

АЗӘРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘРАКАДЕМИЯСЫ
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

МӘРУЗӘЛӘР ДОКЛАДЫ

том XXXII чилд

1976 • 9

МҮЭЛЛИФЛӘР ҮЧҮН ГАЈДАЛАР

1. «Азәрбајчан ССР Елмләр Академијасының Мә'рүзәләри»ндә иңәрни вә тәчрубы әһәмијәттө малик елми-тәдгигатларын тамамлашып вә һәлә дәрч едилеммәши нәтичәләри һагында гыса мә'лumatлар чап олуунур.

«Мә'рүзәләр»дә меканик сурәтдә бир нечә айры-айры мә'лumatлар шәклинә салыныш ири һәмчли мәгаләләр, јени фактик мә'лumatлардан мөнгүм мубаһис хактерли мәгаләләр, мүэжжән чәтичә вә үмүмиләшdirмәләрсиз көмәкни тәчрубләрни тәсвириңдән избарат мәгаләләр, гејри-принципиал, тәсвири вә ичмал хактерли ишләр, төвсүјә едилем мәтоду принципчә јени олмајан сырф мәтодик мәгаләләр, набела битки вә һөҗүнларын систематикасына даир (елм үчүн хүсуси әһәмијәттө малик таппытыларын тәсвири истисина олмагла) мәгаләләр дәрч едилеммир:

«Мә'рүзәләр»дә дәрч олуудан мәгаләләр һәмни мә'лumatларын даһа кениш шәкилдә башга иңшүрләрдә чап едилемсиз үчүн мүэллифиң һүргүнүү әлиндән алмыр.

2. «Мә'рүзәләр»ни редакцијасына дахил олан мәгаләләр յалиназ ихтирас үзә бир изфәр академикни тәгдиматындан соңра редакција најәттө тәррәффиндән иңәрдән кечирилләр. Ыэр бир академик илдә 5 әдәддән соң олмамаг шөртилә мәгаләләр тәгдим едә биләр.

Азәрбајчан ССР Елмләр Академијасының мүхбири-үзвәлрерин мәгаләләри тәгдиматсыз ғобул олуунур.

Редакција академикләрдән хәниш едир ки, мәгаләләри тәгдим едәркән онларын мүэллифордән алымасы тарихини, набелә мәгаләнини јөрлөшдүрүләчөји бөлмәнин адыйы көстәрсилләр.

3. «Мә'рүзәләр»дә бир мүэллиф илдә 3 мәгалә дәрч етдири. биләр.

4. «Мә'рүзәләр»дә шәкилләр дә дахил олмагла, мүэллиф вәрәгәнин дөрддә бириннән артыг олмајараг язы макинасында язылышы 6—7 сөнүф һәчминдә (10000 чап ишарәси) мәгаләләр дәрч едилир.

5. Бүтүн мәгаләләрин иккىнис дилиндә ҳұласәси олмалыдыр; бундан башга, Азәрбајчан дилиндә язылан мәгаләләр рус дилиндә ҳұласә әлавә едилеммәлидир. Рус дилиндә язылан мәгаләләрин исә Азәрбајчан дилиндә ҳұласәси олмалыдыр.

6. Мәгаләнин сонунда тәдгигат ишинин јеринә јетирилдији елми идарәнин ады вә мүэллифи телефон иемрәси көстәрilmәлидир.

7. Елми идарәләрдә апарылан тәдгигат ишләринин нәтичәләринин дәрч олуимасы үчүн елми идарәнин директорлугунун ичазәси олмалыдыр.

8. Мәгаләләр (хұласоләр дә дахил олмагла) вәрәгиин бир үзүндә ики хәтт ара бурахылараг язы макинасында чап едилеммәли вә иккى нүсхә тәгдим едилеммәлидир. Дүстүрләр дәгиг вә айдын язылмалы, һәм да бөјүк һәрфләрни алтындан, кичикләрни исә устундән (гара гәләмлә) ики хәтт чөккүлмәлидир; юнаш әлифбасы һәрфләрни гырмызы гәләмлә даирәје алмаг лазымдыр.

9. Мәгаләдә ситет котирилән әдәбијат сәніфенең ахырында чыхыш шәклиндә дејил, әлифба гајдаша ил (мүэллифи фамилијасына көр) мәгаләнин сонунда мәтидеки иснад иемрәси көстәрilmәкә үмуми сијаһы үзә верилмәлидир. Әдәбијатын сијаһыны ашағыда шәкилдә тәртиб едилеммәлидир:

а) китаблар үчүн: мүэллифи фамилијасы вә инициалы, китабын бүтөв ады, чилдип иемрәси, шәһер, иңширијат вә иңшр или;

б) мәчмууәләрдән (әсәрләрдән) мәгаләләр үчүн: мүэллифи фамилијасы вә инициалы, мәгаләнин ады, мәчмууәнин (әсәрләрни) ады, чилд, бурахылыш, иңшр олуудугу јер, иңширијат, ил, сөнүф;

в) журнал мәгаләләри үчүн: мүэллифи фамилијасы вә инициалы, мәгаләнин ады, журналын ады, ил, чилд, иемрә (бурахылыш), сөнүф көстәрilmәлидир.

Дәрч едилеммәши эсәрләр, (несабатлар вә елми идарәләрдә саҳланан диссертасијалар истина олмагла) иснад етмәк олмаз.

10. Шәкилләрни арxa тәрәфиндә мүэллифи фамилијасы, мәгаләнин ады вә шәклиндә иемрәси көстәрilmәлидир. Макинада язылыш шәкиллалты сөзләр айрча вәрәгдә тәгдим едилир.

11. Мәгаләләрин мүэллифләри Унификасија олунмуш оимнилик тәснифат үзә мәгаләләрни индексини көстәрмәли вә «Рефератив журнал» үчүн реферат әлавә етмәлидирләр.

12. Мүэллифләр, чөдөлләрдә, график материалларда вә мәгаләнин мәтидиндә бу вә ја дикәр рәгемләрни төккәр едилеммәсиз јол вермәмәлидирләр.

Мәгаләләрин һәмчи кичик олдугу үчүн нәтичәләр յалиназ зәрури һалларда ве-рилир.

13. Ики вә ја даһа чох мәгалә тәгдим едилилдә онларын дәрчедилмә ардычыллыгыны да көстәрмәк лазымдыр.

14. Мәгаләләрин корректурасы, бир гајда олараг, мүэллифләр көндәрилмір. Корректура көндәрилдији тәгдирдә исә յалиназ мәтбәэ сөнүвләрни дүзәлтмәк олар.

15. Редакција мүэллиф олараг мәгаләнин 15 нүсхә айрча оттискини ве-рир.

МӘ'РҮЗӘЛӘР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXII ЧИЛД

9

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Г. Б. Абдуллаев (главный редактор),
 Г. А. Алиев, В. Р. Волобуев, Г. Г. Гасанов,
 А. И. Гусейнов, М. А. Кашкай, Ю. М. Сейдов (зам. гл. редактора)
 А. С. Сумбатзаде, М. А. Топчибашев, Т. Н. Шахтахтинский,
 Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

УДК 519.4:513.88

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

А. П. МАХМУДОВ, Р. Г. АБАСОВ, А. В. ШАПИРО

ПОЧТИ-ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЛИНЕЙНЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В БАНАХОВОМ
ПРОСТРАНСТВЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И. Гусейновым).

В статье рассматривается дифференциальное уравнение вида

$$x' = Ax + f(t), \quad (1)$$

где $f(t)$ действует на $J = (-\infty, +\infty)$ в некоторое банахово пространство; B , A —линейный оператор, действующий в B . Истоки метода, с помощью которого проводится исследование (1), восходят к работе [5] (см. также [6]).

1. Функция $g(t)$, заданная почти всюду на J со значениями в B , называется S^p -ограниченной (ограниченной по Степанову), если $\|g(t)\|^p$ суммируема на каждом конечном отрезке и

$$\sup_t \int_{\Delta} \|g(t+s)\|^p ds < +\infty,$$

где $p \geq 1$, $\Delta = [0, 1]$.

Множество таких функций обозначим $S^p(B)$, множество всех функций из $S^p(B)$, интегрируемых по Бохнеру на любом конечном отрезке, — через $S^p_{loc}(B)$ (см. [1]).

Пусть $L^p_{\Delta}(B)$ —банахово пространство всех функций, принимающих значения в B почти всюду на Δ , интегрируемых по Бохнеру, с нормами, суммируемыми на Δ со степенью $p \geq 1$ (см. [2]).

Для функции $g(t)$, заданной почти всюду на J со значениями в B , строим новую функцию

$$\bar{g}(t) = \{g(t + \eta); \eta \in \Delta\}.$$

Пусть A из $[B]$. Определим оператор \bar{A} , действующий в $L^p_{\Delta}(B)$, следующим образом: $x \in L^p_{\Delta}(B)$,

$$\bar{A}x = \{Ax(\eta); \eta \in \Delta\}.$$

Очевидно, A линеен, более того, ограничен.

Непрерывную функцию $x(t)$, определенную на J , со значениями в B , назовем дифференцируемой, если она имеет почти всюду на J

суммируемую производную $x'(t)$ (в сильном смысле) такую, что

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t x'(\tau) d\tau.$$

Под решением уравнения (1) с $f(t)$ из $S_{loc}^p(B)$ будем понимать непрерывную функцию $x(t)$, дифференцируемую в вышеуказанном смысле, которая удовлетворяет (1) почти всюду (см. [3], стр. 141).

2. Пусть A из $[B]$. Назовем оператор

$$L = (d/dt) - A$$

S^p -регулярным, если для любой S^p -почти-периодической функции $f(t)$ уравнение (1) имеет единственное почти-периодическое решение.

Оператор $\bar{L} = \left(\frac{d}{dt} \right) - \bar{A}$

называется регулярным, если для любой непрерывной и ограниченной на J со значениями в $L_A^p(B)$ функции $g(t)$ уравнение

$$y' = \bar{A}y + g(t)$$

имеет единственное ограниченное решение (в классическом смысле) (см. [-]).

Имеет место следующая

Теорема 1. Оператор L S^p -регулярен ($p \geq 1$) тогда и только тогда, когда регулярен оператор \bar{L} .

Следствие. Если $\sigma(A)$ отделен от мнимой оси, то каждое S^p -ограниченное решение уравнения (1) является его единственным почти-периодическим решением.

Замечание 1. Так как из условия

$$\|\exp(As)\| \leq \exp(as),$$

где $a > 0$, а s —любое действительное число, меньшее нуля, следует, что спектр оператора A не пересекается с мнимой осью, более того, он расположен в правой полуплоскости, то при $p = 2$ и B -тильберговом пространстве получаем из следствия теоремы 1 результат С. Зайдмана (см. [4]).

Замечание 2. Из утверждения теоремы 1 очевидным образом получается частный результат Та Куанг Хайя (см. [7]).

Теорема 2. Пусть банахово пространство B равномерно выпукло. Пусть, далее, спектр оператора A из $[B]$ имеет не более конечного числа предельных точек на каждом конечном отрезке мнимой оси. Если $f(t)$ S^p -почти-периодична ($p > 1$), то всякое компактное решение уравнения (1) есть почти-периодическая функция.

Замечание 3. Если при условиях теоремы 2 оператор A такой, что для $t \in J$

$$\|t^{At}\| \leq C_0,$$

то требование компактности решения уравнения (1) можно заменить условием его S^p -ограниченности.

3. Пусть $f(t)$ в правой части уравнения (1) S^p -почти-периодична. Введем следующие обозначения: M —множество компактных решений уравнения (1); \bar{M} —множество соответствующих решений уравнения

$$\bar{y} = \bar{A}y + \bar{f}(t), \quad (1^*)$$

M^* —множество всех компактных решений уравнения (1*).

Если $h = \{h_n\}_{n=1}^\infty$ —регулярная для $\bar{f}(t)$ последовательность, т. е.

семейство сдвигов $\{\bar{f}(t + h_n)\}_{n=1}^\infty$ относительно компактно в топологии локально равномерной сходимости, то существует ее последовательность $h' = \{h_{n_i}\}_{i=1}^\infty$, для которой последовательность функций $f_{i'}(t) = \bar{f}(t + h_{n_i})$ почти всюду сходится к некоторой функции $g_h(t)$ такой, что

$$\overline{g_h(t)} = \bar{f}_h(t).$$

Построенную таким образом функцию $g_h(t)$ обозначим через $f_h^{S^p}(t)$, множество компактных решений уравнения

$$x' = Ax + f_h^{S^p}(t) \quad (1_h)$$

через M_h , а множество соответствующих решений уравнения

$$y' = \bar{A}y + \bar{f}_h(t) \quad (1_h^*)$$

через \bar{M}_h .

Лемма 1. Пусть в (1) $f(t)$ S^p -почти-периодична ($p \geq 1$).

Тогда $\bar{M} \subset M$.

Лемма 2. Если в уравнении (1) $f(t)$ S^p -почти-периодична ($p \geq 1$), то для $y \in M$, $\bar{y}_h \in \bar{M}_h$, т. е. существует $\varphi \in M_h$ такая, что $\bar{y} = \bar{y}_h$.

Теорема 3. Если уравнение

$$x' = Ax \quad (1')$$

не имеет компактных решений, за исключением тривиального, $f(t)$ S^p -почти-периодична ($p \geq 1$), то каждое компактное решение уравнение (1) почти-периодично.

Теорема 4. Пусть уравнение (1) с S^p -почти-периодическим свободным членом $f(t)$ имеет решение $x(t)$ из M такое, что

$$\sup_t \|x(t)\|_{L_A^p(B)} = \inf_{z \in M} \sup_t \|\bar{z}(t)\|_{L_A^p(B)}.$$

Тогда, если уравнение (1') не имеет компактных нетривиальных решений, принимающих сколь угодно малые значения по норме, B равномерно выпукло и $p > 1$, то $x(t)$ почти-периодична.

4. Пусть теперь в уравнении (1) A является инфинитезимальным оператором сильнонепрерывной полугруппы $T(t)$. Решение (1) определяем, как и раньше, при естественном условии $x(t) \in D(A)$ при почти всех t из J .

Покажем, что свойство оператора A быть инфинитезимальным оператором сильнонепрерывной полугруппы инвариантно относительно операции начертывания.

Пусть $D(A)$ —область определения оператора A . Покажем, что оператор \bar{A} замкнутый со сюда плотной в $L_A^p(B)$ областью определения $D(\bar{A})$ оператор.

Действительно, в $D(A)$ входят все $y = \{y(\eta), \eta \in \Delta\}$ такие, что $y(\eta) \in D(A)$ при почти всех $\eta \in \Delta$ и $\bar{A}y = \{Ay(\eta), \eta \in \Delta\}$ принадлежит $L_A^p(B)$. В частности, в $D(A)$ входят все простые функции из $L_A^p(B)$, значения которых из $D(A)$. Отсюда, очевидно, следует, что $D(A)$ всюду плотно в $L_A^p(B)$.

Докажем замкнутость оператора \bar{A} . Пусть (y_0, z_0) —предельная точка графика оператора \bar{A} и $(y_n, \bar{A}y_n) \rightarrow (y_0, z_0)$. Тогда существует подпоследовательность $\{y_{n_k}\}_{k=1}^\infty$ такая, что $y_{n_k}(\eta)$ и $Ay_{n_k}(\eta)$ стремятся

соответственно к $y_0(\eta)$ и $z_0(\eta)$ почти всюду на Δ . Отсюда в силу замкнутости оператора A следует, что $y_0(\eta) \in D(A)$ при почти всех $\eta \in \Delta$, $z_0(\eta) = Ay_0(\eta)$ почти всюду на Δ , т. е. $y_0 \in D(A)$ и $z_0 = Ay_0$, что указывает на замкнутость оператора \bar{A} . Очевидно, что так же, как и для операторов из $[B]$, для замкнутого оператора A выполняется следующее [включение спектров]: $\sigma(\bar{A}) \subseteq \sigma(A)$ или $\rho(\bar{A}) \supseteq \rho(A)$.

Теперь из равенства $R(\lambda A)^n = \overline{R(\lambda, A)^n}$, $\lambda \in \rho(A)$, $n = 0, 1, 2$ следует, что \bar{A} является инфинитезимальным оператором сильнонепрерывной группы: $e^{\bar{A}t}$ (см. [2]).

Пусть B —сепарабельное, равномерно выпуклое пространство. Рассмотрим уравнение

$$x' = (iA + C)x + f(t). \quad (2)$$

где $f(t)$ S^p -почти-периодическая функция ($p > 1$).

Допустим выполнение следующих условий:

а) оператор iA является инфинитезимальным оператором сильнонепрерывной группы операторов $T(t) = e^{itA}$ такой, что

$$\sup_{t \in J} \|T(t)\| \leq K;$$

б) спектр оператора A имеет не более конечного числа предельных точек в каждом конечном отрезке вещественной оси;

в) оператор C вполне непрерывен.

При этих условиях имеет место следующая

Теорема 5. Всякое S^p -ограниченное S^p -равномерно непрерывное решение ($p > 1$) уравнения (2) есть S^p -почти-периодическая функция.

Литература

1. Amerio L., Prodi G. Almost-periodic functions and functional equations. The University Series in Higher Mathematics, London, 1971.
2. Данфорд Н. Шварц Дж. Т. Линейные операторы. М., Изд-во иностран. лит., 1: 62.
3. Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. М., Изд-во "Наука", 1970.
4. Zaidman S. Canad. Math. Bull., vol 14 (4), 1971.
5. Абасов Р. Г. Диплом. раб. Баку, 1974.
6. Махмудов А. П., Абасов Р. Г., Шапиро А. Б. Почти-периодические решения линейных дифференциальных уравнений в банаховом пространстве с почти-периодическим по Степанову свободным членом. ВИНИТИ, № 2530-74, 1974.
7. Та Куанг Хай. Почти-периодические решения линейных дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. Канд. дисс. Воронеж, 1971.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 17. III 1975.

Э. П. Махмудов, Р. Г. Абасов, А. В. Шапиро

БЭЗИ ХЭТТИ ДИФФЕРЕНСИАЛ ТЭНЛИКЛЭРИН БАНАХ ФЭЗАСЫНДА САНКИ ПЕРИОДИК ҮЭЛЛЭРИ

Мэглэдэ Банах фэзасында

$$x' = Ax + f(t) \quad (1)$$

жэти дифференциал тээлийн верилшиддир. A хэтти оператору мэйдуд, $f(t)$ функцисы Степанов мэйнада санки периодик олдугда (1) тээлийнин Степанов метрикасныда мэйдуд үэллэринин санки периодик олмасы сүйт олуулур.

А инфинитезималь оператор олдугда (1) тээлийнин Степанов метрикасныда мүнзээс кэсилмээс вэ мэйдуд үэллэринин Степанов, мэйнада санки периодик олмасы нэгтында теорем исбат едлилр.

A. P. Mahmudov, R. K. Abasov, A. V. Shapiro

ALMOST PERIODIC SOLUTIONS SOME LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS IN THE BANACH SPACE

There is considered linear differential equation

$$x' = Ax + f(t) \quad (1)$$

in the Banach space B in this paper. Operator A is a linear bounded operator and $f(t)$ is almost-periodic in Stepanov's sense. It is proved that bounded in Stepanov's metric solutions of equation (1) are almost-periodic in that sense. There are proved for the compact solutions of equations (1) theorems analogical Favard's theorems in this paper. Then in the case when operator A is nonbounded uniformly continuous bounded in Stepanov's sense solution of equation (1) is proved to be almost periodic in Stepanov's sense.

УДК 517.946

МАТЕМАТИКА

Ш. К. БАЙМОВ

**СВОЙСТВА СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ
ФУНКЦИЙ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ
ДЛЯ НЕСАМОСОПРЯЖЕННОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА
В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И. Гусейновым)

В настоящей статье доказан аналог теоремы М. В. Келдыша [1] о полноте собственных и присоединенных функций для первой краевой задачи в неограниченной области с границей, а также изучены свойства их собственных значений. Близкие результаты для ограниченной области получены в работах [2, 3], а случай всего пространства рассмотрен А. Г. Костюченко [4].

В неограниченной области D евклидова пространства R^n рассматривается краевая задача

$$\begin{aligned} Lu - \lambda b u = & - \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} - \sum_{m=1}^n a_m(x) \frac{\partial u}{\partial x_m} + \\ & + a_0(x) u - \lambda b(x) u = 0, \quad (1) \\ u|_{\Gamma} = & 0, \quad (2) \end{aligned}$$

где $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$, $b(x)$ —ограниченные во всем пространстве R^n функции, удовлетворяющие условию Липшица; $a_m(x)$, вообще говоря, комплекснозначные функции, разрывные в точке $x_0 \in R^n$ (для простоты считаем, что $x_0 = 0$). Как и в [5], порядок их разрыва охарактеризуем с помощью функции $Q_s(x) = |x|^{-s}$ при $0 < s < 1$ для $a_m(x)$ и при $0 < s < 2$ для $a_0(x)$, $Q_s(x) = 1$ при $|x| > 1$ и при любом положительном s , $Q_s(x) = 0$ при $s < 0$ и $x \in R^n$. Предположим, что форма старших членов выражения L является равномерно эллиптической, область D удовлетворяет внешнему условию конуса (определение см. в [6]), коэффициенты $a_{ij}(x)$, $a_m(x)$ и $a_0(x)$ определены во всем пространстве R^n и удовлетворяют условиям 1–6 из [7].

Пусть $G(x, \xi, t)$ —функция Грина соответствующей параболической смешанной задачи

$$b(x) \frac{\partial u}{\partial t} = -Lu \text{ в } D, \quad (3)$$

$$u|_{\Gamma} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +0} u(x, t) = f(x) \in L_2(D). \quad (4)$$

Известно, что $G(x, \xi, t)$ представляется в виде

$$G(x, \xi, t) = G_0(x, \xi, t) - g(x, \xi, t), \quad (5)$$

где $G_0(x, \xi, t)$ —фундаментальное решение уравнения (3) в слое $R^n \times [0, T]$, которое находится по методу работы [4], а функция $g(x, \xi, t)$ ищется в виде потенциала простого слоя с ядром $G_0(x, \xi, t)$ по методу [5, 7] и

$$\begin{aligned} G_0(x, \xi, t) = & \frac{[det(a^{ij}(\xi))]^{\frac{1}{2}}}{Vb(\xi)[2V\pi t]^n} \exp \left\{ - \frac{\sum_{i,j=1}^n a^{ij}(\xi) b^{-1}(\xi)(x_i - \xi_i)(x_j - \xi_j) - 4t a_0(\xi)}{4t} \right\} + \\ & + \frac{0(1)}{e^{\frac{n}{2}} - 1} \exp \left\{ c_1 t a_0(\xi) - \frac{c_2 |x - \xi|^2}{t} \right\} + 0(1) \frac{\exp \left\{ - \frac{c_3 |x - \xi|^2}{t} \right\}}{a_0^1(\xi)}, \quad (6) \end{aligned}$$

$$g(x, \xi, t) = \frac{0(1)}{t^{\frac{n}{2}}} \exp \left\{ - \frac{c_4(|x - \xi|^2 + \rho^2(\xi, \Gamma))}{t} \right\}, \quad (7)$$

где $a^{ij}(\xi)$ —элементы обратной матрицы к $a_{ij}(\xi)$; $\rho(\xi, \Gamma)$ —расстояние от точки $\xi \in D$ до границы Γ , $t > 0$, $c_1 > 0$.

Из соотношений (5)–(7) следует, что ядро $K(x, y, \lambda)$ резольвенты оператора L задает ограниченный оператор и его можно найти по формуле

$$K(x, y, \lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} G(x, y, t) dt. \quad (8)$$

Отсюда непосредственно следует (см. [7])

Теорема 1. Пусть выполняются условия

$$|a_0(x) - a_0(y)| \leq Ba_0^\alpha(y)|x - y| \text{ при } |x - y| \leq 1, \alpha < \frac{3}{2}, B > 0;$$

$$a_0(x) < B \exp \{b_1|x - y|a_0(y)\} \text{ при } |x - y| > 1, b_1 > 0;$$

$$a_0(x) < Ba_0(y) \text{ при } |x - y| \leq 1;$$

$$\int_D a_0^{-1}(x) dx < +\infty \text{ при некотором } l > 0, a_{ij}(x) \in C^2(D).$$

Тогда спектр оператора L задачи (1)–(2) лежит внутри параболы $|\eta| < c_5 \xi^\beta$, где $\beta < 1$, $c_5 > 0$ и $\xi + i\eta = \lambda$.

Теорема 2. При условиях теоремы 1 верна асимптотическая формула

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda + \lambda_m)^\mu} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda + \xi_m)^\mu} + 0(1)g(\lambda), \lambda \rightarrow \infty,$$

где $\lambda_m = \xi_m + i\eta_m$ —собственные значения оператора L , $\mu > 0$, а функция $g(\lambda)$ определяется, как в работе [7].

Теорема 3. Пусть $a_0(x) > c(|x| + |x|^\alpha)$ при некотором $\alpha > 0$.

Тогда система собственных и присоединенных функций первой краевой задачи для оператора L с коэффициентами удовлетворяющих условий теоремы 1 полны в $L_2(D)$.

Наметим коротко доказательства теоремы 3.

Полагая L_0 , L_1 -операторы соответствующими первому и второму слагаемому в уравнении (1), очевидным образом находим, что собственные значения и собственные функции краевой задачи (1)–(2) соответственно совпадают с собственными значениями и собственными функциями линейного пучка:

$$u + L_1(L_0 + a_0)^{-1} u = \lambda (L_0 + a_0)^{-1} bu.$$

Если покажем, что оператор $L_1(L_0 + a_0)^{-1}$ вполне непрерывен, а некоторая степень симметрического оператора $(L_0 + a_0)^{-1} b$ является оператором Гильберта–Шмидта, то, в силу теоремы М. В. Келдыша [1] будет следовать полнота собственных и присоединенных функций краевой задачи (1)–(2). Методом А. Г. Костюченко [4] доказывается, что для достаточно малых $\epsilon > 0$, $j = 0, 1$,

$$\left| \frac{\partial^j}{\partial x_m^j} K(x, y, 0) \right| \leq \frac{\exp \{-c_6 |x - y|\}}{a_0^{1-\epsilon}(y) |x - y|^{n-\epsilon}}. \quad (9)$$

Отсюда следует, что достаточно высокая итерация ядра $K(x, y, 0)$ будет ядром Гильберта–Шмидта.

При $x \in D$, $|x| < 1$ и (8)–(9) следует оценка

$$\begin{aligned} |L_1(L_0 + a_0)^{-1}| &= \left| \sum_{m=1}^n a_m(x) \frac{\partial}{\partial x_m} K(x, y, 0) \right| \leq \\ &\leq c \sum_{m=1}^n |a_m(x)| \frac{\exp \{-c_6 |x - y|\}}{a_0^{1-\epsilon}(y) |x - y|^{n-\epsilon}} < c \frac{O_s(x) \exp \{-c_6 |x - y|\}}{a_0^{1-\epsilon}(y) |x - y|^{n-\epsilon}}, \end{aligned} \quad (10)$$

а при $x \in D$, $|x| \geq 1$ имеем оценку типа (9).

Из оценки (10) следует, что при $s < 1$ оператор $L_1(L_0 + a_0)^{-1}$ является вполне непрерывным, что доказывает справедливость теоремы 3.

Обобщение. Близким методом рассматриваются несамосопряженные эллиптические операторы порядка $2m$ с нормальными краевыми условиями на границе неограниченной области. Полученные результаты будут подробно изложены в виде отдельной статьи.

В заключение автор благодарит проф. М. Г. Гасымова за полезное обсуждение статьи и ценные советы.

Литература

1. Келдыш М. В. ДАН СССР, 77, 1951, № 1.
2. Пономарев С. М. Дифференциальные уравнения, 10, 1974, № 12.
3. Mizohata S. Proc. Japan Acad., 41, 1965, № 2.
4. Костюченко А. Г. Четвертая летняя математическая школа. Киев, Изд-во "Наукова думка", 1968.
5. Матийчук М. И. Дифференциальные уравнения, 10, 1974, № 8.
6. Фридман А. Уравнения с частными производными параболического типа. М., Изд-во "Мир", 1968.
7. Асланов Г. И., Баимов Ш. К. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук, 1974, № 6.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 30. IV 1975

Ш. К. Баимов

ГЕЙРИ-МЭҮДҮД ОБЛАСТДА ӨЗ-ӨЗҮНЭ ГОШМА ОЛМАЈАН ЕЛЛИПТИК
ОПЕРАТОР ҮЧҮН БИРИНЧИ СЭРНЭД МЭСЭЛЭСИННИН МЭХСУСИ
ЭДЭД ВЭ МЭХСУСИ ФУНКSIJALARЫНЫН ХАССЭЛЭРИ

Мэгдалэд биринчи сэрнэд мэсэлэснэ үзүүн мэхсуси вэ гошулмуш функцияларын тамлығы исbat едилмиш, мэхсуси эдэллэри хассэлэри өјрэнүүлүшдир.

Sh. K. Baimov

PROPERTIES OF EIGENVALUES AND EIGENFUNCTIONS OF FIRST BOUNDARY PROBLEMS OF NON SELF-ADJOINT ELLIPTIC OPERATORS IN AN UNBOUNDED DOMAIN

Boundary value problems for elliptic non self-adjoint operators considered in an unbounded domain. Proved theorem of completeness system of eigenfunctions and obtained the asymptotic properties of eigenvalues.

ДК 5 17.948

МАТЕМАТИКА

Р. М. АЛИЕВ

О НЕКОТОРЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВАХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И. Гусейновым)

В работе доказывается ряд теорем об интегральных неравенствах, имеющих широкое применение в качественном исследовании задач теории дифференциального-функциональных и интегро-функциональных уравнений.

Теорема 1. Пусть $u(t) \geq 0$ —непрерывная функция, удовлетворяющая при $t \geq t_0$ условию

$$u(t) \leq \delta + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) \Phi_k(u(s)) ds + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t g_k(s) F_k(u(s)) ds, \quad (1.1)$$

где $\delta > 0$ —постоянная; $f_k(t) \geq 0$, $g_k(t) \geq 0$ —непрерывные функции; $\varphi_k(t)$ —непрерывно дифференцируемая функция, причем $\varphi_k(t) > 0$, $t_0 \leq \varphi_k(t) \leq t$; $\Phi_k(u) > 0$, $F_k(u) > 0$ —непрерывные неубывающие функции для $0 < u < u \leq \infty$.

Пусть

$$\psi(u) = \int_{\delta}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^n [\Phi_k(u_1) + F_k(u_1)]}. \quad (1.2)$$

Тогда имеет место неравенство

$$u(t) \leq \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) ds + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t g_k(s) ds \right]. \quad (1.3)$$

Здесь $\psi^{-1}(u)$ функция, обратная к $\psi(u)$.

Доказательство. Обозначив правую часть (1.1) через $\delta(t)$ и учитывая (1.2), получим

$$\psi(\delta(t)) \leq \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) ds + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t g_k(s) ds.$$

Отсюда следует (1.3).

Теорема 2. Пусть $u(t) \geq 0$ —непрерывная функция, удовлетворяющая при $t \geq t_0$ условию

$$u(t) \leq \delta + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) \Phi_k(u(s)) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) F_k(u(s)) ds, \quad (2.1)$$

$\delta > 0$ —постоянная; $f_k(t) \geq 0$, $g_k(t) \geq 0$ —непрерывные функции; $\varphi_k(t)$ —непрерывно дифференцируемая функция, причем $\varphi_k(t) > 0$, $t_0 \leq \varphi_k(t) \leq t$; $\Phi_k(u) > 0$, $F_k(u) > 0$ —непрерывные неубывающие при $0 < u < u < \infty$ функции.

Пусть

$$\psi(u) = \int_{\delta}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(u_1)}, \quad J(u) = \int_{\delta}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^n F_k[\psi^{-1}(u)]}. \quad (2.2)$$

Тогда имеет место неравенство

$$u(t) \leq \psi^{-1} \left\{ J^{-1} \left[\frac{1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(\delta)} \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_{t_0}^t \frac{\sum_{k=1}^n f_k(s)}{\sum_{k=1}^n F_k \left\{ \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^s f_k(\tau) d\tau \right] \right\}} ds \right] \right\}. \quad (2.3)$$

Здесь $\psi^{-1}(u)$, $J^{-1}(u)$ —функции, обратные к $\psi(u)$ и $J(u)$ соответственно.

Доказательство. Обозначив правую часть (2.1) через $\sigma(t)$, получим

$$u(t) \leq \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) ds + \frac{1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(s)} \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) F_k(u(s)) ds \right]. \quad (2.4)$$

Заменив выражение в квадратной скобке в (2.4) $W(t)$ и учитывая (2.2), имеем

$$W(t) \leq J^{-1} \left[\frac{1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(\delta)} \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds + \right. \\ \left. + \int_{t_0}^t \frac{\sum_{k=1}^n f_k(s)}{\sum_{k=1}^n F_k \left\{ \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^s f_k(\tau) d\tau \right] \right\}} ds \right]. \quad (2.5)$$

Из (2.4) и (2.5) следует (2.3).

Теорема 3. Пусть $u(t) \geq 0$ —непрерывная функция, удовлетворяющая при $t \geq t_0$ условию

$$u(t) \leq \delta + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) \Phi_k(u(s)) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) F_k(u(s)) ds, \quad (3.1)$$

где $\delta > 0$ —постоянная; $f_k(t) > 0$, $g_k(t) > 0$ —непрерывные функции; $\varphi_k(t)$ —непрерывно дифференцируемая функция, причем $\varphi_k(t) > 0$, $\varphi_k(t) \leq t$. $\Phi_k(u) \geq 0$, $F_k(u) > 0$ —непрерывные невозрастающие функции для $0 < u < \bar{u} \leq \infty$.

Пусть

$$\psi(u) = \int_{\delta}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(u_1)}, \quad J(u) = \int_{\delta}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^n F_k(u_1)} \quad (3.2)$$

Тогда, если $F_i(u) \leq \sum_{k=1}^n [\Phi_k^*(u)]$, ($i = \overline{1, n}$), то имеет место оценка

$$u(t) \leq \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds \right]. \quad (3.3)$$

а если $\Phi_i(u) \leq \sum_{k=1}^n F_k(u)$, ($i = \overline{1, n}$),

$$u(t) \leq J^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds \right]. \quad (3.4)$$

Здесь $\psi^{-1}(u)$ и $J^{-1}(u)$ —функции, обратные к $\psi(u)$ и $J(u)$ соответственно.

Доказательство. Докажем (3.3).

Пусть $\sigma(t)$ —решение уравнения

$$\sigma(t) = \delta + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) \Phi_k(\sigma(s)) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) F_k(\sigma(s)) ds. \quad (3.5)$$

Учитывая (3.2), нетрудно доказать, что для решения уравнения (3.5) имеет место оценка

$$\sigma(t) \leq \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds \right]. \quad (3.6)$$

Из (3.1) и (3.5) получим, что $u(t) \leq \sigma(t)$. Отсюда следует (3.3). Неравенство (3.4) доказывается аналогичным образом.

Теорема 4. Пусть $u(t) \geq 0$ —непрерывная функция, удовлетворяющая при $t \geq t_0$ условию

$$u(t) \leq \delta + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) \Phi_k(u(s)) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) F_k(u(s)) ds, \quad (4.1)$$

где $\delta > 0$ —постоянная, $f_k(t) > 0$, $g_k(t) > 0$ —непрерывные функции; $\varphi_k(t)$ —непрерывно дифференцируемая функция, причем $\varphi_k(t) > 0$, $t_0 \leq \varphi_k(t) \leq t$. $\Phi_k(u) > 0$ —непрерывная неубывающая, а $F_k(u) > 0$ —непрерывная невозрастающая функция для $0 < u < \bar{u} < \infty$.

Пусть

$$\psi(u) = \int_{\delta}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(u_1)}, \quad J_k(u) = \int_0^u \frac{du_1}{F_k[\psi^{-1}(u_1)]}, \quad (k = \overline{1, n}), \quad (4.2)$$

Тогда имеет место оценка

$$u(t) \leq \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) ds + \frac{1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(\delta)} \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) F_k \times \right. \\ \left. \times \left\{ \psi^{-1} \left[J_k^{-1} \left(\frac{1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(\delta)} \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(\tau) d\tau + \int_{t_0}^t \frac{\sum_{k=1}^n f_k(\tau) d\tau}{F_k \left[\psi^{-1} \left(\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^{\varphi_k(s_1)} f_k(s_1) ds_1 \right) \right]} \right) \right] \right\} \right]. \quad (4.3)$$

Здесь $\psi^{-1}(u)$ и $J_k^{-1}(u)$ —функции, обратные к $\psi(u)$ и $J_k(u)$ соответственно.

Доказательство. Обозначив правую часть (4.1) через $\sigma(t)$ и учитывая (4.2), получим

$$u(t) \leq \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) ds + \frac{1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(\delta)} \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} F_k(u(s)) ds \right]. \quad (4.4)$$

При замене выражения в квадратной скобке на $W(t)$

$$F_k[\psi^{-1}(W)] \leq F_k \left[\psi^{-1} \left\{ J_k^{-1} \left(\frac{1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(\delta)} \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \int_{t_0}^t \frac{\sum_{k=1}^n f_k(s)}{F_k \left[\psi^{-1} \left(\sum_{k=1}^n \int_{t_0}^{\varphi_k(s_1)} f_k(s_1) ds_1 \right) \right]} ds \right) \right\} \right]. \quad (4.5)$$

Из (4.4) и (4.5) следует (4.3).

Теорема 5. Пусть $u(t) \geq 0$ —непрерывная функция, удовлетворяющая для любых значений τ , $t \in [t_0, \infty)$ условию

$$u(t) \leq u(\tau) + \sum_{k=1}^n \int_{\tau}^t |f_k(s) \Phi_k(u(s))| ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(\tau)}^{\varphi_k(t)} |g_k(s) F_k(u(s))| ds. \quad (5.1)$$

Здесь $f_k(t) \geq 0$, $g_k(t) \geq 0$ —непрерывные функции, $\varphi_k(t)$ —непрерывно дифференцируемая функция, причем $t_0 \leq \varphi_k(t) \leq t$, $\varphi_k(t) > 0$, $\Phi_k(u) > 0$, $F_k(u) > 0$ —непрерывные неубывающие функции для $0 < u < \bar{u} < \infty$.

Пусть

$$\psi(u) = \int_{t_0}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^n [\Phi_k(u_1) + F_k(u_1)]}. \quad (5.2)$$

Тогда имеет место двусторонняя оценка

$$\psi^{-1} \left\{ - \sum_{k=1}^n \left[\int_{t_0}^t f_k(s) ds + \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds \right] \right\} \leq u(t) \leq \psi^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^n \left[\int_{t_0}^t f_k(s) ds + \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds \right] \right\}. \quad (5.3)$$

Здесь $\psi^{-1}(u)$ — функция, обратная $\psi(u)$.

Доказательство. Из (5.1) при $t \geq \tau$

$$u(t) \leq u(\tau) + \sum_{k=1}^n \int_{\tau}^t f_k(s) \Phi_k(u(s)) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(\tau)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) F_k(u(s)) ds.$$

Обозначив правую часть этого неравенства через $\sigma(t)$ и учитывая (5.2), при $\tau = t_0$ получим

$$\psi[u(t)] \leq \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds. \quad (5.4)$$

Пусть теперь $t < \tau$. Тогда из (5.1) имеем

$$u(t) \leq u(\tau) + \sum_{k=1}^n \int_t^{\tau} f_k(s) \Phi(u(s)) ds + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t)}^{\varphi_k(\tau)} g_k(s) F_k(u(s)) ds.$$

Обозначив правую часть этого неравенства через $W(t)$ и принимая во внимание (5.2), при $\tau = t_0$ придем к

$$\psi(u(t)) \geq - \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t f_k(s) ds - \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} g_k(s) ds. \quad (5.5)$$

Из (5.4) и (5.5) следует (5.3).

Теорема 6. Пусть $u(t) \geq 0$ — непрерывная функция, удовлетворяющая при $t > t_0$ условию

$$u(t) \leq \delta + \sum_{k=1}^r \int_{\varphi_k(t)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) u^{m_k}(s) ds + \sum_{k=1}^r \int_{t_0}^t g_k(s) u^{n_k}(s) ds, \quad (6.1)$$

где $\delta > 0$, $m_k \geq 0$, $n_k \geq 0$ — постоянные; $f_k(t) \geq 0$, $g_k(t) \geq 0$ — непрерывные функции; $\varphi_k(t)$ — непрерывно дифференцируемая функция, причем $t_0 < t < t_0$, $\varphi_k(t) > 0$.

Пусть

$$\psi(u) = \int_{\delta}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^r u_1^{m_k}}, \quad J(u) = \int_{\delta}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^r u_1^{n_k}}. \quad (6.2)$$

Тогда имеют место неравенства:

если $m_k \leq 1$, $n_k \leq 1$, то

$$u(t) \leq \delta \exp \sum_{k=1}^r \left[\delta^{m_k-1} \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) ds + \delta^{n_k-1} \int_{t_0}^t g_k(s) ds \right], \quad (6.3)$$

если $n_i \leq m_k$, ($i, k = \overline{1, r}$), то

$$u(t) \leq \psi^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^r \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) ds + \sum_{k=1}^r \left[\sum_{j=1}^r \delta^{m_j-n_k} \right]^{-1} \int_{t_0}^t g_k(s) ds \right\}, \quad (6.4)$$

если $m_i \leq n_k$, ($i, k = \overline{1, r}$), то

$$u(t) \leq J^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^r \left[\sum_{j=1}^r \delta^{n_j-m_k} \right]^{-1} \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) ds + \sum_{k=1}^r \int_{t_0}^t g_k(s) ds \right\}, \quad (6.5)$$

если $n_k \leq m_k$, то

$$u(t) \leq \psi^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^r \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) ds + \sum_{k=1}^r \delta^{n_k-m_k} \int_{t_0}^t f_k(s) ds \right\}, \quad (6.6)$$

если $m_k \leq n_k$, то

$$u(t) \leq J^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^r \delta^{m_k-n_k} \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) ds + \sum_{k=1}^r \int_{t_0}^t g_k(s) ds \right\}. \quad (6.7)$$

Здесь $\psi^{-1}(u)$, $J^{-1}(u)$ — обратные функции к $\psi(u)$ и $J(u)$ соответственно.

Доказательство. Докажем (6.3). Обозначив правую часть через $\sigma(t)$, получим

$$\sigma'(t) \leq \sigma(t) \left[\sum_{k=1}^r \delta^{m_k-1} f_k(\varphi_k(t)) \varphi'_k(t) + \sum_{k=1}^r \sigma^{n_k-1} g_k(t) \right].$$

Отсюда следует (6.3).

Теперь докажем (6.4). Представив правую часть (6.1) в виде $\sigma(t)$ и учитывая (6.2), имеем

$$\psi'(\sigma t) \leq \sum_{k=1}^r f_k(\varphi_k(t)) \varphi'_k(t) + \sum_{k=1}^r \left[\sum_{j=1}^r \delta^{m_j-n_k} \right]^{-1} g_k(t).$$

Интегрируя это неравенство от t_0 до t , получим (6.4). Неравенства (6.5)–(6.7) доказываются аналогичным образом.

Теорема 7. Пусть $u(t) \geq 0$ — непрерывная функция, удовлетворяющая при $t \geq t_0$ условию

$$u(t) \leq \delta + \sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) \Phi_k(u(s)) ds + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t g_k(s) F_k(u(s)) ds, \quad (7.1)$$

где $\delta > 0$ — постоянная; $f_k(t) \geq 0$, $g_k(t) \geq 0$ — непрерывные функции; $\varphi_k(t)$ — непрерывно дифференцируемая функция, причем $t_0 \leq \varphi_k(t) < t$, $\varphi_k(t) > 0$; $\Phi_k(u) > 0$ — непрерывная неубывающая функция, а $F_k(u) > 0$ — непрерывная невозрастающая функция для $0 \leq u < u \leq \infty$, причем $F_1(u) \leq \sum_{k=1}^n \Phi_k(u)$, ($i = \overline{1, n}$).

Пусть

$$\psi(u) = \int_{\delta}^u \frac{du_1}{\sum_{k=1}^n \Phi_k(u)}. \quad (7.2)$$

Тогда имеет место оценка

$$u(t) \leq \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) ds + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t g_k(s) ds \right]. \quad (7.3)$$

Здесь $\psi^{-1}(u)$ — функция, обратная к $\psi(u)$.

Доказательство. Обозначив правую часть (7.1) через $\sigma(t)$, получим

$$\sigma'(t) \leq \left[\sum_{k=1}^n f_k(\varphi_k(t)) \varphi'_k(t) + \sum_{k=1}^n g_k(t) \right] \sum_{k=1}^n \Phi_k(\sigma(t)).$$

Отсюда, учитывая (7.2), имеем

$$\sigma(t) \leq \psi^{-1} \left[\sum_{k=1}^n \int_{\varphi_k(t_0)}^{\varphi_k(t)} f_k(s) ds + \sum_{k=1}^n \int_{t_0}^t g_k(s) ds \right].$$

Из последнего неравенства следует (7.3).

Литература

1. Алиев Р. М., Новрузов Г. Д. „ДАН Азерб. ССР“. 1969, № 6, 2. Барашин Е. А. Введение в теорию устойчивости. М.: Изд-во „Наука“, 1967. 3. Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. М.: Изд-во иностр. лит., 1954. 4. Филатов А. Н., Шарова Л. В. Интегральные неравенства и теория нелинейных колебаний. М.: Изд-во „Наука“, 1976.

Институт математики и механики

Поступило 31. V 1976

Р. М. Элиев

БЭ'ЗИ ИНТЕГРАЛ БЭРАБЭРСИЗЛИКЛЭР ҔАГГЫНДА

Мэглэдэ кениш тэтбиг олuna билэчэк бир сыра јени интеграл бэрабэрсизлик лэр ҕаггында теоремээр исbat едилшидир. Алымыш нэтичэлэр 1—7 теоремлэри илэхэдэ олунмушдур.

R. M. Aliev

ON SOME INTEGRAL INEQUALITIES

In the paper it is proved the new integral inequalities.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЯСЫНЫН МЭРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXII ЧИЛД

№ 9

1976

УДК 621.315.592

ФИЗИКА

Т. М. ГАСЫМОВ

ВЗАИМОЕ УВЛЕЧЕНИЕ РАЗОГРЕТЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА И ФОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ И ПОЛУМЕТАЛЛАХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)

В данной статье показано, что в полупроводниках и полуметаллах порог акустической неустойчивости не совпадает с порогом для черенковского излучения фона на носителе заряда. Рассмотрены полупроводники и полуметаллы — как примесные, так и собственные, находящиеся во внешних постоянном или высокочастотном электрическом E и магнитном H полях в условиях произвольного взаимного увлечения и разогрева носителей заряда и фона.

В случае полупроводников и полуметаллов с двумя типами носителей учитывалось их взаимодействие как через увлекаемые ими фоны (так называемое „косвенное взаимодействие“) [1], так и прямое [2], в случаях, когда эффективные массы электрона m^- и дырки m^+ сравнимы и когда $m^+ \gg m^-$.

В предположении, что электронам и дыркам в сильном электрическом поле можно приписать эффективные температуры T^- и T^+ , в общем случае не равные друг другу и температуре решетки T (температуры даются в энергетических единицах), найдено общее решение нестационарного кинетического уравнения для собственных фона на кристалла, взаимодействующих с носителями квазиупруго, и для фона, вводимых извне (поток фона), пригодное для любой статистики носителей заряда и произвольной степени разогрева и взаимного увлечения носителей заряда и фона:

$$N(\vec{q}, t) = \left\{ N(\vec{q}, 0) + \beta \int_0^t d\tau \tilde{N}(\vec{q}, \tau) \cdot \exp \left(\beta \left[\tau - \frac{\vec{u}(0) \vec{q}}{h \omega_q} \times \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \left. \times \frac{1}{\omega} \sin \omega \tau \right] \right] \right\} \cdot \exp \left\{ -\beta \left[t - \frac{\vec{u}(0) \vec{q}}{h \omega_q} \cdot \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right] \right\}. \quad (1)$$

В случае постоянного электрического поля ($\omega \rightarrow 0$) имеем

$$N(\vec{q}, t) = \left\{ N(\vec{q}, 0) - \frac{\tilde{N}(\vec{q}, T)}{1 - \frac{\vec{u}(0) \vec{q}}{h \omega_q}} \right\} \cdot \exp \left(-\beta \left[1 - \frac{\vec{u}(0) \vec{q}}{h \omega_q} \right] t \right) +$$

$$+ \frac{\tilde{N}(\vec{q}, \tilde{T})}{1 - \frac{\vec{u}(0)\vec{q}}{\hbar\omega_q}}. \quad (2)$$

Как видно из (1) и (2), общее решение, наряду с затухающими со временем (или $\frac{\vec{u}\cdot\vec{q}}{\hbar\omega_q} < 1$) слагаемыми, содержит и нарастающие ($\frac{\vec{u}\cdot\vec{q}}{\hbar\omega_q} > 1$). Последние описывают процессы усиления и генерации

фононов дрейфующими горячими носителями. Коэффициент усиления собственных фононов и фононов, вводимых извне, имеет вид

$$\gamma_q = \frac{\beta}{u_0} \left(\frac{\vec{u}\cdot\vec{q}}{\hbar\omega_q} - 1 \right) = \frac{\beta}{u_0} \left(\sum \frac{\beta^\pm}{\beta} \cdot \frac{\vec{v}^\pm\cdot\vec{q}}{\hbar\omega_q} - 1 \right). \quad (3)$$

Согласно (1) и (2) при $\frac{\vec{u}\cdot\vec{q}}{\hbar\omega_q} < 1$ имеется стационарное решение:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(\vec{q}, t) = N_{cr}(\vec{q}) = \tilde{N}(\vec{q}, \tilde{T}) \left(1 - \frac{\vec{u}\cdot\vec{q}}{\hbar\omega_q} \right)^{-1}, \quad (4)$$

$$\frac{\beta_p}{\beta} N(\vec{q}, T) = \sum_{\pm} \frac{\beta^\pm}{\beta} N(\vec{q}, T^\pm)$$

где $\tilde{N}(\vec{q}, \tilde{T}) = \frac{\beta}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\beta_d}{\beta} \cdot \frac{u_0}{u} \cdot \ln \left| \frac{1 + \frac{u}{u_0}}{1 - \frac{u}{u_0}} \right|}$.

Здесь $\vec{u} = \sum_{\pm} \frac{\beta^\pm}{\beta} \vec{v}^\pm$ — средняя дрейфовая, а $u_0 = \frac{\hbar\omega(2p)}{2p}$ — фазовая скорость фононов, β^\pm , β_p , β_d и β — частоты столкновений фононов с электронами (-), дырками (+), фононами (p), дефектами границами (a) и полная, $N(\vec{q}, T)$ и $N(\vec{q}, T^\pm)$ — функции распределения Планка с температурами решетки T и носителей T^\pm ; $\tilde{T}^+ = \frac{\beta^+}{\beta^+ + \beta^-} T^+$, $\tilde{T}^- = \frac{\beta^-}{\beta^+ + \beta^-} T^-$. Для акустических фононов u_0 равно скорости звука s

$p = p = \sqrt{2m^\pm T^\pm}$ для невырожденных и $p = p_F$ (фермиевский импульс) для вырожденных носителей заряда.

Для вырожденных полупроводников и полуметаллов с одним типом носителей распределение, аналогичное (4), было получено в [3].

Как видно из (1), (2) и (4), функция распределения фонона имеет особенность. Действительно, при $u \rightarrow u_0$ $N(\vec{q}) \rightarrow \infty$, т. е. наступает акустическая неустойчивость и начинается генерация (усиление фононов носителями заряда в полупроводниках и полуметаллах). зависимости от величины частоты фонон-фононных столкновений β_p (решеточное затухание) дрейфовая скорость носителей при это

может превышать скорость u_0 (s — для акустических фононов). Если $\beta_p/\beta^\pm \gg 1$, то при $v^\pm \gg u_0$ $u \ll u_0$. Только при $\beta_p/\beta^\pm \rightarrow 0$ $u = v^\pm \rightarrow u_0$ (т. е. только при условиях $\beta^\pm = \beta$ порог черенковского излучения совпадает с порогом генерации фононов носителями заряда).

Таким образом, показано, что вопреки установленному мнению, система взаимодействующих между собой фононов полупроводника и полуметалла из-за перераспределения полученной от носителей энергии и дрейфовой скорости между различными частотами (решеточное затухание) может находиться в стационарных условиях, когда $v^\pm > u_0$.

Этот вывод может объяснить следующие экспериментальные факты:

а) известно, что в полупроводниках разогрев носителей начинается со значений электрического поля, найденных из условия $v^\pm = u_0$ и если начало акустической неустойчивости также совпадает с этим условием, то невозможно было бы получить стационарные разогревы носителей заряда в этих материалах. В действительности в экспериментах стационарный разогрев носителей в полупроводниках наблюдается начиная от гелиевых и до комнатных температур решетки;

б) в полупроводниках с деформационным взаимодействием носителей и фононов в области электрических полей, в которых v^\pm задано больше u_0 при 78°C , никто не наблюдал каких-либо особенностей на вольт-амперных характеристиках при критической дрейфовой скорости носителей заряда $v^\pm = u_0$ [4]. Это связано с тем, что при 78°C $\beta^\pm/\beta \ll 1$, и поэтому $u < u_0$ даже при $v^\pm \gg u_0$.

С помощью (4) найдены и проанализированы вольт-амперные характеристики полупроводников и полуметаллов. Показано, что в примесных полупроводниках и полуметаллах, а также в собственных при $m^+ \gg m^-$ и $H=0$ (или $\vec{E} \parallel \vec{H}$) средняя дрейфовая скорость носителя заряда

$$v(\langle \epsilon \rangle) = \frac{e \vec{E}}{m v_t(\langle \epsilon \rangle)} \left\{ \frac{v_d(\langle \epsilon \rangle)}{v_t(\langle \epsilon \rangle)} + \frac{\beta_{fd}}{\beta} \right\}^{-1} \cdot 2 \frac{1}{u_0^2} \left(\frac{1}{2} \frac{u_0}{u} \ln \left| \frac{1 + \frac{u}{u_0}}{1 - \frac{u}{u_0}} \right| - 1 \right). \quad (5)$$

Как видно из этой формулы, вдали от акустической неустойчивости ($u^2 \ll u_0^2$) при $u - v < u_0$ ток растет вместе с $u(E)$, приближаясь к насыщению. В безразогревном случае в этой точке происходит переход от прямолинейной ВАХ с наклоном $\sigma_{fd} = \frac{ne^2}{m v_{ef}(T)}$ к

прямой линии с наклоном $\sigma_{fa} = \frac{ne^2}{M(T) \beta_{fd}}$ (если $\beta_{fd}/\beta \gg v_d/v_t^\pm$) или с $\sigma_a = ne^2/m v_d(T)$ (если $\beta_{fd}/\beta \ll v_d/v_t^\pm$). Здесь $M(T)$ — масса связанный взаимным увеличением системы носитель-фонон. В области умеренных дрейфовых скоростей носителей, когда нарушается $u \ll u_0^2$ (в этом случае $\ln(\dots)$ нельзя разложить), с ростом $u(E)$ ток падает $\sim u^{-2}$, а при дрейфовых скоростях $u \rightarrow u_0$ ток резко падает, стремясь к нулю, так как $\ln \left| \left(1 + \frac{u}{u_0} \right) \right| \left| \left(1 - \frac{u}{u_0} \right) \right| \rightarrow \infty$.

Резюмируя, можно сказать, что ток в условиях взаимного увлечения должен иметь два излома. Первый появляется при $v^+ \approx u < u_0$ (ток резко растет), а второй в полях, соответствующих $u = u_0$, и связан с переходом в режим генерации и усиления фононов; в этом случае величина тока резко уменьшается, стремясь к нулю.

При наличии классически сильного (неквантующего) магнитного поля $\alpha = \pi/2$ картина меняется, сперва ток проводимости резко падает ($u \rightarrow v^+ < u_0$), а затем возрастает ($u \approx u_0$).

В собственных полупроводниках и полуметаллах с косвенным взаимодействием электронов и дырок ($m^+ \approx m^-$) в магнитном поле дрейфовая скорость фононов с ростом электрического поля сперва растет, а затем уменьшается. Максимальное значение дрейфовой скорости акустических фононов достигается при некотором значении магнитного поля и растет вместе с ней.

Итак, установлено, что критическое значение электрического поля, при котором начинается генерация фононов, через отношение β^+/ β^- зависит от температуры и от магнитного поля. Этот вывод объясняет полученную в экспериментах (на висмуте [5]) зависимость критического значения электрического поля, соответствующего переходу в режим генерации фононов, от температуры решетки и от магнитного поля.

Литература

- Гуревич Л. Э., Коренблит И. Я. Физ. твердого тела. 6, 1961, 856.
- Гасымов Т. М., Катанов А. А. Phys. Stat. Sol. (b), 1974, 557. 3. Чусикова В. А. Физ. твердого тела. 7, 1965, 2479. 4. Конуэлл Э. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. М., Изд-во "Мир", 1970. 5. Бондарев Ю. А., Валеев Р. Г., Онокиенко Р. П. Физ. низких температур. 1, 1975, 247.

Институт физики

Поступило 30. VI 1976

Т. М. Гасымов

ЖАРЫМКЕЧИРИЧИЛЭРДЭ ВЭ ЖАРЫММЕТАЛЛАРДА ГЫЗДЫРЫЛМЫШ ЖҮК ДАШЫЛЫЧЫЛАРЫНЫН ВЭ ФОНОНЛАРЫН ГАРШЫЛЫГЛЫ СӨВГҮ

Харичи сабит \vec{H} магнит вэ күчлү дэйшишэн \vec{E} электрик саңэлэриндэ ярлэшэн жарымкечиричилэрдэ вэ жарымметалларда жүк дашилычылары илэ квазиеластик гарышылыгы төсирдэ олан кристаллын өз фононларынын вэ харичдэн дахил едилмиш фононларын (фонон сели) гејри-стационар кинетик тәннилийнин, ихтијари статистика вэ жүк дашилычылары вэ фононларын ихтијари дәрәчэдэ гыздырылмасы вэ гарышылыгы сөвгү нальында, умуми һәлл тапталмышыр. Бу һәлл сөнәи һәддләрә јанаши заман кечдикчә сонсуз артан топлананлара да маликдир ки, бу сонунчулар да фононларын күчләндирilmәсі вэ кенерасијасыасы просессләрини тәсвир едир. Фононларын күчләндирмә эмсалы мүәжжән едилмишидир.

Жарымкечиричилэрдэ вэ жарымметалларда акустик дајаныгсызылыгын башландырыш, фононларын жүк дашилычылары тәрәфиндән Черенков шуаландырылмасынын башландырыш саңа илэ үст-үстэ дүшмүр.

T. M. Gasymov;

THE LOWFREQUENCY CYCLOTRON RESONANCE DUE TO THE MUTUAL DRAG OF THE CHARGE CARRIERS AND PHONONS

It has been shown that the lowfrequency cyclotron resonance from the bounded system of "hole-phonon" occurs in pure semimetals and semiconductors under the condition of the mutual drag of the charge carriers and phonons.

The specific conditions for the observation of the cyclotron resonance from the bounded system of the electron-phonon in semiconductors have been found.

К. А. РУСТАМОВ

ПРАВИЛА ОТБОРА ДЛЯ НЕЙТРОННОГО РАССЕЯНИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)

В задачах с подобным заглавием исследуется следующее: известны энергия и импульс нейтронов, падающих на твердое тело и рассеянных им, необходимо определить, на каких упругих возбуждениях могло произойти каждое конкретное, характеризуемое передаваемыми энергией и импульсом рассеяние.

В работах [1,2] подобная задача сведена к отысканию нулей эффективного сечения для неупругого рассеяния нейтронов на псевдопотенциале типа Ферми, аналитический вид которого известен из [3]. Другой подход к задаче предложен в [4]—исследуются нули матричного элемента соответствующего перехода, где фононные состояния задаются в виде разложения по базисным функциям неприводимых представлений группы симметрии кристалла. Понятно, что при этом правила отбора, в случае вырождения, существенно зависят от коэффициентов разложения по соответствующему базису.

В данной статье предлагается метод, позволяющий, на наш взгляд, получить правила отбора с меньшими хлопотами.

Предполагается, что известны энергия и импульс падающего и рассеянного нейтрона, и требуется отыскать активные в данном рассеянии фононы. При этом группой симметрии задачи будет $G_q \times \{t\}$, где G_q —группа волнового вектора фонона, содержащая только собственные и несобственные вращения, а $\{t\}$ —группа трансляций на вектор решетки. Начальное и конечное нейтронные состояния считаются свободными и, следовательно, описываются плоской волной.

Известно, что матричный элемент типа $\langle f | V | i \rangle$ тогда и только тогда отличен от нуля, когда произведение представлений, по которым преобразуются $\langle f |, V$ и $| i \rangle$, содержит единичное представление.

Предположим, что нейtron с волновым вектором k падает на кристалл и рассеивается с волновым вектором k' . Какова активность фононов с волновым вектором q при рассеянии данного нейтрона? Под действием операций из группы G_q $G_q \{t\} \langle f |, V$ и $| i \rangle$ преобразуются по представлениям, имеющим характер

$$\chi^k(g) = \sum_j \chi^{k_j}(g) e^{ik_j t}; \quad \chi^q(g) e^{-iqt}; \quad \chi^{k'}(g) = \sum_i \chi_i^{k'}(g) e^{-ik'_i t},$$

где t —вектор трансляции, а $\{\kappa'\}$ и $\{\kappa\}$ —множества независимых векторов, которые получаются действием на векторы κ' и κ операциями из группы G_q и могут называться звездами соответствующих векторов.

Тогда вопрос о правилах отбора сводится к вычислению

$$N_q^{\kappa} = \frac{1}{h_q} \sum_{g \in G_q} \chi^{*\kappa}(g) \chi^{\kappa'}(g) \chi^q(g) \delta_{\kappa_j - \kappa'_j, q}, \quad (1)$$

Видно, что суммирование по i, j ограничивается суммированием по всем тройкам векторов κ_j, κ_i и q , удовлетворяющих условию

$$\kappa_j - \kappa'_j - q = 0. \quad (2)$$

Предположим, что известна одна такая тройка:

$$\kappa - \kappa' - q = 0. \quad (3)$$

Тогда все остальные тройки, удовлетворяющие условию (2), получаются из (3) действием операций из группы G_q . Наличие дополнительных троек подобных векторов является случайностью и приводит к дополнительным, совершенно аналогичным членам в сумме, которые мы не рассматриваем в силу простоты их введения в общую схему. В этом случае формула (1) может быть переписана в виде

$$N_q^{\kappa} = \frac{1}{h_0 h_q} \sum_{\kappa} \sum_{\kappa'} \chi^{*\kappa}(g') \chi^{\kappa'}(g') \chi^q(g'). \quad (4)$$

Здесь h_0 —кратность появления одного соотношения типа (2) под действием всех $g \in G_q$. Далее,

$$\begin{aligned} N_q^{\kappa} &= \frac{1}{h_0 h_q} \sum_g \sum_{\kappa'} \chi^{*\kappa}(g^{-1} g' g) \chi^{\kappa'}(g^{-1} g' g) \chi^q(g') = \\ &= \frac{1}{h_0} \sum_g \chi^{*\kappa}(g) \chi^{\kappa'}(g) \chi^q(g), \end{aligned} \quad (5)$$

где $g \in G_0 = G_{\kappa} \cap G_{\kappa'} \cap G_q$, а G_{κ} и $G_{\kappa'}$ —группы преобразований, входящих в G_q , которые не меняют векторы κ и κ' .

Поскольку известен явный вид функций $\langle f \rangle = e^{ikz}$ и $|i\rangle = e^{-ik'z}$, то для всех $g \in G_0$

$$\chi^{\kappa'}(g) = \chi^{\kappa}(g) = 1. \quad (6)$$

Следовательно,

$$N_q^{\kappa} = \frac{1}{h_0} \sum_{g \in G_0} \chi^q(g). \quad (7)$$

Нетрудно видеть, что правила отбора, полученные из (7), имеют простой физический смысл, а именно: они исключают из игры те фононы, вектор изоляции которых перпендикулярен к плоскости векторов κ и κ' .

В таблице представлены найденные по формуле (7) фононы, активные в рассеянии нейтронов, с определенным волновым вектором κ . Правила отбора построены для кристаллических структур с группой симметрии O_h^7 и T_d^2 .

Как видно, в схеме не учтена инвариантность относительно инверсии времени, которая может быть включена в рассмотрение проведением дополнительного анализа по критерию Херринга. Для групп O_h^7 и T_d^2 подобный анализ содержится почти во всех изданиях последних лет, посвященных применению теории групп в физике твердого тела, и поэтому на нем мы останавливаться не будем.

В заключение автор выражает глубокую благодарность проф. Ф. М. Гашимзаде, осуществившему, по существу, научное руководство при выполнении данной работы.

κ						
q	($\kappa 00$)	($0 \kappa 0$)	($0 0 \kappa$)	($\kappa \kappa 0$)	($\kappa 0 \kappa$)	($\kappa \kappa \kappa$)
O_h^7	(qqq)	A_1, E	Эквивалент. предыдущ. случаю	Эквивалент. предыдущ. случаю	A_1, E	Эквивалент. предыдущ. случаю
	($qq0$)	A^+, B^-	То же	A^+, B^+	A^+	A^+, A^- B^+, B^1
	($q00$)	A_1	A_1, B_2, E	Эквивалент. предыдущ. случаю	A_1, B_2, E	Эквивалент. предыдущ. случаю
	(000)	A_1^+, E^+, F_2^+ F_1^-	То же	То же	A_1^+, E_1^+, F_2^+ F_1^-, F_2^-	То же
T_d^2	(agg)	A_1, E_2	• •	• •	A_1, E	• •
	($qa0$)	A^+, A^-	• •	A^+	A^+	A^+, A^+
	($q00$)	A^+	A^+, A^- B^+, B^-	Эквивалент. предыдущ. случаю	Эквивалент. предыдущ. случаю	A^+, B^+
	(000)	A_1, E, E_2	Эквивалент. предыдущ. случаю	То же	То же	A_1, E_2

Литература

1. Elliott R. J. a. Thorpe M. F. Proc. Phys. Soc., V. 91, 1967, part 4, № 574. p. 903.
2. Devine S. a. Peckham G. J. Phys. C. Sol. St. Phys., V. 4, 1971, № 10, p. 1091.
3. Lomer W. M. a. Low G. G. In Thermal Neutron Scattering, Ed. P. A. Egelstaff. New York, Academic Press, 1965, pp. 1–52.
4. Усов О. А. и Бир Г. Л. „Физ. и техн. полупроводников“, т. 3, вып. 8, 1969, 188.

Институт физики

Поступило 30. VI 1976

К. Э. Рустэмов

НЕЙТРОН СЭПИЛМЭСИ ҮЧҮН СЕЧМЭ ГАЙДАСЫ

Мэгалэдэ кристалларда нейтрон сэпилмэси үчүн сечмэ гайдасы гурмагын јени садэ үсүү тэклиф олунмушдур. Мисал олараг симметрия группалы O_h^7 вэ T_d^2 олан гурулушлара верилмишдир.

К. А. Rustamov

SELECTION RULES FOR NEUTRON SCATTERING

The new simple method for obtaining the selection rules for neutron scattering in crystals is suggested. The structures with symmetry groups O_h^7 and T_d^2 are considered as examples.

УДК 517. 512

НЕФТЕПРОМЫСЛОВАЯ МЕХАНИКА

Э. А. БАГБАНЛЫ

О ПРИМЕНЕНИИ ЗАКОНА ДАРСИ К ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. Х. Мирзаджанза де)

Закон Дарси в обобщенном виде записывается следующим образом:

$$u_L = -\frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{dP}{dL} - g\tau \frac{dL}{dL} \right),$$

где u_L —объемная скорость потока через единицу площади поперечного сечения пористой среды в направлении L ; κ —постоянная, характеризующая только свойства пористой среды; μ —вязкость жидкости; L —расстояние по направлению движения (всегда положительно); L —ордината (положительна по направлению вниз); τ —плотность жидкости; g —ускорение силы тяжести; $\frac{dP}{dL}$ —градиент давления в направлении L ; $\frac{dL}{dL} = \sin \theta$, где θ —угол между направлением оси x , (L) и

горизонталью. В дальнейшем u_L можно выражать как \bar{q}_m : \bar{F} , где \bar{q}_m —средний текущий секундный расход фазы; \bar{F} —средняя площадь сечения пористой среды, перпендикулярная к направлению движения [10, 13].

В работе [10] отмечается, что "...эффективная или фазовая проницаемость пористой среды для данной фазы зависит от его количества и распределения в поровом пространстве. Однако исследованиями установлено, что если распределение исследуемой фазы в поровом пространстве не изменяется, фильтрацию ее можно описать законом Дарси. Большой практический интерес представляет то обстоятельство, что при одновременном существовании в поровом объеме трех фаз сумма их относительных фазовых проницаемостей ($k_n^* + k_g^* + k_w^*$) переменна и всегда меньше единицы. Ввиду большого значения этого факта и вызывающих его причин необходимо детально рассмотреть соотношения между фазовыми проницаемостями и насыщенностями двух- и трехфазных фильтрационных систем" (стр. 249).

В работе [1] указывается, что "закон Дарси в той формулировке и математическом выражении применим для пористых сред, полностью насыщенных гомогенной однофазной жидкостью. В поровом пространстве реальных нефтяных пластов обычно содержатся две и более фаз, таких как вода, нефть и газ. Чтобы описать одновременное движение двух или трех фаз в пористой среде, необходимо обобщить закон Дарси путем введения понятия эффективной проницаемости. При определении эффективной проницаемости предполагается, что каждая фаза в общем потоке совершенно не зависит от других фаз. Поскольку фазы считаются несмешивающимися, закон Дарси может быть применен отдельно для каждой фазы. Эффективная проницаемость—это проводимость пористой среды, насыщенной несколькими фазами, для одной из фаз. Это определение понятия эффективной проницаемости предполагает, что пористая среда может иметь некоторую проводимость для каждой фазы, насыщающей эту среду" (стр. 164). В [4] предлагается заменить универсальные функции насыщенности смачивающей фазой в существующей теории фильтрации несмешивающихся несжимаемых жидкостей на универсальные функции "активных" компонентов насыщенностей фазами и ввести два состояния насыщающих пористую среду фаз—активное и пассивное.

Рассмотрим метод вытеснения нефти газом из пористой среды с учетом простоты установки в осуществлении, который входит в так называемую группу динамических методов [9].

Экспериментальные исследования осуществлялись на насыпных грунтах. Фракционный состав кварцевого песка, освобожденного от глинистых частиц и органических включений, следующий: $d > 0,25$ мм, $0,25-0,1$ мм, $0,1-0,01$ мм и $d < 0,01$ мм. Из различной массы фракций составили 12 смесей песков, которые в четырех физических моделях образовали поочередно 20 пористых сред. В 8 средах вытеснение нефти газом и воды, в 12 осуществлялось вытеснение устанавливавшихся соответствующие абсолютные проводимости. Пористая среда представляет собой набитую требуемой смесью песков двухслойную насосно-компрессорную трубу длиной 2 м с приваренными на концах фланцами с крышками, приспособленными для нагнетания в модель и получения из нее нефти и газа.

Установка состояла из четырех расположенных горизонтально и смонтированных на специальном каркасе моделей. Дебит нефти измерялся во времени путем взешивания. Использованы торговые весы ВНЦ с точностью ± 5 г и докторские. Дебит газа измерялся также во времени с помощью барабанного газосчетчика (с жестким затвором) марки ГСБ-400 кл. 1, класс точности $\pm 1\%$. Пористые среды насыщались жидкостью под вакуумом (вакуум-насос марки РВН-20). Вытеснение осуществлялось под давлением 1–5 ат (абс.) манометрами завода "Манометр", а для высоких давлений—U-образным ртутным. Во время исследований температура воздуха лаборатории изменялась в пределах 17–26°C, а атмосферное давление воздуха от 751 до 772 мм рт. ст. с помощью анероида марки БААМ СКБ Гидрометеорологического приборстроения.

Полученные экспериментальные функции $V_n(\tau_n)$ (суммарный объем добывной нефти в функции от времени) и $V_g(\tau_n)$ (суммарный объем добывного газа в функции от времени) описывались корреляционными уравнениями типа $V = a\tau_n^b$, параметры которых определялись способом наименьших квадратов [6, 11]. Таким образом, для выполненных 40 режимов вытеснения нефти газом получено 80 корреляцион-

ных уравнений, причем в двадцати из них связанные вода присутствовала, в шестнадцати отсутствовала и в четырех вытеснялась газом.

Для каждого измерения определены абсолютная (ϵ), относительная (δ), среднеквадратичная (σ) погрешности [5, 11]. Как в ранних экспериментах [2, 3], так и в дальнейшем как критерий погрешности соблюдено правило З σ (трех сигм).

Для обеспечения более полных исследований использованы средние значения экспериментальных данных Л. К. Мамедова, опубликованные в [7]. При этом проведена их систематизация, составлены корреляционные уравнения того же типа для функций $V_u(\tau_u)$ и $V_r(\tau_r)$ всех 14 режимов вытеснения и определены параметры уравнений посредством наименьших квадратов. Найдены также значения ϵ , δ и σ с соблюдением правила трех сигм.

Режимы вытеснения нефти газом и автором и Л. К. Мамедовым использовались только такие, в которых соблюдается правило З σ и удовлетворяется дополнительное требование $(\delta)_{max} < 10\%$.

При определении фазовых проницаемостей для нефти и газа закон Дарси использован в традиционном виде.

Вычисления показали, что из 30 (24+6) подвергнутых анализу режимов вытеснения в 19 (14+5) условия $(k_u + k_r) < k'_r$ и $(k'_u + k'_r) < 1$ не соблюдаются. Значения фазовой проницаемости, полученные в остальных 11 режимах, по нашему мнению, не являются истинными, так как завышены в несколько раз.

ВЫВОДЫ

В идентичных условиях определение фазовых проницаемостей по закону Дарси требует уточнения.

Литература

1. Амикс Дж., Басс Д., Уайтинг Р. Физика нефтяного пласта (пер. с англ. изд. 1960 г.). М., Гостоптехиздат, 1962.
2. Багбали Э. А. Изв. АН Азерб. ССР, серия геол.-геогр. наук, 1965, № 6, 3.
3. Багбали Э. А. К вопросу определения газопроницаемости пористой среды. "Теория технологических процессов бурения и нефтедобычи". Баку, Изд-во "Элм", 1970.
4. Баренблatt Г. И., Еитов В. М. Неравновесные эффекты при фильтрации несмешивающихся жидкостей. "Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости". Новосибирск, 1972.
5. Бронштейн И. И., Семенджев К. Е. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов М., Изд-во "Наука", 1957.
6. Мазмишили А. И., Беляев Б. И. Способ наименьших квадратов. М., ГУГК, 1959.
7. Мамедов Л. К. О механизме вытеснения жидкости воздухом (газом). Баку, 8. Маскет Моррис. Физические основы технологии добычи нефти (пер. с англ. изд. 1949 г.). М.—Л.: Гостоптехиздат, 1953.
9. Пирсон С. Д. Учение о нефтяном пласте (пер. с англ. изд. 1958 г.). М., Гостоптехиздат, 1961.
10. Справочник по эксплуатации нефтяных месторождений, т. 2 (пер. с англ.). М., Изд-во "Наука", 1965.
11. Щиголев Б. М. Математическая обработка наблюдений. М., Физматгиз, 1952.
12. Эфрос Д. А. Исследование фильтрации неоднородных систем. М., Гостоптехиздат, 1963.
13. Recommended Practice for Determining Permeability of Porous Media, Division of Production, API, September, 1952, № 1, 10.

Институт проблем глубинных нефтегазовых месторождений

Поступило 3. VI 1976

Э. А. Бағбанлы

ДАРСИ ГАНУНУН ИКИФАЗАЛЫ СҮЗҮЛМЕЖЭ ТӘТБИГИ ҺАГГЫНДА

Мәгәләдә иәзәри вә експериментал тәдгигаттарын мә'лumatлары эсасында Дарси ганунун икифазалы сүзүлмәжэ тәтбиғи мәсәләсінә баһылыр. Мајенин мәсамәли мүнитдән газ иә сыйыштырма режимдеринин экසәрийїттәндә (64%) тәләб олунан шәртләр— $(k_u + k_r) < k'_r$ вә $(k'_u + k'_r) < 1$ риајэт олунур.

E. A. Bagbanly

ABOUT DARCY LAW APPLICATION TO TWO-PHASE FILTRATION

The author considers the application of the Darcy law to two-phase filtration on the base of the data of theoretical and experimental investigations. In the bulk of measurements (64%) of the investigated drives of fluid displacements from a porous media conditions $(k_u + k_r) < k'_r$ and $(k'_u + k'_r) < 1$ don't satisfy.

УДК 547.553.98.981.665.521.1592

ХИМИЯ НЕФТИ

Член-корр. Дж. И. ЗУЛЬФУГАРЛЫ, Ф. Р. БАБАЕВ, В. И. ЕРМАКОВА

**О СОСТАВЕ И СТРУКТУРЕ УГЛЕВОДОРОДОВ НЕФТЕЙ
МОРСКИХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ АЗЭРБАЙДЖАНА**

В статье приведены результаты исследования нефтий месторождений Апшеронского и Бакинского архипелагов (Нефтяные Камни, Грязевая сопка, банка Дарвина, Гюргян-море, о-в Артема, Сангачалы-море, Дуваний-море) методом инфракрасной спектрометрии. Преимущество этого метода в том, что он не требует большого количества изучаемого вещества и что это вещество в процессе анализа не разрушается.

Физико-химические характеристики исследованных нефтий приведены в ранее опубликованных работах [1–3].

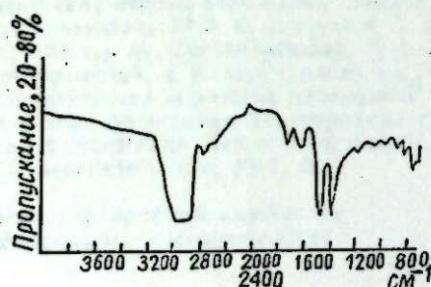
Спектры нефтий снимались на приборе UR-20 (фирма Цейса) в области 700–1900 см^{-1} (призма NaCl)—режим 64/16 и 2200–3800 см^{-1} (призма LiF)—режим 160/16 в кюветах с постоянным слоем 0,07 мм; щелевая программа 4. Оптическую плотность полосы поглощения определяли отсчетом от линии основания, а интерпретацию спектров производили по интенсивности полос поглощения при длине волны 720, 1600, 1700–1720 см^{-1} [3].

Спектры исследованных нефтий, представленные в виде кривых, лежащих в пределах пропускания 20–80%, содержат в основном одни и те же полосы поглощения, отличающиеся только степенью интенсивности поглощения (рисунок).

Поскольку изучались сырье нефти, рассматривалось главным образом поведение функциональных групп некоторых соединений, постоянно присутствующих в нефтях.

Ниже приводится описание исследованных нефтий.

Нефтий месторождения о-в Артема—парафино-нафтеновые, с высоким содержанием полициклических ароматических структур. Наличие карбонильной группы C=O свидетельствует об их окисленности (кислоты, кетоны, хиноны). Большой процент нафтеновых углеводородов. Парфиновые цепочки короткие.



Характер спектра нефтий.

Нефтий месторождения банка Дарвина содержат большое количество асфальто-смолистых компонентов, окислены. Ароматические структуры конденсированы. Парфиновые цепочки короткие. Поглощение гидроксильной группы (OH) отмечено только в спектре нефтий из скважины глубиной 919–888 м (свита ПК), которая характеризуется самым высоким удельным весом—0,9461.

Нефтий месторождения Грязевая сопка в принципе не отличаются от нефтий вышеуказанных месторождений: та же высокая ароматичность и, по-видимому, несколько большее содержание бициклических ароматических соединений. Парфиновые цепочки короткие.

В отличие от нефтий первых трех месторождений, в спектрах нефтий месторождения Гюргян-море отсутствует столь интенсивное поглощение карбонильных групп при 1720 см^{-1} . Отмечена разница и в области спектра при 700–800 см^{-1} . Значительно длиннее и парфиновые цепочки, проще ароматические структуры.

Нефтий месторождения Нефтяные Камни характеризуются более простой структурой. Среди них только три пробы отличаются заметным содержанием гидроксильных групп. Выделены как окисленные (с группой CO), так и неокисленные нефтий. Длина парфиновых цепочек, а также процент ароматики, значительную часть которой составляют бициклические углеводороды, в этих нефтиях такие же, как и в Гюргян-море.

Сопоставление нефтий месторождений Апшеронского архипелага выявляет некоторые различия между ними.

Самый сложный состав и структура углеводородов у нефтий месторождений банка Дарвина, о-в Артема и Грязевая сопка, в которых преобладают конденсирование ароматические углеводороды. В них явно прослеживаются следы окислительных процессов. Содержание метаново-нафтеновых углеводородов практически одинаковое. Парфиновые цепочки короткие. Характерное повышение нулевой линии спектров нефтий свидетельствует о росте концентрации асфальто-смолистых компонентов. Ко второму типу относятся нефтий Гюргян-моря, не подвергшиеся заметным окислительным процессам, с большой длиной парфиновых цепочек, менее сложным строением ароматических углеводородов и преобладанием метаново-нафтеновых углеводородов.

Нефтий месторождения Нефтяные Камни тождественны с таковыми Гюргян-моря (нефтий первого типа, которых очень мало).

В инфракрасных спектрах нефтий месторождения Сангачалы-море вверх по разрезу наблюдается закономерное увеличение интенсивности полос поглощения при 3400 см^{-1} , которое объясняется, возможно, обводнением нефтий при контакте с водоносными пластами. Присутствие C—O-группы кислотного и кетонного типа обнаружено только в образце нефтий из скв. 139.

Парфиновые цепочки всех изученных нефтий—средней длины. Спектры нефтий, содержащих OH-группу, сильно искажены и не позволяют судить о поведении ароматических углеводородов по разрезу и об их качественном составе.

Для спектров нефтий месторождения Дуваний-море с уменьшением глубины залегания нефтий характерно уменьшение полосы поглощения при длине волны 3400 см^{-1} , которая соответствует колебаниям OH-группы.

Сравнение спектров нефтий Дуваний-море и Сангачалы-море позволяет предположить, что влияние водоносных горизонтов сказывается на глубинах 3700–4000 м.

Доминирующую роль в нефтиях обоих месторождений играют

ароматические углеводороды с более простым составом. Длина парафиновых цепей несколько укорочена.

Состав и структура нефти месторождений Сангачалы-море и Дуванный-море указывают на то, что они являются метаново-нафтеновыми с переменным содержанием ароматических структур.

Вообще, по сырьем нефтям трудно судить о качественном составе ароматических соединений, тем более что спектр искается под влиянием сопряженных с ароматикой гидроксильных групп. В качестве самостоятельных ароматических структуры выступают лишь в низах разреза месторождения Сангачалы-море и в верхах Дуванный-море. Сопоставляя глубину залегания этих нефтей, можно заметить, что одни из них как бы продолжают другие. На глубине 3900—4200 м выделяется пачка сильнообводненных пластов.

Предварительные данные, полученные в результате изучения рассматриваемых нефтей, позволяют отнести их к нескольким типам, отличающимся друг от друга своей структурой.

В дальнейшем предполагается изучение более узких фракций нефтей на основе данных по структуре ароматических углеводородов, длине парафиновых цепочек и количеству нафтеновых углеводородов в каждой фракции.

Литература

1. Бабаев Ф. Р. Микроэлементы нефтей морских месторождений Азербайджана. Автореф. канд. дисс., Баку, 1970.
2. Бабаев Ф. Р. Уч. зап. АГУ им. С. М. Кирова, серия хим., 1972, № 4. Зульфугарлы Д. И., Бабаев Ф. Р., Глебовская Е. А. Уч. зап. АГУ им. С. М. Кирова, серия хим., 1973, № 1.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 13, VII 1976

Ч. И. Зулфугарлы, Ф. Р. Бабаев, В. И. Йермакова

АЗЭРБАЙЧАН ДЭНИЗ ЈАТАГЛАРЫ НЕФТЛЭРИНИН ТЭРКИБИ ВЭ КАРБОНИДРОКЕНЛЭРИНИН ГУРУЛУШУ ҺАГГЫНДА

Мэгэлэдэ нефт дашлары, Палчыг пиллиэси, Дарвин банкасы, Күркан-дэнизи Артjom, Сэнкэчал-дэниз вэ Дуванны-дэниз јатаглары нефтлэринин инфрагырмызы спектроскопија методу илэ тэдгигиний иэтничэлэрийн бэхэс едилр.

Дарвин банкасы нефтлэриндэ конденслэшшиш ароматик карбонидрокенлэрэ вэ оксидлэшмэ наалларына тэсадуф едилр.

Күркан-дэниз нефтлэриндэ узун зэнчирли парафин карбонидрокенлэрэ вардыр.

Артjom адасы нефтлэриндэ чохлу нафтен карбонидрокенлэринэ тэсадуф едилр. Нефт дашлары нефтлэри битсиклик карбонидрокенлэрдэн ибэрэл олуб нисбэтэн садэ гургулаша маликдирлэр.

Палчыг пиллиэси нефтлэриндэ битсиклик ароматик карбонидрокенлэр мөвчудур.

Сэнкэчал-дэниз вэ Дуванны-дэниз нефтлэриндэ мүхтэлиф мигдарда ароматик бирлэшмэлэр вардыр.

Нефтлэрин тэдгиги иэтничэсийнде алхимиш мэ'лумата эсасэн онлары мүхтэлиф типлэрэ ажырмаг олар.

D. J. Zulfugarly, F. R. Babayev, V. J. Yermakova

ON COMPOSITION AND STRUCTURE OF HYDROCARBONS OF THE AZERBAIJAN MARINE DEPOSITS OILS

Results of investigation of the Azerbaijan marine deposits oils by Infra-red spectrometry method are given.

The obtained date permits to distinguish some types of oils.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МЭРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXII ЧИЛД

№ 9

1976

УДК 547. 345

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

С. Ф. КАРАЕВ

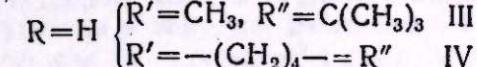
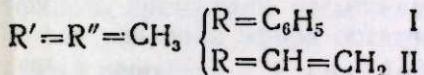
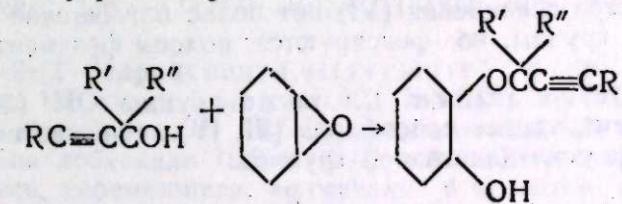
ГИДРАТАЦИЯ ПРОДУКТОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТРЕТИЧНЫХ α-АЦЕТИЛЕНОВЫХ СПИРТОВ С ОКИСЬЮ ЦИКЛОГЕКСЕНА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР С. Д. Мехтиевым)

Конденсация ацетиленовых спиртов с α-окисями симметричных олефинов и циклоолефинов—удобный путь препартивного приготовленияmonoалкиниловых эфиров 1,2-диолов [1—5], которые проявляют комплекс прикладных свойств [6,7].

При сравнительном изучении каталитической гидратации незамещенных монопропаргиловых эфиров этан-, цикlopентан- и циклогександиолов-1,2 констатировано, что внутримолекулярная циклизация наблюдается исключительно на примере шестичленного объекта [8,9], что объясняется пространственным стимулированием, подтверждавшимся выполнением принципа Ингольда—Торпа [10,11].

С целью исследования электронных влияний на направление этих реакций нами изучены синтез замещенных монопропениловых эфиров циклогександиола-1,2 и их гидратация в присутствии окиси ртути и серной кислоты. Получение монопропениловых эфиров циклогександиола-1,2 осуществляли реакцией окиси циклогексена с двухмолярным избытком соответствующего третичного α-ацетиленового спирта в присутствии эфирата BF_3 по схеме



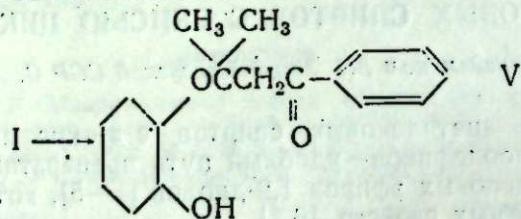
При этом отмечались значительно низкий выход целевых продуктов (I—IV) по сравнению с обычно наблюдаемым и увеличение доли продуктов переэтерификации [12], что объясняется, очевидно, понижением реакционной способности третичной гидроксильной группы за счет увеличения размеров заместителей R' и R'' и конкуренцией образующейся неизменно вторичной OH-группы в кольце.

Строение синтезированных моноэфиров (I—IV) подтверждено ИК-спектрами, в которых обнаружены следующие диагностические полосы поглощения:

- (I)—690 и 765 cm^{-1} (C_6H_5); 1370—1385 cm^{-2} [$(\text{CH}_3)_2\text{C}\swarrow$];
 2240 cm^{-1} ($\text{C}\equiv\text{C}$); 3430—358 cm^{-1} (OH);
 (II)—1612, 1845 и 3090 cm^{-1} ($\text{CH}=\text{CH}_2$); 2250 cm^{-1} ($\text{C}\equiv\text{C}$);
 1385—1366 cm^{-1} [$(\text{CH}_3)_2\text{C}\swarrow$]; 3450 cm^{-1} (OH);
 (III, IV)—3300—3305 и 2120—2122 cm^{-1} ($\text{C}\equiv\text{CH}$);
 3450—3580 cm^{-1} (OH).

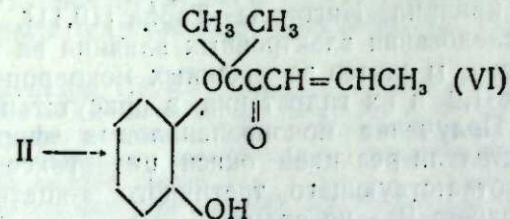
При исследовании реакций гидратации полученных моноэфиров (I—IV) установлено:

а) гидратация фенилзамещенного (I) протекает в направлении образования кетооксиэфира, в котором карбонильная группа сопряжена с ароматическим кольцом:



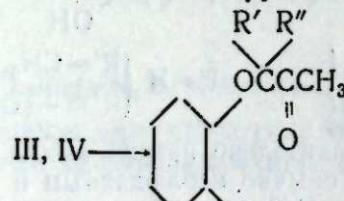
что следует из ИК-спектра полученного продукта (полосы 1682 и 1620 cm^{-1} , присущие системе $\text{Av}-\text{CO}$);

б) при гидратации винилзамещенного (II) наблюдается миграция двойной связи с образованием сопряженного кетооксиэфира пропенильного типа:



В ИК-спектре соединения (VI) нет полос поглощения незамещенной винильной группы, но фиксируются полосы фрагмента $\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\text{C}=\text{O}$ (1694 и 1624 cm^{-1}), а также группы OH (3450 cm^{-1});

в) случае гидратации моноэфиров (III, IV) наблюдается образование оксиэфиров с метилкетонной группой:



$\text{R}'=\text{CH}_3$, $\text{R}'=\text{C}(\text{CH}_3)_2$ (VII); $\text{R}'=-(\text{CH}_2)_4-\text{R}''$ (VIII)

Подтверждением служат ИК-спектры веществ (VII, VIII), содержащие интенсивные абсорбционные полосы при 1720—1725 cm^{-1} .

Таким образом, установлено, что в тех случаях, когда $\text{C}\equiv\text{C}$ -связь в исходных ацетиленах сопряжена с π -электронами соседней группы, движущей силой, определяющей направление электрофильного присоединения воды по $\text{C}\equiv\text{C}$ -связи, является образование сопряженной системы >C=C-C=O за счет выигрыша энергии. С другой стороны, образование ветвоксиэфиров (а не продуктов циклизации) в случае терминалных ацетиленовых моноэфиров (III, IV), очевидно, связано с тем, что донористрость заместителей при $\text{C}\equiv\text{C}$ -связи благоприятствует протеканию циклизации лишь при малом объеме заместителя. В случае же объемистых заместителей в α -положении к $\text{C}\equiv\text{C}$ -связи, как это имеет место в соединениях (III, IV), тенденция к циклизации уменьшается.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

ИК-спектры веществ в микрослое сняты на спектрометре UR-20. Mono-(α , α -диметил- γ -фенил) пропаргиловый эфир циклогександиола-1,2 (I). К раствору 106 г (0,66 моля) диметил-фенилацетилкарбинола в 250 мл абсолютного диэтилового эфира, содержащему 1 мл эфирата BF_3 , при охлаждении ($-5+0^\circ$) и интенсивном перемешивании постепенно добавляли 22 г (0,22 моля) окиси циклогексена. После перемешивания смеси в течение 2 ч при комнатной температуре ее выдерживали в продолжение 12 ч. Затем при перемешивании к ней добавляли 2 мл триэтиламина для нейтрализации катализатора. После стекки эфира и избытка исходного спирта прегонкой в вакууме выделено 18 г (22%) вещества ст. кип. 139—140°/2мм; d_4^{20} 1,0516; n_D^{20} 1,5428; M_{D} 77,38, выч. 76,56. Найдено, %: C 79,24; H 8,42; $\text{C}_{17}\text{H}_{22}\text{O}_2$. Вычислено, %: C 79,03; H 8,58.

Сходным путем (без использования растворителя) получены: mono-(α , α -диметил- γ -винил) пропаргиловый эфир циклогександиола-1,2 (II): т. кип. 123—124°/4 мм; d_4^{20} 0,9923; n_D^{20} 1,4972; M_{D} 61,44; выч. 61,10;

mono-(α -метил- α -трет- β -бутил) пропаргиловый эфир циклогександиола-1,2 (III): т. кип. 108—109°/2 мм; d_4^{20} 0,9934; n_D^{20} 1,4894; M_{D} 65,18, выч. 65,85;

mono-(α , α -тетраметилен) пропаргиловый эфир циклогександиола-1,2 (IV): т. кип. 116—117°/1 мм; d_4^{20} 1,0392; n_D^{20} 1,4922; M_{D} 51,17, выч. 59,02.

2-Метил-2-(2'-гидроксициклооктасицикло-4'-фенил-4'-сульфин (V). К нагретой до 65° смеси 0,65 г (0,003 г·моля) красной окиси ртути с 1 мл концентрированной H_2SO_4 , разбавленной 24 мл воды, при перемешивании добавляли 12,9 г (0,05 г·моля) моноэфира (I). Реакционную смесь, перемешивая, нагревали 4 ч, затем экстрагировали эфиром, промывали насыщенным раствором NaCl и сушили Na_2SO_4 . После удаления эфира остаток перегоняли в вакууме. Выделено 6,4 г (46%) вещества с т. кип. 148—149°/2 мм; d_4^{20} 1,0880; n_D^{20} 1,5390; M_{D} 79,37, выч. 78,46. Найдено, %: C 74,07; H 8,62; $\text{C}_{17}\text{H}_{24}\text{O}_3$. Вычислено, %: C 73,91; H 8,70.

В аналогичных условиях получены кетопроизводные (VI—VIII):

(VI)—т. кип. 144—145°/2 мм; d_5^{20} 1,0590; n_D^{20} 1,4966; M_{D} 62,50, выч. 62,83;

(VII)—т. кип. 134—135°/1 мм; d_4^{20} 1,0302; n_D^{20} 1,4778; M_{D} 66,58, выч. 67,95;

(VIII)—т. кип. 152—153°/1 мм; d_4^{20} 1,0422; n_D^{20} 1,4802; MR_D 61,72; выч. 61,14.
Химический состав соединений соответствует данным элементного анализа.

ВЫВОДЫ

Взаимодействием третичных α -алкинов с циклогексеноксидом синтезированы замещенные монопропениловые эфиры циклогександиола-1,2. Изучены закономерности их реакции гидратации. Установлено, что направление реакций гидратации (альтернатива: гидратация—циклогидратация) определяется как стерическими, так и электронными влияниями заместителей пропенильного фрагмента.

Литература

- Караев С. Ф., Мовсумзаде М. М., Агамирзоев Н. А. „Ж. общ. хим.“, 41, 1974, 131.
- Караев С. Ф., Шихнев И. А., Хабибова А. К., Гарасова Ш. В. „Ж. общ. хим.“, 45, 1975, 313.
- Караев С. Ф., Цаликова З. М., Шихнев И. А., Насиров Я. Ф. „Изв. вузов СССР. Химия и хим. технология“, 17, 1974, 382.
- Караев С. Ф., Мовсумзаде М. М., Агамирзоев Н. А., Кязимов А. С. „Азерб. хим. ж.“, 1974, № 3.
- Караев С. Ф., Мовсумзаде М. М., Агамирзоев Н. А., Кязимов А. С. „Азерб. хим. ж.“, 1974, № 3.
- Караев С. Ф., Мовсумзаде М. М., Агамирзоев Н. А., Кязимов А. С. „Азерб. хим. ж.“, 1974, № 3.
- Караев С. Ф., Мовсумзаде М. М., Агамирзоев Н. А., Кязимов А. С. „Азерб. хим. ж.“, 1974, № 3.
- Караев С. Ф., Мовсумзаде М. М., Агамирзоев Н. А., Кязимов А. С. „Азерб. хим. ж.“, 1974, № 3.
- Караев С. Ф., Мовсумзаде М. М., Аскеров М. Э. „Ж. органич. хим.“, 11, 1975, 214.
- Караев С. Ф., Мовсумзаде М. М., Шабанов А. Л., Кязимов А. С. Тез. докл. В Всесоюзн. конфер. по химии ацетилена. Тбилиси, 1975.
- Илиев Э. Стереохимия соединений углерода. М., Изд-во „Мир“, 1965.
- Караев С. Ф., Мовсумзаде М. М., Агамирзоев Н. А. Уч. зап. АзИНЕФТЕХИМа, 69, 1972, № 3.

Поступило 24. IV 1976

АЗИНЕФТЕХИМ

С. Ф. Гараев

α -АСЕТИЛЕН СПИРТЛЭРИНИН ТСИКЛОХЕКСЕН ОКСИДЛЭ ГАРШЫЛЫГЛЫ ТЭ'СИРИНДЭН АЛЫНМЫШ ҖИРЛЭШМЭЛЭРИН НИДРАТАСИЈАСЫ

Үчүү α -алкиноллардың тсиклохексен оксидлэ гаршылыглы тэ'стри иетичесинде тсиклохександиол-1,2-ни эвээ олуумш монопропенил ефиirlэри синтез едилмишdir. Магадээ онлардың нидратасија реакцијаларынын ганунау ѹгуулуглары Өрөнүлмийшидир. Тэ'жин едилмишdir ки, нидратасија реакцијаларынын истигамётт (альтернатив: нидратасија—тсиклохидратасија) пропенил фрагменти эзээдичилэрлини, стерик иэлектрон тэ'сирилэ тэ'жин олуунур.

S. F. Karayev

HYDRATION OF PRODUCTS OF TERTIARY α -ALKYNOLS AND CYCLOHEXENOXID INTERACTION

Substituted monopropenyl ethers of cyclohexandiol (1,2) are synthesized by the interaction of tertiary α -alkynols and cyclohexenoxid. The nature of their hydration reactions has been studied.

The direction of hydration reactions (the alternative: hydration-cyclohydration) is determined by both steric and electronic effects of the propenyl fragment substituents.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЯСЫНЫН МЭРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXII ЧИЛД

№ 9

1976

УДК 66. 097. 7

ХИМИЯ НЕФТИ

Г. А. ЗЕЙНАЛОВА, А. А. БАХШИ-ЗАДЕ, А. К. КЯЗИМ-ЗАДЕ,
Ш. С. КУЛИЕВ

О МЕХАНИЗМЕ ИНГИБИРОВАНИЯ ОКИСЛЕНИЯ МАСЕЛ ПРИ ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. А. Оруджевой)

При очень больших скоростях инициирования, наблюдающихся при высокой температуре или при наличии катализаторов, ингибиторы окисления могут оказаться менее активными из-за быстро протекающих процессов радикального обрыва. Кроме того, ингибиторы, передающие водород, могут терять атом водорода путем диссоциации при высоких температурах [1]. Таким образом, будучи эффективными при низких температурах, при более высоких они могут стать катализаторами.

Температурный предел использования таких известных ингибиторов окисления, как 2,6-ди-трет-бутил-4-метилфенол, фенил- α -нафтиламин, диалкилдитиокарбаматы металлов, — 180°C, в то время как

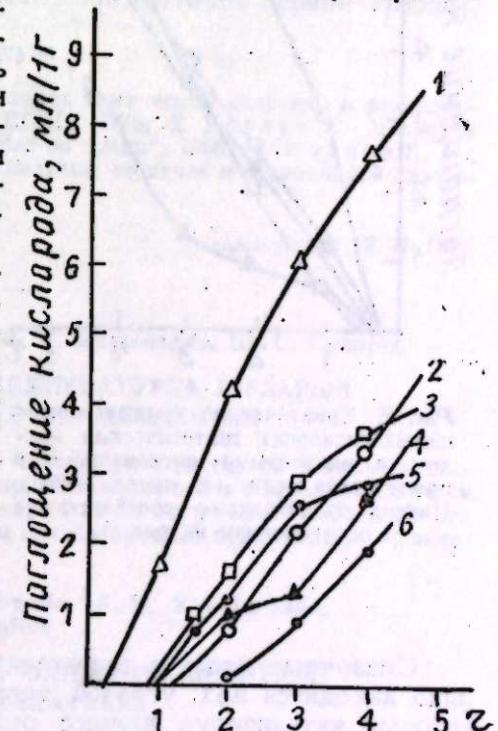


Рис. 1. Кинетические кривые поглощения кислорода синтетическим маслом с введенными в него ингибиторами (т. окисл. 230°C):

1—синтетическое масло; 2—синтетическое масло + 0,5 м/л (I); 3—синтетическое масло + 0,05 м/л (IV); 4—синтетическое масло + 0,05 м/л (V); 5—синтетическое масло + 0,05 м/л (III); 6—синтетическое масло + 0,05 м/л (II).

некоторые синтетические масла работают в более жестких температурных режимах. Следовательно, ингибиторы для этих масел должны обладать высокой термической стабильностью и небольшой летучестью.

Нами в качестве ингибиторов исследованы *N*-*n*-оксифенилдиметиловый эфир аминоянтарной кислоты (I), *n*-оксибензилиден-бис-алкилфенол (II), 2,4-диметоксибензилиден-бис-алкилфенол (III), бис-(3,5-ди-*трет*-бутил-4-оксибензилокси)-оксиэтан (IV), 2,5-дибутиламинохинон (V).

Окисление 1 г навески с замером количества поглощенного кислорода проводили на манометрической установке при 230° С. Кинетические кривые окисления синтетического масла на эфирной основе с введенными в качестве ингибиторов соединениями (I—V) представлены на рис. 1. Наиболее эффективным оказался *n*-оксибензилиден-бис-алкилфенол (кр. 6).

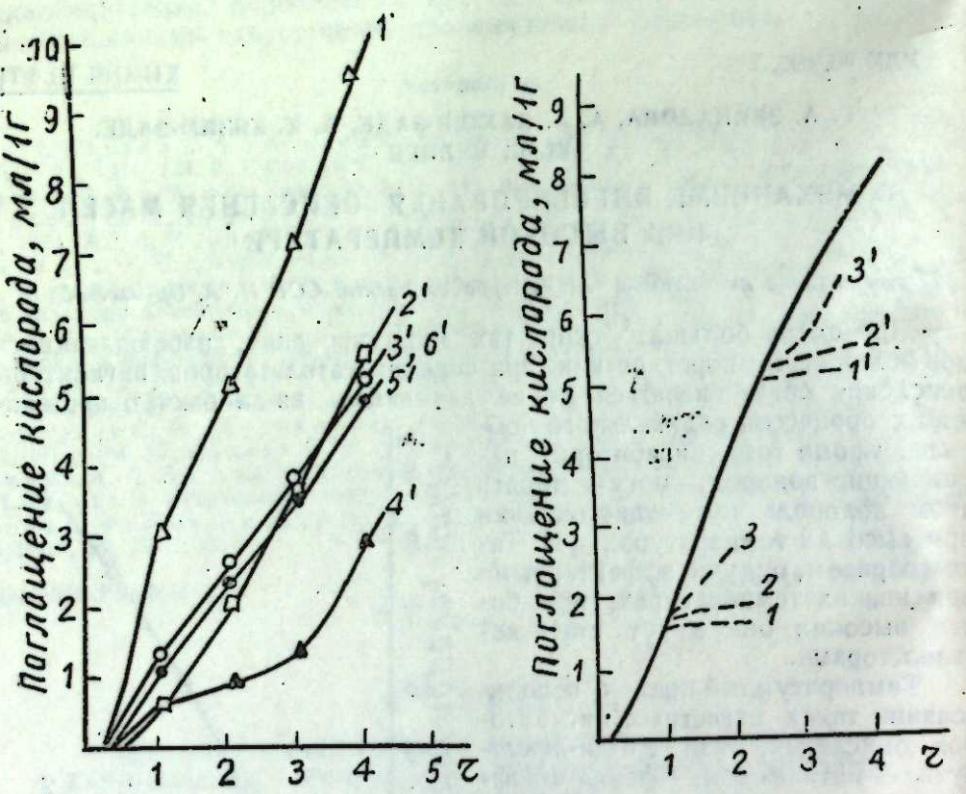


Рис. 2. Кинетические кривые поглощения кислорода синтетическим маслом с введенными ингибиторами в присутствии меди. (т. окисл. 230°С). Цифры со штрихами соответствуют обозначениям на рис. 1.

Смазочные масла в двигателях, соприкасаясь с металлами, постоянно находятся под угрозой загрязнения продуктами их коррозии, которые, катализируя процесс окисления, могут свести до минимума активность ингибитора [2].

С целью исследования действия ингибиторов при каталитическом окислении аналогичное окисление проведено в присутствии меди (рис. 2). В этом случае ингибирующая активность соединений несколько иная. Лучшим ингибитором проявил себя 2,5-дибутиламинохинон (кр. 4'). Из сравнения кр. 1 и 4' видно, что скорость

поглощения кислорода маслом в присутствии 2,5-дибутиламинохинона почти не изменилась, т. е. подтверждается его пассивирующее действие по отношению к меди. *n*-Оксибензилиден-бис-алкилфенол заметно снижает свою эффективность при каталитическом окислении.

По классификации, предложенной К. И. Ивановым и Е. Д. Вилянской, ингибиторы в зависимости от их способности тормозить уже начавшийся процесс окисления, можно разделить на три группы [3].

На рис. 3 представлены кинетические кривые окисления синтетического масла в присутствии ингибиторов, вводимых на разных стадиях окисления. Все исследуемые соединения, кроме 2,5-дибутиламинохинона, тормозят поглощение кислорода как на начальной стадии окисления, так и на более поздней. Очевидно, что они не только подавляют образование перекисных соединений, взаимодействуя с радикалами R^{\cdot} и ROO^{\cdot} , но и способствуют разложению образовавшихся гидроперекисей и потому могут быть отнесены ко второй группе ингибиторов. 2,5-Дибутиламинохинон относится к первой группе, так как тормозит окисление, будучи введенным только до начала окисления.

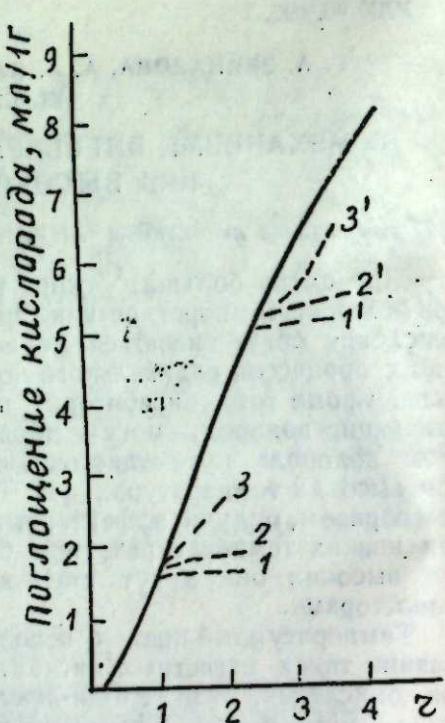


Рис. 3. Кинетические кривые поглощения кислорода, характеризующие влияние ингибиторов, вводимых в синтетическое масло, на разных стадиях окисления (т. окисл. 230°С): 1,1—синтетическое масло + 0,05 м/л (I), (II), (III); 2,2'—синтетическое масло + 0,05 м/л (IV); 3,3'—синтетическое масло + 0,05 м/л (V).

ВЫВОДЫ

- Механизм действия *N*-*n*-оксифенилдиметилового эфира аминоянтарной кислоты, *n*-оксибензилиден-бис-алкилфенола, 2,4-диметоксибензилиден-бис-алкилфенола, бис-(3,5-ди-*трет*-бутил-4-оксибензилокси)-оксиэтана соответствует таковому ингибиторов второй группы.
- Механизм действия 2,5-дибутиламинохинона, являющегося пассиватором меди, соответствует таковому ингибиторов первой группы.

Литература

- Семёнов Н. Н. О некоторых проблемах химической кинетики и реакционной способности, изд. 2. М., Изд-во АН СССР, 1958.
- Уотерс У. Механизм окисления органических соединений. М., Изд-во "Мир", 1966.
- Иванов К. И., Вилянская Е. Д. Вопросы химической кинетики, катализа и реакционной способности. М., Изд-во АН СССР, 1955.

Институт химии присадок

Поступило 12. II 1976

Г. Э. Зеинарова, А. Э. Бахшизадэ, Э. К. Казымзадэ, Ш. С. Гулиев

ИНГИБИТОРЛАРЫН ЙҮКСЭК ТЕМПЕРАТУРДА ІАГЛАРЫН ОКСИДЛЭШМЭСИНЭ ТӘ'СИР МЕХАНИЗМИ

Мэгэлэдэ յагларын ўуксек температурда оксидлэшмэсий гарши ингибитор хасэли фенол, аминофенол вэ хинонд типли бирлэшмээрэн тэдгигатларынын иэтэчээс верилмишдир. Онлар тә'сир механизминэ көрө I вэ III групп ингибиторларына анд единлишидир. Каталитик оксидлэшмэ заманы ингибиторларын эффектлилийн өүрэниллишидир.

G. A. Zeinalova, A. A. Bakhshi-zade, A. K. Kyazim-zade,
Sh. S. Kuliev

ON THE MECHANISM OF OIL OXIDATION INHIBITION AT HIGH TEMPERATURES

Investigation results have been discussed for phenolic aminophenolic and quinoid compounds as oil oxidation inhibitors at high temperatures. According to the mechanism of their performance, they are subdivided into inhibitors of the 1st and 3rd group. The effectiveness of the inhibitors has been studied for catalytic oxidation.

УДК 547. 583. 44

НЕФТЕХИИМА

Академик С. Д. МЕХТИЕВ, Р. Ю. МАГЕРРАМОВА, Г. Н. СУЛЕЙМАНОВ,
Я. Г. АБДУЛЛАЕВ, Т. С. АХУНДОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИИ ОКИСЛИТЕЛЬНОГО АММОНОЛИЗА *n*, *n'*-ДИТОЛИЛА

Нитрилы ряда дифенила могут использоваться при синтезе термостойких полiamидных, полиэфирных, триазиновых, гуаниновых полимерных материалов и других синтетических продуктов. Известные методы получения ароматических нитрилов распространяются в основном на нитрилы углеводородов бензолы ого ряда [1—3]. Единственный способ получения нитрилов ряда дифенила, основывающийся на реакции Зандмейера, многостадиен и требует применения таких дефицитных и вредных соединений, как соли азотистой и цианводородной кислот.

В настоящей статье описывается способ получения *n*, *n'*-дициандифенила и *n*, *n'*-цианметилдифенила окислительным аммонолизом *n*, *n'*-дитолила в одну стадию.

Смесь паров *n*, *n'*-дитолила, растворенного в бензole, с аммиаком и воздухом в определенных соотношениях и с определенной скоростью при 380—440°C пропускалась через реактор проточного типа с псевдоожженным слоем катализатора (катализатор—окисль молибдена (16%) и ванадия (2%), нанесенные на прокаленную окись алюминия).

В таблице отражено влияние различных параметров (температура времени контакта, молярные отношения исходных компонентов) на течение реакции и выход целевого продукта.

Основными продуктами реакции окислительного аммонолиза *n*, *n'*-дитолила, как показал хроматографический анализ, являются *n*, *n'*-дициандифенил и *n*, *n'*-цианметилдифенил.

Как видно из данных таблицы, оптимальная температура, при которой выход целевого продукта достигает максимума (51 мол. % динитрила и 20,3 мононитрила), — 400°C.

Время контакта варьировалось в пределах 0,25—1,15 сек. При 0,25 сек выход продукта незначителен ввиду того, что продукт успевал прореагировать, а при более длительном контакте наступала реакция глубокого окисления. Сгорание продукта происходило также в случае увеличения доли кислорода.

Уменьшение выхода нитрилов наблюдалось при большой подаче аммиака, что, вероятно, объясняется экранированием молекулами последнего активных центров катализатора, необходимых для образования промежуточных комплексов.

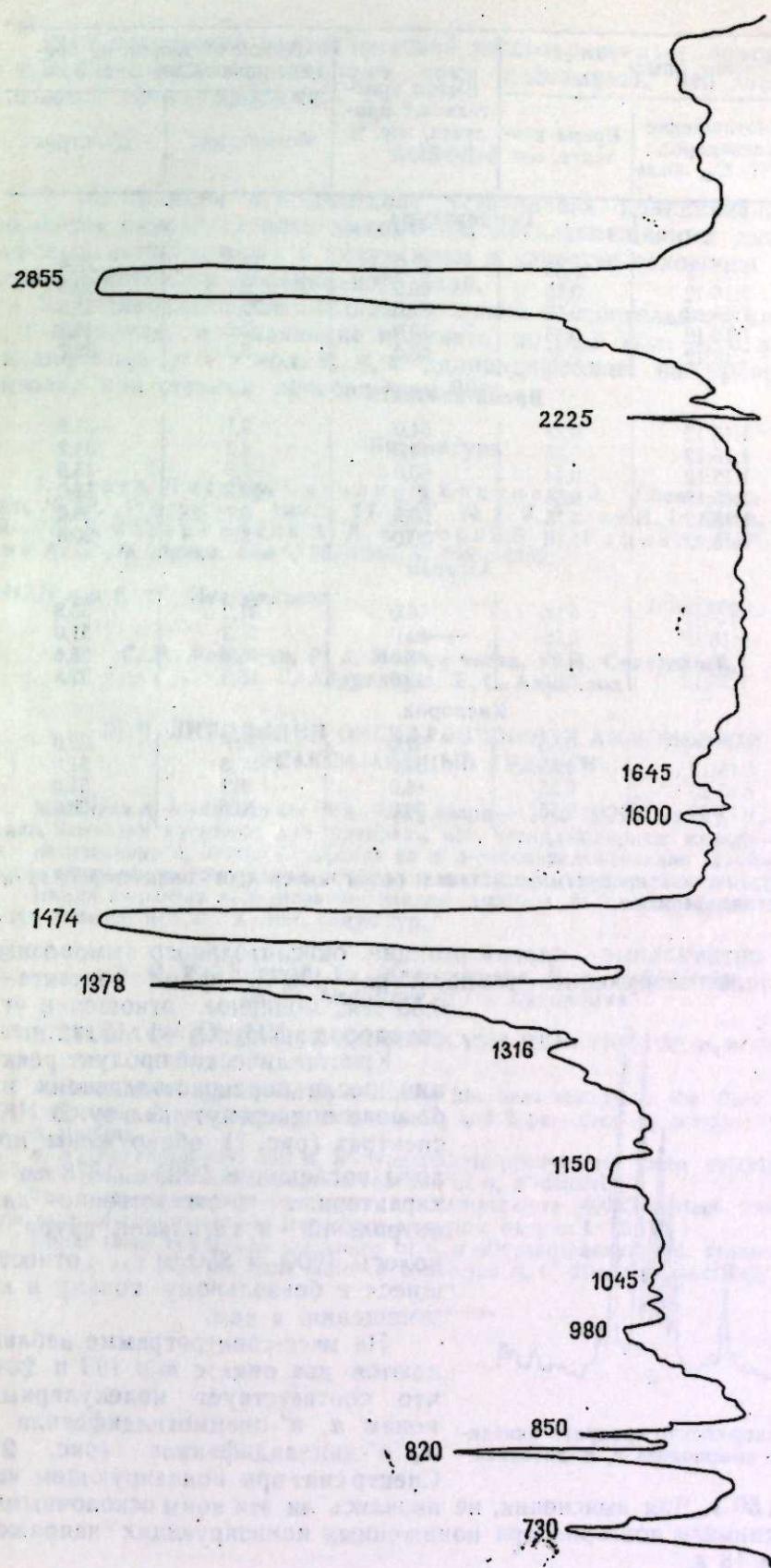


Рис. 1. ИК-спектр продукта окислительного аммонолиза *n*, *n'*-дитолила.

Условия опыта			Выход от теории на превращенный дитолил, мол. %		
T-ра, °C	Соотношение углеводород : $\text{NH}_3 : \text{O}_2$, моль	Время контакта, сек	Выход кристаллич. продукта, вес. %		
			Мононитрил	Динитрил	
Температура					
360	1:15:12	0,55	57,2	17,8	28,9
380	1:15:12	0,55	50,0	9,1	30,0
400	1:15:12	0,55	82,0	20,3	51,0
420	1:15:12	0,55	58,0	7,2	44,3
440	1:15:12	0,55	46,0	5,3	32,7
Время контакта					
400	1:15:12	0,25	54,0	9,1	31,6
400	1:15:12	0,35	44,0	4,3	34,2
400	1:15:12	0,44	60,0	7,6	45,5
400	1:15:12	0,55	82,0	20,3	51,0
400	1:15:12	0,75	50,0	6,7	36,0
410	1:15:12	1,16	30,0	5,8	20,0
Аммиак					
400	1:7:12	0,55	46,0	37,2	33,8
400	1:15:12	0,55	82,0	20,3	51,0
400	1:20:12	0,55	48,0	15,3	35,6
400	1:25:12	0,55	45,0	5,3	32,8
Кислород					
400	1:1:6:2	0,55	52,0	10,8	32,0
400	1:15:12	0,55	82,0	20,3	51,0
400	1:15:25	0,55	46,0	8,1	31,0
400	1:15:40	0,55	50,0	10,6	29,0

* Кристаллический продукт представлял собой смесь *n*, *n'*-дициандифенила и *n*, *n'*-диметилдифенила.

Итак, оптимальные условия реакции окислительного аммонолиза *n*, *n'*-дитолила следующие: температура -400°C , время контакта — 0,55 сек, молярное отношение углеводород : $\text{NH}_3 : \text{O}_2 = 1 : 15 : 12$.

Кристаллический продукт реакции после перекристаллизации из бензола подвергнут анализу. В ИК-спектрах (рис. 1) обнаружены полосы поглощения 2225 и 1378 cm^{-1} , характерные соответственно для нитрильной и метильной групп, и полосы 1600 и 850 cm^{-1} , относящиеся к бензольному кольцу и *n*-замещению в нем.

На масс-спектограмме наблюдаются два пика с $m/e 193$ и 204 , что соответствует молекулярным ионам *n*, *n'*-цианметилдифенила и *n*, *n'*-дициандифенила (рис. 2). Спектр снят при ионизирующем напряжении 50 в. Для выяснения, не являются ли эти ионы осколочными, спектры снимали повторно при пониженных ионизирующих напряже-

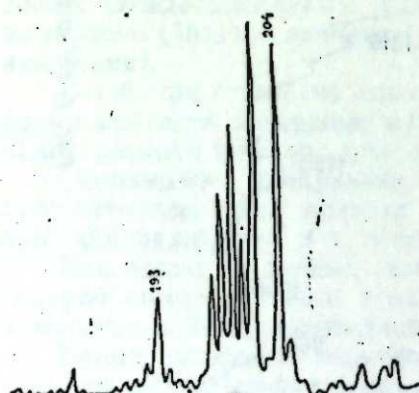


Рис. 2. Масс-спектр продукта окислительного аммонолиза *n*, *n'*-дитолила.

ниях 20 и 18 в.

Рост отношения интенсивностей рассматриваемых ионов $m/e 193$ и $m/e 204$ к полному ионному току доказывает, что данные ионы являются молекулярными.

ВЫВОДЫ

1. На примере *n*, *n'*-дитолила установлена принципиальная возможность окислительного аммонолиза метилзамещенных дифенила на окисных катализаторах с получением в качестве основного продукта реакции нитрилов дифенильного ряда.

2. Установлены оптимальные условия окислительного аммонолиза *n*, *n'*-дитолила, позволяющие получать до 20,3 мол. % *n*, *n'*-цианметилдифенила и 51 мол. % *n*, *n'*-дициандифенила на превращенный дитолил при степени превращения 86%.

Литература

1. Огата, Иосиро, Саканиси Кацумаса. J. Chem. Soc. Japan, 69, 1966, № 12; „Реферат. ж. хим.”, 17, 1967, № 4. 2. Raley H. L. Chem. Ind., 1966, 966—979. З. Кагарлицкий А. Д., Суворов Б. В., Рафиков С. Р., Костромин А. С. „Ж. прикл. хим.”, 36, 1963, 8, 1848—1852.

ИНХП им. Ю. Г. Мамедалиева

Поступило 19. I 1976

С. Д. Мехтиев, Р. Ю. Магеррамова, Г. Н. Сулейманов,
J. Г. Абдуллаев, Т. С. Ахундова

П. П-ДИТОЛИЛН ОКСИДЛЭШДИРИЧИ АММОНОЛИЗИ РЕАКЦИЯСЫНЫН ТӘДГИГИ

Мәгаләдә *n*, *n'*-дитолилин 16% A_2O_3 үзәринә 16% MOO_3 вә 2% V_2O_5 чекдүрмәккә, алышынш катализаторун иштиракы илә, оксидләшдирічи аммонолиз реакциясы иштігесіндә *n*, *n'*-дисиандифенил вә *n*, *n'*-цианметилдифенилил алышма просеси тәдгиг едилмиш вә тәчрүбәнин оптималь шәранти тапталмышир.

Һәмми шәрантдә *n*, *n'*-дисиандифенилил чыхымы 51,0 вә *n*, *n'*-цианметилдифенилил чыхымы исә 20,3%-мол. олмушудур.

S. D. Mekhtiev, R. Yu. Magerramova, G. N. Suleimanov,
Ya. G. Abdullaev, T. S. Akhundova

THE STUDY OF OXIDATIVE AMMONOLYSIS REACTION OF *n*, *n'*-DITOLYL

Ammoxidation reaction of *n*, *n'*-ditolyl has been studied in the fluid bed catalyst comprising 16 per cent by weight MoO_3 and 2 per cent by weight V_2O_5 deposited on alumina.

n, *n'*-Dicyandiphenyl and *n*, *n'*-cyanmethyldiphenyl have been established to be the main products of ammomoxidation reaction of *n*, *n'*-ditolyl.

The optimum reaction conditions are: temperature 400°C contact time 0.55 sec., mole ratio of components-hydrocarbon: ammonia: oxygen 1 : 15 : 12.

Under these conditions the yields of *n*, *n'*-dicyandiphenyl and cyanmethyldiphenyl are 51,0 and 20,3 per cent mole on converted *n*, *n'*-ditolyl respectively.

УДК 522. 11

ГЕОЛОГИЯ

Ф. А. АХУНДОВ, В. М. БАБА-ЗАДЕ

ВУЛКАНИТЫ СПИЛИТ-ДИАБАЗОВОЙ ФОРМАЦИИ
СЕВАНО-КАРАБАХСКОЙ ЗОНЫ МАЛОГО КАВКАЗА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ш. А. Азизбековым)

Позднемеловой вулканизм Севано-Карабахской зоны, с деятельностью которого связано формирование вулканитов спилит-диабазовой формации, локализовался в пределах Сарыбабинского, Тоурагачайского и Мартунинского синклиниориев. Спилит-диабазовая формация в тектоническом отношении приурочена к Сарыбабинскому и Тоурагачайскому синклиниориям, вулканиты которых образуют несколько прерывистых полос и зон. Такая закономерность размещения объясняется особенностями строения синклиниориев, наибольшая мощность и различие фаций которых приурочены главным образом к областям прогибания. Спилит-диабазовая формация в этих синклиниориях представлена главным образом спилитами, базальтовыми порфиритами и диабазами с весьма подчиненными андезитовыми порфиритами и их субщелочными разностями — трахиандезитовыми и трахибазальтовыми порфиритами. Кислые вулканиты отсутствуют. Характерным для формации является весьма незначительное развитие пирокластов. В спилиты объединены основные вулканиты, подвергшиеся альбитизации и несущие реликты первичного плагиоклаза № 52—70. В большинстве случаев они слагают верхние части пород жерловой фации и сравнительно реже встречаются в субвулканических образованиях. Спилиты широко развиты в районе гг. Дикдаш, Чильгаз, Армудлу, Уюхлу, Беюкюней, Акгая и др. Среди вулканитов рассматриваемой формации преобладают брекчевые лавы основного состава, обычно образующие мощные нестратифицированные серии, в пределах которых трудно различимы отдельные покровы и потоки, возможно, в силу их зеленокаменного перерождения. В приступоположность им андезитовые порфириты и их субщелочные разности слагают переслаивающиеся маломощные потоки. Для основных эфузивов и в особенности для спилитов характерна шаровая, редко столбчатая отдельность и миндалекаменная текстура.

Пирокластические продукты образуют отдельные мощные горизонты либо глыбовых и агломератовых туфов, либо быстро выклинивающихся туфобрекчий. Субвулканические тела спилит-диабазовой формации имеют весьма ограниченное распространение и залегают в виде пластовых залежей и крутопадающих радиальных и концен-

трических даек. В большинстве случаев они представлены аналогичными породами эфузивной фации, а в некоторых — с повышенной щелочностью. К последним относятся трахибазальтовые и трахиандезитовые порфиры.

В целом позднемеловой комплекс спилит-диабазовой формации имеет трехчленное строение: в низах он представлен исключительно вулканогенно-кремнистым образованием (до 600 м), в средней части терригенно-карбонатными отложениями (85—150 м) и эфузивами, среди которых в значительном количестве встречаются спилиты с неизмененным кремнистым породами (до 120 м).

Генезис спилитов является одним из самых спорных и сложных вопросов в изучении петрологии вулканических пород. Основные разногласия касаются вопроса происхождения альбита в спилитах, источника натровых растворов, вызывающих альбитизацию плагиоклаза. Одни исследователи относят альбит в спилитах к первично-магматическим продуктам, другие признают генетическую связь альбита с автометасоматическим воздействием на основной плагиоклаз остаточных растворов магматического происхождения. Третьи высказываются за метаморфический генезис, согласно которому спилитизация связана с процессами зеленокаменного изменения пород во время интенсивной складчатости. Что касается спилитов спилит-диабазовой формации Сарыбабинского и Тоурагачайского синклиниориев, то необходимо отметить, что происхождение альбита в них связано с автометасоматическим воздействием на основной плагиоклаз остаточных растворов, реликты которых сохраняются внутри кристаллов альбита. Автометасоматическое изменение основного плагиоклаза сопровождается появлением ряда других минералов (хлорит, кальцит и др.). Натриевый метасоматоз подтверждается также присутствием в спилитах полостей и прожилок, выполненных альбитом, и заполнением им нередко миндалин. Автометасоматическое образование альбита происходит в условиях закрытой системы без всякого обмена с окружающей средой: натрий и кремнезем поступают из остаточных порций магмы, а освобождающиеся при альбитизации глиноzem и известь фиксируются в хлорите, кальците, эпидоте, каолине. Причем натрий сопровождает ее в виде флюидных соединений в основную фазу кристаллизации. Одной из характерных петрохимических особенностей пород этой формации является натровая специализация. Низкое значение щелочно-известкового индекса Пикока (51,1) и расположение вариационной линии средних на диаграмме Заварицкого вблизи вариационной линии Этны свидетельствуют о щелочном характере вулканитов.

Литература

1. Абдуллаев Р. Н., Керимов Г. И., Ахундов Ф. А. Мезозойскиймагнетизм Малого Кавказа. „Геология СССР“, т. 47. Азербайджанская ССР. М., 1975.
2. Ахундов Ф. А., Ширинов Ю. Р., Рамазанов В. Г. О генезисе спилитов верхнемеловых вулканитов Сарыбабинского синклиниория (М. Кавказ). Мат-лы научн. конфер. АГУ им. С. М. Кирова. Баку, 1972.
3. Велинский В. В. Кембрийский вулканизм Западного Саяна. Новосибирск, Изд-во „Наука“. 1968.
4. Дзоенидзе Г. С. Роль вулканизма в образовании осадочных пород и руд. М., Изд-во „Недра“, 1969.
5. Заварицкий А. Н. Изверженные горные породы. М., Изд-во АМ ССР, 1955.
6. Тернер Ф. и Ферхуген Дж. Петрология изверженных и метаморфических пород. М., Изд-во иностр. лит., 1961.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 15. VI 1975

Ф. А. Ахундов, В. М. Бабазадъ
КИЧИК ГАФГАЗЫН СЕВАН-ГАРАБАГ ЗОНАСЫНЫН СПИЛИТ-ДИАБАЗ
ФОРМАСИЈАСЫНЫН ВУЛКАНИТЛЭРИ

Мэгальдэ Кичик Гафгазын Севан-Гарабаг зонасынын Сарыбаба вэ Торагачај синклиниорилэринде кениш јаылыш спилит-диабаз формасијасынын сухурларындан бэхс едилир. Бу сухурлар спилитлэрдэн, диабазлардан, базалтла парфириллэрдэн, иисбэтоң аз андезитли парфириллор вэ онларын гэлэви иевлэри—трахиандезит вэ трахибазалт парфириллэрдэн ибаратдир.

Спилитлэр базалт магмасынын галыг мэйлүлларынын эсаси плакиоклазлара автометасометик тэ'сир иэтчэснинде эмэлэ кэлмишдир. Бу тэ'сир иэтчэснинде јени минераллар-хдорит калсит эмэлэ кэлмишдир. Албитин автометасоматик јолла эмэлэ кэлмэсн гапалы системдэ кэнэр мүнхитэ неч бир элэгэ олмадан баш вермишдир.

F. A. Achundov, V. M. Baba-zade
VOLCANITES OF SPILIT-DIABASE FORMATION OF SEVANO-KARABAC
ZONE OF LESSER CRETACEOUS CAUCASUS

The article deals with late cretaeocous volcanism of researching zone, whose activity is connected with formation of volcanites of spilit-diabase formation.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МЭРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXII ЧИЛД

№ 9

1976

УДК 551. 24

ГЕОТЕКТОНИКА

Ф. С. АХМЕДБЕЙЛИ, А. М. АГАБЕКОВ

СООТНОШЕНИЕ ГЛУБИННОЙ СТРУКТУРЫ
И НЕОТЕКТОНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА
КУСАРО-ДИВИЧИНСКОГО РАЙОНА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ш. Ф. Мехтиевым)

За последние годы по глубинной структуре восточной части Азербайджана накоплен значительный геофизический и скважинный материал. Анализ, выполненный на этой основе рядом исследователей, в частности М. Г. Агабековым, А. В. Мамедовым, Б. В. Григорьянцем, Ф. С. Ахмедбейли, Р. Т. Гаджиевым, И. О. Цимельзеном, А. Б. Мошавили, Р. А. Аллахвердиевым и другими, позволяют составить определенное представление об основных чертах складчатого плана разных интервалов глубин. Следует, однако, подчеркнуть, что мнения ученых не всегда совпадают, в связи с чем некоторые вопросы строения продолжают оставаться дискуссионными.

В настоящей статье приводятся данные о характере соотношения складчатого плана неотектонического комплекса с глубинной структурой поверхности мезозоя Кусаро-Дивичинской зоны.

В рассматриваемой зоне по поверхности мезозоя выявляется ряд крупных поднятий и прогибов с.-з.-ю.-в. ориентировки, в том числе Зейхурский прогиб и Кусарское поднятие, оси которых довольно быстро погружаются в ю.-в. направлении. Вдоль южной полосы зоны гипсометрические отметки поверхности мезозоя быстро сокращаются—она приближается к современной нулевой отметке, имея глубины 1000—1500 м. Именно по этой полосе нестектонический комплекс несогласно срезает структуру мезозоя, а вдоль Тенги-Бешбармакского антиклинария соприкасается с ним по Сиазанскому надвигу.

Крупное погребенное поднятие мезозоя характеризует структуру северо-западной присамурской части Кусаро-Дивичинского прогиба. На глубинах порядка 2000 м оно предстает как целое и состоит из Кусарского и Ширванского выступов. Именно в пределах первого неотектонический комплекс непосредственно соприкасается с мезозоем, слегка повторяя структурные особенности последнего.

Другой участок, где поверхность мезозоя располагается на сравнительно небольших глубинах, тянется вдоль прибрежной полосы Кусаро-Дивичинской зоны, соответствую Яламинскому максимуму второго порядка [2].

В отличие от структур мезозоя остальной части названной зоны, Яламинское поднятие протягивается несколько под острым углом к общекавказской ориентировке и представлено отдельными локальными выступами, разделенными неглубокими седловинами.

В пределах Зейхурского прогиба поверхность мезозоя, расположенная на значительной глубине, достигает максимума (5000—5500 м) на самом юго-востоке. Результаты выполненного В. Е. Хайним и Ф. С. Ахмедбейли палеотектонического анализа показывают, что уже в начале кайнозоя основные структуры мезозоя обособились. Так, Кусарское поднятие отчетливо выражено по нижнему мелу и в значительной части разреза верхнего; уже со времени накопления отложений датского яруса и до начала неотектонического этапа его наиболее приподнятая—сводовая часть интенсивно размывалась.

Ялама-Худатская полоса поднятия вырисовывается несколько слабее. О ее существовании можно судить по сокращенным мощностям палеоген—нижне- и среднемиоценовых отложений, составляющих, по данным скважин, 600—800 м. Если учесть разницу гипсометрии поверхности мезозоя между указанными поднятиями и Зейхурской синклиналью, которая не превышает в среднем 1500 м, то можно сказать, что рельеф ее довольно сложен. Интересно, что разломные структуры здесь отсутствуют. По крайней мере, поверхность мезозоя ими не осложнена.

Имеет ли флексура, составляющая северный отрезок Западно-Каспийского разлома, продолжение в толще мезозоя глубинных частей Кусаро-Дивичинской зоны? Полученные данные говорят не в пользу этого.

Кубинский прогиб, расположенный вдоль южной части названной зоны, на поверхности мезозоя выражен в виде узкой и погруженной структуры. Его продольные размеры по отдельным горизонтам меловой толщи не совпадают; очертания, весьма близкие к современным, определились в кампане—маастрихте; южный борт Кубинского прогиба довольно крутой и местами даже опрокинут благодаря наличию Сиазанского надвига.

Складчатый план палеоген-миоценовой толщи во многом подчинен структурным особенностям поверхности мезозоя, что особенно характерно для Зейхурского прогиба, а также Кусарского и Ялама-Худатского поднятий. В этом отношении несколько отличается от них Кубинский прогиб. Его южное крыло (по поверхности мезозоя) осложнено третичной моноклиналью, а осевая полоса—узким удлиненным поднятием Кайнарджа-Талабинской антиклинальной зоны.

Таким образом, глубинная структура поверхности мезозоя рассматриваемой зоны с неотектоническим комплексом непосредственно не контактирует, за исключением Кусарского погребенного поднятия, о чем говорилось выше. Тем не менее ее влияние на структуру новейшей толщи оказывается по-разному.

Так, Кусаро-Ширванскому единому поднятию мезозоя соответствуют две самостоятельные одноименные складки, выраженные, впрочем, только в низах неотектонического комплекса. Здесь при явлении частной инверсии сохраняется структурная унаследованность.

Сокращаются размеры (продольные и поперечные) Зейхурской синклиналии, которая к тому же значительно выполяживается. Наиболее погруженная юго-восточная часть ее в плане несколько не совпадает с прогибом по поверхности мезозоя. В целом же можно говорить об унаследованности структуры.

В пределах Кубинского прогиба новейшие слои третичной моноклини Кайнарджа-Талабинской антиклинали обнаруживают сложные структурные соотношения с мезозойской поверхностью. Для прибреж-

ной (Яламинской) полосы можно говорить лишь о локальных слабо выраженных изгиба низов новейшей толщи.

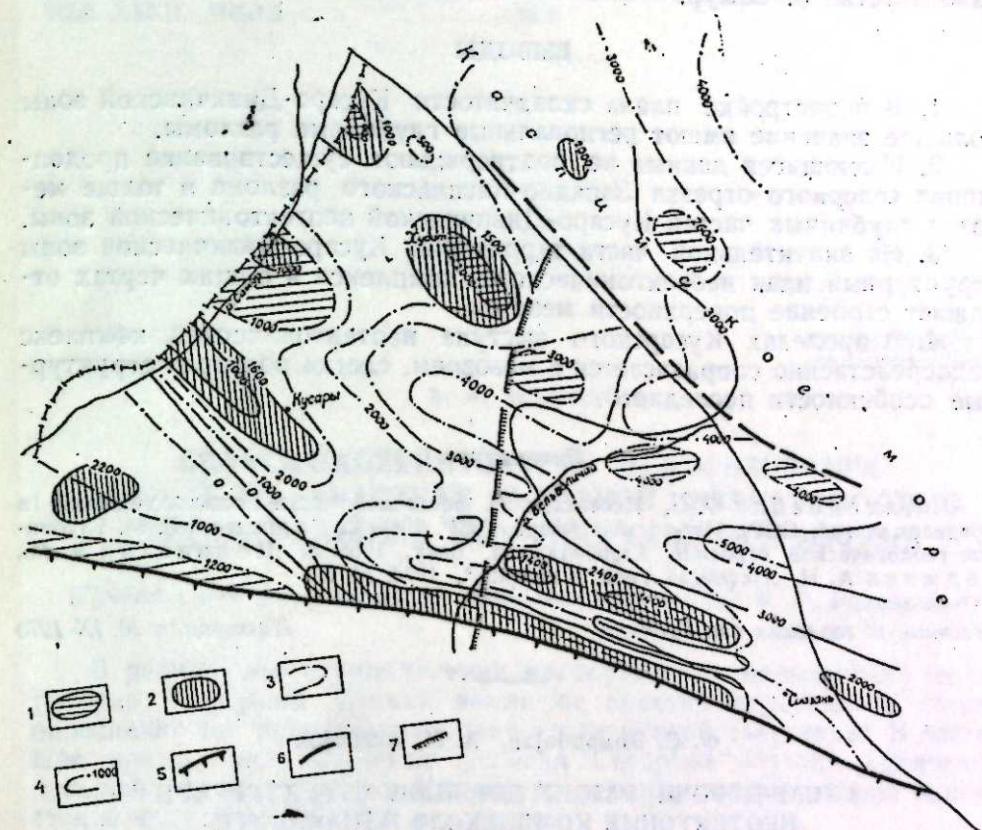


Схема соотношений структурной поверхности мезозоя и неотектонического комплекса Прикаспийско-Кубинской области (Азербайджанская ССР):
1—поднятия по поверхности мезозоя; 2—поднятия в неотектоническом комплексе; 3—изоглины структуры поверхности мезозоя; 4—изоглины структуры неотектонического комплекса; 5—глубинный [разлом]; 6—разрывы; 7—флексура.

Как видно (рисунок), на значительной части территории Кусаро-Дивичинской зоны структурный план неотектонического комплекса в общих чертах отражает строение поверхности мезозоя, которое слабее в низах данного комплекса и вовсе исчезает к его верхам, точнее, уже в толще среднеплиоценово-четвертичных отложений. Повидимому, здесь сказывается роль промежуточной палеоген-миоценовой толщи, через которую "трансформировалось влияние" мезозойской структуры и которая как бы ослабила "степень влияния". Вероятно, следует учитывать также и структуру самой поверхности мезозоя, отличающуюся пологими формами складок и не осложненную разрывными дислокациями. С этой точки зрения она резко отличается от таковых мезозоя смежной высокогорной зоны юго-восточного Кавказа.

Подобный характер соотношения неотектонического комплекса и глубинной структуры Кусаро-Дивичинской зоны лишний раз подтверждает роль региональных глубинных разломов в перестройке плана складчатости в новейшей толще осадков. В этой зоне такие разломы отсутствуют (кроме Сиазанского и Кырызского), но весьма слабо выражено и несоответствие ориентировки молодых структур. Анализ данных бурения и сейсморазведки позволяет предполагать наличие

крупного разлома вдоль прибрежной части шельфа (примерно между Худатом и Дивичами). По занимаемому в пространстве положению он находится в одной полосе с Дербентским разломом, достигающим района устья р. Самур.

ВЫВОДЫ

1. В перестройке плана складчатости Кусаро-Дивичинской зоны большое значение имеют региональные глубинные разломы.
2. Имеющиеся данные не подтверждают существование продолжения северного отрезка Западно-Каспийского разлома в толще мезозоя глубинных частей Кусаро-Дивичинской неотектонической зоны.
3. На значительной части территории Кусаро-Дивичинской зоны структурный план неотектонического комплекса в общих чертах отражает строение поверхности мезозоя.
4. В пределах Кусарского выступа неотектонический комплекс непосредственно соприкасается с мезозоем, слегка повторяя структурные особенности последнего.

Литература

1. Ахмедбейли Ф. С. Неотектоника восточной части Большого Кавказа (в пределах Азерб. ССР). Изд-во АН Азерб. ССР, 1966. 2. Гаджиев Р. М. Глубинное геологическое строение Азербайджана. Баку, 1965. 3. Шекинский Э. М., Гаджиев А. Н. „Нефтегаз. геол. и геофиз.“, 1974, № 7.

Институт геологии им. Губкина

Поступило 10. IX 1975

Ф. С. Эймәдбәйли, А. М. Ағабәјов

ГУСАР-ДӘВӘЧИ РАЙОНУ ДӘРИНЛИК СТРУКТУРУНУН НЕОТЕКТОНИК КОМПЛЕКСЛӘ МУНАСИБӘТИ

Гусар-Дәвәчи синклиниорисинде Мезозој чөкүнгүләринин структур хүсусијәтләре неотектоник комплексдә зәиф әкс етдирилмишdir. Бу да Мезозој гатларында тектоник блоклары инишифы илэ элагадардыр. Ыэмmin блоклары сәрнәдләндирән тектоник чатлар неотектоник комплексдә мүшәнидә едилмир.

F. S. Ahmadbeili, A. M. Agabekov

CORRELATION OF ABYSSAL STRUCTURE AND NEOTECTONIC COMPLEX OF KUSAR-DAVACHI REGION

In Kusar-Davachi synclinore the structural plan of neotectonic complex only in general reflects the structure of Mesozoic surface. It is connected with the presence of the tectonic block expressed in Mesozoic series. The fractures limiting the big blocks in the series of the newest deposits don't trace.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЯСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXII ЧИЛД

№ 9

1976

УДК 631. 41

ПОЧВОВЕДЕНИЕ

А. А. МАМЕДОВ

СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗЕМЕЛЬ НА УЧАСТКАХ С РАЗНОЙ ИНТЕНСИЕНОСТЬЮ ДРЕНИРОВАНИЯ В УСЛОИЯХ СЕВЕРНОЙ МУГАНИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. Р. Волобуевым).

В результате осуществления мелиоративных мероприятий на территории Северной Мугани земли ее заметно опреснились. Однако опреснение не всегда происходит с одинаковой скоростью. В настоящее время мелиоративные условия Северной Мугани отличаются большей контрастностью. Например, междуренное расстояние изменяется в пределах 200—600 м и более.

Следует отметить, что как на исследуемых участках, так и на остальной территории колхозов мероприятия, включающие в себя элементы рациональной агротехники, травопольного севооборота с использованием мелиоративного эффекта люцерны, рациональной техники поливов, мелиоративного гидромодуля и планурски посевных площадей, осуществляется не всегда. Представляет большой интерес сравнительное изучение использования земель также при разных междуреных расстояниях.

Нами динамика использования земель под сельскохозяйственные культуры исследовалась на территории трех смежных колхозов Саатлинского района — „Ени Мугань“, им. М. Ф. Ахундова и им. М. Азизбекова. Выбранные участки характерны для хозяйств данной зоны.

Сельскохозяйственное использование земель опытных участков характеризуется данными о размещении посевов за 1968—1972 гг. по материалам Министерства мелиорации и водного хозяйства Азербайджанской ССР и за 1972—1974 гг. (табл. 1, 2, 3 составлены нами).

Как видно из таблиц, ведущими культурами являются хлопчатник и зерновые, в некоторых случаях кукуруза, люцерна и др. Но большая часть земель в рассматриваемые годы поочередно использовалась под хлопчатник и зерновые.

На основании собранных материалов можно выделить 26 типов последовательного чередования культур, 16 из которых приводятся как основные, характерные, за исключением колхоза „Ени Мугань“ (табл. 4).

Таблица 1

Колхоз „Ени Мугань“

Угодья	Годы						
	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
Степень освоения, % от всей исследуемой площади	100	100	100	100	100	100	100
В том числе под хлопчатником	41,47	82,67	70,67	51,73	41,67	40,67	42,50
• зерновыми	58,53	—	25,00	43,27	49,67	59,33	42,00
• кукурузой	—	17,33	3,33	—	—	—	13,00
• прочими культурами	—	—	1,00	5,00	—	—	2,50
• перелогом	—	—	—	—	8,66	—	—

Таблица 2

Колхоз им. М. Ф. Ахундова

Угодья	Годы						
	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
Степень освоения, % от всей исследуемой площади	100	100	100	100	100	100	100
В том числе под хлопчатником	11,33	34,50	45,80	15,30	40,40	—	37,43
• зерновыми	77,34	55,20	43,40	40,40	21,76	100	57,63
• люцерной	—	—	—	11,33	11,34	—	—
• кукурузой	11,33	10,30	8,35	33,00	15,80	—	4,94
• прочими культурами	—	—	2,45	—	—	—	—
• перелогом	—	—	—	—	10,80	—	—

Таблица 3

Колхоз им. М. Азизбекова

Угодья	Годы						
	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
Степень освоения, % от всей исследуемой площади	100	100	100	100	100	100	100
В том числе под хлопчатником	60,72	13,37	81,24	64,10	46,67	88,53	74,63
• зерновыми	39,28	86,63	—	28,50	53,33	—	25,37
• люцерной	—	—	18,7*	—	—	—	—
• кукурузой	—	—	—	7,40	—	—	—
• прочими культурами	—	—	—	—	—	11,47	—
• перелогом	—	—	—	—	—	—	—

Самые насыщенные чередования: 3 года хлопчатник и 2—зерновые или, наоборот, 3 года зерновые и 2—хлопчатник. Как по исследованному участку, так и по всей территории колхоза площадь посевов под люцерну весьма незначительна—не более 5,0%.

Результаты исследований 1972 г. показали, что наиболее интенсивно использовались земли с засолением менее 0,5% плотного остатка.

Таблица 4:

Последовательность использования земель под с.-х. культуры на территории исследуемых колхозов, % от общей площади

Последовательность чередования	К-з „Ени Мугань“	К-з им. Ахундова	К-з им. М. Азизбекова				
			300 м	М.Ф.400 м	200 м	300 м	400 м
4г. Х. 1г. зер.	17,65	3,81	—	—	—	3,0	14,30
3г. Х. 2г. зер.	11,76	28,60	100	3,14	100	38,23	10,0
3г. Х. 1г. Л. 1г. зер.	—	0,95	—	—	—	3,0	10,0
3г. Х. 1г. зер. 1г. П.	—	3,81	—	—	—	3,0	14,30
2г. Х. 2г.Л. 1г. зер.	—	1,90	—	—	—	3,0	2,00
2г. Х. 3г.Л.	—	1,90	—	—	—	—	—
2г. Х. 2г. зер. 1г. П.	23,53	3,81	—	—	—	6,0	14,30
2г. Х. 1г. зер. 2г. П.	—	—	—	—	—	6,0	10,0
2г. Х. 1г. зер. 1г. Л. 1г.П.	17,65	0,95	—	—	—	3,0	2,57
4г. зер. 1г. Х.	5,88	0,95	—	—	—	10,0	—
3г. зер. 2г. Х.	5,88	18,10	—	—	—	1,0	—
3г. зер. 1г. Х. 1г. проч.	—	3,81	—	—	—	20,0	42,90
3г. зер. 1г. Л. 1г. проч.	—	1,90	—	—	—	4,0	5,10
2г. зер. 3г. П.	—	2,86	—	—	—	6,0	14,3
1г. зер. 3г. Х. 1г. проч.	—	3,81	—	—	—	3,0	3,0
4г. П. 1г. Х.	—	3,81	—	—	—	10,0	1,40

Примечание. Х—хлопчатник; зер.—зерновые; Л—люцерна; П—перелог; проч.—прочие; числитель—% в пределах изученных междурядных расстояний; знаменатель—% от всей площади колхоза.

Следует также отметить, что планировочные работы по территории колхоза выполнены недоброкачественно, вследствие чего появились остаточные пятна засоления.

Как показано в [2, 3], при промывке засоленных земель на хорошо спланированном фоне остаточные пятна засоления отсутствуют. Данные, приведенные в [1], также показывают преимущество спланированных полей. На подобных землях колхоза им. Г. Самедова Сальянского района площадью 1200 га урожай озимых зерновых составил 29 ц/га, а на неспланированных—18—19.

Улучшение мелиоративного состояния земель повышает урожайность таких культур, как хлопчатник и озимые зерновые (табл. 5).

Таблица 5
Динамика урожайности хлопчатника и озимых зерновых на территории исследуемых колхозов за период с 1963 по 1973 г.

Показатели	Годы:					
	1968	1969	1970	1971	1972	1973
Под хлопчатником						
К-з "Ени Мугань"	5,90	8,60	12,84	15,40	14,00	17,17
им. М. Ф. Ахундова	20,97	16,93	21,89	20,20	25,87	26,00
им. М. Азизбекова	16,40	18,70	21,60	17,00	23,40	22,80
Под озимыми зерновыми						
К-з "Ени Мугань"	5,60	11,70	12,90	11,00	14,90	13,27
им. М. Ф. Ахундова	11,30	19,50	14,30	17,50	22,50	22,35
им. М. Азизбекова	10,70	12,50	21,70	19,05	23,30	26,40

Как видно из таблицы, положительные результаты получены по всем колхозам. И, несмотря на некоторое колебание урожайности по годам, на мелиорируемых землях при весьма различной степени дренажированности урожайность сельскохозяйственных культур повышается.

ВЫВОДЫ

1. Осуществление мелиоративных и агротехнических мероприятий на Северной Мугани (дренаж, инженерные оросительные каналы, планировка, промывка и др.) дало большой мелиоративный эффект—опреснены земли и в связи с этим КИЗ увеличен до максимума. В настоящее время назрела необходимость внедрения севооборотов на территории всех колхозов и совхозов Северной Мугани, так как без них невозможно сохранение и повышение плодородия почв.

2. Выявление прямой зависимости между степенью рассоления и полнотой использования сельскохозяйственных культур и междренажными расстояниями в пределах 200—600 м не представляется возможным.

Литература

1. Ахмедов А. П. "Почвоведение", 1973, № 3. 2. Султанов Ю. Г. Изучение водно-солевого баланса почв Сальянской степи. Ф. Ин-та почвоведения и агрохимии АН Азерб. ССР, 1973. 3. Таиров Ш. Г. "Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук", 1968, № 2.

Институт почвоведения и агрохимии

Поступило 26. II 1976

А. Э. Мамедов

ШИМАЛИ МУГАН ШЭРАИТИНДЭ МУХТЭЛИФ ИНТЕНСИВЛИКДЭ ДРЕНЛЭШМИШ САНЭЛЭРИН КЭНД, ТЭСЭРРУФАТЫНДА ИСТИФАДЭ ОЛУНМАСЫ

Шимали Муганда мухтэлиф мелиоратив тэдбиirlэр системинин юёжата кечирилмэсий нэтичэсийнде шоран торпаглар нэээрээр чарпачаг дэрэчэдээ дүзсузлашмышлар. Бурада мухтэлиф дренлэр арасы мэсафэлэр лајиhiэлэншишдир.

Буна көрө дэ бу дренлэр арасы мэсафэлэрдээ кэнд тэссэрруфаты биткилэрийн мухтэлиф интенсивликдэ истифадэ олунмасынын өргөнчилмэсийн бөјүк практики энэмижэти вардыр.

Бир нэчэ характеристик (Шимали Муган учун) тэчирүбээ санэлэрийн апарылмын тэдгигатлар нэтичэсийнде мүэjjэн олунмушдур ки, мухтэлиф дренлэр арасы мэсафэ-

лэрдэ (200—600 м) торпагларын дүзсузлашма дэрэчэсийн ялэ оиларын кэнд тэссэрруфаты биткилэри алтында истифадэ олунмасы интенсивликлэри арасында мүэjjэн мутэнаасиб асылылыгын олмасы мүмкүн дэйлдир.

A. A. Mamedov

AGRICULTURAL UTILISATION OF THE SOILS ON THE PLOTS WITH DIFFERENTIAL DRAINAGE INTENSITY IN CONDITIONS OF THE NORTH MUGANI

The investigation on the experiment plots the absence of straight dependence between intensity of desalination and completeness of utilization agricultural soils from interdrain distance (within the limits 200—600 meters).

УДК 582. 52/59 (479. 24)

БОТАНИКА

С. Г. МУСАЕВ

НОВЫЙ ВИД КОСТРА (*Bromus L.*) ИЗ АЗЕРБАЙДЖАНА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. И. Ульянищевым)

При обработке собранных нами гербарных материалов выявлен новый вид рода *Bromus L.*, который описывается ниже.

Bromus tzvelevii Musaev sp. nov.—*Planta annua*, 10—30 (35) cm alt.; *vaginae* *sollorum* *inferiorum* *glabrae*, *superiorum* *brevissime pilosae*; *ligula membranacea*, ad 2,5 mm lg.; *laminae* 4—6 mm lt.; *vulgo* *convolutae*, *utrinque* *scabiae*. *Paniculae* 10—15 cm lg.; *plus minusve* *contractae*, *ramis* *sal brevibus*, *scabris*, *spiculas* 1—4 *geren* *libus*; *glumae* 8—10 cm lg., *longe* *acuminatae*; *lemnata* 10—13 mm lg., *margine* *valde angulata*, *secus costas* *scabra*; *aristae* 11—13 (13,5) mm lg., *rectae*; *antherae* 2,3—3,2 mm lg.

Typus: Азербайджан, Республика автономная Нахичевань, в vicinibus pag. Nasirvaz, in declivitate herbida sicca, 19. IV 1973, S. Musaev (BAK).

Affinitas: A specie proxima—*Bromus commutatus Schrad.* *vaginis* *sollorum* *inferiorum* *glabris* (nec *pilosae*), *arista recta*, 11—13,5 mm lg. (nec 6—9 mm lg.), *antheris* 2,3—3,2 mm lg. (nec ad 2,3 mm lg.) differt.

Однолетнее растение 10—30 (35) см выс.; влагалища нижних листьев голые, верхних очень коротковолосистые; язычок перепончатый, до 2,5 мм дл.; листовые пластинки 4—6 мм шир., обычно вдоль свернутые, с обеих сторон шероховатые. Метелки 10—15 см дл., б. м. сжатые, с довольно короткими шероховатыми веточками, несущими 1—4 колоска; колосковые чешуи 8—10 мм дл., длиною звостренные; нижние цветковые чешуи 10—13 мм дл., по краю сильно угловатые, вдоль ребер шероховатые; ости 11—13 (13,5) мм дл., прямые. Пыльники 2,3—3,2 мм дл.

Тип. Азербайджан, Нахичеванская АССР, окр. сел. Насирваз, на сухом травянистом склоне, 19. VI 1973, С. Мусаев (BAK).

Родство. От наиболее близкого вида *Bromus commutatus Schrad* хорошо отличается голыми (а не волосистыми) влагалищами нижних листьев, прямыми остями 11—13,5 (а не 6—9) мм дл. и пыльниками 2,3—3,2 (а не 2,3) мм дл.

Вид назван в честь Н. Н. Цвелеева—известного советского агростолога.

Институт ботаники им. В. Л. Комарова

Поступило 26. II 1976

С. Г. Мусаев

АЗЕРБАЙЧАНДА ТОПЛАНМЫШ ДӘЛИЧӘОТУ ЧИНСИНИН
(*Bromus L.*) ЈЕНИ НӨВҮ ҺАГГЫНДА

Азәрбајҹан ССР ЕА Ботаника Институтунун али биткиләр һербарисинде тахылар фәсиләсинә аид иенләри вә Нахчывандан топладыгымыз материаллары өјәнәр-кән йени Дәличәоту иенү—*Bromus tzvelevii Musaev sp. nov.* мүәјҗәи өдүмлүшdir.

Бу йени иен морфологи хүсүсийәтләрине көрө она јакын олаи *B. commutatus Schrad.*—иенүндән ашагы ярнаң гимнинчи чылгар, 11—13,5 мм узун дуз гылчыглы, төзлүгүн 2,3—3,2 мм узун олмасы илә фәргләнir.

Йени Дәличәоту иенүнө көркәмли агростолог Н. Н. Цвелеевиниң ады веридмишdir.

S. O. Musayev

NEW SPECIES OF THE GENUS BROMUS L. FROM AZERBAIJAN

By critical treatment of herbarium materialis on the genus *Bromus L.* *Bromus tzvelevii Musaev sp. nov.* is found. It is similar to *B. commutatus Schrad.*

ИСТОРИЯ

С. А. ДАДАШЕВА

**МОНЕТЫ, ЧЕКАНЕННЫЕ ОТ ИМЕНИ ЛИСИМАХА
ФРАКИЙСКОГО, НА ТЕРРИТОРИИ
КАВКАЗСКОЙ АЛБАНИИ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. С. Сумбатзаде)

Всего на территории Кавказской Албании найдено пять экземпляров тетрадрахм, чеканенных от имени Лисимаха (таблица). Монеты, повторяющие тип собственно лисимаховских (голова Александра на лицевой стороне, сидящая Афина—на оборотной), выпускались много позже гибели этого царя (281 г. до н. э.) в городах Малой Азии и Фракии, заходя в отдельных случаях даже в I в. до н. э. В силу

Тетрадрахмы лисимаховского типа

№ п.п.	Вес, г	Лицевая сторона	Оборотная сторона	Соотношение осей
1*	16,51	Голова Александра Македонского в диаметре, с рогом Амона. Головной ободок.	Афина в шлеме с высоким гребнем сидит на троне—влево. На вытянутой правой руке влево—Ника. За правым плечом Афины—длинное копье. Левая рука опирается на щит прислоненный к трону.	12
2**	16,81	.	Легенда: справа — ВАΣΙΑΣΩΣ, слева — ΔΥΣΙΜΑΧΟΥ. Слева в поле—палица, под правой рукой буква Μ, в экзерге—лук.	6
3***	16,15	.	Тож, но дополнительные элементы не видны. Монограмма (рис. 1, 1).	12
4****	14,70	.	То же, но на троне буквы ΒΥ ниже, под чертой,—трезубец, влево, по обе стороны его,—дельфины. Под рукой—монограмма (рис. 1, 2).	12
5*****	.	.	То же, но монограмма другая (рис. 1, 3).	12
	.	.	То же, но монограмма другая (рис. 1, 4).	

Примечание. *—Кабала, № 9. Сильно потертая; **—Кабала, № 8. Сильно потертая; ***—Хыныслы, № 1, инв. № 35870; ****—Хыныслы, № 2, инв. № 26862; ***** Хыныслы, № 3.

этого определение места и времени чеканки отдельных экземпляров представляет известные трудности. В свое время проф. Е. А. Пахомов определил тетрадрахмы Лисимаха из Хыныслинского клада¹. Наша задача— дальнейшее исследование монет этого типа.

Все пять экземпляров изъяты из кладов (два из Кабалинского², три—из Хыныслинского³). Не подлежит сомнению тот факт, что они чеканились в г. Византии. Византийское происхождение монет доказывается как наличием букв ΒΥ под троном Афины, так и типичным для этого города символом, помещенным в экзерге,—трезубцем с двумя дельфинами по его сторонам⁴. В литературе отмечалось, что

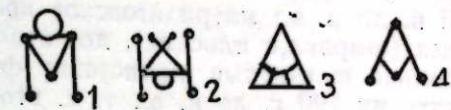


Рис. 1.



Рис. 2. Тетрадрахмы Лисимаха (№ 1, 2 из Кабалы, № 3, 4—из Хыныслов).

в Византии монеты лисимаховского типа и с именем Лисимаха чеканились только после смерти царя⁵, что и естественно, ибо в период существования царства Лисимаха этот город был в постоянной вражде

¹ Пахомов Е. А. Античные монеты в Албании (в пределах Азербайджанской ССР). «Вопросы истории Кавказской Албании». Баку, 1962, стр. 107—108.

² Барабаев И. А., Казиев С. М. Кабалинский клад монет эллинистической эпохи. «Нумизматика и эпиграфика», т. IX, М., 1971, стр. 22.

³ Пахомов Е. А. Монетные клады, вып. IX, 2080, стр. 10. Отметим, что Е. А. Пахомов в своем описании этих монет ошибочно указывает, что на лицевой стороне их изображена голова Лисимаха (в действительности—голова Александра Македонского). Им не отмечено также, что по обе стороны трезубца изображены дельфины, а на троне—буквы ΒΥ.

⁴ Ср. Olcay N., Seyrig H. Le trésor de Mektepini en Pergame. Paris, 1965, стр. 9—10, № 108—145 (особенно 138—145). См. также: Ridder G. Le Suse sous les Seleucides et les Parthes, Paris, 1965, стр. 227, № 635.

⁵ Müller L. Numismatique d'Alexandre le Grand. Copenhague, 1855, стр. 74—75. В новой литературе. См.: Seyrig H. Parlon an III. Siècle avant notre ère. Continental Publication American Numismatical Society. New York, 1958, стр. 616—618.

де с царем⁶. Как показали новые исследования, в Византии чеканка монет от имени Лисимаха началась с середины III в. до н. э. и продолжалась вплоть до воцарения Митридата VI (выделяются три периода: середина III в. до н. э.; конец III в. до н. э.—первая половина II в. до н. э.; митридатовское время)⁷. Учитывая характер самих монет (широкие плоские), достаточно сильный схематизм изображений, сильно вытянутые пропорции фигуры Афины⁸, мы склонны датировать их 190 г. до н. э., т. е. второй половиной второго периода чеканки монет этого типа в Византии.

Одна из тетрадрахм кабалинского клада (таблица, № 1) чеканена в г. Киосе⁹, хотя с трудом, но различаются характерные дополнительные символы: палица Геракла (слева в поле) и лук в горите (в экзерге). Характер этой монеты таков, что ее датировка должна быть близкой ко времени царствования Лисимаха (после 281 г. до н. э.)¹⁰. Следующая монета (таблица, № 2) настолько сильно потерта, что с уверенностью судить о месте ее происхождения трудно. Беспорно только одно—она также из западной Малой Азии (возможно, из Калхедона или Лисимахии, на что намекает обратное расположение штемпелей)¹¹. Дата, насколько можно судить, та же, что и у предыдущего экземпляра.

Институт истории

Поступило 16. XII 1975

С. А. Дадашова

ГАФГАЗ АЛБАНИЈАСЫ ӘРАЗИСИНДӘ ТАПЫЛМЫШ ФРАКИЈАЛЫ ЛИЗИМАХЫН АДЫНА ЗЭРБ ОЛУНАН ПУЛЛАР

Албания аразисинде Лизимахын адына зэрб олунмуш 5 әдәд тетрадрахма тапылышдары. Бүнларын икиси Гэбэлэ, уччы исэ Хынысылы дәфинесине дахилдир. Хынысылы дәфинеси нымунәләринин наымысы Бизана шәһәринде зэрб едилишишdir. Бу тетрадрахмалар е. э. 190-чи илә аид едилир.

Гэләбә дәфинеси тетрадрахмаларындан бири Киос шәһәринде зэрб олунмушудур. Бу драхманын Лизимахын дөврүнэ (е. э. 281-чи илдән соңра) аид олдуғу күмән едилир.

Дикәр тетрадрахма гәрби Кичик Асија мәншәли олуб, дөвр етибары илә „Киос“ драхмасына жаһындыр. Онын эксп үзүндәкі штемплә эсасен Калхедон вә Лизимахияда зэрб едилиди еңтимал едилир.

S. A. Dadasheva

COINS MINTED ON BEHALF OF LYSIMACHUS OF THRACE EXCAVATED ON THE TERRITORY OF CAUCASIAN ALBANIA

Altogether five specimens of teradrachmas minted on behalf of Lysimachus have been found on the territory of Albania. All they were taken from treasures: two from Kabaly treasure, and three—from Khinilisy one. Tetradrachmas of the Khinilisy treasure were minted in Byzantium and date back after 190 B. C. A tetradrachma from the Kabaly treasure was minted in the town of Kios and dates back close to the time of Lysimachus reign (soon after 281 B. C.). Next tetradrachma also belongs to those originated from the West of Minor Asia (probably in Kalkhedon and Lysimachia, which is suggested by the reverse arrangement of stamps). The date seems to be close to that of the previous specimen.

⁶ Невская В. П. Византий в классическую и эллинистическую эпохи. М., 1953, стр. 136.

⁷ Schonert-Geiss E. Die Münzpragung von Byzantion. Teile I. Antonome Zeit. Berlin—Amsterdam, 1970, стр. 62.

⁸ См.: Olcay N., Seyrig H. Ук. раб., стр. 31.
⁹ Olcay N., Seyrig H. Ук. раб., стр. 11, № 160—162; Le Rider G. Ук. раб., стр. 227, № 633; Cox D. H. A Third Century Hoard of Tetradrachmus from Gordian, Philadelphia, 1953, стр. 9, № 63.

¹⁰ Le Rider G. Ук. раб., стр. 441.

¹¹ См.: Olcay N., Seyrig H., Ук. раб.; № 103 и 148.

МҮНДӘРИЧАТ

Дифференциал тәнликләр

Ә. Ж. Мамудов, Р. Г. Абасов, А. В. Шапиро. Бә'зи хәтти дифференциал тәнликләрни Банах фәзасында санки периодик һәлләре 3

Риазијјат

Ш. К. Баймов. Гејри-мәйдуд областда өз-өзүнә гошма олмајан еллиптик оператор учун биринчи сәрһәд масәләсүнин мәхсусы әдәд вә мәхсусы функцияларының һассәләре 8

Р. М. Элиев. Бә'зи интеграл бәрабәрсизлікләр һагтында 12

Физика

Т. М. Гасымов. Йарымкечирчиләрдән вә јарымметалларда гыздырылыш јүк дашијычыларының вә фоноларын гарышылыгы сөвгү 19

К. Э. Рустемов. Нејтрон сәпилмәси учун сечмә гајдасы 23

Нефт сәнәјеси механикасы

Ә. А. Бағанлы. Дәрснануның икифазалы сүзүлмәјә тәтбиги һагтында 26

Нефт кимјасы

Ч. И. Зулфугарлы, Ф. Р. Баев, В. И. Ермакова. Азәрбајҹан дәниз јатаглары нефтләринин тәркиби вә карбонидрокенеләринин түрүлүшү һагтында 30

Ұзви кимја

С. Ф. Гарәев. α -асетилен спиртләринин гликлеhekseñ оксидлә гарышылыгы тә'сириндән алымыш бирләшмәләрин индратасијасы 33

Нефт-кимја

Г. Э. Зејналова, А. Э. Бахшизадә, Э. К. Казымзадә, Ш. С. Гулиев. Инкиторларын јүксәк температурда јағларын оксидләшмәсүнә тә'сир механизмни 37

С. Д. Мендиев, Р. Ж. Мәхәррәмов, Г. Н. Сүлейманов, Ж. Г. Абдуллаев, Т. С. Ахурова. P , P' —дитолилин оксидләшdirичи аммонолизи реаксијасының тәдгиги 40

Кеолокија

Ф. А. Ахуров, В. М. Базадә. Кичик Гафгазын Севан-Гараб зонасының спилит-диабаз формасијасының вулканитлари 44

Кеотектоника

Ф. С. Эһмәдбәјли, А. М. Абажов. Гусар-Дәвәчи району дәрнлик структурунун неотектоник комплекслә мұнасибәти 47

Торпагшұнаслығы

А. Э. Мәммәдов. Шимали Муган шәraitинде мұхтәлиф интенсивлик дә дренләшмиш саһәләрин кәнд тәсәррүфатында истифадә олунмасы 51

Ботаника

С. Н. Мусаев. Азәрбајҹанда топламыш Дәлічәтү чинсинин (Brotius L.) жөнөвү һагтында 56

Тарих

С. А. Дадашова. Гафгаз Албаниясы аразисинде тапылмыш фракијалы лизимахын адына зэрб олунан пуллар 58

СОДЕРЖАНИЕ

Дифференциальные уравнения

А. Ю. Махмудов, Р. Г. Абасов, А. В. Шапиро. Почти-периодические решения некоторых линейных дифференциальных уравнений в банаховом пространстве : 3

Математика

Ш. К. Бамов. Свойства собственных значений и собственных функций первой краевой задачи для несамосопряженного эллиптического оператора в неограниченной области : 8

Р. М. Алиев; О некоторых интегральных неравенствах : 12

Физика

Т. М. Гасымов. Взаимное увлечение разогретых носителей заряда и фононов в полупроводниках и полуметаллах : 19

К. А. Рустамов. Правила отбора для нейтронного рассеяния : 23

Нефтепромысловая механика

Э. А. Багбали. О применении закона Дарси к двухфазной фильтрации : 26

Химия нефти

Дж. И. Зульфугарлы, Ф. Р. Бабаев, В. И. Ермакова. О составе и структуре углеводородов нефти морских месторождений Азербайджана : 30

Органическая химия

С. Ф. Карапев. Гидратация продуктов взаимодействия третичных α -ацетильных спиртов с окисью циклогексена : 33

Химия нефти

Г. А. Зейналова, А. А. Бахшизаде, А. К. Кязимзаде, Ш. С. Кулиев. О механизме ингибирования окисления масел при высокой температуре : 37

Нефтехимия

С. Д. Мехтиев, Р. Ю. Магеррамова, Г. Н. Сулайманов, Я. Г. Абдуллаев; Т. С. Ахундова. Исследование реакции окислительного аммонолиза n , n^1 -дитолила : 40

Геология

Ф. А. Ахундов, В. М. Бахшизаде. Вулканиты спилит-диабазовой формации Севано-Карабахской зоны Малого Кавказа : 44

Геотектоника

Ф. С. Ахмедбейли, А. М. Агабеков. Соотношение глубинной структуры и неотектонического комплекса Кусаро-Дивичинского района : 47

Почвоведение

А. А. Мамедов. Сельскохозяйственное использование земель на участке с разной интенсивностью дренирования в условиях Северной Мугани : 51

Ботаника

С. Г. Мусаев. Новый вид костра (*Bromus L.*) из Азербайджана : 56

История

С. А. Дадашева. Монеты, чеканенные от имени Лисимаха фракийского, на территории Кавказской Албании : 58

Сдано в набор 31/VIII-1976 г. Подписано к печати 26/XI-1976 г. Формат бумаги 70×108 $\frac{1}{16}$. Бум. лист 2,00. Печ. лист. 5,6. Уч.-изд. лист 4,75. ФГ 16334. Заказ 226. Тираж 740. Цена 40 коп.

Издательство „Элм“. 370073. Баку-73, проспект Нариманова, 31,
Академгородок, главное здание.

Типография „Красный Восток“ Государственного комитета Совета Министров Азербайджанской ССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Баку, ул. Ази Асланова, 80.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. В «Докладах Академии наук Азербайджанской ССР» помещаются краткие сообщения, содержащие законченные, еще не опубликованные результаты научных исследований, имеющих теоретическое или практическое значение.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов без определенных выводов и обобщений, работы непринципиальные, описательного или обзорного характера, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особо интересных для науки находок).

Статьи, помещаемые в «Докладах», не лишают автора права последующей публикации того же сообщения в развернутом виде в других изданиях.

2. Поступающие в «Доклады» статьи рассматриваются Редакционной коллегией только после представления их академиком по специальности. Каждый академик может представить не более 5-ти статей в год.

Статьи членов-корреспондентов Академии наук Азербайджанской ССР принимаются без представления.

Редакция просит академиков при представлении статьи указывать дату получения ее от автора, а также наименование раздела, в котором статья должна быть помещена.

3. В «Докладах» публикуется не более трех статей одного автора в год.

4. В «Докладах» помещаются статьи, занимающие не более четверти авторского

5. Все статьи должны иметь резюме на английском языке; кроме того, статьи на-

6. В конце статьи должны быть указаны название научного учреждения, в кото-

7. Опубликование результатов работ, проведенных в научных учреждениях должно

8. Статьи (включая и резюме), должны быть напечатаны на машинке через два

9. Цитируемая в статье литература должна приводиться не в виде подстрочных

10. На обороте рисунков должны быть указаны фамилия автора, название статьи

11. Авторы статей должны указывать индекс статьи по Унифицированной десятич-

12. Авторы должны избегать повторения одинаковых данных в таблицах, гра-

13. В случае представления двух или более статей одновременно необходимо

14. Корректура статей авторам как правило не посыпается. В случае посылки

15. Редакция выдает автору бесплатно 15 отдельных оттисков статьи.

REFERENCES

mento de la población en el año 1850, que se ha de considerar como el punto de partida para el cálculo de la tasa de crecimiento. La población en ese año era de 10,000 habitantes. La tasa de crecimiento es de 2% anual. La población en el año 1860 era de 10,200 habitantes. La población en el año 1870 era de 10,400 habitantes. La población en el año 1880 era de 10,600 habitantes. La población en el año 1890 era de 10,800 habitantes. La población en el año 1900 era de 11,000 habitantes. La población en el año 1910 era de 11,200 habitantes. La población en el año 1920 era de 11,400 habitantes. La población en el año 1930 era de 11,600 habitantes. La población en el año 1940 era de 11,800 habitantes. La población en el año 1950 era de 12,000 habitantes. La población en el año 1960 era de 12,200 habitantes. La población en el año 1970 era de 12,400 habitantes. La población en el año 1980 era de 12,600 habitantes. La población en el año 1990 era de 12,800 habitantes. La población en el año 2000 era de 13,000 habitantes. La población en el año 2010 era de 13,200 habitantes. La población en el año 2020 era de 13,400 habitantes. La población en el año 2030 era de 13,600 habitantes. La población en el año 2040 era de 13,800 habitantes. La población en el año 2050 era de 14,000 habitantes. La población en el año 2060 era de 14,200 habitantes. La población en el año 2070 era de 14,400 habitantes. La población en el año 2080 era de 14,600 habitantes. La población en el año 2090 era de 14,800 habitantes. La población en el año 2100 era de 15,000 habitantes.