

7-168

АЗӘРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘРАКАДЕМИЯСЫ

АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МӘРУЗӘЛӘР ДОКЛАДЫ

том **ХХХIII** чилд

1977.8

## МУОЛДИФЛОР ЧУЧИ ГАҶДАЛАР

1. «Азарбајҹан ССР Елмлəр Академијасыны Мө’рүзлəрнäдə низәри һәм тəчрübə ахәмијеттəгə малик сəмий-тəдигитлəрнäн таамамланмыши һәм иштə дəрч өдүлмөнини низәтичəлəрни патшында түсə мə’дүматлар чап олуңур.

БАРЫ НЕЧІСА БІЛДІКСА» мәндерлердөрдөн күннің күндерінде.

2. «Маңзұлардың редакциясының дағыл болы Мәғаләдер Іштимал пішіне үзіліс өткізу

Аларбаачын ССР матема тобуу даунур.

Редакция академикардөн халини едир ки, Мәғаләләри төгдим едөркөй өнларың мүоланың олардын алғынасы тарихини, нағыза Мәғаләттің йөрдөшлүрінде жаңы өзгөренилдер.

3. «Мәрүзалар»да бир мүəлімнің нақо 3 Могало даңың етаптара билдір.

4. Амурзасларда шәкәндер до, даңыр өзмәтлә, мүзләт өзөгөйин дөржә бирин дөйн атынан өзмәјарал ғазы мөкиниәттән ғазылышын 6-7 солиға һочминдо (10000 чанашарден) мөзләнәр дәрч едивар.

Бұттың мәғаләларын ишкінде дүнинде құлаасен олмалыддың бүндай башын, Азор бајчан дүнинде жазылан мәғаләлөр рүе дүнинде құлаас өзөв еділмейдір. Рүе дүнинде жазылан мәғаләларын нео Азорбајчан дүнинде құлаасен олмалыдды.

6. Мәденияттің соңында төндігін шинниң жерінде жетірилдінде оның идерлесін аударып, мұзғаланған телефондың номраларын көстәртілмәлідір.

7. Елни идарапард анырыдан тәдигат ишләринин иштөчөләрйин дәрч олуимасы учүн салы идарапин директораугуунч ичазаси баянасыдыр.

8. Могалодо (хынсананын-на-жыл-пайдал-жакто бир жанаң ики хотт ара бу  
ралымтарағ язып май Төмөндири. Дүстүрүш  
бен көйтө албайтын

Ингилескин ило ўе  
Флорини тымызы  
башкорттарда

9. Магаләдә сиң  
жыл, олифба гајдасы  
иңад көмрәен көстү

кесілд көмкөс көсі,  
ашықтыдағы шекилд  
а) китаблар ү  
дин номерсі, шабер

б) мәчмүәләр  
сиялы, мөгәләнниң  
жер, изәрһијат, ил,

жер, измріята, ил.  
в) журнал ма-  
журналын ады, ил.  
Дары едемінде

Дарын единмөлдөр иштесең олмаң  
10. Шәкилләр  
номбари көстөрийлүк

и варгдэ төгжилж, энэхүү  
шат уэрэ мэдээллийн  
төслийн төвийн

галиләрин индексе  
дириләр.  
— 12. Мүөләнф  
се һәм тарихи музей

иа ја дикер рогем  
Магаланеріп  
рилар.

13. Ики во  
гыны да косторм  
14. Мегалэ/ о ардамыллы  
приамир. Кор

ректурв кондари  
15. Редакс

# МӘРҮЗӘЛӘР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXIII ЧИЛД



## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Г. Б. Абдуллаев (главный редактор),  
 Ал. А. Ализаде, В. Р. Волобуев, Г. Г. Гасанов,  
 Дж. Б. Гулиев, Н. А. Гулиев, А. И. Гусейнов, М. З. Джафаров,  
 Ю. М. Сейдов, (зам. главного редактора), Г. Ф. Султанов,  
 А. С. Сумбатзаде, М. А. Топчибашев, Т. Н. Шахтахтинский,  
 Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

УДК 513.88+519.3 : 62—50+517, 919.2+51 : (5.612.122)

МАТЕМАТИКА

Чл.-корр. АН Азерб. ССР Дж. Э. АЛЛАХВЕРДИЕВ, Н. К. АЛЛАХВЕРДИЕВА

**О ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ  
В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

В работе [1] было получено необходимое и достаточное условие оптимальности начального управления для систем, описываемых дифференциально-операторным уравнением, при условии, что система собственных и присоединенных элементов (с. с. п. э.) операторного пучка  $A(\lambda)$ , соответствующего данному уравнению, образует  $n$ -кратный базис.

В настоящей статье работа [1] обобщена и усиlena с двух позиций, а именно, рассматривается уравнение с запаздыванием и, кроме того, условие базисности с. с. п. э. заменяется более слабым условием:  $n$ -кратной полнотой с. с. п. э. операторного пучка  $A(\lambda) = e^{-\lambda \tau_0} A_0 + \lambda e^{-\lambda \tau_1} A_1 + \dots + \lambda^{n-1} e^{-\lambda \tau_{n-1}} A_{n-1} + \lambda^n A_n$  и корректности задачи (1)–(2).

Пусть в гильбертовом пространстве  $H$  рассматривается дифференциально-операторное уравнение  $n$ -го порядка с запаздывающим аргументом

$$u(t) = A_0 u(t - \tau_0) + A_1 \frac{du(t - \tau_1)}{dt} + \dots + A_{n-1} \frac{du(t - \tau_{n-1})}{dt} + A_n \frac{d^n u(t)}{dt^n} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$u^{(i)}(t) = \varphi_i(t) \quad \text{при } t \in [-\tau_i, 0], i = \overline{0; n-1}. \quad (2)$$

Здесь  $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{n-1}$  – постоянные запаздывания,  $A_0, A_1, \dots, A_n$  – линейные вполне непрерывные операторы, действующие в гильбертовом пространстве  $H$ . Предполагается, что уравнение  $A_n x = 0$  имеет только нулевое решение, начальные функции  $\varphi_i(t)$ ,  $i = \overline{0; n-1}$ , суммируемы с квадратом на отрезке  $[-\tau_i, 0]$ , задача (1)–(2) поставлена корректно по начальным данным в пространстве  $H_1([0; T], H)$ , где  $H_1$  – гильбертово пространство, элементы которого суммируемы с квадратом на отрезке  $[0, T]$  со скалярным произведением

$$(x, y)_H = \int_0^T (x(t), y(t))_H dt.$$

© Издательство «Элм», 1977 г.

Адрес: г. Баку, Коммунистическая, 10. Редакция «Докладов Академии наук  
Азербайджанской ССР»

Ставится следующая задача: При фиксированных  $\varphi_m(t), \dots, \varphi_{n-1}(t)$  найти такие начальные функции  $\varphi_i(t)$ ,  $i=0; m-1$ , со значениями в каждый момент времени из замкнутых выпуклых множеств  $K_i$ ,  $i=0; m-1$ , соответственно, которые с соответствующим решением  $u(t)$ , минимизируют функционал:

$$J(\varphi_0, \dots, \varphi_{m-1}) = (u(T) - u_0, u(T) - u_0) + \gamma \sum_{i=0}^{m-1} (\varphi_i(0), \varphi_i(0)) + \gamma_1 \sum_{i=0}^{m-1} \times \\ \times \int_{-\tau_i}^0 (\varphi_i(t), \varphi_i(t)) dt, \quad (3)$$

где  $u_0$ —заданный элемент из пространства  $H$ ,  $\gamma, \gamma_1$ , положительные постоянные,  $T$ —фиксированное время.

С учетом предположений доказывается единственность оптимального управления.

Вывод условий оптимальности опирается на формулы приращения функционала (3):

$$\Delta J = 2(u(T) - u_0, \Delta u(T)) + \gamma \sum_{i=0}^{m-1} (2\varphi_i(0) + \Delta\varphi_i(0), \Delta\varphi_i(0)) + \gamma_1 \sum_{i=0}^{m-1} \int_{-\tau_i}^0 (2\varphi_i(t) + \\ + \Delta\varphi_i(t), \Delta\varphi_i(t)) dt + (\Delta u(T), \Delta u(T)). \quad (4)$$

Введением вспомогательной функции  $\psi(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ , являющейся решением сопряженной задачи

$$\psi(t) = A_0^* \psi(t + \tau_0) - A_1^* \frac{d\psi(t + \tau_1)}{dt} + \dots + (-1)^{n-1} A_{n-1}^* \frac{d^{n-1}\psi(t + \tau_{n-1})}{dt^{n-1}} + \\ + (-1)^n A_n^* \frac{d^n\psi(t)}{dt^n} \quad (5)$$

$$\psi^{(0)}(t) = 0 \text{ при } t \in (T, T + \tau_1), \quad t = \overline{0; n-1}$$

$$\psi(T) = \dots = \psi^{(n-2)}(T) = 0, \quad \psi^{(n-1)}(T) = (-1)^n A_n^{*-1} [u(T) - u_0] \quad (6)$$

показывается, что решения задачи (1)–(2) в приращениях и задачи (5)–(6) удовлетворяют следующему тождеству

$$2(u(T) - u_0, \Delta u(T)) + \sum_{i=0}^{m-1} \int_{-\tau_i}^0 (A_i^* \psi(t + \tau_i), \Delta\varphi_i(t)) dt - \left( A_1^* \psi(\tau_1) - \dots + \right. \\ \left. \dots + (-1)^{n-1} A_n^* \frac{d^{n-1}\psi(0)}{dt^{n-1}}, \Delta\varphi_0(0) \right) - \dots - \left( A_m^* \psi(\tau_m) - \dots + \right. \\ \left. + (-1)^{n-m} A_n^* \frac{d^{n-m}\psi(0)}{dt^{n-m}}, \Delta\varphi_{m-1}(0) \right) = 0.$$

В силу этого тождества, выражение (4) преобразуется к виду

$$\Delta J(\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{m-1}) = - \sum_{i=0}^{m-1} \int_{-\tau_i}^0 [H_i(\psi(t + \tau_i), \varphi_i(t) + \Delta\varphi_i(t)) - \\ - H_i(\psi(t + \tau_i), \varphi_i(t))] dt - \sum_{i=0}^{m-1} [H_i^0(\psi(\tau_{i+1}), \dots, \psi^{(n-1-i)}(0), \varphi_i(0)) -$$

$$- H_i^0(\psi(\tau_{i+1}), \dots, \psi^{(n-1-i)}(0), \varphi_i(0))] + (\Delta u(T), \Delta u(T)),$$

где

$$H_i(\psi(t + \tau_i), \varphi_i(t)) = (A_i^* \psi(t + \tau_i), \varphi_i(t)) - \gamma_i(\varphi_i(t), \varphi_i(t)),$$

$$H_i^0(\psi(\tau_{i+1}), \dots, \psi^{(n-1-i)}(0), \varphi_i(0)) = \left( -A_{i+1}^* \psi(\tau_{i+1}) + \dots + (-1)^{n-i} \times \right. \\ \left. \times A_n^* \frac{d^{n-1-i}\psi(0)}{dt^{n-i-1}}, \varphi_i(0) \right) - \gamma_i(\varphi_i(0), \varphi_i(0)), \quad i = \overline{0; m-1}.$$

Справедлива

Теорема. Для того, чтобы  $\varphi_0^0(t), \dots, \varphi_{m-1}^0(t)$  были оптимальными по функционалу (3) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись соотношения

$$H_i(\psi(t + \tau_i), \varphi_i^0(t)) = \sup_{\varphi_i \in K_i} H_i(\psi(t + \tau_i), \varphi_i(t))$$

почти для всех  $t \in [-\tau_i, 0]$ ,

$$H_i^0(\psi(\tau_{i+1}), \dots, \psi^{(n-1-i)}\varphi_i^0(0)) = \sup_{\varphi_i(0) \in K_i} H_i^0(\psi(\tau_{i+1}), \dots, \psi^{(n-1-i)}(0), \varphi_i(0)), \\ i = \overline{0; m-1}.$$

Здесь  $\psi(t)$ —решение сопряженной задачи (5)–(6), соответствующее начальным функциям  $\varphi_0^0(t), \varphi_1^0(t), \dots, \varphi_{m-1}^0(t), \varphi_m(t), \dots, \varphi_{n-1}(t)$ .

В доказательстве существенно используется оценка приращения решения, которая находится с помощью предположений, что система собственных и присоединенных элементов операторного пучка

$$A(\lambda) = e^{-\lambda\tau_0} A_0 + \lambda e^{-\lambda\tau_1} A_1 + \dots + \lambda^{n-1} e^{-\lambda\tau_{n-1}} A_{n-1} + \lambda^n A_n$$

$n$ —кратно полна\* и задача (1)–(2) поставлена корректно по начальным данным. Далее доказательство проводится по схеме, аналогичной [1], [3].

Частный случай. Если начальные условия для уравнения (1) выбрать в виде

$$\varphi_i(t) = \sum_{j=0}^m a_j^i t^j \quad \text{при } t \in [-\tau_i, 0], \quad i = \overline{0; m-1},$$

и рассмотреть задачу нахождения управляющих элементов  $a_j^i \in K_i$ ,  $i = \overline{0; m-1}, j = \overline{0; m_i}$ , минимизирующих функционал

$$J(a_0^0, \dots, a_{m_0}^0, \dots, a_0^{m-1}, \dots, a_{m_{m-1}}^{m-1}) = (u(T) - u_0, u(T) - u_0) + \gamma \sum_{i=0}^{m-1} (a_0^i, a_0^i) + \\ + \gamma_1 \sum_{i=0}^{m-1} \int_{-\tau_i}^0 \left( \sum_{j=0}^{m_1} a_j^i t^j, \sum_{k=0}^{m_1} a_k^i t^k \right) dt,$$

\* При  $\tau_0 = \tau_1 = \dots = \tau_{n-1} = 0$  теоремы  $n$ —кратной полноты имеются в [2], [4], а в случае некоторых соотношений между  $\tau_i$ ,  $i = \overline{0; n-1}$ , аналогичные теоремы могут быть легко доказаны.

то необходимое и достаточное условие оптимальности имеет вид:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^{m_1} \left( \int_{-\tau_j}^0 A_j^* \psi(t+\tau_j) dt, a_j^{10} \right) - \gamma_1 \sum_{j=0}^{m_1} \sum_{k=0}^{m_1} b_{j,j+k} (a_k^{10}, a_j^{10}) + \\ & + \left( -A_{1+1}^* \psi(\tau_{1+1}) + \dots + (-1)^{n-1} A_n^* \frac{d\psi(0)}{dt^{n-1}}, a_0^{10} \right) - \gamma(a_0^{10}, a_0^{10}) = \\ & = \sup_{a_0 \in K_0} \left\{ \sum_{j=0}^{m_1} \left( \int_{-\tau_j}^0 A_j^* \psi(t+\tau_j) dt, a_j^1 \right) - \gamma_1 \sum_{j=0}^{m_1} \sum_{k=0}^{m_1} b_{j,j+k} (a_k^1, a_j^1) + \right. \\ & \left. + \left( -A_{1+1}^* \psi(\tau_{1+1}) + \dots + (-1)^{n-1} A_n^* \frac{d^{n-1} \psi(0)}{dt^{n-1}}, a_0^1 \right) - \gamma(a_0^1, a_0^1) \right\}, \\ & t = \overline{0; m-1}, \\ & \text{где } b_{j,j+k} = \frac{(-1)^{j+k} \tau_j^{j+k-1}}{j+k+1}. \end{aligned}$$

#### Литература

- Аллахвердиев Дж. Э., Аллахвердиева Н. К. Об одной задаче оптимального управления в гильбертовом пространстве. Дифференциальные уравнения, зависящие от спектрального параметра. «ДАН СССР». 1969, т. 186, №4, стр. 743-746.
- Егоров А. И. Оптимальные процессы в системах с распределенными параметрами и некоторые задачи теории инвариантности. «Изв. АН СССР, серия матем.», т. 29, № 6. 4. Келдыш М. В. О полноте собственных функций некоторых классов несамосопряженных линейных операторов. «Усп. матем. наук», 1971, т. XXVI, вып. 4, 160, стр. 15-41.

Институт кибернетики

Поступило 3. V 1977

Ч. Е. Аллахвердиев, Н. К. Аллахвердиева

ХИЛБЕРТ ФЭЗАСЫНДА ДИФЕРЕНЦИАЛ-ОПЕРАТОР ТӘНЛИК ҮЧҮН  
ОПТИМАЛ ИДАРЭЕТМЭ МЭСЭЛЭСИ ҮАГГЫНДА

Мэгалэдэ һилберт фэзасында

$$u(t) = A_0 u(t-\tau_0) + A_1 \frac{du(t-\tau_1)}{dt} + \dots + A_{n-1} \frac{d^{n-1} u(t-\tau_{n-1})}{dt^{n-1}} + A_n \frac{d^n u(t)}{dt^n}$$

тәнлини илэ нифад олуулан системин башлангыч вэзийтенинин оптимал идарэ единмаси мэсэлэснэ бахылмышидир. Минималлашдырылан функционалын шекли квадратидир. Оптимал идарэний јеканэлиji көстэрлимиш вэ  $A(\lambda) = e^{-\lambda \tau_0} A_0 + \lambda e^{-\lambda \tau_1} A_1 + \dots + \lambda^{n-1} e^{-\lambda \tau_{n-1}} A_{n-1} + \lambda^n A_n$  оператор дәстэснинин мэхсүсүн вэ гошма элементләри системинин  $n$ -гат тамыгы вэ башлангыч мэсэлэни, корректлиji шәртләри дахилини дә оптималлыг үчүн зәрури вэ кафи шәрт верилмийшидир.

J. E. Allahverdiev, N. K. Allahverdieva

ON THE PROBLEM OF OPTIMAL CONTROL FOR DIFFERENTIAL-OPERATOR EQUATION IN HILBERT SPACE

In Hilbert space it is considered the problem of optimal control by initial state of system, described by differential-operator equation:

$$u(t) = A_0 u(t-\tau_0) + A_1 \frac{du(t-\tau_1)}{dt} + \dots + A_{n-1} \frac{d^{n-1} u(t-\tau_{n-1})}{dt^{n-1}} + A_n \frac{d^n u(t)}{dt^n}$$

The quality criterion is quadratic. It is proved uniqueness of optimal control and completeness of the eigen-and adjoint elements of the operator bunches  $A(\lambda) = e^{-\lambda \tau_0} A_0 + \lambda e^{-\lambda \tau_1} A_1 + \dots + \lambda^{n-1} e^{-\lambda \tau_{n-1}} A_{n-1} + \lambda^n A_n$  and correctness of initial value problem

АЭРВАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЯСЫНЫН МЭРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXIII чилд

№ 8

1977

УДК 519. 45

ТЕОРИЯ ПОЛУГРУПП

Э. А. БАБАЕВ

#### Σ-ПЛОТНЫЕ ИДЕАЛЫ ПОЛУГРУП

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И Гусейновым)

Важную роль при получении абстрактных характеристик, изучении групп автоморфизмов полугрупп и исследовании вопроса продолжения изоморфизмов полугрупп сыграло, введенное Е. С. Ляпиним [4], понятие плотно вложенного идеала. Однако в связи с тем, что при рассмотрении некоторых полугрупп (полугрупп эндоморфизмов квазипорядоченного множества, полугрупп непрерывных преобразований топологического пространства) понятие плотно вложенного идеала оказывается бесполезным [2], Л. М. Глускин ввел и исследовал некоторое обобщение этого понятия ( $\Sigma$ -плотный идеал).

Настоящая работа посвящена обобщению понятия плотно вложенного идеала полугруды, изученного Л. М. Глускиным [3].

Все необходимые понятия и определения можно найти в [1].

Структура  $\Sigma$  (в смысле Бурбаки), рассматриваемая здесь, представляет собой объединение  $\Sigma_1 \Sigma_2$ , для которых в свою очередь выполняется  $\Sigma_k = \Sigma_k^{(1)} \cup \Sigma_k^{(2)} (k=1,2)$ . Полугруду  $S$ , наделенную структурой  $\Sigma$  будем называть  $\Sigma$ -полугрудой, если истинны формулы:

$$\begin{aligned} (\forall s, s' \in S) (\forall \sigma \in \Sigma_1^{(1)}) (\exists \sigma_1 \in \Sigma_1^{(1)}) (\exists \sigma_2 \in \Sigma_2^{(1)}) (\lambda_{s,s'}(\sigma) \subseteq \\ \subseteq \sigma \Lambda \mu_{s,s'}(\sigma) \subseteq \sigma_1 \Lambda \delta_{s,s'}(\sigma) \subseteq \sigma_2), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (\forall s, s' \in S) (\forall \sigma \in \Sigma_2^{(1)}) (\exists \sigma_1 \in \Sigma_1^{(1)}) (\exists \sigma_2 \in \Sigma_2^{(1)}) (\lambda_{s,s'}(\sigma) \subseteq \\ \subseteq \sigma_1 \Lambda \mu_{s,s'}(\sigma) \subseteq \sigma \Lambda \delta_{s,s'}(\sigma) \subseteq \sigma_2), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (\forall s, s' \in S) (\forall \sigma \in \Sigma_1^{(2)}) (\exists \sigma_1 \in \Sigma_1^{(2)}) (\exists \sigma_2 \in \Sigma_2^{(2)}) (\lambda_{s,s'}(\sigma) \subseteq \\ \subseteq \sigma \Lambda \mu_{s,s'}(\sigma_1) \subseteq \sigma \Lambda \delta_{s,s'}(\sigma_2) \subseteq \sigma), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (\forall s, s' \in S) (\forall \sigma \in \Sigma_2^{(2)}) (\exists \sigma_1 \in \Sigma_2^{(2)}) (\exists \sigma_2 \in \Sigma_1^{(2)}) (\lambda_{s,s'}(\sigma_1) \subseteq \\ \subseteq \sigma \Lambda \mu_{s,s'}(\sigma) \subseteq \sigma \Lambda \delta_{s,s'}(\sigma_2) \subseteq \sigma), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\lambda_{s,s'}$ ,  $\mu_{s,s'}$ ,  $\delta_{s,s'}$  — соответственно левый, правый латеральный сдвиги полугруды  $S$ , порожденные элементами  $s, s' \in S$  [5]. Полугруду  $S$  назовем  $d$ -квазипорядоченной, если  $S - \Sigma$ -полугруда, где  $\Sigma_1^{(1)} = \Sigma_1^{(2)} = \sigma_1$  и  $\Sigma_2^{(1)} = \Sigma_2^{(2)} = \sigma_2$  — отношения квазипорядка на  $S$ . Полугруду  $S$  назовем

$d$ -замкнутой, если  $S = \Sigma$ -полугруда, где  $\Sigma_1^{(1)} = \Sigma_2^{(2)} = \emptyset$ , а  $\Sigma_1^{(1)}$  и  $\Sigma_2^{(2)}$  — системы всех замкнутых множеств, соответствующие топологиям  $\tau_1$  и  $\tau_2$  на  $S$ . Отображение  $\varphi$  модели  $(\Omega, \Sigma)$  в модель  $(\Omega', \Sigma')$  называется  $\Sigma$ -отображением [2], если выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned} & (\forall a \in \Sigma^{(1)}(\Omega)) (\exists a' \in \Sigma^{(1)}(\Omega')) (\varphi(a) \subseteq a'), \\ & (\forall a' \in \Sigma^{(2)}(\Omega')) (\exists a \in \Sigma^{(2)}(\Omega)) (\varphi(a) \subseteq a'). \end{aligned}$$

Гомоморфизм  $\varphi$   $\Sigma$ -полугруды  $S$  в  $\Sigma$ -полугруды  $S'$  (понимается как гомоморфизм алгебр) называется  $\Sigma$ -гомоморфизмом, если  $\varphi$  к тому же является  $\Sigma$ -отображением. Если изоморфизм  $\varphi$   $\Sigma$ -полугруды  $S$  на  $\Sigma$ -полугруду  $S'$  и его обратное являются  $\Sigma$ -отображениями, то  $\varphi$  называется  $\Sigma$ -изоморфизмом.

Пусть  $Q$ —категория, где  $ObQ$ —класс всех  $\Sigma$ -полугруд,  $Moc Q$ —класс всех гомоморфизмов элементов  $ObQ$ . Далее пусть  $\Phi = MocQ/JsoQ$ ,  $\Phi_A$ —класс всех  $\varphi \in MocQ$ , начало которых совпадает с  $A \in ObQ$ . Если  $A \subseteq B$ ,  $A, B \in ObQ$ , то через  $\Phi_{AB}$  обозначим класс всех  $\varphi \in \Phi_B$ , тождественных на  $A$ . На  $Q$  введем отношения  $\rho$ ,  $\gg$ ,  $=$  следующими формулами соответственно:

$$(A, B) \rho <= > [A \text{—идеал } B \wedge \Sigma(A) = \Sigma(B)|_A];$$

$$A \ll B <= > [A \subseteq B \wedge \Sigma(A) \subseteq \Sigma(B)];$$

$$A = B <= > [A \ll B \wedge B \ll A],$$

где  $\Sigma(B)|_A$ —ограничение структуры  $\Sigma(B)$  до  $A$  [?]. Затем с помощью  $\rho, \ll$  и,  $=$  определим отношения  $\rho_1$  и  $\rho^*$ :

$$(A, B) \rho_1 <= > [(A, B) \rho \wedge \Phi_{AB} = \emptyset]$$

$$(A, B) \rho^* <= > [(A, B) \rho_1 \wedge \{B \ll C \wedge (A, C) \rho_1 <= > C = B\}]$$

$\Sigma$ -полугруду  $A$  будем называть  $\Sigma$ -плотным идеалом  $\Sigma$ -полугруды  $S$ , если  $(A, S) \rho^*$ .

Обозначим через  $K$  класс всех  $\Sigma$ -полугруд  $A$ , не содержащих равнодействующих элементов (см. [3] и удовлетворяющих условию  $A^{[3]} = A$ ).

Пусть  $A \in K$ . Тогда, согласно теореме п. 2.7 [3], существует полугруда  $S_0$ , содержащая  $A$  в качестве плотно вложенного идеала. Пусть, более того, структура  $\Sigma(A)$  удовлетворяет условиям

$$(\forall a \in \Sigma_1(A)) (\forall a_i \in A) ((a_1, \dots, a_n) \epsilon a <= > (Aa, a' \epsilon A) (\lambda a, a'(a_1, \dots, a_n) \epsilon a)) \quad (5)$$

$$(\forall a \in \Sigma_2(A)) (\forall a_i \in A) ((a_1, \dots, a_n) \epsilon a <= > (\forall a, a' \epsilon A) (\mu_{a,a'}(a_1, \dots, a_n) \epsilon a)) \quad (6)$$

Каждое отношение  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  из  $\Sigma_1(A)$  и  $\Sigma_2(A)$  продолжим на  $S_0$  при помощи следующих формул соответственно:

$$(\forall s \in S_0) ((s_1, \dots, s_n) \epsilon \sigma_1 <= > (Aa, a' \epsilon A) (\lambda a, a'(s_1, \dots, s_n) \epsilon \sigma_1)) \quad (7)$$

$$(\forall s \in S_0) ((s_1, \dots, s_n) \epsilon \sigma_2 <= > (\forall a, a' \epsilon A) (\mu a, a'(s_1, \dots, s_n) \epsilon \sigma_2)). \quad (8)$$

Совокупность всех таких отношений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  обозначим через  $\bar{\Sigma}_1$  и  $\bar{\Sigma}_2$  соответственно и  $\bar{\Sigma} = \bar{\Sigma}_1 \cup \bar{\Sigma}_2$ . Нетрудно заметить,  $\bar{\Sigma}|_A = \Sigma(A)$ . Выделим в  $S_0$  некоторое подмножество  $S_\Sigma$  следующей формулой:

$$s \in S_\Sigma <= > (A, [s, A]) \rho,$$

где  $[s, A]$ —подполугруда полугруды  $S_0$ , порожденная множеством  $\{A, s\}$ . Доказывается

Лемма 1. Если  $A \in K$  и удовлетворяются условия (5), (6), то  $S_\Sigma$ — $\Sigma$ -полугруда, для которой  $(A, S_\Sigma) \rho_1$ .

Пусть  $\rho'$ —отношение на  $Q$ , определенное следующим образом:  $(A, S) \rho'$ , тогда и только тогда, когда  $(A, S) \rho_1$  и структура  $\Sigma(S)$  есть продолжение структуры  $\Sigma(S)$  на все  $S$  посредством формул (7) и (8).

Лемма 2. Пусть для  $A \in K$  удовлетворяются условия (5), (6),  $(A, T) \rho$  и  $f$ —гомоморфизм  $T$  в  $S$ , тождественный на  $A$ . Тогда  $f(T) \subseteq S_\Sigma$ ,  $f(\Sigma(T)) \subseteq \bar{\Sigma}$  и если  $(A, T) \rho$ , то  $f(\Sigma(T)) = \Sigma|_{f(T)}$ .

С помощью этих лемм и теорем § 2 статьи [3] доказываются следующие факты:

Теорема 1. Если  $A \in K$  и удовлетворяются условия (5), (6), то  $A$  является  $\Sigma$ -плотным идеалом  $\Sigma$ -полугруды  $S_\Sigma$ .

Теорема 2. Пусть для  $A \in K$  удовлетворяются условия (5), (6),  $f$ — $\Sigma$ -изоморфизм  $\Sigma$ -полугруды  $A$  на  $\Sigma$ -полугруду  $A'$ ,  $S$  и  $S' = \Sigma$ -полугруды, содержащие  $A$  и  $A'$  в качестве  $\Sigma$ -плотных идеалов. Тогда существует и притом единственный  $\Sigma$ -изоморфизм  $S$  на  $S'$ , являющийся продолжением  $\Sigma$ -изоморфизма  $f$ .

Теорема 3. Пусть  $\Sigma$ -полугруда  $A$ , удовлетворяющая условиям теоремы 1, является  $\Sigma$ -плотным идеалом  $\Sigma$ -полугруды  $S$ . Для того, чтобы  $\Sigma$ -полугруда  $S'$  была  $\Sigma$ -изоморфна  $\Sigma$ -полугруде  $S$  необходимо и достаточно, чтобы  $S'$  содержала  $\Sigma$ -плотный идеал  $A'$ ,  $\Sigma$ -изоморфный  $\Sigma$ -полугруде  $A$ .

Нетрудно заметить, что если  $\bar{\Sigma} = \emptyset$ , то теоремы 2 и 3 сводятся к теоремам п. п. 2, 8, 2 и 2, 8, 1 [3] соответственно.

Теорема 4. Пусть  $A \in K$  и  $(A, S) \rho_1 \rho'$ . Для того, чтобы  $\Sigma$ -полугруда  $A$  была  $\Sigma$ -плотным идеалом  $\Sigma$ -полугруды  $S$  необходимо и достаточно, чтобы для всякой полугруды  $T$ , удовлетворяющей условию  $(A, T) \rho$ , существовал гомоморфизм ее в  $S$ , тождественный на  $S \cap T$ , причем для достаточности условие  $A \in K$  можно отбросить.

Из леммы 2 и теоремы 2 следует

Теорема 5. Пусть  $\Sigma$ -полугруда  $A$ , удовлетворяющая условиям теоремы 1, является  $\Sigma$ -плотным идеалом  $\Sigma$ -полугруды  $S$  и  $(A, T) \rho$ . Тогда произвольный гомоморфизм  $T$  в  $S$ , тождественный на  $A$ , является  $\Sigma$ -гомоморфизмом.

Из теоремы 4 следует

Теорема 6. Пусть  $\Sigma$ -полугруда  $A$ , удовлетворяющая условиям теоремы 1, является  $\Sigma$ -плотным идеалом  $\Sigma$ -полугруды  $S$  и  $B$ —произвольный идеал  $S$ , содержащий  $A$ . Тогда и  $B$  является  $\Sigma$ -плотным идеалом  $\Sigma$ -полугруды  $S$ .

Если в теореме 6  $\bar{\Sigma} = \emptyset$ , то очевидно

Следствие. Пусть  $A$ —полугруда без равнодействующих элементов,  $A^{[3]} = A$ ,  $S$ —полугруда, содержащая  $A$  в качестве плотно вложенного идеала и  $B$ —произвольный идеал полугруды  $S$ , содержащий  $A$ . Тогда  $B$  является плотно вложенным идеалом полугруды  $S$ .

Далее пусть  $(\Omega_1, \Sigma_1)$  и  $(\Omega_2, \Sigma_2)$ —однотипные модели,  $S(\Omega_1, \Omega_2)$ —полугруда всех пар отображений  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  друг в друга,  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ —подмножество в  $S(\Omega_1, \Omega_2)$ , состоящее из всех пар  $\Sigma$ -отображений исходных моделей. Если  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2) \neq \emptyset$ , то, очевидно,  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$  является подполугрудой полугруды  $S(\Omega_1, \Omega_2)$ . Для любых  $\sigma_1 \in \Sigma_1$  и  $\sigma_2 \in \Sigma_2$  на  $S(\Omega_1, \Omega_2)$  введем отношения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  с помощью формул:

$$\begin{aligned} & (\forall (\varphi_1, \psi_1) \in S(\Omega_1, \Omega_2)) (((\varphi_1 \psi_1, \dots, (\varphi_n \psi_n)) \epsilon \sigma_2 <= > (\forall \xi_2 \in \Omega_2) (\psi_1(\xi_1), \dots, \psi_n(\xi_1)) \epsilon \sigma_1)) \\ & \quad (\varphi_n(\xi_2)) \epsilon \sigma_1)) \end{aligned}$$

$$(\forall \varphi_1, \psi_1 \in S(\Omega_1, \Omega_2)) (((\varphi_1, \psi_1, \dots, (\varphi_n, \psi_n)) \epsilon \sigma_2 <= > (\forall \xi_1 \in \Omega_1) (\varphi_1(\xi_1), \dots, \varphi_n(\xi_1)) \epsilon \sigma_1))$$

Совокупность всех таких отношений  $\tilde{\sigma}_1$  и  $\tilde{\sigma}_2$  обозначим через  $\tilde{\Sigma}_1$  и  $\tilde{\Sigma}_2$

соответственно, а через  $\tilde{\Sigma}$  — объединение  $\tilde{\Sigma}_1$  и  $\tilde{\Sigma}_2$ .

Лемма 3. Если  $S \Sigma(\Omega_1, \Omega_2) \neq \emptyset$ , то  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2) = \Sigma$  — полуруда, при чем  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2) = \Sigma$ .

Пусть  $H$ —множество, состоящее из всех  $(\psi, \phi) \in S(\Omega_1, \Omega_2)$ , удовлетворяющих условиям:  $|\psi(\Omega_1)| = 1$  и  $|\psi(\Omega_2)| = 1$ . Из леммы 3 и теоремы 1 следует

Теорема 7. Пусть  $(\Omega_1, \Sigma_1)$  и  $(\Omega_2, \Sigma_2)$  — однотипные модели, для которых  $H \subseteq S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ . Тогда  $\Sigma$ —полугруда  $H$  является  $\Sigma$ —плотным идеалом  $\Sigma$ —полугруды  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ .

Из теорем 6 и 7 вытекает

Теорема 8. Пусть  $(\Omega_1, \Sigma_1)$  и  $(\Omega_2, \Sigma_2)$  — однотипные модели, для которых  $H \subseteq S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ . Тогда всякий идеал  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$  является ее  $\Sigma$ —плотным идеалом.

Если в теореме 8  $\Sigma = \emptyset$ , то получим один из случаев теоремы п. 4,7 [3].

Из теорем 8 и 3 следует

Теорема 9. Пусть  $(\Omega_1, \Sigma_1)$  и  $(\Omega_2, \Sigma_2)$  — однотипные модели, для которых  $H \subseteq S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$  и  $B$ —произвольный собственный идеал  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ . Для того, чтобы  $\Sigma$ —полугруда  $S'$  была  $\Sigma$ —изоморфна  $\Sigma$ —полугруде  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ , необходимо и достаточно, чтобы  $S'$  содержала  $\Sigma$ —плотный идеал  $B'$ ,  $\Sigma$ —изоморфный  $\Sigma$ —полугруде  $B$ .

Следующие две теоремы являются примерами конкретной реализации теоремы 9.

Теорема 10. Пусть  $\Sigma_1^{(1)} = \Sigma_2^{(1)} = \sigma_1$  и  $\Sigma_1^{(2)} = \Sigma_2^{(2)} = \sigma_2$  — произвольные отношения квазипорядка на  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  соответственно и  $B$ —произвольный собственный идеал  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ .  $d$ —квазиупорядоченная полурудра  $S'$   $\Sigma$ —изоморфна  $d$ —квазиупорядоченной полурудре  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ , тогда и только тогда, когда  $S'$  содержит  $d$ —квазиупорядоченную полурудру  $B'$ ,  $\Sigma$ —изоморфную  $d$ —квазиупорядоченной полурудре  $B$  и  $B'$  является  $\Sigma$ —плотным идеалом  $d$ —квазиупорядоченной полурудры  $S'$ .

Теорема 11. Пусть  $\Sigma_1^{(2)} = \Sigma_2^{(2)} = \emptyset$ ,  $\Sigma_1^{(1)}$  и  $\Sigma_2^{(1)}$  — системы всех замкнутых множеств, соответствующие топологиям  $\tau_1$  и  $\tau_2$ .  $T_1$  — пространство  $\Omega_1, \Omega_2$  и  $B$ —произвольный собственный идеал полурудры  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ .  $d$ —замкнутая полурудра  $S'$   $\Sigma$ —изоморфна  $d$ —замкнутой полурудре  $S\Sigma(\Omega_1, \Omega_2)$ , тогда и только тогда, когда  $S'$ , содержит  $d$ —замкнутую подполуродру  $B'$ ,  $\Sigma$ —изоморфную  $d$ —замкнутой полурудре  $B$  и  $B'$  является  $\Sigma$ —плотным идеалом  $d$ —замкнутой полурудры  $S'$ .

#### Литература

1. Вагнер В. В. Теория обобщенных груд и обобщенных групп. Матем. сб. 32, №3, 545—632, 1953.
2. Глускин Л. М. Идеалы полугрупп. Матем. сб. 55, №1, 421—448, 1961.
3. Глускин Л. М. Идеалы полуруд. Сб. «Теория полурудры и ее приложения», вып. 1, 198—228, 1965.
4. Ляпин Е. С. Ассоциативные системы всех частичных преобразований. ДАН СССР, т. 88, № 1, 13—16, 1953.
5. Мустафаев Л. Г. Полуроды непрерывных отображений топологических пространств. ДАН СССР, т. 218, № 4, 757—760, 1974.

Институт математики и механики

Поступило 5. IV 1977

Е. А. Бабаев

#### ЖАРЫМГРУДЛАРЫН $\Sigma$ -СЫХ ИДЕАЛЛАРЫ

Мәгәләдә  $\Sigma$ —жарымрудлар (опларда тә'жин едилмис эмэлләрлә мүэллән шәкилдә бағыт олан Бурбаки мә'нада структурлы жарымрудлар) синфиндә жарымрудун сыйдахил едилмис идеалы анылышының бир үмумиләшмәси верилмис вә мұхтәлиф инициаслар жарымрудларының мүчәррәд характеристикасыны алмага имкан берән теоремләр исbat едилмишидир.

Е. А. Babaev

#### $\Sigma$ -DENSE IDEALS OF SEMIHEAPS

In this paper in class of  $\Sigma$ -semihoops (semihoops with the structure in the sense by Burbaki, connected with the operation on these ones) is introduced some generalization of conception of dense embedding ideal of semihoops. Then it is proved several theorems to get the abstract characteristic of different semihoops of mapping.

Э. А. РАГИМОВА

**О ПОЛНОТЕ СИСТЕМЫ СОБСТВЕННЫХ И ПРИСОЕДИНЕНИИХ ЭЛЕМЕНТОВ НЕСАМОСОПРЯЖЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ, РАЦИОНАЛЬНО ЗАВИСЯЩИХ ОТ СПЕКТРАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И. Гусейновым)

В настоящей статье устанавливаются некоторые достаточные условия полноты системы собственных и присоединенных (с. п.) элементов операторного пучка

$$D(\lambda) = \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{r-1} \frac{z_{jr} A_{jl} H_l^{\alpha_r}}{(\lambda - a_j)^l} + \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \frac{z_{jr} (E + A_{jor}) H_o^{\alpha_r}}{(\lambda - a_j)^r} + \\ + \sum_{r=1}^{n_o} \sum_{l=1}^{r-1} \lambda^l z_{or} A_{ol} H_o^{\alpha_r} + \sum_{r=1}^{n_o} \lambda^r z_{or} (E + A_{oor}) H_o^{\alpha_r}, \quad (1)$$

где  $H_l$ ,  $j=\overline{0, m}$ , — полные вполне непрерывные нормальные операторы конечных порядков,  $A_{jl}$ ,  $i=\overline{1, r-1}$ ,  $r=\overline{1, n_j}$ ,  $j=\overline{0, m}$ , — произвольные вполне непрерывные операторы и дается приложение полученного результата к дифференциальным операторам в частных производных, действующим в пространстве  $L_2(G)$ .

Имеет место

**Теорема 1.** Пусть  $H_j$ ,  $j=\overline{0, m}$  — полные вполне непрерывные нормальные операторы конечных порядков  $p_j$ ,  $A_{jl}$ ,  $i=\overline{1, r-1}$ ,  $r=\overline{1, n_j}$ ,  $j=\overline{0, m}$ , — произвольные вполне непрерывные операторы,  $z_{jr}$  — произвольные комплексные числа,  $z_{jn_j} \neq 0$ ,  $j=\overline{0, m}$ , существуют операторы  $(E + A_{jon_j})^{-1}$ , числа  $\alpha_r > 0$ .

Пусть, кроме того, корни уравнения

$$\sum_{r=1}^{n_o} \lambda^r z_{or} \mu_s^{\alpha_r} = 1, \quad (2)$$

где  $\mu_s$  — собственные значения оператора  $H_o$ , не вещественны и при  $s \rightarrow \infty$  асимптотически стремятся к конечному числу лучей  $l_t$ ,  $t=\overline{1, \beta}$ . Тогда система с. п. элементов операторного пучка (1)

$N (= \sum_{j=0}^m n_j)$  — кратно полна в сепарельном гильбертовом пространстве Н.

Доказательству теоремы 1 предпошлем следующую лемму.

**Лемма.** При условиях теоремы 1 резольвента оператора вида

$$\tilde{D}(\lambda) = B(\lambda) + \sum_{r=1}^{n_o} \sum_{l=1}^{r-1} \lambda^l z_{or} A_{ol} H_o^{\alpha_r} + \sum_{r=1}^{n_o} \lambda^r z_{or} (E + A_{oor}) H_o^{\alpha_r}, \quad (3)$$

где  $\|B(\lambda)\| \rightarrow 0$  при  $(\lambda) \rightarrow \infty$  при достаточно больших  $(\lambda)$  равномерно ограничена на лучах, исходящих из начала координат и не проходящих через корни уравнения (2).

Наметим путь доказательства.

Пусть  $\{\varphi_s\}$  — система ортогональных собственных элементов оператора  $H_o$ ,  $H_o \varphi_s = \mu_s \varphi_s$ , числа  $\lambda_r(s)$ ,  $r=\overline{1, n_o}$ , — корни уравнения (2).

Положим

$$L_r = \sum_{s=1}^{\infty} \lambda_r(s) (\cdot, \varphi_s) \varphi_s,$$

тогда

$$(E - \sum_{r=1}^{n_o} \lambda^r z_{or} H_o^{\alpha_r})^{-1} = \prod_{r=1}^{n_o} (E - \lambda L_r^{-1})^{-1}$$

Очевидно, что

$$(E - \tilde{D}(\lambda))^{-1} = \prod_{r=1}^{n_o} (E - \lambda L_r^{-1})^{-1} \cdot [E - \tilde{B}(\lambda) \cdot \prod_{r=1}^{n_o} (E - \lambda L_r^{-1})^{-1}]^{-1},$$

где

$$\tilde{B}(\lambda) = B(\lambda) + \sum_{r=1}^{n_o} \sum_{l=1}^{r-1} \lambda^l z_{or} A_{ol} H_o^{\alpha_r} + \sum_{r=1}^{n_o} \lambda^r z_{or} A_{oor} H_o^{\alpha_r} \quad (4)$$

Пусть  $\varepsilon > 0$ . Тогда вне секторов с раствором  $\varepsilon$ , биссектрисами которых служат лучи  $l_t$ ,  $t=\overline{1, \beta}$ , останется лишь конечное число собственных значений пучка  $\sum_{r=1}^{n_o} \lambda^r z_{or} A_{oor} H_o^{\alpha_r}$ . В этих областях при больших  $|\lambda|$

$$\|[E - \lambda L_r^{-1}]^{-1}\| \leq \frac{1}{\sin \varepsilon/2} \quad (5)$$

Легко видеть, что

$$\lambda^r z_{or} A_{ol} H_o^{\alpha_r} \cdot \prod_{r=1}^{n_o} (E - \lambda L_r^{-1})^{-1} f = \lambda^r z_{or} A_{ol} \cdot \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\mu_s^{1-\alpha_r} (f, \varphi_s)}{\prod_{r=1}^{n_o} \lambda - \lambda_r(s)} \varphi_s$$

и

$$\lambda^r z_{or} A_{oor} H_o^{\alpha_r} \cdot \prod_{r=1}^{n_o} (E - \lambda L_r^{-1})^{-1} f = \lambda^r z_{or} A_{oor} \cdot \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\mu_s^{\alpha_r} (f, \varphi_s)}{\prod_{r=1}^{n_o} \lambda - \lambda_r(s)} \varphi_s$$

Далее, при  $s \rightarrow \infty$ ,  $\lambda_r(s) \rightarrow \infty$ . Из (2) имеем

$$z_{\text{ср}} \mu_s^{\sigma_r} = (-1)^r \sum_{n_a + n_p} \lambda_{n_1}^{-1}(s) \cdot \lambda_{n_r}^{-1}(s) \cdots \lambda_{n_r}^{-1}(s)$$

Отсюда

$$|\mu_s^{\sigma_r}| \leq C_0 \cdot \prod_{\delta=1}^r |\lambda_\delta^{-1}(s)|, \quad (6)$$

где  $C_0 = C_0^r / z_{\text{ср}}$ .

и

$$|\mu_s^{1-\sigma_r}| \leq C'_0 \cdot \left( \prod_{\delta=1}^r |\lambda_\delta^{-1}(s)| \right)^{1/r}, \quad (7)$$

где  $C'_0 = (C_0)^{1/r}$ .

Зададим произвольное положительное число  $\delta_i$ ,  $i = \overline{1, r-1}$ . Представим вполне непрерывный оператор  $A_{\text{олr}}$ ,  $i = \overline{1, r-1}$ ,  $r = \overline{1, n_0}$  в виде  $T_{o,i,r} + R_{o,i,r}$ , где

$$T_{o,i,r} = \sum_{x=1}^{n_i} (\cdot, \psi_{x,i,r}) \cdot \varphi_{i,r,x} (\|\varphi_{i,r,x}\| = 1) \quad (8)$$

конечномерный оператор и

$$\|R_{o,i,r}\| < \delta_i \quad (9)$$

Учитывая (5)–(9), имеем

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \|\tilde{B}(\lambda) \cdot \prod_{r=1}^{n_0} (E - \lambda L_r^{-1})^{-1}\| = 0$$

равномерно вне секторов  $\gamma_t(\varepsilon)$ ,  $t = \overline{1, 9}$ ,  $\gamma = \bigcup_{t=1}^9 \gamma_t(\varepsilon)$ . Поэтому при больших  $\lambda \in \Gamma$  оператор  $E - \tilde{B}(\lambda) \cdot \prod_{r=1}^{n_0} (E - \lambda L_r^{-1})^{-1}$  имеет ограниченный обратный. Тогда для всех  $\lambda$ ,  $|\lambda| > r_0$ ,  $\lambda \in \Gamma$  имеет место оценка

$$\|(E - \tilde{D}(\lambda))^{-1}\| \leq C \cdot (\sin \varepsilon / 2)^{-n} \quad (10)$$

Для доказательства теоремы 1 нам понадобится следующий результат из [3].

Рассмотрим оператор

$$C(\lambda) = \sum_{k=1}^n \lambda^k R_k(\lambda) A_k,$$

где  $A_k$  – операторы порядка  $p_k$ ,  $R_{\lambda_k}(\lambda)$  – операторы, аналитически зависящие от  $\lambda$  для  $|\lambda| > M$ ,  $\|R_k(\lambda)\| \leq N$  при  $|\lambda| > M$ . Положим

$$\epsilon_n = \max_k [\epsilon_n(A_k)]^{1/p_k}, \quad Q = \{\alpha : \sum_n \epsilon_n^\alpha < \infty\}, \quad \rho = \inf_{\alpha \in Q} \alpha$$

Справедлива

**Теорема.** Если  $Q$  – непусто и решётвента оператора  $C(\lambda)$  существует для какого-либо  $\lambda_0$  ( $|\lambda_0| > M$ ), то она является меро-

морфной функцией в области  $|\lambda| > M$  порядка не выше  $\rho$ , и минимального типа при порядке  $\rho$ , если  $\rho \in Q$ .

Докажем теперь теорему 1. Пусть теорема 1 неверна. Тогда существует ненулевой вектор  $F$  с координатами  $f_1, f_2, \dots, f_N$  такой что

$$[F, \Psi_{k,h}] = 0, \quad (11)$$

где  $\Psi_{k,h}$  – производные цепочки с  $n$  элементов оператора  $D(\lambda)$  в смысле работы [4].

Рассмотрим уравнение

$$y = D^*(\bar{\lambda})y + f(\lambda), \quad (12)$$

где

$$f(\lambda) = \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \sum_{i=1}^{r-1} \frac{f_{jir}}{(\lambda - a_j)^i} + \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \frac{f_{jor}}{(\lambda - a_j)^r} + \sum_{r=1}^{n_0} \sum_{i=1}^{r-1} \lambda^i f_{oir} + \sum_{r=1}^{n_0} \lambda^r f_{oor}$$

Решением его будет

$$y = (E - D^*(\bar{\lambda}))^{-1} \cdot f(\lambda).$$

Пользуясь приведенной теоремой из [3], легко доказать, что на лучах, исходящих из начала координат и не проходящих через корни уравнения (2)

$$\|y(\lambda)\| \leq e^{i(\lambda)} |\lambda - a_1|^{1-\rho_{a_1}}$$

Далее, используя лемму и применяя теорему Фрагмена–Линделяфа к функции  $y(\lambda) \cdot (\lambda - a_1)^{n_1}$ , получим, что в окрестностях каждой из точек  $a_j$ , удовлетворяющих условиям теоремы 1, рост  $y(\lambda)$  не превосходит  $(\lambda - a_j)^{n_j}$ , т. е.

$$y(\lambda) = \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \sum_{i=1}^{r-1} \frac{y_{jir}}{(\lambda - a_j)^i} + \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \frac{y_{jor}}{(\lambda - a_j)^r} + \sum_{r=1}^{n_0} \sum_{i=1}^{r-1} \lambda^i y_{oir} + \sum_{r=1}^{n_0} \lambda^r y_{oor}$$

Подставляя  $y(\lambda)$  в уравнение (12) и сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях в левой и правой частях уравнения, убеждаемся, что все  $y_{jir} = 0$ ,  $i = \overline{1, r-1}$ ,  $r = \overline{1, n_j}$ ,  $j = \overline{0, m}$ . Но это противоречит тому, что хотя бы один из  $f_q$ ,  $q = \overline{1, N}$ , отличен от нуля и  $y(\lambda)$  является решением уравнения (12). Полученное противоречие и доказывает теорему 1.

В качестве приложения доказанной теоремы рассмотрим следующую краевую задачу

$$\sum_{0 < |\beta| < 2m} a_\beta(x) D^\beta u + \sum_{1 < |2m-j| < 2m} f_j(x, \lambda) D^{2m-j} u - \lambda^n u - \frac{1}{\lambda^r} u = f(x) \quad x \in G \quad (13)$$

$$\sum_{0 < |\beta| < m_j} b_{\beta j'}(x) D^\beta u = 0, \quad x \in \partial G, \quad j' = \overline{1, m}, \quad 0 < m_j < 2m-1,$$

где 1)  $G$  – ограниченная область в  $n$ -мерном ( $n > 1$ ) евклидовом пространстве с границей  $\partial G$  и замыканием  $\bar{G}$ ; 2) краевая задача

$$\sum_{0 < |\beta| < 2m} a_\beta(x) D^\beta u = f(x), \quad x \in G \quad (14)$$

$$\sum_{0 < |\beta| < m_j} b_{\beta j}(x) D^\beta u = 0, \quad x \in \partial G, \quad j' = \overline{1, m}, \quad 0 \leq m_j \leq 2m - 1$$

является формально-самосопряженной регулярной эллиптической краевой задачей [7]: 3)

$$f_j(x, \lambda) = \sum_{k=1}^{t_j} \sum_{l=1}^{k-1} \lambda^l p_{lkj}(x) + \sum_{k=1}^{t_j} \lambda^k q_{kj}(x) + \sum_{k=1}^{t_j} \sum_{l=1}^{k-1} \lambda^{-l} p_{lkj}^*(x) + \sum_{k=1}^{t_j} \lambda^{-k} q_{kj}^*(x),$$

где  $p_{lkj}(x)$ ,  $p_{lkj}^*(x)$ ,  $q_{kj}(x)$ ,  $q_{kj}^*(x)$  — существенно ограниченные определенные на  $\bar{G}$  комплексные функции.

Имеет место

**Теорема 2.** Пусть (14) — формально-самосопряженная регулярная эллиптическая краевая задача

$$t_j < n[1 - \gamma(2m - j)], \quad l_j < r[1 - \gamma(2m - j)]$$

$$1/2m \leq \gamma \leq \frac{\alpha_r - \alpha_k}{\alpha_r(2m - j)}, \quad \alpha_k > 0, \quad \alpha_k \leq \alpha_n, \quad k = \overline{1, n-1}$$

Тогда система с. п. функций краевой задачи (13)  $(n+r)$ -кратно полна в  $L_2(G)$ .

**Замечание.** Теорема 1 может быть обобщена снятием условия  $\alpha_r > 0$ , а именно, заменой операторов  $H_j^{\alpha_r}$ ,  $j = \overline{0, 2m}$ , операторами  $f_k(H_j)$  в предположении, что  $f_k(H_j)$  — полные нормальные операторы конечных порядков.

В заключение, пользуясь случаем, приношу глубокую благодарность научному руководителю чл.-корр. Дж. Э. Аллахвердиеву за постановку задач и постоянное внимание к работе.

#### Литература

1. Келдыш М. В. ДАН СССР, 77, № 1, II, 1951. 2. Келдыш М. В. УМН т. 26, вып. 4, 160, 15, 1971. 3. Аллахвердиев Дж. Э. ДАН СССР, 186, № 4 743, 1969. 4. Аллахвердиев Дж. Э. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-тех. и матем. наук, № 6, 3, 1974. 5. Гасымов М. Г. Изв. АН Ари. ССР, серия матем., 6, № 2—3, 131, 1971. 6. Гохберг И. Ц. Крейн М. Г. Введение в теорию несамосопряженных операторов. Наука, М., 1965. 7. Левин Б. Я. Распределение корней целых функций. Гостехиздат, 1956. 8. Агтап S. Comm. Pure Appl. Math., 15, № 2, 119, 1962. 9. Визитей В. И., Маркус А. С. Матем. сб., т. 66, 108, № 2, 287, 1965. 10. Крейн С. Г. Линейные дифференциальные операторы в банаховом пространстве. Наука, М., 1969.

Институт кибернетики

Поступило 3.V 1977

Е. Э. Рэнимова

#### СПЕКТРАЛ ПАРАМЕТРДЭН РАСИОНАЛ АСЫЛЫ, ӨЗ-ӨЗҮНЭ ГОШМА ОЛМАЈАН ОПЕРАТОРЛАРЫН МЭХСУСИ ВЭ ГОШМА ЕЛЕМЕНТЛЭРИ СИСТЕМИНИН ТАМЛЫГЫ ҺАГГЫНДА

Мэгалэдэ

$$D(\lambda) = \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{r-1} \frac{z_{jr} A_{jlr} H_j^{\frac{\alpha_r}{r}}}{(\lambda - a_j)^l} + \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \frac{z_{jr}(E + A_{jor}) H_j^{\alpha_r}}{(\lambda - a_j)^r} + \sum_{r=1}^{n_0} \sum_{l=1}^{r-1} \lambda^l z_{0rl} A_{0lr} H_0^{\frac{\alpha_r}{r}} +$$

$$+ \sum_{r=1}^{n_0} \lambda^r z_{0r}(E + A_{oor}) H_0^{\alpha_r}$$

оператор дэстэснийн мэхсуси вэ гошма элементлэри системин N ( $= \sum_{j=0}^m n_j$ ) — гар

тамлыг теореми исбат олуулшидур. Бурада  $H_j$ ,  $j = \overline{0, m}$ , — там нормал сонлу тэртибли,  $A_{jlr}$ ,  $i = \overline{1, r-1}$ ,  $r = \overline{1, n_j}$ ,  $j = \overline{0, m}$ , — ихтијари тамам кэсилмээс операторлардыр. Мэгалэдэ ліэмчини бүтөнчлийн  $L_2(G)$  фазасында тэ'сир көстэрэн хүсүү төрмэли дифференциал операторлара тэтвиги верилшидир.

E. A. Ragimova

#### ON THE COMPLETENESS OF THE SYSTEM OF EIGEN-AND ADJOINED ELEMENTS OF NOT SELF-CONJUGATE OPERATORS, RATIONALLY DEPENDING ON THE SPECTRAL PARAMETER

In the paper it is proved the  $N (= \sum_{j=0}^m n_j)$ -fold completeness theorem of the system of eigen-and adjoint elements of operator bunch

$$D(\lambda) = \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{r-1} \frac{z_{jr} A_{jlr} H_j^{\frac{\alpha_r}{r}}}{(\lambda - a_j)^l} + \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^{n_j} \frac{z_{jr}(E + A_{jor}) H_j^{\alpha_r}}{(\lambda - a_j)^r} + \sum_{r=1}^{n_0} \sum_{l=1}^{r-1} \lambda^l z_{0rl} A_{0rl} H_0^{\frac{\alpha_r}{r}} +$$

$$+ \sum_{r=1}^{n_0} \lambda^r z_{0r}(E + A_{oor}) H_0^{\alpha_r}$$

where  $H_j \in \sigma_p$  ( $p_j < \infty$ ) are the full normal operators,  $A_{jlr}$ ,  $i = \overline{1, r-1}$ ,  $r = \overline{1, n_j}$ ,  $j = \overline{0, m}$ , are completely continuous operators and it is given the application of this theorem to the differential operators in partial derivatives in  $L_2(G)$  space.

М. А. ГУЛИЕВ

## СЕТКИ С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ВО ВРЕМЕНИ СТРУКТУРОЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОДВИЖНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ НЕФТЯНОГО ПЛАСТА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. А. Гусейновым)

Как известно, при наличии внутрипластового движущегося очага горения температура в любом сечении пласта при линейном случае определяется из уравнения

$$a \frac{d^2T}{dx^2} - \beta \frac{dT}{dx} + A\delta(x-vt) = \frac{dT}{dt}, \quad (1)$$

которого следует интегрировать при определенных граничных и начальных условиях, например, когда на границах задается значение температуры, при  $t=0$  имеет место  $T=T_0$ . Здесь  $\delta(x)$ —дельта-функция Дирака [1, 2]. Слагаемое  $A\delta(x-vt)$  показывает наличие источника тепла, движущегося с определенной скоростью  $v$ . Уравнение (1) равносильно системе уравнений

$$a \frac{d^2T_1}{dx^2} = \frac{dT_1}{dt}, \quad a \frac{d^2T_2}{dx^2} = \frac{dT_2}{dt} \quad (2)$$

с учетом условий

$$\left( \frac{dT_1}{dx} - \frac{dT_2}{dx} \right) \Big|_{x=vt} = -\frac{A}{a}, \quad T_1 \Big|_{x=vt} = T_2 \Big|_{x=vt} \quad (3)$$

Заметим, что при этом влиянием конвекции пренебрегаем [3, 4]. Решение  $T_1(x, t)$  имеет место в интервале  $0 \leq x \leq vt$ , решение же  $T_2(x, t)$  ищется при  $vt \leq x \leq l$ .

Если принять, что

$$\varphi = \begin{cases} T_1 - \frac{A}{a}(x-vt) & \text{при } 0 \leq x \leq vt \\ T_2 & \text{при } vt \leq x \leq l \end{cases} \quad (4)$$

то (2) принимает вид

$$a \frac{d^2\varphi}{dx^2} - \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{A}{a} v \left[ \varphi(x) - \delta(x-vt) \right], \quad (5)$$

где  $\delta(x)$ —единичная функция Хевисайда.

Начальные и граничные условия определяются из

$$\varphi \Big|_{x=0} = T_u + \frac{A}{a} vt, \quad \varphi \Big|_{x=l} = T_k, \quad \varphi \Big|_{t=0} = T_0. \quad (6)$$

Таким образом, описанная задача сводится к интегрированию уравнения (5) при условиях (6). Как видно из уравнения (5), оно не содержит слагаемого с дельта-функцией Дирака.

В связи с тем, что правая часть уравнения (5) с учетом некоторых коэффициентов характеризует количество тепла, поступающего в соответствующие участки нефтяного пласта, она может быть моделирована токами, подаваемыми в определенные узловые точки сетки.

Следует отметить, что ток, имитирующий количество тепла, при этом должен быть равномерно распределен между узловыми точками соответствующей цепи сетки. Другими словами, по мере расширения фронта горения величина тока остается постоянной. Так как весь процесс обусловливается фиксированием времени, в результате которого фронт горения принимает "неподвижное" положение, измерение искомых величин производится лишь относительно фиксированного момента времени.

Заметим, что после определения  $\varphi$  в уравнение (5) нахождение  $T_1$  и  $T_2$  особого труда не представляет.

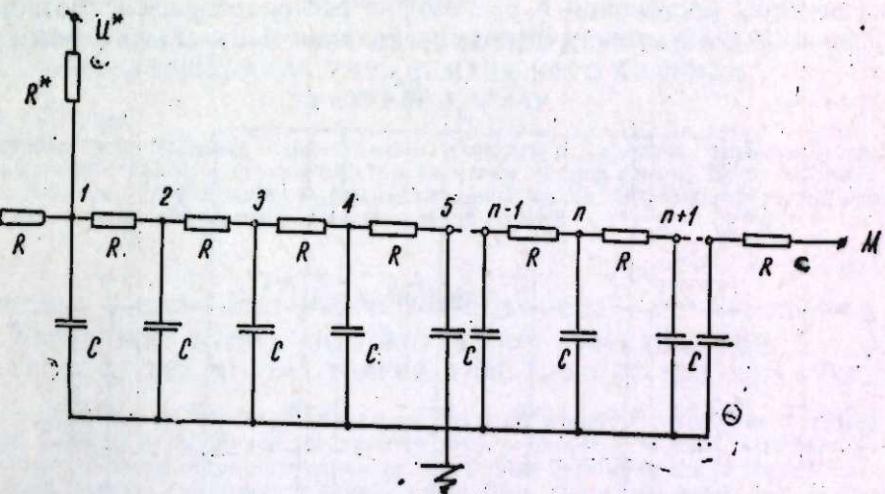


Рис. 1

На рис. 1 показана электрическая схема для моделирования уравнения (5). Предположим, что в момент времени  $t=t_1$  фронт горения расширился и достиг определенного расстояния, которому соответствует, например, первая узловая точка представляемой на рис. 1 сетки. Следовательно, в эту узловую точку подается ток, величина которого пропорциональна правой части уравнения (5). Далее, в момент времени  $t_2 > t_1$  фронт горения еще больше расширяется и достигнет, предположим, вторую узловую точку (рис. 2). Как видно из рис. 2,

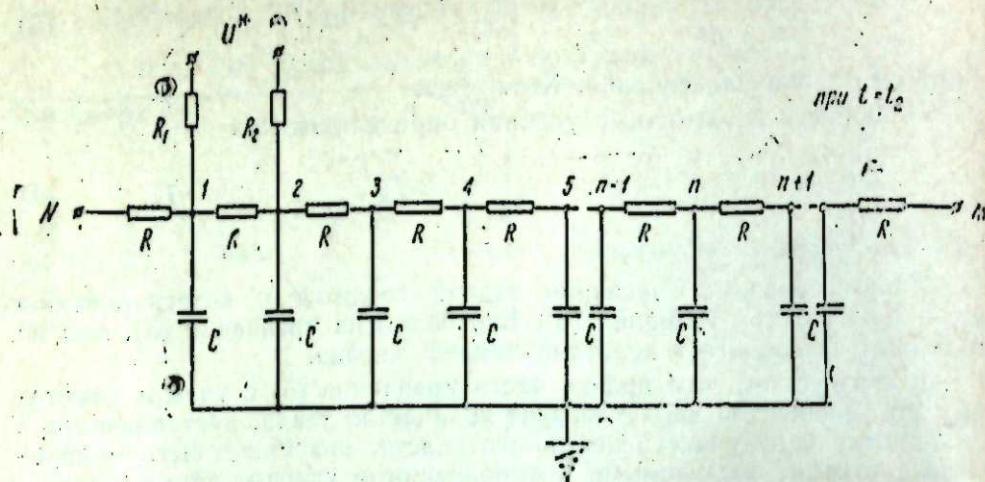


Рис. 2

с изменением времени структура сетки также изменяется. Другими словами, ток величина которого пропорциональна правой части уравнения (5), теперь поступает не только в первую узловую точку, но и во вторую. При этом должна быть соблюдена равномерность распределения, что достигается выбором соответствующих величин сопротивления  $R_i^*$  и  $R_n^*$ , где  $R_i^* = R_n^* = R^*/2$ . Наконец, в момент времени  $t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n$  фронт горения достигает расстояние, соответствующее, предположим узловой точке  $n$ . При этом также величина тока остается постоянной и равномерно распределяется в соответствии с уравнением (5) между узловыми точками  $1, 2, \dots, n$  сетки (рис. 3).

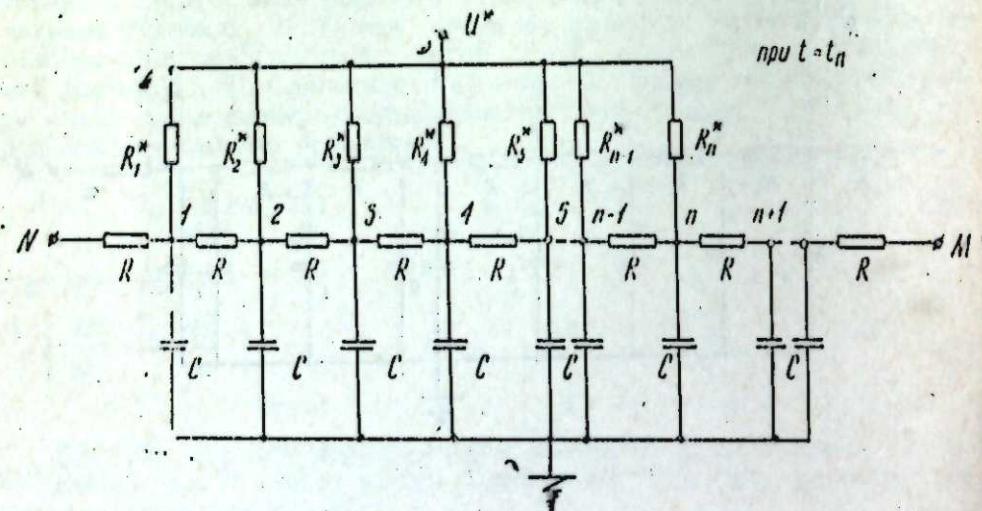


Рис. 3

Следовательно, и в этом случае структура сетки изменяется и принимает вид, представленный на рис. 3. При этом сопротивления  $R_1^*, R_2^*, \dots, R_n^*$  выбираются как  $R_i^* = R_1^* = \dots = R_n^* = R^*/n$ .

Аналогичное наблюдается и для других моментов времени. В связи с тем, что в каждый момент времени структура сетки изменяется

и принимает вполне определенный вид, такую сетку для моделирования процесса распространения очага горения в нефтяном пласте будем называть сеткой с изменяющейся во времени структурой.

При моделировании процессов на сетке с изменяющейся во времени структурой задание краевых условий [6] не представляет больших трудностей.

Сетка с изменяющейся во времени структурой для различных случаев применена к решению конкретных задач [5, 6].

#### Литература

- Гусейнзаде М. А., Колесовская А. К. Упругий режим в однопластовых и многослойных системах. «Недра», 19-2. 2. Багиров М. А., Вечхайзер Г. В., Джуварлы Ч. М. Электрические способы увеличения нефтеотдачи пластов. Азернефт, 1962. 3. Гулиев М. А. Об одном методе моделирования температурного поля нефтяного пласта. «ДАН Азерб. ССР», т. 30, 1974, № 6, стр. 3. 4. Гулиев М. А. К теории моделирования температурных полей, содержащих теплопроводные и конвективные потоки. В кн. «Вопросы технической кибернетики». Изд-во АН Азерб. ССР, 1975. 5. Гулиев М. А. Моделирование температурного поля нефтяного пласта при наличии подвижного очага горения. Авторская справка о дис., выданная ВНИИОЭНГ от 12 апреля 1976 г., № 4F9/116. 6. Гулиев М. А. Об одном методе моделирования процессов массо-обмена при наличии подвижных источников. Тез. докл. Всесоюзн. научно-технич. конф. «Применение машинных методов для решения краевых задач». М., 1976, стр. 19.

Всесоюзный нефтегазовый научно-исследовательский институт

Поступило 8. IV 1976

М. А. Гулиев

НЕФТ ЛАЙНЫН ҮӘРӘКӘТ ЕДӘН ТЕМПЕРАТУР САҢСИНИ  
МОДЕЛЛЕШДИРМӘК ҮЧҮН ЗАМАНА ҚӨРӘ ДӘЖИШЕН  
СТРУКТУРЛУ ТОРЛАР

Мәголада нефт лайнын үәрәкәт едән температур саңсисин моделиләштирмә үчүн замана қөрә дәжишэн структурлу тор схемалари тәкниф едилир. Белә тор метод верилиши тәдиiji шакли дәжишдирилдиклән соңра вакид һөвисајд функциясыны иштирак етди. Јени диференциал тәннијә тәтбиг олуур.

М. А. Gulyev

NETWORKS WITH A CHANGING IN TIME STRUCTURE FOR  
SIMULATION OF THE MOVING TEMPERATURE FIELD OF THE OIL LAYER

A simulation of the moving temperature fields is connected with great difficulties. In the paper it is suggested the network with a changing in time structure for the simulation of the process of creation of the moving burning center in the oil layer. Such network changes its structure depending on time. The stated simulation method is used after the changing of the input equation's form resulting in differential equation containing Heavyside single function. For different times it is given appropriate electric schemes (fig. 1, 2, 3).

И. А. ВЕРДИЕВ, Б. А. РАДЖАБОВ

## КОНТРАКЦИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГРУППЫ ДЕ СИТТЕРА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Л. М. Имановым)

В работах [1—2] развивается теория квантованных полей во Все-ленной Де Ситтера, которая в плоском пределе переходит в теорию поля в пространстве Минковского. В связи с этим представляется определенный интерес изучение представлений группы Де Ситтера [3—8] и их контракция, т. е. предел в смысле Вигнера-Инёнью [9—11]. Целью данной работы является осуществление контракции представлений группы Де Ситтера к представлениям группы Пуанкаре. Для этого мы будем пользоваться реализацией представлений группы  $SO(p,q)$ , предложенной одним из авторов [7]. В этой работе методом малой группы Вигнера было построено неприводимое унитарное представление (НУП)  $T_\chi(g), \chi=(\sigma,s), g \in SO(4,1)$  группы  $SO(4,1)$  в пространстве  $D_\chi$  бесконечно дифференцируемых однородных вектор-функций  $F_{s\lambda}(x)$  на конусе  $[x, x] = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 = 0, x_0 > 0$ , степени однородности  $s$ . Действие оператора  $T_\chi(g), \chi=(\sigma,S)$  представления определяется формулой:

$$T_\chi(g) F_{s\lambda}(x) = \sum_{\lambda'=-s}^s D_{\lambda'\lambda}^{(\sigma)}[r(\eta_1, \psi, \eta_2)] F_{s\lambda'}(x_g) \quad (1)$$

Здесь  $D_{\lambda'\lambda}^{(\sigma)}(r)$ ,  $r \in SO(3)$  — матричные элементы представлений группы вращения,  $r(\eta_1, \psi, \eta_2)$  — вигнеровское вращение, которое определяется компактной частью элемента  $v(x, g)$  стационарной подгруппы точки  $\dot{x} = (1, 0, 0, 0, 1)$ :

$$v(x, g) = h(x)gh^{-1}(x_g), \quad (2)$$

где  $h(x)$  — оператор буста,  $x = \overset{\circ}{x}h(x)$ .

Укажем еще одну реализацию пространства  $D_\chi$ , удобную для изучения проблемы контракции представлений группы  $SO(4,1)$ . Для этого рассмотрим сечение конуса  $[x, x] = 0, x_0 > 0$  плоскостями  $x_4 = 1, x_4 = -1$ . Каждое сечение определяет верхнюю полу-двусполостного гиперболоида  $u^2 = u_0^2 - u_1^2 - u_2^2 - u_3^2 = 1, u_0 > 0$ . В силу однородности функции из  $D_\chi$  однозначно определяются своими значениями на двуполостных гиперболоидах:

$$F(x) = |x_4|^\sigma \Phi(u, \varepsilon),$$

где

$$u = \left( \frac{x_0}{|x_4|}, \frac{x_1}{|x_4|}, \frac{x_2}{|x_4|}, \frac{x_3}{|x_4|} \right), \varepsilon = \frac{x_4}{|x_4|} \operatorname{Sign} x_4.$$

Таким образом, пространство  $D_\chi$  можно реализовать как пространство  $\tilde{D}_\chi$  бесконечно дифференцируемых функций  $\Phi(u, \varepsilon)$  на верхнем поле двухполостного гиперболоида.

Теперь, рассмотрим Вигнер-Инёнью предел, при котором НУП  $T_\chi(g), \chi=(\sigma,s), g \in SO(4,1)$  переходит в НУП  $U_\chi(g), \chi=(m,s), g \in ISO(3,1)$ . Для этого найдем предел параметров группы  $SO(4,1)$ , при котором группа Де Ситтера переходит в группу Пуанкаре  $ISO(3,1)$ . Поскольку группа  $SO(4,1)$  есть группа движений, оставляющая инвариантным квадратичную форму

$$x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 = S^2(x),$$

ясно что для нахождения требуемого предела достаточно рассматривать лишь преобразования в плоскостях  $(x_\mu, x_4)$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ). Для примера рассмотрим преобразование

$$x_0^1 = x_0 \operatorname{ch} \alpha + x_4 \operatorname{sh} \alpha, \quad x_4^1 = x_4 \operatorname{ch} \alpha + x_0 \operatorname{sh} \alpha.$$

Основываясь на том, что пространство Де-Ситтера

$$x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 = -R^2, \quad x_4 = \sqrt{x^2 + R^2} \quad (3)$$

при  $R \rightarrow \infty$  переходит в пространство Минковского (2), определим предел параметра  $\alpha$ , положив  $\alpha = a_0/R$ . Тогда из (3) получим:

$$x_0 = x_0 \operatorname{ch} \frac{a_0}{R} + \sqrt{x^2 + R^2} \operatorname{sh} \frac{a_0}{R} \xrightarrow[R \rightarrow \infty]{} x_0 + a_0, \quad x_4^1 = x_4.$$

Тем самым мы видим, что преобразования  $g_{0i}(\alpha), g_{1i}(\phi_i)$  в плоскостях  $(x_\mu, x_4)$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) переходят в группу преобразований трансляций, если полагать:

$$\alpha = a_0/R, \quad \phi_i = a_i/R, \quad (i=1, 2, 3) \text{ при } R \rightarrow \infty.$$

Теперь найдем контракцию представления  $T_\chi(g), \chi=(\sigma, s), g \in SO(4,1)$ . Для этого рассмотрим реализацию на пространстве  $\tilde{D}_\chi, \chi=(\sigma, s)$  бесконечно дифференцируемых вектор-функций  $\Phi_{s\lambda}(u, \varepsilon)$ , ( $\varepsilon = \pm 1$ ) на двуполостном гиперболоиде  $[u, u] = u_0^2 - u_1^2 - u_2^2 - u_3^2 = 1, u_0 > 0$ . Тогда формула представления (1) принимает вид:

$$\tilde{T}_\chi(g) \Phi_{s\lambda}(u, \varepsilon) = \left( \frac{|x_{4g}|}{|x_4|} \right)^s D_{\lambda'\lambda}^{(\sigma)}(r) \Phi_{s\lambda'}(u_g, \varepsilon_g), \quad (4)$$

где  $u_g = (u_{0g}, u_{1g}, u_{2g}, u_{3g})$ ,  $|x_{4g}|/|x_4|$  определяются из соотношений:

$$x_g = x_g = x_{4g} u_g, \quad \varepsilon_g = \operatorname{Sign} x_{4g}.$$

Легко убедиться, что в случае, когда  $g = L \in SO(3,1)$  представление (4) принимает следующий вид:

$$\tilde{T}_\chi(L) \Phi_{s\lambda}(u, \varepsilon) = \sum_{\lambda'=-s}^s D_{\lambda'\lambda}^{(\sigma)}[h(u)Lh^{-1}(u_L)] \Phi_{s\lambda'}(u_L, \varepsilon) \quad (5)$$

Поскольку параметр  $h$  не входит явным образом в формулу (5), отсюда не определяется предел  $\sigma$ , при котором НУП  $T_\chi(g)$ ;  $\chi=(\sigma, s)$ ,  $g \in SO(4,1)$  переходит в НУП  $U_\chi(g)$ ;  $\chi=(m, s)$ ,  $g \in ISO(3,1)$ . Поэтому рассмотрим преобразования в плоскостях  $(x_1, x_4)$ ,  $(\mu=0, 1, 2, 3)$ . Например, для преобразования  $g_{04}$  ( $\alpha$ ), где  $\alpha=a_0/R$  имеем:

$$\begin{aligned} |x_{4g}|/|x_4| &= \left| x_4 \operatorname{ch} \frac{a_0}{R} + x_0 \operatorname{sh} \frac{a_0}{R} \right| / |x_4| = |\epsilon \operatorname{ch} \alpha + u_0 \operatorname{sh} \alpha|, \\ u_{0g_{04}} &= x_{0g_{04}} / |x_{4g_{04}}| = (u_0 \operatorname{ch} \alpha + \epsilon \operatorname{sh} \alpha) / |\epsilon \operatorname{ch} \alpha + u_0 \operatorname{sh} \alpha|, \\ u_{1g_{04}} &= u_1 |x_1| / |x_{4g}| = u_1 / |\epsilon \operatorname{ch} \alpha + u_0 \operatorname{sh} \alpha|, \\ \epsilon_{g_{04}} &= x_{4g_{04}} / |x_{4g_{04}}| = (\epsilon \operatorname{ch} \alpha - u_0 \operatorname{sh} \alpha) / |\epsilon \operatorname{ch} \alpha + u_0 \operatorname{sh} \alpha|. \end{aligned} \quad (6)$$

С другой стороны, нетрудно видеть, что элементы стационарной подгруппы при  $R \rightarrow \infty$  стремятся к единице:

$$v(g_{04}, x) = h^{-1}(x) g_{04} \left( \frac{a_0}{R} \right) h^{-1} \left[ x g_{04} \left( \frac{a_0}{R} \right) \right] \xrightarrow[R \rightarrow \infty]{} I.$$

Тем самым (4) для  $g=g_{04} \left( \frac{a_0}{R} \right)$  принимает вид:

$$\tilde{T}_\chi \left[ g_{04} \left( \frac{a_0}{R} \right) \right] \Phi_{s\lambda}(u, \epsilon) = \left| \epsilon \operatorname{ch} \frac{a_0}{R} + u_0 \operatorname{sh} \frac{a_0}{R} \right|^{\sigma} \Phi_{s\lambda}(u_{g_{04}}, \epsilon_g)$$

Отсюда видно, что это представление переходит в представление трансляции  $u_\chi(a_0)$ ,  $\chi=(m, s)$ :

$$u_\chi(a_0) \Phi_\chi(p; \epsilon) = e^{ip_0 a_0} \Phi_\chi(p; \epsilon),$$

если рассматривать основную серию унитарного представления  $\chi=(-3/2+ip, \epsilon)$  и положить  $p=mR$ . На самом деле, при  $R \rightarrow \infty$ , как следует из (6):

$$u_{g_{04}} \left( \frac{a_0}{R} \right) \xrightarrow[R \rightarrow \infty]{} u, \quad \epsilon_{g_{04}} \left( \frac{a_0}{R} \right) \xrightarrow[R \rightarrow \infty]{} \epsilon$$

С другой стороны, нетрудно видеть, что

$$\left| \epsilon \operatorname{ch} \frac{a_0}{R} + u_0 \operatorname{sh} \frac{a_0}{R} \right|^{-3+imR} \xrightarrow[R \rightarrow \infty]{} e^{im u_0 a_0} = e^{ip_0 a_0},$$

где  $p_0=ma_0$ .

Аналогичным образом рассматриваются преобразования на плоскостях  $(x_l, x_4)$ ,  $(l=1, 2, 3)$ .

Итак, контракцию представления группы  $SO(4,1)$  можно осуществить лишь для основной непрерывной серии НУП  $T_\chi(g)$ ,  $\chi=(3/2+imR; s)$  при  $R \rightarrow \infty$ .

Точно также рассматривается задача о контракции группы  $SO(3,2)$  и ее представления в группу Пуанкаре и ее представления, соответственно. При этом представления основной непрерывной серии группы  $SO(3,2)$  переходят в представления группы Пуанкаре с минимальной массой  $m^2 < 0$ .

## Литература

1. Nachtmann, O. Communs. Math. Phys., 6, 1, 1967.
2. Börner G. and Dür V. P. Nuovo Cim., 64A, 669, 1969.
3. Thomas L. H., Ann. Math., 42, 113, 1941.
4. Newton T. D. Ann. Math., 51, 731, 1950.
5. Raczka R. Límic N. and Niederle J. J. Math. Phys., 7, 1161, 1966.
6. Dixmier J. Bull. Soc. Math. France, 89, 9, (1961).
7. Вердиев Й. А. Препринт № 44, ИФАН АзГРБ. ССР, 1976.
8. Виленкин Н. Я. Специальные функции и теория представлений групп, Наука, 1965.
9. Ингий и Wigner. Proc. Nat. Acad. Sci., 39, 510, 1953.
10. Ström S. Arkiv för Fysik, 40, 1, 1961.
11. Michelsson J., Niederle J. Communs Math. Phys., 27, 167, 1972.

Поступило 28.III 1977

## Институт физики

Ж. Э. Вердиев, Б. Э. Рәчәбов

## ДЕ СИТТЕР ГРУППУНУН КОНТРАКСИЯСЫ

Мәгәләдә Де Ситтер группунуң тәсвиirlәри Пуанкаре группунуң тәсвиirlәринең контраксија едилмишидир.  $SO(4,1)$  группунуң кэтирилмәжүн үнитар тәсвиirlәринин касыммәз эсас серијасының контраксија иәтичәсисидә Пуанкаре группунуң физики тәсвиirlәринең кечдији көстәрилмешидир.

Yi. A. Verdiev; B. A. Rajabov

## THE CONTRACTION OF REPRESENTATIONS OF THE DE SITTER GROUP

The contraction of the principal continuous series of the de Sitter group  $SO(4,1)$  to positive mass representations of the Poincaré group is carried out in detail. It is shown that all positive mass continuous unitary irreducible representations of the Poincaré group can be obtained by this method.

УДК 538, 111; 538. 221

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. М СУЛЕЙМАНОВ

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОННО-  
ЯДЕРНЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН В ИНДУЦИРОВАННЫХ  
ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)

В работах [1,2] была рассмотрена задача о параметрическом возбуждении объемных коллективных мод („магнитных экситонов“) в синглет-триплетных магнитных системах без учета сверхтонкого взаимодействия между ядерными и электронными спинами. В данной работе исследована роль сверхтонкого взаимодействия на параметрическое возбуждение коллективных мод синглет-триплетного ферромагнетика. Параметрическое возбуждение методом параллельной магнитнойнакачки одновременно электронных и ядерных спиновых волн анализировано применением метода многовременных функций Грина [3]. При этом учтены высшие приближения в задаче реакции системы на внешнее возмущение.

Гамильтониан синглет-триплетного ферромагнетика с учетом сверхтонкого взаимодействия между ядерными и электронными спинами имеет вид:

$$H_0 = \sum_i V_{1\text{ кр.}} - \sum_{ij} J(i-j) \vec{J}_i \vec{J}_j - A \cdot \sum_i \vec{J}_i \cdot \vec{I}_i - g_e \mu_B H \cdot \sum_i J_i^z - g_n \mu_n H \cdot \sum_i I_i^z, \quad (1)$$

где первый член описывает действие кристаллического поля, второй — обменное взаимодействие между ионами, третий член учитывает сверхтонкое взаимодействие электронных и ядерных спинов ионов, последние два члена являются электронными и ядерными зеемановскими энергиями, соответственно. Постоянное магнитное поле  $H$  направлено по оси  $z$ .  $V_{1\text{ кр.}}$  — потенциал кристаллического поля, действующего на  $i$ -й ион, который дает синглетное основное состояние и триплетное возбужденное состояние иона, разделенные энергетической щелью  $\Delta$ ,  $\vec{J}_i$  — полный угловой момент редкоземельного иона на  $i$ -ом узле,  $J(i-j)$  — эффективное обменное взаимодействие между  $i$ -м и  $j$ -м ионами,  $A$  — константа сверхтонкого взаимодействия,  $I_i$  — оператор ядерного спина  $i$ -го иона,  $g_e$  и  $g_n$  — факторы спектроскопического расщепления для электрона и ядра, соответственно,  $\mu_B$  — магнетон Борба,  $\mu_n$  — ядерный магнетон.

В представлении псевдоспинового формализма [4] гамильтониан (1) имеет вид:

$$H_0 = \Delta \cdot \sum_i \vec{S}_i \cdot \vec{T}_i - \sum_{ij} J(i-j) \cdot (\alpha \vec{S}_i + \beta \vec{T}_i) \cdot (\alpha \vec{S}_j + \beta \vec{T}_j) - A \cdot \sum_i (\alpha \vec{S}_i + \beta \vec{T}_i) \cdot \vec{I}_i - g_e \mu_B \cdot \sum_j (\alpha S_j^z + \beta T_j^z) H - g_n \mu_n \cdot \sum_i I_i^z H \quad (2)$$

Выражая гамильтониан (2) через операторы вторичного квантования с помощью преобразования Гольштейна-Примакова [5] для спиновых операторов  $\vec{S}, \vec{T}$  и  $\vec{I}$  и переходя от узельного представления к импульсному, получаем:

$$H_0 = \sum_k [A_k a_k^+ a_k + B_k b_k^+ b_k + \epsilon_n c_k^+ c_k + D_k (a_k^+ b_k + a_k b_k^+) + \epsilon_1 (a_k^+ c_k + a_k c_k^+) + \epsilon_2 (b_k^+ c_k + b_k c_k^+)] \quad (3)$$

где

$$A_k = A_{k0} + \alpha IA$$

$$A_{k0} = 2\alpha^2 (J(0) - J(k)) \cdot S - \Delta \cdot T + 2\alpha\beta J(0)T + \alpha \cdot g_e \mu_B H$$

$$B_k = B_{k0} + \beta IA$$

$$B_{k0} = 2\beta^2 (J(0) - J(k)) \cdot T - \Delta \cdot S + 2\alpha\beta J(0)S + \beta g_e \mu_B H$$

$$\epsilon_n = \alpha AS + \beta AT + g_n \mu_n H, \quad \epsilon_1 = -\alpha A \cdot \sqrt{S \cdot T}, \quad \epsilon_2 = -\beta A \cdot \sqrt{T \cdot I}$$

$$J(k) = \sum_\Delta J(\Delta) \cdot e^{-ik\Delta}, \quad J(0) = \sum_\Delta J(\Delta)$$

Гамильтониан (3) диагонализуется с помощью следующего преобразования операторов [3]:

$$a_k = x_k d_k + y_k f_k + z_k g_k$$

$$b_k = y_k d_k + z_k f_k + x_k g_k$$

$$c_k = z_k d_k + x_k f_k + y_k g_k$$

Коэффициенты преобразования  $x_k$ ,  $y_k$  и  $z_k$ , определенные из условия диагональности преобразованного гамильтониана удовлетворяют условию:

$$x_k^2 + y_k^2 + z_k^2 = 1$$

С учетом этого обстоятельства преобразованный гамильтониан записывается в виде:

$$H_0 = \sum_k (\Omega_{k1} d_k^+ d_k + \Omega_{k2} f_k^+ f_k + \Omega_{k3} g_k^+ g_k),$$

где

$$\Omega_{k1} = \omega_{k1} + \frac{\omega_{k1}^2 (\epsilon_n + \alpha IA + \beta IA) - \omega_{k1} [A_{k0} (\epsilon_n + \beta IA) + B_{k0} (\epsilon_n + \alpha IA) - \epsilon_1^2] +}{\omega_{k1} (\omega_{k2} - \omega_{k1}) - 2\omega_{k1} (\epsilon_n + \alpha IA + \beta IA) + A_{k0} (\epsilon_n + \beta IA) +}$$

$$+ \epsilon_n (A_{k0} B_{k0} - D_k^2) \\ / B_{k0} (\epsilon_n + \alpha IA)$$

$$\Omega_{k2} = \omega_{k2} + \frac{\omega_{k2}^2 (\epsilon_n + \alpha IA + \beta IA) - \omega_{k2} [A_{k0} (\epsilon_n + \beta IA) + B_{k0} (\epsilon_n + \alpha IA) - \epsilon_1^2] +}{\omega_{k2} (\omega_{k2} - \omega_{k1}) - 2\omega_{k2} (\epsilon_n + \alpha IA + \beta IA) + A_{k0} (\epsilon_n + \beta IA) +}$$

$$- \epsilon_n (A_{k0} B_{k0} - D_k^2) \\ / B_{k0} (\epsilon_n + \alpha IA)$$

$$\Omega_{k3} = \frac{(A_{k0} B_{k0} - D_k^2) \epsilon_n + (\alpha IA \cdot B_{k0} + \beta IA \cdot A_{k0}) \epsilon_n}{\omega_{k1} \cdot \omega_{k2} + A_{k0} (\epsilon_n + \beta IA) + B_{k0} (\epsilon_n + \alpha IA) - \epsilon_1^2}$$

—энергии элементарных возбуждений рассматриваемой системы, где

$$\omega_{k1} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left( A_{ko} + B_{ko} \right) + \left[ \left( A_{ko} - B_{ko} \right)^2 + 4 \cdot D_k^2 \right]^{1/2} \right\},$$

$$\omega_{k2} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left( A_{ko} + B_{ko} \right) - \left[ \left( A_{ko} + B_{ko} \right)^2 + 4 \cdot D_k^2 \right]^{1/2} \right\}.$$

—энергии элементарных возбуждений синглет-триплетного ферромагнетика без учета сверхтонкого взаимодействия ядерных и электронных спинов [1].

Следовательно, спектр коллективных возбуждений рассматриваемой системы состоит из трех ветвей. Две из них ( $\omega_{k1}$  и  $\omega_{k2}$ ) являются электронными ветвями ( $\omega_{k1}$ —электронные магноны, а  $\omega_{k2}$ —“магнитные экситоны”), а ветвь  $\omega_{k3}$ —ядерная,

Пусть на рассматриваемую систему действует (в направлении оси  $z$ ) переменное магнитное поле (поле параллельной накачки)  $h(t) = h \cdot \cos \omega t$ . Гамильтониан взаимодействия поля накачки с рассматриваемой системой будет иметь вид:

$$H_1(t) = (-g_e \cdot \mu_e \cdot \sum_j J_j^z - g_n \cdot \mu_n \cdot \sum_i I_i^z) \cdot h \cdot \cos \omega t \quad (5)$$

Выражая гамильтониан (5) через операторы вторичного квантирования, переходя от узельного представления к импульсному и используя преобразования (4), получим  $H_1(t)$  в виде:

$$H_1(t) = h \cdot \cos \omega t \cdot \sum_k [f_{1k}(d_k f_k + d_k^+ f_k^+) + f_{2k}(d_k g_k + d_k^+ g_k^+) + f_{3k}(f_k g_k + f_k^+ g_k^+)],$$

где

$$f_{1k} = \alpha g_e \mu_e x_k \cdot y_k + \beta g_e \mu_e z_k + g_n \mu_n x_k \cdot z_k,$$

$$f_{2k} = \alpha g_e \mu_e x_k z_k + \beta g_e \mu_e x_k y_k + g_n \mu_n y_k \cdot z_k,$$

$$f_{3k} = \alpha g_e \mu_e y_k z_k + \beta g_e \mu_e x_k z_k + g_n \mu_n x_k y_k.$$

Задачу параметрического возбуждения электронных и ядерных спиновых волн будем решать используя метод многовременных функций Грина для вычисления высших приближений в задаче реакции системы на внешнее возмущение [3]. Для удобства введем следующие обозначения:

$$A = -\frac{h}{2} \cdot \sum_k (A_{1k} + A_{2k} + A_{3k}); A_{1k} = f_{1k} \cdot (d_k f_k + d_k^+ f_k^+),$$

$$A_{2k} = f_{2k} \cdot (d_k g_k + d_k^+ g_k^+); A_{3k} = f_{3k} \cdot (f_k g_k + f_k^+ g_k^+).$$

В этих обозначениях оператор  $H_1(t)$  примет вид:

$$H_1(t) = -A \cdot (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}).$$

Следуя работе [3], находим среднее от оператора  $A_{1k}$ :

$$\langle A_{1k} \rangle_{cp} = \langle A_{1k} \rangle_0 + (-2\pi^2 \cdot G_3(A_{1k}; 0, \omega) + e^{-i\omega t} \cdot \{(-2\pi) \cdot G_2(A_{1k}; \omega) + (-2\pi)^3 \cdot [G_3(A_{1k}; \omega, 0, \omega) + G_4(A_{1k}; \omega, 2\omega, \omega) + G_4(A_{1k}; \omega, 0, -\omega)]\}), \quad (6)$$

где  $\langle A_{1k} \rangle_0$ —среднее по равновесной матрице плотности [3]. Написав уравнения движений для каждой функции Грина, входящие в (6) и решая эти уравнения, находим значения функций Грина  $G_3, G_2, G_4, \dots$ , которые соответственно равны:

$$G_3(A_{1k}; 0, \omega) \approx 0$$

$$G_2(A_{1k}; \omega) \approx -\frac{h}{4\pi} \cdot \frac{f_{1k} \cdot f_{2k} \langle f_k g_k^+ - f_k^+ g_k \rangle + f_{1k} \cdot f_{3k} \langle d_k g_k^+ - d_k^+ g_k \rangle}{\omega - (\Omega_{k1} + \Omega_{k2}) + i(\xi_{k1} + \xi_{k2})}$$

$$G_4(A_{1k}; \omega, 0, -\omega) = \frac{h^2}{16\pi^2} \cdot (\xi_{k1} \xi_{k2})^{-1} \cdot i(\xi_{k1} + \xi_{k2}) \cdot (f_{2k}^2 + f_{3k}^2) \frac{G_2(A_{1k}; \omega)}{\omega - (\Omega_{k1} + \Omega_{k2}) + i(\xi_{k1} + \xi_{k2})}$$

$$G_4(A_{1k}; \omega, 0, -\omega) \approx -\frac{h^2}{16\pi^2} \cdot (\xi_{k1} \xi_{k2})^{-1} \cdot i(\xi_{k1} + \xi_{k2}) \cdot (f_{2k}^2 + f_{3k}^2) \frac{G_2(A_{1k}; \omega)}{\omega - (\Omega_{k1} + \Omega_{k2}) - i(\xi_{k1} + \xi_{k2})}$$

$$G_4(A_{1k}; 2\omega, \omega) \approx 0.$$

Используя критерий Мадсен—Танака [6,7], из выражений (6) и (7) легко определить критическое значение магнитного поля накачки, отвечающее параметрическому возбуждению одновременно одного электронного магнона и одного “магнитного экситона”:

$$h_{kp}^1 \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot h \cdot (\xi_{k1} \xi_{k2})^{1/2} \cdot \{|\omega - (\Omega_{k1} + \Omega_{k2})|^2 + (\xi_{k1} + \xi_{k2})^2\}^{1/2} \quad (8)$$

При условии параметрического резонанса  $\omega = \Omega_{k1} + \Omega_{k2}$ ,  $h_{kp}^1$  имеет простой вид:

$$h_{kp}^1 \approx \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot h \cdot (\xi_{k1} \xi_{k2})^{1/2}}{(f_{2k}^2 + f_{3k}^2)^{1/2}}. \quad (9)$$

Аналогичным образом, по формуле (6) найдем среднее значение оператора  $A_{2k}$ . Входящие в  $\langle A_{2k} \rangle_{cp}$  функции Грина  $G_3, G_2, G_4, \dots$ , соответственно равны:

$$G_3(A_{2k}; 0, \omega) \approx 0.$$

$$G_2(A_{2k}; \omega) \approx -\frac{h}{4\pi} \cdot \frac{f_{2k} f_{1k} \langle g_k f_k^+ - f_k g_k^+ \rangle + f_{2k} \cdot f_k \langle d_k f_{3k}^+ - d_k^+ f_{3k} \rangle}{\omega - (\Omega_{k1} + \Omega_{k3}) + i(\xi_{k1} + \xi_{k3})}$$

$$G_4(A_{2k}; \omega, 0, \omega) = \frac{h^2}{16\pi^2} \cdot (\xi_{k1} \xi_{k3})^{1/2} \cdot i(\xi_{k1} + \xi_{k3}) \cdot (f_{1k}^2 + f_{3k}^2) \frac{G_2(A_{2k}; \omega)}{\omega - (\Omega_{k1} + \Omega_{k3}) + i(\xi_{k1} + \xi_{k3})}$$

$$G_4(A_{2k}; \omega, 0, -\omega) = -\frac{h^2}{16\pi^2} \cdot (\xi_{k1} \xi_{k3})^{1/2} \cdot i(\xi_{k1} + \xi_{k3}) \times$$

$$\times (f_{1k}^3 + f_{3k}^2) \frac{G_2(A_{2k}; \omega)}{\omega - (\Omega_{k1} + \Omega_{k3}) - i(\xi_{k1} + \xi_{k3})}$$

$$G_4(A_{2k}; \omega, 2\omega, \omega) \approx 0.$$

Это дает следующее выражение для порогового значения переменного магнитного поля, отвечающего параметрическому возбуждению одновременно одного ядерного магнона и одного электронного магнона:

$$h_{kp}^{(2)} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot h \cdot (\xi_{k1} \xi_{k3})^{1/2} \cdot \{|\omega - (\Omega_{k1} + \Omega_{k3})|^2 + (\xi_{k1} + \xi_{k3})^2\}^{1/2} \quad (10)$$

При условии параметрического резонанса  $\omega = \Omega_{k3} + \Omega_{k1}$ , для значения порогового поля  $h_{kp}^{(2)}$ , из (10) получается:

$$h_{kp}^{(2)} \approx \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot h \cdot (\xi_{k1} \xi_{k3})^{1/2}}{(f_{1k}^2 + f_{3k}^2)^{1/2}} \quad (11)$$

Аналогичные вычисления дают следующие значения для функций Грина, входящих в выражение, написанное для  $\langle A_{3k} \rangle_{cp}$ :

$$G_3(A_{3k}; 0, \omega) \approx 0$$

$$G_2(A_{3k}; \omega) \approx -\frac{h}{4\pi} \cdot \frac{f_{3k} \cdot f_{2k} \langle g_k d_k^+ - g_k^+ d_k \rangle + f_{3k} \cdot f_{1k} \langle f_k d_k^+ - d_k f_k \rangle}{\omega - (\Omega_{k3} + \Omega_{k2}) + i(\xi_{k2} + \xi_{k3})}$$

$$G_4(A_{3k}; \omega, 0, \omega) \approx \frac{\hbar^2}{16\pi^2} \cdot (\xi_{k2}\xi_{k3})^{1/2} \cdot i(\xi_{k2} + \xi_{k3})(f_{1k}^2 + f_{2k}^2) \times$$

$$\frac{G_2(A_{3k}; \omega)}{\omega - (\Omega_{k3} + \Omega_{k2}) - i(\xi_{k2} + \xi_{k3})}$$

$$G_4(A_{3k}; \omega, 0, -\omega) \approx -\frac{\hbar^2}{16\pi^2} \cdot (\xi_{k2}\xi_{k3})^{1/2} \cdot i(\xi_{k2} + \xi_{k3})(f_{1k}^2 + f_{2k}^2) \times$$

$$\frac{G_2(A_{3k}; \omega)}{\omega - (\Omega_{k3} + \Omega_{k2}) - i(\xi_{k2} + \xi_{k3})}$$

$$G_4(A_{3k}; \omega, 2\omega, \omega) \approx 0$$

Это приводит к следующему выражению для порогового значения поля накачки, отвечающего параметрическому возбуждению одновременно одного ядерного магнона и одного „магнитного экситона“:

$$h_{kp}^{(3)} \approx \frac{\hbar\sqrt{2}(\xi_{k3}\xi_{k2})^{1/2} \cdot \{[\omega - (\Omega_{k2} + \Omega_{k3})]^2 + (\xi_{k2} + \xi_{k3})^2\}^{1/2}}{(f_{1k}^2 + f_{2k}^2)^{1/2} \cdot (\xi_{k2} + \xi_{k3})} \quad (12)$$

При условии резонанса  $\omega = \Omega_{k3} + \Omega_{k2}$ , выражение для  $h_{kp}^{(3)}$  принимает вид:

$$h_{kp}^{(3)} \approx \frac{\hbar\sqrt{2} \cdot (\xi_{k3}\xi_{k2})^{1/2}}{(f_{1k}^2 + f_{2k}^2)^{1/2}} \quad (13)$$

Оценим значения критических полей, полученных для каждого типа параметрических возбуждений в рассматриваемой системе. Полагая в формулах (9), (11) и (13)  $\hbar \sim 10^{-27}$  эрг, сек.,  $\mu_B \sim 10^{-20}$  СГСМ ед.;  $\mu_n \sim 10^{-17}$  СГСМ ед.,  $\xi_{k1}, \xi_{k2} \sim (10^3 - 10^5)$  сек $^{-1}$ ,  $\xi_{k3} \sim (10^5 - 10^6)$  сек $^{-1}$ ,  $J(0) \sim \Delta \sim (10^{-13} - 10^{-14})$  эрг,  $A \sim (10^{-14} - 10^{-15})$  эрг, для значений критических полей получим:

$$h_{kp}^{(1)} \approx (10 - 10^2) \text{ э}, h_{kp}^{(2)} \approx (10^{-1} - 10) \text{ э}, h_{kp}^{(3)} \approx (10^{-1} - 10) \text{ э}.$$

Все эти значения порогового поля находятся в экспериментально достижимой области.

Автор выражает благодарность Ю. М. Сендову за постановку задачи и обсуждение полученных результатов.

#### Литература

Сендов Ю. М., Сулейманов А. М. ФНТ, 2, 523, 1976. 2. Сулейманов А. М. „Изв. Азерб. ССР серия физ.-тех. и матем. наук“, №4, 1976, 13. Тябликов С. В. Методы квантовой теории магнетизма. „Наука“, М. 1965. 4. Blume M., Hsich Y. Y. Phys. Rev., B6, 2684, 1972. 5. Holstein F., Primakoff H. Phys. Rev. 58, 1098, 1940. 6. Madsen E., Tanaka T. Phys. Rev. 184, 528, 1969. 7. Rezende M. S. Phys. Rev. B3, 1771, 1971.

#### Институт физики

Поступило 5. III 1977

дәкі ролу арашдырылмышдыр. Қостәрілмешdir ки; бағылан системниң спектри үч будагдан ибарадтір. Онылардан икиси электрон системине, бири исә нұвә системине айдидір. Гојулан мәсөлә өзхамалы Грин функциялары методу иле інгеледилмишdir. Мұғжіен олунмушшудар ки, бағылан системде 3 чүр параметрик ојанма мүмкүндүр: а) ежни заманда бир электрон магнону вә бир магнит экситону; б) бир нұвә магнону вә бир электрон магнону вә бир „магнит экситон“ параметрик ојадыла биләр. Бу параметрик ојанмаларын ішер биринин баш вере биләмәсі учүн лазым олан критик саһәләрни ифадәси тапталмышдыр. Мәгаләдә һәмчинин критик саһәләр учүн алымныш ифадалар гијметләндирilmешdir. Ежни заманда бир электрон магнону вә бир „магнит экситон“нун параметрик ојадылмасы налы учүн  $h_{kp} \approx (10 - 10^2)$  ерстел, о бири икиси нал учүн исә  $h_{kp} \approx (10^{-1} - 1)$  ерстед олмасы мүэлләндешдирилмешdir. Критик саһәнин бу гијметләри тәчрүби чөннөтдөн әлверишил олан областда жерләшир.

A. M. Suleimanov

#### PARAMETRIC EXCITATION OF NUCLEAR AND ELECTRONIC SPIN WAVES IN INDUCED FERROMAGNETS

We have studied the simultaneous parametric excitation of nuclear and electronic spin waves in the systems with a crystal-field-only singlet ground state and triplet first excited state in the presence of hyperfine interaction between the electron and nuclear spins. It is shown that, because of hyperfine interaction, a system has three spin-wave branches at sufficiently low temperatures. Two branches relates essentially to the electronic system (electronic magnons and „magnetic excitons“) and one branch relates essentially to the nuclear system (nuclear magnons). Simultaneous parametric excitation of nuclear and electronic spin waves in this systems is investigated by parallel pumping. We have used the multi-time Green's-function method. It is shown the possibility of three kind of parametric excitation of spin-waves — a) of simultaneous parametric excitation of one electronic magnon and one „magnetic exciton“; b) one nuclear magnon and one electronic magnon; c) one nuclear magnon and one „magnetic exciton“. It is calculated the critical value of the pump field for the each kind of parametric excitation. The critical field is estimated to be of order  $(10 - 10^2)$  in magnitude in case of parametric excitation of one electronic magnon and one „magnetic exciton“ and of order  $(10^{-1} - 10)$  Oe in magnitude in other two cases.

А. М. Сулејманов

#### ИНДУКСИАЛАНМЫШ ФЕРРОМАГНИТЛӘРДӘ ЕЛЕКТРОН ВӘ НҰВӘ СПИН ДАЛҒАЛАРЫНЫҢ ПАРАМЕТРИК ОЈАДЫЛМАСЫ

Мәгаләдә электрон вә нұвә спинләри арасындағы гарышылыгы тәсірін синглет-триплет ферромагнитләрдә колектив модларын параметрик ојадылмасы мәсөләләрнін 30

УДК 537.529: 772.93

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ  
И ДИЭЛЕКТРИКОВ

Чл.-корр. АН СССР Г. Б. АБДУЛЛАЕВ, В. Г. АГАЕВ,  
И. Д. МАМЕДОВ, Р. Х. ИАНИ

**О КИНЕТИКЕ РАЗРЯДКИ ЭЛЕКТРОФОТОГРАФИЧЕСКИХ  
СЛОЕВ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ НА ОСНОВЕ CdJnGaS<sub>4</sub>**

Широкое применение электрофотографии затрудняется тем, что из-за недостаточного исследования физических свойств электрофотографических слоев невозможно управлять их электрофотографическими параметрами. Исследование потенциала поверхности в темноте и при освещении дает много информации о свойствах электрофотографических слоев.

В общем случае разрядка потенциала электрофотографического слоя может определяться свойствами поверхностного барьера, образующегося при осаждении поверхностного заряда, барьера на контакте слоя с подложкой или же с инжекцией носителей тока из подложки и генерацией носителей тока из объемных локализованных уровней полупроводника [1, 2, 3]. Доминирующую роль в кинетике спада потенциала в темноте может играть один или несколько из этих факторов. Определение таких важнейших параметров электрофотографических слоев, как потенциал, зарядки, кинетика спада потенциала в темноте и при освещении, чувствительность и ее спектральное распределение и т. д. связано с измерением поверхностного потенциала, принцип метода которого описан в работе [1].

В настоящей работе приводятся результаты исследования темнового и светового спада потенциала электрофотографических слоев, изготовленных на основе соединения CdJnGaS<sub>4</sub>, с целью выяснения механизма образования скрытого электростатического изображения на этих слоях.

Исследуемые образцы были получены путем диспергирования порошка полупроводника CdJnGaS<sub>4</sub> на связующей среде с дальнейшим нанесением его на низкоомную подложку, на бумагополировочной машине, разработанной в нашей лаборатории.

Исследования по измерению начального потенциала показали, что значение потенциала зарядки электрофотографических слоев CdJnGaS<sub>4</sub> зависит как от сопротивления подложки, так и от толщины полупроводникового слоя. Например, для слоев, нанесенных на бумажную подложку, начальный потенциал составляет 300–350 в, в тоже время для слоев, нанесенных на металлическую подложку, 550–600 в для

различных образцов. Отметим, что при этом толщина полупроводниковой слоя со связующим составляла 18 мкм. С увеличением толщины фотопроводящего слоя значения начального потенциала увеличиваются, составляя более тысячи вольт, дальнейшее увеличение толщины приводит к насыщению начального потенциала.

Сопротивление подложек также влияет на характер спада потенциала. На рис. 1 приведен темновой спад отрицательного потенциала электрофотографических слоев CdJnGaS<sub>4</sub>, нанесенных на бумажную (кр. 1) и металлическую (кр. 2) подложки. Толщина фотопроводящего слоя при этом составляла 20 мкм. Из этого графика видно, что кривые темновой разрядки электрофотографических слоев, заряженные до одинаковых значений потенциала 1 и 2, заметно отличаются друг от друга.

Скорость начального спада потенциала электрофотографического слоя нанесенного на металлическую подложку быстрее и остаточный потенциал у него меньше.

Относительно низкий потенциал зарядки и медленный темновой спад потенциала электрофотографических слоев CdJnGaS<sub>4</sub>, нанесенные на бумажную подложку обусловлен, по-видимому, с большим значением сопротивления (рум.  $10^{10} - 10^{11}$  ом.см) и неоднородной микроструктурой бумаги. Бумажная подложка обладает микроструктурой и сопротивление отдельных ее участков неодинаково. Поэтому слой может пробиваться не в том месте, где его электрическая прочность мала, а там, где мало сопротивление или электрическая прочность подложки [1]. Кроме того, если слой полупроводника нанесен на высокоомную подложку, то при зарядке ионы осаждаются на его поверхность, а свободные носители из объема слоя через подложку трудно проходят в землю и собираются у ее поверхности. При достаточно длительной зарядке потенциал достигает постоянного значения, однако плотность заряда на поверхности полупроводника уменьшается из-за генерации носителей. Поэтому полезный потенциал поверхности слоя может быть понижен по сравнению с потенциалом такого же слоя на подложке с достаточной электропроводностью.

На рис. 2 приведена кинетика темнового (кр. 1) и светового (кр. 2–4) спада отрицательного потенциала электрофотографического слоя CdJnGaS<sub>4</sub>, нанесенного на бумажную подложку. Видно, что с увеличением интенсивности света скорость начального спада увеличивается, а остаточный потенциал уменьшается.

Исследовалась также способность электрофотографических слоев CdJnGaS<sub>4</sub> заряжаться в поле положительной короны. На рис. 3 показана кинетика темнового спада потенциала электрофотографических слоев CdJnGaS<sub>4</sub>, нанесенных на бумажную (кр. 3) и металлическую

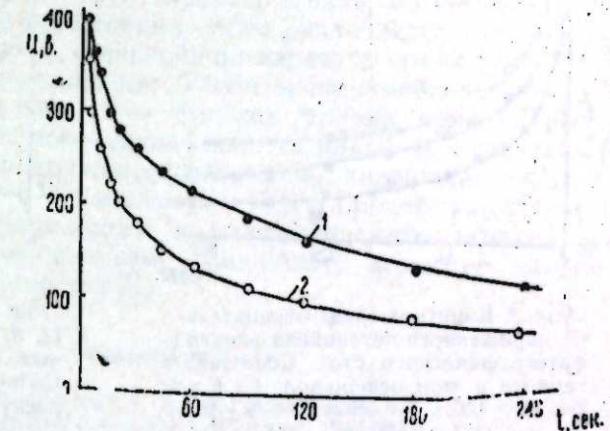


Рис. 1. Темновая разрядка отрицательно заряженного электрофотографического слоя CdJnGaS<sub>4</sub> с бумажной (1) и металлической (2) подложками.

подложки (кр. 1 и 2), заряженными положительными (кривая 2) и отрицательными (кр. 1 и 3) зарядами. Из кривых 1 и 2 видно, что электрофотографические слои CdJnGaS<sub>4</sub> заряжаются как положитель-

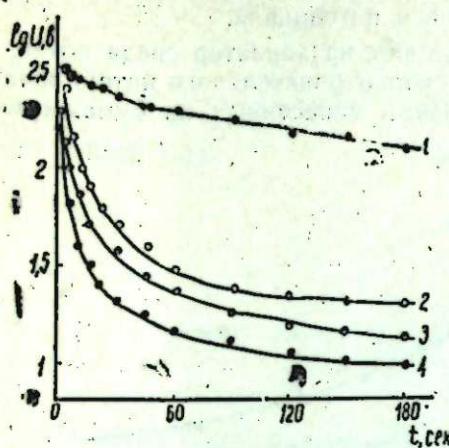


Рис. 2. Кинетика спада отрицательно заряженного потенциала электрофотографического слоя CdJnGaS<sub>4</sub> в темноте и при освещении: 1—E=0; 2—E=100; 3—E=200; 4—E=500 лк.

ными, так и отрицательными зарядами примерно до одинакового значения потенциала и кроме начального участка их потенциалы совпадают с одинаковой скоростью.

Известно [1, 4], что слои ZnO заряжаются до высокого значения потенциала только в поле отрицательной короны, а в поле положительной короны до очень низкого значения потенциала. Авторы этих работ предполагают, что по-видимому, при положительной зарядке слоя из подложки сильно инжектируются носители тока, что ограничивает значение начального потенциала.

Так как электрофотографические слои, изготовленные на основе CdJnGaS<sub>4</sub>, заряжаются как положительными, так и отрицательными зарядами примерно до одинаковых значений потенциала, характеры спада мало различаются в слоях с различными подложками и темновой спад в отдельных участках подчиняется экспоненциальному закону, то можно заключить, что при темновом спаде потенциала инжекция носителей тока из подложек не играет определяющую роль. Экспоненциальный характер спада свидетельствует о том, что разрядка электрофотографического слоя CdJnGaS<sub>4</sub> обусловлена либо генерацией носителей тока из поверхностных уровней, либо из объемных локальных уровней.

Из рис. 1—3 видно, что в начальном участке процесса потенциал спадает быстрее, чем в остальных участках.

Наши исследования [5] показали, что в запрещенной зоне монокристаллов CdJnGaS<sub>4</sub> существует достаточно большое число ( $10^{16} \pm 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ) мелких уровней прилипания и в равновесном состоянии эти уровни являются пустыми. При зарядке электрофотографического слоя, изготовленного на основе этого полупроводника часть этих мелких уровней прилипания может быть заполнена под действием сильного электрического поля. Так как эффективное сечение захвата

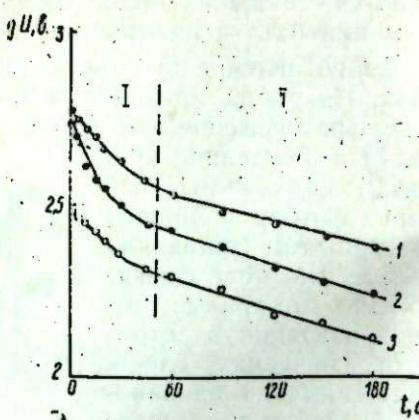


Рис. 3. Темновой спад отрицательно заряженных (1, 3) и положительно (2) заряженных электрофотографических слоев CdJnGaS<sub>4</sub>, нанесенного на металлическую (1, 2) и бумажную (3) подложки.

этих уровней достаточно мало ( $10^{-21} \div 10^{-22} \text{ см}^2$ ) [5], за счет быстрой термической генерации носителей тока из этих уровней создаются в объеме свободные носители тока и дрейфуют под действием поля до нейтрализуемого заряда, что обуславливает спад потенциала. В начальной стадии спада потенциала (участок I) решающую роль могут играть объемные уровни. Скорость дальнейшего спада потенциала уменьшается (участок II) и здесь, по-видимому, определяющую роль играет генерация носителей тока из поверхностных уровней, созданные во время осаждения заряженных ионов воздуха. Такой вывод подтверждается еще тем фактом, что характер спада потенциала отрицательно и положительно заряженных слоев различается только в начальных участках (участок I). Дальнейший характер спада (участок II) обеих потенциалов почти одинаков. Такой экспериментальный факт, по-видимому, обусловлен тем, что, так как уровни прилипания по-разному влияют на спад потенциала положительно и отрицательно заряженного слоя, то это должно оказаться на характере спада потенциала, что имеет место в начальной стадии процесса (участок I). Условия осаждения отрицательного и положительного зарядов одинаковы, что, вероятно, обеспечивает одинаковый характер дальнейшего спада потенциала (участок II).

#### Литература

- Гайдялис В. И., Маркевич Н. Н., Монтриас Э. А. Физические процессы в электрофотографических слоях ZnO. Вильнюс, 1968.
- Греиниши С. Г., Тауратис А. С. Электрофотография и магнитография. Вильнюс, 1972, стр. 231.
- Гайдялис В. И., Монтриас Э. А., Матуленис А. Ю., Вищакас Ю. К. Литовский физический сб., т. 6, вып. 2, стр. 263, 1966.
- Греиниши С. Г., Подвигалкин П. М. Сб. Электрофотография и магнитография. Вильнюс, 1959, стр. 251.
- Абдуллаев Г. Б., Агаев В. Г., Мамедов Н. Д., Нани Р. Х., Салаев Э. Ю. ФТП, т. II, вып. 1, 1977.

Институт физики

Поступило 9. III 1977.

Б. Б. Абдуллаев, В. Г. Агаев, Н. Ч. Мамедов, Р. Х. Нани

CdJnGaS<sub>4</sub> ӘСАСЫНДА ҺАЗЫРЛАНМЫШ ЕЛЕКТРОФОТОГРАФИК ТӘБӘГӘЛӘРИН БОШАЛМА КИНЕТИКАСЫ ҺАГЫНДА

Мәгәләдә CdJnGaS<sub>4</sub> электрофотографик тәбәгәләрниннан сәті потенциалының азалмасы тәлгіг олумушшудур. Мүәյәзи едилмишилір ки, CdJnGaS<sub>4</sub> тәбәгәсі һәм мәнфи, һәм дә мүсбәт потенциалла йүкләнір және потенциалы азалмасында һәлледици ролу һәчми вә сәттің сәвијәләрдән յараңан йүкдашылычылар ойнајыр.

G. B. Abdullaev, V. G. Agaev, N. D. Mamedov, R. Kh. Nani  
ABOUT THE DISCHARGE KINETICS OF THE ELECTROPHOTOGRAPHIC LAYERS PREPARED ON THE BASIS OF CdZnGaS<sub>4</sub>.

Decay of the surface potential of the electrophotographic layer of CdZnGaS<sub>4</sub> have been investigated. It is shown, the layers of CdZnGaS<sub>4</sub> load negative as well as positive. The generation of the current carriers from volume and surface states plays the dominant part during potential discharge.

УДК 621.315.592

## ФИЗИКА

А. Ш. АБДИНОВ, А. Г. КЫЗЫМ-ЗАДЕ, А. А. АХМЕДОВ

## ПОЛЕВОЕ ГАШЕНИЕ ОСТАТОЧНОЙ ФОТОПРОВОДИМОСТИ В МОНОКРИСТАЛЛАХ JnSe

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)

Изучение методов эффективного стирания информации, хранимой в элементах памяти, действующих на основе остаточной фотопроводимости (ОП) [1] в полупроводниках, представляет значительный интерес как с технической, так и с чисто научной точек зрения. Для этой цели применяются различные способы, т. е. в полупроводниках ОП стирается температурой, примесной ИК подсветкой или электрическим полем. В работах [2, 3] нами показано, что ОП в полупроводнике JnSe может стираться как температурой, ИК подсветкой, так и электрическим полем. Наиболее перспективным в этом отношении следует считать, по-видимому, гашение ОП электрическим полем. Однако возможности и физическая природа этого явления в значительной мере еще неясны. Причем, эта неясность относится не только к монокристаллам JnSe, а является нерешенной проблемой почти для всех полупроводников со свойством ОП. Например, некоторыми авторами принимается полевой механизм [4], другие объясняют полевое гашение ОП джоулем нагревом образца [5]. Неизвестно также влияние уровней прилипания и контактов на гашение ОП электрическим полем и т. д.

Поэтому перед нами была поставлена цель более подробно изучить гашение ОП электрическим полем в монокристаллах JnSe и на основе полученных экспериментальных зависимостей по возможности уточнить ее природу.

**1. Образцы и методика измерений.** Мы использовали образцы срезанные из крупных монокристаллических слитков JnSe, выращенных методом медленного охлаждения при постоянном градиенте температур вдоль слитка [8]. Контакты получались вплавлением в вакууме, припаиванием в открытом воздухе или нанесением металлических паст. В качестве контактного материала служили Jn, Sn или Ag. Исследовались образцы как с хорошо инжектирующими, так и с почти неинжектирующими контактами. Контакты наносились так, чтобы ток протекал вдоль слоев. Удельная проводимость изученных образцов, концентрация и подвижность свободных носителей тока в темно-

те при  $300^{\circ}$  К оказались  $10^5 \div 10^6 \text{ ом} \cdot \text{см}$ ,  $10^{12} \div 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ,  $80 \div 100 \text{ см}^2 / \text{в.сек}$  соответственно. С понижением температуры до  $77^{\circ}$  К эти параметры уменьшались до  $10^6 \div 10^7 \text{ ом} \cdot \text{см}$ ,  $10^{10} \div 10^{11} \text{ см}^{-3}$  и  $20 \div 40 \text{ см}^2 / \text{в.сек}$  соответственно.

**2. Вольтамперные характеристики.** Изучены статические ВАХ в образцах как со слабо инжектирующими контактами, так и в образцах с достаточно хорошо инжектирующими контактами. В образцах первой группы в исходном состоянии, в широком интервале приложенного напряжения (до  $E \leq 250 \text{ в/см} \leq 250 \text{ в/см}$ ), ВАХ имела почти линейный характер, т. е. не происходила инжекция. А затем при более высоких полях ( $E > 250 \text{ в/см}$ ) наблюдался суперлинейный участок, который был обусловлен инжекцией (рис. 1, кр. 1). Если образцы предварительно были освещены светом и в них создано ОП, то после этого их ВАХ оказывались нестабильными. В этом случае при относительно малых напряжениях ток возрастает довольно круто, потом наступает сублинейная область с последующим переходом в область ОДП (рис. 1, кр. 2). После этого при снижении напряжения в обратном направлении ток оказывается значительно меньшим, чем при соответствующих напряжениях в прямом направлении, т. е. в процессе измерения ВАХ в направлении роста напряжений происходит гашение ОП. Однако полное разрушение ОП до темновой проводимости не происходит.

В изученных образцах JnSe гашение ОП обнаружено также при воздействии кратковременных электрических импульсов. При этом гасящее влияние отдельных импульсов складывается (рис. 2, а, кр. 1; рис. 2, б, кр. 1) и максимальное гашение ОП происходит при воздействии первого импульса. С дальнейшим ростом числа импульсов их гасящее действие уменьшается.

**3. „Обратная“ релаксация проводимости.** После прекращения гасящего импульса при низких температурах ( $T \leq 120^{\circ}$  К) наблюдается „обратная“ релаксация проводимости. Причем, с ростом числа гасящих импульсов амплитуда „обратного“ тока (рис. 2, б, кр. 2) и время „обратной“ релаксации уменьшаются.

В образцах с хорошо инжектирующими контактами наблюдается несколько иная ситуация. При этом амплитуда „обратного“ тока и время „обратной“ релаксации почти не меняются с ростом числа последовательных импульсов (рис. 2 а, кр. 2).

**4. Температурная зависимость полевого гашения ОП.** Изучены ВАХ в состоянии ОП при различных температурах и установлено, что с ростом температуры степень гашения ОП электрическим полем (ПГОП) уменьшается. Однако при всех изученных температурах уменьшение скорости изменения тока в ВАХ (или гашение) появляется почти при одинаковых напряженностях. Последняя в изученных образцах равна приблизительно  $100 \text{ в/см}$ .

**5. Термостимулированные токи при полевом гашении ОП.** Для получения дополнительных сведений о том, что происходит в

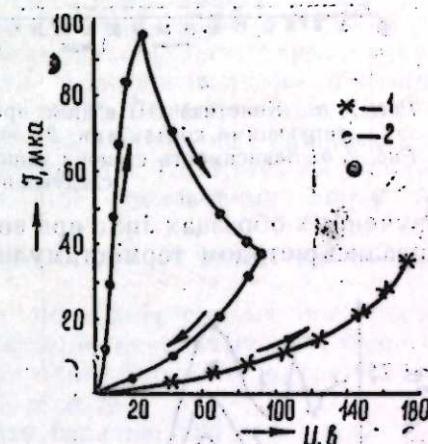


Рис. 1. Статическая ВАХ в JnSe:  
1—в исходном состоянии; 2—в состоянии ОП.

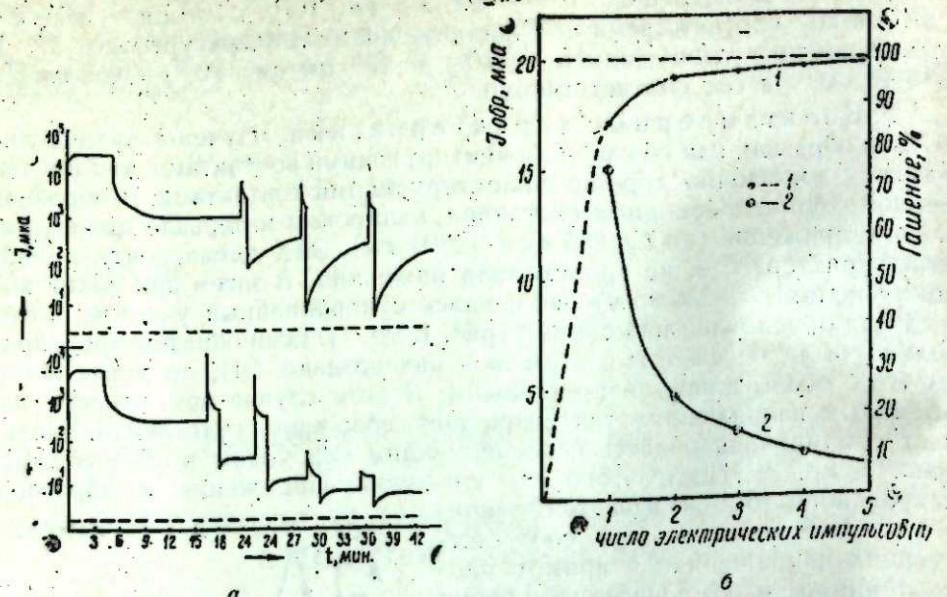


Рис. 2, а. Кинетика ОП в InSe при полевом гашении: 1—образец с неинжектирующими контактами; 2—образец с инжектирующими контактами.  
Рис. 2, б. Зависимость степени гашения (1) и „обратного“ тока (2) от числа последующих гасящих импульсов.

изученных образцах InSe при возбуждении и гашении ОП, мы воспользовались методом термостимулированных токов (ТСТ). Кривые ТСТ в изученных образцах InSe в состоянии ОП характеризуются наличием максимумов при  $T=105$  и  $145^\circ\text{K}$ . При низких уровнях ОП проявляется также слабый пик при  $T=230^\circ\text{K}$  (рис. 3). Энергетическое расстояние этих уровней, вычисленное по формуле [7].

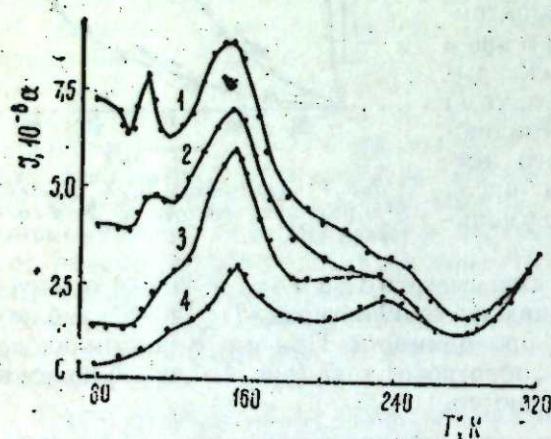


Рис. 3. Кривые ТСТ для различных уровней ОП:  
1—после фотовозбуждения при  $77^\circ\text{K}$ ; 2, 3—после частичного гашения ОП электрическим полем; 4—после гашения ОП примесной ИК-подсветкой.

происходит исчезновение максимума при  $105^\circ\text{K}$  и уменьшение площади под кривой ТСТ. Эти закономерности свидетельствуют о том, что состояние ОП сопровождается заполнением уровней прилипания. По мере гашения ОП происходит опустошение этих уровней, начиная с мелких до глубоких. На рис. 3 для сравнения приведена также кривая ТСТ после гашения ОП примесной ИК-подсветкой (кр. 4). Согласование ее с кр. 2 и 3 еще раз подтверждает, что гашение ОП электрическими импульсами имеет электронную природу.

**6. Обсуждение результатов.** Полученные в эксперименте результаты хорошо объясняются на основе барьерной модели [1, 8], возможность применения которой к изученным образцам InSe доказана ранее [2, 3]. Однако при этом необходимо учесть и влияние мелких уровней прилипания, а также процесса инжекции.

**A. Своеобразная ВАХ изученных образцов в состоянии ОП и наблюдение в них сублинейности с последующим переходом к ОДП объясняется гашением ОП электрическим полем.**

Независимость критического гасящего поля от температуры, уменьшение степени ПГОП с ростом температуры, незначительность выделяемого джоулема тепла в течение импульса свидетельствуют о полевом, а не о тепловом характере эффекта гашения ОП при воздействии внешнего напряжения.

**Б. Наблюдаемая „обратная“ релаксация проводимости после гашения ОП импульсом электрического поля обусловливается процессом установления термического равновесия между заполненными в состоянии ОП уровнями прилипания электронов и опустошенной в процессе ПГОП зоной проводимости. При этом, если уровень инжекции контактов мал, тогда с ростом числа гасящих импульсов уровни прилипания истощаются. Соответственно, амплитуда „обратного“ тока и время „обратной“ релаксации при росте числа последовательных гасящих импульсов монотонно уменьшаются. В случае хорошо инжектирующих контактов наоборот; за счет инжекции в течение каждого импульса уровни прилипания заново заполняются. Поэтому, ни амплитуда „обратного“ тока, ни время „обратной“ релаксации почти не меняются.**

Это предположение хорошо доказывается также зависимостью кривых ТСТ от степени гашения ОП.

**В. Зависимость гасящего действия последовательных импульсов от их числа, складывание гасящих действий отдельных импульсов, а также другие закономерности, которые проявлялись в эксперименте, также объясняют на основе барьерной модели.**

Таким образом, можно сказать, что гашение ОП в монокристаллах InSe при приложении достаточно больших внешних напряжений имеет полевую природу, а не тепловую. Процесс ПГОП хорошо объясняется на основе барьерной модели. При этом, необходимо учесть влияние инжекции и уровней прилипания на процесс ПГОП.

#### Литература

1. Шейникман М. К., Шик А. Я. ФГП, 10, 2, 9, 1976. 2. Абдинов А. Ш. Кязымзаде А. Г. ФТП, 9, 1960, 1975. 3. Абдинов А. Ш., Кязымзаде А. Г. ФТП, 9, 2135, 1975. 4. Карпович И. А., Звоцков Б. Н., Ризаханов М. А. ФТП, 12, 2220, 1970; Кирьяшкина З. И., Названов В. Ф., Филиппенко В. Я. В сб. „ЭПФ“, 63, Киев, 1975. 5. Гольдман А. Г., Жолкевич Г. А., Васюков А. Е. ФТП, 6, 835, 1972. 6. Мехтиев Р. Ф., Абдуллаев Г. Б., Ахундов Г. А. ДАН Азерб. ССР, 18, 11, 1962. 7. Бюб Р. Фотопроводимость твердых тел. ИЛ, 1962. 8. Шейникман М. К., Маркевич И. В., Хвостов В. А. ФТП, 5, 1904, 1971.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 12. IV 1977

Э. Ш. Абдинов, А. Н. Казымзадэ, А. Э. Энмэдов

#### InSe МОНОКРИСТАЛЛАРЫНДА ГАЛЫГ ФОТОКЕЧИРИЧИЛИИН САҢЭ ИЛЭ СӨНДҮРУЛМЭСИ

Мәгәләдә InSe монокристалларында галыг фотокечиричилиин электрик саңаси вактесилә сөндүрүлмә наисәси тапталыштыр.

Сөймә наисәси статик импульс режиминде инжекция етдиричи ва инжекция етдиримән контакттар налында өјрәнилшишdir. Нәтичәдә ашкар едилишишdir ки

InSe-дэ сөнмэ һадисәси саһә характерлидир. Бу һалда галыг фотокечиричилеңгән электрик саһәси илә сөндүрүлмасинин бүтүн хүсусијәтләри барјер модели эсасында изаһ олуунур. Лакин бу һалда һәмчинин инжекция етдиричи контактларын вә тутишын вијеләринин тә'сирини дә нәзәрә алмаг лазымды.

A. Sh. Abdinov, A. G. Kyazym-zade, A. A. Akhmedov

## ELECTRICAL QUENCHING OF PHOTOELECTRICAL MEMORY IN InSe

Electrical quenching of photoelectrical memory in InSe single crystals is investigated. It is shown, that the electrical quenching is phenomena of high field. The results were explained according to the barrier model.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘР АҚАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРУЗӘЛӘРИ  
ДОКЛАДЫ АҚАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXIII чилд

№ 8

1977

УДК 541.15

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

М. А. НАДЖАФОВА, В. А. ШАРПАТЫЙ

## О ПРЕВРАЩЕНИЯХ РАДИКАЛОВ В ОБЛУЧЕННОМ ГЛЮКОЗАМИНЕ и N-АЦЕТИЛГЛЮКОЗАМИНЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР С. Д. Мехтиевым)

В продолжение исследований свойств радикалов, образующихся при  $\gamma$ -облучении глюкозамина [1], методом ЭПР изучались превращения радикалов в облученных поликристаллических препаратах солянокислого глюкозамина (ГА. НСl) и N-ацетилглюкозамина (ГА-N-Ас). В этих соединениях углеводный фрагмент присутствует в циклической форме. В циклической же форме моноаминосахара или их N-ацетилзамещенные присутствуют в гликопротеинах в качестве мостиковых структурных единиц, связывающих полипептидные цепочки с поли- или олигосахаридами [2]. Предполагается поэтому, что установление природы радикалов и изучение их свойств в указанных соединениях позволит оценить роль поражения этих звеньев при облучении гликопротеинового комплекса.

Вакуумированные образцы облучались при 77°К. Методика облучения образцов и регистрация спектров ЭПР не отличалась от описанной ранее [1]. На рис. 1 и 2 представлены спектры ЭПР-облученных ГА.НСl и ГА-N-Ас, записанные непосредственно при 77°К и после разогревания образцов до определенной температуры (см. подписи к рисункам). Проведенный анализ спектров позволил идентифицировать в облученных соединениях часть из образующихся радикалов. Характеристики линий ЭПР и радикалов приведены в таблице.

Как видно из представленных на рис. 1 и 2 данных, форма спектров ЭПР по мере термоотжига образцов изменяется. Характерной особенностью изменения спектра облученного ГА НСl, разогревавшегося в интервале температур 77°–337°К, является возникновение пятикомпонентной линии с соотношением интенсивности эквидистантных компонент, близким биномиальному (1:4:6:4:1), если ввести поправку на иерархичность сверхтонкой структуры (СТС) спектра. Обнаружено, что одновременно с появлением квинкета в спектре и возрастанием интенсивности его компонент по мере разогревания образца наблюдается уменьшение интенсивности компонент первоначально регистрируемой дублетной линии. На рис. ЗА представлены кривые зависимостей изменения компонент спектра „а“ (дублета) и „б“ (квинкета)

тета) от температуры образца (обозначения "а" и "б" см. на спектрах рис. 1). Из этих данных можно было сделать вывод о том, что в облученном ГА·HCl происходит превращение радикалов:  $R_2 \rightarrow R_1$

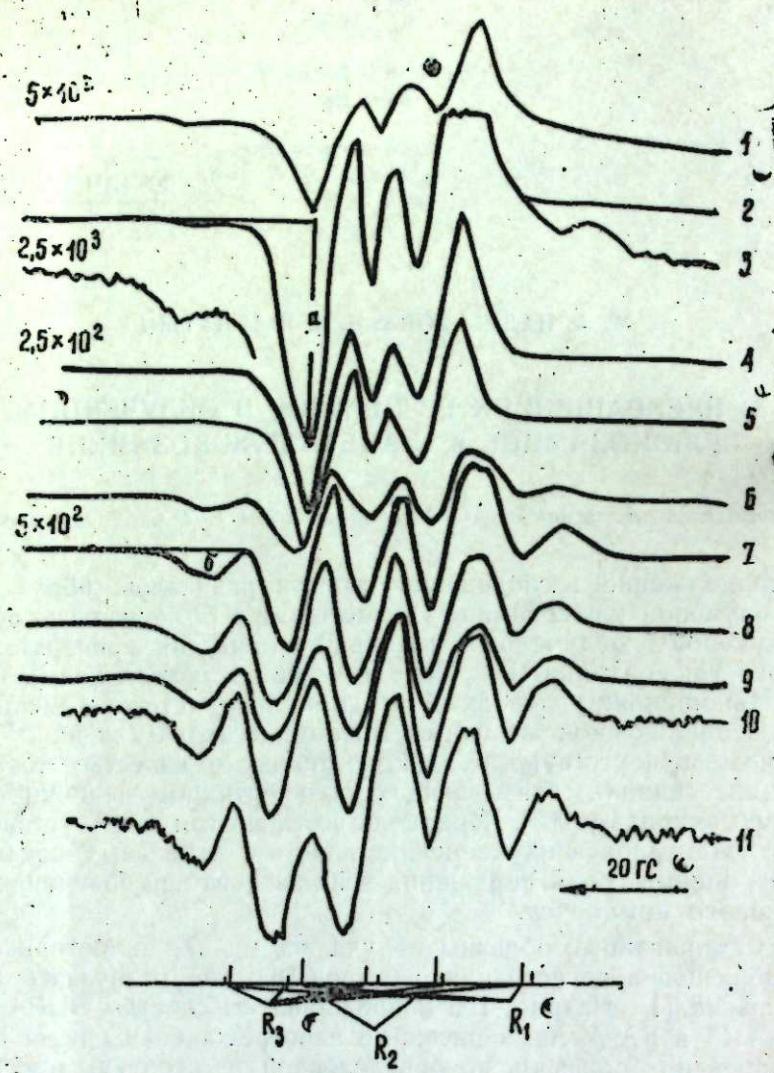


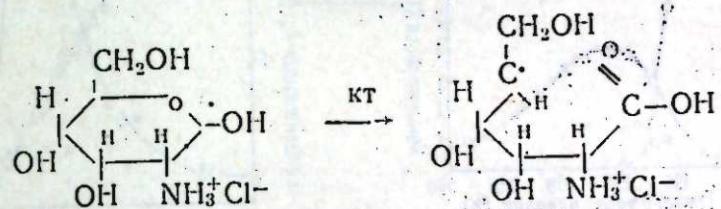
Рис. 1. Спектры ЭПР облученного при 77°К поликристаллического вакуумированного препарата солянокислого глюказамина, записанные при 77°К (1) и при более высоких температурах: 2, 3—при 77°К; 4—при 168°К; 5—при 201°К; 6—при 215°; 7—при 218°; 8—при 243°К; 9—при 274°К; 10—при 292°К; 11—при 337°К; слева указано усиление сигнала, доза—1 Мрад.

(см. таблицу). Учитывая характеристики спектров ЭПР и структуру молекулы ГА·HCl, приписываем радикалу с квинтетной СТО структурой, в которой свободная валентность локализована на  $C_5$ , а радикал этот образуется в результате изомеризации первичного радикала с дублетной СТС, радикала, в котором свободная валентность локализована на  $C_1$ . Характеристики спектра ЭПР этого радикала (таблица) аналогичны характеристикам радикала  $\dot{C}_1$ , обнаруженного в случае радиолиза водных замороженных растворов глюкозы [3]. Обсужда-

Характеристика спектров ЭПР и радикалов, идентифицированных в облученных при 77°К препаратах солянокислого глюказамина (ГА·HCl) и N-ацетил-замещенного глюказамина (ГА-N-Ac)

Радикал	С. Т. С.	$\Delta H_{\text{max}}$ общ.	$\Delta H_{\text{рас-}}\text{щепл.}$	g-фак- тор	Предлагается структура	Температурная обл. регистр., °К.
ГА·HCl	$R_1$	1	6	—	Возмож. ГА— $\dot{C}_1$	77—215
	$R_2$	1:1	39	26	2,002	77—290
	$R_3$	1:4:6:4:1	90	20	2,003	215—337
ГА-N-Ac	$R_4$	1:1	42	—	?— $\dot{C}(\text{OH})$ , кроме $\dot{C}_1$	77—150
	$R_A$	1:1	15,5	12,5	— $\text{C}(=\text{O})-\dot{\text{C}}\text{H}$	95—180
	$R_5$	1:2:1	67	—	2Н $\alpha$ или 1Н $\alpha$ и 1Н $\beta$	77—130
	$R_6$	мало	45	—	?	77—180
	$R_7$	1:1	30	20	1Н	77—180

мый процесс превращения радикала можно представить следующим образом



подобно тому, как это наблюдалось в случае термоотжига облученных водных замороженных растворов полиглюкозина [4]. Подчеркнем, что в отличие от ГА·HCl в случае водных замороженных растворов глюказамина, взятого в виде основания, такой процесс превращения радикалов не регистрируется [1].

При термоотжиге облученного ГА-N-Ac также наблюдается изменение формы спектра ЭПР по мере разогревания образца. Однако процессы превращения радикалов, как можно заключить из представленных на рис. 2 спектров ЭПР, несколько отличаются от регистрируемых в случае термоотжига ГА·HCl. Анализ спектров показал, что в этом случае основным процессом

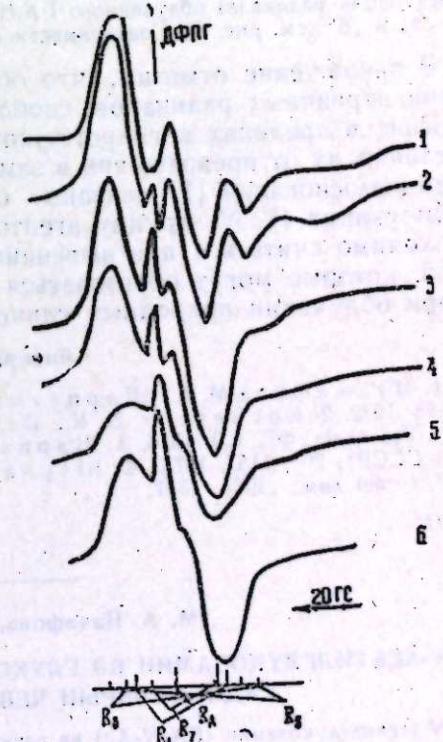


Рис. 2. Спектры ЭПР облученного при 77°К поликристаллического, вакуумированного препарата N-ацетилглюказамина, записанные при 77°К после облучения (1) и после термоотжига образца при комнатной температуре в течение разного периода времени: 2—7 сек; 3—10 сек; 4—13 сек; 5—14 сек; 6—16 сек.

является процесс образования радикалов аллильного типа (см. таблицу). Характеристики радикала  $R_A$  аналогичны зарегистрированным в случае радиолиза водных замороженных растворов глюкозы [3] и полисахаридов [4]. Радикалы аллильного типа в углеводах образуются в результате дегидратации первичных радикалов, образующихся в результате разрыва связей C—H. Как следует из анализа спектров ЭПР, таким первичным радикалом  $R_4$  в случае ГА-N-Ac является радикал, обладающий линией в  $H_{max}$ -42 Гц. Вывод о протекании процесса  $R_4 \rightarrow R_A$  иллюстрируется графиками зависимости изменения интенсивности компонент линий  $R_4$  („а“) и  $R_A$  („б“) в спектре ЭПР ГА-N-Ac (рис. 2) от температуры облученного образца (рис. 3, Б).

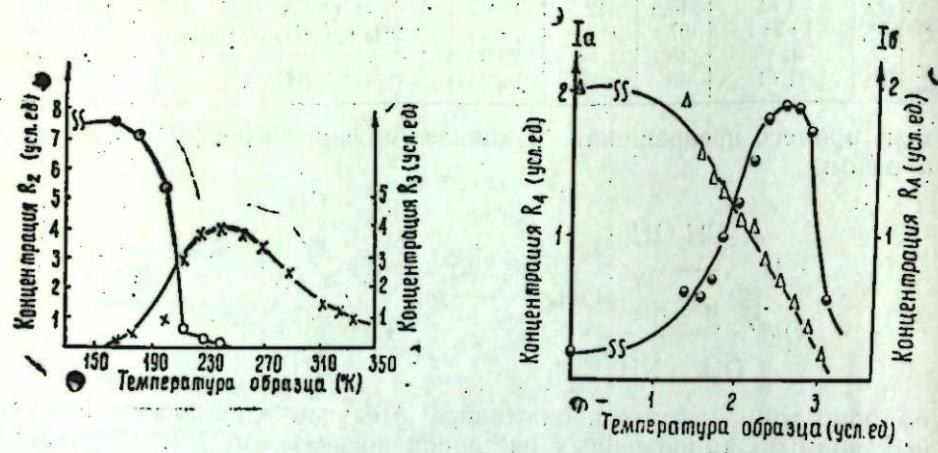


Рис. 3. Изменение интенсивности компонент спектров ЭПР (пропорциональна концентрации радикала) облученного ГА-HCl (A)— „а“ и „б“ (см. рис. 1) и ГА-N-Ac (Б)— „а“ и „б“ (см. рис. 2) в зависимости от температуры образцов.

В заключение отметим, что обнаруженные особенности превращения первичных радикалов, свободная валентность у которых локализована в пределах ангидроглюкозного цикла ГА-HCl и ГА-N-Ac, и отличие их от превращений в замороженных водных растворах глюкозамина-основания [1] связаны, очевидно, с различиями в природе блокирующих  $H_2 N$ -группу агентов ( $HCl$  и  $-COCH_3$ ). С этим фактом необходимо считаться при выяснении механизмов превращения радикалов, которые могут образоваться в мостиковых звеньях глюкозамина при облучении природных гликопротеиновых комплексов.

#### Литература

- Наджафова М. А., Шарпатьи В. А., Эмануэль Н. М. ДАН СССР, 202, 128, 1972.
- Кочетков Н. К., Дегревитская В. А., Агбатский Н. Р. Ерг. J. Bio chem., 67, 129, 1976.
- Шарпатьи В. А., Султанходжева М. Н. ДАН СССР, 208, 1157, 1973.
- Шарпатьи В. А., Гольдин С. И. Изв. АН СССР, серия хим., 1971, 1367.

ИНХП

Поступило 21.III 1977

М. А. Нәчәфова, В. А. Шарпатьи

#### N-АСЕТИЛГЛУКОЗАМИН ВЭ ГЛУКОЗАМИНДЭ ШУАЛАНДЫРЫЛМЫШ РАДИКАЛЛАРЫН ЧЕВРИЛМЭСИНЭ ДАИР

*N*-асетилглюкозамин (ГА-N-Ac) вэ глюкозаминни туршу дузунуи (ГА-HCl) шуаландырмыши поликристал нүмүнәләриндэ радикалларын чеврилмәси слектрон пара.

магнит резонансы (ЕПР) үсулу илдәнгиг едилir. Сәрбәст валентлиji ГА-HCl- вэ ГА-N-Ac айндиоглюкоza лөврүндэ јерләшән илк радикалларын мушаңидә олумыш чеврилмәсн хүсусијәтләри вэ онларны эсас—глюкозаминни дондурумуш су мәннеләрләрдакы чеврилмәләриндән фәрги-јөгни ки, блоклајычи  $H_2 N$ -группу акентләрләrin (HCl вэ  $-COCH_3$ ) тәбиэтиндәки фәргләрлә элагәдардир. Гликопротеин комплексләрини шуаландыран заман глюкозаминни көрпү һәлгәләриндэ ярана билән радикалларын чеврилмәснин изән едәркән бу факта лесаблашмаг лазымды.

M. A. Nadzhafova, V. A. Sharpatyi

#### ON TRANSFORMATIONS OF RADICALS IN IRRADIATED GLUCOSAMINE AND N-ACETYL GLUCOSAMINE

Transformations of radicals in glucosamine ( $H\cdot Cl$ ) and *N*-acetyl glucosamine (GA-N-Ac) were studied by EPR method. Detected feature of transformation of primary radicals and their difference from the transformations in chilled aqueous glucosamine-base is related to the differences in nature of agents ( $H\cdot Cl$  and  $-COCH_3$ ) blocking  $H_2 N$ -group.

СТРАТИГРАФИЯ

Т. Аб. ГАСАНОВ, З. К. КУЛИЕВ, Ш. А. БАБАЕВ

**УСТАНОВЛЕНИЕ ВЕРХНЕСАНТОНСКИХ ОТЛОЖЕНИЙ  
В РАЙОНЕ с. КАРЫКАХА (ГОЧАССКИЙ СИНКЛИНОРИЙ)**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. А. Кашиаем)

Район с. Карыкаха расположен в 1,5 км к северо-западу от пос. Лачин, левее от магистральной дороги Лачин—Шальва; в тектоническом отношении входит в СВ крыло Гочасского синклинория. Здесь широко развиты вулканогенно-осадочные отложения нижнего сантония, которые по данным В. И. Славина [2], В. П. Ренгартина [1] и нашим наблюдением в 1975 г. согласно перекрываются известковистыми гравелитами и песчанистыми известняками верхнего сантония. Последние, по мнению многих исследователей [1, 2, 4], отсутствуют в северо-западной части пос. Лачин и в районе с. Карыкаха. Однако нашими детальными геолого-съемочными работами, проведенными в 1975 г. выяснено, что отложения верхнего сантония имеют широкое площадное развитие в районе с. Карыкаха (рис. 1).

Здесь верхний сantonий литологически представлен известковистыми гравелитами, гравелистыми и глинистыми известняками, песчаниками, туффитами и мелкообломочными туфоконгломератами андезитового состава серого, светло-зеленоватого и светло-голубоватого цветов с общей мощностью 70—110 м.

Верхнесантонский возраст устанавливается на основании *Praesorites mouretii* Douv., *Orbitoides tissoti* Schiumb., *O. tissoti* var. *douvillei* (*Silvestri*), *O. tissoti* var. *densa* Neumann (определение Ш. А. Бабаева), собранные среди известковистых гравелитов и гравелистых известняков в 0,4 км к СЗ и ЮВ от окраины с. Карыкаха и в 0,5 км к СЗ от пос. Лачин.

Характерной особенностью отложений верхнего сантония является преобладание туффитов в нижней части, а гравелитов и гравелистых известняков в верхней части разреза. Эти отложения в районе с. Ка-

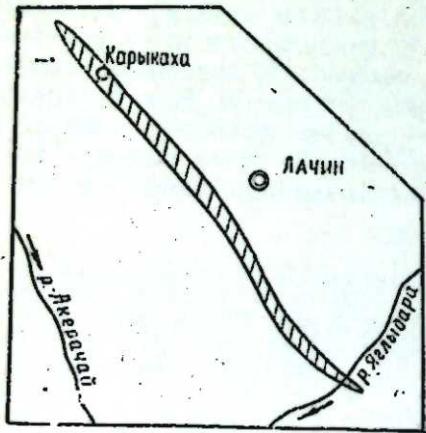


Рис. 1. Схема распространения верхнесантонских отложений (заштрихован) в районе с. Карыках.

рыкаха заполняют мульду, сжатую синклинальной складкой северо-западного простирания (300—320°) и прослеживаются, начиная в 0,6 км к СЗ от окраины с. Карыкаха через пос. Лачин до левобережья р. Яглыдара на юго-востоке и срезаются вдоль разлома. Северо-западная оконечность отложений верхнего сантония покрыта мощными четвертичными образованиями. Юго-западная граница отбивается четко, так как повсюду они согласно перекрывают темно-серые мелкообломочные туфоконгломераты нижнего сантония, а северо-восточная граница их тектоническая с нижне- и верхнемеловыми образованиями. Разлом имеет северо-западное (320°) простирание с падением на ЮЗ под углом 75—85°.

В районе с. Карыкаха возраст отложений верхнего сантония по региональным соображениям А. Г. Халиловым, Г. А. Алиевым и Р. Б. Аскеровым [3] принят как турон\*. Отложения верхнего сантония, начиная от СВ окраины с. Карыкаха до пос. Лачин, приведены в тектонический контакт с известняками готерива, а от пос. Лачин до р. Яглыдара — с песчано-глинистыми сланцами альба и нижнего турона (рис. 2).

Для наглядности приводится послойный разрез верхнесантонских отложений, снятых в 0,5 км к северо-западу от окраины с. Карыкаха. Азимут падения пород СВ 30—40°, аз. направления разреза СВ 40°. Над среднеобломочными туфоконгломератами нижнего сантония согласно залегают:

1. Темно-серые слабоизвестковистые туффиты. Мощность — 10 м.
2. Чередование серых, слабоизвестковистых туффитов с туфогравелитами при преобладании последних. Среди туфогравелитов редко встречаются линзы гравелистых известняков. Как в последних, так и в туфогравелитах собраны орбитоиды: *Orbitoides tissoti* Schiumb., *O. tissoti* var. *douvillei* (*Silvestri*), *O. tissoti* var. *densa* Neumann.
3. Серые, сильно гравелистые известняки, содержащие *Orbitoides tissoti* var. *douvillei* (*Silvestri*). Мощность — 2 м.
4. Чередование серых туфогравелитов с темно-серыми мелкообломочными туфоконгломератами при преобладании первых. Обломки туфоконгломератов представлены эпидотизированными авгитовыми и плагиоклазовыми порфиритами. Мощность — 22 м.
5. Чередование серых, сильно известковистых туффитов с гравелистыми известняками. Среди последних собрана *Orbitoides tissoti* Schiumb., *O. tissoti* var. *densa* Neumann.

Под микроскопом структура известковистых туффитов литоклассическая и псаммитовая. В породе пирокластический материал и цементирующая известковая масса по количеству почти равны. Пиро-

\* Именно в этих местах в дальнейшем, если удастся обнаружить туронскую фауну, то она, по всей вероятности, будет переотложенной.

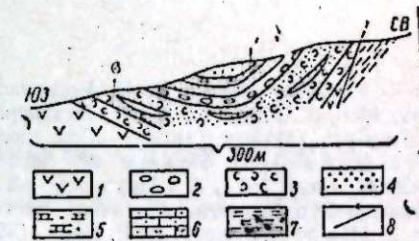


Рис. 2. Схематический профиль взаимоотношения верхнесантонских отложений с нижнесантонскими и альбскими образованиями СЗ с. Карыкаха: 1 — порфиры и пирокластиты нижнего сантония; 2 — мелкообломочные туфоконгломераты; 3 — туффиты; 4 — туфогравелиты; 5 — известковистые гравелиты; 6 — песчанистые и гравелистые известняки; 7 — песчано-глинистые сланцы альба; 8 — взбросы.

клэсты представлены угловатыми, слабоокатанными обломками андезито-базальтов и гиалобазальтов. Кластический материал цементирован разнозернистым карбонатом калия с органическими остатками. Среди последних присутствуют поперечные срезы орбитоидов. Мощность — 11 м.

Общая мощность отложений в данном разрезе составляет 75 м, а увеличиваясь в ЮВ направлении, доходит до 110 м.

В заключение следует отметить, что установление отложений верхнего сантонса, начиная с района с. Каракаха через пос. Лачин до р. Яглыдара, значительно расширяет площадь распространения их на северо-восточном борту Гочасского синклиниория Малого Кавказа, на что ранее не было обращено должного внимания.

#### Литература

- Ренгартен В. П. Региональная стратиграфия СССР, т. 6, изд. АН СССР, М., 1959.
- Славин В. И. Стратиграфия и тектоника центральной части Карабахского хребта (Малый Кавказ). «Сов. геол.», № 6, 1945.
- Халилов А. Г., Алиев Г. А., Аскеров Р. Б. Нижний мел юго-восточного окончания Малого Кавказа. Изд-во «Элм», Баку, 1974.
- Шихалибейли Э. Ш. Геологическое строение и история тектонического развития восточной части Малого Кавказа (в пределах Азербайджана), т. 2. Изд-во АН Азерб. ССР. Баку, 1964.

Управление СМ Азербайджанской ССР  
по геологии

Поступило 22.II 1977

Т. Э. Җасанов, З. Г. Гулиев, Ш. Э. Бабаев

#### ГАРИКАНА КӘНДИ ӘТРАФЫНДА УСТ САНТОН ЧӘҚҮНТҮЛӘРИНИН ЈАЙЛМАСЫНА ДАИР (ГОЧАС СИНКЛИНОРИСИ)

Мүәллифләrin апардыглары тәдгигатлар иттихәсийдә Гарыкана кәнді әтрафында илк дәфә Уст Сантон яшлы чәқүнтуләрин яйылдыры мүәјҗән олунмушдур. Умуми га-лынылығы 70—110 м олар бу чәқүнтуләр туффитләр, туфогравелитләр, туфоконгломератләр, гравелитлі әһәнкдашларының иөвбәләшмәси илә тәмсил едилмишидир.

Гарыкана кәндидән Яглыдәрә чајына гәдәр саһәдә Уст Сантонуны мүәјҗән едилмәси һәмниң яшлы чәқүнтуләрин Гочас синклиниорисинин шимал-шәрг ганадында яйылма саһәсииң әһәмијәтли дәрәчәдә кенишләндир.

T. Ab. Gasanov, Z. K. Guliyev, Sh. A. Babayev

#### ASCERTAINMENT OF UPPER SANTON SEDIMENTS IN GARIKAHA VILLAGE AREA (GOCHAS SYNCLINORIUM)

The authors for the first time have revealed spreading of Upper Santon sediments near Garikaha village. These sediments having general thickness of 70—110 meters are presented by alternating of tuffites, tuff-gritstones, tuff-conglomerates, gravel limestones and etc.

The ascertainment of Upper Santon sediments starting at Garikaha village through Zachin toron up to Jaglydare river extends considerably their distribution area on north-east edge of Gochas synclinorium of Minor Caucasus. This fact was not given proper attention.

АЗӘРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЯСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXIII чилд

№ 8

1977

УДК 582. 35. 91 /C 4/

#### СИСТЕМАТИКА РАСТЕНИЙ

А. М. АСКЕРОВ

#### НОВЫЕ ДАННЫЕ О ПАПОРОТНИКООБРАЗНЫХ КАВКАЗА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. Г. Абуталыбовым)

Кавказ — один из интереснейших ботанико-географических регионов земного шара, где произрастает много древних, редких и эндемичных видов. К числу древнейших представителей Кавказской флоры относятся папоротникообразные (плауны, хвощи и папоротники).

Наиболее подробные сведения об этой группе растений Кавказа приведены А. В. Фоминым [18]. В его работе содержатся данные о 76 видах птеридофитов (папоротникообразных), относящихся к 26 родам и 8 семействам, причем все таксоны сопровождались обширной синонимикой, латинским описанием и сведениями о географическом распространении. Позднее эти данные были опубликованы в ви-

СЕМЕЙСТВО	Количество родов и видов (в скобках)				
	Азерб. ССР	Арм. ССР	Груз. ССР	Сев. Кавказ	Кавказ
1. Huperziaceae	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)
2. Lycopodiaceae	—	—	3 (5)	2 (2)	3 (3)
3. Equisetaceae	1 (6)	1 (6)	1 (9)	1 (10)	1 (10)
4. Selaginellaceae	1 (1)	1 (1)	1 (2)	1 (2)	1 (2)
5. Ophioglossaceae	2 (4)	2 (2)	2 (3)	2 (2)	2 (4)
6. Osmundaceae	—	—	1 (1)	—	1 (1)
7. Sinopteridaceae	2 (3)	2 (2)	2 (2)	2 (3)	2 (3)
8. Adiantaceae	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)
9. Pteridaceae	1 (2)	—	1 (1)	—	1 (2)
10. Cryptogrammaceae	1 (1)	—	1 (1)	1 (1)	1 (1)
11. Hemionitidaceae	1 (1)	—	1 (1)	—	1 (1)
12. Hypolepidiaceae	1 (2)	—	1 (2)	1 (2)	1 (2)
13. Hymenophyllaceae	—	—	1 (1)	—	1 (1)
14. Telypteridaceae	2 (2)	2 (2)	3 (3)	3 (3)	3 (3)
15. Asplenaceae	3 (7)	3 (8)	3 (10)	3 (8)	3 (11)
16. Athyriaceae	3 (6)	3 (4)	3 (10)	3 (10)	3 (10)
17. Onocleaceae	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)
18. Asplidiaceae	3 (16)	3 (7)	3 (18)	3 (13)	3 (20)
19. Blechnaceae	—	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)
20. Polypodiaceae	1 (2)	1 (2)	1 (3)	1 (2)	1 (3)
21. Marsileaceae	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)
22. Salviniaceae	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)
	27 (59)	24 (40)	34 (78)	29 (61)	34 (85)

де монографии [15]. В стмеченной работе все внутривидовые таксоны указаны как форма (*forma*) и типы выделенных таксонов отсутствуют, что затрудняет выяснение их систематического положения. Кроме того, описанные многочисленные гибриды между внутривидовыми таксонами, по нашему мнению, не имеют систематического значения.

А. А. Гросгейм [6] для Кавказа указывает 77 видов папоротникообразных, впоследствии же им [7] в состав папоротников Кавказа были включены еще 2 вида: *Hymenophyllum tunbridgense* и *Marsilea strigosa*, обнаруженные соответственно М. Г. Поповым [12] и А. Г. Рубцовой [9].

Надо отметить, что номенклатура папоротникообразных за последние годы подвергалась существенным изменениям, и поэтому в работах А. В. Фомина [15, 18] и А. А. Гросгейма [6, 7] деление этих групп растений на семейства и роды не соответствует современным представлениям. Достаточно указать, что кавказские виды рода *Dryopteris* Adans. s. lat. в настоящее время относятся к 5 самостоятельным родам, объединяемых в 2 семейства. Кроме того, в последние годы собрано много ценных гербарных материалов (особенно сборы А. Г. Долуханова, И. А. Микеладзе, Л. М. Патарая, Э. Габриэляна, Д. Очнаури и др.), позволяющих уточнить распространение ряда видов папоротников на Кавказе.

В результате просмотра обширных материалов, хранящихся в гербариях БИН АН СССР (LE) и ботанических учреждениях Закавказья (BAK, TBI, TGM, ERE) а также "Флор" и "Определителей" и некоторых зарубежных публикаций мы установили, что на Кавказе произрастает 86 видов папоротникообразных, относящихся к 34 родам и 22 семействам (за исключением гибридогенных).

Нами рассматриваются те семейства папоротникообразных, по которым автором выявлены новые данные как по личным сборам, так и литературным источникам.

#### EQUISETACEAE—ХВОЩЕВЫЕ

Эта группа на Кавказе имеет 10 видов [7]. Нами уточнено распространение азербайджанских видов. Среди гербарных материалов, собранных автором в 1974 г. в Нахичеванской АССР, оказались новыми для флоры Азербайджана 2 вида—*E. pratense* и *E. fluviatile*. Единственный экземпляр *E. hyemale*, собранный в Дивичинском районе (сел. Селимоба) Ф. Алексеенко в 1900 г. и хранящихся в гербарии БИН АН СССР, на основе которого этот вид приведен для флоры Азербайджана, является переходной формой. Таким образом, вопрос о распространении этого вида в Азербайджане требует дополнительного исследования. Выяснилось, что *E. arvense* для флоры Нахичеванской АССР пропущен во "Флоре Азербайджана" [9].

#### OPHIOGLOSSACEAE—УЖОВНИКОВЫЕ

Это семейство на Кавказе представлено 2 родами (*Ophioglossum*, *Botrychium*) и 4 видами. Первый род включает *O. vulgatum* и *O. lusitanicum*. Вид *O. vulgatum* для флоры Армении установлен недавно: Апаранский флористический район, в дубовом редколесье, 1800 м над ур. моря [13]. Из рода *Botrychium* до последнего времени был известен только *B. lunaria*. Недавно, во время просмотра неопределенных коллекций, хранящихся в гербарии института ботаники АН Азерб. ССР, нами обнаружены два экземпляра *B. virginianum*, собранные Л. И. Прилипко (1954) в окрестностях сел. Али-Байрамлы (урочище Кемер-би-

на) Закатальского района Азерб. ССР, что является первой находкой для Кавказа.

#### SINOPTERIDACEAE—СИНОПТЕРИСОВЫЕ

Кавказские представители этого семейства относятся к 2 родам и 3 видам [7]. Для Закавказья, особенно для его засушливых регионов был указан вид *Cheilanthes persica*. Нами установлено, что экземпляры этого вида, собранные на Ашшероне Д. А. Алиевым и определенные И. И. Карагиным (Гербарий института ботаники) принадлежат *Ch. pteridoides*, и таким образом ареал этого папоротника (Дагестан, Прикаспийская часть Кавказа) расширяется в юго-восточном направлении и заходит на Ашшерон [1].

#### PTERIDACEAE—ПТЕРИСОВЫЕ

Семейство на Кавказе представлено 1 родом (*Pteris*). Вид *P. cretica* встречается в Западном Закавказье (Абхазия, Кутаиси, Аджария) и в Азербайджане (Талыш). Впервые на территории Баку в 1970 г. в заносном виде нами найдены экземпляры *P. vittata*, произраставшие на мокрых окнах одноэтажных старых домов, совместно с мелколепестником (*Erigeron crispus*), что является новым для флоры СССР [1]. Интересно отметить, что ближайшими естественными местообитаниями этого вида в Европе являются Греция и о. Крит.

#### HEMIIONITIDIACEAE—ГЕМИОНИТИДОВЫЕ

Гемионитидовые Кавказа включают один род (*Anogramma*), с единственным редким видом *A. Leptophylla* [7]. А. А. Гросгейм [7] этот вид приводит для Западного Закавказья (Поти, Супса, Батуми) и Ашшерона (ст-Пута). Впоследствии же он найден на Ашшероне (западная вершина г. Кергез и в Талыше) вблизи совхоза "Аврора" Астаринского района; в окрестностях сел. Пенсар Астаринского района; на лесном участке Насуаку в Ленкоранском районе [1, 3].

#### HYPOLEPIDACEAE—ГИПОЛЕПИСОВЫЕ

Семейство на Кавказе содержит один род—*Pteridium*, синонимика видов которого и данные об их распространении крайне запутаны. А. В. Фомин [15] из этого рода отмечает один вид—*P. Aquilinum*. Такого же мнения он [16] придерживается во "Флоре СССР". По нашему мнению, данный род на Кавказе представлен двумя хорошо обоснованными видами: *P. aquilinum*, *P. tauricum*. Первый вид на Кавказе встречается редко, преимущественно по северному склону Большого Кавказа, в лесах верхнего горного пояса. Второй вид распространен значительно шире.

#### ASPIDIACEAE—АСПИДИЕВЫЕ

В этом семействе одним из наиболее полиморфных родов является *Dryopteris* Adans. s. lat., изучению систематики которого посвящено ряд работ [2, 10, 19, 20, 21]. Кавказские виды этого рода в настоящее время относятся к родам *Dryopteris* s. str., *Gymnocarpium*, *Thelypteris*, *Oreopteris* и *Phegopteris*. Следя Ф. Джэнкину и др. [21] мы группируем представителей первого рода в 3 комплекса.

I. *Dryopteris carthusiana-dilatata complex*: 1. *D. carthusiana*, 2. *D. dilatata*, 3. *D. alexeenkoana*, 4. *D. illiana*, 5. *D. aemula*, 6. *D. assimilis*. В результате обработки собранных нами материалов из Талыша в 1970 г. первый вид выявлен как новый для Талыша, а второй — Азербайджана [3]. На основании изучения материалов

гербария Ботанического института АН Груз. ССР, нами установлено, что выявленный Ф. Джэнкинсом [20] в северо-восточной части Турции *D. aemula*, представлен и во флоре Западной Грузии. К числу папоротников Кавказа следует отнести также *D. assimilis* (Восточная Грузия, Юго-Осетинская АО). Следует отметить что описанный из Грузии И. А. Микеладзе [10] *Dryopteris kemularia* оказался ранее известным *D. xanthota*, являющимся гибридом между *D. dilatata* и *D. filix-mas*.

**II. *Dryopteris filix-mas* complex:** 1. *D. filix-mas*, 2. *D. pseudo-mas*, 3. *D. abbreviata*, 4. *D. caucasica*. Последний вид, выделенный из щитовника мужского Ф. Джэнкинсом и Х. Корли [19], спорадически встречается и на Кавказе. Этими же авторами описаны 3 новых гибрида (*D. xanthoxylon*, *D. xinitialis*, *D. xmantonia*), которые представлены и во флоре Кавказа. Кроме того, из этой группы нами обнаружен *D. abbreviata*, как новый для флоры Армении.

**III. *Dryopteris villarii* complex:** 1. *D. villarii*, 2. *D. raddeana*. Последний вид — эндем Азербайджана (Талыш).

Род *Gymnocarpium* на Кавказе представлен 2 видам *D. robertianum* и *D. dryopteris*. В гербарии Института ботаники АН Азерб. ССР хранятся экземпляры папоротников, собранные М. Р. Эфендиевым из Закатальского района (Азерб. ССР) и определенные им же, как *Cystopteris montana* [17]. По определению А. Е. Боброва, эти экземпляры принадлежат к *Gymnocarpium dryopteris*, что является первой находкой для флоры Азербайджана. Следует отметить, что предполагаемое нахождение гибридогенного вида *G. heterosporum* на Кавказе [5] нами не отмечено.

Другим полиморфным родом Аспидиевых является род *Polystichum*. Нашими исследованиями [2, 3, 11] установлено, что на Кавказе этот род насчитывает 12 видов, вместо 5, указанных А. А. Гроссгеймом [6, 7], причем 3 вида описаны как новые для науки: *P. kadygovii*, *P. xfomini*, *P. safarovii*. Известный в Азербайджане только во флоре Талыша *P. braunii*, обнаружен также и в ряде регионов Большого (Кубинский, Закатальский районы) и Малого (по реке Кошкарчай, в окрестностях оз. Гек-гель) Кавказа. Следует отметить, что признаваемый эндемом Кавказа *P. wogonowii* встречается и во флоре Турции [22]. Материалами, хранящимися в Гос. Музее Грузии, подтвердились данные о распространении этого вида в Иране [15].

#### ASPLENIACEAE—АСПЛЕНИЕВЫЕ

Особый интерес представляет род *Asplenium*, который на Кавказе имеет 10 видов<sup>1</sup> из них 4 являются эндемами Кавказа: *A. hennemannii-christi*, *A. wogonowii*, *A. pseudolanceolatum*, *A. dagestanicum*. Среди асплениумов много редких и исчезающих видов. Первый вид известен только из Абхазии (сел. Калдахвара). Единственный экземпляр *A. dagestanicum*, собранный из сел. Кураг в Дагестане, обнаружен нами в гербарии Тбилисского Государственного университета. Кроме того, нами установлено, что редкий экземпляр *A. xmitzebecki*, собранный в Дагестане (Гуниб), хранится в Гос. Музее Грузии. Условно приводимый А. В. Фоминым [15] *A. germanicum* пока что на Кавказе не найден. Вопрос установления самостоятельности эндемичных асплениумов и их географии требует дополнительного исследования.

<sup>1</sup> П. Броунси недавно привел для Кавказа (Грузия, окр. оз. Рица) *A. haussknechtii*.

#### POLYPODIACEAE—МНОГОНОЖКОВЫЕ

В настоящее время род *Polyodium* на Кавказе содержит 3 вида: *P. vulgare*, *P. interjectum* и *P. australe*. Как показали наши исследования [1, 2, 8], кавказские виды хорошо отличаются наличием или отсутствием паразиз и числом клеток анигулюса. Первый вид на Кавказе представлен двумя подвидами — *P. vulgare* ssp. *vulgare*, *P. vulgare* ssp. *issaevii*. Ареал первого подвида охватывает почти весь Кавказ, второй подвид, кроме Талыша (откуда он и был описан), встречается и в Западном Закавказье (Батуми). *P. interjectum* установлен как новый для Кавказа из флоры Талыша [3]. Он встречается на Кавказе в пределах ареала *P. vulgare*. В природе все эти виды легко гибридизируются между собой и образуют многочисленные переходные формы.

С целью выявления количественного соотношения макротаксонов папоротникообразных и их распространения на Кавказе, приводится таблица, которая содержит перечень семейств с указанием как общего количества родов и видов по Кавказу, так и по Азербайджану, Армении, Грузии и Северному Кавказу (Краснодарский край, Ставропольский край, Карачаево Черкесская АО, Кабардино-Балкарская АССР, Северо-Осетинская АССР, Чечено-Ингушская АССР и Дагестанская АССР).

Как видно из таблицы, на Кавказе распространено 86 видов папоротникообразных, группирующихся в 34 рода и 22 семейства (не считая гибридов). Для сравнения отметим, что в «Определителе растений Кавказа» [7] указаны 79 (27 родов и 9 семейств), а во флоре СССР [4] — 200—210 видов (51 род, 27 семейств). Наиболее богатыми папоротникообразными оказались Грузия (78 видов) и Северный Кавказ (64), далее идут Азербайджан (59) и Армения (40).

#### Литература

1. Аскеров А. М. Новые данные о распространении папоротников в Азербайджане. «ДАН Азерб. ССР», 3, 1972.
2. Аскеров А. М., Бобров А. Е. К систематике некоторых родов папоротников из Талыша. «Бот. ж.», 10, 1972.
3. Аскеров А. М., Бобров А. Е. Папоротники Талыша. «Бот. ж.», 11, 1972.
4. Бобров А. Е. Семейства папоротникообразных флоры СССР. «Бот. ж.», 1, 1972.
5. Бобров А. Е. Папоротникообразные. «Флора Европейской части СССР», 1, 1974.
6. Гроссгейм А. А. Папоротникообразные. «Флора Кавказа», I, 1939.
7. Гроссгейм А. А. Папоротникообразные. «Определитель растений Кавказа», 1949.
8. Кадыров Г. М., Аскеров А. М. Эпифитные папоротники Талыша. «Уч. зап. АГУ им. Кирова, серия биол. наук», 1, 1972.
9. Карагин И. И., Исаев Я. М., Рязанцев Р. Я. Папоротникообразные. «Флора Азербайджана», 1, 1950.
10. Микеладзе И. А. Папоротникообразные. «Флора Грузии», 1971.
11. Новрузова З. А., Аскеров А. М. Особенности анатомической структуры новых таксонов папоротников из Азербайджана. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», 1, 1973.
12. Попов М. Г. Поразительная находка тропического папоротника в горах Аджарии. «Сов. бот.», 8, 1939.
13. Попова Т. Н. Флористические находки в Армении. «Биол. ж. Арм.», 23, 6, 1970.
14. Тахтаджян А. Л. Папоротникообразные. «Флора Армении», 1, 1954.
15. Фомин А. В. *Pteridophyta* флоры Кавказа, 1912.
16. Фомин А. В. Папоротники. «Флора СССР», 1, 1934.
17. Эфендиев М. Р. Новые данные о распространении некоторых растений в Азербайджане. «ДАН Азерб. ССР», 3, 1966.
18. Фомин А. В. *Flora Caucasica Critica*, 1, 1911.
19. Fraser-Jenkins C. R., Corley H. V. *Dryopteris caucasica* — an ancestral diploid in the male fern aggregate. «Brit. Fern. Gaz.», 10, 5, 1972.
20. Fraser-Jenkins C. R. The distribution of *Dryopteris aemula* and its discovery in the Canaries and Turkey. «Fern. Gaz.», 11, 1, 1974.
21. Fraser-Jenkins C. R., T. Reichstein, G. Vida. *Dryopteris tyrrhena* nom. nov. A misunderstood western Mediterranean species. «Fern. Gaz.», 11, 2—3, 1975.
22. Henderson D. M. *Filicales*. «Flora of Turkey», I, 1965.

Институт ботаники

Поступило 7. II 1977

А. М. Эскеров

## ГАФГАЗЫН ГЫЖЫКИМІЛӘРІНӘ ДАИР ІЕНИ МӘ'ЛУМАТЛАР

Соң тәдгигагларда мұасир Гафгаз флорасында 22 фәсилә вә 34 чиңсә мәнисуб 86 гыжыкими нөвләри мүәјжән едилмешdir (иibridoken нөвләр мүстәсна олмагла). Булардан II-и Азәрбайҹан, 4-у Күрчүстан вә Ермәнистан флорасы үчүн Іени нөвләрdir. Оныларын арасында 3-у ССРИ, 2-си исә Гафгаз үчүн Іениdir.

Мәгәләдә бир сыра надир систематик мәвгәтін шүбһәли вә еләчә дә. Гафгазда жајылмасы тәсдинг едилмәјен нөвләр нағында мә'лumat верилир.

А. М. Askarov

## A NEW DATA ON FERNS OF THE CAUCASUS

There are 86 species related to 34 genera and 22 families (except hybrids) in the modern flora of the Caucasus. 11 species for Azerbaijan, 4 once for Georgia and 4 species for Armenia are established at first. Species *Pteris vittata* L., *Dryopteris ae-mula* (Ait.) O. Kuntze, *D. caucasica* (A. Br.) Fraser-Jenkins et Corley for the USSR *Botrychium virginianum* (L.) Sw., *Polypodium Interjectum* Shivas for Caucasus are new.

АЗӘРБАЙҖАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РҮЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXIII чиңд

№ 8

1977

УДК 595. 42

АКАРОЛОГИЯ

К. А. КУЛИЕВ

## ТИПОВОЙ ВИД GENDZELLA CIBRARIA

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. К. Ганиевым)

*Gendzella Kuljiev gen. nov.*

Типовой вид *Gendzella cibraria* Kuljiev, 1977

Семейство Oribatellidae Jacot, 1925.

Диагноз рода. Клещи мелкого размера, окраска темно-золотистая. Ламеллы мощные, 1/4 часть их в первой половине слилась. Поверхность ламелл шероховатая. Ламеллы снабжены двумя зубцами, из коих наружные охватывают 1/3 часть их длины, а внутренние—клювовидные, едва возвышаются. Длина интерламеллярных щетинок и ламелл равна. Поверхность нотогастера имеет полигональную структуру. Количество таких щетинок нотогастера около 1000. Кроме того нотогастер пронизан мельчайшими порами. Количество таких пор в каждой клетке не превышает 20. Таким образом нотогастер пронизан около 20 тыс. мельчайших пор. Кроме указанных на нотогастере имеются 4 пары больших пор. Нотогастериальных щетинок 11 пар.

По систематическому положению род занимает промежуточное положение между родами *Joelia* и *Oribatella*. Род *Gendzella* отличается от указанных двух родов отсутствием поровых полей, наличием мельчайших пор, покрытием тела полигональной структурой и другими признаками.

*GENDZELLA CIBRARIA* KULIEV. 1977

Диагноз рода. Окраска темно-коричневая. Размеры: 342 $\mu$  224 $\mu$ . Ламеллярные щетинки (129 $\mu$ ) шероховатые, т. к. густо покрыты шипиками. Трихоботрие шероховатые и довольно длинные (105 $\mu$ ). Ростральные щетинки длиною 302 $\mu$ , покрыты волосками. Поры нотогастера весьма мелкие и обнаруживаются с большим трудом.

Нам не удалось обнаружить генитальные, агенитальные, адаптивные и некоторые щетинки брюшной стороны тела из-за их мелких размеров и клетчатого строения тела.

Коготки ног не однородные: средние коготки толстые и имеют сильное развитие, латеральные тоньше.

В нашем распоряжении имеются два экземпляра клещей, обнаруженных во мху из-под граба в окрестностях местности Чирагедзор (Малый Кавказ) (рис. 1, 2, 3, 4).

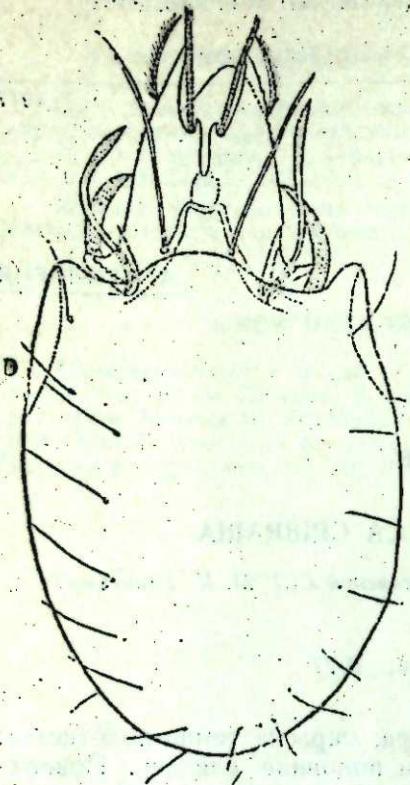


Рис. 1.

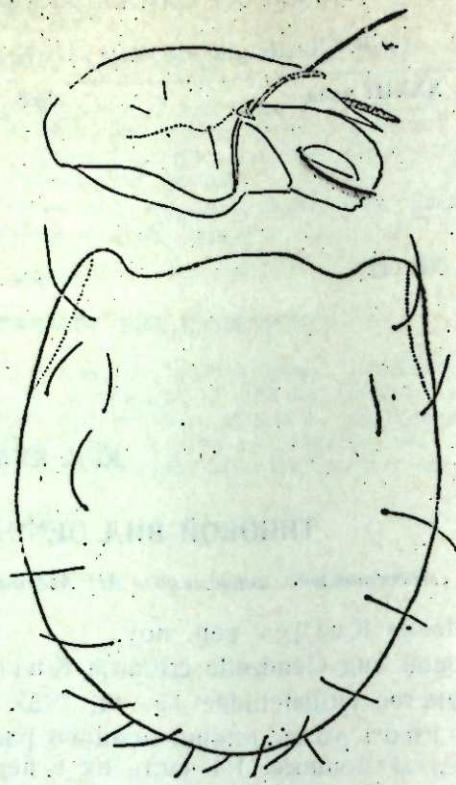


Рис. 2.

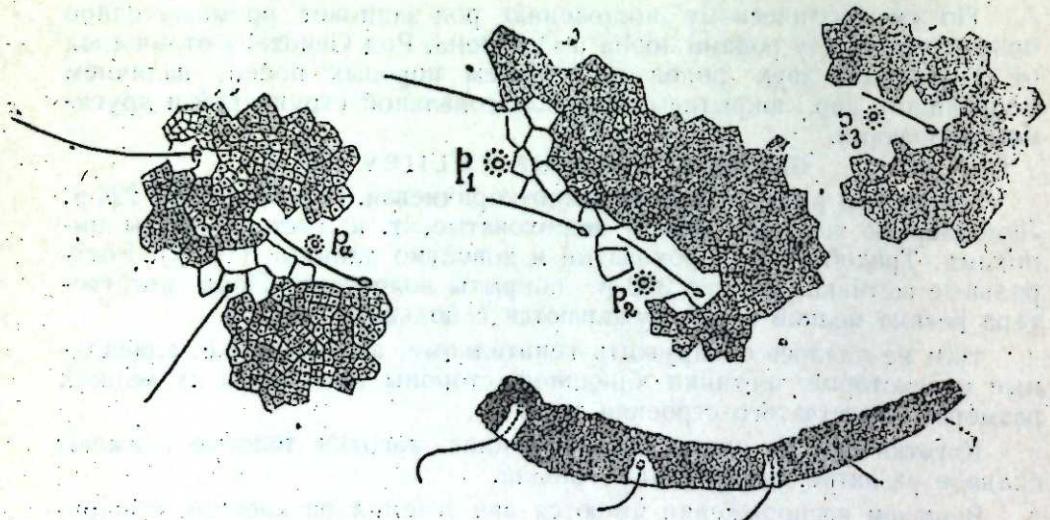


Рис. 3.

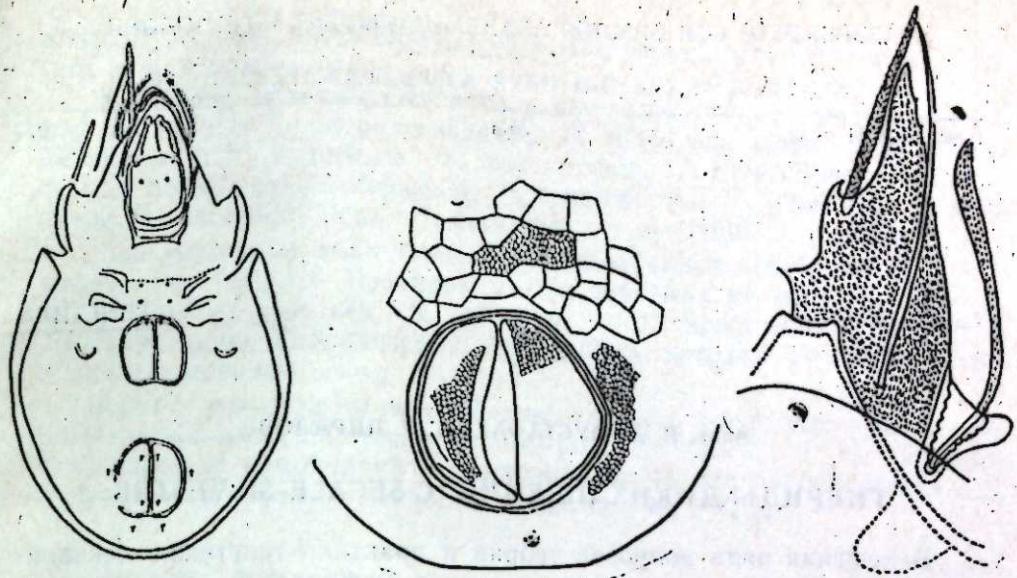


Рис. 4.

#### Литература

Balogh J. The oribatida genera of the World, 1—143, 1971,

АПИ им. Ленина

Поступило 11. II 1977

Г. Э. Гулиев

#### GENDZELLA KULIEV GEN. NOV.

Мэглэдээ элмэ мэ'лум олмайсан яни зиреиши кэнэ чинсийн тэсвири, шэкиллэри, эколокијасы вэ юмин чинсийн јенилийн ишбат едан фактлар верилмишдир.

K. A. Kuliev

#### GENDZELLA CIBRARIA KULIEV, 1977

This paper deals with the description, pictures, ecology of the new species and genus of Oribatidous ticks—Gendzella cibraria Kuliev, 1977.

Акад. И. Д. МУСТАФАЕВ, Г. Р. ПИРАЛОВ

ГИБРИДЫ ДИКИХ ПШЕНИЦ С *SECALE SILVESTRE*

В решении ряда вопросов теории и практики генетико-селекционной науки широко распространен метод межродовой гибридизации. Его использование основывается на понимании роли спонтанных скрещиваний в эволюции растений. В работах Н. И. Вавилова [1], П. М. Жуковского [2], Х. Кихара [3] и других отмечалось, что скрещивания растений, происходящие в естественных условиях, способствуют генетическому обогащению их популяций и вызывают бурный формообразовательный процесс.

Поэтому метод отдаленной гибридизации растений, являясь мощным источником наследственной изменчивости, открывает большие возможности для синтеза новых форм растений. Ярким свидетельством последнего является *Triticale*, первая синтетическая зерновая культура, полученная на основе гибридизации пшеницы с рожью и, которая уже сейчас в ряде стран возделывается на зерно и корм.

Однако как следует из обширной литературы, *Triticale* не лишено недостатков, главными из которых являются пониженная fertильность и чернозерница, генетическое расщепление и появление малопродуктивных форм, а также некоторые другие, вызванные сильными нарушениями мейоза и частичной анеуплоидией — отсутствием генетической целостности гибридного ядра.

В связи с этим представляется весьма целесообразным вовлечение в отдаленную гибридизацию нового исходного материала пшеницы и ржи.

Среди представляющих большой селекционный интерес образцов коллекции ржи, собранной многочисленными экспедиционными обследованиями на территории Азербайджана, представляет большой интерес вид дикой самофертальной ржи *S. silvestre* [4]. Ареал этого вида захватывает и Ашхеронский полуостров.

Во взаимоотношениях с пшеницей этот вид изучен очень слабо. По данным А. Friedrich [5], в результате эволюционного развития у *S. silvestre* сложился очень высокий барьер генетической изоляции, который оказывает сильное влияние даже на межвидовые скрещивания. Интерес к этому виду ржи обусловливается также и тем обстоятельством, что он является единственным самоопыляющимся видом рода *Secale*, обладает исключительной засухоустойчивостью, низкой стебельностью и коротким вегетационным периодом.

Исходя из всего указанного, мы поставили перед собой цель — изучить взаимоотношения этого вида ржи с пшеницами и предприняли

попытку получения межродовых гибридов различных видов рода *Triticum* и *S. silvestre*.

В качестве исходного материала использовались ашхеронский экотип *S. silvestre* и 22 разновидности 14 видов ди-, тетра- и гексаплодных пшениц: *T. boeticum*, *T. monococcum*, *T. dicoccoides*, *T. araraticum*, *T. timopheevi*, *T. dicoccum*, *T. Ispaghaneum*, *T. turanicum*, *T. polonicum*, *T. palaeo-colhicum*, *T. turgidum*, *T. aestivum* и *T. macha*.

Все указанные виды пшениц использовались в гибридизации как материнские формы. Рецепрокные скрещивания не проводились, так как кастрация колосьев *S. silvestre* почти всегда приводит к их трахмированию. Гибридизация проводилась методом ограниченного-свободного опыления.

Анализ результатов гибридизации показал очень высокую степень генетической изоляции между видами рода *Triticum* и *S. silvestre*, так как из 22 комбинаций скрещивания зерно завязалось только в 9. Результаты удачных комбинаций представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты гибридизации видов пшеницы  
с *S. silvestre*

№ пп.	Комбинации	Кол-во опылен- ных цветков	Кол-во заязва- шихся зерен	Заязываемость
1	<i>T. dicoccoides</i> v. <i>arabicum</i> x <i>S. silvestre</i>	342	1	0,29
2	<i>T. dicoccoides</i> v. <i>ps. jordanicum</i> x <i>S. silvestre</i>	584	1	0,17
3	<i>T. timopheevi</i> x <i>S. silvestre</i>	230	5	2,17
4	<i>T. araraticum</i> x <i>S. silvestre</i>	196	10	5,1
5	<i>T. polonicum</i> v. <i>levissimum</i> x <i>S. silvestre</i>	204	2	0,98
6	<i>T. Ispaghaneum</i> x <i>S. silvestre</i>	256	3	1,17
7	<i>T. palaeo-colhicum</i> x <i>S. silvestre</i>	256	6	2,34
8	<i>T. macha</i> x <i>S. silvestre</i>	208	6	2,88
9	<i>T. aestivum</i> v. <i>erithrospermum</i> x <i>S. silvestre</i>	182	5	2,74

Как видно из табл. 1, максимальная заязываемость зерен составила 5,1% (*T. araraticum* x *S. silvestre*), в то время как в остальных комбинациях этот показатель был в пределах 0,17—2,88%.

В связи с таким результатом гибридизации, а также с данными, которые приведены, интересно отметить, что в одной из своих работ [6] Г. В. Кацелаки и Н. С. Мелия сообщали, что скрываемость *T. timopheevi* и *T. araraticum* с диким видом ржи *S. montanum* значительно превышает успешность скрещиваний этого вида ржи с другими тетраплоидными видами пшеницы. На основании этого авторы сдела-

ли вывод о наличии весьма близких филогенетических связей между указанными видами родов *Triticum* и *Secale*.

Полученные нами гибридные зерновки были хотя и морщинистыми, но достаточно выполненными и имели удовлетворительно развитый зародыш. Однако несмотря на это, всего лишь в 4-х комбинациях: *T. araraticum* x *S. silvestre* (*TaSs*), *T. dicoccoides* v. *arabicum* x *S. silvestre* (*TdSs*), *T. timopheevi* x *S. silvestre* (*TtSs*), *T. polonicum* x *S. silvestre* (*TpSs*)<sup>1</sup> было получено только по одному всходу. В остальных случаях все зерна были не всхожими.

В начальных фазах все гибриды развивались нормально, однако по темпам развития у них наблюдалось заметное отставание по сравнению с родительскими формами. Гибрид *TpSs* остановился в развитии перед фазой колошения и погиб. Растения оставшихся трех гибридов нормально завершили вегетацию.

У гибридов доминировали признаки дикого типа: опушение колосины под колосом, сильная осыпаемость колоса, фиолетовая окраска стебля и другие. Колосья были морфологически промежуточными, наследуя признаки обоих родителей.

У гибридных растений, как и у *S. silvestre*, был сильно сокращен межфазный период «колошение—цветение». Сразу вслед за колошением, колосья начинали выбрасывать пыльники. Рост тычиночных нитей происходил нормально. Нерастескивающиеся пыльники были мелкими, недоразвитыми и не содержали пыльцы. Цветение проходило на 100% открыто; при этом наблюдалось длительное вторичное цветение. Своим габитусом гибриды *TdSs* и *TaSs* были похожи на *S. Silvestre*, в то время как гибрид *TtSs* — на материнскую форму.

Дальнейший анализ гибридов и родительских форм (табл. 2) показал промежуточное наследование признака высоты растений, при этом гибрид *TtSs* высотой резко отличался как от других гибридов, так и от родительских форм. У этого гибрида проявился гетерозис по признаку продуктивной кустистости (40 стеблей).

Таблица 2

Некоторые количественные показатели гибридов родительских форм

№ пп.	Образцы	Высота растений	Продуктивная кустистость	Кол-во междоузлий	Длина колоса	Кол-во колосков	Озаренность, %
1	<i>T. timopheevi</i>	133,4	14,7	6,0	5,9	23,4	90—100
2	<i>T. timopheevi</i> x <i>S. silvestre</i>	114,9	43,0	5,0	7,9	21,6	0,025
3	<i>T. araraticum</i>	76,3	17,0	4,3	—	—	90—100
4	<i>T. araraticum</i> x <i>S. silvestre</i>	67,0	13,0	5,0	8,0	17,1	0,077
5	<i>T. dicoccoides</i> v. <i>arabicum</i>	149	8,4	5,5	10,7	19,1	90—100
6	<i>T. dicoccoides</i> v. <i>arabicum</i> x <i>S. silvestre</i>	69,5	9,0	5,0	10,5	11,1	0,11
7	<i>S. silvestre</i>	51,5	12,2	4,0	7,5	14,1	90—100

<sup>1</sup> В скобках даны сокращенные обозначения, которые мы будем использовать в последующем изложении, материала.

Остальные гибридные растения этим признаком приближались к тому или иному родителю.

Каждое из полученных гибридов растений имело по 5 междоузлий. По литературным данным этот признак является наименее варьирующим [7].

Длинной колоса гибриды *TtSs* и *TaSs* приближались к *S. Silvestre*, гибрид *TdSs* — к материнской форме. Если последний гибрид имел очень рыхлый колос, то среднее количество колосков в колосе гибрида *TtSs* доходило до 21,6. Поэтому из 3-х полученных гибридных растений, гибрид *TtSs* своей потенциально высокой продуктивностью представляет наибольший селекционный интерес. Озаренность гибридов при свободном опылении варьировала от 0,025 до 0,11%.

Таким образом нами получены межродовые гибриды пшеницы с диким самоопыляемым видом ржи *S. silvestre*. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что несмотря на привлечение в гибридизацию с *S. silvestre* большого количества видов и разновидностей пшеницы, жизнеспособные гибриды были получены только с *T. timopheevi*, *Tararaticum* и *T. dicoccoides*, т. е. с видами пшеницы, которым в настоящее время отводится большая роль в эволюции рода *Triticum*.

#### Литература

1. Вавилов Н. И. Значение межродовой и межвидовой гибридизации в селекции и эволюции. Избр. сочинения. Изд-во «Колос». М., 1966.
2. Жуковский П. М. Эволюция культурных растений на основе полипloidии. В сб. «Полипloidия и селекция». Изд-во «Наука». М. Л., 1965, стр. 5—17.
3. КИнага Н—Completion of genome analysis of three of species of Aegilops Wheat Inform. Serv. Kyoto, 1957, N, 6, p. 11.
4. Мустафаев И. Д. Материал по изучению пшеницы, ржи, ячменя и эгилопсов Азербайджана. Изд-во АН Азерб. ССР, Баку, 1961.
5. Friedreich A. Die Kreuzungsbarriere daz Secale silvestre-Genoms gegen andere Secale-Genome. Tagungsber. Dtsch. Akad. Landwirtschaftswiss. Berlin 1972, и 119, 167—174.
6. Еанделаки Г. В. Мелия и Н. С. О скрещиваемости *Tg. araraticum* Yakuba и *Tg. Timopheevizhuk* горной рожью *S. montanum* Guss. Сообщения АН Грузинской ССР\*, 1973, 70, № 1, стр. 177—179.
7. Насирова Ф. А. Изучение гетерозиса, комбинационной способности и ценности различных видов и разновидностей пшениц Азербайджана. Канд. дисс. Баку, 1973.

Институт генетики и селекции

Поступило 12. IV 1977

И. Д. Мустафаев, Г. Р. Пиралов

#### ЯБАНЫ БУГДА ИЛЭ SECALE SILVESTRE-ИН ҲИБРИДИ

Т. тимофееви, *T. araraticum* вэ *T. dicoccoides* чинслэр илэ човдарын *Secale silvestre* чинси арасында ҳибридләшdirмә апарылараг  $F_1$  иелли алымышдыр. Мүэйяннедишилдири ки, бугд *Secale silvestre* чинси илэ чэтин ҳибридләшир вэ алыман ҳибридләрин һәјатилик габилийттә ашагы олур. Бу да һәмни нөвүн јүксәк дәрәчәдә кенетики тәчриг олуимасы илэ изән олуур.

Чинсләрарасы ҳибридләшdirмә заманы алыман стерил ҳибридләр һәр икни валидеини эламәтләрни дашиыыр. Ябаны нөвләрни эламәтләрни иесилдә даһа айдын мушаһидә едилир.

Мүэллифләрни дигтотини чәлб едән эсас ҹолатләрдән бири дә ондан ибаратләрни, човдарын бу нөвү анчаг ябаны вэ өндемик бугд нөвләри илэ ҹарпазлашдырылыгда иесилдә һәјатилин јүксәк олан ҳибридләр верир.

I. D. Mustafaev, G. R. Piralov

#### THE HYBRIDS OF WILD WHEATS WITH SECALÉ SILVESTRE

The intergeneric hybrids  $F_1$  of *T. timopheevi*, *T. araraticum* and *T. dicoccoides* with wild species of rye *Secale silvestre* are obtained. Even by free pollination, all hybrids had the high degree of sterility. The characters of wild type have been displayed very strongly in every plant.

УДК 547.633.11

ГЕНЕТИКА

Чл.-корр. М. А. АЛИ-ЗАДЕ, С. И. ШАФИ-ЗАДЕ

**НУКЛЕИНОВЫЕ КИСЛОТЫ У ПШЕНИЧНО-ЭГИЛОПСОВЫХ ГИБРИДОВ**

Отдаленная гибридизация растений давно привлекает внимание исследователей. В основном такие эксперименты проводятся в селекционных целях. Большой частью в таких скрещиваниях селекционеры стараются привить полезные свойства дикорастущих растений культивируемым. Среди таких свойств важное место занимает устойчивость различным болезням, засухе, морозу. В ряде случаев они стараются передать сельскохозяйственным растениям качественные показатели дикорастущих, как, например, высокобелковость зерна, содержание масла и многое другое.

Наряду с этим с помощью отдаленной гибридизации решаются теоретические вопросы генетики и общей биологии.

В Институте генетики и селекции АН Азерб. ССР сотрудниками отдела генетики и селекции зерновых и зернобобовых культур под руководством акад. А. Д. Мустафаева ведется большая работа по отдаленной гибридизации растений. Значительная часть экспериментов приводится по пшенично-эгилопсовым гибридам. Цель этих исследований заключается в передаче пшенице ценных свойств эгилопса—высокое содержание белка, засухоустойчивость, скороспелость и др.

Наряду с этим отдел решает другие генетические вопросы, имеющие теоретическое значение.

Нас интересовал вопрос, как протекают процессы нуклеинового обмена у пшенично-эгилопсовых гибридов.

С этой целью на опытных участках указанного отдела на Карабахской экспериментальной базе Института отбирались гибриды и родительские формы, и с них в фазу цветения брались пробы листьев и фиксировались для дальнейшего определения нуклеиновых кислот.

Одновременно с таких же листьев с пробным сверлом выбивались кружки для дальнейшего подсчета числа клеток. Часть этих кружков (10 шт.) опускалась в пробку со спиртом, а другая (50 шт.) высушивалась для определения сухого веса одного кружка. Определение числа клеток проводилось на фиксированных в спирту кружках; после их мацерации в хромовой кислоте по методу Брауна [2] в модификации [3].

В табл. 1 приведены результаты определения нуклеиновых кислот по трем комбинациям. Из этих данных видно, что по показателям относительного содержания РНК ( $\text{мкг%}$  на сухое вещество) испытанные

Таблица 1  
Содержание РНК в листьях пшенично-эгилопсовых гибридов и их родительских пар

№ комбинации	Гибриды и родительские пары	РНК, $\text{мкг%}$ на сухое вещество	ДНК, $\text{мкг%}$ на сухое вещество	ДНК на клетки, $10^{-12}$
1	Tr. Ispahanicum x Ae. bluncialis	564 ± 0,0	82 ± 0,0	13,6
	Tr. Ispahanicum	444 ± 12,5	55 ± 4,6	5,5
	Ae. bluncialis	59 ± 0,0	58 ± 1,6	6,25
2	Tr. dicoccoides, v. arabicum x Ae. bluncialis	404 ± 9,1	32 ± 0,0	6,16
	Tr. dicoccoides, v. arabicum	418 ± 6,1	31 ± 1,6	6,6
	Ae. bluncialis	509 ± 0,0	58 ± 1,6	6,25
3	Tr. turanicum, v. insigne x Ae. bluncialis	382 ± 0,0	54 ± 0,0	4,8
	Tr. turanicum, v. insigne	326 ± 25,0	24 ± 1,5	2,5
	Ae. bluncialis	509 ± 0,0	58 ± 1,6	6,25

гибридные комбинации делятся на три части. В одном случае содержание РНК у гибридов выше, чем у родителей (первая комбинация), в другом—гибрид по этому показателю уступает обеим родителям (вторая комбинация), а в третьем случае занимает промежуточное положение между родителями (третья комбинация).

По показателям относительного содержания ДНК ( $\text{мкг%}$  на сухое вещество), изученные гибриды отличаются между собой не резко. При систематизации полученных результатов по данным абсолютного содержания ДНК на клетку можно сделать заключение, из которого видно, что гибрид первой комбинации содержит в соматической клетке количество ДНК, равное сумме родительских показателей. Мы допускаем, что этот гибрид является амфидиплоидом, т. е. в клетке этого гибрида содержится полный набор хромосом родителей, оба генома от материнской и отцовской форм. Как известно, у обычных гибридов в соматической клетке содержится по одному геному от родителей. Такое явление наблюдается во второй и третьей комбинациях опыта. Как показано, в табл. 1, по содержанию ДНК в клетке гибрид во второй комбинации уступает обоим родителям, а в третьей занимает промежуточное положение между материнской и отцовской формами. Примерно такие же результаты получены и в другом опыте, где в качестве материнской формы взята мягкая пшеница (табл. 2). Данные второй комбинации также свидетельствуют о получении амфидиплоидного гибрида. У этого гибрида, (вторая комбинация) в соматической клетке содержится суммарное количество ДНК материнской и отцовской форм.

Гибрид первой комбинации содержит наиболее повышенное количество ДНК, по сравнению с родительскими парами, в этом случае увеличение ДНК не соответствует суммарному количеству ДНК родительских пар, и данный гибрид нельзя считать амфидиплоидом.

Таблица 2

Содержание НК в листьях пшенично-эгилопсовых гибридов и их родительских пар

№ комбинации	Гибриды и родительские пары	РНК, мг% на сухое в-во	ДНК, мг% на сухое в-во	ДНК на клетку $\times 10^{-12}$
1	Tr. aestivum, v. ferugineum x Ae tristaria	435 ± 13,0	43 ± 2,0	4,87
	Tr. aestivum, v. ferrugineum	458 ± 2,0	34 ± 1,9	2,47
	Ae triaristata	286 ± 0,0	81 ± 0,0	3,21
2	Tr. aestivum, v. erytrospermum x Ae triaristata	253 ± 6,0	91 ± 0,0	10,6
	Tr. aestivum, v. erytrospermum	485 ± 5,0	63 ± 1,0	7,55
	Ae triaristata	286 ± 0,0	81 ± 0,0	3,21

Вероятно, в данном случае мы имеем дело с гетерозисным эффектом. Увеличение количества ДНК в клетке гетерозисных гибридов описано нами в [3, 4].

#### Литература

- Niemann R. H., Poulsen L. L. Spectrophotometric estimation nucleic acid of plant leaves. Plant physiology, № 1, 1962.
- Обручева Н. В. Определение числа клеток методом Брауна. Физиология растений, т. 2, вып. 3; 1964.
- Али-заде М. А., Ахундова Э. М. Изменение в содержании нуклеиновых кислот в листьях полиплоидных форм шелковицы. «ДАН Азерб. ССР», 1968, т. 178, № 3, 725—727.
- Али-заде М. А., Алиев Р. Т. Увеличение содержания ДНК в клетке гетерозисных гибридов пшеницы. «ДАН Азерб. ССР», № 1, 1973, 72—74.

Институт генетики  
и селекции

Поступило 10. I 1977

М. А. Элизадэ, С. И. Шэфизадэ

#### БУГДА-ЕКИЛОПС ҮИБРИДЛЭРИНДЭ НУКЛЕИН ТУРШУЛАРЫ

Мэглэдэ бугда-екилопс үибридлэриндэ РНТ, ДНТ мигдары гуру чэкидэ мг%-лэ вэ бир үүчээрэдэ пикограмма ёрёнилмийшид. Тэдгиграт заманы бугда илэ экилопсун чарпазлашдырылмасындан алымыш беш комбинацијадан истифадэ едилмийшид. Ики комбинацијада: Tr Ispananicum x Ae blunclalis, Tr. aestivum x Ae triaristata бир үүчээрэдэ көрэ ДНТ-ний пикограмма мигдарынын валидеји көстэрчилэрийнин јекуна бэрэбэр олдуу тапылмышдыр.

M. A. Ali-zade, S. I. Shafi-zade

#### NUCLEIC ACIDS AT WHEAT-AEGILOPS HYBRIDS

The content of RNA DNA in mg % was determined at the dry substance in pg. at one cell of the wheat-aegilops hybrids.

Five combinations of cross were examined altogether. In two combinations: Tr. Ispananicum x. Ae. blunclalis and Tr. aestivum x. Ae. Triaristata the quantity of DNA /mg/, found in a cell was similar to that of the sum of the parents indices. The authors conclude, that in this case amphidiploidy is observed.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МЭРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXIII чилд

№ 8

1977

#### ИСТОРИЯ

Акад. З. М. БУНИЯТОВ, д. А. ИСКЕНДЕРОВ

#### ОПИСАНИЕ ИНЖЕНЕРНОГО СООРУЖЕНИЯ В МАРАНДЕ В СОЧИНЕНИИ ШАМС АД-ДИНА МУХАММАДА АД-ДИМАШКИ

Шамс ад-Дин Абу Абдаллах Мухаммад ибн Абу Талиб ал-Ансари ад-Димашки (1256—1327) — автор известной космографии *Нухбат ад-дахр фи 'адж'аб ал-барр ва-л-бахр* («Выборка времени о диковинках суши и моря»), которая весьма редко используется исследователями<sup>1</sup>. Сочинение ад-Димашки содержит 9 разделов: первый раздел посвящен описанию семи климатов земли, времен года, ряду памятников древности и состоит из 10 глав; второй раздел рассказывает о рудниках, минералах, драгоценных камнях, образовании гор и содержит 11 глав; в третьем разделе приводится описание рек, источников, колодцев, соленых озер и имеет 6 глав; четвертый раздел дает общую характеристику всех известных морей и островов и состоит из 6 глав; пятый раздел посвящен описанию только Средиземного моря, его заливов, островов и имеет 6 глав; шестой раздел включает описание Индийского океана и входящих в него состав морей и состоит из 8 глав; седьмой раздел включает в себя сведения о «восточных» странах — Китае, Индии, Цейлоне, Турции, Кермане, Мекране, Фарсе, Хузистане, Ираке, Азербайджане, Сирии, Палестине, Иордании, Аравийском п-ве, Туркестане, Хорезме и Хорасане и состоит из 13 глав; восьмой раздел рассказывает о «западных» странах — Египте, Африке, Магрибе, Сухаре, Судане, Андалузии и состоит из 6 глав и девятый раздел рассказывает о различных народах, населяющих землю и содержит 9 глав.

Во многих главах своего сочинения ад-Димашки приводит схемы и контурные чертежи тех или иных диковинок и удивительных для его времени сооружений и созданий, которые он сам видел или о которых слышал. Таких схем и чертежей в сочинении насчитывается 30, но пока что описаны только три — разделение земли на семь климатов (стр. 21), распространение народов на земле (стр. 26) и схема-набросок Средиземного моря (стр. 140)<sup>2</sup>.

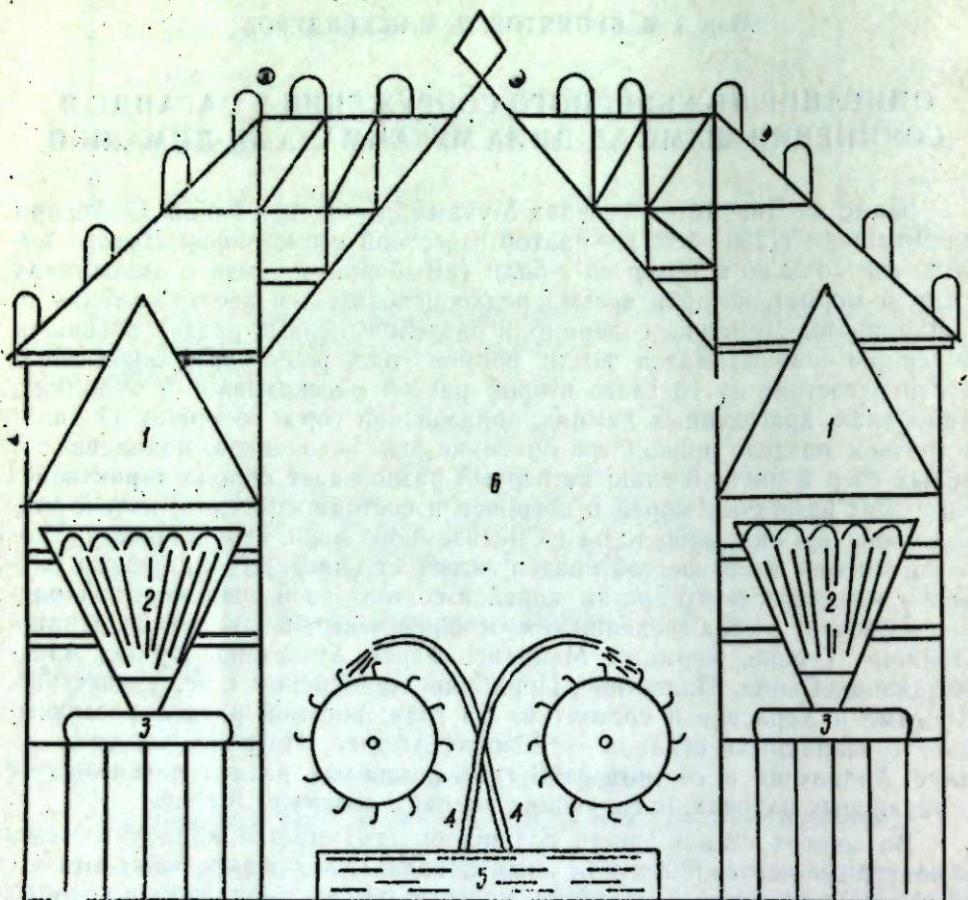
Седьмая глава седьмого раздела сочинения посвящена описанию Азербайджана, его границ и городов Тебриза, Ардабиля, Мараги, Ма-

<sup>1</sup> Шихаб ад-Дин Мухаммад ад-Димашки. Китаб Нухбат ад-дахр фи 'адж'аб ал-барр ва-л-бахр. Изд. Августа Мерена. СПб., 1866. Дополнительные сведения о труде ад-Димашки см. И. Ю. Крачковский. Избранные сочинения, т. IV. М.—Л., 1957, стр. 382—385.

<sup>2</sup> K. Miller. Mappae arabicae. Arabische Welt- und Landerkarten, V, Stuttgart, 1926, стр. 130—141.

ранда, Урмии, Мугана, Байлакана, Дербенда, Хоя, Шаки; Шабрана, ал-Лакза; области Арран, в которой было 30 городов, Гянджи, Шамхора и Нахичевана (стр. 187—190). И если ад-Димашки обо всех перечисленных городах говорит вкратце, то Маранд его заинтересовал, тем что в этом городе имелась удивительная мельница, которая представляла собой «одно из чудес стран, времени и инженерной техники», т. к. она, по его передаче, работала на стоячей воде. Приводим полностью текст ад-Димашки, где дается детальное описание мельницы и ее работы.

«Маранд. Он возведен ал-Афшином<sup>3</sup> на месте развалин древних сооружений, а большинство его зданий [построено] Мурадом иби ад-Диххаком. Это сильно укрепленный город. В нем есть мельница, кото-



Мельница: 1 — тяга воздуха; 2 — зерноприемник; 3 — жернов; 4 — трубы, по которым вода подается к колесам; 5 — стоячая вода; 6 — сводчатая камера

рая работает на стоячей (непроточной — ал-вакиф) воде. Мельница — [одно из] чудес стран, времени и инженерной техники. У этой мельницы два жернова с двумя колесами, каждое колесо приводится в движение водой и вращает верхний жернов, благодаря чему перемалывается зерно. Оба колеса помещены с обеих сторон сводчатой камеры

<sup>3</sup> Афшии Хайдар иби Кавус (ум. 841 г.) — главнокомандующий войсками халифата в правление халифа ал-Му'тасима (833—842).

глубиной примерно в одну сажень<sup>4</sup>, и в ширину шесть локтей<sup>5</sup>, где и находится сама вода. В середине, поперек камеры, подобно мосту перекинута балка, концы которой укреплены в стенах [камеры]. На этой балке навешаны свинцовые трубы, накрепко соединенные между собой. Через балку над водой перегибается труба с открытым отверстием. Другой ее конец [также] имеет отверстие, в котором находится приспособление, всасывающее воду [с глубины] примерно в половину локтя и перегоняющее ее [по трубе], пока она с напором не вытечет из другого отверстия, расположенного на определенной высоте над уровнем воды. Выливаясь из отверстия, вода падает на лопасти и вращает колесо, которое, [в свою очередь], вращает жернов. После падения на колесо вода стекает в прежнее место. Таким же образом действует и другая смежная труба. Она по длине и диаметру такая же, что и первая, но разнится от нее [своим] отверстием. И поскольку одна труба поднимает воду там, где она падает, а другая там, где ее выбрасывает предыдущая, то одна и та же вода [постоянно] поднимается и падает, никогда не прибывая и не убывая (т. е. не увеличиваясь и не уменьшаясь). И движется [вода] благодаря только тому, что оба насоса поочередно то всасывают воду, то выбрасывают ее». (См. рисунок)<sup>6</sup>.

Как видно из текста, мельница представляет собой один из видов «вечного» двигателя и это обстоятельство вызвало бы у читателя только снисходительную улыбку. Но если мы обратимся к сочинению младшего современника ад-Димашки Закарийи ал-Казвии (1203—1283) *Асар ал-бильад ва ахбар ал-'ибад* («Памятники стран и известия о людях»)<sup>7</sup>, то найдем там следующую запись о Маранде:

«Близ Маранда есть река Залвир<sup>8</sup>, через которую не сможет проплыть даже всадник. Когда река достигает окрестностей Маранда, то она бесследно исчезает, течет под землей на протяжении четырех фарсахов<sup>9</sup>, а затем вновь выходит на поверхность земли»<sup>10</sup>.

Совершенно ясно, что строитель умело использовал для возведения мельницы воды реки, текущей под землей, и построил ее ниже уровня реки так, что весь механизм используемой воды оставался скрытым от глаз любопытных и создавалось впечатление, что мельница работает на стоячей воде. Как бы то ни было, у строителя этой мельницы имелась техническая смекалка и он создал такое интересное сооружение, что оно попало в число чудес, описанных Шамс ад-Дином ад-Димашки в его сочинении.

Институт НБ и СВ

Поступило 12. IV 1977

### З. М. Бүйятов, Ч. А. Искандаров ШЭМС ЭД-ДИН МӘНӘММӘД ЭД-ДИМӘШГИНИН ЭСӘРИНДЕ МӘРӘНДДӘКИ НӘНДӘСИ ТИКИНТИНИН ТӘСВИРИ

Мәгаләдә-Шәмс эд-Дин Мәнәммәд эд-Димәшгинин (1256—1327) мәшһүр «Нүхәт эд-дәһр фи эча иб ал-бәрр вәл-бәрр» адлы космографик эсәринде Мәрәннәдәки нәндәси тикинтиниң тәсвириңден бәһс едилүр. Дөгүз бөлмәдән ибарт бу эсәрин једдинчи фәслинин једдинчи бәндидә Азәрбајҹан шәһәрләре нағында гыса, ялныз Мәрәннәдә тиқилмиш су дәјирмани барәдә исе кесиши мә'лумат верилир. Мүәллифи фикринчә бу тикинти дүијаны мә'чүзәли ва һејрәтамиз тикинтисидир, белә ки, бу дәјирман һәркәтсиз сују күчү илә ишләјирди. Букуни һақымдан һәмин дәјирман «дайни» мүһәррик саýыларды.

<sup>4</sup> Сажень = 199,5 см.

<sup>5</sup> Локоть в архитектуре = 0,75 см.

<sup>6</sup> ад-Димашки, стр. 187—188.

<sup>7</sup> Закарийя ал-Казвии. Асар ал-бильад ва ахбар ал-'ибад. Бейрут, 1960.  
<sup>8</sup> Верхнее течение р. Марандчай (Зибар-чай), нижнее течение называется Зунузчай.

<sup>9</sup> Фарсах = 6—7 км.

<sup>10</sup> Закарийя ал-Казвии, стр. 285.

## МУНДЭРИЧАТ

### Ријазијјат

Ч. Е. Аллахвердиев, Н. К. Аллахвердиева. Йилберт фәзасында дифференциал-оператор тәнлил үчүн оптималь идарәетмә мәсәләси нағында	3
--	---

### Ярымгруп нәээрүйеси

E. А. Бабаев. Ярымгрудларын $\Sigma$ -сых идеаллары	7
---	---

### Ријазијјат

E. Э. Рәһимова. Спектрал параметрдән расионал асылы, өз-өзүнә гошма олмайын операторларын мәксуси вә гошма элементләри системинин тамыры нағында	12
--	----

### Несаблама техникасы

M. А. Гулиев. Нефт лајының һәрәкәт едән температур саңасини моделләшdirмәк үчүн замана көрә дәжишән структурлу торлар	18
---	----

### Физика

J. Э. Вердиев, Б. Э. Рәчебов. Де Ситтер группунуң контраксијасы	22
---	----

### Нәээрүйеси

A. М. Сүлејманов. Индуksияланмыш ферромагнитләрдә электрон вә нүвә спин далгаларының параметрик ојадылмасы	26
--	----

### Ярымкечиричиләр вә диелектрикләр физикасы

H. Б. Абдуллаев, В. Г. Агаев, Н. Ч. Мәмәдов, Р. Х. Нани. CdInGaS <sub>4</sub> эсасында назырламыш электрофотографик тәбәгәләрин башалма кинетикасы нағында	32
--	----

### Физика

Ә. Ш. Абдинов, А. Й. Казымзадә, А. Э. Эһмәдов. InSe монокристалларында галыг фотокечиричилүү саңа илә сөндүрүлмәси	36
--	----

### Физики кимја

M. А. Нәчәфова, В. А. Шарпatty. N-асетилглюказамин вә глүказаминде шүаландырылмыш радикалларын чөврilmәсineң даир	41
---	----

### Стратиграфия

T. Э. Ысәнов, З. Г. Гулиев, Ш. Э. Бабаев. Гарыкаһа кәнді этрағында Уст Сантон чөкүнтүләринин яйылмасына даир (Гочас синклиниорий)	46
---	----

### Битки систематикасы

A. М. Эскеров. Гафгазын гыжыкимиләринә даир жени мә'лumatлар	49
--	----

### Акаролоқија

G. Э. Гулиев. Gendzella Kulljев gen. nov.	55
---	----

### Кенетика

И. Д. Мустафаев, Г. Р. Пиралов. Ябаны бугда илә secale silvestre ин һибриди	58
---	----

М. А. Элизадә, С. И. Шәфизадә. Бугда-екилопс һибридләрниң нуклеин туршулары	62
---	----

### Тарих

З. М. Бунятов, Ч. А. Искәндәров. Шәмс ад-Дин Мәһәммәд ад-Диңешгинин эсериңдә Мәрәддәкى һәндәси тикнитиниң тәсвири	65
---	----

## СОДЕРЖАНИЕ

### Математика

Дж. Э. Аллахвердиев, Н. К. Аллахвердиева. О задаче оптимального управления для дифференциально-операторного уравнения в гильбертовом пространстве	3
---	---

### Теория полугрупп

Э. А. Бабаев. $\Sigma$ — плотные идеалы полугруд	7
--	---

### Математика

Э. А. Рагимова. О полноте системы собственных и присоединенных элементов несамосопряженных операторов, рационально зависящих от спектрального параметра	12
---	----

### Вычислительная техника

М. А. Гулиев. Сетки с изменяющейся во времени структурой для моделирования подвижного температурного поля нефтяного пласта	18
--	----

### Физика

И. А. Вердиев, Б. А. Раджабов. Контракция представлений группы Де Ситтера	22
---	----

### Теоретическая физика

А. М. Сүлејманов. Параметрическое возбуждение электронно-ядерных спиновых волн в индуцированных ферромагнетиках	26
---	----

### Физика полупроводников и диэлектриков

Г. Б. Абдуллаев, В. Г. Агаев, Н. Д. Мамедов, Р. Х. Нани. О кинетике разрядки электрофотографических слоев изготовленных на основе CdInCaS <sub>4</sub>	32
--	----

### Физика

А. Ш. Абдинов, А. Г. Кязымзаде, А. А. Ахмедов. Полевое гашение остаточной фотопроводимости в монокристаллах InSe	36
--	----

### Физическая химия

М. А. Наджафова, В. А. Шарпatty. О превращениях радикалов в облученном глюказамине и N-ацетилглюказамине	41
--	----

### Стратиграфия

Т. Аб. Гасанов, З. К. Кулиев, Ш. А. Бабаев. Установление верхнесантонских отложений в районе с. Карыкай (Гочасский синклиниорий)	46
--	----

### Систематика растений

А. М. Аскеров. Новые данные о папоротникообразных Кавказа	49
---	----

### Акарология

К. А. Кулиев. Типовой вид Gendzella Crifragia	55
---	----

### Генетика

И. Д. Мустафаев, Г. Р. Пиралов. Гибриды диких пшениц с Secale silvestre	58
---	----

М. А. Ализадә, С. И. Шәфизадә. Нуклеиновые кислоты у пшенично-этилопсовых гибридов	62
--	----

### История

З. М. Бунятов, Д. А. Искендеров. Описание инженерного сооружения в Маранде в сочинении Шаме ад-Дина Мухаммада ад-Димашки	65
--	----

Сдано в набор 1/VIII. 1977 г. Подписано к печати 27/X 1977 г. Формат бумаги  
70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бум. лист. 2,25. Печ. лист. 6,30. Уч.-изд. лист. 5,4. ФГ 06490:

Заказ 761. Тираж 691. Цена 40 коп.

Издательство «Элм».

370073. Баку-73, проспект Нариманова, 31, Академгородок, Главное здание.

\* Типография АН Азерб. ССР. Баку, проспект Нариманова, 31.

1  
ОТК

### QUESTION FIVE

10. The following table gives the number of hours worked by each of the 1000 workers.

10. The following table gives the number of cases of smallpox reported in each State during the year 1802.

For the first time in history, we have the opportunity to end world poverty.

—  
—  
—

of the people, and the people of the world, and the world of the people.

在於此，故其後人之學，亦復以爲子思之傳也。

10. The following table gives the number of cases of smallpox reported by the various States and Territories during the year 1851.

the first time in the history of the world, that the people of a country have been compelled to pay for their freedom.

10. The following is a list of the names of the members of the Board of Education.

1. The first step in the process of creating a new product is to identify the needs of the target market.

the first time in the history of the world, the whole of the human race has been gathered together in one place, and that is the city of London.

and the movement of matter in the atmosphere. A number of such  
models have been developed by different authors.

the only one which, notwithstanding apparent failure, probably had a claim to success.

the first time. Greatly improved by the addition of the new material, the  
new version of *Introducing our friends* was well received.

ПРИЛОЖЕНИЯ К ПОСТАНОВЛЕНИЮ ПО МИНИСТЕРСТВУ ТЕХНИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ О ВНЕДРЕНИИ СИСТЕМЫ УДОСТОВИТЕЛЬНЫХ СЕРТИФИКАТОВ