца извлекли из этих предприятий около 7.250 тыс. руб. чистой прибыли, в то время как стоимость этих предприятий, уплаченная ими Тагиеву, составляет только 5 млн. рублей.

Как свидетельствуют факты, владевшие бакинскими предприятиями англичане в течение непродолжительного времени успели не только вернуть затраченные на них деньги, но и выручили дополнительно колоссальные прибыли.

О том, какой массовый характер принимало в бакинской нефтяной промышленности повсеместное ограбление России иностранными капиталистами, говорит следующая таблица:

№№ п/п.	Фирма	Основной капитал	Чистая прибыль в 1900 г.	Отношение чистой прибыли к основному капиталу в %
1	Т-во „Бр. Нобель“	15.000.000	8.467.000	56,4
2	Каспийско-Черноморское об-во . .	6.000.000	1.908.810	31,8
3	Об-во добычи русской нефти и жидкого топлива	10.000.000	4.481.780	44,8
4	Бр. Мирзоевы и К ^о	2.140.000	1.412.816	66,0
5	Бак. нефт. об-во	2.300.000	1.344.008	58,5
6	У. Г. Тумаев и К ^о	2.000.000	972.532	48,6
7	А. И. Манташев и К ^о	22.000.000	5.431.871	24,7
8	Об-во И. Н. Тер-Акопова	4.500.000	816.304	18,1
9	А. С. Меликов и К ^о	2.000.000	250.675	12,5
10	Об-во „Кавказ“	4.000.000	538.686	13,5
11	Волжско-Каспийское об-во	225.000	250.350	11,1
12	Балаханское нефтяное об-во	2.750.000	593.622	21,6
13	Русское нефтяное об-во	2.400.000	150.164	6,25
14	Об-во „Мазут“	6.000.000	1.007.079	16,18

Как видно из приведенных отношений чистых прибылей к основному капиталу, многие из вышеуказанных предприятий сумели за один только 1900 г. возместить стоимость своего основного капитала за счет капитализации прибавочной стоимости на 50 и больше процентов. Это показывает, что „... монополистический капитализм требует не всякой прибыли, а именно максимальной прибыли“ и что „...максимальная прибыль,—как учит товарищ Сталин,—является двигателем монополистического капитализма“.²

¹ ЦГИА Груз. ССР, ф. 370, оп. 1, д. 857, л. 203.

² И. Сталин—Экономические проблемы социализма в СССР. Госполитиздат, 1952, стр. 38, 39.

Получение капиталистами таких неимоверно высоких прибылей прежде всего свидетельствует о беспощадной эксплуатации рабочих и о хищническом использовании нефтяных ресурсов нашей страны.

Царское правительство, окруженное продажными, рабелепствующими сановниками, владея богатейшими в мире нефтяными источниками Баку, а также крупные иностранные хищники, прочно установившие свои монополии над этими источниками, не интересовались и не заботились о нормальном развитии нефтяной промышленности. Казна заботилась лишь об увеличении получаемых ею из нефтяной промышленности разных налогов и поборов, а капиталисты, преследуя свои корыстные интересы, мечтали лишь о получении максимальных прибылей на свой капитал. Вообще говоря, ввоз в Баку иностранного капитала, как одна из самых существенных экономических основ империализма, способствовал паразитизму и загниванию капитализма в дореволюционной бакинской нефтяной промышленности.

Таким образом, укреплению позиций иностранного капитала на Апшеронском полуострове всемерно способствовала политика царского правительства, которая проводилась в условиях империализма в пользу крупных нефтяных дельцов.

Факты свидетельствуют о том, что хозяйничанье иностранных предпринимателей привело к гибели ряда предприятий бакинской нефтяной промышленности.

В одном архивном документе, где подвергается резкой критике политика царского правительства по отношению к иностранцам, говорится, между прочим, следующее: „Приглашение иностранцев для управления промышленными предприятиями в России отнюдь не вызывается потребностями самих предприятий, ибо очевидно, что в роли распорядителей дела русские, знающие местные условия, предпочтительнее иностранцев. История русской промышленности знает многочисленные случаи, когда вполне жизнеспособные предприятия погибали лишь благодаря неумелому хозяйничанию и незнанию местных условий со стороны иностранных руководителей дела. И те же самые гибнущие предприятия расцветали, попав в русскую администрацию“.¹

О варварском хозяйничании иностранцев в бакинской нефтяной промышленности свидетельствует также ряд других документов. Так, например, окружной инженер II Кавказского округа Гаврилов в своем рапорте от 21 июня 1910 г. за № 2894 Кавказскому управлению писал:

„По вопросу о том, как вообще проявлялась деятельность иностранцев в бакинском нефтяном деле, честь имею донести, что все английские фирмы...прежде всего затратили несколько десятков млн. рублей на одно лишь приобретение нефтяных промыслов в окрестностях Баку, созданных местными нефтепромышленниками... переход этих промыслов к английским фирмам совершился через посредников, оказавшихся во многих случаях спекулянтами крупного размера...“

В дальнейшем английские фирмы продолжали затрачивать крупные капиталы на разработку нефтяных промыслов, но достигли весьма плохих результатов. Объясняется это, главным образом, ...неправильным и даже неумелым иногда ведением дел, в особенности—в первые годы деятельности английских фирм в Баку.

В общем же можно сказать, что английские фирмы ни в техническом, ни в торгово-промышленном отношении никакого влияния на развитие Бакинской нефтяной промышленности не оказали и

¹ ЦГИАЛ, ф. 32, оп. 1, д. 257, л. 3—4.

относятся к самым заурядным бакинским фирмам." (Подчеркнуто нами—А. Б.).

Многочисленные факты свидетельствуют о том, что немецкие, французские, английские и прочие капиталистические хищники не только не благоприятствовали расцвету русской нефтяной промышленности, а наоборот, всячески тормозили и препятствовали ее успешному росту. Говоря о главных особенностях импортируемого капитала в бакинскую нефтяную промышленность в XX в., следует особенно подчеркнуть, что прилив этого капитала привел не к процветанию, а к застою и деградации нефтяного дела, что является ярким показателем загнивания и паразитизма империализма.

Опыт развития бакинской нефтяной промышленности показывает, что между импортом капитала и ростом загнивания и паразитизма империалистической буржуазии существует самая тесная связь. Страны, вывозящие капитал, в течение многих лет пользуясь своим монопольным правом, наживали на бакинской нефти миллионы. Наша замечательная нефтяная столица—Баку—была по существу хищнически захвачена кучкой мировых империалистов и должна была служить их интересам.

Только Великая Октябрьская социалистическая революция положила конец господству иностранного капитала и тем самым навсегда освободила неисчерпаемые нефтяные богатства нашей республики из цепких когтей мировых империалистических хищников.

Только Советская власть, Коммунистическая партия создали все условия для успешного, благотворного развития бакинской нефтяной промышленности.

Б. И. Ахундов

Ингилабдан эввэл Бақы нефт сәнаеиндә харичи капитал мәсәләсинә даир

ХҮЛАСӘ

Империализм шәраитиндә кениш тәтбиг әдилән капитал ихрачы, башгаларынын әразисини әлә кечирмәк вә ону империалистләр арасында бөлүшдүрмәк үчүн мүнүм васитәләрдән биридир.

Буну, ингилабдан эввэл харичи капиталын ағалыг этдийи Бақы нефт сәнаеинин тарихи ачыг-айдын көстәрир. Бақыя кәтирилән харичи капитал сайәсиндә Гәрби Европа империалистләри, вәһши чанавар кими, Бақынын бүтүн нефт сәһәләрини әлә кечириб өз араларында бөлүшдүрмүшдүләр.

Онлар нефт мәнсулларынын истәһсалы вә сатышы үзәриндә мөһкәм инһисар гоюб, ағласығмаз бир һәясызлыгла чар Русиясынын дахили ишләринә гарышырдылар. Бақы нефт сәнаеиндә кет-кедә өзүнә кениш ер тутан харичи капитал малиййә магнатлары үчүн бөйүк газанч мәнбән олуб, вәтәнимизи әсарәтә алмаг вә халгымызы гул һалына салмаг үчүн күчлү бир васитә иди.

Бақыда өзүнә дәрин көк салан харичи капитал инһисар капитализминин доғулмасына хейли көмәк әдир, империализм шәраитиндә өз мүртәчә характерини үзә чыхарыр вә өлкәмиздә нефт сәнаеинин нормал инкишафына мане олурду. Әчнәбиләр гаршысында бир гул итәти илә диз чөкән Зив, Бранд, Ол, Эвентов вә саир бу кими игтисад-

¹ ПГИА Азерб. ССР, ф. 92, оп. 1, д. 1117, л. 10

чылар Бақы нефт сәнаеинин инкишафында харичи капиталын ролуну көйләрә галдырыр, Нобели вә башга харичи капиталистләри нефт сәнаеиндә бөйүк реформа ярадан шәхсләр кими гәләмә верирдиләр.

Мәгаләдә, Бақы районуна ахыб кәлән харичи капиталын мүтәрәгги ролу һаггындакы иддиаларын тамамилә әсассыз олдуғу вә онун анчаг гарәтчилик мәгсәди күддүйү ачылыб көстәрилик.

Мәгаләдә бир дә, ингилабдан эввәлки Бақыда мүасир капитализмин әсас игтисади ганунунун нечә фәалийәтдә олдуғу, йә'ни капиталистләрин Бақы пролетариатыны вә нефт ятағларыны вәһшичәсинә истисмар әтмәклә ән йүксәк мәнфәәт көтүрдүкләри фактик материаллар әсасында көстәрилик.

Бақы әтрафында түкәнмәз нефт әһтиятынын олмасы, ишчи гүввәсинин учузулуғу, капитал гоюлушу үчүн шәраитин әлверишлилийи вә күчлү рәгабәт олмамасы капиталистләрин ән йүксәк мәнфәәт әлдә әтмәләрини тә'мин әдирди.

Һеч дә тәсадүфи дейил ки, һәлә XIX әсрин сон рүбүндә Парисдә борч капиталы ән чоғу 3% мәнфәәт кәтирдийи һалда, Бақыда Ротшилд 6% мәнфәәт алырды.

Харичи капитал ахыны күчләндикчә, Бақы нефт сәнаеи әчнәбиләрин әлиһә кечирди. 1912-чи илдә Бақы нефт сәнаеинә гоюлмуш капиталын артыг 42%-и харичиләрин иди, һалбуки ондан 10 ил эввәл бунун анчаг 30%-и, 19 ил эввәл исә—чәми 16%-и харичиләрә мәнсус иди.

Харичи капиталын чоғ һиссәсини инкилис капиталы тәшкил әдирди. Инкилис капиталындан сонра икинчи ери франсыз капиталы тутурду. Рус нефт сәнаеинә гоюлмуш харичи капиталын 86,9%-и бу ики өлкәнин пайына дүшүрдү. Инкилис-франсыз капиталындан сонра алман капиталы, сонра да Һолландия капиталы чоғ яйылмышды.

Бөйүк Октябр сосялист ингилабы әрәфәсиндә мүхтәлиф өлкәләрдә нефт мәсәләләри илә мәшғул олан 16 малиййә группундан 10-у бу вә я башга васитә илә рус нефт сәнаеиндә иштирак әдирди. Русияда истәһсал әдилән нефтин 60%-и онларын пайына дүшүрдү. Харичи тичарәтдә, демәк олар ки, там инһисар яратмыш олан бу капиталистләр дахили базарда да нефт тичарәтинин тәхминән 75%-ини өз әлләринә кечирмишдиләр.

Харичи нефт пешәкарлары, хүсусилә инкилисләр өз капиталларынын чоғ һиссәсини ени истәһсал объектләри яратмаға вә нефт истәһсалыны артырмаға дейил, бир гайда олараг, мөвчуд мүәссисәләри өз әлләринә кечирмәк үчүн онлары эввәлки сәһибләриндән сатын алмаға сәрф әдирдиләр. Онлар башлыча олараг чалышырдылар ки, хырда вә орта фирмаларын малиййә чәһәтдән чәддикләри чәтинликдән истифадә әдиб, бунларын сәһмләрини әлә кечирсинләр вә я онлара борч пул верәрәк, тәдричән әмлақларына сәһиб олсунлар. Харичи капиталистләрин белә бир һәрәкәти нефт сәнаеинин инкишафына көмәк әтмәйиб, нефт ятағларынын вәһшичәсинә истисмар әдилмәсинә сәбәб олурду. Харичи капитал магнатлары нефт сәһәләрини әлә кечирмәйә чалышыркән, онлары ишләгмәк мәгсәдини күдмүр. Әксинә, рус нефт сәнаеинә бунунла зәрбә вурмаг вә дүня базарыны ири нефт трестләри олан „Ройял Дейтч-Шелл“ вә „Стандарт Ойл“ун инһисарында сахламаг истәйирдиләр.

Харичи фирмалар, адәтән, ән мәнсулдар нефт сәһәләри вә лайларыны истисмар әдиб, галанларына тохунмурдулар.

Бақыя харичдән кәтирилән капиталын чоғ гисми истәһсалатда сәрф әдилмәк әвәзинә, биржаларда сәһм алвери үчүн айрылырды. Чоғ вахт он миллион манатларла пул мөһтәкирлик мәгсәдилә ири фирмаларын сандығларында сәһм вә истиграз шәклиндә вә я нәгд олараг сахланы-

лырды. Буна көрө дө Бакы нефт сәнаеиндә сахта капитал реал капиталдан хейли сүр'әтлө вә даһа кениш һәчмдә артырды.

Бакыда пул вәсаитинин мүнүм бир һиссәсиндән билаваситә нефт сәнаеинин инкишафы үчүн истифадә эдилмәдийиндән, сәһмдар капиталынын артмасы илә янашы олараг, нефт истеһсалы систематик сурәтдә ашағы дүшүрдү.

Яддан чыхарылмамалыдыр ки, ири фирмалар чох вахт нефтин гиймәтини артырмаг үчүн нефт истеһсалыны гәсдән азалдырдылар. Бу да мөвчуд вәсаитдән мәһсулдар сурәтдә истифадә эдилмәсинә мане олур, беләликлә дө сахта капиталын һәчмини даһа да артырды.

Харичи өлкәләрдә чар ганунларына рияйәт этмәйән мүхтәлиф нефт кампаниялары ярадылдыгындан, һабелә Авропанын мүхтәлиф шәһәрләринин биржаларында нефт сәнаеинә аид гиймәтли кағызлар кениш сатышда олдуғундан, әчнәбиләр чох вахт нефт сәнаеин сәһәсиндә чар ганунлары илә һесаблашмырдылар. Бакы нефт сәһмләринин Лондонда, Парисдә, Берлиндә вә башга шәһәрләрдә азад сурәтдә алым-сатымы харичи капиталын ахыб Бакыя кәлмәси үчүн кениш каналлардан бири иди.

Абшерон ярымадасында харичи капиталын мөһкәмләnmәсинә чар һөкүмәтинин, ири нефт сәһибкарлары хейринә еритдийи сиясәт дө чох көмәк әдирди.

Гейд эдилмәлидир ки, Бакы нефт сәнаеинә ахыб кәлән харичи капиталы „даяндырмаг“ вә я „ләнкитмәк“ мәгсәдилә һөкүмәт органлары тәрәфиндән ара-сыра көстәрилән чүз'и тәшәббүсләр чох вахт, нефт магнатларына сатылмыш мә'мурларын өзләри тәрәфиндән гәсдән позулурду. Белә саттын мә'мурларын хәянәти нәтичәсиндә Бакы нефт сәнаеинә ағыр зәрбәләр әндирилирди.

Мүхтәлиф өлкәләрин империалистләри Бакы фәһләләрини амансызчасына истисмар әдәрәк вә зәнкин нефт мәнбәләримизи чапыб-талаяраг өзләринә миллион манатларла пул газанырдылар.

Харичиләрин мүәссисәләрини кенишләндирмәк ишиндә Бакы фәһләләринин ағыр әмәйи илә яранан изафи дәйәрин капиталлашмасы чох бөйүк рол ойнады. Бу мүәссисәләр ишә башлаядан мүйәйән мүддәт сонра, онлара гоюлан харичи капитал әлдә эдилән мәнфәәт һесабына өдәнилирди, йә'ни мүәссисә әслиндә капиталистә һавайы галырды.

Нефт мәнбәләримизин ачкөз харичиләр тәрәфиндән белә талан эдилмәси бир овуч капиталистин һәр ил миллионлар газанмасына, вәтәнимизин исә кет-кәдә йохсуллашмасына сәбәб олурду.

Бүтүн бунлар, харичи капиталын нефт сәнаеимизи инкишаф әтдирмәйә имкан ярадан куя еканә мütәрәгги гүввә олдуғуну иддиә этмәйә чәсарәт әдән анламаз, кор адамларын нә гәдәр һагсыз олдуғларыны гәт'и сүбут әдир. Сайсыз-һесабыз фактлар көстәрир ки, алман, франсыз, инкилис капиталистләри вә башга капиталистләр рус нефт сәнаеинин инкишафына нәинки көмәк этмәмиш, һәтта она һәр вәситә илә мане олмушлар.

XX әсрдә Бакы нефт сәнаеиндә харичи капиталын башлыча хүсусийәтләриндән данышаркән гейд эдилмәлидир ки, харичи капиталын ахыб кәлмәси нефт сәнаеинин инкишаф әтдирмәк дейил, онун дурғунлуғуна вә тәнәззүлүнә сәбәб олмушдур. Бу да империализмин түфәйлилийинә вә чүрүмәкдә олдуғуна көзәл бир дәлилдир.

Бакы нефт сәнаеинин инкишафы тәчрүбәси көстәрир ки, капитал идхалы илә империалист буржуазиясынын чүрүмәси вә туфәйлилийинин артмасы арасында чох сых әлагә вардыр. Капитал ихрач әдән өлкәләр өз инһисарчылыг һүгүгларындан истифадә әдәрәк он илләр

әрзиндә Бакы нефтиндән алдығлары мәнфәәтлә чибләрини долдурмушлар. Нефт пайтахты Бакы о заман, демәк олар ки, дүнянын бир овуч империалистинин әлинә кечмиш вә онларын мәнәфеинә хидмәт әдирди.

Яһныз Бөйүк Октябр сосялист ингилабынын гәләбәси вә өлкәмиздә Совет һакимийәти гурулмасы саттын вә мәнфур чар усул-идарәсини вә харичи капитал ағалығыны мәнв әдәрәк, республикамызын түкәнмәз әһтиятә малик олан зәнкин нефт ятағларыны дүня империалистләринин йыртычы пәнчәләриндән әбәди хиләс әтди, Бакы нефт сәнаеинин даянмадан мүвәффәгийәтлә инкишаф әтмәси үчүн һәр чүр шәраит яратды.

Г. М. АЛИЗАДЕ

К ИЗУЧЕНИЮ НАРОДНОГО ЗОДЧЕСТВА АЗЕРБАЙДЖАНА

НАДМОГИЛЬНЫЕ ПАМЯТНИКИ

(Материалы)

Данный материал является частью работы по народному зодчеству Азербайджана. Здесь рассматриваются общие вопросы и дается некоторая характеристика одного из видов народного зодчества—надмогильных памятников с целью ознакомления архитектурной и художественной общественности с творчеством азербайджанских народных мастеров.

В надмогильных памятниках Азербайджана нас главным образом интересуют их украшения в виде богатейшей орнаментации, высеченной в камне. Эти орнаменты, в которых можно наблюдать прекрасные сочетания стилизованных растительных и геометрических рисунков с художественными надписями, по своей композиции, стилю, тонкости исполнения являются одними из наиболее характерных материалов подлинного творчества народных мастеров Азербайджана.

Как известно, национальный орнамент имеет свои принципы построения; общий характер композиции орнаментов надмогильных памятников Азербайджана, мотивы украшений и технику их выполнения можно наблюдать в украшениях архитектурных памятников, интерьерах, бухары, на предметах быта, в оформлении книг и т. д.

Следует отметить, что собран и подготавливается к печати, в виде большого альбома, богатый и весьма интересный материал по надмогильным памятникам Апшерона. Учеными Азербайджана проведен также ряд работ в области архитектуры мавзолеев Азербайджана, которые, как известно, являлись предшественниками надмогильных памятников более поздних эпох. В частности, кандидатом архитектуры А. В. Саламзаде в 1948 г. защищена диссертация на тему: „Мавзолеи Азербайджана XII—XV вв.“.

С целью общего представления, приводим некоторые мысли из диссертации А. В. Саламзаде.

С XI в. в Азербайджане широко развивается строительство надмогильных сооружений. Наиболее монументальными надмогильными сооружениями являлись мавзолеи XII—XV вв. Башенные мавзолеи и богато декорированные мавзолеи сооружались над погребением круп-

нейших представителей феодальной верхушки общества. Менее имущие слои населения ограничиваются надгробиями, имеющими вид саркофага или саркофага со стеллой (башдаши).

А. В. Саламзаде указывает на четыре основных типа композиции мавзолеев: 1) башенные мавзолеи (табл. 45); 2) купольные мавзолеи (табл. 46); 3) восьмигранные мавзолеи (табл. 47) и 4) башенно-купольные (табл. 48).

Для общего представления об основных типах и композициях мавзолеев Азербайджана XII—XV вв. считаем необходимым в конце иллюстративной части данной работы представить схему их классификации.¹

В данной публикации мы рассматриваем надмогильные памятники Азербайджана, начиная с XVI в., которые строились в период, когда социальные и экономические условия не благоприятствовали строительству монументальных мавзолеев.

Оформление надмогильных памятников также в значительной степени отражает классовый состав общества. Наиболее богато декорированные памятники принадлежат, в основном, имущим слоям.

В расположении и композиции надмогильных памятников Азербайджана, в том числе и надмогильных памятников рассматриваемых веков, можно наблюдать общий принцип: главная ось могил ориентируется на восток и запад с таким расчетом, чтобы стелла находилась в западной части могилы. Такое расположение объясняется мусульманским обычаем погребения, согласно которому захороненный, положенный на правый бок, был бы обращен лицом к югу (гиблэ). Таким образом, на азербайджанском кладбище можно легко определить страны света. К головной части приставляют надмогильный камень-стеллу, а саркофаг делают несколько шире у головной части. Надмогильные памятники бывают и без стеллы или без саркофага.

Надмогильные памятники Азербайджана в основном выполнялись в камне, кирпиче, гаже и в их комбинациях. На поверхностях саркофагов обычно делались ниши, иногда ямочки для собирания дождевой воды (для птиц).

Украшения надмогильных памятников в различных районах Азербайджана отличаются некоторым разнообразием. Так, например, апшеронские, шемахинские, кубинские, шушинские и другие надмогильные памятники выполнены в камне, украшенном богатой резьбой (рис. 2, 3, 8, 21, 22, 35, 36, 37, 38 и др.), все стеллы выполнены из цельного камня. Бывают случаи, когда цоколь надмогильного сооружения Апшерона, за исключением надмогильной плиты, возводится из кладки камней; шемахинские же и кубинские памятники обычно исполнены из цельного камня; нухинские (так называемого ханского кладбища XVIII в.)—из сочетания кирпича и камня. Мастерские каменщиков, иногда и каменные карьеры, находятся недалеко от кладбища, где обычно из цельных камней подготавливают стеллы и саркофаги. Во избежание отдельных неточностей орнаменты на надмогильных памятниках осуществляют иногда в натуре после установки камней.

Ширвано-апшеронская группа памятников несколько своеобразна по своим орнаментальным мотивам, приемам украшения и масштабам.

¹ Подробнее о мавзолеех Азербайджана XII—XV вв. см. статью канд. арх. наук Саламзаде А. В.—Архитектура мавзолеев Азербайджана XII—XV вв. „Архитектура Азербайджана“, Очерки, Баку, 1952.

Например, апшеронские памятники несколько выше и украшены богаче, чем памятники Шемахи (рис. 2 и 3). Стеллы этих памятников в большинстве случаев имеют прямоугольную форму, реже встречаются также и со стрельчатым завершением; шемахинские же обычно имеют только стрельчатое завершение в виде различных стилизованных трилистников (рис. 21, 22, 23, 29, 30, 31, 32, 33).

В апшеронских, кубинских и других памятниках также встречаются трилистники, но они в композициях орнаментов не занимают ведущего места. Например, на стелле, изображенной на рис. 2 (справа), трилистник размещен в середине, на стелле (рис. 8) трилистник вкомпонован в нижней части; элементы основных орнаментов (рис. 1) исходят из мотива трилистника; завершением самой стеллы (рис. 35) также является стилизованный трилистник; стелла (рис. 38) прямоугольная, но исполненный по всей ее вертикали (2,5 м) узор также завершается орнаментальным трилистником и т. д.

Композиции орнаментов надмогильных памятников обычно состоят из растительных и геометрических рисунков в сочетании с художественной вязью надписей.

Надписи обычно сообщают имя, отчество и дату смерти покойного. Кроме того, надписи содержат тексты из корана или стихи, komponующиеся в виде обходной ленты. Нередко подобные тексты помещаются и на лицевой стороне стеллы (старое нухинское кладбище). Как известно, надписи на старинных надмогильных памятниках читаются справа налево, а при вертикальном расположении надписей—сверху вниз, т. е. основание каждого слова бывает снизу или же с правой стороны.

Особый интерес представляют так называемые пустотелые надмогильные памятники, встречающиеся на апшеронских, шушинских, агдашских и других кладбищах (рис. 2 и 3). Наличие пустоты в саркофаге объясняется, во-первых, необходимостью облегчить вес больших камней для более удобной переброски их в обработанном виде из каменного карьера к кладбищу; во-вторых, как сообщают старожилы, пустоты предназначались для освещения памятника изнутри при помощи свечей. Для помещения свечей в торце саркофага оставалось отверстие в виде небольшой стрельчатой арочки. Учитывая данное обстоятельство, мастер делал ряд сквозных геометрических розеток, включенных в прямоугольные рамы. Характерным и высокохудожественным моментом является то, что ажурный рисунок розеток неоднотипен. Как сообщают очевидцы, в ночное время подобные светящиеся надмогильные памятники обращали на себя внимание прохожих и даже издали производили исключительно эффективное впечатление.

Подобные надмогильные памятники встречаются также внутри мавзолеев и дворов мечетей, где вставные розетки или сами памятники нередко выполнялись из белого мрамора и высококачественных древесных пород. Учитывая некоторое просвечивание самого мрамора от внутреннего освещения, нетрудно представить общую привлекательность и этих памятников. В некоторых районах Азербайджана подобные надмогильные памятники встречаются не со сквозными розетками, а с фоном из майолики бирюзового цвета.

По композиции, приемам украшения, а также по объему, памятники почти не отличаются в зависимости от пола захороненного, за исключением изображения предметов быта. В украшениях женской могилы, например, иногда встречается изображение бус, серег и др.

Изображение на надмогильных памятниках предметов быта имеет, кроме декоративного, и смысловое значение. Например, изображение

овцы (рис. 16) означает, что похоронен овцевод. Изображение коня (рис. 40), сумки, расчески, кинжала—символизирует кавалериста, молодость, мужество; изображение сабли (рис. 24)—символизирует сына, молодость, борца, а кинжал, как и на рис. 40,—символ мужества. Изображение орла, ястреба, горлицы и других птиц (рис. 38, 41) символизирует храбрость, благородство и т. д. Кроме приведенных выше примеров, в Азербайджане встречаются памятники с изображениями: фаятона, символизирующее фаятонщика, швейной машины, символизирующее портного и т. д.

Таким образом, старинные кладбища апшеронских селений, Шемахи, Нухи, Шуши, Кубы и других городов и сел Азербайджана изобилуют образцами высокохудожественной обработки камня. Наряду с замечательной растительной и геометрической орнаментацией в надгробиях, довольно широко распространены изображения сюжетных мотивов и предметов быта.

Орнамент стеллы (фрагмент, рис. 20) выполнен в гаже. Изящество его можно объяснить тем, что гажка легко поддается резьбе, хотя подобные высокохудожественные орнаменты можно встретить и в камне (в памятниках комплекса дворца ширваншахов в Баку—XV в., старого ханского кладбища Нухи—XVIII в.).

Украшение стеллы (рис. 20), как и других надгробий с изображением птиц и цветов, напоминает стенную роспись Азербайджана XVIII—XIX вв. Еще большее сходство с росписями имеет резной декор надгробий, покрытый живописью, наилучшие образцы которого представляют памятники старого нухинского кладбища.¹

В Шемахинском и прилегающих к нему районах стеллы в большинстве случаев украшались более богато и изящно, нежели надмогильные сооружения (рис. 22, 24, 25, 27 и др.). Это вполне логично, так как в классической архитектуре всякое сооружение от основания кверху имеет более облегченные формы. В композиционном отношении обращает на себя внимание оформление боковой стороны надгробия (рис. 24), на которой в удлиненном медальоне (кятаба) вкомпонована сабля, в оставшемся свободном пространстве (справа внизу) мастер размещает кинжал. Это свидетельствует о правильном композиционном заполнении пространства.

Орнаменты саркофага (рис. 25) выполнены в крупных и несколько грубых формах; орнаментация центральной части решена значительно беднее, чем у краев. Композиция орнаментов здесь напоминает верхнюю часть азербайджанского портала. Это видно по изящной линии, которая механически срезала орнаменты, т. е. зрительно напрашивается продолжить вертикальные полоски орнаментов до своего логичного конца. Торец саркофага (рис. 27) украшен двумя крупными стилизованными бута.² Как известно, и здесь соблюдено принятое в азербайджанском искусстве направление бута в большинстве случаев в правую сторону.

Для шемахинских надмогильных памятников характерным является еще то, что почти во всех случаях в боковых частях горизонтально размещаются двусторонние стилизованные арочки, образующие собой рельефный медальон—кятаба (рис. 24, 25, 26). Вертикально компонованные арочки обычно не бывают двусторонними (рис. 2, 34, 35, 39, 40, 41 и др.).

¹ См. Н. М. Миклашевская. Стенные росписи Азербайджана XVIII—XIX вв. «Архитектура Азербайджана», Очерки, Баку, 1952, стр. 469 и 507.

² Б у т а—название распространяемого в Азербайджане украшения, напоминающего форму миндаля, кипариса.

Примером богато украшенной стеллы с нежными растительными орнаментами, вырезанными в камне, может служить надгробие (рис. 35), где тонко выполненное растение удачно заполняет арочную нишу. Данное украшение имеет законченную композицию—главные ее пятна и все направления основных линий, сходящихся в вазе, симметрично komponуются по вертикальной оси. Подобную композицию в целом народ называет „сахсыда гюль“.¹

Следует отметить, что подобные арки применены в росписях интерьеров, в оформлении фасада дворца в Нухе и в ряде других жилых сооружений Азербайджана.

Надмогильный памятник (рис. 36) сооружен из кирпича в сочетании с камнем. Центральная часть ниши представляет собой каменную плиту с рельефным орнаментом и росписью на ней. В росписях применялись следующие цвета: ультрамарин, яркооранжевый, желтый, черный. По композиции, прорисовке и изяществу орнаменты выполнены на высоком уровне, а окраску, нанесенную на прекрасном, по фактуре материала, камне—можно считать излишней.

В надмогильных памятниках Кубы, как видно из иллюстраций, отсутствуют сложные орнаменты и в ряде случаев каллиграфия. Например, мотивами украшения (рис. 38) являются розетки, на стелле главным мотивом украшения принято шебеке и др. (Подобный памятник имеется и в сел. Нардаран Маштагинского района Баку).

Кандидат исторических наук археолог И. М. Джафарзаде сообщает о том, что большая розетка типа шамси (рис. 37) встречается в азербайджанской керамике во II тысячелетии до нашей эры. Это дает полное основание считать подобную розетку мотивом азербайджанского народного зодчества, имеющего древнейшую традицию.

Памятники кировабадского кладбища „Гей имам“ по композиции и украшениям сильно отличаются от всех предыдущих. Если в предыдущих памятниках можно встретить изображение живых существ в виде плоского рельефа, то на кладбище „Гей имам“ можно встретить и объемную скульптуру. На переднем плане (рис. 44) изображен конь. Как обычно, подобные фигуры коней, баранов сами составляли надмогильный памятник, т. е. они ставились прямо над могилой.

Подобные скульптуры имеются на кладбищах между Бардой и Агдамом, в Нахичевани и других районах республики. В музее истории Академии наук Азербайджанской ССР, находящемся в здании дворца ширваншахов в Баку, хранится ряд подобных скульптур.

Выводы

1. Надмогильные памятники Азербайджана последних веков не отличаются сложностью композиции в объемах, а выделяются богатством оформления, орнаментами.

2. Саркофаги большей частью имеют форму прямоугольного сооружения небольшой высоты, монолитного объема, обычно со стеллой. Надмогильные памятники Азербайджана встречаются без саркофага с одной стеллой и с одним саркофагом без стеллы.

3. Богатство надмогильного сооружения определяется в основном классовой принадлежностью захороненного.

4. В зависимости от районов Азербайджана, несколько меняется мотив украшений и форма стеллы, а также материал.

¹ Цветы в керамической посуде или вазах.

5. Особенный интерес в надмогильных памятниках Азербайджана представляет богатая и изящная орнаментика, вырезанная в камне.

6. В надмогильных памятниках встречаются изображения живых существ и самостоятельные скульптуры коней, баранов, в большинстве случаев отражающие занятие умершего.

7. Специфическим высокохудожественным и оригинальным надмогильным памятником Азербайджана является пустотелый саркофаг с разнообразными сквозными розетками по бокам.

8. Устанавливается неразрывная связь декора надмогильных памятников с другими видами народного искусства Азербайджана.

Описание иллюстраций

Рис. 1—элемент украшения надмогильного памятника, XVI в. (Куткашенский район, сел. Хазры).

Рис. 2, 3—надмогильные памятники XVII в. (материал—камень-известняк). (Баку, Маштагинский район, сел. Бузовны).

Рис. 4—украшение торцов памятника (материал—камень-известняк).

Рис. 5, 6, 7—орнаменты боков надмогильника, XVII в. (Баку, Азизбековский район, сел. Кала).

Рис. 8—надмогильные памятники XVII в. (Баку, Маштагинский район, сел. Бузовны).

Рис. 9—рельефный орнамент надмогильной плиты (камень), XVIII в. (Баку, Азизбековский район, сел. Шувеляны).

Рис. 10, 11, 12, 13, 14, 15—элементы украшения надмогильного памятника XIX в. Рис. 12 изображает украшение стеллы. (Баку, сел. Маштаги).

Рис. 16, 17—надмогильный памятник XIX в. (материал—камень). (Баку, Азизбековский район, сел. Мардакяны).

Рис. 18, 19—мотивы украшений надмогильных плит (материал—камень). (Баку).

Рис. 20—деталь одного из образцов богатого украшения надмогильного камня, XIX в. (материал—гажа). (гор. Кировабад).

Рис. 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34. Надмогильные памятники и их элементы, XIX в. (камень-известняк) (гор. Шемаха, кладбище „Едди Гюмбез“).

Рис. 35, 36—украшение стеллы XVIII—XIX вв. (камень и кирпич с камнем).

Рис. 37—стелла надмогильного памятника, XIX в. гор. Куба, сел. Шахлар).

Рис. 38—надмогильный памятник 1795 г., (камень-известняк), гор. Куба).

Рис. 39, 40, 41, 42, 43—украшения надмогильных памятников, начало XIX в. (камень-известняк), (гор. Куба).

Рис. 44—Общий вид кладбища „Гей имам“ (гор. Кировабад).

Рис. 45, 46, 47, 48—типологическая таблица мавзолеев Азербайджана XII—VII вв. (45—башенные, 46—купольные, 47—восьмигранные, 8—башенно-купольные (по А. В. Саламзаде).

Источники иллюстраций

1, 8—Архив Института архитектуры и искусства АН Азербайджанской ССР.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15—предоставлены автору канд. ист. наук И. М. Джафарзаде.

8, 9, 16, 17, 18, 19, 20—использованы материалы архива Управления по делам архитектуры при Совете Министров Азербайджанской ССР.

21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34—материалы научной экспедиции Института архитектуры и искусства АН Азербайджанской ССР (руководитель экспедиции—автор).

35—Переснята с книги „Нуха“ (Азербайджан) Л. Бретаницкий, С. Датиев, Л. Мамиконов, Д. Мотис. Изд. Акад. архитектуры СССР, 1948.

36, 38, 39, 40, 41, 42, 43—предоставлены автору канд. искусствоведческих наук Н. М. Миклашевской.

44—предоставлена автору канд. искусствоведческих наук Л. К. Керимовым.

45, 46, 47, 48—предоставлены автору канд. архитектуры А. В. Саламзаде.

В исполнении графической части работы принимала участие мл. научный сотрудник Института архитектуры и искусства АН Азербайджанской ССР А. Я. Нуриева.

Г. Әлизадә

Азәрбайчан халг ме'марлығынын өйрәнилмәсинә даир

Гәбир абидәләри

ХҮЛАСӨ

Гәбир абидәләри әсасән халг сәнәти олуб, онларын үзәриндә йонунлан чүрбәчүр бәзәкләр вә нәгшләр архитектор вә рәссамларымыз хүсусән марагландырмалыдыр.

Әсәрдә, Азәрбайчанда топланан гәбир абидәләри вә онларда кәзә чарпан характерик чәһәтләр гысача өйрәниләрәк ашағыдакы нәтичәләр әлдә әдилмишдир:

1. Ахырынчы әсрләрә аид Азәрбайчан гәбир абидәләри өз композиялары ә'тибарилә йох, зәнкин бәзәкләри илә фәргләнир.

2. Азәрбайчан гәбир абидәләри үмумийәтлә башдашылы вә башдашысыз олараг дөрдбучаглы (саркофак) шәклиндә олур.

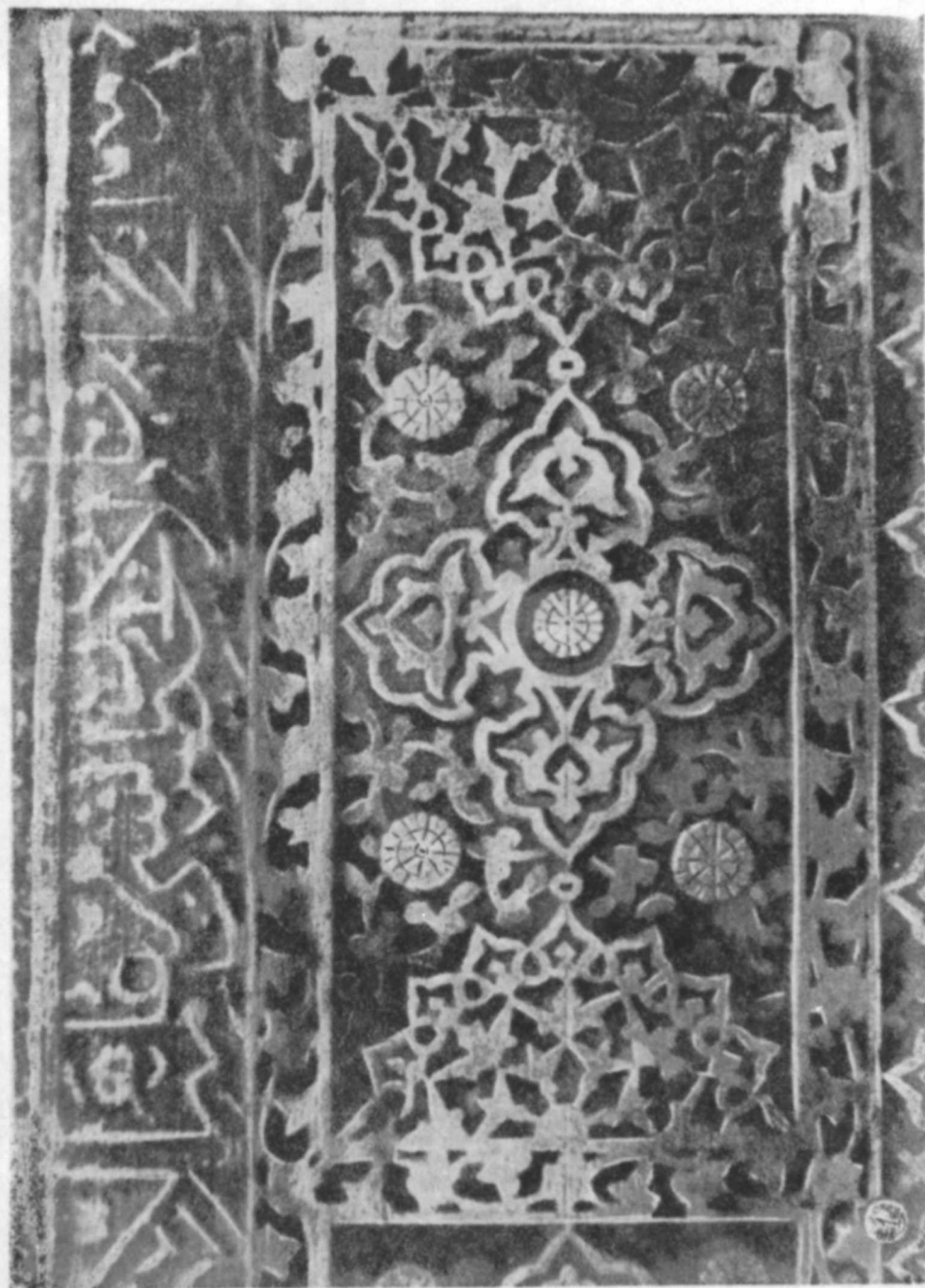
3. Азәрбайчан районларынын гәбир абидәләри үмуми ән'әнәни сахламагла, өз материаллары вә бәзәкләри ә'тибарилә бир-бириндән бир гәдәр фәргләнир.

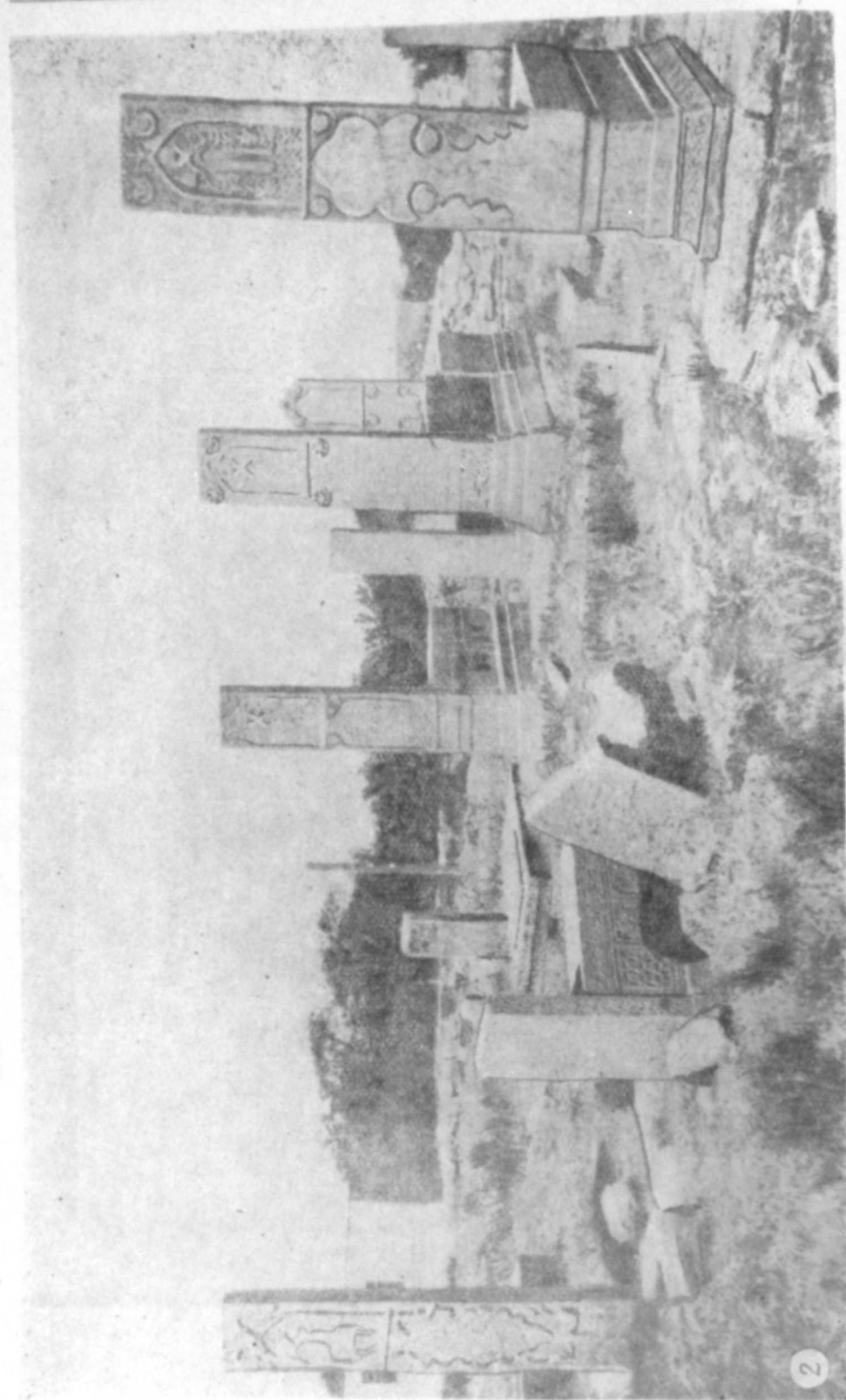
4. Гәбир абидәләринин бизи марагландыран әсас чәһәти онларын үзәриндә олан инчә бәзәкләрдир.

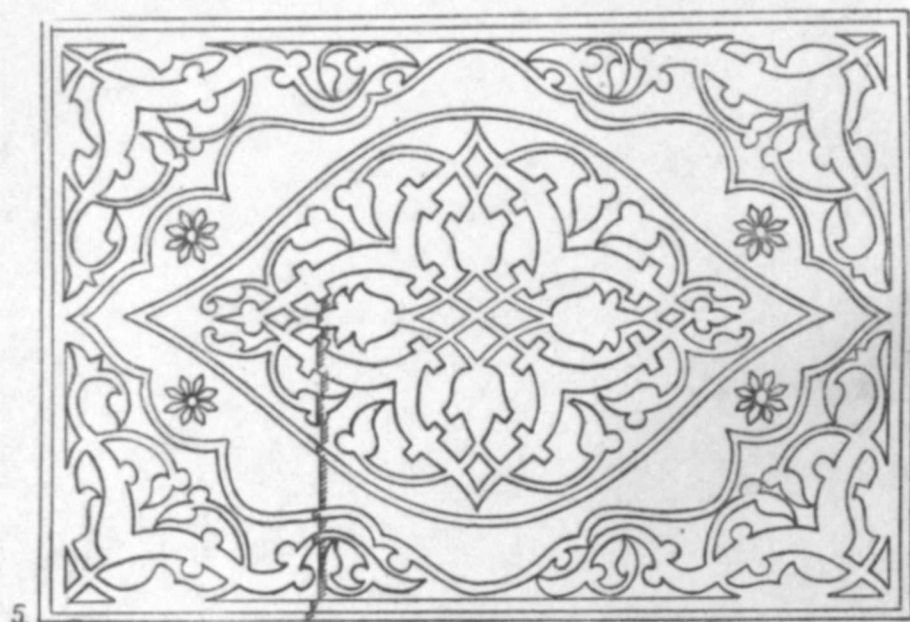
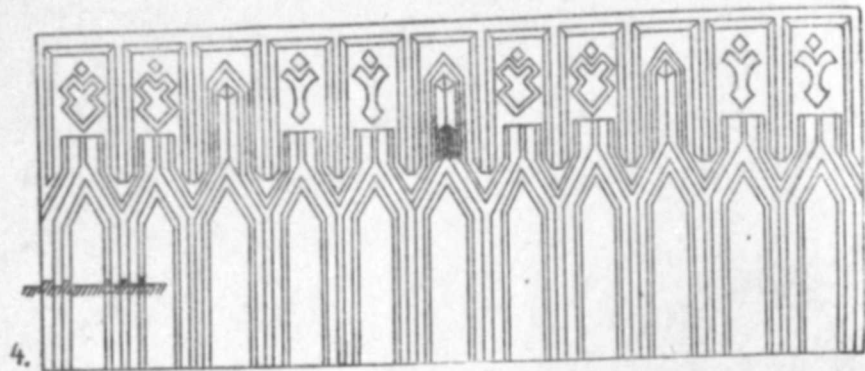
5. Гәбир абидәләри үзәриндә ат, гоюн вә саирә бу кими һейкәлләрә тәсадүф олунур ки, бу шәкилләр гәбир саһибинин пешәсини әкс әтдирир.

6. Азәрбайчан сәнәтинә хас олан ичи бош гәбирдашылар бөйүр вә аяг тәрәфдән дешикли бәзәкләрлә бәзәнмиш олур ки, бунларын да ичәрисиндә ишыг яндырылмасы күман әдилир.

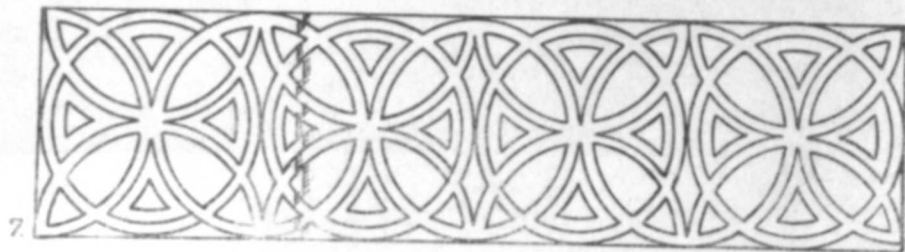
7. Гәбир дашларынын орнаментләри илә дикәр шәкилләр арасында сых бир рабитә олмасы да нәзәрә чарпачагдыр.

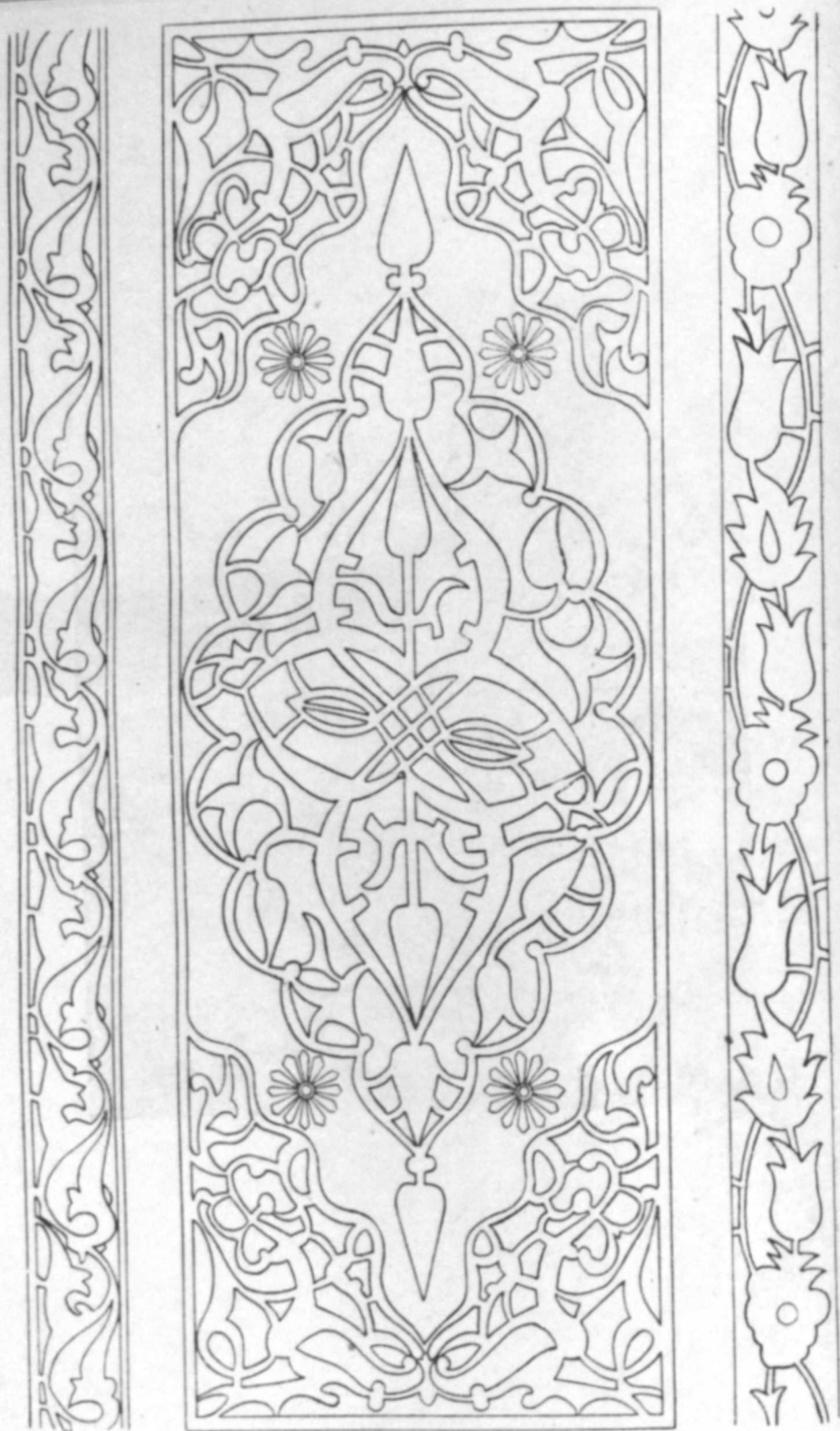






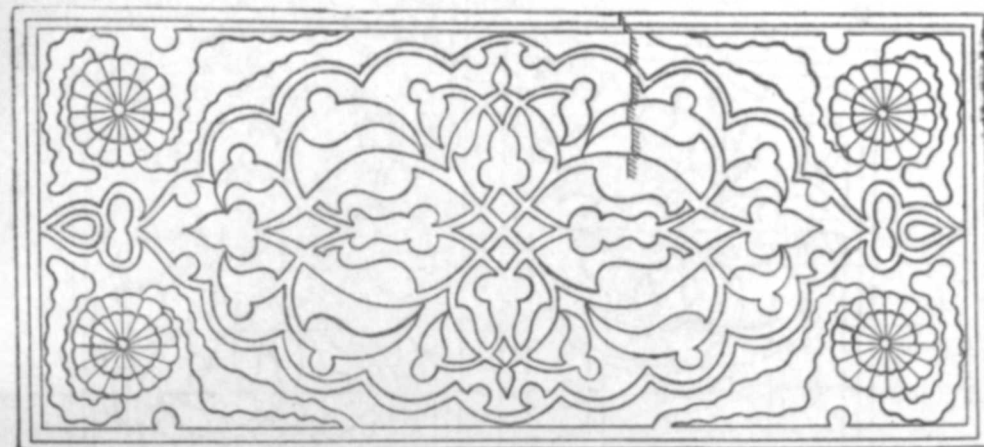
5 0 5 10 15 20 25





9

5 0 5 10 15 20 25 cm



10

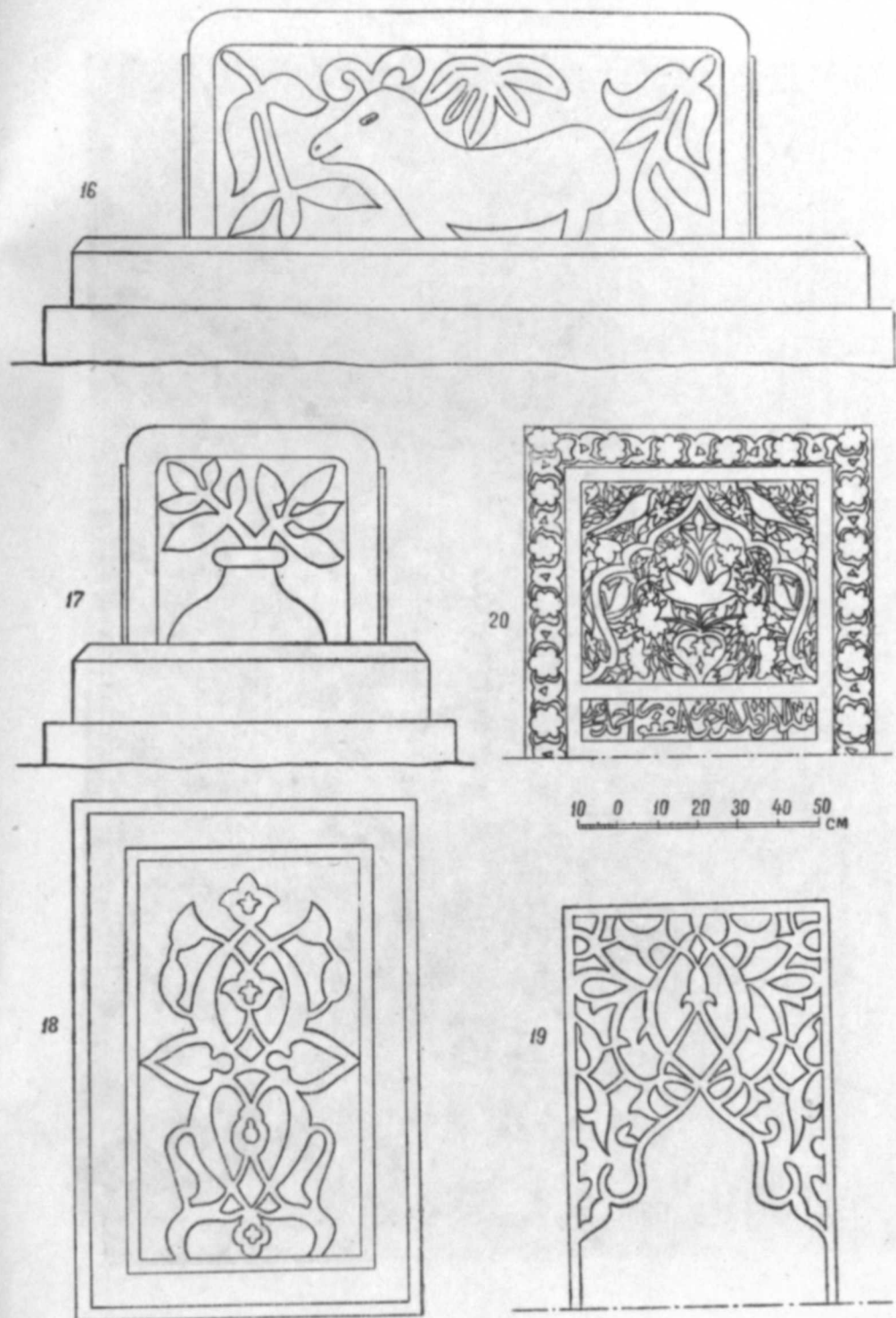
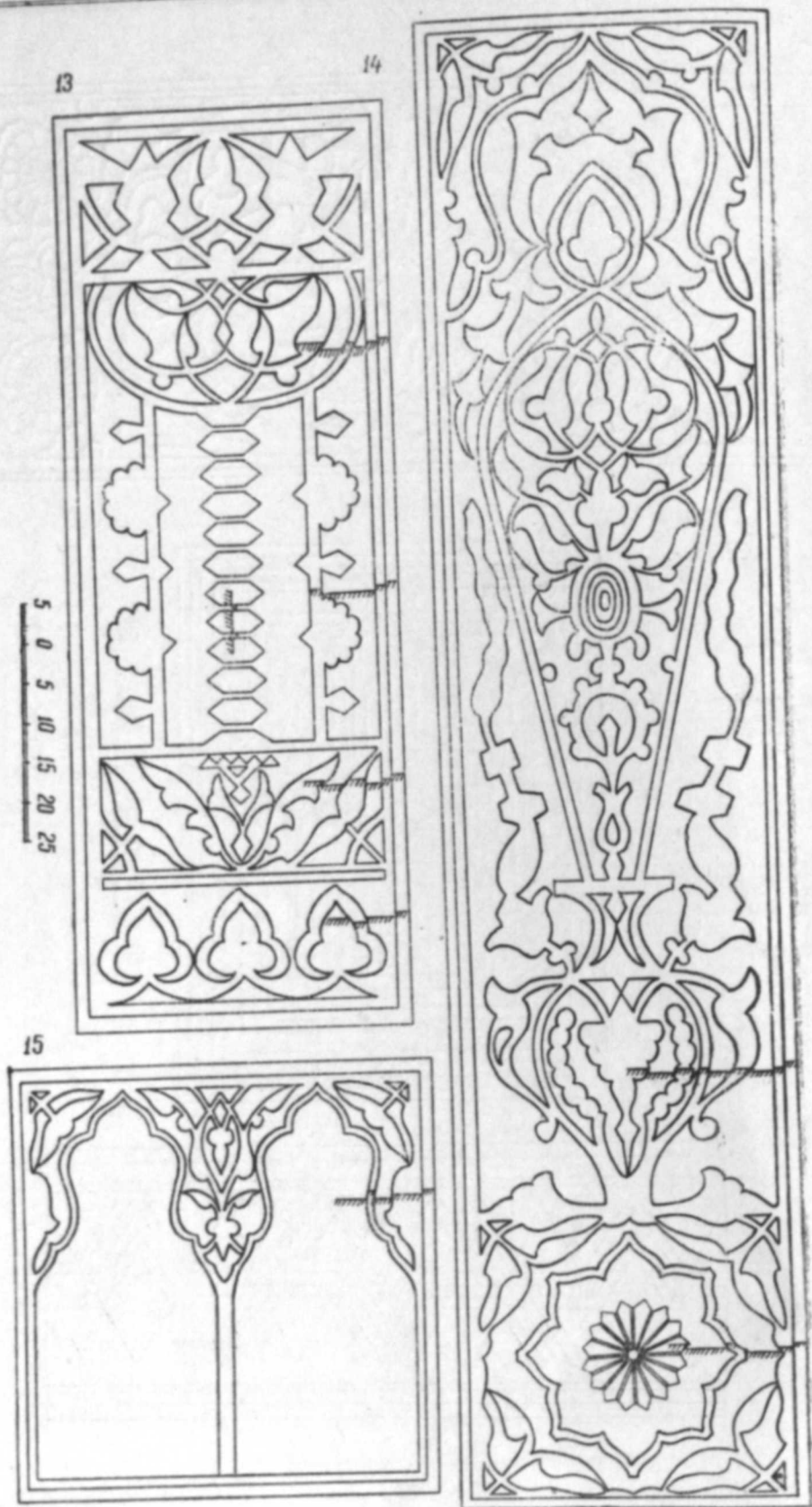


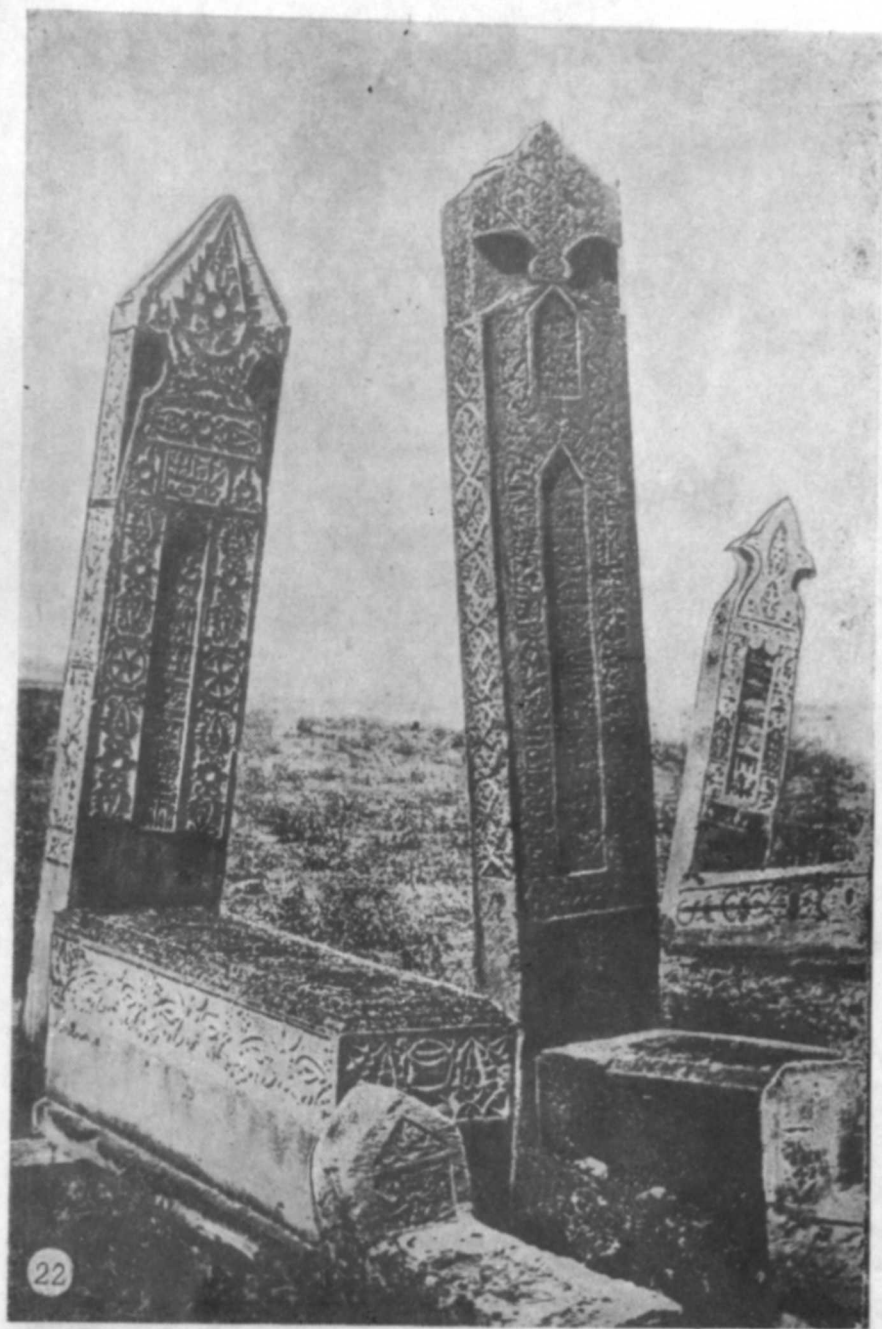
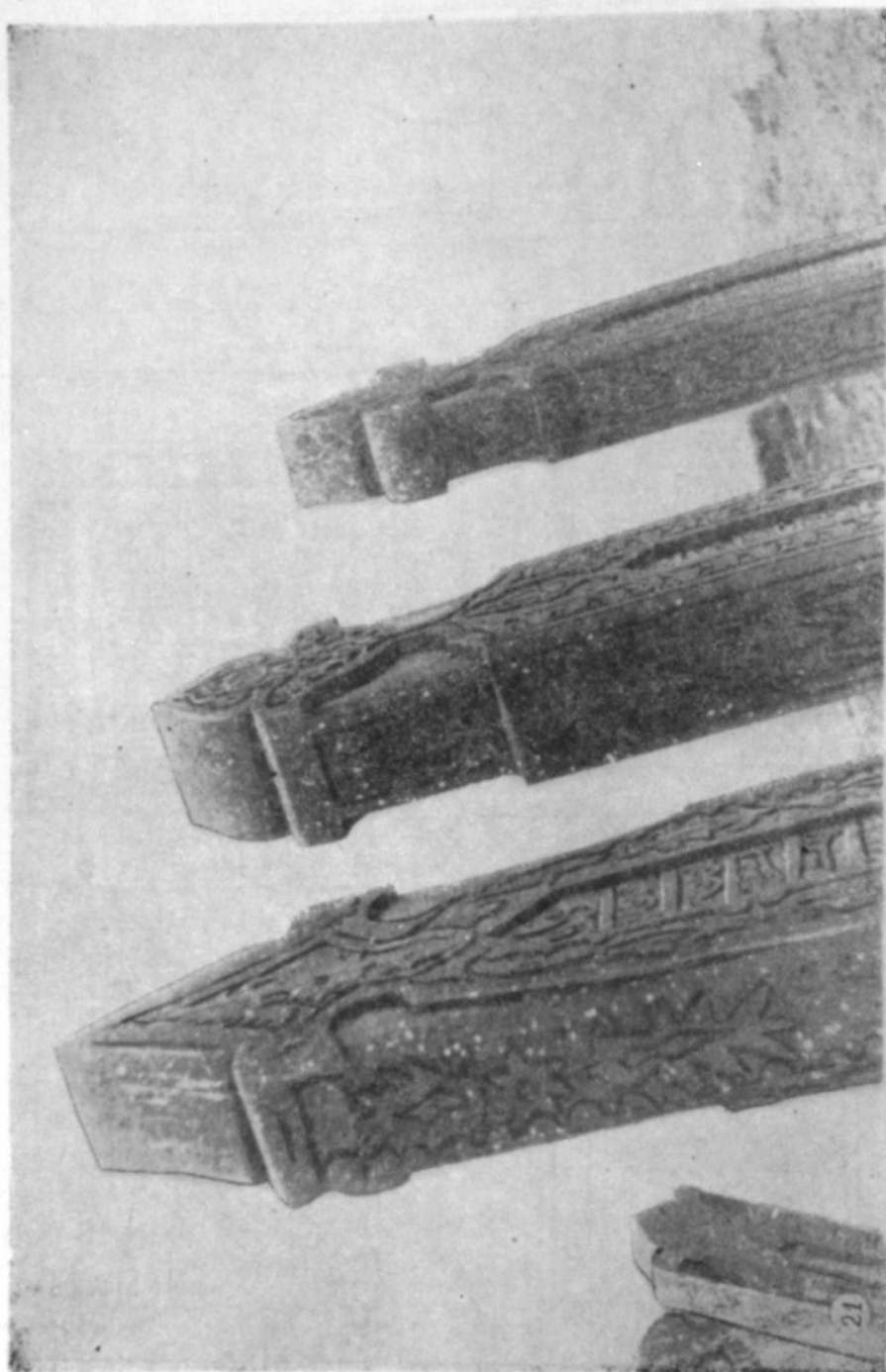
11

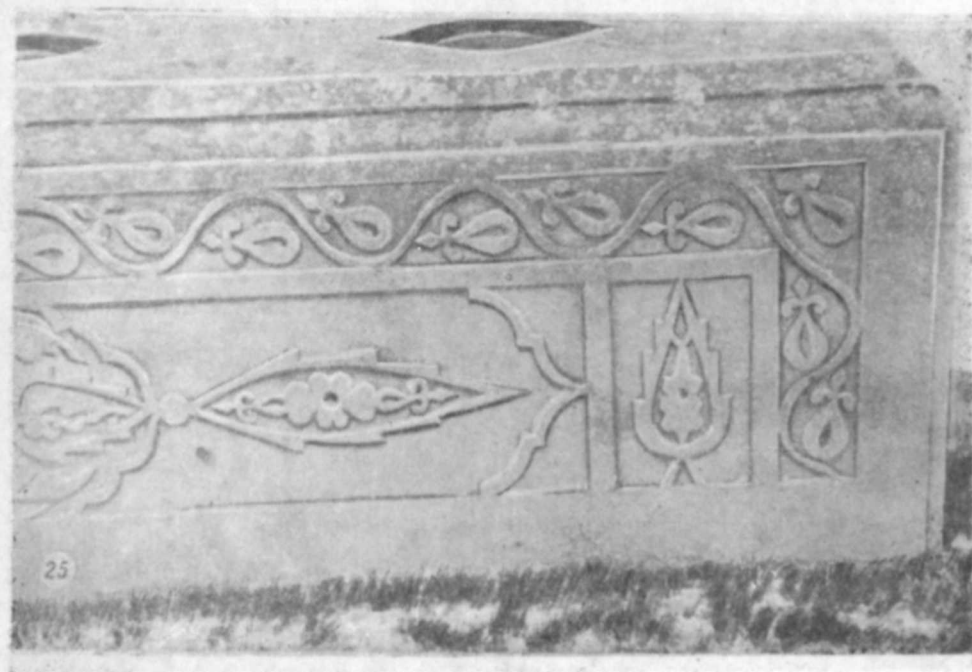
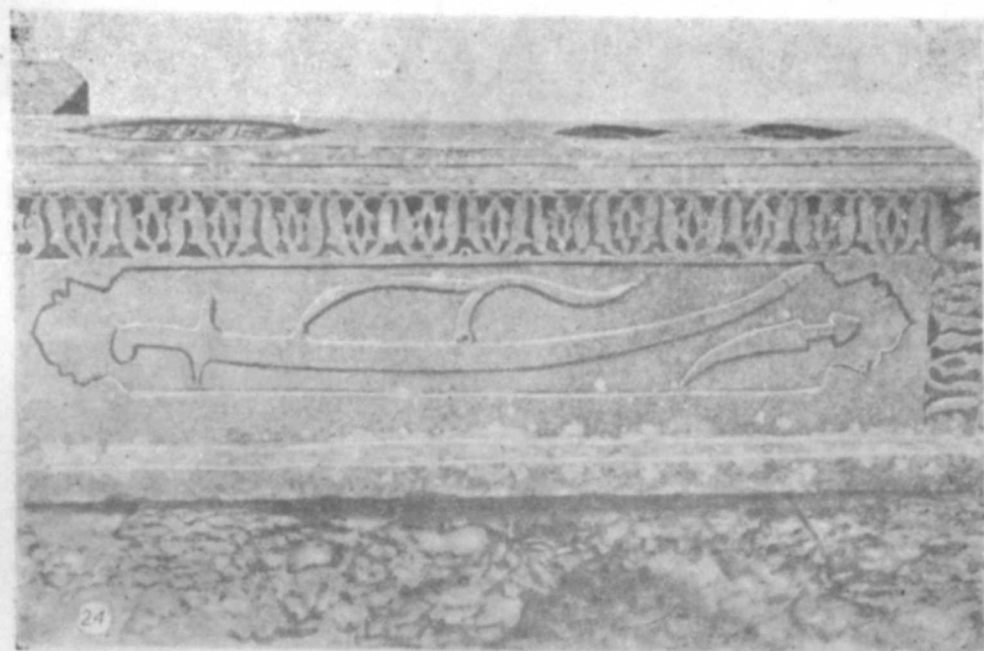
5 0 5 10 15 20 25

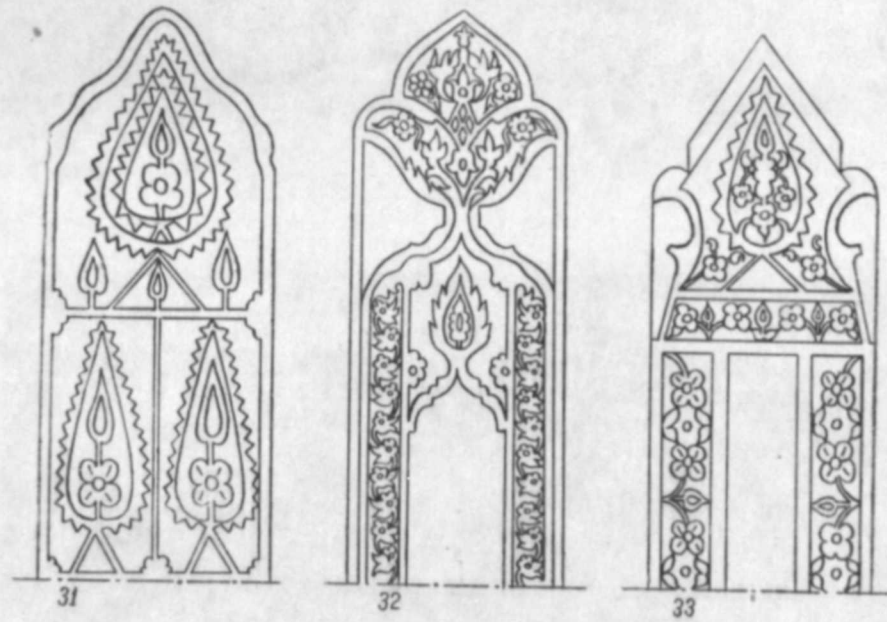
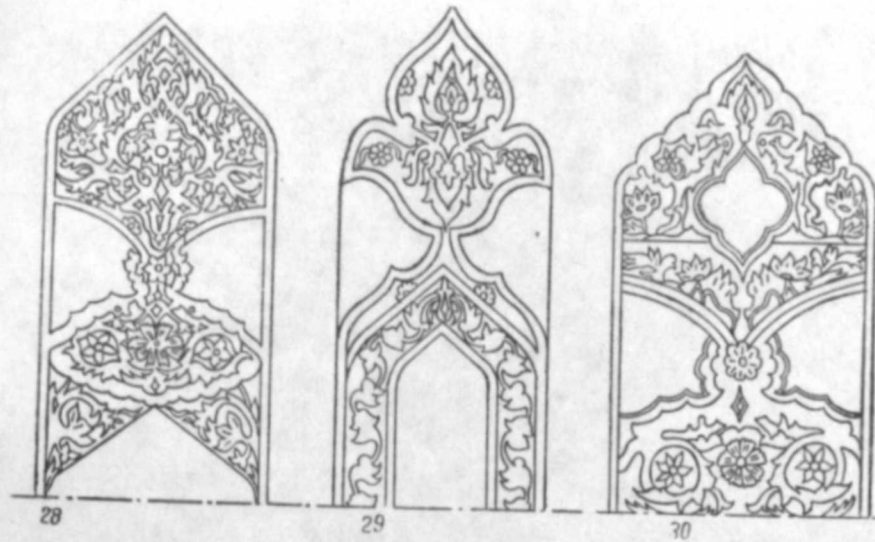
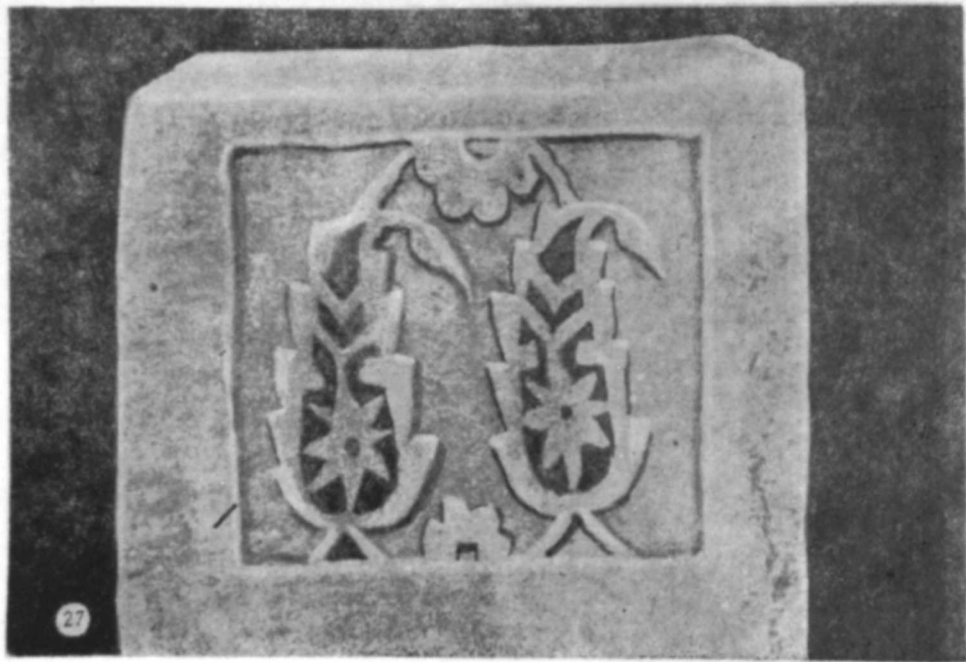
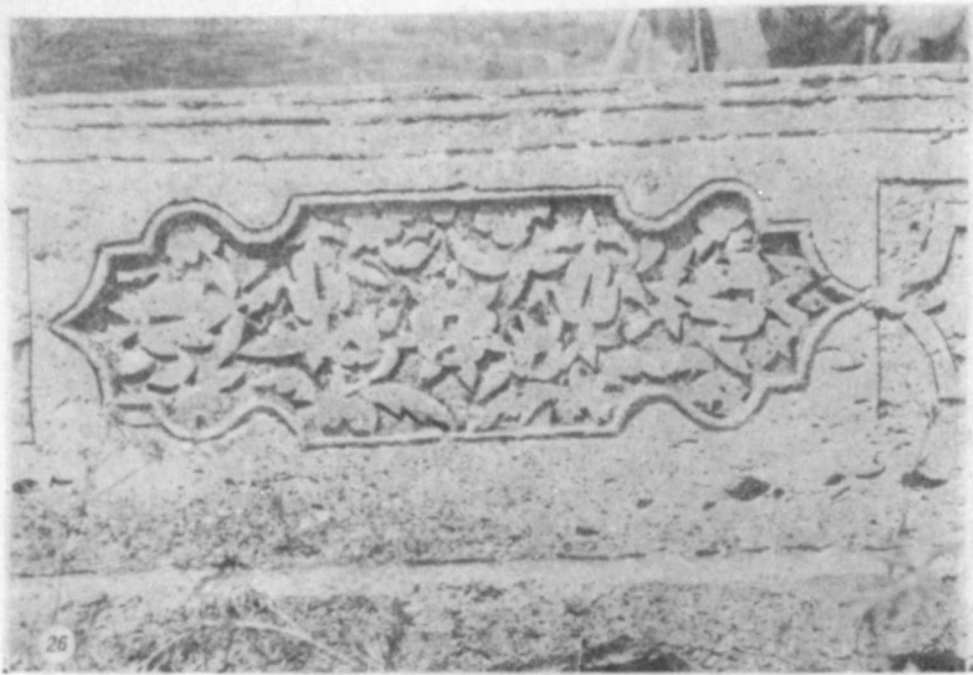
12



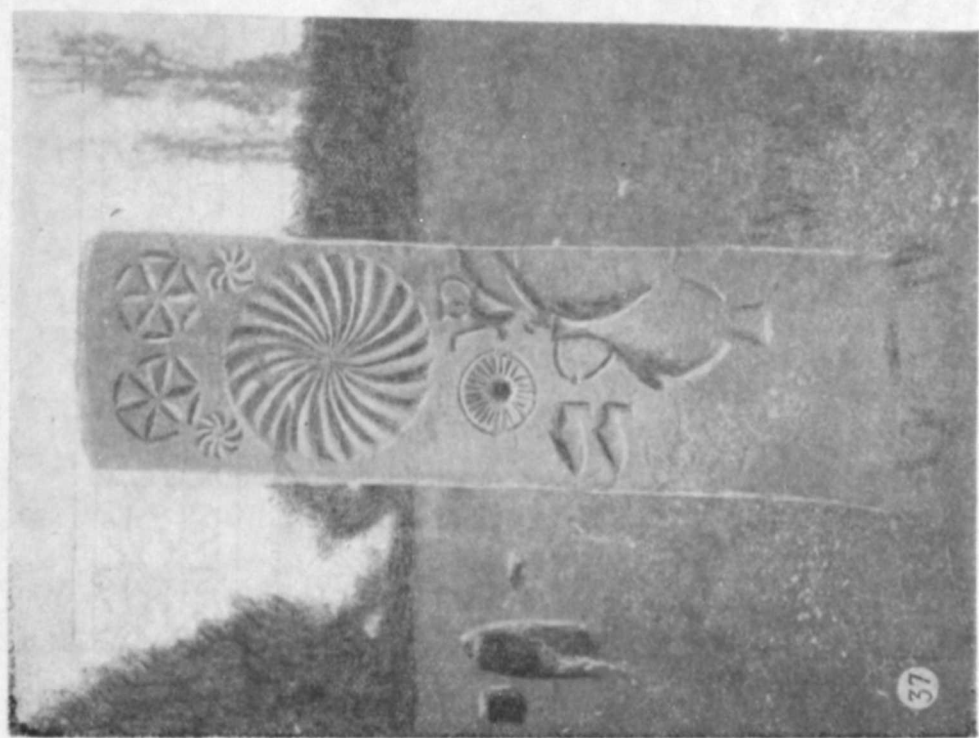
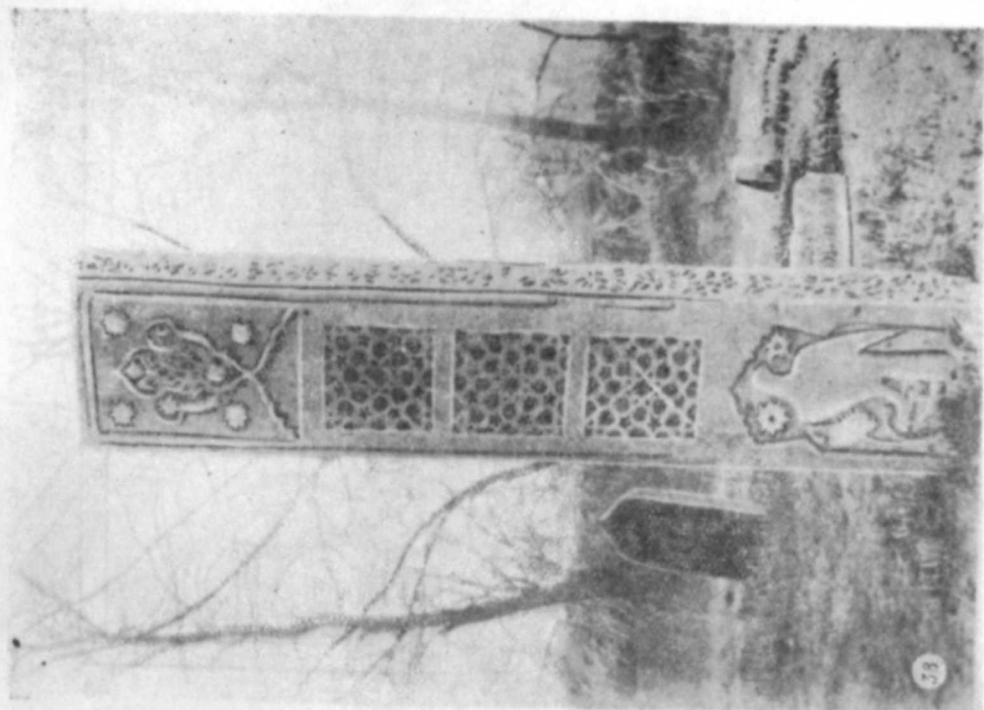
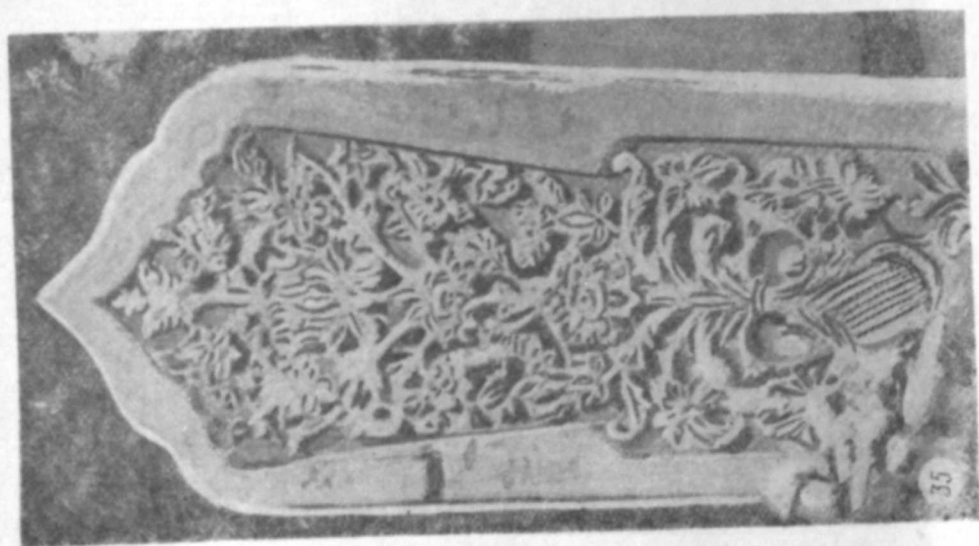
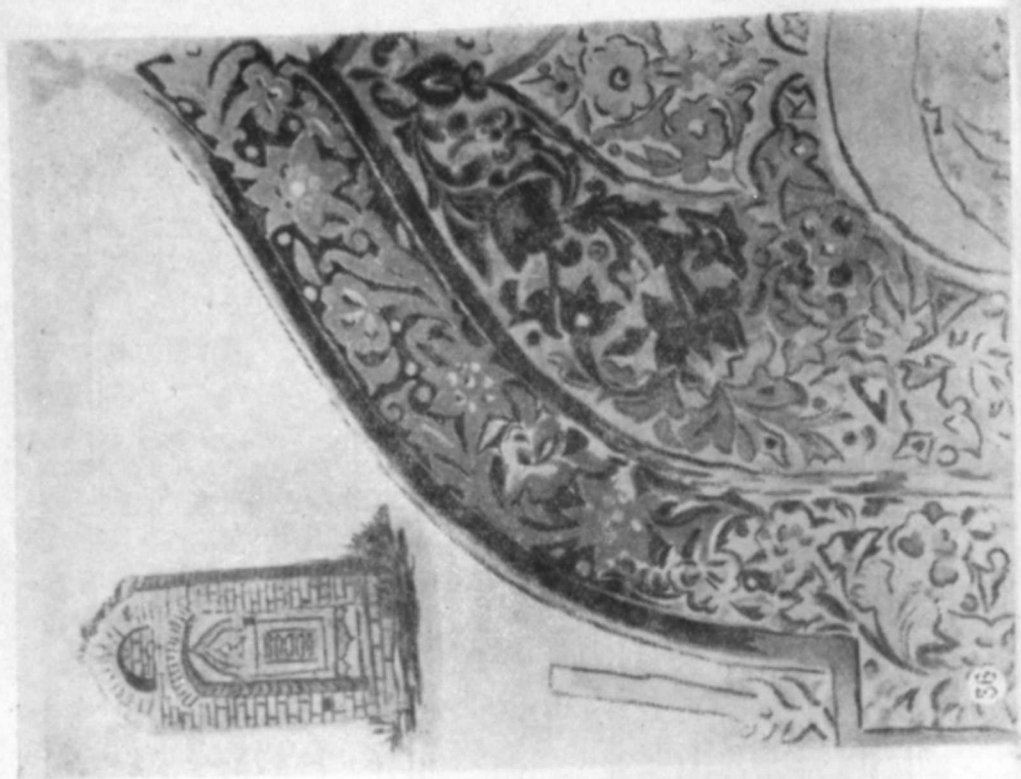








10 0 10 20 30 40 50 cm





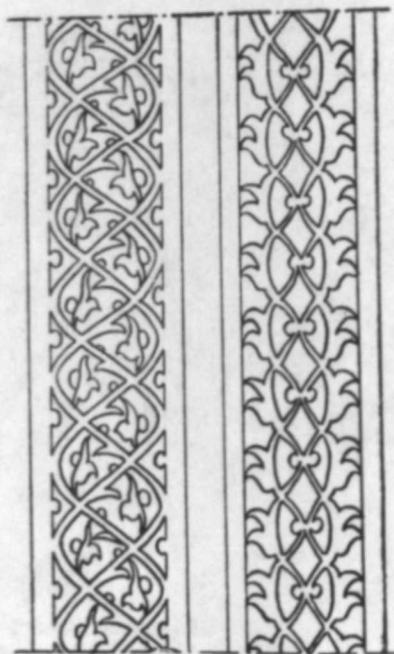
39



40



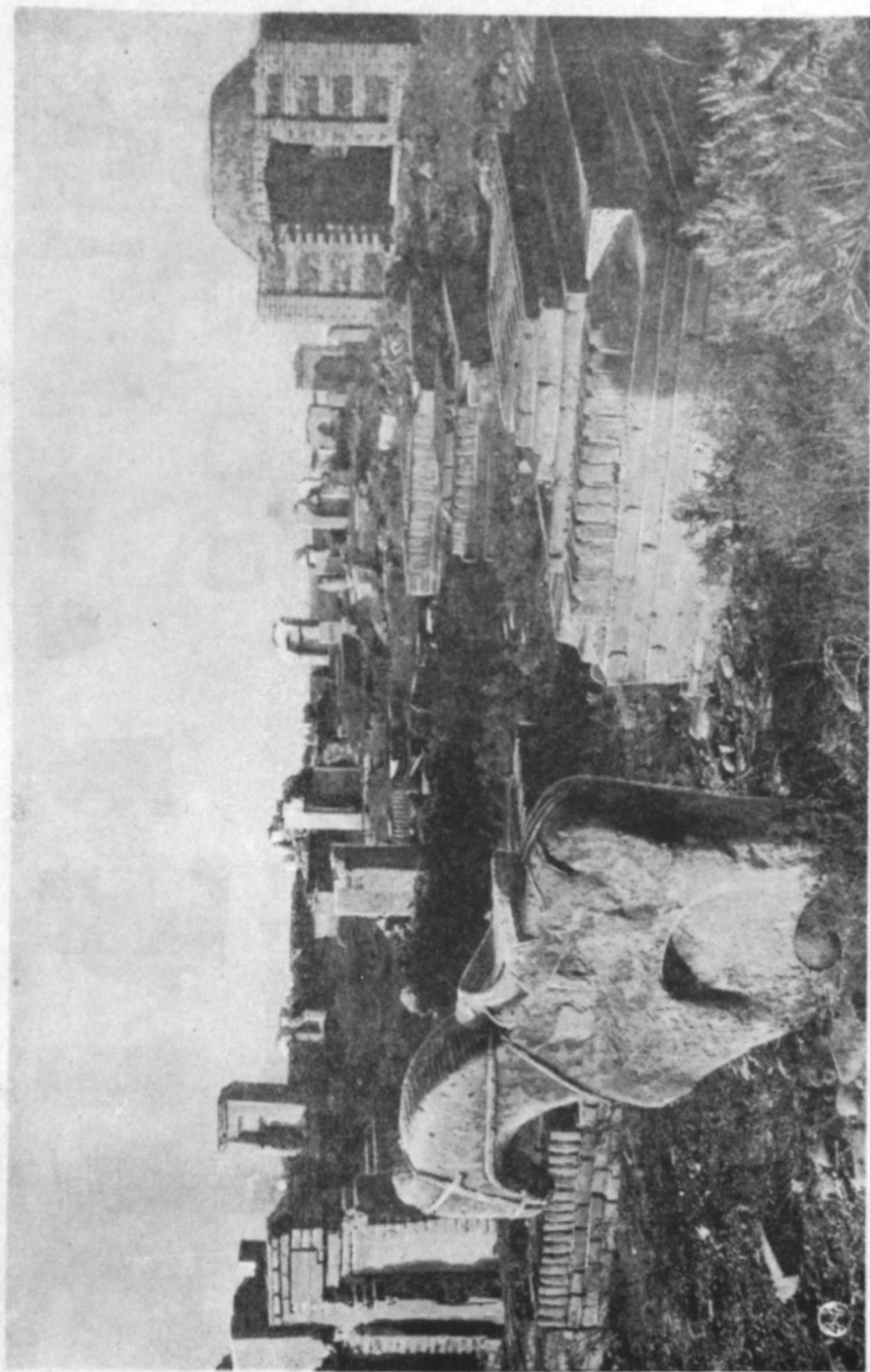
41

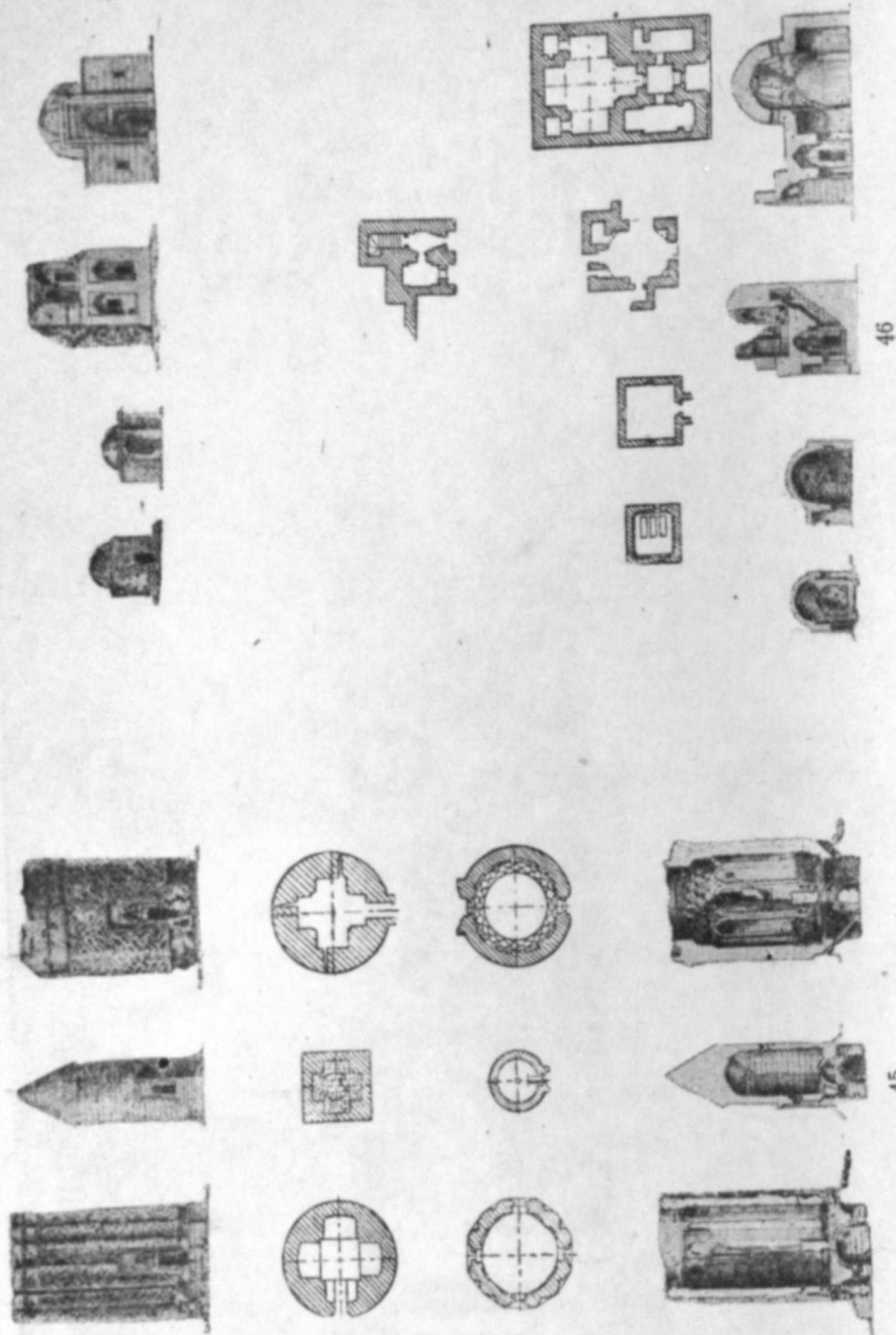


42

43

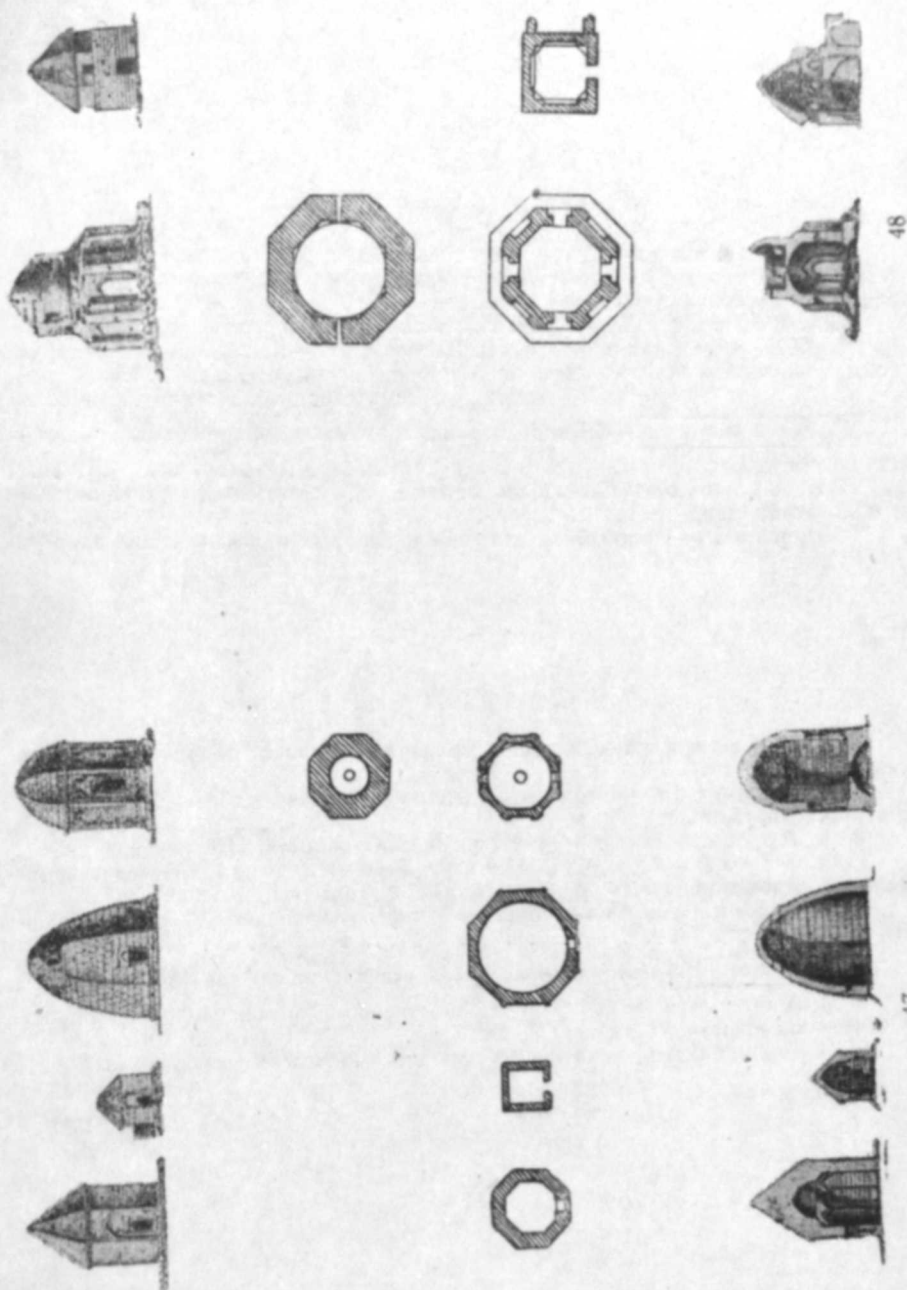
10 0 10 20 30 40 50
CM





46

45



48

47

МҮНДЭРИЧЭ

Ш. И. Вэкилов—Нютон потенциалын бир сэрхэд мөсөлэси хаггында	3
Г. Т. Әһмәдов—Бир синиф тэнликләр үчүн I_2 фазасында нөвлэрин парчаланмасы үсулунун тэтбиги	27
Б. А. Розенфельд—Мәһәмәд Нәсирәдинин рязи әсәрлэри хаггында	35
Р. А. Хәләфова вә М. В. Попхадзе—Кәңчәчай вә Тәртәрчай арасында өйрәнилән үст тәбашир чөкүнтүлэри хаггында	51
Н. А. Әлэкбәрова—Бинәгәли фоссил сайга кәлләсинин мүгайисәси	65
Б. Мәмәдов —Силиниб кетмиш трахоманын эпидемиоложи әһәмий-йәти хаггында	73
Б. И. Ахундов—Ингилабдан әввәл Бақы нефт сәнәсиндә харичи капитал мөсөләсинә даир	77
Г. Әлизадә—Азәрбайчан халг мө'марлығынын өйрәнилмәсинә даир	101

СОДЕРЖАНИЕ

Ш. И. Векилов—Об одной граничной задаче теории ньютонова потенциала	3
К. Т. Ахмедов—Метод вырожденных ядер для одного класса уравнений в пространстве I_2	27
Б. А. Розенфельд—О математических работах Насиреддина Туси	35
Р. А. Халафова и М. В. Попхадзе—Материалы к изучению верхнемеловых отложений между рр. Гянджачай и Тертерчай	51
Н. А. Алекперова—Описание черепа ископаемой бинагадинской сайги	65
Б. Мамедов —Эпидемиологическое значение стусеванной трахомы	73
Б. И. Ахундов—К вопросу об иностранном капитале в дореволюционной бакинской нефтяной промышленности	77
Г. М. Ализаде—К изучению народного зодчества Азербайджана	101

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ: Алиев М. М. (редактор), Волобуев В. Р., Газиев Г. Н., Гусейнов И. А., Караев А. И., Башкай М.-А., Мамед-алиев Ю. Г., Нагиев М. Ф. (зам. редактора), Топчибашиев М. А., Усейнов М. А., Халилов З. И., Ширалиев М. Ш., Эфендизаде А. А.

Подписано к печати 23/IV 1953 г. ФГ 26523. Бумэга 70×108¹/₁₆=4¹/₈.

Печ. лист. 11,30. Уч.-изд. лист. 9,75 Заказ № 130. Тираж 600.

Типография „Красный Восток“ Министерства культуры Азербайджанской ССР. Баку, Ази Асланова, № 80.

8 руб.