

11-168



ISSN 0002-3078

АЗƏРБАЙҶАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫ  
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МƏ'РУЗƏЛƏР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXV ЧИЛД

1979 • 5

УВАЖАЕМЫИ ЧИТАТЕЛЬ !

Просмотрев издание,  
укажите номер  
читательского билета  
и код категории  
читателя.

( Пример: 325/3E1 )

1) 1507/31B, 6.02.81.

Писать разборчиво

Шифр

M168

Автор

Докиада  
13 ССР

АЗƏРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫ  
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

МƏРУЗƏЛƏР  
ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXV ЧИЛД

№ 5

С. К. АБДУЛЛАЕВ, чл.-корр. АН Азерб. ССР А. А. БАБЛЕВ

### СИНГУЛЯРНЫЙ ОПЕРАТОР КОШИ ПО РАЗОМКНУТОМУ КОНТУРУ В ПРОСТРАНСТВАХ ГЕЛЬДЕРА С ВЕСОМ

Весовые гильдеревы пространства функций, наряду с другими известными [1, 2, 3, 4] пространствами непрерывных функций, где действует сингулярный оператор Коши, являются весьма удобным аппаратом исследования особого интеграла и сингулярных интегральных уравнений.

В настоящей работе найдены необходимые и достаточные условия на  $\omega$  и  $\rho$  для ограниченного действия оператора  $Au \stackrel{\text{def}}{=} \int_{\gamma} u(\tau) (\tau - t)^{-1} d\tau$  из одного  $H_{\omega}^{\rho}$  в другое.

Пусть  $\gamma$  — разомкнутая жорданова спрямляемая  $K$ -кривая, имеющая касательную в каждой внутренней точке, и  $t = t(s)$ ,  $0 \leq s \leq l$ , уравнение этой кривой в дуговых координатах. Через  $a_1$  и  $a_2$  обозначим концы кривой  $\gamma$ . Будем писать  $\gamma = \overline{a_1 a_2}$ , при этом  $t(0) = a_1$ ,  $t(l) = a_2$ .

Напомним, что кривая  $\gamma$  называется  $K$ -кривой, если существует постоянная  $K > 0$ , что при любых  $s_1, s_2 \in [0, l]$

$$|s_1 - s_2| \leq K |t(s_1) - t(s_2)|.$$

Определение. Пусть функции  $f$  и  $g$  определены и неотрицательны на множестве  $X \subset (-\infty, +\infty)$

а) если  $\exists C_1, C_2 > 0, \forall x \in X, C_1 f(x) \leq g(x) \leq C_2 f(x)$ , то говорят, что  $f$  и  $g$  эквивалентны ( $f \sim g$ );

б) если  $\exists C > 0, \forall x_1, x_2 \in X \Rightarrow f(x_1) \leq C f(x_2) (f(x_1) \geq C f(x_2))$ , то говорят, что  $f$  почти возрастает (почти убывает) на  $X$ .

Пусть  $\rho_1(t)$  и  $\rho_2(t)$  — непрерывные функции, определенные на  $\gamma$  такие, что  $\rho_1(a_1) = 0, \rho_1(t) \neq 0$  при  $t \in \gamma \setminus \{a_1\}, i = 1, 2$ .

Обозначим  $\rho(t) = \rho_1(t)\rho_2(t), t \in \gamma$ .

По определению  $\rho(t)$  принадлежит  $P$ , если существуют почти возрастающие функции  $P_1(x) i = 1, 2$ , определенные на  $[0, l]$ , такие, что  $|\rho_1(t(s))| \sim P_1(s), |\rho_2(t(s))| \sim P_2(l-s)$ .

Если  $\rho \in P$ , то  $P(s) \stackrel{\text{def}}{=} |\rho(t(s))| \sim P_1(s) P_2(l-s)$  и потому  $P(s) \sim P_1(s)$  при  $s \in [0, l/2], P(s) \sim P_2(l-s)$  при  $s \in [l/2, l]$ .

Для непрерывной на  $\gamma$  функции  $f$  введем характеристики

$$\omega_1(\delta) = \sup_{s_1, s_2 \in [0, l], |s_1 - s_2| < \delta} |f(t(s_1)) - f(t(s_2))|,$$

$$\omega_2(\delta, \xi, \eta) = \sup_{s_1, s_2 \in [\xi, l-\eta], |s_1 - s_2| < \delta} |f(t(s_1)) - f(t(s_2))|,$$

где  $\delta \in [0, l]; 0 < \xi, \eta < l/2$ .

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Г. Б. Абдуллаев (главный редактор), М. Т. Аббасов,  
Ал. А. Ализаде, Г. А. Алиев, В. Р. Волобуев, Г. Г. Гасанов,  
Дж. Б. Гулиев, Н. А. Гулиев, А. И. Гусейнов, М. З. Джафаров,  
Ю. М. Сеидов, (зам. главного редактора), Г. Ф. Султанов,  
А. С. Сумбатзаде, М. А. Топчибашев, Т. Н. Шахтахтинский,  
Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

Пусть  $MH$  — совокупность модулей непрерывности первого порядка на  $[0, l]$  и  $\omega \in MH$ .

Введем множество

$$H_\omega = \{f \in C_\gamma : \omega_l(\delta) \leq C_\omega \omega(\delta)\},$$

которое является  $B$  пространством в норме

$$\|f\|_{H_\omega} \stackrel{\text{def}}{=} \|f\|_{C_\gamma} + \inf \{C : \omega_l(\delta) \leq C\omega(\delta)\}.$$

Обозначим через  $H_\omega^0$  совокупность функций  $f$  из  $C_{\gamma(a_1, a_2)}$ , допускающих представление

$$f(t) = \varphi(t)/\rho(t);$$

где  $\varphi \in H_\omega$ ,  $\varphi(a_i) = 0$   $i=1, 2$ ,  $\rho \in P$ .

$H_\omega^0$  — банахово пространство в норме

$$\|f\|_{H_\omega^0} \stackrel{\text{def}}{=} \|f \cdot \rho\|_{H_\omega}.$$

1. Рассмотрим сингулярный интеграл

$$\tilde{u}(t) = (Au)(t) \stackrel{\text{def}}{=} \int_\gamma u(\tau) (\tau - t)^{-1} d\tau, \quad t \in \gamma \setminus [a_1, a_2].$$

Положим  $v(t) = \rho(t)u(t)$ ,  $\tilde{v}(t) = \rho(t)\tilde{u}(t)$ . В дальнейшем будем считать  $\rho \in P$ ,  $\tilde{v} \in C_\gamma$  и  $\lim_{t \rightarrow a_i} \tilde{v}(t) = 0$   $i=1, 2$ . Для простоты изложения

$\omega_\rho(\delta, x, l/2)$ ,  $\omega_\rho(\delta, l/2, x)$ , отношения  $x/P_i(\cdot)$   $i=1, 2$  и также дуги  $a_1 t(l/2)$ ,  $t(l/2) a_2$  кривой  $\gamma$  обозначим соответственно через  $\omega_{\rho, i}(\delta, x)$ ,  $\omega_{\rho, 2}(\delta, x)$ ,  $q_i(x)$   $i=1, 2$  и  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ .

Основой для дальнейших построений служит

Лемма 1. Пусть сходятся соответствующие интегралы. Тогда а) если  $t(x) \in \gamma_1$ , то

$$\begin{aligned} |\tilde{v}(t(x))| \leq & C_1 \left\{ P_1(x_1) x_1^{-1} |Z(\omega_\rho \cdot g_1)(x_1) + Z^1(\omega_\rho, P_1)(x_1) + \right. \\ & \left. + \omega_\rho(x_1) P_1^{-1}(x_1) \int_0^{x_1} \omega_{\rho, 1}(\xi, x_1/2) d\xi/\xi + P_1(x_1) \int_0^{l/2} \omega_\rho(\xi) d\xi/P_1(\xi) \right\}, \end{aligned}$$

б) если  $t(x)$ ,  $t(x+h) \in \gamma_1$ ,  $0 < h \leq x/4k$ , то

$$\begin{aligned} |\tilde{v}(t(x)) - \tilde{v}(t(x+h))| \leq & C_2 \left\{ \|\rho\|_{C_\gamma} Z(\omega_\rho)(h) + \right. \\ & + \frac{h}{x_1+h} \cdot \frac{P_1(x_1)}{x_1} \int_0^{x_1} \frac{\omega_\rho(\xi)}{P_1(\xi)} d\xi + h \int_0^{l/2} \frac{\omega_\rho(\xi)}{P_1(\xi)} d\xi + \\ & + h P_1(x_1) \int_0^{l/2} \frac{\omega_\rho(\xi)}{P_1(\xi)} d\xi + h \frac{\omega_\rho(x_1)}{P_1(x_1)} \int_0^{x_1} \frac{\omega_{\rho, 1}(\xi, x_1/2)}{\xi(\xi+h)} d\xi + \\ & \left. + \frac{\omega_{\rho, 1}(h, x_1)}{P_1(x_1)} |\tilde{v}(t(x))| \right\}, \end{aligned}$$

где  $i, j=1, 2$ ,  $j \neq i$ ,  $x_1 = x$ ,  $x_2 = l-x$ ,  $C_1, C_2$  — постоянные, зависящие лишь от  $\gamma$ ,

$$Z(\varphi)(x) = \int_0^x \varphi(\xi) \xi^{-1} d\xi + x \int_x^{l/2} \varphi(\xi) \xi^{-2} d\xi,$$

$$Z^1(\varphi, \psi)(x) = \int_0^x \varphi(\xi) \xi^{-1} d\xi + \psi(x) \int_x^{l/2} \varphi(\xi) (\psi(\xi) \xi)^{-1} d\xi.$$

2. По определению  $\gamma$  удовлетворяет условию  $(\alpha_2)$  [5], если существует некоторая точка  $\tau \in \gamma \setminus [a_1]$ , в которой выполняется условие

$$\forall \eta \sup_{\{t: t \in \gamma, |t-\tau| < \eta\}} |t-\tau| < 1.$$

Аналогично определяется условие  $(\alpha_3)$ .

Обозначим  $P_\omega = \{\rho \in P : \omega_{\rho, i}(\delta, x) \omega(x)/P_i(x) = O(\omega(\delta))\}$ ,  $0 < \delta \leq x < l/2$ ,  $i=1, 2$

По технике работы [5] доказывается

Теорема 1. Пусть  $\gamma$  удовлетворяет условиям  $(\alpha_2)$   $i=1, 2$ ,  $\omega_1 \in MH$ ,  $\rho \in P_\omega$  или вещественнозначная. Если оператор  $A$  ограниченно действует из  $H_\omega^0$  в  $H_\omega^0$ , то

$$Z(\omega)(x) + \sum_{i=1}^2 (P_i(x) x^{-1} Z(\omega q_i)(x) + P_i(x)) = O(\omega_1(x)), \quad x \in (0, l/2],$$

$$\omega_{\rho, i}(\delta, x) Z^1(\omega, P_i)(x) P_i^{-1}(x) = O(\omega_1(\delta)), \quad 0 < \delta \leq x \leq l/2, \quad i=1, 2.$$

Из этой теоремы, в частности, следует, что, если оператор  $A$  действует в  $H_\omega^0$  и ограничен, то

$$\omega(x) P_i^{-1}(x) \sim Z(\omega q_i)(x)/x, \quad i=1, 2.$$

Как доказано в [6], если  $\omega(x)/P_i(x)$  почти убывают,  $P_i(2x) \sim P_i(x)$   $i=1, 2$  и  $\rho \in P_\omega$ , то  $H_\omega^0 = H_{\varphi\psi}$  и соответствующие нормы эквивалентны, где

$$\varphi(\xi, \eta) = \omega(\xi)/P_1(\xi) + \omega(\eta)/P_2(\eta), \quad \psi(\delta, \xi, \eta) = \omega(\delta)/P_1(\xi) + \omega(\delta)/P_2(\eta),$$

(опр. протр.  $H_{\varphi\psi}$  см. напр., [4]).

Теорема 2. Пусть  $\gamma$  — отрезок прямой и  $\rho \in P$  вещественнозначная, тогда каждое пространство  $H_\omega^0$ , инвариантное относительно оператора  $A$ , совпадает с некоторым инвариантным  $H_{\varphi\psi}$ . Обозначим через  $P_1$  совокупность тех  $\rho \in P$ , для которых выполняется условие

$$\omega_{\rho, i}(\delta, x) P_i^{-1}(x) = O(h/x), \quad 0 < h \leq x \leq l/2, \quad i=1, 2.$$

Очевидно,  $P_1 \subset P_\omega$  для любого  $\omega \in MH$ . Заметим также, что  $\rho(t) = (t-a_1)^{\alpha_1+\beta_1} (t-a_2)^{\alpha_2+\beta_2} \in P_1$  при любых  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ ,  $\beta_1, \beta_2 \in (-\infty, +\infty)$ .

Имеет место

Теорема 3. Пусть  $\gamma$  удовлетворяет условиям  $(\alpha_2)$   $i=1, 2$ ,  $\rho \in P_1$ ,  $\omega, \omega_1 \in MH$ . Тогда, для того, чтобы оператор  $A$  действовал из  $H_\omega^0$  в  $H_\omega^0$  и был ограниченным необходимо и достаточно

$$Z(\omega)(x) = O(\omega_1(x)), \quad P_1(x) = O(\omega_1(x)),$$

$$Z(\omega q_i)(x) = O((\omega_1 q_i)(x)), \quad 0 < x \leq l/2, \quad i=1, 2.$$

Теорема 4. Пусть выполнены условия теоремы 1 и  $P_i(x)/x$   $i=1, 2$  почти убывают. Тогда для того, чтобы оператор  $A$  ограниченно действовал из  $H_\omega^0$  в  $H_\omega^0$ , необходимо и достаточно

$$Z^1(\omega, P_i)(x) = O(\omega_1(x)), \quad x \in [0, l/2],$$

$$\omega_{p,1}(\delta, x) P_1^{-1}(x) Z^1(\omega, P_1)(x) = O(\omega_1(\delta)), \quad 0 < \delta \leq x \leq 1/2, \quad i = 1, 2.$$

Из теоремы 3, в частности, следует, что, если  $\rho(t) = (t - a_1)^{\alpha_1 + 1/p_1} \times (t - a_2)^{\alpha_2 + 1/p_2}$ ,  $\omega(\delta) = \delta^\mu$  и  $\gamma$  — гладкая дуга, то для того, чтобы оператор  $A$  ограниченно действовал в  $H_\omega^p$ , необходимо и достаточно чтобы

$$0 < \mu < 1, \quad \mu < \alpha_i < \mu + 1, \quad i = 1, 2.$$

Достаточность теоремы доказана Р. В. Дудучавой [7] и В. В. Салаевым [6], в частных случаях и в других терминах А. И. Гусейновым [2], Погожелским [8] и др.

Авторы приносят благодарность В. В. Салаеву за ценные обсуждения.

#### Литература

1. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. Физматгиз, 1968.
2. Гусейнов А. И. Изв. АН СССР, серия физ.-матем. наук, 1948, 12, 2, 193—212.
3. Бабаев А. А. ДАН СССР, 1966, 170, 5, 1003—1005.
4. Салаев В. В. Уч. зап., АГУ, серия физ.-матем. наук, 1966, № 6, 5.
5. Салаев В. В. Матем. заметки, т. 19, № 3, 1976, 365—380.
6. Салаев В. В. Докт. дисс. Баку, 1975.
7. Дудучава Р. В. ДАН СССР, 1970, 191, 1, 16—19.
8. Pogorzelski W. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. math. astr. et phys., 6, 1958, 85.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 22. III 1978

С. К. Абдуллаев, А. Э. Бабаев

#### ЧЭКИЛИ ҺӨЛДЕР ФЭЗАЛАРЫНДА АЧЫГ КОНТУР ҮЗРЭ КОШИ СИНГУЛJAR ОПЕРАТОРУ

Мәгаләдә  $Au = \int_{\gamma} u(\tau)(\tau - t)^{-1} d\tau$  сингулjar оператору  $H_\omega^p$  чәкили Һөлдәр фәзаларында өрәнилик.  $\gamma = a_1, a_2$  һәр бир дахили һөгтәдә тохунана малик олан дүзлән дирилә билән ачыг жордан әрнисидир.

Хүсуси һалда  $\gamma$  һамар әрнә олдугда,  $A$  операторунун  $H_\omega^p$  фәзаларында мәндуд тәсир етмәси үчүн  $(\omega, \rho)$  чүтүнә һәзәрән зәрури вә кафи шәртләр тапылмышдыр.

S. K. Abdullaev, A. A. Babayev

#### SINGULAR CAUCHY OPERATOR ALONG A NONCLOSED CURVE IN WEIGHTED HÖLDER SPACES

Necessary and sufficient conditions on  $\omega$  and  $\rho$  are found in the paper for the singular operator

$$Au = \int_{\gamma} u(\tau)(\tau - t) d\tau$$

to act boundedly from one  $H_\omega^p$  into another. Here  $\gamma = a_1 a_2$  is a nonclosed Jordan rectifiable  $K$ -curve, having tangent at each inner point and satisfying  $(\alpha_{a_1}), (\alpha_{a_2})$  conditions.

By the definition  $\gamma$  satisfies  $(\alpha_{a_1}), (\alpha_{a_2})$  conditions, if there exists  $\tau \in \gamma \setminus \{a_1, a_2\}$  at which the condition

$$\forall r \sup_{\{t: |t-\tau| < r\}} |t-\tau| < 1$$

holds.

$H_\omega^p$  is a weighted Hölder space.

$$(\forall r \sup_{\{t: |t-\tau| < r\}} |t-\tau| < 1)$$

Ю. И. ДОМШЛАК

#### ТЕОРЕМА СРАВНЕНИЯ ТИПА ШТУРМА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ С КОНУСОМ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ К СИСТЕМАМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И. Гусейновым)

Нами в работах [1, 2] и им предшествующих предложен метод получения векторных аналогов классической теоремы Штурма о разделении нулей для решений уравнения второго порядка в гильбертовом пространстве. В настоящей статье приводится общий принцип получения таких аналогов для решений уравнения первого порядка

$$u'(t) - A(t)u(t) = 0, \quad t > t_0 \quad (1)$$

в гильбертовом пространстве  $H$  (или  $E_n$ ) с, вообще говоря, неограниченным оператором  $A(t)$ , область определения которого  $D[A(t)]$ . Так же, как в [1, 2], этот принцип основан на том, что векторным аналогом положительной скалярной функции считается вектор-функция, значения которой на данном интервале  $J(t_0, \infty)$  не выходят за пределы некоторого предконуса из  $H$ . Ранее в [3, 4] для систем (1) в пространстве  $E_{2n}$ , являющихся каноническими, получен предконус теоремы сравнения Штурма, основанный на других представлениях, и обобщающий известную теорему сравнения для аргументов решений систем второго порядка (см. [5], стр. 157).

Определение. Множество  $K \subset H$  называется предконусом, если  $1^\circ: x, y \in K \rightarrow \lambda x + \mu y \in K$  для  $\forall \lambda, \mu \geq 0, \lambda + \mu > 0, 2^\circ: x \in K \Rightarrow -x \in K$

Если  $K$  — предконус, то  $Q = \{x \in H; (x, y) > 0, \forall y \in K\}$  называется остроугольно дополнительным к нему предконусом.

Теорема 1. Пусть можно подобрать операторы  $B(t), C(t)$ , вектор-функцию  $g(t)$  и точки  $t_1, t_2 \in J$  так, что

а)  $g'(t), B(t)g(t)$  кусочно непрерывны на  $J$ ;  $g(t) \in D[C(t)] \cap D[B(t)]$ ,

б)  $g'(t) + B(t)g(t) \in \overline{Q}, [C(t) - B(t)]g(t) \in \overline{Q}$  на  $(t_1, t_2)$  (2)

в)  $g(t_1) \in \overline{Q}, -g(t_2) \in \overline{Q}$ , (3)

г) в каком-либо из включений (2) на некотором подинтервале или же в каком-либо из включений (3) можно опустить знак замыкания  $\overline{Q}$ ,

д)  $(A(t)v, g(t)) - (v, C(t)g(t)) \geq 0$  для  $\forall v \in K \cap D[A(t)], t \in (t_1, t_2)$ . (4)

Тогда уравнение (1) не может иметь решений, траектория которых для  $t \in J$  лежит в  $K$ .

Замечание. Нетрудно показать, что если  $A(t)$  — ограниченный оператор в  $H$ , и для некоторого  $C(t)$  требования (2) и (4) соблюда-

ны, то они соблюдены и для  $C(t) \equiv A^*(t)$ . В приводимых в данной статье приложениях мы будем применять теорему 1 именно в этом упрощенном варианте, поскольку будем рассматривать лишь  $H=E_2$  и  $E_3$ .

В [1, 2], где приведен аналог теоремы 1 для уравнения второго порядка, дано применение этого общего подхода к получению теорем о разделении нулей (и, как следствия, — о колеблемости решений) для уравнений с частными производными, в частности, для гиперболических уравнений в многомерных цилиндрических областях с несовпадающими главными частями.

Рассмотрим некоторые из возможных применения теоремы 1 к системам обыкновенных дифференциальных уравнений второго и третьего порядка, т. е., для  $H=E_n$ ,  $n=2, 3$ . Для  $n=1$  теорема 1 является бессодержательной.

Исследуем вопрос о нулях проекций решений системы

$$\begin{cases} z_1' - a_{11}(t)z_1 - a_{12}(t)z_2 = 0 \\ z_2' - a_{21}(t)z_1 - a_{22}(t)z_2 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Не ограничивая общности, будем рассматривать систему

$$\begin{cases} u_1' - a_1(t)u_2 = 0 \\ u_2' - a_2(t)u_1 = 0, \end{cases} \quad (6)$$

поскольку (5) приводится к виду (6) с помощью замены  $z_1 = \exp \times \left( - \int a_{11} ds \right) \cdot u_1$ ,  $i=1,2$  не нарушающей расположения нулей проекций решений.

**Теорема 2.** Пусть для некоторого  $i=1,2$  можно указать непрерывно дифференцируемую  $q(t) > 0$  на  $(t_1, t_2)$ , так, что

$$a) \quad \left| \int_{t_1}^{t_2} q(t) a_i(t) dt \right| = \pi$$

$$b) \quad q'(t) \cdot \cos \left( \int_{t_1}^t q(s) a_i(s) ds \right) - [a_j(t) + q^2(t) a_i(t)] \times \\ \times \sin \left( \int_{t_1}^t q(s) a_i(s) ds \right) \geq 0, \\ t \in (t_1, t_2), \quad j=3-i.$$

Тогда координата  $u_i(t)$  любого решения  $u(t)$  системы (6) имеет хотя бы один нуль на  $[t_1, t_2]$ .

Это утверждение получится из теоремы 1, если положить (для  $i=1$ )

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & a_1 \\ a_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B(t) = \begin{pmatrix} -q' \cdot q^{-1} & -q^2 \cdot a_1 \\ a_1 & 0 \end{pmatrix}, \\ g(t) = \begin{vmatrix} q \cdot \cos \left( \int_{t_1}^t q \cdot a_1 ds \right) \\ -\sin \left( \int_{t_1}^t q \cdot a_1 ds \right) \end{vmatrix}, \quad K = \{u \in E_2 : u_1 > 0\} \\ Q = \{v \in E_2 : v_2 = 0, v_1 > 0\}.$$

Если в этой теореме положить  $q(t) \equiv \pi \cdot \left| \int_{t_1}^t a_1(s) ds \right|^{-1}$ , то получим

**Следствие 2.1.** Пусть для некоторого  $i=1,2$  на  $(t_1, t_2)$  выполнены неравенства

$$\left| \int_{t_1}^t a_1(s) ds \right| < \left| \int_{t_1}^t a_2(s) ds \right|, \\ \left[ \left( \int_{t_1}^t a_1(s) ds \right)^2 \cdot a_2(t) + \pi^2 \cdot a_1(t) \right] \cdot \int_{t_1}^t a_1(s) ds < 0, \quad j=3-i.$$

Тогда координата  $u_i(t)$  любого решения системы (6) имеет нуль на  $[t_1, t_2]$ .

Применение следствия 2.1 к модельной системе

$$\begin{cases} u_1' - a_1 \cos t \cdot u_2 = 0 \\ u_2' - a_2 \cos(t - \varepsilon) \cdot u_1 = 0, \end{cases} \quad a_1 a_2 > 0, \quad 0 < \varepsilon < 2\pi \quad (8)$$

приводит к условию вида  $a_1 a_2 \geq \varphi(\varepsilon)$  на коэффициенты системы, обеспечивающему колеблемость обеих координат любого ее решения. Явно выписанная функция  $\varphi(\varepsilon)$  определена при всех  $0 < \varepsilon < 2\pi$ , убывает на  $(0, \pi]$ , возрастает на  $[\pi, 2\pi)$ ,  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varphi(\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 2\pi} \varphi(\varepsilon) = +\infty$ , причем

$\varphi(\pi) = \frac{\pi^2}{4}$ . При  $\varepsilon = \pi$  система (8) интегрируется в квадратурах, и не-

трудно видеть, что если  $a_1 a_2 < \frac{\pi^2}{4}$ , то упомянутым свойством осцил-

лируемости любого решения эта система не обладает так же, как и при  $\varepsilon = 0$ , т. е. полученное условие на  $a_1, a_2$  близко к неулучшаемому.

Заметим, что сохранение знаков у коэффициентов системы (6), априори не требуется, т. е., рассматриваемые системы, вообще говоря, не сводятся к одному уравнению второго порядка. Тем не менее, теорема 2 дает новые результаты и для скалярного уравнения второго порядка

$$x'' + c(t)x = 0, \quad (7)$$

Запишем (7) в виде системы (6), положив  $a_1(t) \equiv 1$ ,  $a_2(t) = -c(t)$ .

**Следствие 2.2.** Пусть  $q(t) > 0$ ,  $\int_{t_1}^{t_2} q(s) ds = \pi$ ,

$$q'(t) \cdot \cos \left( \int_{t_1}^t q ds \right) + [c(t) - q^2(t)] \cdot \sin \left( \int_{t_1}^t q ds \right) \geq 0, \quad t \in (t_1, t_2).$$

Тогда любое решение уравнения (7) имеет нуль на  $[t_1, t_2]$ .

**Следствие 2.3.** Пусть на  $(t_1, t_2)$  имеют место неравенства

$$\left| \int_{t_1}^t c(s) ds \right| < \left| \int_{t_1}^t c(s) ds \right|, \quad \left[ c(t) - \frac{1}{\pi^2} \cdot \left( \int_{t_1}^t c(s) ds \right)^2 \right] \cdot \int_{t_1}^t c(s) ds < 0.$$

Тогда производная  $x'(t)$  любого решения уравнения (7) имеет нуль на  $[t_1, t_2]$ .

Последнее следствие позволяет выделить неколебательные уравнения (7), у которых ни одно из решений не является монотонным на полуоси. Таковым, например, является уравнение (7) при  $c(t) \equiv 2 \sin t \cdot (t + 2 \sin t)^{-1}$ .

Рассмотрим теперь систему третьего порядка

$$u_i - a_i(t)u_{i+1} = 0, \quad i = \overline{1,3}, \quad u_4 \equiv u_1. \quad (9)$$

Теорема 3. Пусть на интервале  $J$  существуют точки  $t_1 < t_2$  такие, что  $\int_{t_1}^{t_2} a_3(s)ds \neq 0$ , и при некотором  $\lambda > 0$  на  $(t_1, t_2)$  удовлетворены неравенства

$$\begin{aligned} [a_1(t) + \lambda^3 a_3(t)] \cdot \sin \left( \pi \cdot \left| \int_{t_1}^t a_3 ds \right|^{-1} \cdot \int_{t_1}^t a_3 ds - \frac{\pi}{3} \right) < 0, \\ \left[ a_2(t) - \frac{8\pi^3}{3\sqrt{3} \cdot \lambda^3} \cdot \left| \int_{t_1}^t a_3 ds \right|^{-3} \cdot a_3(t) \right] \times \\ \times \sin \left( \pi \cdot \left| - \int_{t_1}^t a_3 ds \right|^{-1} \cdot \int_{t_1}^t a_3 ds + \frac{\pi}{3} \right) \geq 0. \end{aligned}$$

Тогда система (9) не имеет решений  $u(t)$  таких, что  $u_2(t) \cdot u_3(t) > 0$  на  $J$ .

Это утверждение можно получить из теоремы 1, если положить  $H = E_3$ ,  $K = \{u \in E_3 : u_2 > 0, u_3 > 0\}$ ,  $Q = \{v \in E_3 : v_1 = 0, v_2 \geq 0, v_3 \geq 0, v_2 + v_3 > 0\}$ ,

$$\begin{aligned} A(t) &= \begin{pmatrix} 0 & a_1(t) & 0 \\ 0 & 0 & a_2(t) \\ a_3(t) & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ B(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_3(t) \\ -\lambda^3 \cdot a_3(t) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{8\pi^3}{3\sqrt{3} \cdot \lambda^3} \cdot \left| \int_{t_1}^t a_3 ds \right|^{-3} \cdot a_3(t) & 0 \end{pmatrix}, \\ g(t) &= \begin{pmatrix} e^{\frac{z}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} z \\ \lambda^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \left| \int_{t_1}^t a_3 ds \right| \cdot e^{\frac{z}{2}} \cdot \sin \left( \frac{\sqrt{3}}{2} z + \frac{\pi}{3} \right) \\ -\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot \left| \int_{t_1}^t a_3 ds \right|^{-1} \cdot e^{\frac{z}{2}} \cdot \sin \left( \frac{\sqrt{3}}{2} z - \frac{\pi}{3} \right) \end{pmatrix}, \\ z &= \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot \left| \int_{t_1}^t a_3 ds \right|^{-1} \cdot \int_{t_1}^t a_3 ds. \end{aligned}$$

Более обозримый результат получается для системы третьего порядка

$$\begin{aligned} x'' - a_1(t)y &= 0 \\ |y' - a_2(t)x &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

которая может быть переписана в виде (9), если положить  $u_1 = x'$ ,  $u_2 = y$ ,  $u_3 = x$ ,  $a_3(t) \equiv 1$ .

Следствие 3.1. Пусть  $(t_1, t_1 + 3h) \subset J$ ,  $a_1(t_1 + h) < 0$ ,

$$a_1(t) - a_1(t_1 + h) \begin{cases} \geq 0 & t \in (t_1, t_1 + h) \\ < 0 & t \in (t_1 + h, t_1 + 3h), \end{cases}$$

$$a_2(t) + \frac{\mu}{h^3 \cdot a_1(t_1 + h)} \begin{cases} \geq 0 & t \in (t_1, t_1 + 2h) \\ < 0 & t \in (t_1 + 2h, t_1 + 3h), \end{cases}$$

$$\text{где } \mu = \frac{8\pi^3}{81\sqrt{3}}.$$

Тогда у системы (10) нет решений таких, что  $x(t) \cdot y(t) > 0$  на  $J$ .

Если положить в (10)  $a_1(t) = -a \sin t$ ,  $a_2(t) = \beta \sin(t + \varepsilon)$ ,  $a\beta > 0$ ,  $0 < \varepsilon < \frac{\pi}{2}$ , то можно получить следующее утверждение для этой модельной системы.

Следствие 3.2. Если

$$\alpha\beta \geq \begin{cases} \frac{\mu}{\varepsilon^3 \cos^2 \varepsilon}, & 0 < \varepsilon < \xi_0 \\ \frac{\mu}{d_0 \cos \varepsilon}, & \xi_0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

где  $\xi_0$  — наименьший положительный корень уравнения  $\xi \cdot \operatorname{tg} \xi = 3$ ,  $d_0 = \xi_0^4 (\xi_0^2 + 9)^{\frac{1}{2}}$ , то у системы (10) нет решений таких, для которых  $x(t) \cdot y(t) > 0$  на каком-либо из интервалов  $(2k\pi + \frac{\pi}{2} - \varepsilon - h, 2k\pi + \frac{\pi}{2} - \varepsilon + 2h)$ , где  $h$  — наименьший положительный корень уравнения

$$h^3 \cdot \cos h = \frac{\mu}{\alpha\beta \cdot \cos \varepsilon}.$$

Отсюда, в частности, следует, что любое решение системы (10) при этих условиях имеет хотя бы одну колеблющуюся координату.

#### Литература

1. Домшляк Ю. И. Дифференц. уравнения, 1975, № 2.
2. Домшляк Ю. И. ВИНТИ, № 633—78 деп. 3. Якубович В. А. ДАН СССР, 1959, 124, 3.
4. Якубович В. А. ДАН СССР, 1959, 124, 5.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Наука, 1965.

Институт математики и механики

Поступило 22. VI 1978

Ю. И. Домшляк

#### КОНУСЛУ ГИЛБЕРТ ФЭЗАСЫНДА БИРТЭРТИБЛИ ТЭНЛИК ҮЧҮН ШТУРМ ТИПЛИ МУГАЈИСЭ ТЕОРЕМИ ВЭ ОНУН АДИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЭНЛИК СИСТЕМЛЭРИНЭ ТЭТБИГИ

Мэгалэдэ гнјмэтлэри Гилберт фэзасындакы конусдан олан вектор-функција ади мэнада мүсбэт скалјар функцијанын аналогу кими бахмаг олар. Буна эсасла-нараг, мэгалэдэ конуслу Гилберт фэзаларында (1) тэнлик үчүн классик Штурм мү-гајисэ теоремини аналогларынын алынмасы принсини тэклиф олунур. Бу принцип  $H = E_3$  вэ  $E_3$  наллари үчүн реализэ олунур. Бу налда конус ролуну ујгун оларга јарыммүстэви вэ јарымфэза ојнајыр.

STURM-TYPE COMPARISON THEOREM FOR THE FIRST ORDER EQUATION  
IN THE HILBERT SPACE WITH CONE AND ITS APPLICATIONS TO  
THE SYSTEMS OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

This paper gives the Sturm-type comparison theorem of differential equation for the first order in the Hilbert space with cone. It also gives the applications to systems of ordinary differential equations for the second and third order.

Г. А. ОРУДЖЕВ

## О РОСТЕ ЦЕЛЫХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)

Пусть последовательность положительных чисел  $\{\lambda_n\}$  такая, что  $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = +\infty$ , и  $\{\mu_n\}$  есть „последовательность добавок“

для последовательности  $\{\lambda_n\}$ , т. е. ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} 1/\mu_n e^{i\lambda_n z}$  сходится  $\forall \varepsilon > 0$  и расходится  $\forall \varepsilon < 0$ .

Например, если  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\ln n / \lambda_n \ln \lambda_n) = \delta < +\infty$  или более общее, если

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \ln n}{\lambda_n} = 0$ , то достаточно положить  $\{\mu_n = n\}$  и т. п. Рассмотрим ряд Дирихле

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n z}. \quad (1)$$

Если величина  $\sigma_a$  определена формулой

$$\sigma_a = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(\mu_n |a_n|)}{\lambda_n}, \quad (2)$$

то абсцисса абсолютной сходимости ряда (1) не больше, чем  $\sigma_a$  (см. [1], [2]). Кроме того, если в (2) вместо верхнего предела существует обычный предел, то абсцисса абсолютной сходимости ряда (1) равна  $\sigma_a$ .

Пусть  $f(z)$  — целая функция, представленная абсолютно сходящимся в конечной плоскости рядом (1).

Положим,

$$M(\sigma) = \sup_{-\infty < t < +\infty} |f(\sigma + it)|.$$

Для  $f(z)$  определяется  $R$ -порядок по формуле

$$\rho = \overline{\lim}_{\sigma \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln M(-\sigma)}{\sigma} \quad (3)$$

Введем обозначения

$$\rho_1 = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} [\lambda_n \ln \lambda_n / \ln |a_n|^{-1}] \quad (4)$$

$$\rho = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} [\lambda_n \ln \lambda_n / \ln(\mu_n |a_n|^{-1})] \quad (5)$$

В [3, 4] показано, что если  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\ln n / \lambda_n \ln \lambda_n) = 0$  и величина  $\rho_1$  определена формулой (4), то справедливо равенство  $\rho = \rho_1$ . В [5] доказано



что если

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (\ln n / \lambda_n \ln \lambda_n) = \delta < +\infty \quad (6)$$

и  $\delta \rho_1 < 1$ , то справедливо неравенство

$$\rho \leq \frac{\rho_1}{1 - \delta \rho_1}$$

Основные результаты работ [3-6] имеют место при ограничении на рост  $\{\lambda_n\}$ .

Например, условие (6) и т. п.

В настоящей работе в основном полученные результаты, относящиеся к оценке  $R$ -порядка, целой функции  $f(z)$  посредством величины, зависящей от коэффициентов  $\{a_n\}$  и положительных показателей  $\{\lambda_n\}$ , имеют место без всяких ограничений на  $\{\lambda_n\}$ , кроме  $\lambda_n \rightarrow +\infty$ . Указанные в работе примеры показывают, что во многих случаях неравенство превращается в равенство. Кроме того, полученные здесь оценки более точные, чем оценки для частных случаев, рассмотренных в работе [5].

Теорема 1. Всегда при любом  $\varepsilon > 0$  имеет место соотношение

$$M(\sigma) < \mu_1(\sigma - \varepsilon),$$

где  $\mu_1(\sigma) = \max_{n > 1} (\mu_n |a_n| e^{-\lambda_n \sigma})$  и  $\{\mu_n\}$  "последовательность добавки" для  $\{\lambda_n\}$ .

Отсюда, в частности, если  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (\ln n / \lambda_n) = H < +\infty$ , то получится известное неравенство (см. [1] стр. 81. Теорема 2, 6, 4)

$$M(\sigma) < \mu(\sigma - H - \varepsilon),$$

где

$$\mu(\sigma) = \max_{n > 1} (|a_n| e^{-\lambda_n \sigma}), \quad -\sigma > N(\varepsilon).$$

Теорема 2. Пусть последовательность положительных чисел  $\{\lambda_n\}$  является показателем ряда (1), который абсолютно сходится к  $f(z)$  на всей комплексной плоскости и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = +\infty$ . Если

$\{\mu_n\}$  — "последовательность добавки" для  $\{\lambda_n\}$  и величина  $\rho$  определена по формуле (6), то для  $R$ -порядка, равного  $\rho$  этой функции, справедливо неравенство

$$-\frac{1}{\rho} \leq -\frac{1}{\rho}$$

При дополнительном условии  $\rho > 0$  верно  $\rho \leq \rho$ .

Следствие 1. Если выполняется условие

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\ln \ln n / \lambda_n) = 0,$$

то  $R$ -порядок, равный  $\rho$  функции  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n z}$ , удовлетворяет неравенству

$$-\frac{1}{\rho} < -\frac{1}{\rho},$$

где

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} [\ln(n |a_n|) / \lambda_n \ln \lambda_n] = -\frac{1}{\rho},$$

кроме того, если  $\rho > 0$ , то  $\rho \leq \rho$ .

Следствие 2. Если выполняется условие

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{\lambda_n \ln \lambda_n} = \delta < +\infty,$$

то  $R$ -порядок  $\rho$  функции  $f(z)$  удовлетворяет неравенству

$$-\frac{1}{\rho} < -\frac{1}{\rho},$$

где

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n |a_n|)}{\lambda_n \ln \lambda_n} = -\frac{1}{\rho}$$

при дополнительном условии  $\rho > 0$  верно  $\rho \leq \rho$ .

Замечание 1. Рассмотрим случай, когда

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{\lambda_n \ln \lambda_n} = \delta < +\infty$$

и

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |a_n|}{\lambda_n \ln \lambda_n} = -\frac{1}{\rho_1} \quad (0 < \rho_1 < +\infty),$$

очевидно, тогда

$$-\frac{1}{\rho} \leq -\frac{1}{\rho} \leq -\frac{1}{\rho_1} + \delta$$

Отсюда, если  $\delta \rho_1 < 1$ , то  $\rho > 0$  и имеем неравенства

$$\frac{1}{\rho} \geq \frac{1}{\rho} \geq \frac{1}{\rho_1} - \delta; \quad \rho \leq \rho \leq \frac{\rho_1}{1 - \delta \rho_1}, \quad (7)$$

где в неравенстве (7) не исключено строгое неравенство

$$\rho < \frac{\rho_1}{1 - \delta \rho_1}$$

Этот факт показывает, что полученное нами неравенство  $\rho \leq \rho$  более точное, чем неравенство Азпейтца [5]:

$$\rho \leq \frac{\rho_1}{1 - \delta \rho_1}$$

которое охватывает только частный случай  $\delta < +\infty$ .

Пример 1. Пусть

$$f(z) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\varepsilon}} \exp \left\{ -z \frac{\ln n}{\ln \ln n} \right\}$$

этот ряд сходится абсолютно на всей комплексной плоскости. На основании теоремы 2 порядок  $\rho$  данной функции удовлетворяет неравенству

$$\rho_1 = \frac{1}{1 + \varepsilon} < \rho = \rho = \frac{1}{\varepsilon}.$$

Пример 2. Пусть

$$f(z) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \exp \{ \sqrt{\ln n \ln \ln n} \}} \exp \{ -z \sqrt{\ln n} \}.$$

легко проверить, что  $\sigma_1 = -\infty$ ,  $\delta = +\infty$  и  $\rho = \rho = \frac{1}{2}$ . Результат Азпейтна [5] здесь не применим, так как  $\delta = +\infty$ . Примеры 1 и 2 показывают, что полученное нами неравенство  $\rho \leq \rho$  точное и ее улучшить нельзя, т. к. для рассматриваемого примера имеет место знак равенства.

#### Литература

1. Леонтьев А. Ф. Ряды экспонент. М., 1976. 2. Оруджев Г. А. Уч. зап. МВ и ССО Азерб ССР, серия физ.-матем. наук, № 4, 1973, стр. 62—59. 3. Тапака С. То, hoku Math. J. 2, № 2, 1953, 67—78. 4. Azpeitia A. G. Proc. Amer. Math. soc., 12, pp. 722—723, 1961. 5. Azpeitia A. G. Quart. J. Math., (2), 15, pp. 275—277, 1964. 6. Ritt J. F. Amer. J. of Math., 50, № 1, 1928, 73—86.

АПИ им. В. И. Ленина

Поступило 4. VII 1978

Г. Э. Оруджев

#### ТАМ ФУНКЦИЈАЛАРЫН БОЛУ НАГГЫНДА

Мәгаләдә бүтүн мүстәвидә мүтләг јыгылан Дирихле сырасы нлә кәстәрилән функцијаларын  $R$ -тәртиби сыраһын әмсаллары вә үстләри васитәсилә гүмәтләндирилир.

G. A. Orudjev

#### ON AN INCREASE OF ENTIRE FUNCTIONS

In the paper the  $R$ -order of the function  $f(z)$  is evaluated by value depending on the Dirichlet series coefficients and exponents absolutely converging on a whole complex plane to  $f(z)$ .

Чл.-корр. ДЖ. Э. АЛЛАХВЕРДИЕВ, А. В. ШАПИРО

#### ОБ УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ СИСТЕМ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Мы рассмотрим системы, эволюция которых описывается следующим образом]

$$x(t) = \int_0^t U(t, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

где векторы  $x(t)$  и  $u(t)$  принадлежат соответственно банаховым пространствам состояний  $X$  и управлений  $Y$ . В качестве классов допустимых уравнений будем использовать банаховые пространства измеримых функций  $L^q(Y)$  с нормой:

$$\|u(\cdot)\|_q = \left[ \int_0^T \|u(t)\|^q dt \right]^{1/q}, \quad 1 \leq q < \infty,$$

$$\|u(\cdot)\|_q \text{ess sup}_{t \in [0, T]} \|u(t)\|, \quad q = \infty.$$

Далее мы считаем, что  $B(\cdot) \in L^p([Y, X])$ , где  $[Y, X]$  — банахово пространство ограниченных линейных операторов из  $Y$  в  $X$  и  $p^{-1} + q^{-1} = 1$ . И, наконец,  $U(t, \tau) \in [X]$  ( $[X, X] = [X]$ ) — сильно непрерывный эволюционный оператор, равный при  $t = \tau$  единичному оператору.

Введем, очевидно, принадлежащий  $[L^q(Y), X]$ , оператор

$$K_T(u(\cdot)) = \int_0^T U(T, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau.$$

Определение 1. Систему (1) назовем  $L^q(Y)$  вполне управляемой, если  $\text{Im}(K_T)$  — образ оператора  $K_T$  совпадает с  $X$ .

Из результатов работы [1] следует, что необходимым и достаточным условием  $L^q(Y)$  вполне управляемости системы (1) является выполнение оценки

$$\|B^*(\cdot) U^*(T, \cdot) x^*\|_p \geq c \|x^*\|, \quad (2)$$

$\forall x^*$  из сопряженного пространства  $X^*$ ,

Если  $B(t) \equiv B \in [Y, X]$  и  $B$  отображает  $Y$  на  $X$ , то (2) имеет место, когда  $p = \infty$  (т. е.  $q = 1$ ) или, например, когда  $U(t, \tau) \equiv e^{A(t-\tau)}$ , где  $e^{At}$  ( $t \geq 0$ ) — сильно непрерывная полугруппа класса  $C_0$ ,  $\text{Im}(e^{At}) = X$  и  $1 \leq p \leq \infty$ . Таким образом, для системы (1), мы получим достаточные условия полной управляемости, с помощью которых далее исследован вопрос об управляемости нелинейных систем.

Замечание 1. В работе [2] утверждалось, что система

$$\dot{x}(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau \quad (3)$$

не будет  $L_T^1(Y)$  вполне управляемой, если полугруппа  $e^{At}$  компактна. Однако из сказанного следует, что это не так в случае, когда  $Jm(B) = X$ .

Замечание 2. Предположим, что система (3) полностью стабилизируема (см. [3]), т. е.  $\forall \epsilon > 0$  можно подобрать оператор  $C \in [X, Y]$  такой, что для некоторого  $r > 0$  справедлива оценка

$$\|e^{At}\| \leq r \cdot e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0,$$

где

$$A = A + BC.$$

Тогда, если

$$Jm(e^{At}) = X, \quad t > 0, \quad (4)$$

то справедлива оценка (2) и система (3)  $L_T^1(Y)$  вполне управляема. Отсюда, в частности, следует утверждение работы [3].

Для получения дальнейших результатов используется следующая.

Лемма 1. Пусть  $Jm(B) = X$ . Тогда существует  $c > 0$  такое, что для любой измеримой функции  $x(t)$  из  $[0, T]$  в  $X$  найдется измеримая функция  $u(t)$  из  $[0, T]$  в  $Y$ , удовлетворяющая требованиям:

$$\begin{aligned} x(t) &= B u(t), \\ \|u(t)\| &\leq c \|x(t)\| \end{aligned}$$

Рассмотрим нелинейные системы вида

$$\dot{x}(t) = \int_0^t U(t, \tau) [B u(\tau) + \varphi(\tau, x(\tau))] d\tau, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

где операторы  $U(t, \tau)$  и  $B$  удовлетворяют тем же ограничениям, что и раньше. Потребуем выполнения следующих условий.

а) нелинейная функция  $\varphi(\tau, x)$  определена на  $[0, T] \times X$ , принимает значения в  $X$ , измерима и переводит ограниченные множества из  $[0, T] \times X$  в ограниченные (в  $X$ ).

в) любому допустимому управлению  $u(\cdot) \in L_T^1(Y)$  ( $q$  фиксировано) отвечает единственное (непрерывное) решение  $x(\cdot)$  уравнения (5).

Теперь мы можем по аналогии с линейным случаем определить (нелинейный) оператор  $\bar{K}_T$ , действующий из  $L_T^1(Y)$  в  $X$ .

Определение 2. Систему (5) назовем  $L_T^1(Y)$  вполне управляемой, если  $Jm(\bar{K}_T) = X$ .

С помощью леммы 1 и сформулированных ранее утверждений получаем следующий результат.

Теорема 1. Пусть выполнены условия (а) и (в) и  $Jm(B) = X$ . Тогда система (5)  $L_T^1(Y)$  вполне управляема. Если же, кроме того,  $U(t, \tau) = e^{A(t-\tau)}$  и выполнено требование (4), то система (5)  $L_T^1(Y)$  вполне управляема  $\forall q \in [1, \infty]$ .

В заключение мы рассмотрим вопрос с полной наблюдаемостью систем вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= U(t) x_0, \\ z(t) &= H(t) x(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где векторы  $x(t)$  и  $z(t)$  принадлежат соответственно банаховым пространствам состояний  $X$  и наблюдений  $Z$ , оператор  $U(t) \in [X]$  сильно непрерывен ( $t \in [0, T]$ ) и  $H(\cdot) \in L_T^1([X, Z])$ . Мы предположим, что оператор  $U^*(t)$  сильно непрерывен (это требование, вообще говоря, можно ослабить).

Введем, очевидно, принадлежащий  $[X, L_T^1(Z)]$ , оператор

$$\Phi_T(x) = H(\cdot) U(\cdot) x.$$

Определение 3. Систему (6) назовем  $L_T^1(Z)$  вполне наблюдаемой, если оператор  $\Phi_T$  имеет ограниченный обратный.

Лемма 2. Если пространство  $X$  рефлексивно, то для  $L_T^1(Z)$  вполне наблюдаемости системы (6) необходимо и достаточно, чтобы  $Jm(\bar{K}_T) = X^*$ , где

$$\bar{K}_T(z^*(\cdot)) = \int_0^T U^*(t) H^*(t) z^*(t) dt \quad (\bar{K}_T \in [L_T^1(Z^*), X^*]).$$

Отсюда вытекает следующий результат

Теорема 2. Пусть оператор  $U(t)$  является решением задачи Коши для операторного дифференциального уравнения

$$\frac{dU}{dt} = A(t)U, \quad U(0) = I,$$

где  $A(\cdot) \in L_T^1([X])$ . Тогда, если  $X$  рефлексивно, то для  $L_T^1(Z)$  вполне наблюдаемости системы (6) необходимо и достаточно  $L_T^1(Z^*)$  вполне управляемости системы

$$\dot{x}^*(t) = \int_0^t V(t, \tau) H^*(\tau) z^*(\tau) d\tau,$$

где

$$V(t, \tau) = U^*(\tau, t)$$

(см. [4]).

#### Литература

1. Аллахвердиев Дж. Э., Шапиров А. В. ДАН Азерб. ССР, т. XXXIV, № 5, 1978.
2. Triggiani R. A note on the lack of exact controllability for mild solutions in Banach spaces. SIAM J. Contr. and Optim., 15, № 3, 1977.
3. Zabcyk J. Complete stabilizability implies exact controllability. Universitatea din Timisoara, seminarul de ecuatii functionale 1976.
4. Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. Наука, 1970.

Институт кибернетики

Поступило 15. III 1979

Ч. Е. Аллахвердиев, А. В. Шапиро

БАНАХ ФЭЗАЛАРЫНДА СИСТЕМЛЭРИН ИДАРЭ ВЭ МҮШАҺИДЭ  
ОЛУНМАЛАРЫ ҺАГГЫНДА

Мәгаләдә банах фәзасында сонсуз өлчүлү системләрнин там идарә олуна билмәси  
вә мүшаһидә олунамасы үчүн зәрури вә кафи шәртләр алынмышдыр.

Dj. E. Allahverdiev, A. V. Shapiro

ON THE CONTROLLABILITY AND OBSERVABILITY OF SYSTEMS  
IN BANACH SPACES

In this article we give necessary and sufficient conditions of complete control-  
lability and observability for infinite dimensional systems in Banach spaces.

АЗӘРБАЙҖАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXV

№ 5

1979

УДК. 531.51

АСТРОФИЗИКА

З. Ф. СЕИДОВ, ДЖ. ШАРМА, Р. Х. КУЗАХМЕДОВ

ЕДИНОЕ ОПИСАНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ, ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ  
И ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ САМОГРАВИТИРУЮЩИХ  
ПОЛИТРОПНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Ф. Султановым)

Уравнение гидростатического равновесия  $\rho \nabla \varphi = -\nabla P$ , (1) сов-  
местно с уравнением Пуассона  $\Delta \varphi = 4\pi G \rho$  (2), в случае сферичес-  
кой, цилиндрической или плоской симметрии сводится к следующему  
единому виду:

$$\frac{1}{x^N} \frac{d}{dx} \left( \frac{x^N}{\rho} \frac{dP}{dx} \right) = -4\pi G \rho. \quad (3)$$

В (1)–(3)  $\varphi$ —гравитационный потенциал,  $G$ —ньютоновское постоян-  
ное тяготение,  $P$  и  $\rho$ —давление и плотность вещества. В уравнении  
(3) в случае сферической симметрии  $x$ —расстояние от центра симмет-  
рии и постоянная  $N$  принимает значение, равное 2, в случае цилин-  
дрической симметрии  $x$ —расстояние от оси симметрии и  $N=1$ , в слу-  
чае плоскосимметричной конфигурации,  $x$ —расстояние от централь-  
ной плоскости и  $N=0$ .

Рассмотрим случай политропного уравнения состояния:

$$P = K \rho^\gamma = K \rho^{1+1/n}, \quad (4)$$

где  $K$ ,  $\gamma$ ,  $n$ —постоянные, причем  $\gamma$ —показатель адиабаты и  $n$ —индекс  
политропии. Удобно ввести безразмерные переменные  $\theta$  и  $\eta$ :

$$\rho(x) = \rho_0 \theta^n(\eta), \quad P(x) = P_0 \theta^{n+1}(\eta), \quad x = a\eta = \left[ \frac{(n+1)P_0}{4\pi G \rho_0^2} \right]^{1/2} \eta \quad (5)$$

$$\rho_0 = \rho(0), \quad P_0 = P(0).$$

Уравнение (3) с помощью (4) и (5) перепишем в следующем виде:

$$\frac{1}{\eta^N} \frac{d}{d\eta} \left( \eta^N \frac{d\theta}{d\eta} \right) = -\theta^n, \quad (6)$$
$$\eta = 0, \quad \theta = 1, \quad d\theta/d\eta = 0.$$

Граничное условие следует из условия конечности  $\rho$  и  $P$  при  $x=0$ .  
Уравнение (6) особенно подробно исследовалось для случая  $N=2$   
[1]. Случай  $N=1$  и  $N=0$  рассмотрены в [2] и [3]. При  $N=0$  ре-  
шение уравнения (6) при  $-1 < n < \infty$  выражается сложным неявным  
образом через неполную бета-функцию [3], при  $N=1$  решение выра-  
жается через элементарные функции лишь при  $n=0,1$ , [2], а при  
 $N=2$  при значениях  $n$ , равных 0,1 и 5. Поэтому в ряде работ пред-  
лагались различные способы приближенного решения уравнения (6)  
[4–6]. Все эти работы посвящены одному случаю  $N=2$ , т. е. сфе-

рически-симметричным конфигурациям. Здесь мы продемонстрируем эффективный, обладающий вполне достаточной для астрофизических приложений точностью, метод приближенного решения уравнения (6) для произвольных значений  $N$  и  $n$ . Метод основан на использовании аппроксимаций Паде. Ранее такой подход применялся для решения уравнений равновесия сферически-симметричных политропных [5] и вырожденных конфигураций [7].

Начнем с разложения функции  $\theta(\eta)$  в степенной ряд в окрестности начала координат:

$$\theta(z) = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m z^m, \quad z = \eta^2. \quad (7)$$

Для коэффициентов ряда  $a_m$  с помощью методики, изложенной в работах [8] и [9], находим следующее рекуррентное соотношение:

$$a_{m+1} = \frac{1}{m(m+1)(2m+N+1)} \cdot \sum_{i=1}^m (in+i-m)(m-i+1)(2m-2i+N+1) a_i a_{m-i+1}, \quad m \geq 1, \quad (8)$$

$$a_1 = -\frac{1}{2(N+1)}.$$

Выпишем выражения для первых четырех коэффициентов, которые понадобятся нам в дальнейшем:

$$a_1 = -\frac{1}{2(N+1)}, \quad a_2 = \frac{n}{8(N+1)(N+3)},$$

$$a_3 = -\frac{2n^2(N+2) - n(N+3)}{48(N+1)^2(N+3)(N+5)}, \quad (9)$$

$$a_4 = \frac{n^3(6N^2+32N+34) - n^2(7N^2+46N+63) + n(2n^2+16N+30)}{384(N+1)^3(N+3)(N+5)(N+7)}.$$

При  $N=2$  и  $N=1$  эти выражения совпадают с формулами в [2] и [8]. Ищем приближение  $\theta(z)$  в виде следующей рациональной функции:

$$\theta_{22} = \frac{1 + Az + Bz^2}{1 + Cz + Dz^2}. \quad (10)$$

Это так называемая [2,2] аппроксимация Паде. Коэффициенты в выражении (10) выражаются через коэффициенты степенного ряда (7) следующим образом [10]:

$$A = a_1 + C, \quad B = a_2 + a_1 C + D,$$

$$C = (a_1 a_4 - a_2 a_3) / \Delta, \quad D = (a_3^2 - a_2 a_4) / \Delta, \quad (11)$$

$$\Delta = a_2^2 - a_1 a_3.$$

Из (9) и (11) находим искомые выражения для коэффициентов, входящих в рациональную функцию (10), представляющую собой приближенное решение уравнения (6):

$$A = \frac{[n^2(2N^3+10N^2+38N+46) - n(7N^3+63N^2+185N+273) + 6N^3+74N^2+282N+342]}{4(N+1)(N+7)[n(N^2+2N+9) - 2(N+3)^2]} \quad (12)$$

$$B = \frac{1}{48(N+1)^2(N+3)(N+5)(N+7)[n(N^2+2N+9) - 2(N+3)^2]} \times$$

$$\times [n^3(458N+372N^2+116N^3+18N^4+2N^5) - n^2(4431N+2842N^2+838N^3+137N^4+11N^5) + n(13140N+7176N^2+2072N^3+316N^4+20N^5) - (11340N+6264N^2+1704N^3+228N^4+12N^5) + (186n^3-3069n^2+10044n-8100)]; \quad (13)$$

$$C = \frac{n^2(2N^3+10N^2+38N^2+46) - n(5N^3+45N^2+139N+147) + (2N^3+22N^2+78N+90)}{4(N+1)(N+7)[n(N^2+2N+9) - 2(N+3)^2]} \quad (14)$$

$$D = \frac{n^3(2N^3+10N^2+70N+62) - n^2(5N^3+51N^2+233N+273) + n(2N^3+26N^2+126N+198)}{48(N+1)(N+5)(N+7)[n(N^2+2N+9) - 2(N+3)^2]} \quad (15)$$

Эти выражения могут показаться слишком громоздкими, однако следует учесть, что, во-первых, они представляют собой приближенное решение уравнений равновесия очень широкого класса самогравитирующих конфигураций, во-вторых, для конкретной пары значений  $n$  и  $N$  вычисление  $\theta_{22}(z)$  сводится к вычислению двух трехчленов, доступному для карманных электронных калькуляторов, и в третьих, точность этих простых приближений вполне достаточна для астрофизических применений.

Отметим, что при  $N=2$  формулы (12)–(15) совпадают с [2,2] аппроксимацией Паде, выведенной ранее в [5] для сферически-симметричных политропных конфигураций. Интересно также отметить, что при  $n=0$  формулы (10, 12–15) приводят к выражению  $\theta_{22}(z) = 1 - z/2(N+1)$  (16), являющимся точным решением уравнения (6). При значениях  $n$ , отличных от нуля, формулы (10, 12–15) дают приближенное представление функции  $\theta(\eta)$ , являющейся решением уравнения (6).

Важно отметить, что точность приближения функции  $\theta(\eta)$  рациональной функцией (10) с коэффициентами, задаваемыми формулами (12)–(15) весьма велика во всей астрофизически интересной области изменения аргумента  $\eta$ . Эта область ограничена нулем и первым положительным корнем функции  $\theta(\eta)$ ,  $\eta_1$ , т. е.  $\theta(\eta_1) = 0$ . Напомним, что  $\eta_1 = z_1^{1/2}$ . Для иллюстрации точности нашего приближения мы вычислили значения корня  $\eta_1$ , определяющего внешнюю границу конфигурации, для трех значений  $N$ , равных 0, 1 и 2, и большого количества значений индекса политропии  $n$ . При этом значение  $\eta_1$  находится из простого биквадратного уравнения  $1 + A\eta_1^2 + B\eta_1^4 = 0$ , где коэффициенты  $A$  и  $B$  определены формулами (12) и (13). В таблице приводится сравнение наших приближенных значений  $\eta_1$  с "точными", т. е. вычисленными с помощью численного интегрирования дифференциального уравнения (6). При этом для каждой пары значений  $n$  и  $N$  в первой строке дано "точное" значение  $\eta_1$ , во второй — наше "приближенное" значение  $\eta_1$ , и в третьей — "относительная ошибка", вычисленная по формуле  $(\eta_{\text{приб}} - \eta_{\text{точн}}) / \eta_{\text{точн}}$ . Видно, что в большинстве случаев точность вычисления  $\eta_1$  лучше одного процента. Отметим также, что хотя для плоскосимметричных политропных конфигураций, т. е.

для случая  $N = 0$ , значение  $\eta_1$  определяется явно через полную бета-функцию или через отношение двух гамма-функций [3], все же даже в этом случае наш метод значительно проще при достаточной точности. Что же касается цилиндрических и сферических политропных конфигураций, когда для большинства значений индекса политропии  $n$  граничное значение приходится вычислять с помощью метода Рунге—Кутты, тут преимущества нашего подхода неоспоримы.

Сравнение граничных значений  $\eta_1$ , вычисленных различными способами

| $n \backslash N$ | 0       | 1       | 2        |
|------------------|---------|---------|----------|
| 0                | 1,41421 | 2,00000 | 1,244919 |
|                  | 1,41421 | 2,00000 | 2,4-949  |
|                  | 0       | 0       | 0        |
| 1                | 1,57080 | 2,40183 | 3,14159  |
|                  | 1,57083 | 2,40549 | 3,14572  |
|                  | +1,91-5 | +2,74-4 | +1,31-3  |
| 1,5              | 1,64534 | 2,64778 | 3,65375  |
|                  | 1,64807 | 2,65801 | 3,68684  |
|                  | +1,66-3 | +3,86-3 | +9,05-3  |
| 2                | 1,74199 | 2,92132 | 4,35287  |
|                  | 1,73205 | 2,94587 | 4,40921  |
|                  | -5,71-3 | +8,40-3 | +1,29-2  |
| 3                | 1,85408 | 3,57390 | 6,89685  |
|                  | 1,84835 | 3,55817 | 6,92115  |
|                  | -3,09-3 | -4,40-3 | +3,52-3  |

В заключение заметим следующее. Из рассмотрения коэффициентов ряда (9) следует, что ряд (7) сходится быстрее при меньших значениях индекса политропии  $n$  и при больших значениях постоянной  $N$ . Это означает также, что точность приближения функции  $\theta(\eta)$ , рациональной функцией (10) больше при меньших  $n$  и больших  $N$ . В частности, как уже было сказано ранее, при  $n = 0$  формула (10) дает точное решение уравнения (6). Заметим также, что при  $N = 2$  и  $n = 3$  значение  $\eta_1$ , получаемое по нашим формулам, точнее, чем значение полученное в [5] помощью модифицированного приближения Паде.

#### Литература

1. Chandrasekhar S. Introduction to the study of stellar structure. N. Y. Dover, 1967.
2. Ostriker J. Ap. J. 140, 1956, 1964.
3. Harrison E. R., Lake R. G. Ap. J. 171, 323, 1972.
4. Service A. T. Ap. J. 211, 968, 1977.
5. Pascual P. Astron. Astrophys. 60, 161, 1977.
6. Сеидов З. Ф., Кузахмедов Р. Х. Астроном. ж., 55, 1916, 1978.
7. Сеидов З. Ф. ДАН Азерб. ССР, 34 № 8, 15, 1978.
8. Сеидов З. Ф., Кузахмедов Р. Х. Астроном. ж., 54, 707, 1977.
9. Сеидов З. Ф. ДАН Азерб. ССР, 34, № 12, 16, 1978.
10. Мак-Кракен Д., Дори У. Численные методы и программирование на фортране. Мир, М., 1977.

ИШАО

Поступило 11. I 1979

З. Ф. Сеидов, Ч. П. Шарма, Р. Х. Кузахмедов

#### СФЕРИК, СИЛИНДРИК ВЭ МҮСТЭВИ-СИММЕТРИК ӨЗ-ӨЗҮНҮ ЧЭЗБ ЭДЭН ПОЛИТРОПИК КОНФИГУРАСИЈАЛАРЫН ҮМҮМИ ТЭСВИРИ

Мөгалэдэ ихтијари  $n$  политропик индексли, сферик,  $N = 2$  цилиндрик,  $N = 1$  мустэви,  $N = 0$ , политропик конфигурацијаларын гидростатик таразгыны көстэрэн,  $\eta = 0, \theta = 1, d\theta/d\eta = 0$  сөрһөд шөртлөри дахилиндө  $d(\eta^N d\theta/d\eta)/d\eta = 0$  дифференциал тәлијинин  $\eta^{N\theta^n} +$  тәхминн һөллине бахылыр. һәмни һөлл  $\theta(\eta) = (1 + A\eta^2 + B\eta^4)/(1 + C\eta^2 + D\eta^4)$  рационал функција шөклиндө алыныб. Ихтијари  $n$  вә  $N$  гнјмәтлөри үчүн  $A, B, C, D$  әмсалларынын ифәләлөри верилиб.  $\theta(\eta_1) = 0$  шөрти дахилиндө  $\eta_1$ -ни сөрһөд гнјмәти һөсәбланыб вә даһа мүрәккәб, даһа дөгиг үсулларла алынмыш  $\eta_1$ -ни гнјмәтлөрилә мүгајисә, едиллиб.

Z. F. Seidov, J. P. Sharma, R. Kh. Kuzakhmedov

#### UNIFIED DESCRIPTION OF SPHERICAL, CYLINDRICAL AND PLANE-PARALLEL SELF-GRAVITATING POLYTROPIC CONFIGURATIONS

We have considered the problem of approximate solution of differential equation  $(\eta^N \theta')' + \eta^N \theta^n = 0$  with boundary conditions  $\eta = 0, \theta = 1, \theta' = 0$ , the equation governing the hydrostatic equilibrium of the polytropic configuration with the arbitrary value of polytropic index  $n$  and with one of the following kinds of symmetry: spherical,  $N = 2$ , cylindrical  $N = 1$  and planar  $N = 0$ . The solution is obtained in

the form of the rational function  $\theta(\eta) = \frac{1 + A\eta^2 + B\eta^4}{1 + C\eta^2 + D\eta^4}$ , the expressions for the coefficients being given for the arbitrary values of  $n$  and  $N$ . The boundary values  $\eta_1$ , defined by the equation  $\theta(\eta_1) = 0$ , have been calculated and compared with values obtained by other more complex and more exact methods.

УДК 539.293;535.215

В. Б. АНТОНОВ, Э. К. ГУСЕЙНОВ, Ф. Н. КАЗИЕВ, Э. Ю. САЛАЕВ,  
Г. С. СЕЙДИЛИ

### ОБ ЭКСКЛЮЗИИ НЕОСНОВНЫХ НОСИТЕЛЕЙ В $Cd_xHg_{1-x}Te$

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР, Г. Б. Абдуллаевым)

Эксклюзия неосновных носителей тока в полупроводниковом соединении  $Cd_xHg_{1-x}Te$  исследовалась в работах [1, 2]. В [1] исследовалась эксклюзия в образцах  $Cd_xHg_{1-x}Te$  с  $E_g = 0,26$  эВ путем сканирования образца световым пятном. В работе [2] эксклюзия в  $Cd_xHg_{1-x}Te$  с  $E_g = 0,09$  эВ наблюдалась по насыщению усиления и увеличению отношения сигнал/шум, а также по уменьшению времени фотоответа в сильных электрических полях. Время фотоответа  $\tau_0$  снижалось с ростом напряжения смещения в области эксклюзии примерно до  $10^{-7}$  сек. В обеих работах исследовались образцы  $Cd_xHg_{1-x}Te$   $n$ -типа проводимости.

Однако в области эксклюзии значительно более высокого быстрого действия можно ожидать в  $Cd_xHg_{1-x}Te$   $p$ -типа проводимости, благодаря значительно большей подвижности неосновных носителей (электронов) в нём.

В настоящей работе приведены результаты исследований влияния электрического поля на кинетику фототока в монокристаллах  $Cd_xHg_{1-x}Te$   $p$ -типа проводимости. Наблюдалось насыщение фотосигнала и уменьшение времени отклика в сильных электрических полях, свидетельствующее об эксклюзии неравновесных неосновных носителей тока. Зарегистрировано время фотоответа порядка  $10^{-8}$  сек.

#### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследовались монокристаллические образцы  $Cd_xHg_{1-x}Te$  ( $x=0,2$ )  $p$ -типа проводимости с  $E_g = 0,1$  эВ и максимумом спектральной характеристики fotocувствительности в районе  $\lambda = 11$  мкм. Образцы в данной работе выполнялись в специальной конфигурации, устраняющей роль инжекции неосновных носителей тока из контактов. Расстояние между контактами составляло для различных образцов 0,1, 0,2, 0,3 мм. Для формирования прямоугольного импульса излучения использовался электрооптический модулятор МЛ-8, работающий в режиме бегущей волны, для питания которого в качестве генератора высоковольтных прямоугольных импульсов применен коаксиальный разрядник, что обеспечивало резкие фронты импульсов [4]. Длительность импульса изменялась от  $3 \times 10^{-8}$  до  $10^{-6}$  сек при времени фронта импульса  $4 \times 10^{-9}$  сек.

Излучение от  $CO_2$ -лазера ( $\lambda_n = 10,6$  мкм), работающего в непрерывном режиме, через поляризатор МЛР-1 направлялось в электрооптический модулятор, а затем через анализатор МЛР-1 на исследуемый образец, который монтировался в криостате с входным окном из германия и высокочастотным коаксиальным выводом. Измерения проводились при  $77^\circ K$ . Форма импульсов тока питания модулятора, а также релаксационные кривые фототока наблюдались на экранах осциллографа С1-70 и С7-8.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЯ

В сильных тянущих электрических полях избыточные неосновные носители вытягиваются полем еще до того, как успевают рекомбинировать. Вследствие этого вдоль образца устанавливается неоднородное распределение носителей тока.

При объемном возбуждении и низком уровне сигнала выражение для фототока через образец  $p$ -типа проводимости (имеющий длину  $L$  и сечение  $S$ ) можно записать в виде

$$\Delta I = \frac{q(1+b)\mu_p ES}{L} \int_0^L \Delta n(x) dx, \quad (1)$$

где  $q$  — заряд электрона,  $b = \mu_n/\mu_p$  — отношение подвижности электронов и дырок,  $E = U/L$ ,  $U$  — напряжение смещения.

Распределение концентрации неравновесных неосновных носителей  $\Delta n(x)$  определяется из решения уравнения непрерывности [5]:

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = g_s - \frac{\Delta n}{\tau} + \mu_a E \frac{\partial \Delta n}{\partial x} + D_a \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2}, \quad (2)$$

где  $g_s$  — скорость оптической генерации носителей в единице объема образца,  $\tau$  — время жизни,  $D_a$  — амбиполярный коэффициент диффузии,  $\mu_a$  — амбиполярная дрейфовая подвижность, определяемая как

$$\mu_a = \frac{(p-n)\mu_n\mu_p}{n\mu_n + p\mu_p}$$

Для стационарных условий решения уравнения (2) имеет вид [5]:

$$\Delta n(x) = g_s \tau \left( 1 - e^{-\frac{x}{\mu_a E \tau}} \right)$$

Для определения переходного фототока надо знать распределение  $\Delta n(x, t)$  для произвольного момента времени  $t$  в течение процесса релаксации. Нетрудно показать, что в случае достаточно сильного поля, когда током диффузии можно пренебречь, функция  $\Delta n(x, t)$  имеет вид:

$$\Delta n(x, t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq x \leq x_1 \\ g_s \tau \left( 1 - e^{-\frac{x-x_1}{\mu_a E \tau}} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{при } x_1 < x \leq L, \end{cases} \quad (3)$$

где  $x_1(t)$  — определяет длину, на которую носитель заряда оттягивается от отрицательного контакта  $x_1 = \mu_a E t$ . Подставив это выражение

для  $\Delta I$  в (1) и выполнив интегрирование, получим

$$\Delta I(t) = \begin{cases} q(1+b) \frac{\mu_p \tau}{L} E \eta \Phi_s \left[ \left(1 - \frac{\mu_a E \tau}{L}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{\mu_a E \tau}{L} \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{L}{\mu_a E \tau}}\right) \right] & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{L}{\mu_a E} \\ 0 & \text{при } t > \frac{L}{\mu_a E} \end{cases} \quad (4)$$

где  $\eta$  — квантовый выход,  $\Phi_s$  — поток фотонов, падающих на единицу поверхности образца  $g_s = \eta \Phi_s / SL$ .

Выражение (4) описывает переходный процесс, как функцию электрического поля  $E$ , при возбуждении образца длинным  $\Pi$ -импульсом света (длительность импульса света  $\Delta t_n$  много больше времени фотоответа  $\tau_0$ ).

При слабых полях ( $\mu_a E \tau \ll L$ ) выражение (4) принимает вид:

$$\Delta I(t) = \eta \Phi_s q (1+b) \frac{\mu_p \tau}{L} E e^{-\frac{t}{\tau}} = \Delta I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5)$$

В этом случае релаксация тока определяется только рекомбинационными процессами и время фотоответа равно времени жизни носителей заряда. При этом стационарный фототок  $\Delta I_0$ , как видно из (5), возрастает пропорционально  $E$ .

В другом предельном случае ( $E \gg \frac{L}{\mu_a \tau}$ ) скорость фотоотклика определяется только временем пролета носителей через образец.

$t_{пр} = \frac{L}{\mu_a E}$ . Выражение для кинетики спада фототока в этом случае принимает вид:

$$\Delta I(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \eta \Phi_s q (1+b) \frac{\mu_p}{\mu_a} \left(1 - \frac{\mu_a E}{L} t\right)^2 & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{L}{\mu_a E} \\ 0 & \text{при } t > \frac{L}{\mu_a E} \end{cases} \quad (6)$$

Стационарный фототок при этом достигает насыщения и не зависит от напряжения смещения

$$\Delta I_0 = \frac{1}{2} \eta \Phi_s q (1+b) \frac{\mu_p}{\mu_a} \quad (7)$$

На рис. 1 приведены рассчитанные по формуле (4) кривые спада фототока для нескольких значений поля  $E$ . В каждом случае полное время затухания  $\tau_0$  определяется временем пролета  $t_{пр} = \frac{L}{\mu_a E}$ . Кривые нарастания фототока симметричны кривым спада.

На рис. 2 показаны снятые непосредственно с экрана осциллографа кривые спада фототока для одного из образцов (расстояние между контактами составляло 0,3 мм). Исследование релаксации фототока показало, что при слабых электрических полях ( $E < 10$  в/см) кривые релаксации фототока подчиняются экспоненциальному закону.

При дальнейшем увеличении напряжения смещения постоянная времени падает, а форма кривых релаксации с достаточной точностью описывается выражением (4).

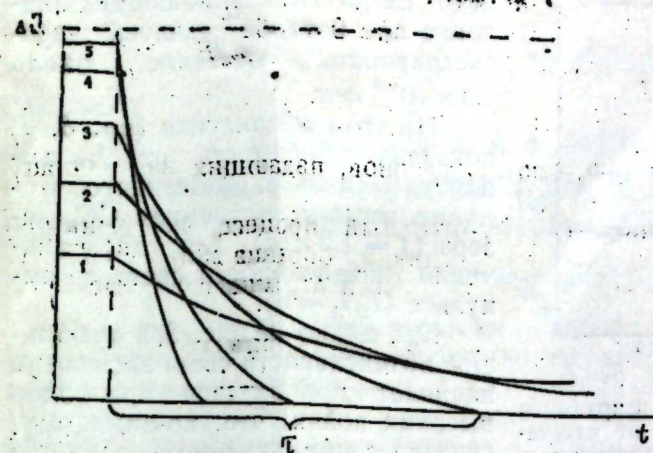


Рис. 1. Расчетные кривые релаксации фототока при различных значениях поля  $E$ . Величина  $\mu_a E \tau$ , равна: 1—0,25 L; 2—0,5 L; 3—1 L; 4—2 L; 5—4 L. Пунктиром показан уровень стационарного фототока насыщения, определяемого формулой (7).

На рис. 3 (кр. 1) приведена зависимость величины фотосигнала от излучения абсолютно черного тела с температурой 500° K от напряжения смещения для образца с расстоянием между контактами

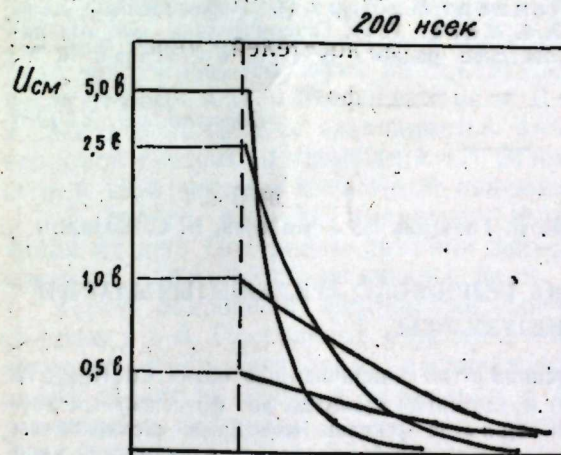


Рис. 2. Экспериментальные кривые спада фототока при различных напряжениях смещения.

0,2 мм. Ясно видно насыщение фотосигнала при  $U_{см}$  около 0,20 в, свидетельствующее об эксклюзии избыточных неосновных носителей тока.

На рис. 3 (кр. 2) приведена зависимость времени отклика  $\tau_0$ , определенного непосредственно из релаксационных кривых, от напряжения смещения. Как видно из рис. 3, с увеличением тянущего поля величина  $\tau_0$  уменьшается почти на порядок. Такое поведение  $\tau_0$  в области насыщения фотосигнала указывает на то, что измеряемое время отклика  $\tau_0$  является временем пролета  $t_{пр} = \frac{L^2}{\mu_a U}$ . Это позво-



лило по измеренному значению  $\tau_0$  в режиме пролета определить ам-

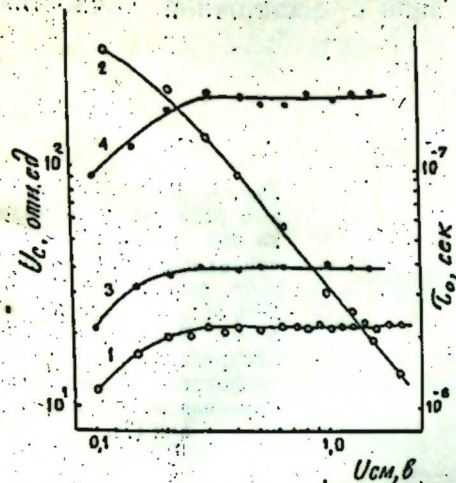


Рис. 3. Зависимости от напряжения смещения; 1—фотосигнала от излучения АЧТ; 2—времени фотоответа  $\tau_0$ ; 3, 4—амплитуды сигнала при возбуждении образца  $\text{CO}_2$ -лазером ( $f=1,2$  кгц).

биполярную подвижность  $\mu_a$ . Найденное из зависимости  $\tau_0(U_{cm})$  значение  $\mu_a$  оказалось  $\mu_a \approx 1,3 \times 10^4$  см<sup>2</sup>/в·сек. Наименьшее значение  $\tau_0$ , которое удалось зарегистрировать, составило около  $1,4 \times 10^{-8}$  сек.

На этом же рисунке (кр. 3, 4) показана зависимость от  $U_{cm}$  амплитуды сигнала, вызванного модулированным излучением  $\text{CO}_2$ -лазера ( $f=1,2$  кгц) для двух значений интенсивности света в импульсе ( $I_2/I_1=6$ ).

Как видно из рис. 3, при большой интенсивности света эксклюзия начинает проявляться при более высоких полях, что, по-видимому, связано с уменьшением величины амбиполярной подвижности.

#### Литература

1. Johnson M. R. Journ. of Appl. Phys., 43, 3090, 1972.
2. Emmons E. P. Appl. Phys. Lett., 20, 162, 1972.
3. Ламперт М., Марк П. Инжекционные токи в твердых телах. Изд-во „Мир“, 1973.
4. Месяц Г. А. Генерирование мощных наносекундных импульсов. Изд-во „Советское радио“, 1974.
5. Williams R. W. Infra-red Phys., 8, 337, 1968.

Институт физики

Поступило 9. XI 1978

В. Б. Антонов, Е. К. Гусейнов, Ф. Н. Газыјев, Е. Ј. Салајев, Г. С. Сејдли

#### p-Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te МОНОКРИСТАЛЫНДА ГЕЈРИ-ЭСАС ЈУКДАШЫЈЫЧЫЛАРЫН ЕКСКЛЮЗИЈАСЫ

Мәгаләдә гүвәтәли електрик сәһәсиндә р-тип кечиричилијинә малик Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te ( $x=0,2$ ) монокристалында фоточаваб мүддәтинин азалмасы вә фотосигналын дојмасына кәрә гејри-таразлыгда олан гејри-эсас јукдашыјычыларын екссклюзијасы мүшаһидә олунмушдур. Кечид режиминдә фоточаваб мүддәтинин өлчүмәсинә кәрә амбиполјар јүрүклүк тәјин едилмишдир:  $\mu_a \approx 1,3 \cdot 10^4$   $\frac{\text{см}^2}{\text{в} \cdot \text{сек}}$

V. B. Antonov, E. K. Guseinov, F. N. Kaziev, E. Yu. Salaev, G. S. Seidli

#### MINORITY CARRIERS SWEEP-OUT OF CURRENT IN Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te

Nonequilibrium minority carriers sweep-out of current was observed experimentally according to reduction of photoresponse time and to photosignal saturation in strong electric fields in Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te single crystals ( $x=0,2$ ) of p-type conductivity. Due to measured photoresponse time in regime of flight ambipolar mobility was determined as  $\mu_a \approx 1,3 \cdot 10^4$  cm<sup>2</sup>/v sec.

УДК 538.221

З. З. МАХМУДОВ, А. М. РУСТАМОВА

#### ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЗВУКА В ФЕРРОМАГНИТНЫХ МЕТАЛЛАХ ПРИ АНОМАЛЬНОМ СКИН-ЭФФЕКТЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)

Большинство экспериментальных работ по электромагнитному возбуждению звука в ферромагнитных металлах проведено при частотах электромагнитного поля, когда выполняются условия нормального скин-эффекта [1—4]. В этих работах показано, что ответственным за возбуждение звука является магнитострикционное взаимодействие.

Настоящая работа посвящена возбуждению звука электромагнитной волной, частота которой достаточно велика, что выполняются условия аномального скин-эффекта. Постоянное магнитное поле предполагается направленным перпендикулярно поверхности и настолько большим, что ферромагнетик однородно намагничен.

Как было показано в [3], в неферромагнитных металлах амплитуда возбуждаемого звука на поверхности образца немонотонно зависит от постоянного магнитного поля. В ферромагнетиках эта немонотонность осложняется зависимостью амплитуды звука от параметров спиновой системы и возможностью резонанса между собственной частотой этой системы и частотой падающей электромагнитной волны.

В работе найдена амплитуда звука на поверхности образца и вдали от нее. Построены графики зависимости амплитуды на поверхности от постоянного магнитного поля.

Пусть одноосный ферромагнитный металл занимает полупространство  $z > 0$ . Постоянное магнитное поле направлено вдоль оси анизотропии ферромагнетика, параллельной оси  $z$ . Электромагнитная волна падает из вакуума нормально к поверхности образца. Тогда проникновение волны в образец описывается системой уравнений Максвелла для переменных полей  $\vec{e}$  и  $\vec{h}$ , уравнением Ландау и Лифшица для неравновесной добавки к намагниченности  $\vec{m}$  и кинетическим уравнением для добавки к функции распределения  $\chi$

$$\text{rot } \vec{e} = -\frac{i\omega}{c} \vec{b}, \quad \vec{b} = \vec{h} + 4\pi \vec{m}$$

$$\text{rot } \vec{h} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\frac{\partial \vec{m}}{\partial t} = -\gamma \left[ \vec{M}_0, \left( \vec{h} - \left( \beta + \frac{H_0}{M_0} \right) \vec{m} + \alpha \frac{\partial^3 \vec{m}}{\partial z^3} \right) \right] - \nu_m \vec{m}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + v_z \frac{\partial \chi}{\partial z} + \Omega_B \frac{\partial \chi}{\partial \tau} + \frac{\chi}{\tau_0} = e \vec{v} \vec{e},$$

$$\Omega_B = \frac{eB_0}{mc}$$

$$\vec{j} = \frac{2em}{(2\pi\hbar)^3} \int dp_z \int_0^{2\pi} \vec{v} \chi d\tau,$$

где  $\gamma$ —гиромагнитное отношение,  $H_0$  и  $B_0$ —постоянное магнитное поле и индукция,  $M_0$ —магнитный момент единицы объема ферромагнетика,  $\sigma$  и  $\beta$ —константы обмена и анизотропии,  $v_m$ —константа, характеризующая затухание в магнитной системе,  $m$  и  $e$ —эффективная масса и заряд электрона,  $\tau_0$ —время релаксации,  $\tau$ —безразмерное время движения электрона по орбите. В системе (1) не учитывается влияние возбуждаемого звука на распространение электромагнитной волны, что вносит несущественные поправки [3].

Возбуждение звука описывается уравнением для вектора смещения  $u$

$$\rho \ddot{u}_y = (\lambda_{yzzy} - fM_0) \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} + M_0 \frac{\partial h_y}{\partial z} + fM_0 \frac{\partial m_y}{\partial z}, \quad (2)$$

где  $f$ —константа магнитоупругости,  $\rho$ —плотность.

Здесь кроме упругих учтены только силы, связанные с наличием магнитного момента у ферромагнетика в согласии с результатами работ [1, 4]. Уравнение написано лишь для компоненты смещения  $u_y$ , ввиду того, что ферромагнетик изотропен в плоскости  $xu$  и решение для  $u_x$  ( $h_x(0)$ ,  $h_y(0)$ ) можно получить из  $u_y$  ( $h_x(0)$ ,  $h_y(0)$ ) заменой  $h_x \rightarrow h_y$ ,  $h_y \rightarrow -h_x$ . К уравнениям (1) и (2) следует добавить граничные условия на поверхности образца:

- 1) непрерывность тангенциальных компонент  $\vec{e}$ ,  $\vec{h}$ ,
  - 2) зеркальное отражение электронов от границы,
  - 3) равенство сил, действующих на поверхность образца,
  - 4) равенство нулю неравновесной добавки к магнитному моменту  $m(0) = 0$  (поверхностная анизотропия предполагается большой).
- Условие 3) с учетом 4) можно записать в виде

$$\lambda_{yzzy} \frac{\partial u(0)}{\partial z} + M_0 h_y(0) = 0 \quad (3)$$

Продолжив  $\vec{e}$  в область  $z < 0$  четным образом из кинетического уравнения можно получить

$$j^\pm = \frac{2\pi p_0^2 e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int_{-\infty}^{\infty} e^\pm(t) K^\pm \left( \frac{z-t}{l} \right) dt,$$

$$K^\pm(x) = \int_0^\infty \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{y^3} \right) \exp[-(1+ia_\pm)yx] dy \quad (4)$$

$$a^\pm = (\omega \mp \Omega_B) \tau_0$$

Подобно тому, как это было сделано в [2] (используя (4) и продолжив  $h^\pm$ ,  $m^\pm$  нечетным образом), из системы (1) с граничными усло-

виями можно найти выражения для величин

$$e^\pm(z) = \pm \frac{1}{2\pi} \frac{e}{c} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ipz} \frac{2h^\pm(0)(\alpha p^2 + A^\pm + 4\pi)}{\alpha p^4 + A^\pm p^2 + i\kappa K^\pm(p)(\alpha p^2 + A^\pm + 4\pi)} dp,$$

$$h^\pm(z) = -\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ipz} \frac{2h^\pm(0)(\alpha p^2 + A^\pm) p}{\alpha p^4 + A^\pm p^2 + i\kappa K^\pm(p)(\alpha p^2 + A^\pm + 4\pi)} dp$$

$$m^\pm(z) = -\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ipz} \frac{2ph^\pm(0)}{\alpha p^4 + A^\pm p^2 + i\kappa K^\pm(p)(\alpha p^2 + A^\pm + 4\pi)} dp$$

$$K^\pm(p) = \frac{1}{ip} \left\{ 2 \frac{\Gamma^\pm}{ip} + \left[ 1 - \left( \frac{\Gamma^\pm}{ip} \right)^2 \right] \ln \frac{1 + \frac{ip}{\Gamma^\pm}}{1 - \frac{ip}{\Gamma^\pm}} \right\}, \quad (5)$$

$$\Gamma^\pm = \frac{1 + i(\omega \mp \Omega_B) \tau_0}{l}$$

$$A^\pm = \frac{\mp(\omega - iv_m) + \Omega}{\Omega_m}$$

$$l = v_0 \tau_0, \quad \kappa = \frac{8\pi^2 \omega}{c} \frac{p_0^2 e^2}{(2\pi\hbar)^3}$$

$$\Omega = \gamma(H_0 + \beta M_0), \quad \Omega_m = \gamma M_0$$

Из уравнения (2) для амплитуды звука, возбуждаемого электромагнитной волной, получим

$$u_y(z) = \frac{e^{-ikz}}{2i\kappa} \left[ \int_{-\infty}^0 f(z) e^{-ikz} dz - \int_0^z f(z) e^{ikz} dz \right] +$$

$$+ \frac{e^{ikz}}{2i\kappa} \int_z^\infty f(z) e^{-ikz} dz + \frac{M_0 h_y(0)}{i\kappa \lambda_{yzzy}} e^{-ikz}, \quad (6)$$

$$f(z) = -\frac{M_0}{\lambda_{yzzy}} \frac{\partial}{\partial z} (h_y + fm_y), \quad \kappa = \omega \left( \frac{\rho}{\lambda_{yzzy}} \right)^{1/2}$$

Вдали от границы  $z = 0$  из (6) легко получить выражение для  $u_y(z)$ , которое имеет вид

$$u_y(z) = i \frac{e^{-ikz} M_0}{4\lambda_{yzzy}} [h^+(\kappa) - h^-(\kappa) + f(m^+(\kappa) - m^-(\kappa))] -$$

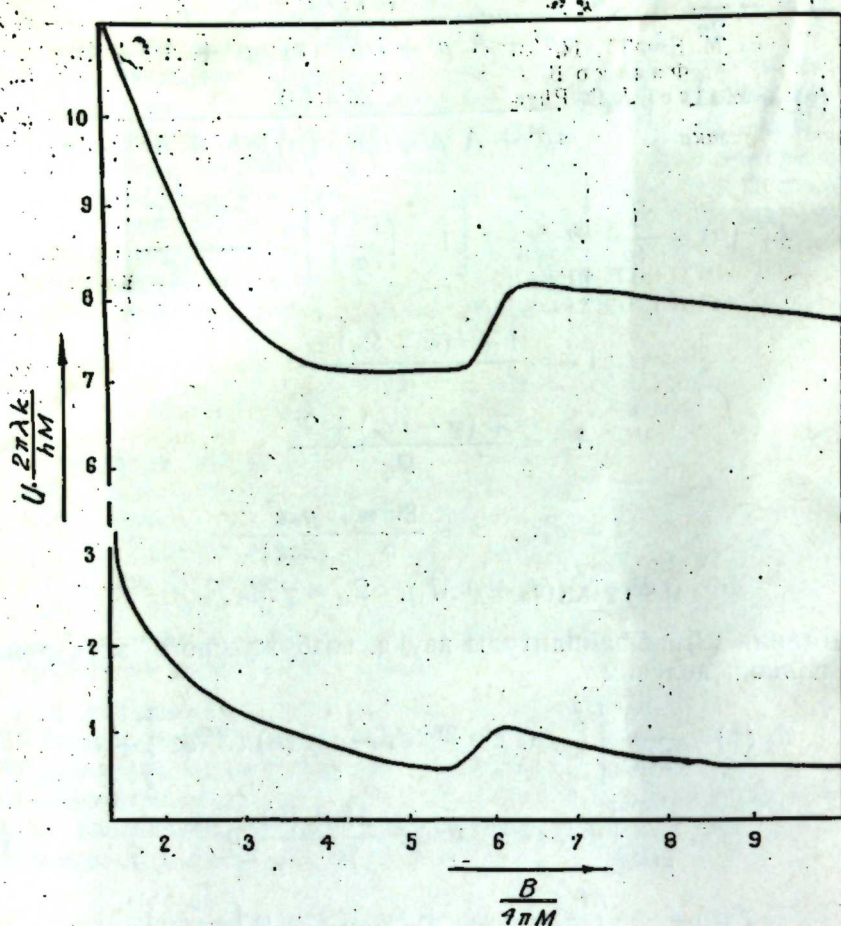
$$- i \frac{M_0}{\lambda_{yzzy} \kappa} h_y(0) e^{-ikz},$$

$$h^\pm(\kappa) = -i \frac{2h^\pm(0)(A^\pm + \alpha\kappa^2)\kappa}{\alpha\kappa^4 + A^\pm\kappa^2 + i\kappa K^\pm(\kappa)(\alpha\kappa^2 + A^\pm + 4\pi)} \quad (7)$$

$$m^\pm(\kappa) = -i \frac{2\kappa h^\pm(0)}{\alpha\kappa^4 + A^\pm\kappa^2 + i\kappa K^\pm(\kappa)(\alpha\kappa^2 + A^\pm + 4\pi)}$$

Для эксперимента большой интерес представляет также значение амплитуды возбуждаемого звука на поверхности  $z=0$

$$u_y(0) = -\frac{1}{ik} \int_0^{\infty} f(z) e^{-ikz} dz + \frac{M_0 h_y(0)}{ik \lambda_{yzz}} \quad (8)$$



Зависимость амплитуды возбуждаемого звука на поверхности образца от постоянной магнитной индукции.

Интеграл, входящий в (8), подсчитан на вычислительной машине и результаты вычислений приведены на рисунке, где приведены графики зависимости смещения от постоянного магнитного поля. Верхняя кривая соответствует смещению параллельному возбуждающему переменному магнитному полю, нижняя—перпендикулярному. Вычисления проведены при следующих значениях параметров:

$$\frac{\omega}{4\pi\Omega_M} = \frac{1}{2}, \quad 4\pi\Omega_M\tau_0 = 0,33, \quad l = 10^{-3} \text{ см}, \quad \kappa = 10^5 \text{ см}^{-1}$$

$$\chi = 10^{13} \text{ см}^{-3}, \quad \frac{\gamma_m}{4\pi\Omega_M} = 10^{-2}$$

Большие максимумы на кривых (рисунок) связаны с резонансом между спиновой системой и электромагнитной волной. Детальное поведение вблизи этого максимума не исследовалось. Небольшие максимумы и минимумы обусловлены пространственной дисперсией.

#### Литература

1. Гитис М. Б. ФТТ, 14, 3563, 1972. 2. Гуревич В. Л. ЖЭТФ, 33, 1497, 1957. 3. Канер Э. А., Фалько В. Л. ЖЭТФ, 64, 1016, 1973. 4. Pfeiffer L., Holman N. D., Walser J. C. Phys. Rev., b, 6, 74, 1972.

Институт физики

Поступило 31. I 1979

З. З. Махмудов, А. М. Рүстәмова

#### ФЕРРОМАГНИТ МЕТАЛЛАРДА АНОМАЛ ЭФФЕКТИ ЗАМАНЫ СӘСИН ЭЛЕКТРОМАГНИТ ҺӘҖӘЧАНЛАНДЫРЫЛМАСЫ

Мәгаләдә ферромагнит металлларда сәсин жүксәктезликли электромагнит сәһәсиндә һәҗәчәчәндәрилмәсә мәсәләсинә баһылмышдыр. Электромагнит сәһәсинини тезлији елә сечилмишдир ки, аномал скинеффе́ктивини шәртләри өдәнилир.

Нүмунәнин сәрһәддиндә вә бу сәрһәддән узағда сәсин амплитудунун гиҗмәти алынмышдыр.

Z. Z. Makhmudov, A. M. Rustamova

#### ELECTROMAGNETIC EXCITATION OF SOUND IN FERROMAGNETIC METALS IN ANOMALOUS SKIN-EFFECT CONDITIONS

Excitation of sound by high-frequency electromagnetic field in ferromagnetic metals is considered. Frequency of electromagnetic field is fulfilled in conditions of anomalous skin-effect. Amplitudes of sound on the surface and in the bulk of the metal are obtained.

И. И. ГУСЕЙНОВ, Э. М. ИМАМОВ

К АНАЛИТИЧЕСКОМУ ВЫЧИСЛЕНИЮ ДВУХЦЕНТРОВЫХ СПИН-СПИНОВЫХ ИНТЕГРАЛОВ С ОРБИТАЛЯМИ СЛЕЙТЕРОВСКОГО ТИПА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Л. М. Имановым)

Как известно, основной трудностью изучения релятивистских эффектов в молекулах является вычисление сложных многоцентровых интегралов с орбиталями слейтеровского типа, содержащих операторы гамильтониана Брейта—Паули [1]. В литературе не имеется аналитических выражений для этих интегралов, что создает некоторые трудности вычисления релятивистских поправок. В предыдущих наших работах [2, 3] проведен расчет одно- и двухцентровых спин-спиновых интегралов притяжения к ядру и кулоновских спин-спиновых интегралов со слейтеровскими функциями. Целью данной работы является вывод общих выражений для вычисления двухцентровых спин-спиновых гибридных интегралов с произвольной комбинацией квантовых чисел орбиталей слейтеровского типа.

Как известно, двухэлектронный спин-спиновый оператор, встречающийся в приближении Брейта—Паули, имеет следующий вид [1]:

$$\hat{H}_{ss} = [3(\vec{r}_{12} \vec{s}_1)(\vec{r}_{12} \vec{s}_2) - r_{12}^2(s_1 s_2)]/r_{12}^5, \quad (1)$$

где  $\vec{r}_{12}$ ,  $\vec{s}_1$  и  $\vec{s}_2$  представляют собой векторы расстояния и спина электронов 1 и 2. Этот оператор в компонентах принимает вид:

$$\hat{H}_{ss} = \sum_{i,j=0,\pm 1} s_{1xi} s_{2xj} [3(X_i - x_i)(X_j - x_j) - \delta_{ij} r_{12}^2]/r_{12}^5 \quad (2)$$

Здесь  $x_1 = x_1$ ,  $x_{-1} = y_1$ ,  $x_0 = z_1$  и  $X_1 = x_2$ ,  $X_{-1} = y_2$ ,  $X_0 = z_2$  — декартовы координаты электронов 1 и 2 соответственно.

При вычислении матричных элементов оператора (2) с волновыми функциями, составленными из атомных орбиталей слейтеровского типа, необходимо вычислить интегралы:

$$I_{abcd}^{ij} = \left[ (n_a l_a \sigma_a)(n_c l_c \sigma_c) \left| \frac{3(X_i - x_i)(X_j - x_j) - \delta_{ij} r_{12}^2}{r_{12}^5} \right| (n_b l_b \sigma_b)(n_d l_d \sigma_d) \right], \quad (3)$$

где  $(n_k l_k \sigma_k)$  — вещественные орбитали слейтеровского типа, центрированные на ядрах  $k = a, b, c, d$ . В данной статье рассматриваются интегралы (3) лишь для случая двухцентровых спин-спиновых гибридных интегралов:

$$H^{ij} = \left[ (n_a l_a \sigma_a)(n_b l_b \sigma_b) \left| \frac{3(X_i - x_i)(X_j - x_j) - \delta_{ij} r_{12}^2}{r_{12}^5} \right| \right] \times$$

$$\times (n_a' l_a' \sigma_a')(n_b l_b \sigma_b) = \int u_a^{ij}(2) u_a'(2) u_b(2) dV_2 \quad (4)$$

Здесь  $u^{ij}$  представляет собой электрон спин-электрон спин-потенциальную функцию, аналитическое выражение которой представлено в нашей предыдущей работе [2].

Чтобы вычислить интегралы (4) мы используем выражение потенциальной функции  $u^{ij}$  и формулу разложения произведения двух нормированных функций Лежандра с различными центрами в эллиптических координатах [4]. Тогда интегрирование по азимутальному углу второго электрона дает следующие формулы:

$$H^{ij} = \left( \frac{2}{R} \right)^3 N_{n_a n_a'}(1, t_a) N_{n_b n_b'}(\rho, t) \sum_{L_a M_a} C^{L_a M_a} |l_a \sigma_a, l_a' \sigma_a'| \times \\ \times A_{\sigma_a \sigma_a'}^{M_a} (n_a + n_a' + L_a)! \frac{1}{\rho^{L_a}} \sum_{k=0}^2 \sum_L \Lambda_k^{ij} (l_a \sigma_a', L_a M_a, L \sigma_b) \Gamma_k^L (L | \sigma_b |, l_b | \sigma_b |), \quad (5)$$

где

$$\Lambda_0^{ij} (l_a \sigma_a', L_a M_a, L \sigma_b) = \sum_{s=-(L_a-2)}^{L_a-2} a_{L_a M_a, s}^{ij} C^{L | \sigma_b |} (L_a - 2s, l_a \sigma_a') \times \\ \times A_{\sigma_a \sigma_a'}^{s \sigma_b} \left( \frac{2L+1}{2L_a-3} \right)^{1/2} \quad (6)$$

$$\Lambda_1^{ij} (l_a \sigma_a', L_a M_a, L \sigma_b) = \sum_{s=-(L_a-1)}^{L_a-1} \sum_{km} [a_{L_a M_a, s}^{ij} C^{L | \sigma_b |} (1j, km) A_{jm}^{s \sigma_b} + \\ + a_{L_a M_a, s}^{ij} C^{L | \sigma_b |} (1i, km) A_{km}^{s \sigma_b}] \left( \frac{(2k+1)(2L+1)}{3(2L_a-1)} \right)^{1/2} \times \\ \times C^{k | m |} (L_a - 1s, l_a \sigma_a') A_{s \sigma_a'}^{m \sigma_b} + \delta_{ij} C^{L | \sigma_b |} (L_a M_a, l_a \sigma_a') \times \\ \times A_{M_a \sigma_a'}^{s \sigma_b} \left( \frac{2L+1}{2L_a+1} \right)^{1/2} \quad (7)$$

$$\Lambda_2^{ij} (l_a \sigma_a', L_a M_a, L \sigma_b) = \sum_{km, k'm'} C^{k | m |} (L_a M_a, l_a \sigma_a') A_{M_a \sigma_a'}^{m \sigma_b} \times \\ \times C^{k' | m' |} (1l, 1j) A_{ij}^{k' m'} C^{L | \sigma_b |} (k' m', km) A_{m' m}^{s \sigma_b} \times \\ \times \left( \frac{(2k+1)(2k'+1)(2L+1)}{9(2L_a+1)} \right)^{1/2} \quad (8)$$

$$\Gamma_k^L (l \lambda, l' \lambda) = \frac{(-1)^k (2L_a + 2k - 1)!!}{(2L_a - 1)!!} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{(\mu - \nu)^{n_b} e^{-\mu\nu}}{(\mu + \nu)^{L_a + 3 - n_a}} \times \\ \times \left( 1 - l^{-p_a(\mu+\nu)} \sum_{\sigma=0}^{N_a + L_a + k} [P_a(\mu + \nu)]^\sigma \Gamma_{\sigma}^{L_a k} (N_a) P_{1k} \left( \frac{1 + \mu\nu}{\mu + \nu} \right) \right) \times \\ \times P_{1, \lambda} \left( \frac{1 - \mu\nu}{\mu - \nu} \right) d\mu d\nu = \frac{(-1)^k (2L_a + 2k - 1)!!}{(2L_a - 1)!!} \times \\ \times \left\{ \sum_{\sigma \beta \gamma} \bar{q}_{\sigma \beta}^{\sigma'} (e^\lambda, e'^\lambda) \bar{Q}_{(L_a + 3 + k - n_a), \sigma - \beta}^{\sigma'} (p, l, p_a) - \sum_{\sigma \beta \gamma} q_{\sigma \beta}^{\sigma'} (e^\lambda, e'^\lambda) \right\}$$

$$\times \sum_{\sigma=L_a+3+a-n_a}^{N_a+L_a+k} P_a^{\sigma} \gamma_a^k (N_a) Q_{-(L_a+3+a-n_a)+\sigma, n_b-b}^q (P_{ab}, t_{ab}) \quad (9)$$

Здесь  $N_a = n_a + n_a - 1$  и свойства вспомогательных функций  $Q_{NN}^q$  и  $\bar{C}_{NN}^q$  рассмотрены в [5-6].

Таким образом, вспомогательные функции, выведенные в наших предыдущих работах, могут быть использованы также при вычислении двухцентровых спин-спиновых гибридных интегралов. Как видно из (5), (9) и формул вспомогательных функций  $Q_{NN}^q$  и  $\bar{C}_{NN}^q$ , двухцентровые спин-спиновые гибридные интегралы с произвольной комбинацией квантовых чисел атомных орбиталей слейтеровского типа могут быть представлены через степени, экспоненты, логарифмы и интегральную показательную функцию в виде конечных сумм. Следует подчеркнуть, что в существующей литературе [7-10] не имеется таких аналитических выражений для этих интегралов. Миллеур и Матча недавно вывели выражения для вычисления двухцентровых спин-спиновых гибридных интегралов, конечные формулы которых представляются через функцию, требующую одномерное численное интегрирование.

#### Литература

1. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. Физматгиз, 1960.
2. Guseinov I. I. and Imamov E. M. J. Phys. B: Atom. Molec. Phys., 11, L. 475, 1978.
3. Гусейнов И. И., Имамов Э. М. "Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-тех. и матем. наук", № 1, 1979.
4. Guseinov I. I. J. Chem. Phys., 65, 4718, 1976.
5. Guseinov I. I. J. Chem. Phys., 67, 3837, 1977.
6. Guseinov I. I. J. Phys. B: Atom. Molec. Phys., 3, 1399, 1970.
7. Matcha R. L., Kern C. W. and Schrader D. M. J. Chem. Phys., 51, 2152, 1969.
8. Matcha R. L. and Malli G. J. Chem. Phys., 51, 3143, 1969.
9. Matcha R. L., Malli G. and Milleur M. B. J. Chem. Phys., 56, 5982, 1972.
10. Milleur M. B. and Matcha R. L. J. Chem. Phys., 57, 3029, 1972.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 24. I 1979

И. И. Гусейнов и Э. М. Имамов

#### СЛЕЙТЕР АТОМ ОРБИТАЛЛАРЫ ДАХИЛ ОЛАН ИКИМЭРКЭЗЛИ СПИН-СПИН ГИБРИД ИНТЕГРАЛЛАРЫНЫН АНАЛИТИК ҺЕСАБЛАНМАСЫ ҺАГГЫНДА

Мәгаләдә Слейтер атом орбиталларынын квант эдәдләринин ихтијари комбинациясы үчүн икимәркәзли спин-спин гибриды интегралларынын аналитик һесабаты апарылмышдыр. Сон нәтижәләр мүүллифләрдән биринин әввалки ишләринә дахил едилмиш вә һесабланмасы үчүн рекурент мүнәсибәтләр вә аналитик ифадәләр тапылмыш  $Q_{NN}^q$  вә  $\bar{C}_{NN}^q$  көмәкчи функциялары васитәсилә ифадә едилмишдир.

I. I. Guseinov and E. M. Imamov

#### ON THE ANALYTICAL EVALUATION OF TWO-CENTRE SPIN-SPIN HYBRID INTEGRALS WITH SLATER-TYPE ORBITALS

The general two-centre spin-spin hybrid integrals with an arbitrary combination of quantum numbers of Slater-type atomic orbitals are evaluated analytically. The final results are expressed through the auxiliary functions  $Q_{NN}^q$  and  $\bar{C}_{NN}^q$  for the calculation of which recurrence relations and analytical formulas have been established in previous works by one of the authors.

А. А. ГОРЧИЕВ, А. И. РЕШЕТНИКОВ, Ш. А. АХМЕДОВ,  
Ф. М. ГАДЖИ-ЗАДЕ, Н. Н. РУСТАМОВ

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО СОДЕРЖАНИЯ НЕКОТОРЫХ УГЛЕРОДОСОДЕРЖАЩИХ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Ф. Султановым)

Одним из наиболее очевидных воздействий человека на окружающую среду является загрязнение атмосферы. В городах временами загрязнение становится особенно сильным, но даже в наиболее удаленных от больших городов местах можно обнаружить следы примесей, внесенных в атмосферу в результате человеческой деятельности.

В последнее время существенно возрос интерес к исследованиям малых газовых компонент атмосферы, связанный с опасностью, которую представляют выбросы этих газовых примесей развивающейся промышленности и транспорта.

Предметом исследований является измерение фоновых содержания примесей для дальнейших количественных оценок их общего содержания.

Место проведения экспедиции, организованной ИКИПР АН Азербайджанской ССР и ГГО им. А. И. Воейкова, находилось в районе Батабата в Нахичеванской АССР. Здесь в августе 1976 г. с помощью инфракрасного солнечного спектрометра (ИКСС-2) измерялись содержания метана и окиси углерода по всей толще атмосферы методом отношений спектральных пропусканий [2, 8]. Для этого использовалась летняя модель ARDS [11].

Для измерений были выбраны следующие участки спектра: для метана—2914,4—2929,4 см<sup>-1</sup>, для окиси углерода—2157, 5—2168,0 см<sup>-1</sup>.

Полученные спектры с учетом реальной аппаратной функции прибора представлены на рис. 1, а, б.

Результатом обработки спектрограмм явилась некоторая функция отношений разностей ординатных линий:

$$A_{изм.}(f) = \frac{y_I - y_{III}}{y_{II} - y_{IV}}$$

однозначно связанная с газовой концентрацией примеси  $f$  на трассе: где  $y_I - y_{IV}$ —ординатные линии на спектрограмме, отнесенные к выбранным интервалам указанных участков измерений.

На рис. 2, а, б даны значения интегральных содержания метана и окиси углерода, приведенных к единичной атмосферной массе, полученных в течение 5 дней (с 24 по 28 августа 1976 г.) измерений. В табл. 1 приведены средние значения  $\bar{f}$  концентраций метана и оки-

Таблица 1

| Дата измерений | Число спектров, $n$ | $\bar{f}_{CH_4}$ (ppm) | $\Delta \bar{f}$ (ppm) | Число спектров, $n$ | $\bar{f}_{CO}$ (ppm) | $\Delta \bar{f}_{CO}$ (ppm) |
|----------------|---------------------|------------------------|------------------------|---------------------|----------------------|-----------------------------|
| 24,08          | 7                   | 1,04                   | —                      | 6                   | 0,0320               | 0,0045                      |
| 25,08          | 24                  | 1,10                   | 0,18                   | 30                  | 0,0477               | 0,0076                      |
| 26,08          | 26                  | 1,57                   | 0,36                   | 29                  | 0,0545               | 0,0124                      |
| 27,08          | 33                  | 1,53                   | 0,33                   | 27                  | 0,0553               | 0,0103                      |
| 28,08          | 33                  | 1,36                   | 0,46                   | 22                  | 0,0552               | 0,0058                      |
| За все дни     | 123                 | 1,37                   | 0,39                   | 114                 | 0,0527               | 0,0115                      |

си углерода по 2–4 спектрам, соответствующим одному и тому же времени наблюдений, а также среднеквадратичные отклонения  $\Delta \bar{f}$  и общее количество спектров  $n$ .

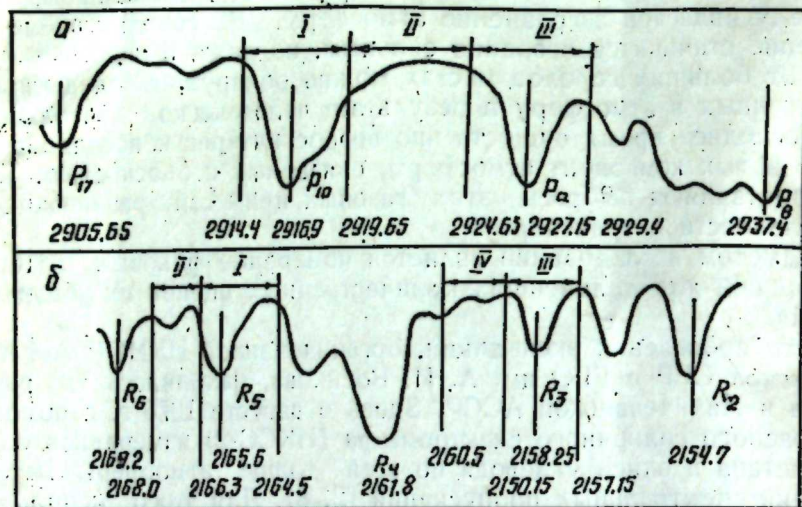


Рис. 1. Реальные спектры с обрабатываемыми интервалами: а— $CH_4$ ; б— $CO$ .

В табл. 2 приведено сравнение полученных нами результатов с результатами аналогичных измерений других авторов [2, 3, 4, 7, 12].

Однако следует указать, что, к сожалению, некоторыми авторами указанных работ не дается описания района измерений с точки зрения внесения в ее атмосферу примесей антропогенного характера.

Из рис. 2, а отчетливо прослеживается дневной ход концентрации метана, которая достигает своего максимального значения в утренние и вечерние часы. Минимальное же значение имеет место в полдень. Однако в работе [3] говорится об отсутствии дневного хода метана во всей толще атмосферы в исследуемом районе. Таким образом, можно предположить, что полученные нами результаты дневного хода метана объясняются существованием характерного для южных районов турбулентного перемешивания в слоях атмосферы.

Необходимо заметить хорошее сходство средних концентраций  $CO$  в Батабате и на станции „Мирный“, которая находится на огромном расстоянии от источников антропогенного воздействия.

Таблица 2

| Пункты измерений | Высота над ур. моря, м | $\bar{f}_{CH_4}$ (ppm) | $\Delta \bar{f}_{CH_4}$ (ppm) | $\bar{f}_{CO}$ (ppm) | $\Delta \bar{f}_{CO}$ (ppm) |
|------------------|------------------------|------------------------|-------------------------------|----------------------|-----------------------------|
| Батабат          | 2055                   | 1,37                   | 0,39                          | 0,053                | 0,012                       |
| Звенигород       | 20–30                  | 1,20                   | 0,25                          | 0,10–0,12            | 0,02                        |
| Мирный           | 35                     | 1,22                   | 0,20                          | 0,040                | 0,004                       |
| Северное море    | На уровне моря         | 1,58                   | 0,25                          | 0,141                | 0,007                       |
| Колумбия         | 150                    | —                      | —                             | 0,075–0,090          | 0,02                        |

Данный результат подтверждает наше решение о выборе места измерений, как предполагаемого для создания фоновой станции.

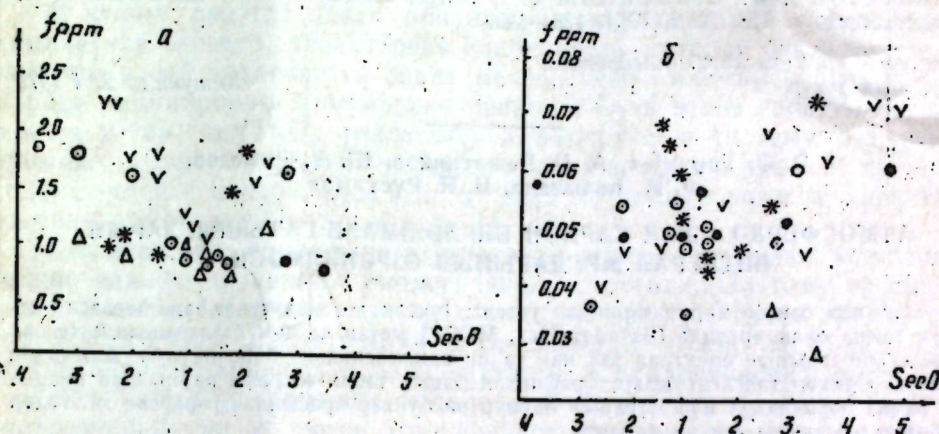


Рис. 2. Дневной ход концентрации: а— $CH_4$ ; б— $CO$ .

Согласно работам [5, 9], создание фоновых станций должно удовлетворять множеству требований к местности предполагаемых измерений. Так, фоновые станции должны быть значительно удалены от населенных пунктов, автодорог, воздушных трасс, находиться в высокогорном районе, вдали от промышленных объектов. Район Батабата достаточно удовлетворяет указанным требованиям, т. к. находится на большом расстоянии от населенных пунктов. Так, от г. Нахичевань на расстоянии 50 км, г. Горис—50 км, г. Джермух—45 км, Кафан—70 км. Здесь господствующие ветры, в основном, юго-западные—18%, западные 36%, северо-восточные—34%, восточные—12%, что указывает на то, что примеси индустриального происхождения сюда не вносятся. Также, одним из условий является наличие устойчивых солнечных дней, число которых в Батабате колеблется от 315 до 335, что составляет 85–90%. Суммарная радиация в этом районе также удовлетворительна и составляет 1,56 кал/см<sup>2</sup>. Среднегодовые атмосферные осадки составляют 744 мм [1, 6, 10].

Полученные результаты измерения содержания  $CH_4$  и  $CO$  во всей толще атмосферы, их близость к результатам аналогичных измерений

в чистых районах, а также перечисленные географические и климатические условия Батабата позволяют сделать вывод о возможности создания там фоновой станции.

#### Литература

1. Атлас теплового баланса Азербайджанской ССР. Под ред. Э. М. Шихлинского. М., 1978.
2. Броунштейн А. М., Парамонов Н. Н., Фролов А. Д., Шашков А. А. Труды ГГО, вып. 369, 1976, 5—24.
3. Дианов-Клоков В. И., Лукшин В. В., Склярченко И. Я., Шакула Ю. П. Изв. АН СССР. ФАО, 1975, 11, № 10, 993—998.
4. Дианов-Клоков В. И., Лукшин В. В., Склярченко И. Я., Шакула Ю. П. Изв. АН СССР, ФАО, 1975, 11, № 5, 320—324.
5. Ко И. Я., Шакула Ю. П. Изв. АН СССР, ФАО, 1975, 11, № 5, 320—324.
6. Климат Зайцев А. С. Человек и стихия 78°. Гидрометеониздат, 1977, 57—58.
7. Климат Азербайджана. Под ред. А. А. Мадат-заде, Э. М. Шихлинского. Изд-во АН Азерб. ССР. Баку, 1968.
8. Малков И. П., Юрганов Л. Н., Дианов-Клоков В. И. Изв. АН СССР, ФАО, 1976, 12, № 11, 1218—1221.
9. Рабинович Ю. И., Решетников А. И. Труды ГГО, вып. 235, 1970, 171—174.
10. Селезнева Е. С. Метеорология и гидрология, 1978, № 1, 40—48.
11. Справочник по климату СССР, вып. 16. Гидрометеониздат. Л., 1969, 84—94.
12. Lamontagne R. A., Swinnerton J. W., Linnenbom V. J. Tellus, 26, № 1, 1974.
13. Shaw J. H. Astroph. Journ., v. 128, № 2, 1954, 428—440.

Институт космических исследований  
природных ресурсов

Поступило 2. I 1979

Э. Э. Горчи́ев, А. И. Решетников, Ш. Э. Әһмәдов,  
Ф. М. Гаджи́заде, Н. Н. Рүстәмөв

#### АТМОСФЕРДӘ БӘЗИ КАРБОН БИРЛӘШМӘЛИ ГАТЫШЫГЛАРЫН ИНТЕГРАЛ МИГДАРЫНЫН ӨҮРӘНИЛМӘСИ

Мәғаләдә сәнајә мәркәзләриндән узагда, јүксәк дағ районунда һава һөвзәси һис-бәтән тәһиз олан Һатабат (Батабат Нах. МССР) метан вә дәм газларынын интеграл (үмүми) мигдарынын спектрал јол илә тәјһин едилмәсиндән бәһс олунур. Алынмыш нәтичәләр дикәр тәдқиғатчылар тәрәфиндән башга тәһин-җоғрафи районларда апарылан өлчәмә нәтичәләри илә мұғайсә олунур вә бунлар арасындакы фәргин о гәдәр дө бөјүк олмадығы ашкар едилди.

Көрүндүјү кими Батабатда метан вә дәм газларынын алынмыш үмүми мигдары „Мирны“ стансијасындакы гиймәтә чох јахындыр ки, бу да тәхминән фон гиймәти дәмәкдир. Бүтүн бунларла јанашы Батабатын тәһин-иглим сәчијәси дө бурада даими фәалијјәт кәстәрән фон стансијасынын јаранмасына бөјүк зәһин јарадыр.

A. A. Gorchiev, A. I. Reshetnikov, Sh. A. Akhmedov, F. M. Gadji-zade,  
N. N. Rustamov

#### DETERMINATION OF INTEGRAL CONTENT OF SOME CARBON IMPURITIES IN ATMOSPHERE

The article deals with the results of spectral measurements of carbon monoxide and methane content in the whole thickness of atmosphere in a region far from industrial centres. The comparison of given results with ones, obtained in a different region, is discussed. The possibility of creating a background station in the region under investigation is suggested.

УДК 577.15.02

Т. М. НАГИЕВ

#### О СОПРЯЖЕННОМ ОКИСЛЕНИИ СУБСТРАТА ПЕРЕКИСЬЮ ВОДОРОДА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. К. Абдуллаевым)

В наших работах была обнаружена и углубленно исследована химическая система, характерная особенность которой заключается в том, что в ней проявляется ранее неизвестное свойство перекиси водорода индуцировать химические реакции. Суть этого свойства выражается в том, что  $H_2O_2$ , разлагаясь генерирует в систему активные промежуточные вещества, избирательно расходующиеся в другой, сопряженной с первой, реакции; от типа последней зависят характеристики образующихся продуктов [1—11].

Как известно, сопряженные процессы окисления имеют исключительно важное значение в биологических системах. Поэтому рассматривая биохимическое окисление с участием  $H_2O_2$  с точки зрения ее способности индуцировать химические реакции, можно расширить наши познания в вопросах о роли каталазы в биологических системах.

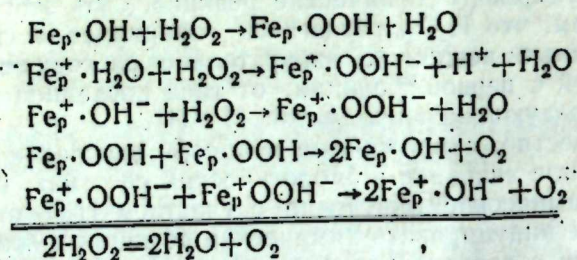
Действительно, перекись водорода встречается во всем живом и следовательно не является специфическим продуктом метаболизма, наделенного особыми функциями. И на сегодняшний день роль каталазы в биологическом окислении различных субстратов перекисью водорода все еще не вполне ясна. В биологических и реже в химических системах применяется термин „пероксидатичность действия“, означающий, что реакция с  $H_2O_2$  протекает без образования молекулярного кислорода. Если реакция распада  $H_2O_2$  протекает до  $O_2$  и  $H_2O$ , то говорят о „каталатическом действии“ катализатора. Рассматривая с этих позиций роль каталазы в биохимических процессах, можно сказать, что она проявляет каталатические свойства, в том случае, когда на молекулу приходится две молекулы  $H_2O_2$  [12]. В пероксидазе единственный ион железа (гематин) обладает способностью не только активировать  $H_2O_2$ , но и сообщать ей способность вступать в реакции окисления различных субстратов, при котором участвует лишь одна молекула  $H_2O_2$  [13].

Общепринятая концепция о биологической роли каталазы сводится к тому, что она эффективно защищает клеточную структуру от окислительного разложения  $H_2O_2$ . Однако данные последних лет указывают на то, что роль каталазы в организме не ограничивается только защитными функциями, правда пока еще неизвестно каким путем, она участвует в биоэнергетических реакциях митохондрий [14]. Пероксидатичность действия каталазы требует непрерывную подачу

$H_2O_2$  для окисления некоторых спиртов и альдегидов и это носит в литературе название сопряженного окисления [15]. Там же указывается на то, что значение этой функции каталазы еще не выяснено, но некоторые исследователи придерживаются мнения, что это действие может иметь не меньшее значение, а даже большее, чем каталитический эффект фермента в распаде  $H_2O_2$ .

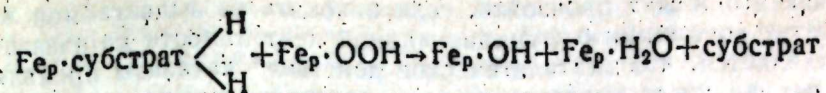
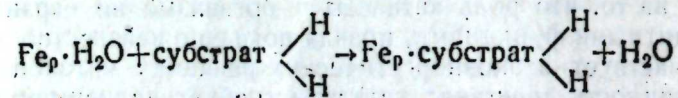
Изложенные основные экспериментальные факты и теоретические объяснения поведения каталазы в живом наталкивают нас на мысль о том, что свойства  $H_2O_2$  индуцировать химические реакции, доказанное на большом фактическом материале, может иметь место и в биохимических процессах. В пользу этой концепции говорит и то, что „пероксидатичность действия“ каталазы есть ни что иное, как сопряженное окисление субстрата перекисью водорода. Сопряженное биоокисление субстрата возможно в том случае, если  $H_2O_2$  путем взаимодействия с ионами железа (каталазы) активируется и таким образом подготавливается к проявлению одного из двух возможных действий, которое, как будет показано, является следствием способности  $H_2O_2$  индуцировать химические реакции.

Взаимодействие субединиц (ферригематина) молекулы каталазы с  $H_2O_2$  и между собой можно представить



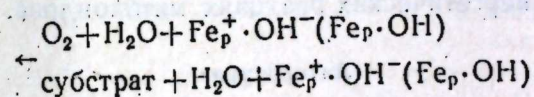
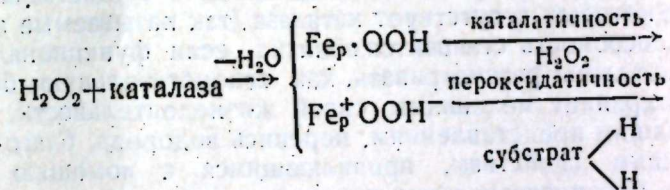
где Р—означает, что Fe является частью гемопroteinового фермента.

Такой возможный путь развития биохимической реакции подтверждается тем обстоятельством, что для каталазы твердо установлено: в распаде  $H_2O_2$  участвуют два иона Fe. Отсюда вытекает, что для каталитического действия достаточно двух субединиц молекулы каталазы. С одной стороны, доказано, что у каталазы гематин реагирует только с одной молекулой  $H_2O_2$ , в противном случае не было бы субстратной специфичности (как у пероксидазы) и, с другой, сопряженного окисления перекисью водорода (как результат взаимодействия субединиц). В пероксидазе активированная  $H_2O_2$  может взаимодействовать только с субстратом и абсолютно не вступает в реакцию со второй молекулой  $H_2O_2$  и поэтому это окисление нельзя отнести к сопряженной. Таким образом, становится понятным, почему окисление субстрата перекисью водорода в присутствии каталазы носит сопряженный характер: две другие свободные субединицы активируют молекулы субстрата с образованием комплексов, которые затем вступают в реакцию окисления с приведенными формами комплекса  $H_2O_2$  с гематином:



Как видно из схемы, взаимодействие двух различных комплексов одной молекулы каталазы приводит к образованию окисленного продукта реакции, а также к регенерации активных центров каталазы. Представим себе ситуацию: на одной из 2-х субединиц, предназначенных для органического субстрата, активировалась бы и  $H_2O_2$ . Тогда, эти комплексы путем взаимодействия с двумя другими формами комплекса  $H_2O_2$  с гематином способствовали бы проявлению каталазы одновременно как каталитических, так пероксидатических свойств. Однако это исключается в связи с тем, что многочисленные эксперименты [12] указывают на альтернативность действия каталазы в биосистеме.

Однако „каталитическое и пероксидатическое действие“ каталазы определяется не только указанными причинами, но и концентрациями  $H_2O_2$  и органического субстрата в клетке. Как мы полагаем, в случае, когда (субстрат) > ( $H_2O_2$ ) и  $H_2O_2$  присутствует в количествах меньше обычного должна стимулироваться пероксидатичность действия. Если же ( $H_2O_2$ ) > (субстрат) и ( $H_2O_2$ ) больше обычного, то будет иметь место каталитическое свойство каталазы. Отсюда следует, что проявление действия каталазы в клетке в том или ином направлении определяется соотношением концентраций  $H_2O_2$  и субстрата, что связано с состоянием организма. „Каталитичность и пероксидатичность действия“ каталазы выражает собой конечный эффект деятельности фермента, его итоговый результат. Однако на определенных стадиях они протекают по сходному пути и различие наступает на том этапе, когда образуются конечные альтернативные продукты ( $O_2$  или окисленный субстрат), что проиллюстрировано на схеме.



Анализируя эту схему с позиций принципов протекания сопряженных реакций приходим к весьма существенному выводу: разлагаясь в биосистеме  $H_2O_2$  с участием каталазы образует с ней комплексы, которые ответственны за действия фермента. Таким образом, в этой сопряженной системе биоокисления перекисью водорода базисной (первичной) реакцией является разложение  $H_2O_2$  с помощью каталазы (здесь у нее роль индуктора), которое своим течением ускоряет целевую (вторичную) реакцию также катализируемой той же молекулой каталазы.

Нами указывалось на то, что каталаза каким-то образом вовлекается в биоэнергетические реакции митохондрий. Попытаемся пока-



зять, как это может произойти, если исходить из выдвигаемой в данной статье концепции о функциональной деятельности каталазы. Нам представляется, что „каталатическое действие“ каталазы проявляется в том случае, когда дыхательная цепь, составляющая одну из основных функций митохондрий, испытывает значительную потребность в кислороде. Тогда каталаза, благодаря своим „каталатическим свойствам“ может способствовать снабжению митохондрий кислородом из его связанной формы в виде  $H_2O_2$ . Причем, перекисью водорода располагает сама клетка и с этой точки зрения ее можно рассматривать как кислородный фонд клетки. Как мы полагаем, „пероксидатичность действия“ каталазы проявляется с максимальной силой в том случае, когда для выработки энергии в силу определенного состояния организма, дыхательный процесс нуждается в окисленном субстрате (так, например, в  $CH_3COOH$  получаемого путем окисления  $CH_3CH_2OH$  и  $CH_3CHO$ ). Тогда  $H_2O_2$  с помощью каталазы окисляет субстрат ( $CH_3CH_2OH$  и  $CH_3CHO$ ) и энергия окисления используется клеткой до тех пор, пока в этом имеется необходимость.

С этой точки зрения „пероксидатичность и каталатичность“ действия каталазы как бы являются „вспомогательными“ процессами, в которых клетка все время нуждается, но только таким образом, что в данный момент может проявляться одно из этих свойств. Отсюда мы приходим к важному заключению, что приписываемая каталазе защитная функция является не определяющей. С помощью каталазы перекись водорода индуцирует биохимические реакции клетки, снабжая ее либо кислородом, либо окисленным субстратом. В пользу сказанной мысли говорит и то, что пероксидаза и каталаза несут аналогичные функции соответственно в растительном и животном мирах [15], тем не менее для пероксидазы они отнюдь не являются защитными (от токсического воздействия  $H_2O_2$  на растения) и с этой точки зрения наше заключение о роли каталазы в клетке является логически непротиворечивой. Кроме того, мы знаем о существовании людей, в организме которых отсутствует каталаза (так называемые акаталаты). Их жизнеспособность становится понятна, если функциональную деятельность каталазы рассматривать, как вспомогательную, без которой организм сохраняет механизмы своей жизнедеятельности. Таким образом, по нашим представлениям, перекись водорода, благодаря своим индуцирующим свойствам, проявляющимся с помощью каталазы, участвует в биоэнергетических реакциях митохондрий.

#### Литература

1. Нагиев Т. М., „Азерб. хим. ж.“, 1967, № 1.
2. Нагиев М. Ф., Нагиев Т. М., „ДАН СССР“, 1970, 195, № 3.
3. Нагиев М. Ф., Нагиев Т. М., Алиев А. М., „ДАН СССР“, 1970, 193, № 2.
4. Нагиев М. Ф., Нагиев Т. М., Меджидов Н. Д., „ДАН СССР“, 1972, 205, № 1.
5. Нагиев М. Ф., Нагиев Т. М. и др., „ДАН СССР“, 1973, 213, № 5.
6. Нагиев Т. М. Автореф. докт. дисс. ИНХС им. А. В. Топчиева АН СССР, 1973.
7. Нагиев М. Ф., Нагиев Т. М., *Advances in Chemistry series—133, Chemical Reaction Engineering*, Washington, 1974.
8. Нагиев М. Ф., Нагиев Т. М., *The Third International Symposium on Chemical Reaction Engineering*, Northwestern University, Evanston, USA, 1974.
9. Нагиев Т. М., Расулбекова Л. Г., Меджидов Н. Д., *4th Symposium Computers in the Design and Erection of Chemical Plants, Karlovy Vary*, 1975.
10. Нагиев Т. М., Агаева С. И., Нагиева З. М., Байрамов Ф. Г., *5th Symposium Computers in Chemical Engineering, Vysoke Tatry*, 1977.
11. Нагиев Т. М., Меджидов Н. Д., Нагиева З. М., Зулфугарова С. З., „Азерб. хим. ж.“, 1976, № 4.

12. Chance B., *Advances in Enzymology*, 1951, 12, 153.
13. Диксон М. Уэбб, „Ферменты“, ИЛ., 1961.
14. Ленинджер А., „Биохимия“, Изд-во „Мир“, М., 1974.
15. Шамб. У., Сеттерфилд Ч., Вентворс Р., *Перекись водорода*, ИЛ., 1958.

Институт теоретических проблем  
химической технологии

Поступило 9. XI 1978

Т. М. Нагиев

### ГИДРОКЕН-ПЕРОКСИДИН ЭЛАГЭЛИ ОКСИДЛЭШМЭ СУБСТРАТЫ НАГГЫНДА

Мәгаләдә чанлы мүнһтдә каталазанын ролу һаггында нәзәријә вә тәҗрүбәјә әсаһанараг демәк олар ки, һидрокен-пероксидин кимјәви реаксияны индуксия ет-мәси хусусијјәти биохимјәви процесләрдә мүнһүм рол ојнајыр вә бу да кениш фактлара әсасән субүт олунмушдур.

T. M. Nagiev

### ON CONJUGATED OXIDATION OF SUBSTRATE BY HYDROGEN PEROXIDE

Resting upon the principal experimental data and theoretical explanations of the catalase behaviour in vivo there has been put forward in the article a conception that the property of hydrogen peroxide to induce chemical reactions proved on the basis of considerable data may occur in the biochemical processes as well.

УДК. 546.284

Н. Г. РАГИМОВ, Д. М. ГАНБАРОВ, Ш. А. АЛИЕВА, чл.-корр.  
Х. С. МАМЕДОВ

### ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ И ИОН-НООБМЕННЫЕ СВОЙСТВА ЦЕОЛИТА L-D

При решении ряда вопросов, таких как воспроизводительный синтез цеолитов и для понимания генезиса цеолитообразования весьма важную роль играет изучение кинетики и механизма кристаллизации. Однако, данные о механизме и кинетике, имеющиеся в литературе, являются ограниченными. В частности, были проведены некоторые исследования по изучению скорости кристаллизации цеолитов А, X и морденита из натрийалюмосиликатных гелей [1-3].

Кинетические кривые, показывающие зависимость степени кристаллизации от длительности реакции образования цеолитов А, X и морденита имеют сигмаобразную форму, что говорит о наличии индукционного периода.

В целях установления общей закономерности и классификации по цеолитообразованию изучение кинетики кристаллизации различных типов цеолитов является важным фактором.

Настоящее исследование посвящено изучению кинетики кристаллизации нового цеолита, относящегося к IV группе цеолитов по классификации, предложенной Мейером [4].

Условия синтеза и некоторые физико-химические свойства цеолита опубликованы в работе [5].

Опыты, поставленные с целью изучения скорости кристаллизации во времени данного цеолита, проводились при  $115 \pm 5^\circ\text{C}$ . В качестве исходного материала использовано вулканическое стекло-обсидиан.

Контроль за продуктами кристаллизации осуществляли рентгенофазовым анализом и путем определения влагоемкости синтезированных образцов. Принимали, что влагоемкость, имеющая значение 17,64% соответствует полному превращению исходной шихты в L-D цеолит. Определение влагоемкости проводилось на образцах, кристаллизовавшихся в течение 3, 5, 10, 25, 50, 100, 150, 200, 250, 300 ч. Исходя из экспериментальной влагоемкости, вычислена степень кристаллизации образцов L-D цеолита, полученного при указанных температурах. Как видно из графического изображения (рис. 1) зависимость степени ( $Z$ ) кристаллизации от времени ( $\tau$ ), скорость превращения исходного геля в конечный продукт начиная с 5 до 25 ч выдержки довольно высока. За этот период степень кристаллизации достигается почти до половинной части максимума ( $Z = 45,83\%$ ). На-

чало кривой свидетельствует о наличии индукционного периода, что составляет  $\sim 5$  ч.

С увеличением времени кристаллизации (после 25-часовой выдержки) скорость реакции превращения исходная шихта - цеолит по сравнению с начальной скоростью значительно замедляется.

Образцы, полученные с длительностью кристаллизации 200 ч. оказались продуктами с максимальной степенью кристаллизации. Дальнейшее увеличение продолжительности кристаллизации до 300 ч не влияло на выход продукта превращения. Следовательно, часть кинетической кривой (рис. 1), показывающей зависимость степени кристаллизации от продолжительности реакции образования L-D цеолита 200-часовой выдержки носит прямолинейный характер.

Указанный характер кинетики кристаллизации обнаружен и для цеолита типа морденита [3], что позволяет выявить аналогию в характере образования между цеолитами L-D и морденита. По нашему мнению, систематическое изучение кинетики кристаллизации существующих цеолитов позволило бы дать классификацию по их образованию.

Известно, что каталитические, адсорбционные и термические свойства цеолитов непосредственно связаны с природой и размером обменных катионов. Модифицирование L-цеолита катионами  $\text{Li}^+$ ,  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{La}^{3+}$  показало, что с увеличением ионного радиуса обменного катиона возрастает их термическая стабильность [6]. Настоящий вывод авторами этой работы сделан в результате модифицирования единственными представителями отдельных групп периодической системы.

Для установления влияния обменных катионов на адсорбционные свойства нами получены ионнообменные формы L-D цеолита с катионами  $\text{Li}^+$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Sr}^{2+}$ ,  $\text{Ba}^{2+}$  из 0,4 N хлористых и азотнокислых растворов при  $60^\circ\text{C}$  в течение 30 ч. Химический анализ образцов, модифицированных указанными катионами, показывает, что во всех катионных формах L-D цеолита происходит равномерный обмен. Степень обмена в них составляла  $\sim 40\%$ .

Сопоставления экспериментально определенной степени обмена катионов калия на катионы главных подгрупп I и II группы периодической системы со структурными особенностями L-цеолита приводит к выводу, что обмениваются катионы, находящиеся только на стен-

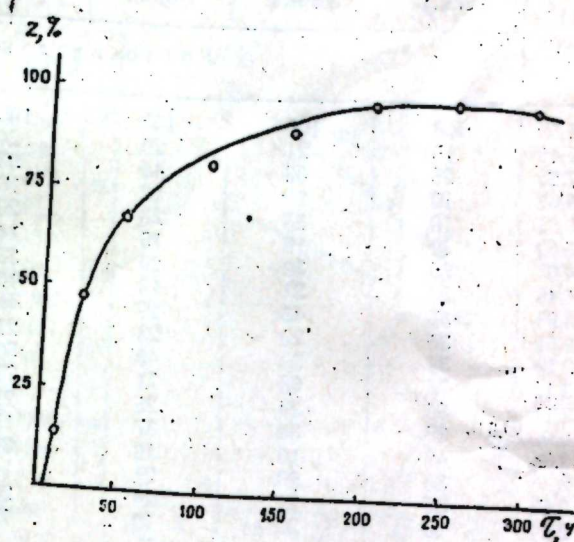


Рис. 1 Зависимость степени кристаллизации L-D цеолита от времени.

Таблица 1

Дифрактометрические данные исходной и катионзамещенных форм цеолита L-D

| d, Å<br>экспер. | J относительные   |                 |                 |                               |                 |                 |
|-----------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------------------|-----------------|-----------------|
|                 | K-форма<br>(исх.) | K, Li-<br>форма | K, Na-<br>форма | K, NH <sub>4</sub> -<br>форма | K, Mg-<br>форма | K, Sr-<br>форма |
| 16,55           | 100               | 100             | 100             | 100                           | 100             | 100             |
| 7,48            | 15                | 21              | 20              | 24                            | 19              | 17              |
| 7,29            | 25                | 39              | 48              | 53                            | 36              | 32              |
| 6,02            | 10                | 20              | 22              | 16                            | 15              | 25              |
| 5,41            | 10                | 23              | 20              | 23                            | 15              | 32              |
| 5,02            | 10                | 19              | 15              | 14                            | 25              | 17              |
| 4,64            | 30                | 30              | 20              | 33                            | 44              | 32              |
| 4,48            | 20                | 21              | 10              | 10                            | 21              | 25              |
| 3,95            | 35                | 43              | 29              | 31                            | 45              | 38              |
| 3,52            | 35                | 20              | 23              | 23                            | 25              | 21              |
| 3,26            | 55                | 53              | 40              | 50                            | 50              | 42              |
| 3,17            | 75                | 68              | 71              | 77                            | 77              | 81              |
| 3,11            | 35                | 38              | 25              | 27                            | 27              | 29              |
| 2,98            | 35                | 38              | 37              | 15                            | 45              | 47              |
| 2,94            | 40                | 10              | 12              | 31                            | 15              | 13              |
| 2,73            | 30                | 20              | 21              | 14                            | 30              | 17              |
| 2,69            | 35                | 21              | 24              | 20                            | 32              | 32              |
| 2,24            | 15                | 20              | 10              | 12                            | 30              | 23              |

как больших (12-членные кольца) каналов. Все катионзамещенные формы исследовались рентгенодифрактометрическим и дериватографическим методами анализов. По дифрактограммам можно судить, что при замещении катионов калия на другие катионы происходит характерное изменение на дифракционных картинах катионзамещенных форм. Дифрактограммы всех катионзамещенных форм L-D цеолита получены при одинаковых условиях съемки на установке ДРОН-2,0 (CuK<sub>α</sub>-излучение, Ni-фильтр).

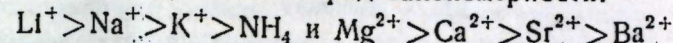
Рассчитанные межплоскостные расстояния исходной K-формы и интенсивность дифракционных линий катионзамещенных форм L-D цеолита помещены в табл. 1, из данных которой видно, что интенсивность отдельных дифракционных линий в зависимости от природы обменных катионов сильно изменяется. Следовательно, результаты химического анализа по определению степени обмена подтверждаются дифрактометрическим анализом.

Таблица 2  
Адсорбционная емкость катионзамещенных форм L-D цеолита по парам бензола и аммиака

| Адсорбаты,<br>g/g             | Катионные формы L-D цеолита |        |        |                      |        |        |        |        |
|-------------------------------|-----------------------------|--------|--------|----------------------|--------|--------|--------|--------|
|                               | K-<br>(исход.)              | K, Li- | K, Na- | K, NH <sub>4</sub> - | K, Mg- | K, Ca- | K, Sr- | K, Ba- |
| C <sub>6</sub> H <sub>6</sub> | 0,3423                      | 0,2257 | 0,2383 | 0,2322               | 0,2735 | 0,2504 | 0,2166 | 0,1801 |
| NH <sub>3</sub>               | 0,3821                      | 0,2605 | 0,2696 | 0,2165               | 0,3091 | 0,2704 | 0,2195 | 0,1965 |

Известно, что рассеивающая способность атома прямо зависит от его атомного номера [7], поэтому при замене легких элементов в цеолитах на более тяжелые сильно меняются атомные факторы рассеяния, которые непосредственно связаны с интенсивностью дифракционных линий.

Однозначность степеней обмена катиона калия на указанные катионы позволила для полноты идентифицирования провести сравнение эффективных обменов частично модифицированных форм L-D цеолита по адсорбатам C<sub>6</sub>H<sub>6</sub>, NH<sub>3</sub> и H<sub>2</sub>O. Их сравнительные характеристики приводятся в табл. 2. Как видно из таблицы, за исключением исходной K-формы с увеличением ионного радиуса обменных катионов адсорбционная емкость L-D цеолита по бензолу и аммиаку уменьшается. Предполагается, что повышенная адсорбционная емкость исходной K-формы связана с монокатионностью данного цеолита. В случае определения адсорбционной емкости катионзамещенных форм по воде исходная форма также входит в ряд закономерности:



Графическая зависимость влагоемкости катионзамещенных форм L-D цеолита от ионного радиуса обменных катионов, представленная на рис. 2, носит прямолинейный характер для катионов обеих групп. При этом вне закономерности остается NH<sub>4</sub>-K-форм, т. е., обладает самой меньшей емкостью. По всей вероятности, это связано со сложностью и большим размером катионов аммония (1,43 Å).

Степень обмена катионов калия на катион аммония в данном цеолите определялась по дериватографическим данным. Дериватограмма K,NH<sub>4</sub>-L-D характеризуется двумя эндотермическими эффектами, из которых первый наблюдается в температурном интервале 140—300°C с максимумом 200°C, а второй — в интервале температур 400—600°C с максимумом 470°C. Первый эффект находится в области дегидратации данного цеолита, а второй — нами отнесен к разложению ионов аммония с выделением NH<sub>3</sub>.

### Выводы

1. Изучена скорость кристаллизации цеолита L-D на основе обидиана во времени и построена графическая зависимость в координатах Z и τ.

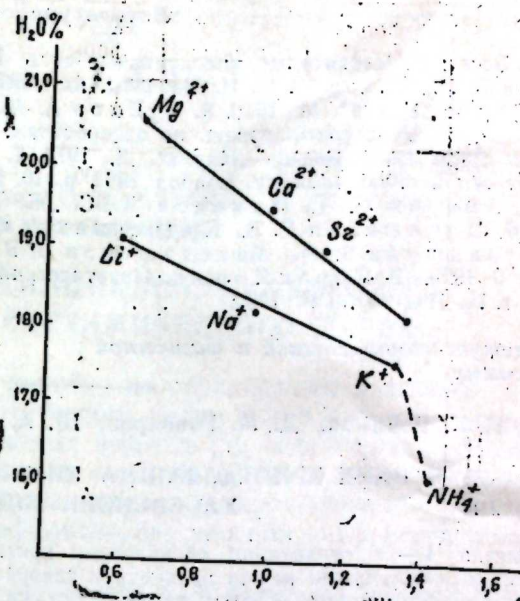


Рис. 2 Зависимость содержания воды от ионного радиуса обменных катионов.

2. Получены катионзамещенные формы L—D цеолита с элементами главных подгрупп I и II групп периодической системы.  
3. Установлена корреляция между природой, размером обменных катионов и адсорбционной способностью по некоторым адсорбатам.

#### Литература

1. Брек Д. Цеолитовые молекулярные сита. Изд-во "Мир". М., 1976. 2. Сендеров Э. Э., Хитаров Н. И. Цеолиты, их синтез и условия образования в природе. Изд-во "Наука", М., 1970. 3. Зубков А. М., Сендеров Э. Э., Липкинд Б. А. Труды IV Всесоюз. совещ. по адсорбентам. Адсорбенты, их получение, свойства и применение. Изд-во "Наука". Л., 1978. 4. Mefer W. M. Molecular Sieves Society of Chemical Industry. London, 1953, p. 10. 5. Рагимов Н. Г., Ганбаров Д. М., Амиров С. Т., Мамедов Х. С. "Ж. неорганич. материалы", т. 14, № 7, 1978; 6. Цицишвили Г. В., Крупеникова Ю. А., Кванталиани К. Е., Мамулашвили В. М., Микелашвили В. Э. "Ж. неорганич. материалы". т. 11, № 9, 1975. 7. Порай-Кошиц. Практический курс рентгено-структурного анализа, т. 11. Изд-во МГУ, 1960.

Поступило 16. XI 1978

Институт неорганической и физической химии

Н. Г. Рагимов, Д. М. Ганбаров, Ш. А. Алиева, Х. С. Мамедов

#### L—D СЕОЛИТИНИН КРИСТАЛЛАШМА КИНЕТИКАСЫНЫН ВЭ ИОНДЭЈИШМЭ ХАССЭСИННИН ТЭДГИГИ

Мәгалә L—D сеолитинин обсидиандан кристаллашма сүр'әтинин мүбадилә катионларыннн тәбиәтинин вә ион радиусунун адсорбсија һәчминә тәсиринин әрәнилмәсинә һәср едилмишдир. Мүәјјән едилмишдир ки, мүбадилә катионларыннн ион радиуслары бәјүдүкчә адсорбсија һәчми кичилир.

N. G. Ragimov, D. M. Ganbarov, Sh. A. Alieva,  
Corresponding member of the Azerbaijan Academy of Sciences  
Kh. S. Mamedov.

#### INVESTIGATION OF CRYSTALLIZATION KINETICS AND ION-EXCHANGE PROPERTIES OF ZEOLITE L—D

The article deals with crystallization rate from the obsidian, and also with the nature of exchange cations and with the influence of ion radius upon the volume of absorption of zeolite L—D.  
With the increase of ion radius of exchange cations, the volume of absorption decreases.

УДК 547.284

#### ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Э. Т. СУЛЕЙМАНОВА, акад. С. Д. МЕХТИЕВ, М. Ф. АББАСОВ,  
М. И. МИРГАСАНОВА

#### ПОЛУЧЕНИЕ АЛКИЛЦИКЛОАЛКИЛКЕТОНОВ НА ОСНОВЕ НЕФТЕХИМИЧЕСКОГО СЫРЬЯ

Алкилциклоалкилкетонны, подобно их структурным аналогам—кетонам алициклического и ароматического рядов могут найти применение в качестве синтетических душистых веществ [1], селективных растворителей, добавок к нефтепродуктам, а также ценных полупроводников нефтехимического синтеза. Однако широкому практическому применению препятствует отсутствие эффективного способа и процесса получения их.

Нами разработан способ получения алкилциклоалкилкетоннов иницированным присоединением ацетальдегида и его гомологов к цикленам в присутствии органических перекисей [2].

На примере взаимодействия ацетальдегида с циклогексеном в присутствии перекиси трет-бутила изучены кинетические особенности и механизм реакции [3].

Исследованиями установлено, что реакция протекает с высокой конверсией сырья и селективностью с образованием алкилциклоалкилкетоннов высокой степени чистоты и с высокими выходами в случае взаимодействия ацетальдегида с индивидуальными цикленами.

Поэтому предложенный процесс рекомендуется в основном для получения метилциклоалкилкетоннов.

В качестве сырья из цикленов могут быть рекомендованы циклогексен и циклопентен.

При этом циклогексен получали дегидратацией циклогексанола над окисью алюминия, отравленной щелочью для предотвращения изомеризации образовавшегося циклогексена, на пилотной установке.

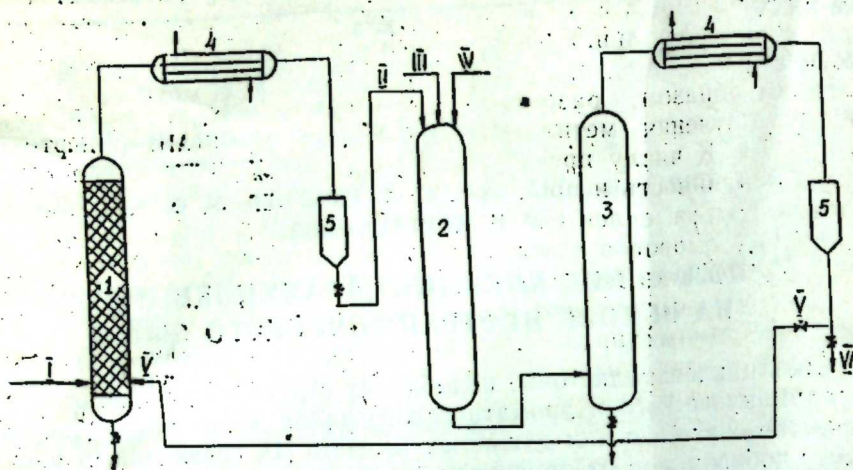
Циклопентен выделяли четкой ректификацией из продукта каталитического превращения олигомера C<sub>5</sub>—фракции жидких продуктов пиролиза.

Исходный ацетальдегид и перекись трет-бутила вырабатываются в стране промышленном масштабе.

На рисунке приведена принципиальная технологическая схема процесса, которая включает узел получения исходного циклена, узел присоединения ацетальдегида к циклену и узел перегонки продукта реакции с выделением соответствующего алкилциклоалкилкетона.

Альдегид, циклен и перекись в определенном соотношении загружают в реактор типа автоклава и нагревают при заданном режиме температуры (120—140°C) и продолжительности 4—5 ч. По окончании опыта, остывшую до атмосферной температуры реакционную смесь под-

вергают атмосферной разгонке с выделением продукта распада перекиси—триметилкарбинола, а также непрореагировавшей части исходных циклена и альдегида, который возвращают в цикл для повторного



Принципиальная технологическая схема процесса получения алкилциклоалкилкетонов;

I—реактор для получения циклена; 2—реактор для присоединения ацетальдегида к циклену; 3—куб с колонкой для разгонки продукта реакции; 4—холодильники; 5—приемники  
I—сырье для получения циклена; II—циклен; III—ацетальдегид;  
IV—перекись трет.-бутила; V—возвратный ацетальдегид; VI—алкилциклоалкилкетон.

использования в качестве исходного сырья. Остаток от атмосферной перегонки подвергают вакуумной разгонке с выделением соответствующего алкилциклоалкилкетона.

Материальный баланс процесса получения метилциклогексилкетона

| Алкилирование:         | кг    | %     |
|------------------------|-------|-------|
| Взято: циклогексен     | 75,9  | 17,4  |
| ацетальдегид           | 325,9 | 74,8  |
| перекись               | 33,8  | 7,8   |
| Итого:                 | 435,6 | 100,0 |
| Получено: алкилат      | 434,1 | 99,6  |
| потери                 | 1,6   | 0,4   |
| Итого:                 | 435,7 | 100,0 |
| Разгонка алкилата:     |       |       |
| Взято: алкилат         | 434,1 | 100,0 |
| Получено: ацетальдегид | 268,2 | 61,8  |
| циклогексен            | 5,2   | 1,2   |
| промежуточная фракция  | 16,7  | 3,9   |
| метилциклогексилкетон  | 100,0 | 23,0  |
| остаток                | 41,7  | 9,6   |
| потери                 | 2,3   | 0,5   |
| Итого:                 | 434,1 | 100,0 |

В таблице в качестве примера приводится материальный баланс процесса получения метилциклогексилкетона свободнорадикальным присоединением ацетальдегида к циклогексену.

Как видно из приведенных в таблице данных, при описанных условиях конверсия циклогексена составляет 93,0%, а выход метилциклогексилкетона—85,7 мольн.% на исходный и 92,1 мольн.% на превращенный циклен.

Таким образом, разработан оригинальный и высокоэффективный процесс получения метилциклоалкилкетонов на основе нефтехимического сырья. К числу преимуществ разработанного процесса относятся его малостадийность и простота технологического оформления, высокие конверсии сырья, селективность и выхода целевых продуктов, отсутствие вредных выбросов в атмосферу и стоков в водоемы, легкость выделения целевых кетонизированных из реакционной смеси обычной разгонкой без применения специальных методов разделения и очистки.

Разработанный процесс позволяет впервые организовать в стране производство алкилциклоалкилкетонов различной структуры, которые найдут применение в различных отраслях народного хозяйства.

## Выводы

Разработан процесс получения алкилциклоалкилкетонов инициированным присоединением алифатических альдегидов к цикленам в присутствии органических перекисей.

При найденных оптимальных условиях процесса выход метилциклогексилкетона достигает 85,7 мольн.% на исходный и 92,1% на превращенный циклогексен.

Полученные метилциклоалкилкетоны могут быть рекомендованы для применения в качестве синтетических душистых веществ.

## Литература

1. Arctander S. Perfume and flavour chemicals, vol. II, № 5, 1969. 2. Сулейманова Э. Т., Мехтиев С. Д., Аббасов М. Ф., Миргасанова М. И. "Нефтехимия", № 3, 1979. 3. Сулейманова Э. Т., Мехтиев С. Д., Аббасов М. Ф. "ДАН Азерб. ССР", № 3, 1979.

ИНХП

Поступило 10. XI 1978

Е. Т. Сулейманова, С. Ч. Мехдијев, М. Ф. Аббасов, М. И. Миргасанова

## НЕФТ-КИМЈА ХАММАЛЫ ЭСАСЫНДА АЛКИЛЦИКЛОАЛКИЛКЕТОНЛАРЫН АЛЫНМАСЫ

Мағаләдә инишатор иштиракилә алифатик алдеһидләрин тсикленләрә бирләшмәсилә алкилциклоалкилкетонлары алынма просеси өҗрәнилмишдир.

Трет.-бутилпероксид иштиракилә асеталдеһидлә тсиклогексенин бирләшмәсиндән метилциклогексилкетонун алынма просесинин материал балансы верилмишдир.

Просес үчүн тапылмыш оптимал шәрантә метилциклогексилкетонун чыхымы көтүрүлмүш вә чөврилмиш тсиклогексенә көрә мувафиг олараг 85,7% вә 92,1% тәшкил едир.

Алынмыш кетонларын синтетик этирли маддәләр кими тәтбиг олунмасы тәклиф едилдир.

E. T. Suleimanova, S. D. Mekhtiev, M. F. Abbasov, M. I. Mirgasanova  
PROCESS OF PRODUCTION OF ALKYL CYCLOALKYLKETONES ON  
PETROCHEMICAL BASE

The process of alkylcycloalkylketones production by initiated addition of aliphatic aldehydes to cyclens has been developed.  
Under the optimal process conditions found the yield of methylcyclohexylketone amounts to 85,7% mol. on starting and 92,1% on cyclohexene converted.  
Methylcycloalkylketones obtained may be recommended for using as synthetic perfumes.

УДК 668.395.3

Э. С. МАМЕДОВА

ВЛИЯНИЕ СТРОЕНИЯ И СТРУКТУРЫ НА КЛЕЯЩИЕ  
СВОЙСТВА СОПОЛИМЕРА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. А. Далиным)

В настоящее время значительно расширились области использования клеящих веществ, причем возросли и разнообразные требования, предъявляемые к ним [1—3].

Создано большое число клеев на основе термореактивных полимеров и различных термопластов и эластомеров.

Однако клеи имеют ряд недостатков: небольшая прочность при неравномерном отрыве, необходимость во многих случаях склеивать ими при нагревании, токсичность, относительно низкая теплостойкость и т. д. [1]

Поэтому проблема синтеза новых, дешевых нетоксичных клеев с повышенными адгезионными свойствами актуальна.

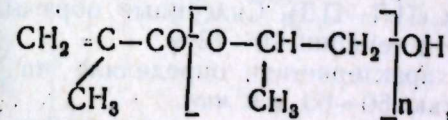
Данная статья посвящена синтезу нового клея для липких лент на основе сополимера  $\alpha$ -метакрилат- $\omega$ -олигопропиленгликоля со стиролом и исследованию некоторых его свойств.

Синтез клея состоит из двух стадий:

1. Получение  $\alpha$ -метакрилат- $\omega$ -олигопропиленгликолей (МОП);
2. Сополимеризация МОП со стиролом.

В работе [4] описано получение МОП путем полимеризации окиси пропилена (ОП) под действием пятихлористой сурьмы в присутствии сокатализатора—метакриловой кислоты (МАК). Изменяя мольные соотношения ОП:МАК, можно получать олигомеры различной молекулярной массы от 500 до 3500.

Синтезированы олигомеры общей формулы:



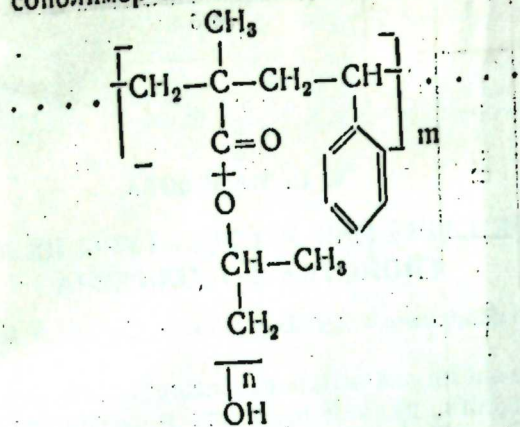
где  $n$ —коэффициент полимеризации.

С целью получения клеевых композиций проводили радикальную сополимеризацию синтезированных олигомеров со стиролом в присутствии наполнителя.

Сополимеризацию МОП со стиролом осуществляли в присутствии переписи дикумила (1 вес. %) путем ступенчатого подъема температуры от 100 до 160°C с получасовой выдержкой через каждые 10 градусов.

Для уменьшения усадки в процессе сополимеризации вводили 1 вес. % наполнителя: двуокись титана, предварительно прокаленную при 500°C.

Полученный сополимер имеет следующее строение:



В ИК-спектрах сополимера обнаружены полосы поглощения, характерные для карбонильной группы ( $1720 \text{ см}^{-1}$ ), простой и сложной эфирной связи ( $1200-1000 \text{ см}^{-1}$  и  $1200-1700 \text{ см}^{-1}$ ), а также полосы поглощения в областях  $1710$ ,  $1610$  и  $3100-3000 \text{ см}^{-1}$  относящиеся к бензольному кольцу (монозамещенное стирольное кольцо). Наличие полосы поглощения в области  $3500 \text{ см}^{-1}$  соответствует ОН-группе.

Синтезированный сополимер в зависимости от соотношения компонентов МОР:стирол, представляет собой липкую клеющую массу либо воскоподобное вещество.

Композиции при соотношении МОР: стирол, равные 1:1 и 1:0,5 сохраняют липкость в течение длительного периода времени и обеспечивают склеивание различных материалов друг с другом.

Прочность клеевого соединения определяли обычным методом, т. е. проводили испытание на сопротивление отслаиванию и прочность при сдвиге склеенных друг с другом следующих пар материалов: полиэтиленовая пластина (ПЭ)—полиэтиленовая пластина (ПЭ—ПЭ); ПЭ—медная фольга толщиной  $50 \text{ м}$  (ПЭ—Ф); ПЭ—полиэтиленовая пленка (ПЛ) толщиной  $50 \text{ м}$  (ПЭ—ПЛ); медная фольга—медная фольга (Ф—Ф); ПЛ—фольга (ПЛ—Ф) и полиэтиленовая пленка—полиэтиленовая пленка (ПЛ—ПЛ). Склеенные образцы выдерживали под холодным прессом в течении  $10-12 \text{ ч}$ .

Прочностные характеристики определяли на разрывной машине ZE-100 со скоростью  $50-60 \text{ мм/мин}$ .

С целью исследования влияния соотношения компонентов в сополимере на адгезию были проведены опыты с различным соотношением МОР:стирол при одинаковой молекулярной массе олигомера. Данные таблицы показывают, что с уменьшением содержания стирола в сополимере (соотношение МОР—стирол меньше 1) клеящие свойства уменьшаются, а с увеличением, т. е. при соотношении МОР—стирол больше 1; прочность клея также уменьшается. Только при промежуточном соотношении МОР:стирол, равном 1:1, получают клеи с удовлетворительными адгезионными свойствами. Аналогичные

Состав и некоторые свойства клеевой композиции (инициатор—перекись дикумила—1 вес. %, наполнитель— $\text{TiO}_2$ —1 вес. %)

| Мол. масса олигомера | Соотношение МОР: стирол | Показатели склеиваемых материалов* |                       |        |       | ПЭ—ПЭ | ПЭ—Ф   | Ф—Ф                             | ПЭ—ПЛ       | ПЛ—Ф        | ПЛ—ПЛ       |
|----------------------|-------------------------|------------------------------------|-----------------------|--------|-------|-------|--------|---------------------------------|-------------|-------------|-------------|
|                      |                         | ПЭ—ПЭ                              | ПЭ—Ф                  | Ф—Ф    | ПЭ—ПЛ |       |        |                                 |             |             |             |
| 500                  | 1:1                     | 0,0071                             |                       | 0,215  |       | 0,077 | 0,05   | Прочность при сдвиге, Мн/м      | 0,077       | 0,025       | 0,027       |
|                      | 1:0,5                   | 0,0084                             |                       | 0,050  |       | 0,025 | 0,027  |                                 |             |             |             |
|                      | 1:0,25                  | —                                  | >1,5<br>фольга рвется | 0,0115 | >0,5  | 0,006 | 0,079  |                                 |             |             |             |
| 1200                 | 1:1                     | 2,6                                | >1,5<br>фольга рвется | 0,9    | >0,5  | >0,45 | >0,5   | Сопротивление отслаиванию, г/см | п.л. рвется | п.л. рвется | п.л. рвется |
| 1200                 | 1:0,5                   | 0,34                               | 0,26                  | 0,25   | 0,15  | 0,10  |        |                                 |             |             |             |
| 1200                 | 1:0,25                  | 0,020                              | 0,017                 | 0,10   | 0,075 | 0,21  |        |                                 |             |             |             |
| 2500                 | 1:1                     | 0,075                              | —                     | 0      | 0,055 | 0     | 0,0320 | 0,050                           | 0,050       | 0,02        |             |
| 3500                 | 1:1                     | 0,050                              | —                     | 0      | —     | —     | —      | —                               | —           | —           |             |
| 1200                 | 1:1                     | 400                                |                       | 1350   |       | 250   | 750    | Сопротивление отслаиванию, г/см | 380         | 750         |             |
| 1200**               | 1:1                     | 270                                |                       | 1050   |       | 380   | 550    |                                 |             |             |             |

\* Полиэтиленовая пластина (ПЭ) склеена с ПЭ пластиной (ПЭ—ПЭ), медная фольга (Ф) склеена с фольгой (Ф—Ф), ПЭ—пленка склеена с ПЭ пленкой (ПЛ—ПЛ).

\*\* Инициатор—перекись бензола (1. вес. %)

результаты получены при исследовании влияния молекулярной массы резольных полимеров на их клеящие свойства [3].

В таблице представлены также зависимости свойств клеевых композиций от молекулярной массы олигомеров. Из данных таблицы следует, что при изменении молекулярной массы олигомера в сополимере прочность клея при сдвиге увеличивается до определенного значения, а затем резко падает. Наилучшие результаты получаются у композиции, содержащей олигомер с молекулярной массой ~1200.

Это можно объяснить тем, что композиции, содержащие олигомер с молекулярной массой менее 1200, представляют собой продукты с хорошими адгезионными свойствами, но обладающие слабой когезией из-за низкой молекулярной массы, что не позволяет отнести их к клеящим материалам. Композиции, содержащие олигомер с молекулярной массой более 1200, плохо растворяются, имеют высокую температуру плавления и, обладая хорошей когезией, не имеют, как правило, удовлетворительных адгезионных свойств [1].

Именно при промежуточном значении молекулярной массы олигомера в композиции, равной 1200 и соотношении компонентов МОП-стирол, равном 1:1, наблюдаются наилучшие адгезионные свойства наряду с достаточной когезией.

Экспериментальные данные также показывают, что прочность при сдвиге склеенных полиэтиленовых пластин составляет ~0,5 Мн/м<sup>2</sup>, полиэтилена с медной фольгой ~0,175 Мн/м<sup>2</sup>, склеенные полиэтиленовые пленки при разрыве рвутся. Аналогичная картина наблюдается и при склеивании медной фольги друг с другом, т. е. фольга тоже рвется.

Таким образом, установлено, что оптимальными условиями для получения клеев с наилучшими адгезионными свойствами являются: соотношения компонентов МОП: стирол, равные 1:1 и 1:0,5 и величиной молекулярной массы олигомера в сополимере ~1200 [5].

Показано, что эти клеевые композиции, вследствие наличия в сополимере простых и сложных эфирных групп, обладают хорошей адгезией к пластмассам, дереву, стеклу и т. д.

#### Выводы

1. Получен новый клей для липких лент путем радикальной сополимеризации  $\alpha$ -метакрилат- $\omega$ -олигопропиленгликолей со стиролом в присутствии наполнителя.

2. Изучены прочностные характеристики клея. Установлено, что максимальные прочностные свойства получены у клеевой композиции, содержащей олигомер с молекулярной массой ~1200.

Показано, что удовлетворительные адгезионные свойства получены при соотношении олигомер:стирол, равные 1:1 и 2:1.

3. Установлено, что наличие простых и сложных эфирных групп, ароматического ядра и гидроксильных групп обеспечивает адгезию синтезированной клеевой композиции.

#### Литература

1. Кардашов Д. А. Синтетические клеи. "Химия", М., 1976.
2. Шарай М. Т., Березник И. В. и др. Обзоры по отдельным производствам химической промышленности. НИИТЭХИМ вып. 20 (70), М., 1974.
3. Кардашов Д. А. Труды 1 Все-союз. конф. по клеям и технологиям склеивания. Таллин, 1966.
4. Мамедова Э. С., Бунят-заде А. А., Гусман Т. Я., Эфендиева Т. З., Николаева Н. М.

ВНИИ Олефин

Поступило 7. IV 1978

Е. С. Мамедова

### СОПОЛИМЕРЛЭРИН ТЭРКИБ ВЭ ГУРУЛУШЛАРЫНЫН ЈАПЫШГАНЛЫГ ХАССЭЛЭРИНЭ ТЭ'СИРИ

Радикал сополимерләшмә үсулундан истифадә едәрәк,  $\alpha$ -метакрилат- $\omega$ -олигопропиленгликолуи стиролла сополимерләшмәси әсасында јени типли јапышган синтез едилмишдир.

Сополимерин тәркибиндә олан олигомерләрин молекула чәкисинин дәјишмәси онун јапышдырма габилјјәгинә кәстәрдији тә'сири өјрәнилмишдир.

Тә'јин олунмушдур ки, молекула чәкиси 1200-ә јакын олан јапышган јүксәк јапышдырычы хүсусијјәтләрә маликдир.

Ән јүксәк мөһкәмлик хүсусијјәтинә үјгүн олараг ашағыдакы тәркибләрдә алыныр: олигомер-стирол 1:1 вә 1:0,5.

E. S. Mamedova

### THE EFFECT OF COMPOSITION AND STRUCTURE ON ADHESION PROPERTIES OF COPOLYMER

A new adhesive for adhesive tapes has been obtained by radical copolymerization of  $\alpha$ -metacrylate- $\omega$ -oligopropylene glycoles of different molecular weights with styrene in the presence of fillers. The effect of oligomerto-styrene ratios and molecular weight of oligomers on the adhesive properties of the copolymer has been studied.

It has been found that adhesives containing oligomer with a molecular weight of about 1200 exhibit high adhesion properties.

Maximum strength characteristics have been obtained for an oligomer-to-styrene ratios of 1:1 and 1:0,5.



УДК 622.276.1/4

Акад. АН СССР А. П. КРЫЛОВ, чл.-корр М. Т. АБАСОВ,  
Л. А. БУРЯКОВСКИЙ, Ч. А. СУЛТАНОВ

## НОВЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О НЕФТЯНОЙ ЗАЛЕЖИ КАК ОБЪЕКТЕ РАЗРАБОТКИ

Одним из принципов материалистической диалектики является взаимосвязь всех предметов и явлений материального мира. На основе этого принципа сформулировано одно из основных понятий кибернетики—понятие о системе, причем, исходя из принципов же материалистической диалектики, к познанию различных природных систем следует подходить исторически, т. е. изучать их в развитии.

Следует учитывать не только взаимосвязь элементов системы, но и относительную самостоятельность, относительную изолированность систем в силу наличия пространственно-временных интервалов и ограниченности сил взаимодействия. Всякая взаимосвязь как между элементами системы, так и между системой и внешним миром, предполагает взаимное воздействие путем обмена веществом, энергией и информацией. Поэтому взаимосвязь помимо качественного может иметь и количественное выражение. В силу этого любая взаимосвязь в принципе может быть выражена в математической форме, что создает предпосылки к моделированию природных систем.

Основным объектом изучения как в нефтяной геологии, так и в науке о разработке месторождений нефти и газа, является нефтяная залежь (или вообще залежь углеводородов). С точки зрения кибернетического подхода любая залежь может рассматриваться как природная система, обладающая относительной изолированностью от окружающих пород. Внутри самой же системы во всей полноте проявляется принцип взаимосвязи отдельных элементов системы (вернее ее свойств) независимо от фазового состояния самих элементов. Пронходящий обмен веществом, энергией и информацией между элементами системы, между системой и окружающими породами, и, что наиболее важно, между системой и исследователем, позволяет изучать нефтяную залежь во всем многообразии ее проявлений.

Особенно четко проявляется принцип взаимосвязи, если рассматривать его в развитии, т. е. исторически. Всякая нефтяная залежь проходит ряд этапов, начиная с накопления осадков на дне бассейнов седиментации, формирования тектонического плана, структуры порового пространства, насыщенности природными флюидами, накопления энергетических ресурсов (давления и температуры), делающих (в наше время) нефтяную залежь объектом технологического воздействия, т. е. объектом разработки.

Огромный эмпирический материал, накопленный за многие годы изучения месторождений нефти и газа, со всей очевидностью подтверждает принцип всеобщей взаимосвязи элементов (свойств) системы—«нефтяная (или иная углеводородная) залежь». Пожалуй, нет ни одной публикации по вопросам нефтяной и нефтепромысловой геологии, геофизики и петрофизики, где бы не содержались те или иные связи (в качественной или в количественной форме) между свойствами нефтяной залежи.

В частности, в Азербайджане, где разработка месторождений нефти и газа осуществляется более 100 лет, накопилось огромное количество информации о свойствах залежей нефти и газа, которая со всей очевидностью подтверждает выказанное представление о многообразии взаимосвязей между свойствами залежи. В ряде случаев эти связи были облечены в форму математических конструкций и в таком виде представляют собой различные модели залежи [1—4].

По-видимому, настала пора от различных частных моделей как парных, так и многомерных, т. е. как однофакторных, так и многофакторных, переходить к более объемлющим моделям, описывающим в целом природную систему—нефтяную залежь. При решении этой задачи за основу следует взять представление о нефтяной залежи, как об объекте разработки, т. е. объекте технологического воздействия, которое осуществляется с целью удовлетворения различных нужд общества.

В этом аспекте следует различать нефтяную залежь как исторически сложившуюся систему, время жизни которой исчисляется миллионами лет, и нефтяную залежь как объект разработки, время воздействия на которую определяется всего лишь десятками лет. С этой точки зрения между геолого-физическими (свойствами залежи) и технологическими факторами (условиями разработки) существует значительное временное различие. Время разработки может рассматриваться как своего рода взрыв по отношению ко всему времени существования залежи. В силу этого медленное формирование геолого-физических свойств залежи и спонтанная реализация факторов разработки, по характеру проявления могут быть равносильными. Отсюда возникает задача построения таких моделей залежи, в которых геолого-физические и технологические факторы были бы взаимно уравновешены. При этом следует помнить о том, что проявление этих факторов может приводить к одинаковым последствиям, т. е. разные причины могут порождать одинаковые следствия. Рассматривая каждый из факторов, как вектор, мы получаем две системы коллинеарных векторов.

Переходя непосредственно к вопросам моделирования, следует, в первую очередь, выявить моделируемый параметр или, так называемую, функцию отклика. Имея в виду, что нефтяная залежь рассматривается как объект разработки, наиболее приемлемым параметром является нефтеотдача залежи или коэффициент конечного нефтеизвлечения.

Этот параметр является наиболее объемлющим информатором как о геолого-физических, так и о технологических факторах, проявляющихся при обмене информацией между нефтяной залежью и внешним миром. Кроме того, нефтеотдача служит одним из показателей экономической эффективности разработки.

При моделировании нефтеотдачи как собирательного образа системы «нефтяная залежь», необходимо учитывать коллинеарность векторов, соответствующих геолого-физическим и технологическим факторам.

Эта задача решается путем построения независимых моделей влияния как тех, так и других факторов на нефтеотдачу.

В качестве примеров можно привести две модели нефтеотдачи, установленные для залежей Азербайджана, разрабатываемых на естественных режимах, на основе обработки большого фактического материала [1, 2]. Так, установлена зависимость коэффициента конечной нефтеотдачи от таких геолого-физических факторов, как проницаемость породы, содержание цементирующего вещества и вязкость нефти. Параллельно для залежей, эксплуатируемых на смешанном режиме разработки, установлена зависимость коэффициента конечной нефтеотдачи от таких технологических факторов, как среднегодовой отбор нефти до момента максимальной добычи, плотность сетки скважин и безводная нефтеотдача. Как та, так и другая зависимости характеризуются высокими коэффициентами множественной корреляции, превышающими 0,9; во всех случаях адекватность моделей проверялась с помощью известных статистических критериев.

Разумеется, в иных конкретных условиях, т. е. для залежей иного строения, разрабатываемых по другим системам, могут быть получены отличающиеся математические модели. Общим же должен оставаться принцип одновременности влияния геолого-физических и технологических факторов, вследствие чего в любом случае потребуются две коллинеарные модели.

Возможность моделировать нефтеотдачу (а также другие параметры, например, режим залежи [1, 2], с учетом воздействующих факторов, позволяет использовать полученные модели как инструмент познания залежи и управления ее разработкой. С точки зрения влияния на нефтеотдачу геолого-физические и технологические факторы равносильны. Поэтому регулирование разработки может осуществляться в принципе путем воздействия на любой фактор.

В настоящее время из группы геолого-физических факторов воздействию подвергаются только давление (закачка в пласт различных агентов) и температура (тепловое воздействие), либо оба фактора вместе, т. е. воздействие осуществляется на жидкую фазу, увеличивая ее упругость и уменьшая вязкость. Воздействовать же непосредственно на породу, т. е. увеличивать ее проницаемость или уменьшать цементацию пока еще не представляется возможным, хотя в принципе эти виды воздействия могут оказаться весьма эффективными. Большому воздействию подвергаются технологические факторы, вследствие чего имеют место различные системы и методы разработки.

Возвращаясь к принципу всеобщей взаимосвязи и взаимообусловленности элементов системы, следует сделать вывод о возможности познания таких систем, как нефтяные залежи, путем их математического моделирования на базе эмпирического материала, а затем путем использования информации об ограниченном числе элементов этих систем. При этом, широкое применение могут найти методы геологических аналогий и методы статистических испытаний, восполняющих дефицит конкретных сведений о нефтяной залежи. Математическая или какая-либо иная модель (набор моделей) позволяет прогнозировать поведение моделируемой системы (нефтяной залежи) на основе сравнительно небольшого фактического материала. В этом отношении уместно сослаться на одну историческую аналогию: а именно, на слова выдающегося естествоиспытателя Ж. Кювье о том, что он по одной лишь кости иско-

паемого животного может восстановить весь его облик, хотя бы это животное погибло много миллионов лет назад.

Формулируя новые теоретические представления в науке о разработке месторождений нефти и газа, считаем полезным обратиться к примерам из других наук. Если пример из биологии свидетельствует о предсказательной силе моделей, возведенных в ранг теории, то следующий пример, из физики, показывает как создаются такие модели.

А. Эйнштейн в творческой автобиографии, рассказывая о создании уравнений теории тяготения, писал, что «... собрание эмпирических фактов, как бы обширно оно ни было, не может привести к установлению таких сложных уравнений. На опыте можно проверить теорию, но нет пути от опыта к построению теории. Уравнения такой степени сложности, как уравнения поля тяготения, могут быть найдены только путем нахождения логически простого математического условия, определяющего вполне или почти вполне вид этих уравнений. Но когда такие достаточно жесткие формальные условия уже установлены, то для построения теории требуется совсем немного фактических данных» [5].

При создании моделей нефтяных залежей такими формальными условиями являются наличие взаимосвязи и взаимообусловленности между различными свойствами залежей и коллинеарность векторов, соответствующих геолого-физическим и технологическим факторам. В рамках этих условий и строятся математические модели нефтяных залежей. Указанное теоретическое положение является принципиальным, на основе этого положения наука о разработке нефтяных залежей может решать ряд практических задач.

К этим задачам относится восстановление истории формирования, создание временных образов залежей, учитывающих природные и технологические факторы, прогнозирование на ограниченном статистическом материале и поведения в процессе разработки.

#### Литература

1. Абасов М. Т., Султанов Ч. А., Листенгартен Б. М., Малхасян И. А., Аллахвердиева Л. И. «Изв. АН Азерб. ССР, серия наук о Земле», № 3, 1972.
2. Абасов М. Т., Султанов Ч. А. «Изв. АН Азерб. ССР, серия наук о Земле», № 4, 1977.
3. Буряковский Л. А. «Советская геология», № 2, 1970, стр. 60—69.
4. Буряковский Л. А., Кухмазев М. С. «Геология нефти и газа», № 3, 1975, стр. 50—57.
5. Эйнштейн А. Физика и реальность. «Наука», М., 1975, стр. 360.

Институт проблем глуб. и нефтегазовых месторождений

Поступило 16. XI 1978

А. П. Крылов, М. Т. Абасов, Л. А. Буряковский, Ч. А. Султанов

#### НЕФТ ЈАТАҒЫНЫН БИР ИШЛӘМӘ ОБЈЕКТИ ҚИМИ ТӘСВИРИНИН ЈЕНИ НӘЗӘРИЈӘСИ

Мәғаләдә кәстәриләр ки, нефт вә газ јатағлары кими тәбин системләрин моделләш-дирилмәси әсасында ријазиләр диалектикасынын үмуми гаршылығлы әләғә вә гаршылығлы тәсир принципи вардыр.

«Нефт јатағы»—системинин функшаллашмасына башга әсас тәшкил едән элемент кеоложи-физики вә технологији факторлардан асылы олмајан һесаб олмасыдыр.

Ријазиләр моделләр нефт јатағларынын ејрәнилмәси вә ишләмә просесини идәрә ет-мәси үчүн истифадә едиләр.

M. T. Abasov, L. A. Buryakovsky, Ch. A. Sultanov  
**NEW THEORETICAL CONCEPTIONS ABOUT OIL DEPOSITS AS A  
DEVELOPMENT OBJECT**

The authors have shown that the principle of mathematical dialectics about the universal intercommunication and interaction is the basis of the nature system simulation such as oil and gas deposits. Another basic element is a demand of the independent calculation of geophysical and technological factors influence upon "oil deposit" system functioning. Mathematical models are used for the investigation of oil deposits and development process operation.

АЗЕРБАЙДЖАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXV

№ 5

1979

ГЕОЛОГИЯ

УДК 551.7(1) (479.24)

Г. И. АЛЛАХВЕРДИЕВ, А. Р. ИСМЕТ

**НОВЫЕ ДАННЫЕ ПО СТРАТИГРАФИИ И ПАЛЕОТЕКТОНИКЕ  
НИЖНЕГО МЕЛА МАРДАКЕРТСКОГО ПРОГИБА  
(МАЛЫЙ КАВКАЗ)**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР  
А. А. Ализаде)

Исследованный район охватывает центраклинальную часть Мардакертского прогиба в междуречье Тертерчай и Касапетчай. Данный прогиб располагается на СВ предгорье Малого Кавказа и, погружаясь к северу, раскрывается в Куринскую межгорную впадину. Из нижнего мела в пределах данной структуры известен только альб [2, 3]. Подстилающие вулканогенные и терригенно-осадочные отложения по региональному сопоставлению были отнесены к верхней юре [1].

Нашими исследованиями 1976 г. установлена принадлежность этих вулканогенных и частично терригенных отложений к нижнему мелу, чему посвящается данная статья. По литолого-стратиграфическим признакам они расчленены на две свиты: угленосно-терригенную и пирокластическую.

Нижний баррем. Угленосно-терригенная свита (Тонашенская). Выделяется на западном крыле Мардакертского прогиба по линии с. Тонашен—ур. Кахаки дех—с. Мецшен. Далее она, заворачиваясь на ВСВ, полностью перекрывается вышележащими отложениями. В том же направлении уменьшается и мощность свиты от 41 м в с. Тонашен до 15—10 м в с. Мецшен.

В с. Тонашен восходящий разрез свиты представлен в следующей последовательности.

1. Базальная конгломерато-брекчия с линзами грубозернистых песчаников и кусками окаменевших деревьев. Залегает на размытой поверхности среднеюрских пирокластов с баритовыми жилами—3 м.

2. Темно-бурые, рыхлые аргиллиты (2 м) с пропластками углистых сланцев.

3. Пачка (22 м) крупно- и среднезернистых песчаников с тремя пропластками (20—30 см каждый) рыхлых углистых сланцев, содержащих куски стволов окаменевших деревьев и папоротники: *Copiopteris humenophylloides* Brongn-Sew. (верхняя юра—нижний мел) и *Scodophlebis stenolopha* Brick. (юра—мел) (опр. Г. М. Касимовой).

4. Грубозернистые зеленоватые песчаники—8 м.

5. Толстослоистые грубозернистые песчаники, разделенные тонкими пропластками вишнево-красных глин — среди них три слоя кальцита, разделенные тонкими пропластками глин—10 м.

6. Чередование зеленоватых грубозернистых песчаников (1—1,5 м) и вишнево-красных, голубоватых аргиллитов—6 м. Далее следуют мас-

сивные грубозернистые фиолетовые туфы, относящиеся к пирокластической свите.

В 8 км к югу от с. Тонашен в ур. Кахаки дех (правый склон р. Тертер) свита представлена в основном чередованием прослоев разнозернистых песчаников и гравелитов с маломощными пачками обохренных песчано-глинистых пород, содержащих прослой углистых сланцев. Гравелиты содержат мелкие гастроподы. Мощность свиты — 40 м. Несогласно залегает на пирокластолитах средней юры и покрывается агломератовыми туфами вышележащей свиты.

В 1,5 км южнее этого пункта из-под делювий вскрыт неполный разрез (37 м) данной свиты. Нижняя часть ее (30 м) представлена рыхлыми желтовато-серыми песчанстыми глинами с редкими прослойками песчаников и одним прослоем (30 см) углистых сланцев на верхней части.

Образцы глин и глинистых песчаников, отобранных нами из этой пачки, были любезно исследованы Г. К. Касимовой и Л. А. Порошиной. Ими были обнаружены в этих образцах единичные экземпляры нижнемеловых фораминифер, определенных до родовой формы: *Clavhedbergella* sp., *Covellinella* sp., которые появляются с баррема.

Выше залегает пачка (7 м) песчаников и гравелитов, содержащих обильные пеллециподы. По мнению М. Р. Абдулкасумзаде, последние имеют нижнемеловой облик.

Детальным изучением этой фауны любезно занимались Т. Н. Богданова (ВСЕГЕИ), которой была определена: *Anomia pseudoradlata* Orb. (апт), *Protocardia peredrinorsa* Orb. (неоком), *Astarte cantabriglensis* Woods. (баррем—апт) и другие нижнемеловые формы.

Последний пункт, где можно наблюдать разрез данной свиты, находится на западной окрестности с. Мещен над грунтовой дорогой. Представлена чередованием прослоев серых песчанстых глин и рыхлых песчаников с одним прослоем углистых сланцев (30 см)—15 м. Свита залегает здесь на мощную толщу песчаных пород, содержащих по данным Т. А. Гасанова (1958), келловейскую, оксфордскую и кимериджскую (*Idoceras planula* Nehl.) фауны.

Возраст рассматриваемой свиты определяется приведенными микро- и макрофаунистическими данными и стратиграфическим ее положением. Она несогласно перекрывает различные слои средней и верхней юры и в свою очередь несогласно перекрывается вулканогенной толщей, имеющей по радиологическим данным барремский возраст.

По этим данным мы склонны отнести эту свиту к нижнему баррему. Верхний баррем. Пирокластическая свита. (Магавузская). Залегает с небольшим несогласием на угленосно-терригенную свиту. Наиболее мощно свита представлена на правом берегу р. Тертер, между с. Мадагиз и Кахаки дех, где мощность ее достигает 1000 м. Далее она прослеживается на юго-запад в с. Мещен, где, описывая дугу, выпуклостью обращенной к югу, следует к сс. Мохрагат и Агабеталиндж, очерчивая центроклиналь Мардакертского прогиба.

Свита сложена в основном пирокластическими образованиями крупнополовошпатовых трахиандезитовых и трахиандезито-дацитовых порфиритов с характерными вишнево-красным, фиолетовым и сиреневым цветами. Порода состоит из основной массы и из крупных фенокристаллов ортоклаза (содержание  $K_2O$  в породе 1,8—3,14%), плагиоклаза, биотита и реже кварца. В основной массе главное место занимают микролиты плагиоклаза и сравнительно меньше калишпата, которые погру-

жены в слабо разложившуюся массу стекла. Основными разновидностями пород свиты являются различные по структуре туфы, туфобрекчии, туфоконгломератобрекчии и вулканические пески с краснокаменным изменением. Перечисленные породы имеют сложное взаимоотношение. Характерным для них являются плохая отсортированность, невыдержанность, косая слоистость и резкие взаимные переходы.

Относительно возраста свиты имеются следующие данные.

1. Свита подстилается угленосно-терригенными отложениями нижнего баррема и надстилается несогласно терригенным верхним альбомом с базальным конгломератом в основании.

2. Образцы трахиандезито-дацитовых порфиритов, отобранных нами из различных частей данной свиты, были исследованы А. Р. Исмет в лаборатории абсолютной геохронологии АН Азерб. ССР к/Аг методом. Исследования по четырем образцам дали следующий результат.

| № образцов       | Место взятия проб               | Аг рад. Н z/z | $K^{40} z/z \cdot 10^{-6}$ | Аг возд. % | Возраст, млн. лет |
|------------------|---------------------------------|---------------|----------------------------|------------|-------------------|
| 20п <sub>a</sub> | СВ окрестность с. Мещен         | 12,5          | 1,78                       | 59,0       | 177               |
| 20п <sub>b</sub> | Тоже                            | 13,1          | 1,78                       | 49,0       | 122               |
| 20п <sub>в</sub> | Тоже                            | 13,1          | 1,78                       | 41,5       | 122               |
| 130п             | Западная окрестность с. Магавуз | 23,2          | 3,1                        | 24,0       | 123               |

$$\lambda_{\beta} \equiv 4,963 \cdot 10^{-10} \text{ лет};$$

$$\lambda_{\kappa} \equiv 0,581 \cdot 10^{-10} \text{ лет}.$$

Как видно, все образцы имеют близкий возраст, укладывающийся в рамки баррема. Барремский возраст этих вулканитов хорошо сопоставляется с таковыми ЮЗ борта Гочасского прогиба в бассейне р. Базарчай [4].

### Выводы

1. Установление барремского возраста рассмотренных отложений в Мардакертском прогибе позволяет нам датировать тем же возрастом аналогичные образования Агджакендского синклиниория, так как в пределах обоих структур эти отложения имеют сходную литофазию и стратиграфическое положение, являясь одновременно непосредственным продолжением друг друга.

2. Литофациальные особенности этих отложений свидетельствуют о формировании их в континентально-лагунных условиях. Строение пирокластической свиты, бесспорно, указывает на принадлежность ее к формациям континентального типа вулканизма. Сравнительный формационный анализ нижнемеловых отложений Мардакертского прогиба с таковыми Центральной части Малого Кавказа (карбонатно-кремнисто-вулканогенная формация) и южного склона Большого Кавказа (карбонатно-терригенная формация) указывает на различные структурно-формационные их принадлежности, что позволяет в общих чертах наметить некоторые важные детали палеотектонической реконструкции Закавказского отрезка Среднеземноморского пояса.

Формационный анализ показывает, что если Центральная часть Малого Кавказа в нижнем мелу прошла путь развития с эвгеосинкли-

нальным режимом\*, а на южном склоне Большого Кавказа имел место миогеосинклинальный режим, то в пределах современной Куринской впадины или, по крайней мере, зоны прилегающей к Малому Кавказу, господствовал континентальный режим (или режим подобно современному островным дугам) с субщелочно-андезитовым вулканизмом. Поэтому нет никаких оснований по наличию в пределах Куринской впадины нижнемеловых вулканитов, вскрытых скважинами, причислять эту зону к типу геосинклинальных структур.

В этом отношении мы считаем справедливыми мнение А. А. Ализаде, В. В. Белоусова, Э. Ш. Шихалибейли, В. Е. Ханна, и др. о принадлежности Куринской впадины в раннеальпийском этапе к категории срединных массивов.

3. Отмеченная палеотектоническая обстановка приводит нас к выводу об отсутствии в пределах южного борта Куринской впадины между меридианами Казах и Агдам рифовых образований.

4. В связи с очевидным фактом широкого проявления нижнемелового магматизма в пределах Малого Кавказа возникает необходимость проведения детальных ревизионно-стратиграфических, радиологических и литолого-геохимических исследований вулканоплутонических и ассоциирующихся с ними осадочных комплексов, отнесенных во многих структурах Малого Кавказа (Мартунинском, Тоурагачайском, Агджакендском, Дашкесанском синклинориях и др.) к верхней юре. Такие исследования важны для выяснения металлогенической роли нижнемелового магматизма, рационального ведения поисков на уголь и для коррелятивных целей, крайне необходимых для палеотектонических и палеогеографических реконструкций Малого Кавказа и особенно Куринской впадины.

Следует отметить, что одним из авторов данной статьи (Г. И. Аллахвердиевым) получены фаунистические данные о нижнемеловом (баррем) возрасте карбонатно-вулканогенной толщи (считающейся оксфорд-кимериджской) западной части Мартунинского синклинория (Довшанлинская синклиналь), чему будет посвящено отдельное сообщение.

Авторы выражают искреннюю благодарность акад. А. А. Ализаде за ценные замечания, сделанные им при редактировании статьи.

#### Литература

1. Абдуллев Р. Н., Шихалибейли Э. Ш. «Изв. АН Азерб. ССР», 1960, № 4.
2. Рентарген В. П. Стратиграфия меловых отложений Малого Кавказа. М., 1959.
3. Халилов А. Г. Нижнемеловые отложения азербайджанской части Малого Кавказа. Баку, 1959, № 4.
4. Халилов А. Г., Алиев Г. А., Кузьмичева Е. И., Аскеров Р. Б. Бюлл. минерал. общ. исп. природы. Отдел геологический, № 4, 1977.

Институт геологии

Поступило 3. I 1979

Г. И. Аллахвердиев, Р. А. Исмет

#### МАРДАКЕРТ ЧӨКЭКЛИНИН ИЛТ ТЭБАШИР ЧӨКҮНТҮЛЭРИНИН СТРАТИГРАФИЈАСЫ ВӘ ПАЛЕОТЕКТОНИКАСЫ ҲАГДА ЈЕНИ МӘҠЛУМАТЛАР (КИЧИК ГАФГАЗ)

Мәгаләдә илк дәфә оларга әввәлләр Уст Јураја анд едилмиш вулканокен чөкүнтүләрин Баррем јашлы олмасы һагда дәлилләр кәтирилр. Бу чөкүнтүләр ики дәстәјә: көмүрдәшјычы-террикен вә пирокластик лај дәстәләринә бөлүнүр. Мүгајисәли лито-

\* Севернее Малокавказской эвгеосинклинали располагалась шельфовая зона.

фасијал анализ әсасында Гафгазын палеотектоникасына даир белә бир схем тәклиф олуур: Алт Тәбашир дөврунда Кичик Гафгазын мәркәзи һиссәси евгеосинклинал, мүасир Кур чөкәклији Адалар гөвсу вә Бөјүк Гафгазын чәнуб јамачы һсә миогеосинклинал режимли ичкишаф јолу кечмишләр.

G. I. Allakhverdiev, A. R. Ismet

#### NEW DATA ON STRATIGRAPHY AND PALEOTECTONICS OF LOWER CRETACEOUS SEDIMENTS OF MARDAKERT SAGGING (MINOR CAUCASUS)

In this paper stratigraphy of Lower Cretaceous sediments of Mardakert sagging with corresponding paleotectonic interpretation is considered. On the basis of paleontological, radiological and common geological data it is established that volcano-genous sediments, which were ascribed to Kiméridg before, have Lower Cretaceous age.

## ГРЯЗЕВОЙ ВУЛКАНИЗМ И ВОПРОСЫ СТРОЕНИЯ И ТЕКТОНИЧЕСКОГО РАЙОНИРОВАНИЯ ОБЛАСТЕЙ ЕГО РАЗВИТИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР  
А. А. Ализаде)

Количество грязевых вулканов земного шара, связанных с нефтегазоносностью недр, по нашим подсчетам превышает 600, из них 1/3 часть размещена на территории Азербайджана, многие из которых отличаются своими крупными размерами и частыми извержениями.

При параксизмах извержений грязевых вулканов на дневную поверхность выносится огромное количество вещества в твердом, жидком и газообразном состоянии, что дает большую и разнообразную геологическую информацию из различных глубин Земли. Грязевые вулканы «играют роль как бы исполинских разведочных скважин, вокруг устьев которых навалены в хаотическом беспорядке добытые образцы» (К. П. Калицкий).

Изучение грязевых вулканов позволяет выяснить многие вопросы, связанные с геологическим строением и нефтегазоносностью недр. Так, на основании визуальных и лабораторных исследований твердых выбросов грязевых вулканов можно судить о геологическом разрезе, составе пород, литофациальных особенностях, а также об условиях осадконакопления отложений, залегающих на глубинах, в настоящее время недоступных для непосредственного их изучения.

Анализируя химический состав флюидов, поступающих из канала вулкана на разных стадиях его деятельности, можно получить представление о составе, геохимических особенностях углеводородов, содержащихся в различных стратиграфических комплексах отложений, условиях их нахождения и миграции. Исследование вод грязевых вулканов позволяет изучить гидрохимические показатели, характер и условия формирования пластовых вод, а также их связь с нефтяными залежами.

Грязевые вулканы являются прямым поисковым признаком в разведке новых залежей нефти и газа.

По линейному расположению грязевых вулканов, а также, учитывая их приуроченность к разрывным нарушениям, можно наметить основные дислокационные линии данного района. Грязевые вулканы свидетельствуют о складкообразовании, т. е. существовании поднятий в районе их расположения и наличии разрывных нарушений, что является ценным в расшифровке тектонического строения районов их распространения.

Наряду с нефтегазоносностью [8] с грязевыми вулканами связывается также образование железорудных залежей, серной, ртутной, мышья-

яковой и борной минерализаций [7]. Сопочная грязь грязевых вулканов рекомендуется для бальнеологических целей.

Таким образом, грязевой вулканизм превратился уже в важный объект, имеющий научное и народнохозяйственное значение.

Исследование характерных особенностей областей развития грязевых вулканов и их размещения позволяет отметить следующее: а) грязевые вулканы, в основном, распространены в межгорных, периклинальных, краевых прогибах Средиземноморского и Тихоокеанского поясов складчатости. Все эти прогибы характеризуются огромной мощностью (от 8 до 15 км и более) осадочной толщи, наличием в их пределах поднятий различной интенсивностью проявления, осложненностью крупными продольными и поперечными разломами; б) все области развития грязевого вулканизма соответствуют гравитационным минимумам.

Сравнение геологического строения всех однотипных прогибов (по тектоническому положению) показывает, что прогибы, не осложненные грязевыми вулканами, в подавляющем большинстве случаев характеризуются относительно небольшой мощностью осадочной толщи. Даже в пределах отдельных прогибов (Куринский, Предкарпатско-Балканский, Иравадийский и др.), расчлененных на ряд впадин, грязевые вулканы приурочиваются к тем впадинам, которые характеризуются наибольшей мощностью осадочного чехла.

Распределение грязевых вулканов в региональном плане наряду с мощностью и составом осадочной толщи контролируется также степенью дислоцированности верхнего (кайнозойского) структурного этажа.

Во внутренних (межгорных и межпериклинальных) и внешних (передовых и краевых) прогибах грязевые вулканы образуются в орогенную стадию развития складчатых областей. Этим можно объяснить отсутствие ископаемых грязевулканических брекчий в более ранних отложениях палеозоя и мезозоя.

В зависимости от интенсивности погружений и мощности молассового комплекса отложений, в первую очередь, мощности пластичных глинистых толщ, степень развития грязевого вулканизма в прогибах изменяется в широком диапазоне. Как правило, количество и морфологическая выраженность грязевых вулканов увеличивается в наиболее погруженных прогибах, причем всегда приурочиваясь к тем участкам, которые испытывали максимальные нисходящие движения.

Миграция зон интенсивных грязевулканических проявлений направлена в сторону регионального погружения слоев, что находит свое подтверждение в приуроченности активно действующих вулканов к современным депрессионным зонам нефтегазоносных областей.

Грязевые вулканы тесно связаны с диапиризмом, горизонтальными перемещениями и опусканиями смежных с областями их развития тектонических участков.

Факт развития грязевых вулканов в наиболее погруженных участках областей опусканий следует учесть при тектоническом районировании складчатых областей. Пренебрежение этой закономерностью, по нашему мнению, может привести к неверным построениям, отражающим структурную связь между отдельными тектоническими элементами или же объединению в единую зону различных тектонических участков. В качестве примеров можно привести тектоническую зону Юго-Восточной Азии, служащую связующим звеном между Средиземноморским и Индонезийским поясами, о. Сахалин и о. Сицилия.

В большинстве опубликованных работ осевая часть Араканской складчатой области связывается с центральными частями Андаманских и Никобарских островов. Но учитывая наличие грязевых вулканов на названных островах, для образования которых в первую очередь необходимы области опусканий, следовало бы южное—морское продолжение Араканского мегантиклинория проводить не непосредственно через эти острова, а немного к востоку от них. Это заключение подкрепляется данными гравиметрических исследований: району расположения Андаманских и Никобарских островов соответствует область минимума, а вулканической зоне, находящейся к востоку от названных островов — в область максимума.

Как известно, в настоящее время предложены свыше 30 карт и схем тектонического районирования о. Сахалин. Но учитывая наличие явления грязевого вулканизма в южной части Сахалина следовало бы за основу брать те построения, согласно которым западная часть острова (к западу от Центрально-Сахалинского разлома) соответствует участку прогибания. Именно такая схема строения для Сахалина впервые была предложена Ю. М. Пушаровским [5].

О. Сицилия на Тектонической карте Евразии [6] выделен в качестве эпипалеозойской платформы, которая протягивается в западном направлении через всю северную часть Африки, к югу от Тель-Атласских гор. На Международной тектонической карте Европы [3] к югу от Сицилийских Апеннин, протягивающихся через северную часть острова, выделяются две впадины, краевой прогиб и платформенный участок (плато Рагуза), а в северной части Африки—альпийская складчатая зона и платформенная область с палеозойским возрастом фундамента, осадочный чехол которой в отличие от плато Рагузы смят альпийской складчатостью. В опубликованных работах [1, 2 и др.] центральная и южная части Сицилии и Восточный Тунис отнесены к одной и той же структурной зоне.

Учитывая наличие грязевого вулканизма на о. Сицилии следовало бы выделить три тектонических элемента: альпийскую складчатую зону (Сицилийские Апеннины), Сицилийский краевой прогиб и платформу Рагуза. Особенности строения плиоцен-антропогенного комплекса отложений и простиранне деформаций в пределах Африкано-Сицилийского порога [4] и в его обрамляющих участках позволяет считать тектоническим эквивалентом Сицилийского краевого прогиба в Северо-Западной Африке зону опускания, расположенную между Тель-Атласом и Тунисским Атласом.

#### Литература

1. Кастанни Г. Сб. «Рельеф и геология дна океанов». «Прогресс». М., 1964.
2. Кер А. Сб. «Сила тяжести и тектоника». «Мир». М., 1976.
3. Международная тектоническая карта Европы, 1964.
4. Москаленко В. Н., Евсюков Ю. Д. «Изв. АН СССР, серия геологич.», 1978, № 5.
5. Пушаровский Ю. М. «Изв. АН СССР, серия геологич.», 1964, № 12.
6. Тектоническая карта Евразии, 1966.
7. Шнюков Е. Ф., Науменко П. И., Лебедев Д. С. и др. Грязевой вулканизм и рудообразование. Киев, «Науково думка», 1971.
8. Якубов А. А., Ализаде А. А., Зейналов М. М. Грязевые вулканы Азербайджанской ССР. Атлас. Баку. «Элм», 1971.

Институт геологии

Поступило 17.11 1978

Р. Р. Рахманов

#### ПАЛЧЫГ ВУЛКАНИЗМИ ВЭ ОНУН ИНТИШАР ЕТДИЖИ ВИЛАЈЭТЛЭРИН ГУРУЛУШУ ВЭ ТЕКТОНИК РАЈОНЛАШДЫРЫЛМАСЫ МЭСЭЛЭЛЭРИ.

Палчыг вулканларынын јайылмасы вэ фэалијјэти чөкүнтү гатынын галынылыгы, тәркиби, еимәнин интенсивлији вэ үст—кајнозој структур мәртәбәсинин дислокасија дәрәчәси илә сых әләгәдардыр. Палчыг вулканларынын чөкмүш вилајәтлэрин әк чох еимши сәһәләриндә интишар етдијини нәзәрә алараг, Аракан мегантиклинориумун ох һиссәсини дәниз давамь палчыг вулканлары иштирак едән Андаман вэ Никобар адаларындан бир гәрәр шәрг тәрәфдә апарылмалыдыр. Сахалин адасынын тектоник рајонлашдырылмасында елә тәртиблэрин әсас кәтүрүлмәси төвсијә олунур ки, аданын гәрб һиссәси еимә сәһәсинә ујғун олсун. Сицилија кәнар чөкәклијинин Шимал-гәрби Африкада тектоник эквиваленти Тәл-Атлас вэ Тунис Атласы арасында јерләшән еимә зонасы сајылыр.

R. R. Rakhmanov

#### MUD VOLCANISM AND SOME QUESTIONS OF THE STRUCTURE AND TECTONIC ZONATION OF THE AREAS OF ITS DEVELOPMENT

Distribution and activity of mud volcanoes are closely connected with the thickness, composition of sedimentary series, intensity of subsidence and dislocation grade of the upper—Cenozoic—structural stage. Taking into consideration the fact of the mud volcanism distribution in the most submerging areas of subsidence regions, the marine continuation of the axial part of Arakan megantyclinorium stretches to the east of the Andaman and Nikobar Islands, where mud volcanism is distributed. Schemes, in which the subsidence area corresponds to the western part of the island, are considered to be the base of tectonic zonation of Sakhalin Island. Zone of subsidence, situated between Tell-Atlas and Tunis Atlas is considered to be the tectonic equivalent of the Cecily marginal depression.

Ф. Д. МИКАЙЫЛОВ

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ПО ВОДНО-СОЛЕВОМУ РЕЖИМУ ПОЧВОГРУНТОВ ОРОШАЕМЫХ ЗЕМЕЛЬ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. Р. Волобуевым)

1. Борьба с засолением орошаемых земель была и продолжает оставаться одной из наиболее важных проблем орошаемого земледелия. Результаты многих исследований показывают, что построение прогноза водно-солевого режима и определение количественного перераспределения солей в почвенной толще при промывке требует дальнейшего усовершенствования методов, существующих до настоящего времени [1, 2, 3].

Известно [3], что задача растворения и вымыва солей из засоленных почвогрунтов в районах с глубоким залеганием грунтовых вод сводится к решению уравнения линейного (одномерного) движения солей в водонасыщенном грунте:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V \frac{\partial C}{\partial x} + \beta(C_n - C), \quad \left( V = \frac{V_0}{m} \right), \quad (t > 0; 0 < x < \infty) \quad (1)$$

удовлетворяющего условиям:

$$\left. \begin{aligned} C(x, 0) &= C_0(x) \\ D^* \frac{\partial C}{\partial x} &= V[C(x, t) - C_n] \quad \text{при } x = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial x} &= 0 \quad \text{при } x \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} t > 0 \quad (2)$$

Здесь  $C(x, t)$  — концентрация почвенного раствора;  $t$  — время;  $x$  — расстояние;  $V$  — фактическая скорость движения воды в порах грунта;  $V_0$  — скорость фильтрации;  $m$  — порозность;  $C_n$  — предельная концентрация насыщения;  $\beta$  — коэффициент растворения;  $D^*$  — коэффициент конвективной (фильтрационной) диффузии;  $C_n$  — концентрация солей в поливных водах;  $C_0(x)$  — начальное распределение концентрации солей в почвогрунтах, которое определяется по следующей методике: с различных горизонтов отбирается грунт для определения солевого состава, потом составляется эпюра начального засоления, т. е. строится график  $C_0(x)$ .

Как известно [2], с точки зрения системного подхода к физико-химическим процессам, протекающим в почвогрунте, для точного прогнозирования рассоления нужно, чтобы были известны не только исходные параметры, входящие в модели (1)–(3), но и необходимо при возможности усовершенствование самой модели.

В работах [1, 4, 5 и др.] исследована задача (1)–(3) при различных допущениях. Так, например, рассмотрены случаи, когда  $\beta = 0$ ,  $C_0(x) = \text{const}$  [1];  $C_0(x) = \text{const}$  [4];  $C_0(x)$  аппроксимирован с помощью кусочно-линейной функции [5].

Так как  $C_0(x)$  определяется по экспериментальным данным, то при сглаживании экспериментальных значений  $C_0(x)$  целесообразно пользоваться методами наилучших приближений.

2. Предположим, что в конечных точках  $h_i$ , ( $i=0, 1, 2, \dots, k$ ),  $C_0(x)$  экспериментально определена следующим образом:

$$C_0(x) = \begin{cases} C_i & \text{при } x = h_i, h_i \geq 0, h_0 = 0 \\ C_k = \text{const} & \text{при } h_k < x < \infty, \end{cases}$$

где  $i$  — характерные точки начального засоления;  $C_i$  — значение концентрации в этих точках;  $h_i$  — расстояние от дневной поверхности почвогрунтов до  $i$  точки.

Цель настоящего сообщения заключается в решении задач (1)–(3) при аппроксимации  $C_0(x)$  полиномом второй степени на  $[0, h_k]$ , используя метод наименьших квадратов [6]:

$$C_0(x) = \begin{cases} \varphi(x) = q_2 x^2 + q_1 x + q_0 & \text{при } 0 \leq x \leq h_k \\ C_k = \text{const} & \text{при } h_k < x < \infty \end{cases} \quad (4)$$

где  $q_0, q_1, q_2$  — вычисляются с помощью  $C_i$  по известной методике [6].

После замены

$$C(x, t) = C_n + u(x, t) \exp(a_1 x - a_2 t), \quad a_1 = \frac{V}{2D^*}, \quad a_2 = \beta + \frac{V^2}{4D^*} \quad (5)$$

уравнение (1) и условия (2) и (3) приводятся к виду:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = L^* \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (t > 0, 0 < x < \infty) \quad (6)$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} [\varphi(x) - C_n] \exp(-a_1 x) & \text{при } 0 \leq x \leq h_k \\ (C_k - C_n) \exp(-a_1 x) & \text{при } h_k < x < \infty \end{cases} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \left[ D^* \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2} V u(x, t) \right]_{x=0} &= V(C_n - C_n) \exp(a_2 t) \\ \left[ D^* \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} V u(x, t) \right]_{x \rightarrow \infty} &= 0 \end{aligned} \right\} t > 0 \quad (8)$$

С помощью равенства [5]

$$u(x, t) = w(x, t) + \frac{1}{2\sqrt{\pi t D^*}} \int_0^\infty u(\xi, 0) \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4t D^*}\right] d\xi \quad (9)$$

вводим новую функцию  $w(x, t)$ . Учитывая (7), вычислим вторую слагаемую. Тогда для  $u(x, t)$  получим

$$u(x, t) = w(x, t) + \frac{1}{2} \exp[(a_2 - \beta)t - a_1 x] \{ C_k f_1(h_k; x) - C_n f_1(0; x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{a(h_0)}^{a(h_k)} \varphi[x + c(y-a)] \exp(-y^2) dy \}, \quad (10)$$

где

$$f_1(h; x) = \text{erfc}[a(h)], \quad a(h) = a + \frac{h-x}{c}, \quad a = \frac{V}{2} \sqrt{\frac{t}{D^*}}, \quad c = 2\sqrt{D^* t}.$$



Уравнение (6) и условия (7) и (8) примут вид

$$\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} = D^* \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (11)$$

$$w(x, 0) = 0 \quad (12)$$

$$\left[ D^* \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{1}{2} V w(x, t) \right]_{x=0} = f(t),$$

$$\left[ D^* \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2} V w(x, t) \right]_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (13)$$

здесь

$$f(t) = V(C_n - C_n) \exp(a_2 t) + \frac{1}{2} \exp(a^2 t) (-C_n V f_1(0; 0) +$$

$$+ C_n V f_1(h_k; 0) - \sqrt{\frac{L^*}{\pi t}} [\varphi(0) - C_n] f_2(0; 0) +$$

$$+ \frac{1}{V \pi} [V c q_1 - (2D^* c + V a c^2) q_2] f_2(0; 0) + \sqrt{\frac{L^*}{\pi t}} [\varphi(h_k) -$$

$$- C_n] f_2(h_k; 0) - \frac{1}{V \pi} [V c q_1 - (2D^* c + V a c^2 - h_k V c) q_2] f_2(h_k; 0) +$$

$$+ [V q_0 - (D^* + V a c) q_1 + (4D^* a c + V a^2 c^2) q_2] [f_1(0; 0) - f_1(h_k; 0)],$$

$$f_2(h; x) = \exp[-a^2(h)].$$

Для решения уравнения (11) при условиях (12) и (13), применив преобразование Лапласа—Карсона [8, 9], получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка и краевого условия третьего рода в изображениях Лапласа:

$$L^* \frac{d^2 W}{dx^2} - p W(x, p) = 0 \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} D^* \frac{dW}{dx} - \frac{1}{2} V W(x, p) &= F(p) \text{ при } x=0 \\ D^* \frac{dW}{dx} + \frac{1}{2} V W(x, p) &= 0 \text{ при } x \rightarrow \infty \end{aligned} \right\}; \quad (15)$$

где

$$W(x, p) = \int_0^{\infty} w(x, t) \exp(-pt) dt, \quad F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \exp(-pt) dt.$$

Решение (14) с условием (15) в изображениях Лапласа будет [9]:

$$W(x, p) = -\frac{F(p) F_1(x; 0)}{\sqrt{D^*} H(p)}, \quad H(p) = \sqrt{p} + \frac{V}{2\sqrt{D^*}},$$

$$F_1(x; p) = \exp\left[-\frac{V}{2L^*} h - (x+h) \sqrt{\frac{p}{L^*}}\right]$$

После вычисления  $\bar{F}(p) = pF(p)$ ; [8], получим решение в изображениях Карсона:

$$\bar{W}(x, p) = pW(x, p) = \frac{V(C_n - C_n)}{\sqrt{D^*}} \left[ \frac{pF_1(x; 0)}{(p - a_2) H(p)} \right] +$$

$$+ \Phi(x, p; C_n, 0) - \Phi(x, p; C_n, h_k) \quad (16)$$

где

$$\Phi(x, p; C, h) = a_1 C \sqrt{L^*} \left[ \frac{V \bar{p} F_1(x; h)}{H^2(p)} \right] +$$

$$+ \frac{\varphi(h) - C}{2} \left[ \frac{V \bar{p} F_1(x; h)}{H(p)} \right] + \sqrt{L^*} [-a_1 q_1 +$$

$$+ (1 - a_1 h) q_2] \left( \frac{\sqrt{L^*}}{V \bar{p}} + h \right) \frac{F_1(x; h)}{H(p)} + \sqrt{L^*} \left( -a_1 q_0 + \frac{1}{2} q_1 \right) \times$$

$$\times \frac{\sqrt{\bar{p}} F_1(x; h)}{H^2(p)} + \frac{3}{4} q_2 V^2 \left( \frac{h^2}{3L^*} + \frac{h}{\sqrt{L^* p}} + \frac{1}{p} \right) \frac{F_1(x; h)}{\sqrt{\bar{p}} H(p)} +$$

$$+ \frac{1}{2} (a_1 q_1 - q_2) V \left[ \frac{\sqrt{L^*}}{H(p)} + \frac{\sqrt{L^*}}{V \bar{p}} + h \right] \frac{F_1(x; h)}{H^2(p)} -$$

$$- a_1 (a_2 - \beta) q_2 \sqrt{D^*} \left[ h^2 + \frac{3h \sqrt{L^*}}{V \bar{p}} + \frac{3L^*}{p} + \frac{2h \sqrt{L^*}}{H(p)} + \right.$$

$$\left. + \frac{3D^*}{V \bar{p} H(p)} + \frac{2L^*}{H^2(p)} \right] \frac{F_1(x; h)}{\sqrt{\bar{p}} H^2(p)}.$$

Переходя к оригиналу и учитывая последовательно уравнения (9) и (5), получим решение исходной задачи (1)–(3):

$$C(x, t) = C_n + (C_n - C_n) \left[ \frac{\omega_-}{1+b} + \frac{\omega_+}{1-b} + \frac{2x}{b^2-1} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \exp[-a^2(L^2-1)t] \cdot [C_n F(\bar{a}z) - C_n F(az_0) + f_0(c) -$$

$$- f_k(c) + \psi_0(c) - \psi_k(c) + \tau_0 - \tau_k] \quad (17)$$

здесь для удобства введено обозначение:

$$M(az; n) = \text{ierfc}(\bar{a}z) + (-1)^n [\text{ierfc}^+(az) - 4a \text{ierfc}^+(az)] \exp(4a^2 z),$$

$$\omega_{\pm} = \exp[2a^2 z(1 \pm b)] \text{erfc}[a(z \pm b)],$$

$$z = \exp[4a^2 z + a^2 - a^2 b^2] \text{erfc}^+(az_0).$$

$$f_1(c) = \sum_{n=0}^2 a_n(j) c^n, \quad \psi_1(c) = \sum_{n=0}^2 b_n(j) c^n,$$

$$\tau_j = A \text{erfc}(\bar{a}z_j) + B(j) \exp[-(\bar{a}z_j)^2],$$

$$A = \varphi(x - ac) + \frac{1}{4} \varphi_n^{(1)}(x - ac),$$

$$B(j) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} [(a\bar{z}_j) \cdot \varphi_n^{(1)}(x - ac) - \varphi_n^{(1)}(x - ac)],$$

$$a_n(j) = (-1)^n M(az_j; n) \varphi_{h_j}^{(n)}(h_j),$$

$$\varphi(x - ac) = q_0 + q_1(x - ac) + q_2(x - ac)^2,$$

$$b_n(j) = (-1)^{n+1} \text{ierfc}(\bar{a}z_j) \varphi_{h_j}^{(n)}(h_j), \quad \varphi(h_j) = q_0 + q_1 h_j + q_2 h_j^2,$$

$$z_j = 1 + h_j^0 \pm z, \quad z = \frac{x}{Vt}, \quad h_j^0 = \frac{h_j}{Vt}, \quad \Pi = \frac{4\beta D^*}{V^2 t}.$$

$$b = \sqrt{1 + \Pi}, \quad (j = 0, \kappa), \quad (n = 0, 1, 2),$$

$$M(az_j; 0) = F(az_j), \quad \operatorname{erfc}(\lambda) = 1 - \operatorname{erf}(\lambda),$$

$$\operatorname{erf}(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\lambda \exp(-y^2) dy \quad \operatorname{ierfc}(\lambda) = \int_\lambda^\infty \operatorname{erfc}(y) dy.$$

Функции  $\operatorname{erfc}(u)$ ,  $\operatorname{ierfc}(u)$ ,  $\operatorname{ierfc}(u)$ ,  $\operatorname{ierfc}(u)$  табулированы и для них имеются подробные таблицы [9].

3. Выражение (17) может быть упрощено для ряда случаев:  
а) если почвенный слой насыщен легкорастворимыми солями, т. е.  $\beta = 0$

$$C(x, t) = C_n - \frac{1}{2} [C_n F(az_0) - C_\kappa F(az_\kappa) - f_0(c) + f_\kappa(c) - \psi_0(c) + \psi_\kappa(c) - \tau_0 + \tau_\kappa] \quad (18)$$

б) если имеет место равномерное засоление до промывки, т. е.  $\varphi(x) = C_\kappa = C_0$ ,  $\forall x \in [0, h_\kappa]$ , то получим известные в [4] формулы:

$$C(x, t) = C_n + (C_n - C_0) \left[ \frac{\omega_-}{1+b} + \frac{\omega_+}{1-b} + \frac{2x}{b^2-1} \right] + \frac{1}{2} (C_0 - C_n) F(az_0) \exp[-a^2(b^2-1)] \quad (19)$$

в) когда имеют место случаи а) и б) одновременно, то для  $C(x, t)$  получим известные в [1] формулы:

$$C(x, t) = C_n + \frac{1}{2} (C_0 - C_n) F(az_0) \quad (20)$$

г) при  $az_j^+ \geq 3$ ,  $\beta = 0$

$$C(x, t) = C_n - \frac{1}{2} [C_n \operatorname{erfc}(az_0^-) - C_\kappa \operatorname{erfc}(az_\kappa^-)] + \frac{\tau_0 - \tau_\kappa}{2} \quad (21)$$

Полученные формулы могут быть использованы для прогнозирования водно-солевого режима в почвогрунтовой слое.

С целью проверки полученного решения ряда характерных схем начального засоления сделаны расчеты для почвогрунтов Мугано-Сальянского массива. Как и ожидалось, результаты теоретического решения совпали с практическими (отклонение при этом составляло  $\pm 3-6\%$ ).

#### Литература

1. Аверьянов С. Ф. Сб. "Орошаемое земледелие в Европейской части СССР". Изд-во "Колос", 1965.
2. Волобуев В. Р. Расчет промывки засоленных почв. Изд-во "Колос", 1975.
3. Веригин Н. Н. Изв. АН СССР, ОТН, № 10, стр. 1369-1382, 1953.
4. Шапинская Г. П. Автореф. канд. дисс. М., 1971.
5. Рекс Л. М. "Прикладная механика и техническая физика", № 6, 1967, стр. 35-39.
6. Гончаров В. Л. Теория интерполирования и приближения функций. Изд. 2-е. Физматгиз, 1954.
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. Наука, М., 1935.
8. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. Изд-во "Высшая школа", 1965.
9. Лыков А. В. Теория теплопроводности. "Высшая школа", 1967.

Институт почвоведения и агрохимии

Поступило 10. IV 1978

Ф. Д. Микайлов

#### СУВАРЫЛАН ТОРПАГЛАРЫН СУ-ДУЗ РЕЖИМИ МЭСЭЛЭСИННИН НЭЛЛИ ҮЧҮН АНАЛИТИК ҮСУЛЛАРЫН ТЭТБИГИ

Мәгалә су илә дојмуш грунтларда дузларын хәтти (бирөлчүлү) һәрәкәтини ифадә едән тәңлијини һәллине һәср еддилиб. Башлангыч шәрт олараг дузларын торпаг-грунт гатларында пајланмасы  $C(x, 0)$  ән кичик квадратик үсул васитәсилә әвәз едилди.

F. D. Mikailov

#### APPLICATION OF ANALYTICAL METHODS FOR SOLUTION OF PROBLEMS ON WATER-SALT REGIME OF SOIL-GRAND OF BEING WATERED SOILS

The equation of linear (one measure) motion of salts in the soil saturated by water is solved:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V \frac{\partial C}{\partial x} + \beta(C_n - C), \quad \left( V = \frac{V_0}{m} \right).$$

When solved, original condition of salt distribution in the soil stratum is approximated by polynomial of degree two, using the method of least squares.

$$C(x, 0) = \begin{cases} \varphi(x) = q_0 + q_1 x + q_2 x^2 & \text{if } 0 \leq x < h_\kappa \\ C_\kappa = \text{const} & \text{if } h_\kappa < x < \infty \end{cases}$$

А. А. ИЗМАЙЛОВА

## О ГОНЧАРНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ АЗЕРБАЙДЖАНА (конец XIX—XX в.)

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР  
З. М. Буниатовым)

Гончарное ремесло известно в Азербайджане с глубокой древности. Значение продукции гончарного ремесла в хозяйстве и быту велико. Одной из основных продукций этого ремесла была посуда, которая широко использовалась для приготовления пищи и хранения различных пищевых продуктов, а также для их перевозки. Кроме того, производились различные предметы бытового назначения—светильники, водопроводные трубы, строительный материал — кирпич и черепица. Наибольшего расцвета гончарство достигло в средневековых городах Азербайджана, когда начали производить глазурованную посуду и декоративные керамические плитки, которые употреблялись при постройке различных архитектурных сооружений.

Разнотипные глиняные предметы свидетельствуют о высокой технике гончарного производства.

В конце XIX в. в ряде городов и селений Азербайджана производилась глиняная посуда и другие предметы домашнего обихода. Имелись центры довольно крупного гончарного производства, причем продукция сбывалась не только в своем, но и в соседних районах.

Обычно в крупных центрах гончарства в производстве были заняты мужчины. Наряду с развитым гончарным производством существовало домашнее гончарство, которым занимались женщины.

Основными центрами гончарного ремесла в этот период являлись селения Испик, Еникенд, Мюпуг (Кубинский район), Аркеван, Сепардай (Ленкоранский район), Кюскет, Варташен (Шекинский район), Тезекенд (Нахичеванская АССР). Имелись гончарные мастерские в Баку, Шеки, Шемахе, Гандже. В незначительной степени этим ремеслом занимались в ряде селений—Тала (Закатальский район), Шаглауджа, Зингулеш, Пенсар (Ленкоранская зона). Селения Гюрдживан и Кяванд Шемахинского района славились изготовлением крупных кувшинов «карасы»<sup>1</sup>.

Продукция с. Испик пользовалась большой известностью в Азербайджане и вывозилась в Шемаху, Геокчай, Баку<sup>2</sup>, а продукция гончарных мастерских Кюскета в близлежащие города — Шеки, Геокчай, Агдаш, Куткашен.

<sup>1</sup> Материалы для изучения экономического быта государственных крестьян Закавказского края. т. VI. Тифлис, 1887 г., стр. 185.

<sup>2</sup> И. Кара-Мурза. Гончарный промысел на Кавказе. «Кавказское сельское хозяйство», № 537, 1904, стр. 394.

В ряде упомянутых селений гончарство сохраняется по настоящее время. Например, в с. Аркеван, Сепаради, Кюскет, Испик, Еникенд. Имеется гончарная мастерская также и в Шеки. В технике производства не наблюдается отличий. Глину мастера обычно добывают в близлежащей местности. Смочив глину, кладут ее в яму, находящуюся в мастерской или во дворе. Через несколько дней (4—10 дней) глину разминают ногами. При изготовлении посуды берут кусок глины, определенной величины (в зависимости от изготавливаемого предмета), и разминают ее руками. При этом из глины удаляются крупинки земли, камешки. Затем из отламываемых кусков глины готовят посуду. Сначала делают дно посуды, затем на нее накладывают жгутик из глины, формуя стенки сосуда.

Посуду мастера выделывают на гончарном круге («чарх»), который состоит из деревянного стержня длиной 80—90 см и деревянных кружков на верхнем и нижнем концах. Верхний круг бывает небольших размеров — 25—30 см, нижний — 60—80 см. Гончарный круг устанавливается вертикально и приводится в движение посредством вращения нижнего круга ногой. На верхнем же происходит изготовление посуды. В некоторых селениях гончарный круг устанавливается в яме. У края ямы укладывается доска, на которую садится мастер. В с. Кюскет<sup>3</sup>, Испик, Еникенд гончарный круг опускали в яму. Но в ряде других мест гончарный круг устанавливали на поверхности пола. Для этого сооружали специальные деревянные перекладки (с. Аркеван, Сепаради, Джалуд) вокруг гончарного круга. При изготовлении посуды мастер левой рукой придерживает стенку сосуда изнутри, правой выравнивает с внешней стороны. После изготовления сосуда, мастер вращая его, специальным деревянным инструментом (дараг), приглаживает стенки и снимает излишки глины. В с. Кюскет посуду чистят, соскабливая излишки глины небольшим железным скребком «сатыл»<sup>4</sup>.

Когда изготавливают крупную посуду (нехря, кюпы), тогда обычно мастер становится на деревянную перекладку, а гончарный круг приводится в движение помощником мастера. Крупные изделия готовятся обычно из двух частей, верхнюю и нижнюю части изготавливают отдельно. Эти части объединяют после нескольких дней сушки, зимой после пяти дней, летом—после одного дня. Изготовленную посуду хранят в мастерской на полках. Летом посуду держат 10 дней, зимой — один месяц до обжига.

Орнамент на посуду наносили при помощи глины более светлого цвета или красной (в Нахичевани). Часто он представлял собой волнистые прямые линии вокруг венчика. Но в настоящее время разрисовка посуды почти нигде не применяется. Иногда наносится наклепной орнамент. В Ленкоранской зоне обычно наклепной орнамент наносится на надколодезные цилиндры («чолака»).

Поливную посуду в настоящее время не производят и в ряде мест забыли способ ее приготовления. Но еще до 40-х годов поливную посуду делали в Кубинском и Нахичеванском районах. Главным образом посуда здесь покрывалась бесцветной свинцовой поливой. В конце XIX в. здесь использовали также и зеленую поливу. В Нахичеванском районе больше применялась полива зеленого цвета с примесью медного купороса. Глазуровкой чаще покрывалась посуда, в которой хранились жид-

<sup>3</sup> Г. М. Ахмедов. Кустарное гончарное производство в Азербайджане: «Изв. АН Азерб. ССР», 1957, № 6.

<sup>4</sup> Там же.

кие продукты — масло, дошаб. Такая посуда обычно глазуровалась изнутри, что делало ее водонепроницаемой. Тарелки и блюда покрывались росписью, поверх которой наносилась глазурь<sup>5</sup>.

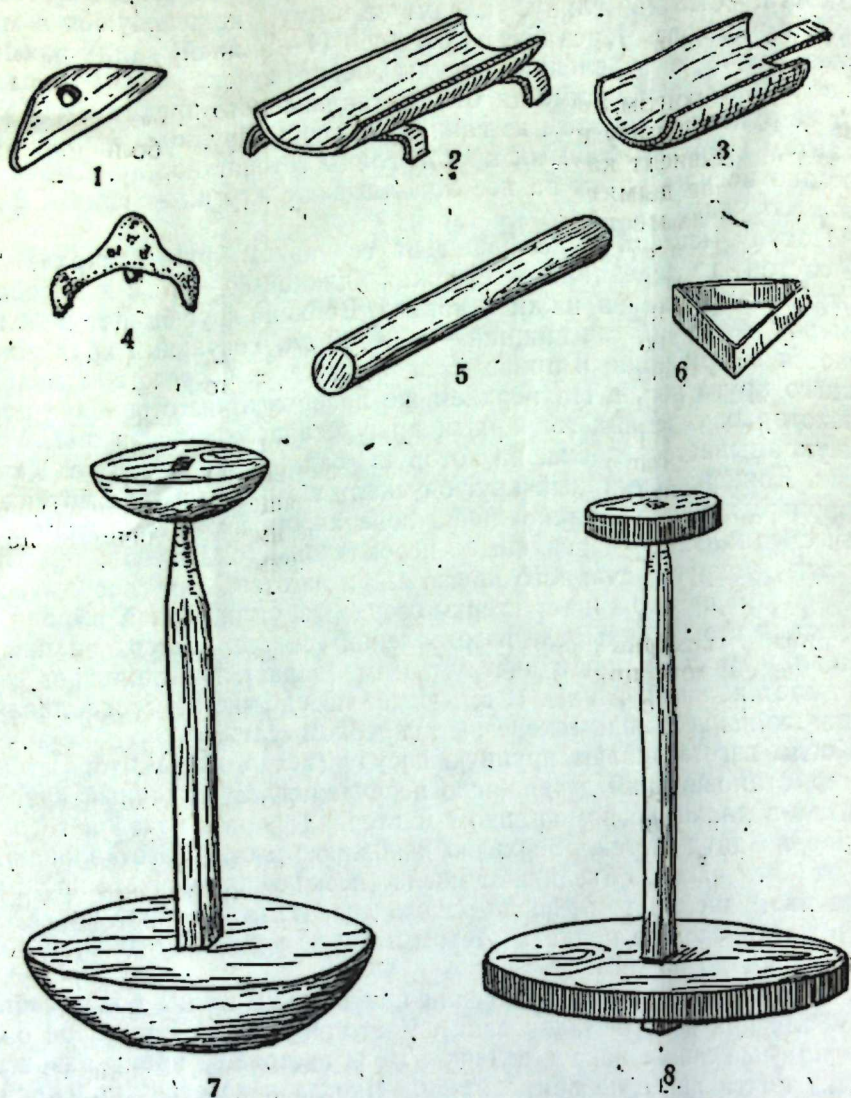


Рис. 1. 1—дараг; 2—форма для черепицы; 3—деревянный савок; 4—сепоа; 5—вардане; 6—инструмент для обрезки краев черепицы; 7—8—гончарные круги

Кроме посуды, во многих местах изготавливали еще и черепицу. Значительно развито было производство черепицы в Шеки-Закатальской и Талышской зонах<sup>6</sup>. Для каждой зоны характерна своеобразная форма черепицы. В Шеки-Закатальской зоне производится черепица

<sup>5</sup> Ф. А. Флоренский и В. Я. Степанов. Строительные и керамические материалы центральной части Нахичеванского края, М., 1936, стр. 39.

<sup>6</sup> В Шеки-Закатальской зоне черепица называлась «кирэмнт», в Талышской зоне — «сувал».

прямоугольная, плоская с двумя желобками, прочерченными по краям. Для их изготовления используется железная форма (галиб) и деревянная дощечка. В Ленкоранской зоне черепица выделяется в виде вогнутой прямоугольной пластины. При ее изготовлении используется деревянная форма на ножках. На нее кладут глину и распластывают специальной скалкой («вэрдэнэ»), края обрезают специальным орудием из дерева.

Перед обжигом печь топят 15 часов, затем, дав ей остыть, собирают туда посуду. Обжигу изделий мастер-гончар придает большое значение. От обжига зависит качество посуды. Первые два дня слабо топят печь, так, чтобы она дымила. В с. Кюснет подкладывают в топку сгнившие дрова, в других местах кизяк, солому, рисовую шелуху, ветки. Сам процесс называется «түстүжэ вермэк», т. е. окуривать. Затем постепенно огонь усиливают и два дня посуду обжигают при высокой температуре («ота вермэк»), подкладывая дрова. При хорошем обжиге изделия бывают красноватого оттенка. Если температура была выше, чем следовало, то изделия бывают более светлого оттенка, но с темным налетом. Но несмотря на цвет, мастера считают эту посуду высокого качества. На пятый день перестают подкладывать дрова и оставляют печь остывать. Одни сутки печь стынет, затем из нее вытаскивают посуду.

Печи («күрә»), сохранившиеся в настоящее время, построены по одному конструктивному принципу, хотя и имеют отличия в деталях. В Азербайджане сохраняются и наиболее примитивная печь для обжига, напоминающая тендир. По устройству печей можно проследить развитие гончарной печи. Археологические раскопки дают разнообразный материал о гончарных печах. Здесь еще больше разновидностей планировки печей, хотя принцип конструкции один<sup>7</sup>. Исходя из археологического материала, следует отметить преемственность традиций в строительстве гончарных печей. В настоящее время печи строятся по тому же принципу.

Гончарные печи делятся на верхнюю и нижнюю камеры. Верхняя камера служит для обжига изделий, нижняя — для топки. Перекрытие между камерами обычно имеет отверстие, через которое жар поступает в верхнюю камеру. Своеобразие гончарной печи Кюснета в том, что перекрытие между камерами выстроено в виде свода<sup>8</sup>. Отверстия расположены в верхней части свода и по бокам. Такие же печи имеются в с. Еникенд Кубинского района, видимо, они предшествовали двухъярусным печам и представляют собой одно из звеньев в развитии гончарства. Изделия в таких печах раскладывали по обе стороны свода.

Гончарные печи Ленкоранского и Нахичеванского районов также круглые в плане. Но перекрытие между камерами ровное с маленькими круглыми отверстиями. Строятся они здесь из сырцового кирпича. В нахичеванском районе печи делались в некотором углублении. Печи эти также конусообразные с отверстием вверху. Загружались через боковые отверстия, которые при обжиге закладывались камнями и кирпичом. Последние печи аналогичны гончарным, обнаруженным при раскопках в Мингечауре. В Кубинском районе в с. Испик гончарные печи относятся ко второй разновидности. Здесь они также выстроены из сырцового кирпича, топочная камера расположена в углублении. В Кубинском районе при складывании изделий в гончарную печь нижний ряд посуды ставили

<sup>7</sup> Г. И. Ионе. О гончарных обжигательных печах из Мингечаура.

<sup>8</sup> Г. М. Ахмедов. Кустарное гончарное производство в Азербайджане: «Изв. АН Азерб. ССР», 1957, № 6.

на низкие глиняные треножки «сепоа». Следует отметить, что они совершенно аналогичны треножникам, найденным в большом количестве при археологических раскопках.

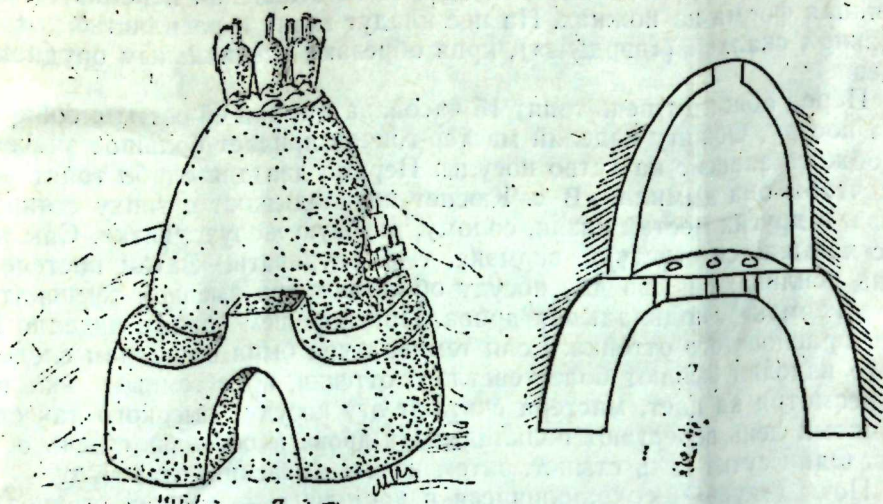


Рис. 2. а—гончарная печь в сел. Аркеван; б—поперечный разрез печи.

Для обжига черепицы и кирпича, а также карасов обычно строили печи несколько большего размера и прямоугольные в плане, хотя верхняя камера также была конусообразная.

Наряду с довольно развитым гончарным производством продолжает бытовать и домашнее гончарство, основанное на более примитивной технике. Домашнее гончарство сохранялось в предгорных селениях Астаринского района. Особенно известно с. Зингулеш. В этом небольшом селении занимаются гончарством пожилые женщины. Вместо гончарного круга им служат две доски овальной формы (гулиб), которые устанавливают одну на другую. Женщины-гончары глину для посуды смешивали с речным песком, который составлял около 20%. Это, видимо, делалось в целях ускорения сушки и обжига. При изготовлении посуды из глины, делают валики, которые накладывают друг на друга, уплощая их пальцами. Каждый последующий валик налепливают с внутренней стороны. Для выравнивания поверхности употребляют то же самое деревянное орудие в виде полукруга. Посуду изготавливают с довольно толстыми стенками. Некоторые мастерицы примешивают козью шерсть к глине для вязкости.

После изготовления посуды ее обтирают тряпкой, намоченной в жидком глиняном растворе. Называется этот процесс «ширэлэмэк».

Обжиг посуды производится в Зингулеше в примитивной открытой печи, называемой «курэ». Она напоминает тендир, только основание ее (1, 2 м) и отверстие (90 см) большего диаметра. Посуду укладывают поверх дров, а затем добавляют дрова, вставляя их между посудой. Посуда обжигается непосредственно в пламени. Она бывает более темного цвета, чем посуда, обожженная в гончарных печах. Обжигается посуда в таких печах 4—5 ч. Продукция этого села не вывозится на рынок, она обменивается в соседних селах на продукты или продается.

В прошлом гончарство было довольно развитой отраслью домашнего производства. В с. Испик, Мюгуч, Аркеван, Сепаради, Кюсет гон-

чарство являлось уже мелким товарным производством. Мастера всегда работали с одним или двумя учениками-помощниками. Иногда в мастерской работали несколько мужчин из одной семьи — отец с сыновьями. При сбыте продукции некоторые члены семьи отправлялись с

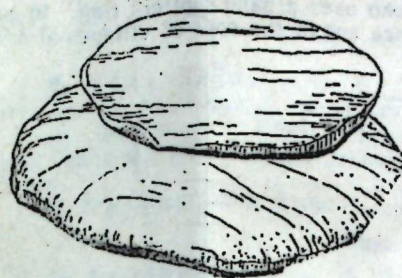


Рис. 3. Ручной гончарный круг сел. Зингулеш

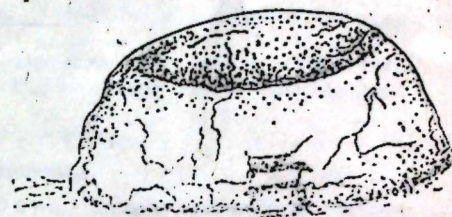


Рис. 4. Гончарная печь открытого типа сел. Зингулеш

изделиями на рынок. В некоторых селениях сбыт гончарной продукции сосредоточивался в руках скупщиков. Так, в с. Сепаради скупщиком являлся один из владельцев обжигательной печи. Некоторые мастера, не имевшие гончарные печи, за плату пользовались печью скупщика. За предоставление печи для обжига они расплачивались своими изделиями. Скупщик скупал по низкой цене продукцию у гончаров и сбывал ее на рынке по более высокой. Это была наиболее простая форма участия торгового капитала в ремесленном производстве.

Гончарные изделия имеют спрос и в настоящее время. Гончарная посуда еще не утратила своего значения в домашнем обиходе. Ее используют для хранения и носки воды, а также для хранения различных продуктов. В ряде районов Азербайджана пользуются глиняными ма-слобойками. Некоторые национальные блюда готовят в глиняной посуде.

Гончары в настоящее время объединяются в артели, которые имеют на рынках лавки или специально выделенное место для продажи своих товаров. Некоторые гончары изготавливают сувениры. Хотя за последние десятилетия гончарное производство сильно сократилось, но оно не исчезло. И в ряде сел Азербайджана сохраняется это древнее ремесло.

Сектор археологии и этнографии

Поступило 6. II 1978

Э. А. Исмаилова

#### АЗЭРБАЙЧАНДА ДУЛУСЧУЛУГ ЫАГГЫНДА (XIX эсрин сону—XX эср)

XIX эсрин сонунда Азербайжанын бир сыра шәһәр вә кәндләриндә кил габ истәһ-салы кенш шәкил алмыш, һәтта бу сәһәт сәһәси үзрә ихтисаслашмыш мәркәзләр белә јаранмышды.

Бу сәһәтлә свләрдә әл дулус чархындан истифадә етмәклә әсасән гадынлар мәшғул олурдулар.

Дулусчулуг һазырда өз әһәмијјәтини итирмәмишдир. Бу гәдим сәһәтлә Азербайжанын бир сыра кәндләриндә инди дә мәшғул олурлар.

A. A. Izmailova

ON POTTERS PRODUCTION IN AZERBAIJAN  
(AT THE END OF XIX—XX CENTURIES)

At the end of XIX century crockery was produced in some cities and villages of Azerbaijan. There were the main places of large potters production. In Azerbaijan also existed house pottery engaged by women who used a hand potters ring. In present time pottery also has not lost its importance and in the row of villages of Azerbaijan this ancient handicraft is still existed.

МҮНДӘРИЧАТ

Ријазинјат

|   |    |
|---|----|
| С. К. Абдуллајев, А. Ә. Бабајев. Чәкили һәддер фәзаларында ачыг контур узрә коши сингулјар оператору  | 3  |
| Ј. И. Домшлак. Конуслу һилберг фәзасында биртәртлибли тәнлик үчүн штурм типли мугајисә теореми вә онун ади дифференциал тәнлик системләринә тәтбиғи | 7  |
| Г. Ә. Оручов. Там функцијаларын боју һаггында   | 13 |

Ријазин кибернетика

|   |    |
|---|----|
| Ч. Е. Аллаһвердијев, А. В. Шапиро. Банах фәзаларында системләрин идарә вә мұшәһидә олунамалары һаггында | 17 |
|---|----|

Астрофизика

|   |    |
|---|----|
| З. Ф. Сејидов, Ч. П. Шарма, Р. Х. Күзәһмәдов. Сферик, цилиндрик вә мұстәви-симметрик өз-өзүнү чәзб едән политропик конфигурацијаларын үмуми тәсвири | 21 |
|---|----|

Јарымкечиричиләр физикасы

|   |    |
|---|----|
| В. Б. Антонов, Е. К. һүсејнов, Ф. Н. Газыјев, Е. Ј. Салајев, Г. С. Сејидли. $P=Cd_xHg_{1-x}$ Те монокристалында гејри-әсас јүкдашыјычыларын екслюзијасы | 26 |
| З. З. Маһмудов, А. М. Рүстәмова. Ферромагнит металлларда аномал эффекти заманы сәсни електромагнит һәјәчанландырылмасы                                  | 31 |

Молекулјар физикасы

|  |    |
|--|----|
| И. И. һүсејнов вә Е. М. Имамов. Слейтер атом орбиталлары дахил олан икимеркәзли спин-спин һибрид интегралларынын аналитик һесаблинамасы һаггында | 36 |
|--|----|

Кеофизика

|   |    |
|---|----|
| Ә. Ә. Горчијев, А. И. Решетников, Ш. Ә. Әһмәдов, Ф. М. һақызадә, Н. Н. Рүстәмов. Атмосфердә бәзи карбон бирләшмәли гатышыгларын интеграл мигдарынын өјрәнилмәси | 39 |
|---|----|

Биокимја

|  |    |
|--|----|
| Т. М. Нағыјев. Гидрокен-пероксидин оксидләшмә субстраты һаггында   | 43 |
| Н. Г. Рәһимов, Д. М. Гәһбәров, Ш. А. Әлијева, Х. С. Мәмәдов. L—D сеолитинин кристаллашма кинетикасынын вә һондәјишмә хәс-сәсинин тәдғиги | 48 |

Үзви кимја

|  |    |
|--|----|
| Е. Т. Сүлејманова, С. Ч. Мейдијев, М. Ф. Аббасов, М. И. Мирһәсәнова. Нефт-кимја хаммалы әсасында алкилциклоалкикетонларын алынмасы | 53 |
|--|----|

Полимерләр кимјасы

|   |    |
|---|----|
| Е. С. Мәмәдова. Сополимерләрнин тәркиб вә гурулушларынын жапышганлыг хәссәләринә тәсвири  | 57 |
| А. П. Крылов, М. Т. Аббасов, Ј. А. Бурјакowski, Ч. А. Султанов. Нефт јатағынын бир ишләмә объекти кими тәсвиринин јени нәзәријәси | 62 |

Кеолокија

|   |    |
|---|----|
| Г. И. Аллаһвердијев, Р. А. Исмет. Мардакерт чөкәклијинин алт тәбашир чөкүнтүләринин стратиграфијасы вә палеотектоникасы һагда јени мәлу-матлар (Кичик Гафгаз) | 67 |
|---|----|

Палчыг вулканизми

Р. Р. Рәһманов. Палчыг вулканизми вә онун интишар етдији вилајәт-  
ләрин гурулушу вә тектоник рајонлашдырылмасы мәсәләләри . . . . . 72

Мелиоратив торпагшүнаслыг

Ф. Д. Микајылов. Суварылан торпагларын су-дуз режими мәсәләсинин  
һәлли үчүн аналитик үсулларын тәтбиғи . . . . . 76

Етнографија

Ә. А. Исмајылова. Азәрбајчанда дулусчулуг һаггында (XIX әсрин со-  
ну—XX әср) . . . . . 82

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

С. К. Абдуллаев, чл.-корр. АН Азерб. ССР А. А. Бабаев. Сингуляр-  
ный оператор Коши по разомкнутому контуру в пространствах Гельдера с весом . . . . . 3:  
Ю. И. Домшляк. Теорема сравнения типа Штурма для уравнения первого  
порядка в гильбертовом пространстве с конусом и ее приложения к системам  
обыкновенных дифференциальных уравнений . . . . . 7  
Г. А. Оруджев. О росте целых функций . . . . . 13

Математическая кибернетика

Чл.-корр. Дж. Ә. Аллахвердиев, А. В. Шаниро. Об управляемости и  
наблюдаемости систем в банаховых пространствах . . . . . 17

Астрофизика

З. Ф. Сеидов, Дж. Шарма, Р. Х. Кузахмедов. Единое описание сфе-  
рических, цилиндрических и плоско-параллельных самогравитирующих политроп-  
ных конфигураций . . . . . 21

Физика полупроводников

В. Б. Антонов, Ә. К. Гусейнов, Ф. Н. Казиев, Ә. Ю. Салаев, Г. С.  
Сейидли. Об эксклюзии неоснованных носителей в  $Cd_x Hg_{1-x} Te$  . . . . . 26

Физика магнитных явлений

З. З. Махмудов, А. М. Рустамова. Электромагнитное возбуждение  
звука в ферро-магнитных металлах при аномальном скин-эффекте . . . . . 31

Молекулярная физика

И. И. Гусейнов, Ә. М. Имамов. К аналитическому вычислению двухцент-  
ровых спин-спинных интегралов с орбиталями слейтеровского типа . . . . . 36

Геофизика

А. А. Горчиев, А. И. Решетников, Ш. А. Ахмедов, М. Ф. Гаджи-  
заде, Н. Н. Рустамов. Определение интегрального содержания некоторых  
углеродосодержащих примесей в атмосфере . . . . . 39

Биохимия

Т. М. Нагиев. О сопряженном окислении субстрата перекисью водорода . . . . . 43

Неорганическая химия

Н. Г. Рагимов, Д. М. Ганбаров, Ш. А. Алиева, чл.-корр. Х. С. Ма-  
медов. Исследование кинетики кристаллизации и ионнообменные свойства  
цеолита L—D . . . . . 48

Органическая химия

Ә. Т. Сулейманова, акад. С. Д. Мехтиеv, М. Ф. Аббасов, М. И.  
Миргасанова. Получение алкилциклоалкилкетонов на основе нефтехими-  
ческого сырья . . . . . 53

Химия полимеров

Ә. С. Мамедова. Влияние строения и структуры на клеящие свойства  
сополимера . . . . . 57

Разработка нефтяных месторождений

Акад. АН СССР А. П. Крылов чл.-корр. М. Т. Аббасов, Л. А. Буряков-  
ский, Ч. А. Султанов. Новые теоретические представления о нефтяной зале-  
жи как объекте разработки . . . . . 62

Геология

- Г. И. Аллахвердиев, А. Р. Исмет. Новые данные по стратиграфии и палеотектонике нижнего мела Мардакертского прогиба (Малый Кавказ) . . . . . 67  
Грязевой вулканизм
- Р. Р. Рахманов. Грязевой вулканизм и вопросы строения и тектонического районирования областей его развития . . . . . 72  
Мелиоративное почвоведение
- Ф. Д. Михайлов. Применение аналитических методов для решения задач по водно-солевому режиму почвогрунтов орошаемых земель . . . . . 76  
Этиография
- А. А. Измайлова. О гончарном производстве Азербайджана (конец XIX—XX в.) . . . . . 82

---

Сдано в набор 28/V 1979 г. Подписано к печати 19/IX 1979 г. Формат бумаги 70×100<sup>1/16</sup>. Бум. лист. 2,8. Печ. лист. 8,05. Уч.-изд. лист. 6,67. ФГ 21291.  
Заказ 252. Тираж 680. Цена 40 коп.

---

Издательство „Эльм“ 370143. Баку-143, проспект Нариманова, 31,  
Академгородок. Главное здание.  
Типография „Красный Восток“ Государственного комитета  
Азербайджанской ССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
Баку, ул. Ази Асланова, 80.



40 г.п.  
коп.

Индекс  
76355