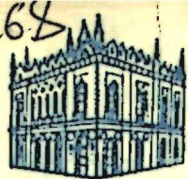


1-168



ISSN 0002-3078

АЗЕРБАЙДЖАН ССР ЕЛМЛӨР АКАДЕМИЈАСЫ  
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МӘ'РУЗӘЛӘР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXVII ЧИЛД

1981 • 8

ЦНБ

ДАН Азерб. ССР публикует краткие сообщения об оригинальных, нигде не печатанных ранее, результатах научных исследований, представленные академиками АН Азерб. ССР, которые тем самым берут на себя ответственность за научные достоинства представляемой статьи.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов, без определенных выводов и обобщений, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особо интересных для науки находок).

Будучи органом срочной информации, журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает и отбирает к печати статьи, объем которых допускает их публикацию в установленные решением Президиума АН Азерб. ССР сроки.

В связи со всеми перечисленными ограничениями отклонение статьи редакцией «Доклады АН Азерб. ССР» означает только, что она не согласуется с требованиями и возможностями этого журнала и не исключает ее публикации в других изданиях.

### ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Доклады АН Азерб. ССР» просит авторов руководствоваться приведенными правилами и надеется, что авторы ознакомятся с ними прежде, чем пришлют статью в редакцию.

Статьи, присланные без соблюдения этих правил, к рассмотрению не принимаются.

1. Статьи, направляемые в редакцию, должны иметь представление члена АН СССР или академика АН Азерб. ССР; если оно требуется (см. выше).

Статьи с просьбой направить их на представление редакцией не принимаются.

2. Статья публикуется по мере поступления. Единственным поводом для внеочередной публикации является исключительная важность сообщения и соображения приоритета. Для этого необходимо специальное решение редколлегии.

3. Как правило, редакция направляет представленные статьи на рецензию.

4. «Доклады» помещают не более трех статей одного автора в год. Это правило не распространяется на членов АН СССР, академиков Академии наук Азерб. ССР.

5. Авторы должны определить раздел, в который следует поместить статью, а также дать индекс статьи по Универсальной десятичной классификации (УДК). К статье прилагается отпечатанный на машинке реферат в двух экземплярах, предназначенный для передачи в один из реферативных журналов ВИНИТИ.

6. В конце статьи нужно указать полное название учреждения, в котором выполнено исследование, фамилии все авторов, а также полный почтовый адрес и номер телефона (служебный и домашний) каждого соавтора.

Кроме того, авторский коллектив должен указать лицо, с которым редакция будет вести переговоры и переписку.

7. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлекцией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответом на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

8. В «Докладах» публикуются статьи, занимющие не более 1/4 авторского листа (6 страниц машинописи). В этот объем входят текст, таблицы, библиография (не больше 15 источников) и рисунки, число которых не должно превышать четырех, включая и обозначения «а», «б» и т. д. в том числе вклейки на мелованной бумаге. Вклейки даются только для микрофотографий большого увеличения. Штриховые рисунки (карты, схемы и т. п.) на вклейках не печатаются, а даются на кальке. Текст и графический материал представляются в двух экземплярах. Повторение одних и тех же данных в тексте, таблицах и графиках недопустимо. Рисунки должны быть выполнены четко, в формате, обеспечивающем ясность передачи всех деталей. Фотографии представляются на глянцевой бумаге. Подписи к рисункам должны быть напечатаны в 2-х экземплярах через два интервала на отдельной странице. На обороте рисунков мягким карандашом указываются фамилии авторов, название статьи и номер рисунка.

# МƏ'РУЗƏЛƏР ДОКЛАДЫ ТОМ XXXVII ЧИЛД

№ 8



„ЕЛМ“ НƏШРИЈАТЫ—ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЕЛМ“  
БАКЫ—1981—БАКУ



Дж. И. МАМЕДХАНОВ

ЛОКАЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ НАИЛУЧШЕЙ  
 АППРОКСИМАЦИИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)

Вопросы, связанные с локальным поведением объекта, следует разделить на чисто локальные и локально внутренние. К задачам, в которых встречаются чисто локальные свойства, мы относим такие, в которых определяющим является поведение объекта в любой окрестности определенной точки. Если же поведение объекта задается вне любой окрестности некоторого числа точек, то такие свойства назовем локально внутренними.

В данной работе на классах кривых  $B_k^0$  (класс В. К. Дзядыка [1], стр. 439, и класс квазиконформных кривых), т. е. на самых общих кривых  $A$ , на которых имеет место конструктивная характеристика класса  $H_\alpha$  (класс Гельдера порядка  $\alpha$ ) (см. [1]), в случае, когда  $z_0 \in \Gamma$  строится класс функций

$$D_\alpha^\beta(z_0) = \{f \in C(\Gamma) : |f(z_1) - f(z_2)| = O((\max\{|z_1 - z_0|, |z_2 - z_0|\})^\beta |z_1 - z_2|^\alpha),$$

обладающий чисто локальными свойствами, а именно:  $f(z) \in H^\alpha(\Gamma)$ , а в точке  $z_0$  имеет место порядок Гельдера  $\alpha + \beta$ , т. е.

$$|f(z_0) - f(z)| = O(|z_0 - z|^{\alpha+\beta}).$$

Для этого класса функций решается чисто локальная задача наилучшей полиномиальной аппроксимации. Кроме того, для этого класса в терминах наилучшей полиномиальной аппроксимации найдена конструктивная характеристика.

Модифицировав одно доказательство В. К. Дзядыка [1], используемое им при наилучшей аппроксимации функций класса  $H_\alpha(\Gamma) \cap A(g)$  ( $A(G)$  — класс аналитических в области  $G$  ( $\partial G = \Gamma$ ) функций), мы можем доказать чисто локальную теорему аппроксимации.

**Теорема 1.** Пусть  $\Gamma \in B_k^0$  (или  $\Gamma \in A$ ) и  $f(z) \in D_\alpha^\beta(z_0) \cap A(g)$  ( $0 < \alpha \leq 1, \beta \geq 0$ ). Тогда при каждом натуральном  $n$  можно построить многочлен  $P_n(z)$  степени не выше  $n$ , такой, что в любой точке  $z \in \Gamma$  будет выполняться неравенство\*

$$|f(z) - P_n(z)| \leq |z_0 - z|^\beta d^\alpha\left(z, \frac{1}{n}\right) + d^{\alpha+\beta}\left(z, \frac{1}{n}\right), \quad (1)$$

где  $d\left(z, \frac{1}{n}\right)$  — расстояние от точки  $z \in \Gamma$  до линии уровня  $\Gamma_{1+\frac{1}{n}}$ .

\* Иногда, когда это не вызывает недоразумения, вместо знака  $\leq$  с константой мы будем писать  $<$  без константы.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Г. Б. Абдуллаев (главный редактор), М. Т. Аббасов,  
 Ал. А. Ализаде (зам. главного редактора), В. С. Алиев, Г. А. Алиев,  
 Дж. А. Алиев, И. Г. Алиев, Дж. Б. Гулиев, Н. А. Гулиев,  
 М. З. Джафаров, Ф. Р. Джафаров, А. Надиров, Ю. М. Сендов,  
 А. М. Шамшев, М. А. Усейнов,

Писать разборчиво

Шифр 17-168 18 1884

Автор .....

Название .....

© Изд

Адрес: г. Баку, Коммунистическая, 10. Редакция «Известий Академии наук Азербайджанской ССР».



Доказательство. Пусть  $\Gamma \in B_k^0$ . Рассмотрим введенный В. К. Дзядыком (см. [1] стр. 440) многочлен  $P_n(z)$ , видя

$$P_n(z) = \frac{1}{2\pi i \gamma_n} \int_{\Gamma} f(t) K_n(t, z) dt, \quad n = 2, 3, \dots \quad (2)$$

где  $K_n(t, z)$  есть многочленное по  $z$  ядро степени  $n$  (а точнее  $\approx n$ ), удовлетворяющее условиям

$$\frac{1}{2\pi i \gamma_n} \int_{\Gamma} K_n(t, z) dt = 1 \quad (3)$$

$$|K_n(t, z)| \leq \frac{1}{d\left(z, \frac{1}{n}\right) + |t - z|} \quad (4)$$

Пусть  $z^* \in CG$  и отстоит от точки  $z \in \Gamma$  на расстоянии  $n^{-2(m+2)}$  ( $m > 0$  — зафиксированное целое число, входящее в определение многочлена (1)). В силу соотношений (2) и (3) при всех  $z \in \Gamma$  будем иметь

$$\begin{aligned} J = J(z) = f(z) - P_n(z) &= \frac{1}{2\pi i \gamma_n} \int_{\Gamma} [f(z) - f(t)] K_n(t, z) dt = \\ &= \frac{1}{2\pi i \gamma_n} \int_{\Gamma} [f(t) - f(z)] \left[ \frac{1}{t - z^*} - K_n(t, z) \right] dt. \end{aligned} \quad (5)$$

Для оценки модуля  $J = J(z)$ , следуя В. К. Дзядыку, поступим следующим образом.

Пусть  $z \in U_{t \in \Gamma} \left( t, d\left(t, \frac{1}{n}\right) \right)$  ( $z \in \Gamma$ ), где  $U\left(t, d\left(t, \frac{1}{n}\right)\right)$  есть круг с центром в точке  $t$  и радиусом  $d\left(t, \frac{1}{n}\right)$ . Обозначим через  $t_0$  точку (или же одну из точек) из  $\Gamma$ , которая является центром круга  $\bar{U}\left(t_0, d\left(t_0, \frac{1}{n}\right)\right)$  наибольшего радиуса  $d\left(t, \frac{1}{n}\right)$ , замыканию которого принадлежит точка  $z$ . Нетрудно заметить, что круг  $U_0 \stackrel{\text{дт}}{=} \bar{U}\left(t_0, 2d\left(t_0, \frac{1}{n}\right)\right)$  будет содержать в себе все точки  $t \in \Gamma$ , для которых  $z \in U\left(t, d\left(t, \frac{1}{n}\right)\right)$ . В этом случае обозначим через  $\gamma$  и  $\Gamma'$  дуги

$$\gamma \stackrel{\text{дт}}{=} \Gamma \cap U_0, \quad \Gamma' = \Gamma \setminus \gamma \quad (6)$$

В этих обозначениях имеем

$$\begin{aligned} J = J(z) &= \frac{1}{2\pi i \gamma_n} \int_{\gamma} [f(t) - f(z)] \left( \frac{1}{t - z^*} - K_n(t, z) \right) dt + \\ &+ \frac{1}{2\pi i \gamma_n} \int_{\Gamma'} [f(t) - f(z)] \left[ \frac{1}{t - z^*} - K_n(t, z) \right] dt = J(\gamma) + J(\Gamma') \end{aligned} \quad (7)$$

Теперь, если произвести некоторые преобразования и воспользоваться соотношением (4) и свойствами классов  $B_k^0$  (см. [1] стр. 439) и  $D_k^{\beta}(z_0)$ , получим

$$|J(\gamma)| \leq |z - z_0|^{\beta} d^{\alpha}\left(z, \frac{1}{n}\right) + d^{\alpha+\beta}\left(z, \frac{1}{n}\right). \quad (8)$$

Для того чтобы оценить интеграл  $J(\Gamma')$ , вспомним известную оценку (см. [1] стр. 429)

$$\left| \frac{1}{t - z^*} - K_n(t, z) \right| \leq \frac{\left[ d\left(z, \frac{1}{n}\right) \right]^{m+2}}{|t - z| \left( |t - z| + d\left(z, \frac{1}{n}\right) \right)^{m+2}}, \quad z \in \Gamma \quad (9)$$

имеющую место на кривых класса  $B_k^0$ . И разобьем дугу  $\Gamma'$  на части следующим образом. Положим  $\frac{1}{2} d\left(z, \frac{1}{n}\right) = r$  и проведем с центром в точке  $z$  окружности  $O_s$ , радиусов  $2^s r$ ,  $s = 0, 1, \dots$ , где  $N$ , выбрано так, что  $O_{N-1} \cap \Gamma' \neq \emptyset$ ,  $O_N \cap \Gamma' = \emptyset$ , и обозначим части дуги  $\Gamma'$ , которые содержатся между окружностями  $O_s$  и  $O_{s+1}$ , через  $\Gamma_s$ ,  $s = 0, 1, \dots, N$ . Тогда, принимая во внимание свойства классов  $B_k^0$ ,  $D_k^{\beta}(z_0)$ , соотношение (9) и неравенство (см. [1], стр. 412)  $d\left(z, \frac{1}{n}\right) \geq \frac{1}{n^2}$ , имеющее место на произвольном допустимом континууме, получим

$$\begin{aligned} |J(\Gamma')| &\leq \sum_{s=0}^{N-1} \int_{\Gamma_s} |f(t) - f(z)| \left| \frac{1}{t - z^*} - K_n(t, z) \right| |dt| \leq \\ &\leq |z - z_0|^{\beta} d^{\alpha}\left(z, \frac{1}{n}\right) + d^{\alpha+\beta}\left(z, \frac{1}{n}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Наконец, в силу (8) и (10) из соотношений (5) и (7) и будет следовать утверждение теоремы при  $\Gamma \in B_k^0$ . Аналогично доказывается и случай, когда  $\Gamma \in A$ .

Замечание 1. Теорема 1 является некоторым усилением соответствующих теорем В. К. Дзядыка [1] и В. И. Белого [2], а в случае, когда  $\beta = 0$ , совпадает с ними.

Теперь мы займемся получением обратной теоремы наилучшей аппроксимации для класса функции  $D_k^{\beta}(z_0)$ . Для этой цели нам понадобится следующая

Лемма 1. Пусть замкнутая кривая  $\Gamma \in B_k^0$ . Тогда, если на  $\Gamma$  задана положительная непрерывная функция  $A(z)$ , то для производной всякого многочлена  $P_n(z)$  степени не выше  $n$ , удовлетворяющего для всех  $z \in \Gamma$  условию

$$|P_n(z)| \leq A(z)$$

будет во всех этих точках выполняться неравенство

$$|P'_n(z)| \leq \frac{A(z)}{d\left(z, \frac{1}{n}\right)}$$

Замечание 2. Эта оценка для более узкого класса кривых была доказана В. К. Дзядыком [3] и не имела применения при доказательстве классических обратных теорем.

Имеет место следующая

**Теорема 2.** Пусть граница области  $G$ , замкнутая кривая  $\Gamma$ , принадлежит  $B_\kappa$  и функция  $f(z)$  задана на  $\bar{G}$ . Тогда, если при каждом натуральном  $n \geq n_0$  найдется многочлен  $P_n(z)$  степени  $\leq n$  такой, что при всех

$$|f(z) - P_n(z)| \leq |z_0 - z|^\alpha d^\alpha\left(z, \frac{1}{n}\right) + d^{\alpha+\beta}\left(z, \frac{1}{n}\right), \quad (z_0 \in \Gamma) \quad (11)$$

где  $\alpha + \beta < 1$ , то функция  $f(z) \in D_\alpha^\beta(z_0) \cap A(G)$  ( $\alpha + \beta < 1$ ).

**Доказательство.** Очевидно, нам достаточно показать, что  $f(z) \in D_\alpha^\beta(z_0)$ . Действительно, в силу (11) следует, что при всех  $z \in \Gamma$

$$f(z) = P_{n_0}(z) + \sum_{i=0}^{\infty} Q_{n_{i+1}}(z), \quad \text{где } Q_{n_{i+1}}(z) = P_{n_{i+1}}(z) - P_{n_i}(z), \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Оценивая многочлен  $n_{i+1}$ -й степени  $Q_{n_{i+1}}(z)$  в силу (11), находим

$$|Q_{n_{i+1}}(z)| \leq |P_{n_{i+1}}(z) - f(z)| + |f(z) - P_{n_i}(z)| \leq \leq |z_0 - z|^\alpha d^\alpha\left(z, \frac{1}{n}\right) + d^{\alpha+\beta}\left(z, \frac{1}{n}\right). \quad (13)$$

Пусть  $z_1$  и  $z_2$  — две произвольные точки кривой  $\Gamma$  и  $\widehat{z_1 z_2}$  — дуга кривой  $\Gamma$ . Не умаляя общности, будем считать, что при

$$z \in \widehat{z_1 z_2}: d\left(z, \frac{1}{n}\right) \leq d\left(z_2, \frac{1}{n}\right).$$

Теперь, если  $K_0$  выбрать так, что

$$d\left(z_2, \frac{1}{n_{K_0+1}}\right) < h \leq d\left(z_2, \frac{1}{n_K}\right), \quad \text{где } h = |z_2 - z_1|,$$

то для произвольной точки  $z \in \widehat{z_1 z_2}$ , очевидно, будем иметь

$$d\left(z, \frac{1}{n_{K_0}}\right) > d\left(z_2, \frac{1}{n_i}\right) \geq h.$$

Далее выберем последовательность натуральных чисел  $\{n_i\}$  так, чтобы при каждом  $i = 0, 1, 2, \dots$  выполнялось условие

$$\frac{1}{2^{i+1}} < d\left(z_2, \frac{1}{2n_i}\right) < \frac{1}{2n_i}. \quad (14)$$

Тогда, принимая во внимание (12), (13) и лемму 1, получим

$$|f(z_2) - f(z_1)| \leq |P_{n_0}(z_2) - P_{n_0}(z_1)| + \sum_{i=0}^{K_0-1} |Q_{n_{i+1}}(z_2) - Q_{n_{i+1}}(z_1)| +$$

$$+ \sum_{i=K_0}^{\infty} (|Q_{n_{i+1}}(z_2)| + |Q_{n_{i+1}}(z_1)|) \leq |z_2 - z_1| + + \sum_{i=0}^{K_0-1} \left| \int_{z_1}^{z_2} Q_{n_{i+1}}(t) dt \right| + \sum_{i=K_0}^{\infty} (|z_0 - z_2|^\beta + |z_0 - z_1|^\beta) d^\alpha\left(z_2, \frac{1}{n}\right) + + d^{\alpha+\beta}\left(z, \frac{1}{n_i}\right) \leq (|z_0 - z_1|^\beta + |z_0 - z_2|^\beta) |z_1 - z_2|^\alpha.$$

При этом учитывается, что при  $\alpha + \beta < 1$

$$|z_1 - z_2| \leq |z_1 - z_2|^{\alpha+\beta} \leq (|z_0 - z_1|^\beta + |z_0 - z_2|^\beta) |z_1 - z_2|^\alpha.$$

Итак, мы показали, что  $F(z) \in D_\alpha^\beta(z_0)$  при  $\alpha + \beta < 1$ , что и будет доказательством теоремы 2.

Теоремы 1 и 2 позволяют нам получить следующую конструктивную характеристику для класса  $D_\alpha^\beta(z_0)$  при  $\alpha + \beta < 1$ .

**Теорема 3.** Пусть граница области  $G$  — замкнутая кривая  $\Gamma \in B_\kappa$ . Для того чтобы при  $0 < \alpha < 1$ ,  $\beta \geq 0$  и  $\alpha + \beta < 1$  функция  $f(z) \in D_\alpha^\beta(z_0) \cap A(G)$ , необходимо и достаточно, чтобы для нее при каждом натуральном  $n$  нашлся многочлен  $P_n(z)$  порядка  $n$  такой, чтобы при всех  $z \in \Gamma$  выполнялось неравенство

$$|f(z) - P_n(z)| \leq |z_0 - z|^\alpha d^\alpha\left(z, \frac{1}{n}\right) + d^{\alpha+\beta}\left(z, \frac{1}{n}\right), \quad z_0 \in \Gamma.$$

#### Литература

1. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. М., 1977.
2. Белый В. И. Матем. сб. АН СССР, 102 (144), № 3, 331—361, 1979.
3. Дзядык В. К. Изв АН СССР, серия матем., 23, 1959, 697—737.

Институт математики  
и механики

Поступило 11. VI 1980

Ч. И. Маммэдханов

#### ЭН ЈАХШЫ ЈАХЫНЛАШМА НЭЗЭРИЈЭСИННИН ЛОКАЛ ТЕОРЕМЛЭРИ

Мэгалэдэ тэ'јинедчиси мүү'јэн нөгтэнни истэнилэн этрафында функцијанын хүсусијэтгидэн ибарэт олан сырф локал функцијаларын јени синфи тэ'јин олунур. Бу синиф үчүи эн јахшы полиномнал јахынлашма мөсөлөси хөлл олунур вэ һәмни терминләрлэ конструктив характеристика тапылыр.

Dzh. I. Mamedkhanov

#### LOCAL THEOREMS OF BEST APPROXIMATION THEORY

In the paper a new purely-local class of functions is introduced in which the behaviour of function at any neighbourhood of definite point is defined. For this class of functions a problem of best polynomial approximation is solved and a constructive characteristic in these terms is found.

А. Д. ИСКЕНДЕРОВ, Р. К. ТАГИЕВ

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ С УПРАВЛЕНИЯМИ В  
КОЭФФИЦИЕНТАХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ  
УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)

В данной работе исследуются оптимизационные постановки обратных задач, изученных в [1]. Задачи оптимального управления для дифференциальных уравнений в частных производных с управлениями в коэффициентах этих уравнений изучены в работах [2], [3] и др. Ниже используются обозначения книги [4].

Для рассмотренных ниже задач оптимального управления доказаны теоремы существования и получено необходимое условие оптимальности.

Пусть  $D$  — ограниченная область  $n$ -мерного евклидова пространства  $E_n$ ,  $\Gamma$  — граница области  $D$ , которая предполагается достаточно гладкой. Пусть  $\Omega = D \times (0, T]$ ,  $S = \Gamma \times [0, T]$ ,  $x = (x_1, \dots, x_n)$  — произвольная точка области  $D$ ,  $\nu$  — направление внешней нормали границы,  $T > 0$  — заданное число,  $0 \leq t \leq T$ . Ниже всюду по повторяющимся индексам подразумевается суммирование от 1 до  $n$ .

1°. Задача для параболического уравнения

Пусть в замкнутой ограниченной области  $V \subset L_\infty^{(m)}(\Omega)$  требуется минимизировать функционал

$$J(v) = \int_{\Omega} f_0(x, t, u, v) dx dt + \int_S f_1(\xi, t, u) d\xi dt, \quad (1)$$

при условиях

$$u_t - (a_{ij}(x, t, u, v) u_{x_j})_{x_i} = h(x, t, u, v), \quad (x, t) \in \Omega, \quad (2)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in D, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial N} \right|_S = a_{ij}(x, t, u, v) u_{x_j} \cos(\nu, x_j) \Big|_S = g(\xi, t), \quad (\xi, t) \in S, \quad (4)$$

где  $V = \{v = v(x, t) : v \in L_\infty^{(m)}(\Omega), v(x, t) \in V_0 \subset E_m, \overset{\circ}{v}(x, t) \in \Omega\}$ ,

$V_0$  — заданное ограниченное замкнутое множество в  $E_m$ , символ  $\overset{\circ}{v}$  означает, что данное свойство имеет место для почти всех значений переменной величины,  $\varphi \in L_2(D)$ ,  $g \in L_2(S)$ ,  $a_{ij}(x, t, u, v)$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ ,  $h(x, t, u, v)$ ,  $f_0(x, t, u, v)$ ,  $f_1(\xi, t, u)$  — заданные непрерывные функции своих аргументов, которые по  $u$  и  $v$  непрерывно дифференцируе-

мы. Кроме того, выполняются следующие условия:

$$a_{ij}(x, t, u, v) = a_{ji}(x, t, u, v), \quad i, j = \overline{1, n}, \quad \mu_1 |\xi|^2 \leq a_{ij}(x, t, u, v) \xi_i \xi_j \leq \mu_2 |\xi|^2,$$

$$\mu_1, \mu_2 = \text{const} > 0, \quad \forall \xi \in E_n, \xi \neq 0, |\xi|^2 = \sum_{i=1}^n \xi_i^2, \quad \forall (x, t) \in \Omega,$$

$$\forall v \in V_0, \forall u \in E_1,$$

$$f_1(\xi, t, u) \geq c > -\infty, \quad c = \text{const}, \quad \overset{\circ}{v}(x, t) \in S, \quad \forall u \in E_1.$$

Задачу об определении функции  $u(x, t)$  из условий (2)–(4) при заданном  $v \in V$  назовем редуцированной задачей. Под решением редуцированной задачи (2)–(4) следует понимать функцию  $u(x, t)$  из  $V_2^{1,0}(\Omega)$ , удовлетворяющую тождеству

$$\int_{\Omega} [-u \eta_t + a_{ij}(x, t, u, v) u_{x_i} \eta_{x_j} - h(x, t, u, v) \eta] dx dt -$$

$$- \int_D \varphi(x) \eta(x, 0) dx - \int_S g(\xi, t) \eta(\xi, t) d\xi dt = 0,$$

для

$$\forall \eta = \eta(x, t) \in W_2^1(\Omega) \text{ и } \eta(x, T) = 0.$$

Пусть данные редуцированной задачи (2)–(4) таковы, что эта задача имеет единственное решение из  $V_2^{1,0}(\Omega)$  [4]. Ниже предположим, что эти условия выполняются.

Теорема 1. Пусть  $f_0(x, t, u, v) = \alpha \sum_{i=1}^m [v_i(x, t) - \omega_i(x, t)]^2$ ,

где  $\alpha > 0$  — заданное число,  $\omega \in L^{(m)}_2(\Omega)$  — заданный элемент. Тогда существует плотное подмножество  $M$  пространства  $L^{(m)}_2(\Omega)$  такое, что для любого  $\omega \in M$  задача (1)–(4) имеет единственное решение.

Функцию

$$H(x, t, u, \psi, v) = -[a_{ij}(x, t, u, v) u_{x_i} \psi_{x_j} - h(x, t, u, v) \psi + f_0(x, t, u, v)],$$

назовем функцией Гамильтона–Понтрягина задачи (1)–(4). Здесь  $\psi = \psi(x, t)$  является обобщенным решением из  $V_2^{1,0}(\Omega)$  сопряженной задачи

$$\psi_t + (a_{ij}(x, t, u, v) \psi_{x_i})_{x_j} + \frac{\partial h(x, t, u, v)}{\partial u} \psi - \frac{\partial a_{ij}(x, t, u, v)}{\partial u} u_{x_i} \psi_{x_j} = \frac{\partial f_0(x, t, u, v)}{\partial u}, \quad (5)$$

$$\psi(x, T) = 0, \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial N} \right|_S = a_{ij}(x, t, u, v) \psi_{x_i} \cos(\nu, x_j) \Big|_S = - \frac{\partial f_1(\xi, t, u(\xi, t))}{\partial u}. \quad (7)$$

Теорема 2. Пусть первые производные функций  $a_{ij}(x, t, u, v)$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ ,  $h(x, t, u, v)$ ,  $f_0(x, t, u, v)$ ,  $f_1(\xi, t, u)$  по  $u, v$  удовлетворя-

ют условию Липшица относительно  $u$  и  $v$ . Тогда функционал (1) дифференцируем по Фреше и для его градиента справедливо выражение:

$$J'(v) = -\frac{\partial H}{\partial v}.$$

Эта теорема доказывается преобразованием приращения функционала и оценкой остаточного члена этого приращения.

Теорема 3. (Необходимое условие оптимальности). Пусть выполнены условия теоремы 2. Тогда для оптимальности управления  $v^*(x, t) \in V$  необходимо выполнение условия.

$$H(x, t, u^*(x, t), \psi^*(x, t), v^*(x, t)) = \max_{v \in V_0} H(x, t, u^*(x, t),$$

$$\psi^*(x, t), v), \forall (x, t) \in \Omega,$$

где  $u^* = u^*(x, t)$  и  $\psi^* = \psi^*(x, t)$  соответственно решению задач (2)–(4) и (5)–(7) при  $v = v^*(x, t)$ .

## 2°. Задача для гиперболического уравнения

Пусть в замкнутой ограниченной области  $V \subset L_\infty^{(m)}(\Omega)$  требуется минимизировать функционал

$$J(v) = \int_Q f_0(x, t, u, v) dxdt + \int_S f_1(\xi, t, u) d\xi dt, \quad (8)$$

при условиях

$$u_{tt} - (a_{ij}(x, t) u_{x_i})_{x_j} = h(x, t, u, v), \quad (9)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \psi(x), \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial N} \right|_S = a_{ij}(x, t) u_{x_i} \cos(\nu, x_j) \Big|_S = g(\xi, t), \quad (11)$$

где  $V = \{v = v(x, t) : v \in L_\infty^{(m)}(\Omega), v(x, t) \in V_0 \subset E_m, \psi^0(x, t) \in \Omega\}$ ,  $V_0$  — заданное ограниченное замкнутое множество в  $E_m$ ,  $\varphi \in W_2^1(D)$ ,  $\psi \in L_2(D)$ ,  $g \in L_2(S)$ ,  $h(x, t, u, v)$ ,  $f_0(x, t, u, v)$ ,  $f_1(\xi, t, u)$  — заданные непрерывные функции своих аргументов, которые по  $u$  и  $v$  непрерывно дифференцируемы. Кроме того, выполняются условия:

$$a_{ij}(x, t) = a_{ji}(x, t), i, j = \overline{1, n}, \mu_1 |\xi|^2 \leq a_{ij}(x, t) \xi_i \xi_j \leq \mu_2 |\xi|^2,$$

$$\left| \frac{\partial a_{ij}}{\partial t} \right| \leq \mu_1, \mu_1, \mu_2 = \text{const} > 0, \forall \xi \in E_n, \xi \neq 0, \forall (x, t) \in \Omega,$$

$$f_1(\xi, t, u) \geq c > -\infty, \forall (x, t) \in S, \forall u \in E_1, c = \text{const}.$$

Под решением редуцированной задачи (9)–(11) следует понимать функцию  $u(x, t)$  из  $W_2^1(\Omega)$ , равную  $\varphi(x)$  при  $t=0$ , удовлетворяющую тождеству

$$\int_Q [-u_t \eta + a_{ij}(x, t) u_{x_i} \eta_{x_j} - h(x, t, u, v) \eta] dxdt - \int_D \psi(x) \eta(x, 0) dx - \int_S g(\xi, t) \eta(\xi, t) d\xi dt = 0,$$

для  $\forall \eta = \eta(x, t) \in W_2^1(\Omega)$  и  $\eta(x, T) = 0$ .

Пусть данные редуцированной задачи (9)–(11) таковы, что эта задача имеет единственное решение из  $W_2^1(\Omega)$ . Ниже предположим, что эти условия выполняются.

Теорема 4. Пусть  $f_0(x, t, u, v) = a \sum_{i=1}^m [v_i(x, t) - \varphi_i(x, t)]^2$ ,

где  $a > 0$  — заданное число,  $\varphi \in L_2^{(m)}(\Omega)$  — заданный элемент. Тогда существует плотное подмножество  $M$  пространства  $L_2^{(m)}(\Omega)$  такое, что для любого  $\varphi \in M$  задача (8)–(11) имеет единственное решение.

Функцию

$$H(x, t, u, \psi, v) = h(x, t, u, v) \psi - f_0(x, t, u, v)$$

назовем функцией Гамильтона—Понтрягина задачи (8)–(11). Здесь  $\psi = \psi(x, t)$  является обобщенным решением из  $W_2^1(\Omega)$  сопряженной задачи:

$$\psi_{tt} - (a_{ij}(x, t) \psi_{x_i})_{x_j} - \frac{\partial h(x, t, u, v)}{\partial u} \psi = - \frac{\partial f_0(x, t, u, v)}{\partial u}, \quad (12)$$

$$\psi(x, T) = 0, \psi_t(x, T) = 0, \quad (13)$$

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial N} \right|_S = a_{ij}(x, t) \psi_{x_i} \cos(\nu, x_j) \Big|_S = - \frac{\partial f_1(\xi, t, u(\xi, t))}{\partial u}. \quad (14)$$

Теорема 5. Пусть первые производные функций  $h(x, t, u, v)$ ,  $f_0(x, t, u, v)$ ,  $f_1(\xi, t, u)$  по  $u$  и  $v$  удовлетворяют условию Липшица относительно  $u$  и  $v$ . Тогда функционал (8) дифференцируем по Фреше и для его градиента справедливо выражение

$$J'(v) = -\frac{\partial H}{\partial v}.$$

Теорема 6. (Необходимое условие оптимальности). Пусть выполнены условия теоремы 5. Тогда для оптимальности управления  $v^*(x, t) \in V$  необходимо выполнение условия

$$H(x, t, u^*(x, t), \psi^*(x, t), v^*(x, t)) = \max_{v \in V_0} H(x, t, u^*(x, t),$$

$$\psi^*(x, t), v), \forall (x, t) \in \Omega,$$

где  $u^*(x, t)$  и  $\psi^*(x, t)$  соответственно решению задач (8)–(11) и (12)–(14) при  $v = v^*(x, t)$ .

## Литература

- Искендеров А. Д. ДАН СССР, т. 225, № 5, 1005–1008, 1975.
- Лионс Ж.-Л. УМН, т. XXVIII, вып. 4 (172), 15–46, 1973.
- Райтум У. Е. ДАН СССР, т. 244, № 4, 828–830, 1979.
- Ладыженская О. А., Солонников В. А., Уралцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М., Наука, 1967.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 24. X 1980

ЭМСАЛЛАРЫНА ИДАРЭТМЭ ДАХИЛ ОЛАН ГЕЈРИ-СТАЦИОНАР  
КВАЗИХЭТТИ ТЭНЛИКЛЭР ҮЧҮН ОПТИМАЛЛАШДЫРМА  
МЭСЭЛЭЛЭРИ

Тутаг ки,  $D_n$ —өлчүлү  $E$  евклид фэзасында сэрхэдди  $\Gamma$  олан мөндүд област,  $\Omega = D \times (0, T]$ ,  $S = \Gamma \times [0, T]$ ,  $N$ —сэрхэддинин харичи нормасыдыр. Мөгаләдә мөндүд гапалы  $V \subset L_\infty^{(m)}(\Omega)$  областында (2)–(4) шэртлэри дахилиндә (1) функционалынын минималлашдырылмасы мөсөләси өјрәнилир. Бу мөсөлә үчүн варлыг вә јеканәлик теоремн исбат олунмуш, оптималлыг үчүн зәрури шэрт тапылмышдыр. Сонра ујғун мөсөлә квазихәтти гиперболик тәнлик үчүн дә бахылмыш, бу һалда да варлыг вә јеканәлик теоремн исбат олунмуш, оптималлыг үчүн зәрури шэрт тапылмышдыр.

A. D. Iskanderov, R. K. Tagiev

OPTIMIZATION PROBLEMS WITH CONTROLS IN THE EQUATIONS  
WITH NON-STATIONARY QUASI-LINEAR COEFFICIENTS

The existence theorem is proved and necessary optimization condition for solving the problem with controls in the equations with quasi-linear parabolic and hyperbolic coefficients is found.

УДК 517.983.24

МАТЕМАТИКА

Р. А. ШАФИЕВ

О ПСЕВДООБРАЩЕНИИ ОГРАНИЧЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Понятие псевдообращения возникло из задачи распространения понятия обращения квадратной неособенной матрицы на прямоугольные [1]. Второе рождение оно получило спустя 30–35 лет, когда выяснилась его связь с „наилучшим приближенным решением“ линейных уравнений [2]–[3]. С этого времени началось быстрое развитие теории псевдообращения и его приложений в различные разделы математики.

В настоящей работе теория псевдообращения нормально разрешимых операторов, развитая в [4]–[6], распространяется на произвольные линейные ограниченные операторы. Изучаются также вопросы устойчивости методов псевдообращения относительно возмущений оператора.

1. Пусть  $U \in L(X, Y)$  и  $X, Y$ —гильбертовы пространства. Линейный оператор  $U^+$ , определенный равенством

$$U^+ = \begin{cases} (U|N(U)^+)^{-1} & \text{на } R(U), \\ 0 & \text{на } R(U)^\perp, \end{cases}$$

называется псевдообратным к  $U$  (по поводу обозначений см. [4]–[6]).

Ввиду того, что  $R(U) \subset N(U^*)^\perp$  и  $N(U^*) = R(U)^\perp$ , имеем  $(RU) = N(U^*)^\perp$ . Следовательно,  $D(U^+) = R(U) \circ R(U)^\perp$  плотно в  $Y$ . Простые рассуждения показывают, что  $U^+$ —замкнутый оператор. Пользуясь определением, находим

$$U^+ = (U^*U)^+U^* \text{ на } D(U^+), \quad (1)$$

$$U^+ = U^*(UU^*)^+ \text{ на } R(UU^*) \circ N(U^*). \quad (2)$$

Очевидно,  $U^+ \in L(Y, X)$  в том и только в том случае, если  $U$  нормально разрешим. В этом случае  $R(UU^*) = R(U) = \overline{R(U)}$  и  $D(U^+) = Y$ .

2. Рассмотрим самосопряженный оператор  $K \in L(H)$ ,  $H$ —гильбертово.

Теорема 1. Если оператор  $K_T = TP + K$ , где  $P = P_{N(K)}$ , а  $T$ —линейный, имеет обратный, то

$$K^+x = K_T^{-1}P^+x, \quad x \in R(K) \circ R(K)^\perp. \quad (3)$$

При этом  $K^+$  ограничен в том и только в том случае, если найдется оператор  $T$ , при котором  $K_T$  имеет в  $H$  ограниченный обратный.

Теорема 2. Оператор  $K_T$  имеет обратный, если  $T$ , где  $D(T) \supseteq \supseteq N(K)$ , имеет обратный и  $R(PTP) = N(K)$ , в частности,  $P^+TP = 0$ .



Оператор  $K_\tau$  имеет ограниченный обратный, если кроме того  $K$  — нормально разрешимый.

Лемма 1. Пусть  $S = I - \beta K$ . Тогда при  $n \rightarrow \infty$   $S^n$  сильно сходится к  $P$  на  $\forall x \in H$ , если  $K$  положительный и

$$0 < \beta < 2 \|K\|^{-1}. \quad (4)$$

Если  $P^\perp x \in R(K)$ , то

$$\|S^n x - Px\|^2 \leq \|x\|^2 (K^+ x, x) [(K^+ x, x) + n\beta(2 - \beta \|K\|) \|x\|^2]^{-1}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

С помощью леммы 1 исследуется итерационный процесс

$$A_n = A_{n-1} \sum_{i=0}^{p-1} \varphi_{n-1}^i, \quad \varphi_{n-1} = I - KA_{n-1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad A_0 = \beta I. \quad (6)$$

Теорема 3. Пусть  $K$  положительный и  $\beta$  удовлетворяет (4). Тогда последовательность  $\{A_n P^\perp\}$ , где  $A_n$  вычисляется по формулам (6), сильно сходится к  $K^+$  и при  $P^\perp x \in R(K^2)$  справедлива оценка

$$\|K^+ x - A_n P^\perp x\|^2 = \|\varphi_0^{p^n-1} K^+ x\|^2 \leq \frac{\|K^+ x\|^2 (K^{+2} x, K^+ x)}{(K^{+2} x, K^+ x) + \beta(p^n - 1)(2 - \beta \|K\| \|K^+ x\|^2)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Представление (3) при  $T = \tau I$ ,  $\tau \neq 0$ , и оценка (5) дают основание рассмотреть методы регуляризации:  $K^{(n)}(\tau, \beta) = (\tau S^n + K)^{-1} P^\perp$ .

Теорема 4. Если  $K$  положительный и  $0 < \beta < \|K\|^{-1}$ , то на элементах  $x$  таких, что  $P^\perp x \in R(K^2)$ , имеет место неравенство

$$\|K^+ x - K^{(n)}(\tau, \beta) x\| \leq \tau \|S^n K^{+2} x\|, \quad \tau > 0. \quad (7)$$

Заметим, что если  $P^\perp x \in R(K^3)$ , то согласно (5) в (7) можно дать явную оценку по параметру  $n$ .

Для метода регуляризации  $K(\tau) = (\tau T + K)^{-1} P^\perp$ , где самосопряженный оператор  $T$  удовлетворяет условиям:

$$\theta_1(x, x) \leq (Tx, x) \leq \theta_2(x, x), \quad 0 < \theta_1 \leq \theta_2; \quad (8)$$

$Tx \in R(K)$  тогда и только тогда, когда  $x \in R(K)$  и  $TK = KT$ , также справедлива теорема, аналогичная теореме 4. Оператор  $T = S^n$ ,  $0 < \beta < \|K\|^{-1}$  при любом  $n \geq 0$  удовлетворяет перечисленным условиям. При этом  $\theta_1 = (1 - \beta \|K\|)^n$ .

3. С помощью формул (1)–(2) результаты п. 2 переносятся на общий случай. Взяв за  $K$  оператор  $U^*U$  или  $UU^*$ , получим

$$U^+ y = U_{\tau, x}^{-1} U^* y, \quad y \in D(U^+), \\ U^+ y = U^* U_{\tau, y}^{-1} y, \quad y \in R(UU^*) \cap N(U^*),$$

для любого обратимого оператора  $U_{T, X} = TP + U^*U$  или  $U_{T, Y} = TP_* + UU^*$ , где  $P_* = P_{N(U^*)}$  и  $T$  линейный соответственно в  $X$  или  $Y$ . Обратимость  $U_{T, X}$  и  $U_{T, Y}$  вытекает соответственно из условий  $\overline{R(PTP)} = N(U)$ ,  $\overline{R(P_*TP_*)} = N(U^*)$ , в частности,  $P^\perp TP = 0$ ,  $P_*^\perp TP_* = 0$ . Из теоремы 3 следует

Теорема 5. Последовательность операторов  $\{B_n U^*\}$ , образованная по формулам

$$B_n = B_{n-1} \sum_{i=0}^{p-1} (I - U^* U B_{n-1})^i, \quad B_0 = \beta I_X, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

сильно сходится к  $U^+$  при  $0 < \beta < 2 \|U\|^{-2}$ . Если  $y \in R(UU^*) + N(U^*)$ , то

$$\|U^+ y - B_n U^* y\|^2 \leq \frac{\|U^+ y\|^2 \|(UU^*)^+ y\|^2}{\|(UU^*)^+ y\|^2 + \beta(p^n - 1)(2 - \beta \|U\|^2) \|U^+ y\|^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Аналогичная теорема справедлива для последовательности  $\{U^* C_n\}$ :

$$C_n = C_{n-1} \sum_{i=0}^{p-1} (I - UU^* C_{n-1})^i, \quad C_0 = \beta I_Y, \quad n = 1, 2, \dots \quad (10)$$

Для произвольного оператора можно образовать следующие методы регуляризации:

$$V^{(n)}(\tau, \beta) = (\tau(I - \beta U^* U)^n + U^* U)^{-1} U^*, \quad W^{(n)}(\tau, \beta) = U^* (\tau(I - \beta UU^*)^n + UU^*)^{-1}, \quad (11)$$

$$V(\tau) = (\tau T + U^* U)^{-1} U^*, \quad W(\tau) = U^* (\tau T + UU^*)^{-1}, \quad (12)$$

где  $T$  удовлетворяет условию (8) соответственно в пространствах  $X$  и  $Y$  и условиям  $P^\perp TP = 0$  — в методе  $V(\tau)$  и  $P_*^\perp TP_* = 0$  — в методе  $W(\tau)$ . Из теоремы 4 вытекает

Теорема 6. Если  $y \in R(UU^*) \cap N(U^*)$ , то  $\|U^+ y - V^{(n)}(\tau, \beta) y\| \leq \tau \|(I - \beta U^* U)^n (U^* U)^+ U^+ y\|$  и  $\|U^+ y - V(\tau) y\| \leq \tau \|T(U^* U)^+ U^+ y\|$ ,  $\tau > 0$ .

Аналогичное предложение имеет место для методов  $W^{(n)}(\tau, \beta)$  и  $W(\tau)$ .

4. Скажем, что алгоритм псевдообращения оператора  $A$  устойчив к малым возмущениям из множества  $M_A \subset L(X, Y)$ , если  $A^+$  ограничен и для любой окрестности  $D(A^+, \varepsilon)$  найдется окрестность  $D(0, \delta)$  такая, что для  $\forall W \in D(0, \delta) \cap M_A$  псевдообращение оператора  $\tilde{A} = A + W$  данным алгоритмом лежит в  $D(A^+, \varepsilon)$ .

Говорят, что раствор операторов  $A, B \in L(X, Y)$  острый, если острым является раствор подпространств  $\overline{R(A)}$ ,  $\overline{R(B)}$  и  $\overline{R(A^*)}$ ,  $\overline{R(B^*)}$ . Раствор подпространств  $R_1$  и  $R_2$  острый, если  $\|P_{R_1} - P_{R_2}\| < 1$ . В [10] доказано, что если  $A$  нормально разрешимый, раствор операторов  $A$  и  $B$  острый и  $\|B - A\| < \|A^+\|^{-1}$ , то  $B$  — нормально разрешимый и

$$\|B^+ - A^+\| \leq \mu \|A\|^2 \|B - A\| (1 - \|A^+\| \|B - A\|)^{-1}, \quad (13)$$

$$\|P_{R(B)} - P_{R(A)}\| \leq \|A^+\| \|B - A\|, \quad (14)$$

где в общем случае  $\mu = 2^{-1}(1 + \sqrt{5})$ . С помощью (13)–(14) и теоремы о сходимости (6) к  $K^+$  из [6] устанавливается

Теорема 7. Итерационный метод (6) устойчив относительно возмущений  $W \in D_K^+(0, \delta) = D(0, \delta) \cap M_K$ , где  $M_K = \{W \in L(H) : \tilde{K} = K + W \text{ положительный; } \tilde{K} \text{ и } K \text{ образуют острый раствор}\}$ , тогда и только тогда, когда  $K$  положительный нормально разрешимый и  $0 < \beta \leq 2(\|K\| + \delta)^{-1}$ , причем

$$\|K^+ - \tilde{A}_n \tilde{P}^+\| \leq \mu \|K^+\|^2 \|W\| (1 - \|K^+\| \|W\|)^{-1} + \beta (1 - \tilde{q})^{-1} \tilde{q}^{pn},$$

где  $\tilde{q} = \|(I - \beta \tilde{K}) \tilde{P}^+\|$ ,  $\tilde{P} = P_{N(\tilde{K})}$ .

Следствие. Метод (6) устойчив относительно малых по норме положительных возмущений тогда и только тогда, когда  $K$  положительно определен и  $0 < \beta \leq 2(\|K\| + \delta)^{-1}$ .

На основании теоремы 7 и ее следствия устанавливается  
 Теорема 8. Методы (9) и (10) псевдообращения оператора  $U$  устойчивы относительно возмущений  $W \in D(0, \delta) \cap M_U$ , где  $M_U = \{W \in L(X, Y) : \bar{U} = U + W \text{ и } U \text{ образуют острый раствор}\}$ , тогда и только тогда когда  $U^+$  ограничен и  $\beta$  удовлетворяет неравенству  $0 < \beta \leq 2(\|U\| + \delta)^{-2}$  (15)

и устойчивы относительно малых по норме возмущений тогда и только тогда, когда  $U$  либо оператор регулярного типа, т. е.  $N(U) = \{0\}$  и  $R(U) = \overline{R(U)}$ , либо сюръективный, т. е.  $R(U) = Y$ , и  $\beta$  удовлетворяет (15).

5. Исследуем устойчивость методов регуляризации. Очевидно, что если  $T$  удовлетворяет (8) и  $K$  положительный, то

$$\|(\tau T + K)^{-1}\| \leq (\tau \theta_1)^{-1}. \quad (16)$$

Лемма 2. Пусть  $K$  положительный нормально разрешимый. Тогда

$$\|(\tau T + K)^{-1} K (\tau T + K)^{-1}\| \leq (2\tau \theta_1)^{-1}. \quad (17)$$

Для доказательства достаточно заметить, что

$$(\tau \bar{T} + \bar{K}) \bar{K}^{-1} (\tau \bar{T} + \bar{K}) = \tau^2 \bar{T} \bar{K}^{-1} \bar{T} + 2\tau \bar{T} + \bar{K} \geq 2\tau \bar{T},$$

где  $\bar{K} = K/R(K)$ ,  $\bar{T} = T/R(K)$ , и что ядро оператора из (17) равно  $N(K)$ .

При  $T = S^n$ ,  $0 < \beta < \|K\|^{-1}$ , из (16) получим оценку  $\|(\tau S^n + K)^{-1}\|$ .

Теорема 9. Пусть  $K$  положительный нормально разрешимый. Тогда методы регуляризации  $K^{(n)}(\tau, \beta)$  при  $0 < \beta \leq (\|K\| + \delta)^{-1}$  и  $K(\tau)$  устойчивы относительно возмущений  $W \in D_K^+(0, \delta)$ . При этом  $\|K^+ - \bar{K}^{(n)}(\tau, \beta)\| \leq \tau q^n \|K^+\|^2 + \tau^{-1} (1 - \beta \|K\|)^{-n} (2 + n\tau\beta) \|W\| \|K^+\|$ ,  $\|K^+ - \bar{K}(\tau)\| \leq \tau \theta_2 \|K^+\|^2 + 2(\tau \theta_1)^{-1} \|W\| \|K^+\|$ .

Следствие. Если  $\tau \rightarrow 0$  и  $\delta \tau^{-1} \rightarrow 0$ , то

$$\bar{K}^{(n)}(\tau, \beta) \rightarrow K^+, \quad \bar{K}(\tau) \rightarrow K^+.$$

Из (16) и (17) в качестве следствий вытекают оценки

$$\max \{ \|(\tau T + U^*U)^{-1}\|, \|(\tau T + UU^*)^{-1}\| \} \leq (\tau \theta_1)^{-1}, \quad (18)$$

$$\max \{ \|V(\tau)\|, \|W(\tau)\| \} \leq (2\tau \theta_1)^{-\frac{1}{2}}. \quad (19)$$

Первая оценка справедлива для любого оператора  $U$ , вторая — для нормально разрешимого. При  $T = I - \beta U^*U$  или  $T = I - \beta UU^*$ , где  $0 < \beta < \|U\|^{-2}$ , из (18) и (19) получим

$$\max \{ \|(\tau S^n + U^*U)^{-1}\|, \|(\tau S^n + UU^*)^{-1}\| \} \leq \tau^{-1} (1 - \beta \|U\|^2)^{-n}, \quad (20)$$

$$\max \{ \|V^{(n)}(\tau, \beta)\|, \|W^{(n)}(\tau, \beta)\| \} \leq [2\tau (1 - \beta \|U\|^2)^n]^{-\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

Таким образом, справедлива

Теорема 10. Для того чтобы методы регуляризации оператора  $U$  (11), где  $0 < \beta \leq (\|U\| + \delta)^2$ , и (12) были устойчивы относительно малых по норме возмущений, необходимо и достаточно, чтобы  $U^+$  был ограничен. При этом

$$\max \{ \|U^+ - \bar{V}^n(\tau, \beta)\|, \|U^+ - \bar{W}^{(n)}(\tau, \beta)\| \} \leq \tau^{\frac{1}{2}} (2a)^{-\frac{1}{2}} \|U^+\|^2 \{q^n +$$

$$+ n\beta (2\|U\| + \|W\|) \|W\| + \|W\| (\tau a)^{-1} + (2\tau a)^{-\frac{1}{2}} \|U^+\| + a^{-1} [q^n + n\beta (2\|U\| + \|W\|) \|W\|] \|U^+\|^2, \\ a = (1 - \beta \|U\|^2)^n, \quad q = \|(I - \beta U^*U) P^+\|,$$

$$\max \{ \|U^+ - \bar{V}(\tau)\|, \|U^+ - \bar{W}(\tau)\| \} \leq \tau^{\frac{1}{2}} \theta_2 (2\theta_1)^{-\frac{1}{2}} \|U^+\|^2 + \\ + \|W\| \left[ (\tau \theta_1)^{-1} + (2\tau \theta_1)^{-\frac{1}{2}} \|U^+\| + \theta_2 \theta_1^{-1} \|U^+\|^2 \right].$$

Для примера оценим  $\|U^+ - \bar{V}^{(n)}(\tau, \beta)\|$ . Для других методов вывод аналогичен. Обозначая  $S = I - \beta U^*U$ , имеем  $U^+ - \bar{V}^{(n)}(\tau, \beta) = (\tau \bar{S}^n + \bar{U}^* \bar{U})^{-1} \bar{U}^* [WU^+ + \tau U^+ S^n U^+ + \tau U^+ (\bar{S}^n - S^n) U^+] - (\tau \bar{S}^n + \bar{U}^* \bar{U})^{-1} \times [ \tau W^* U^+ S^n U^+ + \tau W^* U^+ (\bar{S}^n - S^n) U^+ - W^* (I - UU^+) ]$ .

Теперь, учитывая оценки (20) и (21) и неравенства  $\|\bar{S}^n - S^n\| \leq n\beta (2\|U\| + \|W\|) \|W\|$ ,  $\|S^n P^+\| \leq q^n$ , получим требуемую оценку.

Следствие. Если  $\tau \rightarrow 0$  и  $\delta \tau^{-1} \rightarrow 0$ , то возмущенные методы (11) и (12) для любых малых по норме возмущений сходятся к  $U^+$ .

#### Литература

1. Moore E. H. Bull. Amer. Math. Soc., 26, 394—395, 1920.
2. Penrose R. Proc. Cambridge Philos. Soc., т. 51, № 3, 406—413, 1955.
3. Тсенг Я. Ю. Успехи матем. н., 11, вып. 6, 213—215, 1956.
4. Шафиев Р. А. Депонир. в ВИНТИ, № 632—78 деп., 1978.
5. Шафиев Р. А. ДАН Азерб. ССР, т. 33, № 11, 3—6, 1977.
6. Шафиев Р. А. ДАН Азерб. ССР, т. 34, № 1, 6—9, 1978.
7. Мелешко В. И. Журн. вычислит. матем. и матем. физ., т. 17, № 5, 1132—1143, 1977.
8. Nashed M. Z. In: „Nonlinear Functional Analysis and Appl.“, New York, Acad. Press, 1971, 311—359.
9. Wedin P. BIT\* (Sver.), т. 13, № 2, 217—232, 1973.
10. Шафиев Р. А. Изв. АН Азерб. ССР, сер. физ.-техн. и матем. н., № 3, 1980.

Институт математики и механики

Поступило 20. VI 1980

Р. Э. Шафиев

#### МƏHDUD ОПЕРАТОРЛАРЫН ПСЕВДАЧЕВИРМƏСИ HAГГЫНДА

Мəгалədə Гилберт фəзалары арасында тəсир едэн ихтијари хəтти мəhdуд операторларын псевдачевирмəсинин нəзəriјəси гурулур. Псевдатəрс операторларын тəгриби һесаблама методлар тəдгиг едилир. Бахылан методларын даяныглылыг мəsələлəri өјрəнилир.

R. A. Shafiev

#### ON PSEUDOINVERSION OF BOUNDARY OPERATORS

A theory of pseudo-inversion of an arbitrary linear boundary operator acting between Hilbert spaces is constructed. Approximate calculation methods of pseudo-inverse operator are investigated. Stability problems of considered methods to perturbations in the sense of uniform metrics are studied.

УДК 517.51

МАТЕМАТИКА

С. К. АБДУЛЛАЕВ, В. С. ГУЛИЕВ

АНИЗОТРОПНЫЙ СИНГУЛЯРНЫЙ ОПЕРАТОР В ПРОСТРАНСТВАХ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И. Гусейновым)

Пусть  $a = (a_1, \dots, a_n)$  — вектор с положительными координатами и  $\sum_{i=1}^n a_i = n, n \geq 1, K(x) = K(x_1, \dots, x_n), a$  — однородная [4] функция степени  $-n$ .

Настоящая работа посвящена изучению многомерного сингулярного интеграла

$$v(x) = \int_{R^n} K(x-y) u(y) dy \stackrel{df}{=} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\rho(x-y) > \epsilon} K(x-y) u(y) dy, \quad (1)$$

где  $\rho(x) = a$  — расстояние  $x$  от начала координат [4], определяемое неявно уравнением  $\sum_{i=1}^n x_i^2 \rho^{2a_i}(x) = 1, u(x) \in C(R^n)$ , — класс непрерывных на  $R^n$  функций.

Отметим, что в случае  $a$ -однородных ядер многомерный сингулярный интеграл (1) в пространствах  $L_p$  изучался в работах Джонсона [1], Льюиса [2], Крее [3], О. В. Бесова, В. П. Ильина, П. И. Лизоркина [4], Ю. С. Никольского [5] и др.

Приведем из [4] некоторые факты, относящиеся к  $a$ -расстояниям. Если  $\eta(x)$  — произвольное  $a$ -расстояние, то существуют постоянные  $C', C'' > 0$  такие, что для любого  $x \in R^n$ .

$$C' \eta(x) \leq \rho(x) \leq C'' \eta(x).$$

Неравенство треугольника справедливо для любого  $a$ -расстояния  $\eta(x)$  в виде

$$\eta(x+y) \leq d(\eta(x) + \eta(y)),$$

$d$  — постоянная, не зависящая от  $x$  и  $y$ .

Линии  $x_i = t^{a_i} \xi_i (i = 1, \dots, n, 0 < t < +\infty)$  назовем  $a$ -траекториями.

Отметим, что в  $\rho$ -сферических координатах  $a$ -однородная функция записывается в виде

$$K(x) = K(x_1/\rho^{a_1}(x), \dots, x_n/\rho^{a_n}(x)) \rho^{-n}(x) = K(\xi)/\rho^n(x), \xi \in S = \{x \in R^n : |x| = 1\}.$$

Функции  $K(x_1/\rho^{a_1}(x), \dots, x_n/\rho^{a_n}(x))$  —  $a$ -однородная нулевой степени, она определяется своими значениями на единичной сфере и постоянна вдоль каждой траектории. Назовем  $K(\xi)$  характеристикой.

В дальнейшем будем предполагать, что  $K(\xi)$  непрерывна на  $S$  и

18

$\int_S K(\xi) \sum_{i=1}^n a_i \xi_i^2 dS = 0$ ; здесь под  $dS$  понимается элемент площади поверхности  $S$ .

Обозначим

$$\omega_K(\delta) = \sup |K(\xi_1) - K(\xi_2)|, |\xi_1| = |\xi_2| = 1, |\xi_1 - \xi_2| \leq \delta$$

$$C_0(R^n) = \{u \in C(R^n) : \lim_{x \rightarrow \infty} u(x) = 0\}$$

В качестве основных характеристик функции  $u \in C_0(R^n)$  выбираем пару

$$\Omega_u(\tau) = \sup |u(x)|, x \in A_\tau, 0 < \tau \leq 1;$$

$$\omega_u(\delta, \tau) = \delta \sup t^{-1} \omega_u(t, \tau), t \geq \delta,$$

где

$$\bar{\omega}_u(t, \tau) = \sup |u(x) - u(y)|, x, y \in A_\tau, \max\{\rho(x-y), \rho(y-x)\} \leq \delta,$$

$$A_\tau = \{x \in R^n : (1 + \rho(x))^{-1} \leq \tau\}.$$

По определению пара  $(\varphi(\tau), \psi(\delta, \tau))$  принадлежит множеству  $\Phi$ , если  $\varphi(\tau), \psi(\delta, \tau)$  определены соответственно на множествах  $(0, 1], (0, +\infty) \times (0, 1]$ , непрерывны и неотрицательны, почти возрастают по каждому из аргументов равномерно по остальным,  $\delta^{-1} \psi(\delta, \tau)$  почти убывает по  $\delta$  равномерно по  $\tau^*$ ,  $\lim_{\delta \rightarrow 0} \psi(\delta, \tau) = 0, \psi(\delta, \tau) = 0 (\varphi(\tau))$ .

Нетрудно показать, что  $(\Omega_u(\tau), \omega_u(\delta, \tau)) \in \Phi$ .

Обозначим

$$J_0 = \left\{ (\varphi, \psi) \in \Phi : \int_0^1 t^{-1} \varphi(t) dt < +\infty, \int_0^1 t^{-1} \psi(t, 1) dt < +\infty \right\}$$

$$a_{\min} = \min_{1 < i < n} a_i, a_{\max} = \max_{1 < i < n} a_i, x = a_{\min}^{-1} a_{\max}^{-1}$$

Доказывается, что если  $(\Omega_u, \omega_u) \in J_0$ , то существует предел (1) для любого  $x \in R^n$  и  $v(x) \in C(R^n)$ .

Теорема 1. Пусть  $(\Omega_u, \omega_u) \in J_0$ , тогда при  $0 < \tau \leq 1, 0 < \delta \leq \tau_0^{-1}, \tau_0 = \min\{1, (1+d)\tau\}$  справедливы неравенства

$$\Omega_u(\tau) \leq C_1 \left\{ \int_0^{\tau_0^{-1}} t^{-1} \omega_u(t, \tau_0) dt + \int_0^{\tau_0^{-1}} t^{-1} \Omega_u(t) dt + \tau^n \int_0^1 t^{-n-1} \Omega_u(t) dt + \Omega_u(\tau_0) \right\} = C_1 Z^{(1)} \Omega_u, \omega_u(\tau_0),$$

$$\omega_u(\delta, \tau) \leq C_2 \left\{ \int_0^{\tau_0^{-1}} t^{-1} \omega_u(t, \tau_0) dt + \delta^{a_{\min}} \int_0^{\tau_0^{-1}} t^{-1-a_{\min}} \omega_u(t, \tau_0) dt + (\delta \tau_0)^{a_{\min}} \left( \Omega_u(\tau_0) + \tau_0^n \int_0^1 t^{-n-1} \Omega_u(t) dt \right) + \omega_K((\delta \tau_0)^x) \left( \int_0^{\tau_0^{-1}} t^{-1} \Omega_u(t) dt + \tau_0^n \int_0^1 t^{-n-1} \Omega_u(t) dt \right) + \int_0^{\tau_0^{-1}} t^{-1} \omega_K((\delta t^{-1})^x) \omega_u(t, \tau_0) dt \right\} = C_2 Z^{(2)} \Omega_u, \omega_u(\delta, \tau_0),$$

\* Неотрицательная функция  $f(x)$ , определенная на множестве  $X \subset (-\infty, +\infty)$  называется почти возрастающей (почти убывающей), если постоянная  $C > 0$  такая, что неравенство  $x_1 < x_2, x_1, x_2 \in X$  влечет неравенство  $f(x_1) < C f(x_2) (f(x_1) > C f(x_2))$ .

где постоянные  $C_1, C_2$  зависят разве лишь от функции  $K$  и размерности  $n$ .

Для  $(\varphi, \psi) \in \Phi$  обозначим

$$H_{\varphi\psi} = \left\{ u \in C_0(R^n) : \|u\|_{H_{\varphi\psi}} = \sup_{0 < \tau < 1} \frac{\Omega_u(\tau)}{\varphi(\tau)} + \sup_{\substack{0 < \tau < 1 \\ \delta > 0}} \frac{\omega_u(\delta, \tau)}{\psi(\delta, \tau)} < +\infty \right\}$$

Нетрудно проверить, что  $\langle H_{\varphi\psi}, \|\cdot\|_{H_{\varphi\psi}} \rangle$  является банаховым пространством.

Если учесть, что для любой пары  $(\varphi, \psi) \in \Phi \cap J_0$  ( $Z_{\varphi\psi}^{(1)}, Z_{\varphi\psi}^{(2)} \in \Phi$ , то из теоремы 1 следует

Теорема 2. Пусть  $(\varphi, \psi) \in \Phi \cap J_0$ , тогда оператор  $Au = v$  действует из  $H_{\varphi\psi}$  в  $H_{Z_{\varphi\psi}^{(1)}, Z_{\varphi\psi}^{(2)}}$  и ограничен.

Введем также множество  $B$  пар  $(\varphi, \psi) \in \Phi \cap J_0$  таких, что

$$1. \int_0^{\tau} t^{-1} \varphi(t) dt + \tau^n \int_{\tau}^1 t^{-n-1} \varphi(t) dt = o(\varphi(\tau))$$

$$2. \int_0^{\delta} t^{-1} \psi(t, \tau) dt + \delta^{a \min} \int_{\delta}^{\tau-1} t^{-1-a \min} \psi(t, \tau) dt = o(\psi(\delta, \tau)), \quad 0 < \delta \leq \tau^{-1}$$

$$3. (\delta\tau)^{a \min} \varphi(\tau) = o(\psi(\delta, \tau)), \quad 0 < \delta \leq \tau^{-1}$$

Например, пара  $(\varphi, \psi) \in \Phi$ , выбираемая в виде

$$\varphi_{\alpha\kappa}(\tau) \sim \tau^{\kappa a \min}, \quad \psi_{\alpha\kappa}(\delta, \tau) \sim \delta^{a \min} \tau^{(\kappa+a) a \min}, \quad 0 < \kappa < n, \quad 0 < \alpha < 1,$$

принадлежит  $B$ .

Из предыдущих определений и теоремы 2 вытекает

Теорема 3. Пусть  $(\varphi, \psi) \in B$

$$\int_0^{\tau-1} t^{-1} \omega_{\kappa}((\delta t^{-1})^{\tau}) \psi(t, \tau) dt = O(\psi(\delta, \tau)),$$

тогда оператор  $Au = v$  действует в  $H_{\varphi\psi}$  и ограничен.

Пусть  $0 < \kappa \leq n, 0 < \alpha < a_{\min} a_{\max}^{-1}$ . Возьмем пару

$$\varphi_0(\tau) = \tau^{\kappa a \min}, \quad \psi_0(\delta, \tau) = (\delta^{a \min} / (1 + \delta^{a \min}))^{\alpha} \tau^{\kappa a \min} \quad (0 < \tau \leq 1, \delta > 0).$$

$(\varphi_0, \psi_0) \in \Phi \cap J_0$ , но  $(\varphi_0, \psi_0) \notin B$ .

Нетрудно убедиться, что если  $\omega_{\kappa}(\delta) = O(\delta^{\beta}), \beta > \alpha a_{\min}^{-1} a_{\max}$ , то  $Z_{\varphi_0, \psi_0}^{(1)}(\tau) \sim \varphi_0(\tau) \ln \frac{2}{\tau}, Z_{\varphi_0, \psi_0}^{(2)}(\delta, \tau) \sim \psi_0(\delta, \tau)$ .

Пространства  $H_{\varphi_0, \psi_0}$  и  $H_{\varphi_0, \ln \frac{2}{\tau}, \psi_0}$  являются аналогами соответственно пространств  $A_{\alpha, \kappa}, A_{\alpha, \kappa}$  С. Г. Михлина [6]. По теореме 2 оператор  $Au = v$  переводит  $H_{\varphi_0, \psi_0}$  в  $H_{\varphi_0, \ln \frac{2}{\tau}, \psi_0}$  и ограничен.

Пусть  $\omega(\delta) \in MH$ —совокупность модулей непрерывности первого порядка.

Обозначим через  $\dot{H}_{\omega}$  множество функций  $u(x) \in C_0(R^n)$ , удовлетворяющих условию:  $\exists C_{\omega} > 0, \forall x, y \in R^n$

$$|u(x) - u(y)| \leq C_{\omega} \omega(\rho^{a \min}(x-y)) / (1 + \rho^{a \min}(x))(1 + \rho^{a \min}(y)).$$

\*\* Положительные функции  $f(x)$  и  $g(x)$ , определенные на  $X$ , называются эквивалентными ( $f(x) \sim g(x)$ ), если при некоторых  $B_1, B_2 > 0$  и любом  $x \in X, B_1 f(x) < g(x) < B_2 f(x)$ .

В дальнейшем будем считать, что  $\mu(\tau)$ —непрерывная положительная функция, определенная при  $\tau \geq 1$ , такая, что  $\mu(\tau) \neq 0, \mu(2\tau) \sim \mu(\tau)$ .

Скажем, что  $v \in C_0(R^n)$  принадлежит  $\dot{H}_{\omega}^{\mu}$ , если

$$v(x) \mu(1 + \rho^{a \min}(x)) \in \dot{H}_{\omega} < \dot{H}_{\omega}, \|\cdot\|_{\dot{H}_{\omega}^{\mu}} > \text{ и } < \dot{H}_{\omega}^{\mu}, \|\cdot\|_{\dot{H}_{\omega}^{\mu}} >$$

являются банаховыми пространствами, где

$$\|u\|_{\dot{H}_{\omega}^{\mu}} = \|u\|_{C(R^n)} +$$

$$+ \sup_{x, y \in R^n} |u(x) - u(y)| / \omega(\rho^{a \min}(x-y)) / (1 + \rho^{a \min}(x))(1 + \rho^{a \min}(y)).$$

$\dot{H}_{\omega}^{\mu}$ —назовем „анизотропным“ пространством Гельдера с весом.

По определению  $(\omega, \mu) \in M^1$ , если  $\omega \in MH, \omega(\tau) \setminus \mu(\tau^{-1})$  возрастает и

$$\frac{\omega((1 + \rho^{a \min}(x_1))^{-1})}{\mu(1 + \rho^{a \min}(x_1))} |\mu(1 + \rho^{a \min}(x_2)) - \mu(1 + \rho^{a \min}(x_1))| < \\ < \text{const } \omega\left(\frac{\rho^{a \min}(x_2 - x_1)}{(1 + \rho^{a \min}(x_1))^2}\right)$$

при любых  $x_1, x_2 \in R^n$ , для которых  $\rho(x_2) > \rho(x_1), \rho^{a \min}(x_2 - x_1) < 1 + \rho^{a \min}(x_1)$ .

Обозначим через  $\Psi$  множество пар  $(\varphi, \psi) \in \Phi$ , для которых имеет место  $\varphi(\tau_2) - \varphi(\tau_1) \leq \text{const } \psi(\tau_1^{-1} - \tau_2^{-1}, \tau_1)$ , если только  $0 < \tau_1 < \tau_2 \leq 1$ .

Доказывается, что если  $(\omega, \mu) \in M^1$ , то

$$(\omega(\tau) / \mu(\tau^{-1}), \omega(\delta\tau^2) / \mu(\tau^{-1})) \in \Psi.$$

Имеет место

Теорема 3. Пусть  $(\varphi, \psi) \in \Psi, (\omega, \mu) \in M^1$  такие, что  $\varphi(\tau) \sim \omega(\tau^{a \min}) / \mu(\tau^{-a \min}), \psi(\delta, \tau) \sim \omega(\delta^{a \min} \tau^{2a \min}) / \mu(\tau^{-a \min}), 0 < \tau \leq 1, 0 < \delta \leq \tau^{-1}$ . Тогда  $\dot{H}_{\omega}^{\mu} = H_{\varphi\psi}$  и  $\exists C_1, C_2 > 0$

$$C_1 \|\cdot\|_{\dot{H}_{\omega}^{\mu}} \leq \|\cdot\|_{H_{\varphi\psi}} \leq C_2 \|\cdot\|_{\dot{H}_{\omega}^{\mu}}. \quad (2)$$

В частности, из этой теоремы следует, что при  $\omega(\delta) \sim \delta^{\alpha}, \rho(\tau) \sim \tau^{\alpha} H_{\tau^{\alpha}, \tau^{\alpha}} = \dot{H}_{\omega}^{\mu}$  и имеет место (2).

Замечание. В случае оператора Кальдерона—Зигмунда результаты настоящей работы совпадают с результатами С. Г. Михлина [6], В. В. Салаева [7], С. К. Абдуллаева [8].

Авторы приносят благодарность чл.-корр. АН Азерб. ССР А. А. Бабаеву за постановку задачи и полезные обсуждения.

#### Литература

1. Jones F. J. Math., 86, № 2, 441—462, 1964.
2. Lewis J. E. Math. Soc., 12, № 5, 1965.
3. Kree P. C. r. Acad. Sci., 260, № 17, 4400—4403, 1965.
4. Бесов О. В., Ильин В. П., Никольский С. М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. М., 1975.
5. Никольский Ю. С. Труды МИАН СССР, 105, 193—200, 1969.
6. Михлин С. Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения. Физматгиз, М., 1965.
7. Салаев В. В. Уч. зап. МО и ССО Азерб. ССР, № 1, 40—46, 1975.
8. Абдуллаев Совр. пробл. теории функций. Труды Всесоюзной школы по теории функций. Баку, 1977.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 21. VI 1980

АНИЗОТРОП СИНГУЛЯР ОПЕРАТОР КЭСИЛМЭЗ  
ФУНКЦИЈАЛАР ФЭЗАЛАРЫНДА

Мәгалә  $v(x) = \int_{R^n} K(x-y) U(y) dy \stackrel{df}{=} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\rho(x-y) > \epsilon} K(x-y) U(y) dy$  чөхөл-  
чүлү сингуляр интегралын өррәнилмәсинә һәср олунур.

Бурада  $\rho(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 / \rho^{2a}(x) = 1$  гејри-ашкар тәнлији илә тәјин олунмуш  $a$ -  
мәсафәдир.  $U(x)$   $R^n$ -дә кәсилмәз функција,  $a = (a_1, \dots, a_n)$  координатлары мүсбәт  
олан,  $\sum_{i=1}^n a_i = n$  шәртини өдәјән ихтијари вектордур.

Мәгаләдә даһил едилмиш характеристикалар термининдә бәзи гијмәтләндирмә-  
ләр алынмиш вә онларын көмәјилә  $Au = v$  анизотроп сингуляр оператору  $H_{\psi}^{\alpha}$  вә  
 $H_{\psi}^{\alpha}$  типли банах фәзаларында өррәнилмишдир.

S. K. Abdullaev, V. S. Guliyev

ANISOTROPIC SINGULAR OPERATOR IN SPACES OF THE  
CONTINUOUS FUNCTIONS

This paper is devoted to the study of many-dimensional singular integral

$$v(x) = \int_{R^n} K(x-y)u(y) dy \stackrel{df}{=} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\rho(x-y) > \epsilon} K(x-y)u(y) dy,$$

where  $\rho(x) = a$  is a distance  $x$  from the beginning of coordinates, defined implicitly  
by the equation  $\sum_{i=1}^n x_i^2 / \rho^{2a}(x) = 1$ ,  $u(x) \in C(R^n)$  is a class of the continuous fun-  
ctions.

УДК 537.611.45

ФИЗИКА МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ

Чл.-корр. Ю. М. СЕИДОВ, М. Б. ГҮСЕЙНОВ, Н. Г. ГҮСЕЙНОВ

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР АНТИФЕРРОМАГНИТНЫХ  
ДИЭЛЕКТРИКОВ С АНИЗОТРОПИЕЙ ТИПА „ЛЕГКАЯ  
ПЛОСКОСТЬ“ С УЧЕТОМ МУЛЬТИПЛЕТНОСТИ  
АТОМНЫХ СОСТОЯНИЙ

В последние годы при экспериментальных исследованиях магнитных диэлектриков в спектре элементарных возбуждений обнаруживались дополнительные линии поглощений [1,2] помимо тех, которые предсказываются феноменологической теорией спиновых волн [3]. Одной из возможных причин появления дополнительных линий поглощения может быть вырождение спиновых состояний атомов кристалла (мультиплетность атомных состояний). Как известно, феноменологическая теория не учитывает мультиплетность атомных состояний. Поэтому необходимо построить такую теорию спиновых возбуждений, которая учитывала бы мультиплетность атомных состояний. В работе [4] разработан общий квантомеханический подход-метод стандартных базисных операторов (СБО) в технике функции Грина для учета мультиплетности атомных состояний.

Целью настоящей работы является исследование энергетического спектра антиферромагнитных диэлектриков с анизотропией типа „легкая плоскость“ (ЛП) и спином  $S=1$  в рамках метода СБО в технике функции Грина.

В работе [5] методом СБО в технике функции Грина были получены частоты элементарных возбуждений в слабых ферромагнетиках с анизотропией типа ЛП (плоскость  $XU$ ) и спином  $S=1$ . В частности, для частоты элементарных возбуждений в антиферромагнетиках при отсутствии слабого ферромагнетизма получим следующие выражения

( $\frac{h}{2\pi} = 1$ ,  $h$  — постоянная Планка):

$$\omega_+(k, h) = \{ [b(0) D_{13} - h]^2 + [b_1^2(k) - b_2^2(k)] D_{13}^2 + 2 [b(0) D_{13} - h] b_1(k) D_{13} \}^{1/2}, \quad (1)$$

$$\omega_-(k, h) = \{ [b(0) D_{13} - h]^2 + [l_1^2(k) - b_2^2(k)] D_{13}^2 - 2 [b(0) D_{13} - h] b_1(k) D_{13} \}^{1/2}, \quad (2)$$

$$\omega_0(h) = -b(0) D_{13} + h, \quad (3)$$

$$\omega_3(h) = -2 [b(0) D_{13} - h]. \quad (4)$$

Здесь  $\omega_+(k, h)$  и  $\omega_-(k, h)$  — частоты спиновых волн,  $\omega_0(h)$  — частота, соответствующая локальному переходу спина между уровнями триплетта (так как, в нашем случае  $S=1$  и  $2S+1=3$  — триплет) с изме-

нением  $z$ -компоненты оператора спина  $S_z$  на единицу, а  $\omega_3(h)$  — с изменением  $S_z$  на два. Частоты  $\omega_0(h)$  и  $\omega_3(h)$  связаны с учетом триплетности атомных состояний и поэтому отсутствуют в обычной теории спиновых волн [3,6]. В (1)–(4)  $b = J \cos 2\varphi$ ,  $b(0) = b(\kappa = 0)$ ,  $\kappa$  — волновой вектор,  $b_1 = \frac{1}{2}(b + J - A)$ ,  $b_2 = \frac{1}{2}(b - J + A)$ ,  $J$  — параметр обменного взаимодействия между подрешетками,  $A$  — параметр двуионной анизотропии,  $h = H \cos \varphi$ ,  $H = H_x$  — внешнее постоянное магнитное поле (в единицах  $g\mu_B$ ,  $g$  — фактор Ланде,  $\mu_B$  — магнетон Бора), направленное по оси  $X$ ,  $D_{13} = D_1 - D_3 = \langle S_z \rangle$ ,  $D_\alpha = \langle L_{\alpha z} \rangle$  — величина вероятности занятости уровня  $\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) триплета,  $L_{\alpha z}$  — СБО,  $\varphi$  — угол между осью  $X$  и направлением намагниченности подрешеток ( $\varphi_1 = -\varphi_2 = \varphi$ ,  $|S_1| = |S_2|$ , индексы  $i$  и  $j$  относятся к разным подрешеткам).

Величины  $D_\alpha$  и  $\sigma = \langle S_z \rangle$  для слабого ферромагнетика с анизотропией типа „легкая плоскость“ и спином  $S=1$  определены в [7].

В случае антиферромагнетика без слабого ферромагнетизма угол  $\varphi$  определяется уравнением:

$$[2J(0)\sigma \cos \varphi - H] \sin \varphi = 0 \quad (5)$$

Теперь переходим к обсуждению полученных результатов.

1. При  $H \leq 2J(0)\sigma$  из (5) получим:

$$\cos \varphi = \frac{H}{2J(0)\sigma} \quad (6)$$

Из (6) видно, что при  $H=0$  угол  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  и будем иметь антипараллельное состояние магнитных моментов подрешеток (скомпенсированный антиферромагнетик). При  $H \neq 0$   $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$  и состояние моментов будет неколлинеарным.

С учетом (6) из (1)–(4) получим:

$$\omega_+(\kappa, H) = [J(0)[J(0) + A] - J(\kappa)[J(\kappa) - A] + [J^2(\kappa) - J(\kappa)A - J(0)J(\kappa)] \frac{H^2}{2J^2(0)\sigma^2}]^{1/2} \sigma, \quad (7)$$

$$\omega_-(\kappa, H) = [J(0)[J(0) - A] - J(\kappa)[J(\kappa) - A] + [J^2(\kappa) - J(\kappa)A + J(0)J(\kappa)] \frac{H^2}{2J^2(0)\sigma^2}]^{1/2} \sigma, \quad (8)$$

$$\omega_0(0) = J(0)\sigma, \quad (9)$$

$$\omega_3(0) = 2J(0)\sigma. \quad (10)$$

Как видно из (9) и (10), частоты локальных возбуждений  $\omega_0(0)$  и  $\omega_3(0)$  в неколлинеарном состоянии при отсутствии слабого ферромагнетизма не зависят явно (зависят только через  $\sigma$ ) от магнитного поля и уровни триплета расщепляются в обменном поле.

Полагая  $\kappa=0$ , из (7) и (8) получим выражения для частот антиферромагнитного резонанса (АФМР):

$$\omega_+(0, H) = \sqrt{2J(0)A} \left(1 - \frac{H^2}{4J^2(0)\sigma^2}\right)^{1/2} \sigma, \quad (11)$$

$$\omega_-(0, H) = \left(1 - \frac{A}{2J(0)}\right)^{1/2} H. \quad (12)$$

Из (9)–(12) видно, что в неколлинеарном состоянии частота акустической моды АФМР ( $\omega_-(0, H)$ ) не зависит от температуры, в то время как частоты оптической моды АФМР ( $\omega_+(0, H)$ ) и дополнительных локальных мод ( $\omega_0(0)$  и  $\omega_3(0)$ ) зависят от температуры через намагниченность  $\sigma(T)$  вплоть до точки Нееля. С ростом температуры частоты  $\omega_+(0, H)$ ,  $\omega_0(0)$  и  $\omega_3(0)$  уменьшаются и при отсутствии внешнего постоянного магнитного поля в точке  $T = T_N$  ( $T_N$  — точка Нееля) обращаются в нуль. Другими словами, в данном случае моды с частотами  $\omega_+(0, H)$ ,  $\omega_0(0)$  и  $\omega_3(0)$  являются „мягкими“, а мода с частотой  $\omega_-(0, H)$  — нет.

Как видно из (9) и (10), измерив температурную зависимость частот локальных переходов, можно получить ход температурной зависимости намагниченности ( $\sigma(T)$ ) в случае  $S=1$ .

Из (6) можно определить значение критического поля ( $H_{кр}$ ), при котором  $\varphi=0$ :  $H = H_{кр} = 2J(0)\sigma$ . При  $H = H_{кр}$  происходит захлопывание магнитных моментов подрешеток и неколлинеарное состояние переходит в захлопнутое состояние. По существу, это есть ферромагнитное состояние со схлопнутыми моментами подрешеток антиферромагнетика, где система имеет отличный от нуля магнитный момент, „наведенный“ внешним магнитным полем.

Как видно из (11) и (12), в неколлинеарном состоянии частота акустической моды АФМР ( $\omega_-(0, H)$ ) линейно возрастает с ростом поля, а частота оптической моды АФМР ( $\omega_+(0, H)$ ) — убывает. При  $H = H_{кр}$   $\omega_+(0, H)$  обращается в нуль, то есть эта спин-волновая мода становится „мягкой“. Такое поведение оптической моды АФМР в антиферромагнетиках с анизотропией типа „легкая плоскость“ подтверждается в экспериментах, проведенных с кристаллами  $NiCl_2$  [8,9],  $CoCl_2$  [9,10] и  $CoV_2$  [10]. Моды с частотами  $\omega_+(0)$ ,  $\omega_0(0)$  и  $\omega_3(0)$  имеют щели, соответственно равные  $\sqrt{2J(0)A}$ ,  $J(0)$  и  $2J(0)$ , а акустическая мода ( $\omega_-(0)$ ) является бесщелевой (если учесть анизотропию в базисной плоскости, то и акустическая мода будет иметь щель [3]).

Теперь перейдем к анализу спектра при  $\kappa \neq 0$ .

Сперва заметим, что как видно из выражения критического поля  $H = H_{кр} = 2J(0)\sigma$ , оно зависит от температуры (через намагниченность  $\sigma(T)$ ) и образует фазовую границу между неколлинеарным и захлопнутым состояниями на плоскости (магнитное поле — температура) ( $H, T$ ) (рис. 1). Так как  $J(0)$  не зависит от температуры, то температурные зависимости  $H_{кр}(T)$  и  $\sigma(T)$  совпадают. Это экспериментально было наблюденно в антиферромагнитном кристалле  $NiCl_2$  [9].

Формально, экстраполируя функцию  $H = H_{кр} = 2J(0)\sigma$  вдоль фазовой границы к значению  $\sigma=0$ , можно найти температуру, при которой  $H_{кр}=0$ . Используя уравнение для намагниченности подрешеток

( $\sigma$ ) [7] при отсутствии слабого ферромагнетизма при малых  $\frac{H}{H_{кр}^0}$  ( $H_{кр}^0 = 2J(0)$ ) в области высоких температур найдем:

$$T_n \left( \frac{H}{H_{кр}^0} \right) \approx T_n(0) - \frac{J(0)}{8\kappa_B} \left( \frac{H}{H_{кр}^0} \right)^2, \quad (13)$$

где величина

$$T_n(0) = \frac{2}{3} \left\{ \frac{2}{N} \sum_{\kappa} \frac{\kappa_B J(0) [J^2(0) - J^2(\kappa)]}{[J^2(0) + J(\kappa)(J(\kappa) - A)]^2 - J^2(0)[2J(\kappa) - A]^2} \right\}^{-1}, \quad (14)$$

полученная формальной экстраполяцией уравнения  $H = H_{кр} = 2J(0)\sigma$  к нулевому полю, есть искомая температура, при которой  $H_{кр} = 0$ .

Выражение (14) совпадает с выражением температуры Нееля [7] при отсутствии слабого ферромагнетизма. Следовательно, для рассматриваемой модели антиферромагнетика (спином  $S=1$ )  $T_N(0) = T_N(0)$ .

Вдоль фазовой границы (см. рис. 1) при малых  $\kappa$  частота оптической моды имеет следующий вид ( $T \ll T_N$ ):

$$\omega_+(\kappa) \approx \sqrt{\frac{J(0)A}{6}} \kappa. \quad (15)$$

Таким образом, вдоль фазовой границы при малых  $\kappa$  оптическая ветвь имеет такой же закон дисперсии, как акустические фононы. Легко показать, что вдоль фазовой границы (при низких температурах) вклад оптической ветви в температурную зависимость намагниченности ( $\sigma(T)$ ) будет пропорционален с  $T^4$ . В неколлинеарном состоянии будет иметь место экспоненциальная зависимость из-за наличия энергии активации в спектре.

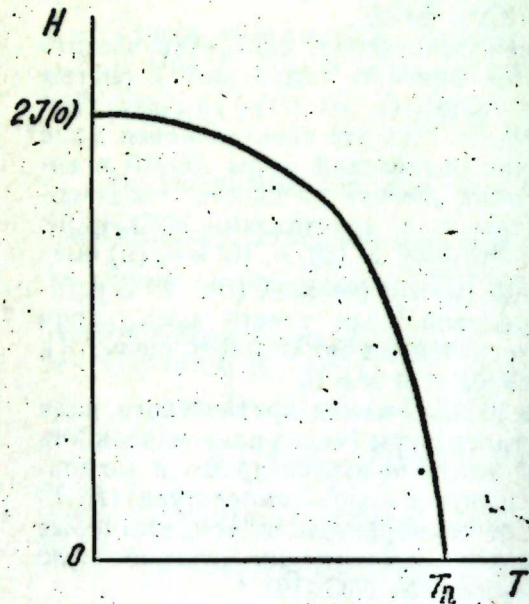


Рис. 1. Фазовая диаграмма одноосного двухподрешеточного антиферромагнетика с анизотропией типа „легкая плоскость“ на плоскости (магнитное поле—температура) ( $H, T$ ).

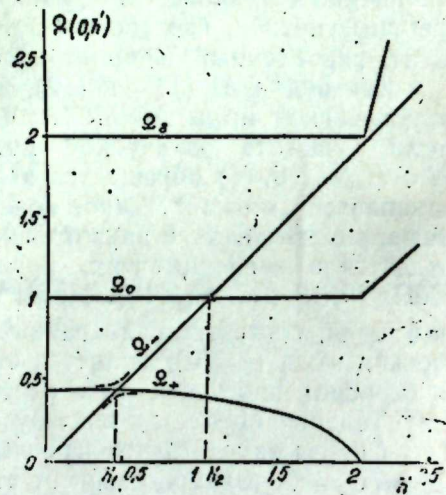


Рис. 2. Полевые зависимости частот  $\Omega_+(0, h')$ ,  $\Omega_-(0, h')$ ,  $\Omega_0(h')$  и  $\Omega_3(h')$  АФМР в антиферромагнетике с анизотропией типа „легкая плоскость“ при  $T=0$ ,  $a=0,1$ ,  $h'_1 = \sqrt{2a} \approx 0,45$ ,  $h'_2 = \left(1 - \frac{a}{2}\right)^{-1/2} \approx 1,03$ ,  $h'=2$ —критическое поле.

2. При  $H \geq 2J(0)\sigma$  имеем  $\sin \varphi = 0$ ,  $\varphi = 0$  и фаза будет „захлопнутая“.

В этом случае частоты имеют вид:

$$\omega_+(\kappa, H) = \{[H - (J(0) + J(\kappa))\sigma][H - (J(0) + J(\kappa) - A)\sigma]\}^{1/2}, \quad (16)$$

$$\omega_-(\kappa, H) = \{[H - (J(0) - J(\kappa))\sigma][H - (J(0) - J(\kappa) + A)\sigma]\}^{1/2}, \quad (17)$$

$$\omega_0(H) = H - J(0)\sigma, \quad (18)$$

$$\omega_3(H) = 2[H - J(0)\sigma]. \quad (19)$$

Полагая, что  $\kappa = 0$ , получим частоты АФМР:

$$\omega_+(0, H) = \{[H - 2J(0)\sigma][H - (2J(0) - A)\sigma]\}^{1/2}, \quad (20)$$

$$\omega_-(0, H) = [H - A\sigma]^{1/2}, \quad (21)$$

$$\omega_0(H) = H - J(0)\sigma, \quad (22)$$

$$\omega_3(H) = 2[H - J(0)\sigma]. \quad (23)$$

Как видно из (20)–(23), в „захлопнутом“ состоянии частоты АФМР возрастают с ростом поля (как и частота ферромагнитного резонанса).

На рис. 2 представлены полевые зависимости частот АФМР  $\Omega_+(0, h')$ ,  $\Omega_-(0, h')$ ,  $\Omega_0(h')$  и  $\Omega_3(h')$  ( $\Omega_1 = \frac{\omega_1}{J(0)}$ ,  $h' = \frac{H}{J(0)} a = \frac{A}{J(0)}$ )

при  $T=0$ . При полях  $h'_1 = \sqrt{2a}$  и  $h'_2 = \left(1 - \frac{a}{2}\right)^{-1/2}$  мода  $\Omega_-(0, h')$

пересекается соответственно с модами  $\Omega_+(0, h')$  и  $\Omega_0(h')$ . Если вывести поля из базисной плоскости, то около точки  $h' = h'_1$  происходит расщепление ветвей;  $\Omega_+^{(0, h')}$  и  $\Omega_-^{(0, h')}$ , которое свидетельствует о наличии взаимодействия между этими колебаниями [11]. Такое взаимодействие свойственно легкоплоскостным кристаллам, когда угол между внешним полем и осью симметрии будет  $0 < \psi < \frac{\pi}{2}$  [11].

Для кристалла  $\text{NiCl}_2$  оценим величины полей  $H_{кр} = J(0)h_{кр}$ ,  $H_1 = J(0)h_1$  и  $H_2 = J(0)h_2$ . Для  $\text{NiCl}_2$   $J = 62,5$  кэ,  $A = 4,6$  кэ [8]. Тогда при  $T=0$   $H_{кр} = 125$ ,  $H_1 = 24$  и  $H_2 = 63,7$  кэ.

В заключение отметим, что частота возбуждения с изменением  $S_z$  на два соответствует удвоенной обменной энергии кристалла. Такой тип поглощения наблюдался в антиферромагнитном кристалле  $\text{NiWO}_4$  [1].

#### Литература

1. Кутьков В. И., Науменко В. М., Звягин А. И. ФТТ, 14, 3436, 1972.
2. Боровик-Романов А. С. Антиферромагнетики с анизотропией типа „легкая плоскость“. В сб. „Проблемы магнетизма“. Изд-во „Наука“. М., 1972.
3. Туров Е. А. Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов. Изд-во АН СССР, М., 1963.
4. Haley S. B., Erdos P. Phys. Rev., B, 5, 1106, 1972; Haley S. B. Phys. Rev., B, 17, 337, 1978.
5. Гусейнов М. Б., Гусейнов Н. Г. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук, № 4, 25, 1978.
6. Ахизер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. Изд-во „Наука“ М., 1967.
7. Гусейнов М. Б., ФММ, 49, 965, 1980.
8. Лозенко А. Ф., Рябченко С. М., УФЖ 18, 1726, 1973.
9. Лозенко А. Ф., Рябченко С. М. ЖЭТФ, 65, 1085, 1973.
10. Magarino J., Tschendler J., Fert A. R., Gelard J. Sol. St. Comm., 23, 175, 1977.
11. Локтев В. М. ФНТ, 6, 911, 1980.

Институт физики.

Поступило 13. III 1981

Ж. М. Сеидов, М. Б. Гусейнов, Н. Г. Гусейнов

#### АТОМ ҺАЛЛАРЫНЫН МУЛТИПЛЕТИЛИНИ НЭЗЭРЭ АЛДЫГДА „ЈУНКУЛ МУСТЭВИ“ ТИП АНИЗОТРОПИЈАЛЫ АНТИФЕРРОМАГНИТ ДИЛЕКТРИКЛЭРИН ЕНЕРЖИ СПЕКТРИ

Мәгаләдә стандарт базис операторлар методу илә атом һалларыны нәзәрә алдыгда „Јункул мустәви“ тип анизотропијалы вә спини вәһид олан антиферромагнит диелектрикләрин енержи спектри арашдырылмышдыр. Көстәрилмишидир ки, гејри-кол-

линейар һалда элавэ рэгс модаларынын тезликләри магнит сәһәсиндән асылы дејил аичаг магнит моментләринин „өртүлү“ һалында сәһәдән хәтти асылыдырлар. Фаза диаграммы вә антиферромагнит резонанс тезликләринин сәһәдән асылылыг графикләри гурулмушдур.

Yu. M. Seidov, M. B. Guseinov, N. G. Guseinov

THE ENERGY SPECTRUM OF THE ANTIFERROMAGNETIC DIELECTRICS WITH THE ANISOTROPY OF „EASY PLANE“ TYPE TAKING INTO ACCOUNT THE MULTIPLICITY OF THE ATOMIC STATES

The energetic spectrum of the antiferromagnetic dielectrics has been studied in the present work by using the method of standard basis operators in the Green's function technique. Field dependencies of the frequencies of the antiferromagnetic resonance were built. Phase diagram has been built on the plane (magnetic field—temperature).

Чл.-корр Э. Ю. САЛАЕВ, Н. Ю. САФАРОВ

ДЛИННОВОЛНОВОЕ ИК-ОТРАЖЕНИЕ КРИСТАЛЛОВ  $\text{InGaTe}_2$

Соединение  $\text{InGaTe}_2$  является структурным аналогом  $\text{TeSe}$  [1]. Элементарная ячейка  $\text{InGaTe}_2$  содержит 2 формульные единицы. Атомы индия в решетке  $\text{InGaTe}_2$  (пространственная группа симметрии  $L_{4h}^{18}$ ) занимают два различных кристаллографических положения, одновалентные атомы  $\text{In}$  окружены восемью атомами  $\text{Te}$ , в то время как трехвалентные атомы  $\text{Ga}$  находятся в тетраэдрическом окружении из атомов  $\text{Te}$ . Последние образуют длинные цепочки атомов  $(\text{Ga}_3^+ \text{Te}_2^{-2})^-$ , вытянутые вдоль кристаллографической оси  $z$  (направление оси  $z$  совпадает с направлением оптической оси  $C$ ).

В настоящей работе приведены результаты поляризационных исследований спектров ИК-отражения  $\text{InGaTe}_2$ .

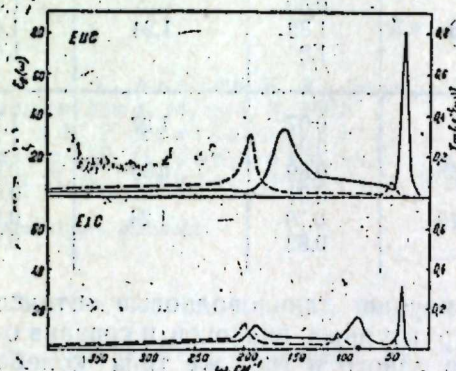


Рис. 1. Спектры длинноволнового ИК-отражения кристаллов  $\text{InGaTe}_2$  для двух геометрий  $E \parallel C$  и  $E \perp C$ , снятые от поверхностей  $[110]$  естественного скола.

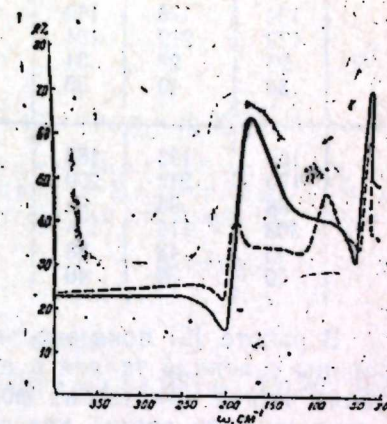


Рис. 2. Спектральные зависимости  $\epsilon_2(\omega)$  (сплошная линия) и  $\text{Im}[-\epsilon^{-1}(\omega)]$  (пунктирная линия) для кристаллов  $\text{InGaTe}_2$ .

Кристаллы выращивались по методу Бриджмена. Спектры ИК-отражения измерялись от свежесколотых плоскопараллельных пластинок в спектральной области  $400 \div 20 \text{ см}^{-1}$  с помощью модернизированного спектрометра FIS-21. Разрешение во всей исследованной области не хуже  $\pm 1 \text{ см}^{-1}$ .

Как показывает теоретико-групповой анализ колебательного спектра кристалла  $\text{InGaTe}_2$ , в однофононных процессах поглощения (отражения) следует ожидать 5 ИК активных колебания. В поляризации  $E \parallel C$  должны проявиться 2 невырожденных ИК активных фо-



нона с симметрией типа  $A_{2u}$ , в поляризации  $E \perp C$  следует ожидать 3 двукратно вырожденных фононов типа  $E_u$ .

На рис. 1 приведены спектры ИК-отражения кристаллов для двух геометрий  $E \perp C$  и  $E \parallel C$ . Видно, что в спектрах отражения проявляются 2 полосы остаточных лучей для  $A_{2u}$  колебания и 3 полосы для колебания типа  $E_u$ . Этот результат находится в полном согласии с теоретико-групповым анализом.

Дисперсия оптических констант и частоты фононов центра зоны Бриллюэна определены из анализа спектров отражения по соотношению Крамерса—Кронига. Частоты поперечных (ТО) и продольных (ЛО) оптических фононов определены из максимумов мнимой части диэлектрической проницаемости  $\epsilon_2(\omega)$  и функции потерь  $\text{Im}[-\epsilon^{-1}(\omega)]$  соответственно (рис. 2).

Таблица 1

Результаты сравнения отношений экспериментально наблюдаемых частот и корней квадратных из отношения соответствующих масс

Тип колебаний	TeSe			InGaTe <sub>2</sub>		
	$\omega, \text{см}^{-1}$	$\sqrt{\frac{\mu(\text{TeInSe}_2)}{\mu(\text{InGaTe}_2)}}$	$\frac{\omega(\text{InGaTe}_2)}{\omega(\text{TeInSe}_2)}$	$\omega, \text{см}^{-1}$	$\sqrt{\frac{\mu(\text{TeSe})}{\mu(\text{InGaTe}_2)}}$	$\frac{\omega(\text{InGaTe}_2)}{\omega(\text{TeSe})}$
$A_{2u}$	134	176	160	1,1	0,91	1,27
	179	219	194	1,8	0,89	1,08
	26	28	34		1,32	1,42
	34	40	50		1,2	1,47
$E_u$	158	193	188	1,1	0,97	1,27
	175	212	200	0,85	0,94	1,14
	88	94	84		0,89	0,95
	108	114	104		0,91	0,96
	45	48	38	1,18	0,79	0,84
	50	56	46		0,82	0,92

В работе [2] показано, что, изучив длинноволновые оптические фононы селенида теллура и его структурных аналогов и сравнив отношения частот оптических фононов одного и того же типа колебания с отношениями корней квадратного из приведенных масс диполей с помощью картины симметризованных смещений атомов, можно найти те нормальные координаты колебаний диполей, которые удовлетворяют этим отношениям. В свою очередь, зная нормальные координаты ИК-активных колебаний, можно получить определенную информацию о динамике решетки этих соединений (значения упругих констант взаимодействия и эффективных зарядов ионов, участвующих в дипольных колебаниях).

Основываясь на соображениях, изложенных в работе [2], можно считать, что низкочастотная полоса отражения типа  $A_{2u}$  в кристаллах  $\text{InGaTe}_2$  связана с относительно небольшими смещениями цепочек и одновалентных атомов  $\text{In}^+$ , а высокочастотная полоса этой же симметрии связана с колебаниями трехвалентных ионов  $\text{Ga}^{+3}$  относительно атомов теллура внутри цепочки. Аналогичным рассмотрением можно найти нормальные координаты колебаний с симметрией типа  $E_u$ .

Результаты сравнения экспериментально наблюдаемых отношений частот и корней квадратных из отношения соответствующих масс сведены в табл. 1. Видно хорошее согласие между этими величинами.

Результаты вычислений микроскопических эффективных зарядов, значения упругих констант взаимодействия между атомами приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения упругих силовых констант, вычисленные без учета дальнегодействующего кулоновского взаимодействия и величины эффективных зарядов одновалентных ( $\text{Me}^{+1}$ ), трехвалентных ( $\text{Me}^{+3}$ ), катионов и анионов ( $\text{Te}^{-2}$ ) для кристаллов  $\text{InGaTe}_2$

$\mu_1$	$\mu_2$	$A_{2u}$			$E_u$						
		$f_1^{\perp s}$	$f_2^{\perp s}$	$e_s^{**}/e_{\text{Me}^{+3}}$	$e_s^{**}/e_{\text{Me}^{+1}}$	$e^*/e_{\text{Te}}$	$f_1^{\perp s}$	$f_2^{\perp s}$	$e_s^{**}/e_{\text{Me}^{+3}}$	$e_s^{**}/e_{\text{Me}^{+1}}$	$e^*/e_{\text{Te}}$
54,76	84,84	$0,95 \cdot 10^3$	$8,73 \cdot 10^3$	1,01	0,3	0,65	$1,17 \cdot 10^3$	$8,34 \cdot 10^3$	0,67	0,29	0,48

Примечание: Знаки  $\parallel$  и  $\perp$  показывают направление, параллельное и перпендикулярное оптической оси С.

Обсуждения использованных формул и вычислений приведены в работе [2].

#### Литература

1. А. С. Авипов, К. А. Агаев, Г. Г. Гусейнов и Р. К. Иманов. Кристаллография т. 14, вып. 3, 1969.
2. К. Р. Аллахвердиев, М. А. Низаметдинова, Р. Х. Нани, Э. Ю. Салаев, Р. М. Сардарлы, Н. Ю. Сафаров, Е. А. Виноградов, Г. Н. Жижин, Л. В. Голубев. Препринт № 8 Институт физики АН Азерб. ССР, 1979.

Институт физики

Поступило 11. XI 1980

Е. Ю. Салаев, Н. Ю. Сафаров

#### $\text{InGaTe}_2$ КРИСТАЛЛЫНЫ ИГ УЗУНДАЛГАЛЫ ГАЙТМА СПЕКТРИ

Мәгәләдә  $\text{InGaTe}_2$  кристаллынын гайтма спектри узундалгалы ИГ областында өйрәнилмишдир.

ИГ областында актив олан 5 фононун тезликләри вә симметриялары тәҗин едилмишдир. Диелектрик пүфузулугунун һәгиги вә хәјали һиссәсини, сындырма вә удма әмсалынын дисперсиясы алынмишдир.

ИГ областында актив олан бүтүн 5 фононун нормал координатлары тапылмишдир. Дипол рәгсләрдә иштирак едән ионларын микроскопик эффектив зарядлары һесабланмиш вә һәмчини атомлар арасында гүввә сабитләри тапылмишдир.

E. Yu. Salaev, N. Yu. Safarov

#### LONG-WAVE IR-REFLECTION SPECTRA OF $\text{InGaTe}_2$

Polarized IR-reflection spectra are obtained for  $\text{InGaTe}_2$ . The frequencies and symmetries of all 5 IR active phonons were determined. The normal coordinates of vibrations were found. The values of the force constants and effective charges are obtained for  $\text{InGaTe}_2$ .

И. М. АЛИЕВ, А. Р. ГАДЖИЕВ, Б. Г. ТАГИЕВ

## ФОТОПРОВОДИМОСТЬ GaSe В ОБЛАСТИ ЭКСИТОННОЙ ПОЛОСЫ ПОГЛОЩЕНИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ч. М. Джусварлы)

Оптические свойства слоистого полупроводника GaSe вблизи края фундаментального поглощения изучены в работах [1—4]. В этих работах были обнаружены и исследованы характерные экситонные серии вблизи основной полосы поглощения. В дальнейшем авторами [1—4] установлено, что в GaSe прямые переходы не полностью разрешены и поэтому коэффициент поглощения низкий ( $\alpha \sim 10^3 \text{ см}^{-1}$ ).

В работах [6—8] изучены оптические свойства GaSe в сильных электрических полях. Было показано, что, кроме смещения края фундаментального поглощения, с полем происходит уширение экситонной полосы поглощения.

Следует отметить, что вклад распада экситонов ( $n = 1$ ) в формирование спектральной зависимости фотопроводимости в GaSe в области прямых переходов не изучен. Известна лишь одна работа [5], в которой исследован вклад в фотопроводимость диссоциацией электронно-дырочных пар. Показано, что в формировании фотопроводимости вблизи края основной полосы поглощения вклад вносит ионизация экситонов, захваченных глубокими уровнями и с последующей их ионизацией.

Мы считаем, что приведенные экспериментальные данные как в работе [5], так и в других недостаточны, чтобы судить о механизме фотопроводимости в GaSe и роли диссоциации электронно-дырочных пар в ее формировании. Настоящая работа посвящена изучению вклада разрушения электронно-дырочных пар в фотопроводимость в специально легированных монокристаллах GaSe в сильных электрических полях.

Для подтверждения экспериментальных данных по изучению вклада разрушения электронно-дырочных пар в сильных электрических полях нами привлечены разные методы измерения, такие как фотопроводимость, поглощение, электропоглощение, электропроводность. Спектры фотопроводимости, оптического поглощения и электропоглощения монокристаллов GaSe, выращенных видоизмененным методом Бриджмена, были измерены при комнатной температуре на установках, построенных на основе спектрофотометра СФ-4, монохроматора МДР-2.

Образцы скалывались из слитка с естественными поверхностями. Электрические контакты к образцам создавались путем сплавления индия на свежесколотую поверхность и проверялись на омичность. Образцы имели проводимость р-типа и разброс удельных сопротивлений по длине образца не превышал 10%, а величина ее при комнатной температуре составляла  $10^3 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ .

На рис. 1 представлены характерные для GaSe кривые фотопроводимости при различных приложенных внешних напряжениях на образце. На этом же рисунке приведена кривая оптического поглощения того же образца без учета многократного отражения вблизи края фундаментальной полосы поглощения. Из рисунка видно, что, во-первых, край поглощения GaSe весьма крутой и содержит экситонную полосу ( $n=1$ ) с большой полушириной; во-вторых, энергетические положения максимумов, соответствующих оптическому поглощению и фотопроводимости, совпадают ( $\lambda = 0,625 \text{ мкм}$ ). Последняя соответствует данным работы [5], измеренным при гелиевых температурах, с единственным отличием, что полуширина полос, измеренных при гелиевых и при комнатных температурах, отличается друг от друга. Рост полуширины полос с температурой, видимо, связан с экситон-фононным взаимодействием [9] вблизи края фундаментальной полосы поглощения в GaSe. Большая полуширина полосы фотопроводимости связана с механизмом, предложенным в [5, 10], заключающимся в экситон-примесном взаимодействии. Экситоны как нейтральные образования, двигаясь по кристаллу, взаимодействуют с дефектами решетки и при этом происходит своеобразный „развал“ [10]. Следует отметить, что в этом процессе один из носителей захватывается соответствующим центром, поэтому проводимость является монополярной. Естественно предположить, что в этом случае релаксация фототока должна быть неэкспоненциальной, так же как и релаксация фототока в области примесной фотопроводимости. На рис. 2 показан спад фототока для GaSe при комнатной температуре, и, как видно, релаксация является неэкспоненциальной.

С ростом приложенного к образцу электрического поля максимум фототока растет (рис. 1) и одновременно происходит уширение полосы фотопроводимости. Такая зависимость представлена на рис. 3, где приведены кривые, соответствующие полевым зависимостям максимума фототока и полуширины полос фотопроводимости. Видно, что полевая зависимость фототока после насыщения резко увеличивается  $\sim 8 \cdot 10^2 \div 10^3 \text{ В/см}$ . В этой же области полей полуширины полос фотопроводимости также растут, оставаясь до этих полей почти неизменными. Насыщение фототока связано пол.вой зависимостью времени пролета дырок в GaSe.

Если оценить дрейфовую подвижность носителей тока на основе вышеизложенных предположений, то она получается порядка нескольких единиц, что хорошо согласуется с результатами работы [11].

Дальнейший резкий рост фототока с полем, на наш взгляд, связан с распадом экситонов в поле. Как раз в этой области электрических полей начинает резко расти полуширина фотопроводимости. Однако если оценить величину поля, которая необходима для распада экситонов в GaSe, то она получается минимум на порядок больше ( $\sim 10^4 \text{ В/см}$ ), чем наблюдается в эксперименте. Тогда естественно предположить, что энергия связи экситонов несколько уменьшена с полем дефектов при их взаимодействии. Еще одним экспериментальным фактом, являющимся доказательством в пользу предложенного механизма распада электронно-дырочных пар в GaSe, является изменение электропоглощения в зависимости от приложенного к образцу электрического поля (рис. 4). Из рисунка видно, что основное изме-

пеннее полуширины линий вблизи экситонной полосы поглощения прорисходит при полях выше 800 В/см. Кроме того, первый положительный

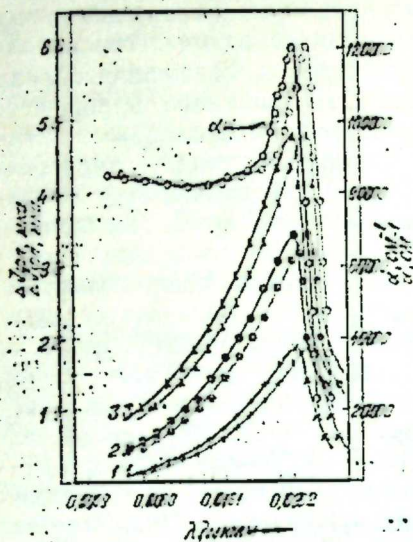


Рис. 11. Спектральная зависимость коэффициента поглощения в GaSe. 1— $E=5000$  В/см; 2— $E=10000$  В/см; 3— $E=20000$  В/см.

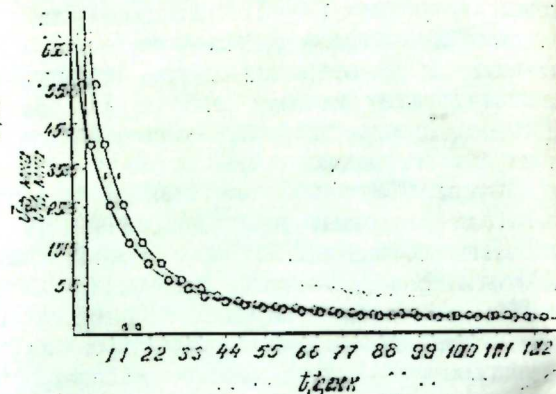


Рис. 11. Зависимость фотопроводимости от длины волны возбуждающего света.  $E=8355$  В/см.

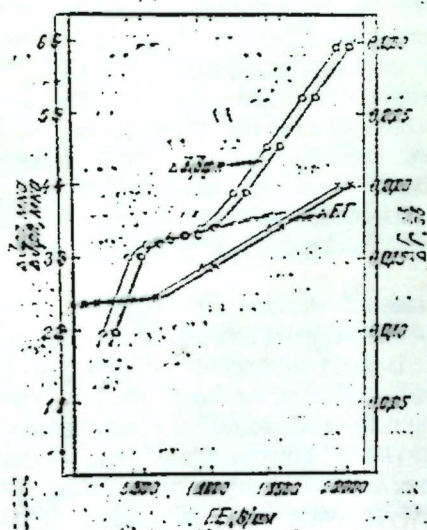


Рис. 13. Релаксация фототока в GaSe в области экситонной полосы поглощения.

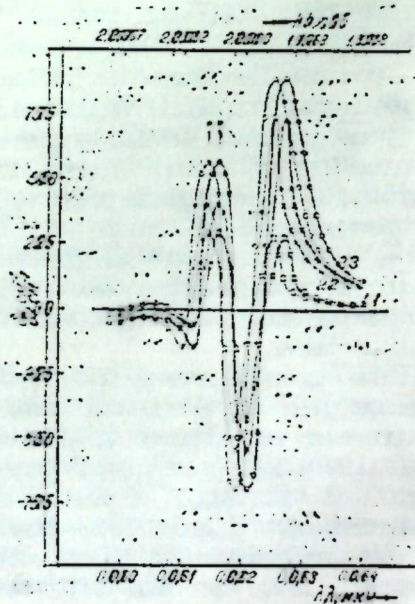


Рис. 14. Спектры электропоглощения в GaSe. 1— $E=3000$  В/см; 2— $E=5000$  В/см; 3— $E=10000$  В/см.

пик не смещается с полем, а лишь несимметрично уширяется в длинноволновую сторону, что свойственно для уширения экситонной полосы поглощения в сильных полях.

## Литература

- Gross E. F., Novikov B. V., Razbirin B. S., Suslina L. G. Optic. and Spectr., 6, 364, 1959.
- Brebner J. L., Fischer G. Proceeding International Conference Physics Semiconductors (Exeter, 1962). London, Pergamon Press, 1962, p. 760.
- Gasanova N. A., Akhundov G. A., Nizametdinova M. A. Phys. Stat. Sol., 17, K. 131, 1966.
- Мушинский В. П., Караман М. И. Оптические свойства халькогенидов галлия и индия. Изд-во "Штиница", Кишинев, 1973.
- Беленький Г. Л., Дильбазов Т. Г., Нани Р. Х., Нейманзаде И. К., Салаев Э. Ю., Сулейманов Р. А., Мамедов Ш. С. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-мат. наук, 4, 47, 1975.
- Гаджиев В. А., Соколов В. И., Субашиев В. К., Тагиев Б. Г. ФТП, 12, 1350, 1970.
- Abdullaev G. V., Gadzhiev V. A., Tagiev B. G. Phys. Stat. Sol., (b), 49, K. 19, 1972.
- Мамедов Г. М.; Тагиев Б. Г. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и мат. наук, 4, 38, 1975.
- Липник А. А. ФТП, т. 6, вып. 4, 1068, 1964.
- Жузе В. П., Рывкин С. М. Изв. АН СССР, серия физ., 16, 93, 1952.
- Алиев И. М., Алиев Н. А., Гаджиев А. Р., Тагиев Б. Г., Гусейнов Г. М. ФТП, т. 13, вып. 12, 2113, 1979.

Институт физики

Поступило 17. II 1980

И. М. Алиев, А. Р. Гаджиев, Б. Г. Тагиев

## GaSe МОНОКРИСТАЛЫНЫН ЭКСИТОН УДУЛМАСЫ ОБЛАСТЫНДА ФОТОКЕЧИРИЧИЛИЈИ

Мәғаләдә GaSe—монокристалында экситон удулмасы областында өз гүвәтләи электрик сәһәсиндә фотокечиричилик тәдқиғ олунмушдур. Електрон дешик чүтүнүн гүвәтләи электрик сәһәсиндә ионлашмасынын фотокечиричилијини спектрал асылылыгынын формалашмасында чох мүнүм рол ојнадығы кәстәриллишидир.

I. M. Aliev, A. R. Gadzhiev, B. G. Tagiev

## PHOTOCONDUCTIVITY OF GaSe IN THE REGION OF EXCITON BAND OF ABSORPTION

The photoconductivity of GaSe single crystals was measured in the strong electric fields near the edge of the fundamental absorption. It was shown that the ionization of the electron-hole pairs in the strong electric fields contributed essentially to the formation of the spectral dependence of photoconductivity.

УДК 621.315.592

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Г. Х. АЖДАРОВ, А. С. ГАНИЕВ, чл.-корр. М. Г. ШАХТАХТИНСКИЙ

**ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ОСНОВНЫХ СОСТОЯНИЙ  
МЕЛКИХ АКЦЕПТОРНЫХ ЦЕНТРОВ И ЭФФЕКТИВНЫЕ  
МАССЫ ДЫРОК В КРИСТАЛЛАХ ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ  
ГЕРМАНИЯ С КРЕМНИЕМ**

Количественный анализ энергетического спектра мелких примесных центров в кристаллах твердых растворов Ge-Si до настоящего времени не проводился. В данной работе эта задача решается на основе исследования зависимости энергии активации мелких акцепторных центров, имеющих в кристаллах, выращенных без специального легирования. Концентрация этих центров в кристаллах, выращенных методом твердой подпитки расплава с использованием кварцевого тигля, составляет  $\sim 0,5 \div 2,0 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . [1]. Интерес к этим исследованиям был обусловлен также возможностью идентификации указанных центров и расчета эффективных масс легких и тяжелых дырок в сплавах Ge-Si.

На рис. 1 представлены температурные зависимости коэффициента Холла кристаллов германия и твердых растворов Ge-Si, выращенных без специального легирования. Германий выращенный в тех же условиях, что и сплавы, являлся контрольным образцом. Измерение коэффициента Холла (R) производилось в магнитном поле с напряженностью 3 кэ. Методика измерений R от T не имела принципиальных отличий от описанной в [2,3]. Однако за исключением того, что здесь при  $T < 20^\circ\text{K}$  с целью повышения точности измерения использовался германиевый датчик температур.

На рис. 1 показано, что при относительно высоких температурах (выше  $80^\circ\text{K}$ ) концентрация свободных дырок в кристаллах практически постоянна. Это свидетельствует о полной ионизации акцепторных центров при этих температурах и об их малой энергии активации. С понижением температуры коэффициент Холла начинает расти в связи с вымораживанием свободных дырок. Для определения энергии активации мелких акцепторных центров в исследуемых кристаллах были построены зависимости  $\lg(RT^3)$  от  $10^3/T$  в низкотемпературной области и по их наклонам вычислялись значения  $\epsilon_A$  [4] (случай, соответствующий частичной компенсации примесного уровня). На рис. 2 сплошная линия демонстрирует экспериментально определенную зависимость  $\epsilon_A$  от состава кристалла, которая показывает линейный характер. В сплаве с содержанием кремния 15 ат. % значение  $\epsilon_A$  составляет  $\sim 14,2$  мэв и почти на 40% превышает соответствующую величину в германии, равную  $\sim 10,2$  мэв (погрешность в определении  $\epsilon_A$  при данном методе составляет не более 1% [3,5]).

Сравнение полученных значений  $\epsilon_A$  с соответствующими литературными данными, проведенное с целью идентификации мелких акцепторных центров, показывает наибольшую вероятность связи этих уровней с атомами бора. Так, например, определенная оптическим методом энергия активации бора в германии составляет 10,47 мэв [8], а в сплаве с содержанием кремния 15 ат. %  $\sim 15,0$  мэв [9]. Несколько заниженные значения  $\epsilon_A$ , полученные в настоящей работе, можно отнести как на счет относительно больших значений концентрации компенсирующих примесей (см. таблицу), так и на различие применяемых методик. В пользу такого предположения свидетельствует также относительно высокое значение коэффициента сегрегации (K) бора в германии, которое составляет больше единицы [10]. Ничтожно малые дозы бора могут попасть в расплав из кварцевого тигля

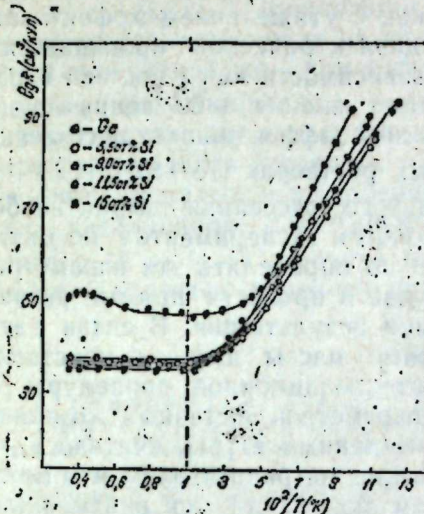


Рис. 1. Температурные зависимости коэффициента Холла кристаллов германия и твердых растворов германия с кремнием, выращенных без специального легирования (дырочная проводимость).

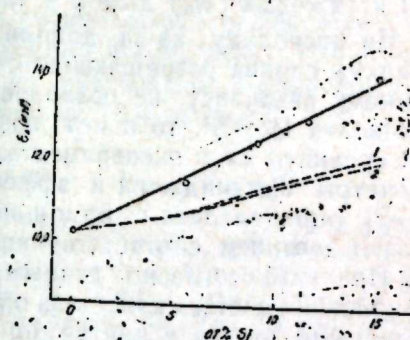


Рис. 2. Зависимость энергии активации мелких акцепторных центров от состава кристалла германий-кремний. Пунктирные линии 1 и 2—теория.

Эффективные массы тяжелых ( $m_h^*$ ) и легких ( $m_l^*$ ) дырок и эффективные концентрации мелких акцепторных центров ( $N_A - N_D$ ) и компенсирующих донорных уровней ( $N_D$ ) в кристаллах германия и твердых растворах Ge-Si

Эффективные массы тяжелых ( $m_h^*$ ) и легких ( $m_l^*$ ) дырок и эффективные концентрации мелких акцепторных центров ( $N_A - N_D$ ) и компенсирующих донорных уровней ( $N_D$ ) в кристаллах германия и твердых растворах Ge-Si

Вещество	Ge	Ge <sub>94,5</sub> Si <sub>5,5</sub>	Ge <sub>91</sub> Si <sub>9</sub>	Ge <sub>83,5</sub> Si <sub>11,5</sub>	Ge <sub>83</sub> Si <sub>15</sub>
$N_A - N_D$ $10^{15} \text{ см}^{-3}$	0,105	1,50	1,35	1,5	1,79
$N_D$ $10^{15} \text{ см}^{-3}$	0,105	0,26	0,21	0,14	0,31
$m_h^*/m_0$	0,320	0,342	0,358	0,362	0,370
$m_l^*/m_0$	0,042	0,051	0,062	0,069	0,080

и благодаря большим значениям  $K$  входит в кристаллы в заметных концентрациях.

Рост энергии активации примесного уровня с увеличением содержания кремния в кристаллах связан как с утяжелением эффективных масс дырок, так и с уменьшением диэлектрической проницаемости материала. Количественный анализ зависимости  $\epsilon_d$  от состава в рамках теории эффективной массы требует знания либо зонных параметров Латгинджера [6], либо значений эффективных масс легких ( $m^*$ ) и тяжелых ( $m_h^*$ ) дырок в твердых растворах Ge—Si [7].

Но поскольку из-за дополнительного рассеяния дырок на беспорядках сплава разрешающая способность экспериментов по циклотронному резонансу не позволяет точно определить эти параметры в кристаллах Ge—Si, то и нет возможности провести прямые расчеты  $\epsilon_d$  и сравнить их с экспериментальными результатами. В связи с этим параметры Латгинджера и эффективные массы дырок в кристаллах Ge—Si определялись с помощью интерполяционной процедуры [11] с использованием соответствующих параметров составных компонентов. При этом согласно данным, приведенным в [11], считалось, что с изменением состава кристалла оптические матричные элементы между различными зонами в центре зоны Бриллюэна остаются неизменными, а величины энергетических интервалов между этими зонами изменяются линейно. Теоретические кривые 1 и 2 (рис. 2) построены с помощью графика, рассчитанного Гельмонтом и Дьяконовым [7], и таблиц, составленных Балдерески и Липари [6] соответственно. В расчетах принималось, что диэлектрическая проницаемость материала изменяется линейно с его составом, что в первом приближении согласуется с экспериментальным результатом [12] (диэлектрические проницаемости германия ( $\sim 15,4$ ) и кремния ( $\sim 11,4$ ) отличаются менее чем на 30% [8]). Для наглядности сопоставления теоретические кривые смещены незначительно вверх так, чтобы значение  $\epsilon_d$  соответствующее германию, совпало с экспериментальным ( $\epsilon_d^{\text{герм.}} = 9,81$  эв [8]). Отметим, что при этом в определенной степени учитывается влияние потенциала центральной ячейки на энергию связи дырки примесного центра в сплавах (теория эффективной массы не учитывает этот потенциал). Как видно из рис. 2, оба теоретических способа расчета дают практически одинаковый результат. Согласно с экспериментальными данными только качественное. Существенная заниженность теоретических значений  $\epsilon_d$  в кристаллах твердых растворов свидетельствует о менее быстром росте расчетных значений эффективных масс дырок с увеличением содержания кремния в сплаве по сравнению с их реальными изменениями. Возможные небольшие отклонения от линейности в изменении положений соответствующих зон в центре зоны Бриллюэна и малые изменения оптических матричных элементов с составом материала могут быть объяснением наблюдаемого различия между экспериментальными и теоретическими значениями  $\epsilon_d$ .

В работе Браунштейна [11] приводится зависимость отношения массы тяжелой дырки к легкой от состава кристалла Ge—Si, определенная из опытов по оптическому поглощению свободных дырок в сплавах. Наличие этой зависимости дает возможность определить значение эффективных масс обоих сортов дырок в твердых растворах Ge—Si по известным значениям  $\epsilon_d$  с помощью графика энергии основного состояния примеси, отнесенной к боровой энергии тяжелой

дырки [7]. Определенные таким образом значения эффективных масс будут незначительно отличаться от действительных ввиду небольшого вклада короткодействующего потенциала примесного остова в энергию связи дырки. Предполагая, что относительный вклад короткодействующего потенциала на величину  $\epsilon_d$  в рассматриваемых составах кристаллов такой же, как в германии, и, введя соответствующую поправку, можно вычислить значения  $m_l^*$  и  $m_h^*$ . В таблице представлены рассчитанные таким путем значения обеих сортов дырок для некоторых составов исследованных кристаллов. Как видно, эффективные массы тяжелых и в особенности легких дырок существенно растут с увеличением содержания кремния в кристалле. Например, в сплаве с 15 ат % Si значения  $m_h^*$  и  $m_l^*$  превышают соответствующие величины в чистом германии примерно на 15% и 100%.

#### Литература

1. Аждаров Г. Х., Тагиров В. И., ФТП, 5, № 6, 1107, 1971.
2. Аждаров Г. Х., Шахтактинский М. Г., Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-тех. и мат. наук, № 4, 8, 1976.
3. Остробордова В. В. ФТТ, 7, 610, 1965.
4. Блекмор О. Статистика электронов в полупроводниках. М., 1964.
5. Белокурова И. Н., Дегтярев В. Ф., Земсков В. С., Скудниова Е. В., Изв. АН СССР, Неорганические материалы, 14, 11, 2119, 1978.
6. Baldereschi A., Lipari N. O. Phys. Rev., 8B, 2697, 1973.
7. Гельмонт Б. Л., Дьяконов М. И. ФТП, 5, 2191, 1971.
8. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М., 1979.
9. Morton G. A., Schultz M. L., Harty W. E. RCA Rev., 20, 299, 1959.
10. Миллис А. Примеси с глубокими уровнями в полупроводниках. М., 1977.
11. Brounstein R. Phys. Rev., 130, 879, 1963.
12. Glicksman M. Phys. Rev., 111, № 1, 125, 1958.

Институт физики

Поступило 6. XII 1980

Г. Х. Аждаров, Э. С. Ганиев, М. Г. Шахтактинский

#### КЕРМАНИУМ-СИЛИЦИУМ БЭРК МЭХЛУЛЛАРЫНДА ДАЖАЗ АКСЕПТОР МЭРКЭЗЛЭРИНИН ЭСАС АШГАР СЭВИЛЖЭЛЭРИНИН ЕНЕРЖИ СПЕКТРИ ВЭ ДЕШИКЛЭРИН ЭФФЕКТИВ КҮТЛЭСИ

Мөгаләдә 8—300°K интервалында هولл эмсалынын температур асылылыгына эсасән тәркибиндә 15 ат %-ә гәдәр силисиум олан керманиум-силисиум бәрк мөхлулларында дажаз аксептор мәркәзләринин эсас ашгар сәвилжәләринин енержи спектри тәдгиг едилмишдир. Тәдгигатлар хусуси олараг ашгарланмамыш кристалларда олан мәркәзләр эсасында апарылмышдыр.

Мүәлжән едилмишдир ки, кристалда силисиумун миглары чохалдыгча дажаз аксептор сәвилжәләринин активләшмә енержиси хәтти артыр вә тәркибиндә 15 ат % Si олан мөхлулда керманиумда олан гилмәтдән тәхминән 40% бөлүк олур. Алынган нәтижә: әр эффектив күтлә нәзәријәси чәрчивәсиндә кәмијәтчә тәдгиг едилмиш вә бу кристалларда јүнкүл вә агыр дешикләрин эффектив күтләләри тәјин едилмишдир.

$\epsilon_d$ -нын Si-ун мигларындан экспериментал асылылыгына эсасән фәрз олунур ки, Ge—Si бәрк мөхлулларында дажаз аксептор мәркәзләри бор атомлары илә баглыдыр

G. Kh. Azhdarov, A. S. Ganiyev, M. G. Shakhtakhtinsky

#### ENERGY SPECTRUM OF GROUND IMPURITY STATES OF SHALLOW ACCEPTORS AND EFFECTIVE MASSES OF HEAVY AND LIGHT HOLES IN GERMANIUM—SILICON SOLID SOLUTIONS

Energy spectrum of ground impurity levels of shallow acceptors in Ge—Si solid solutions with silicon content up to 15 at. % has been investigated by means of Hall effect measurements in the temperature range of 8—300 K. The investigations have

been made on the crystals which were prepared without special doping. Activation energy of shallow acceptor levels ( $\epsilon_A$ ) versus the crystal composition shows linear dependence. In the crystal with 15 at. % Si the value of  $\epsilon_A$  is approximately 40% higher than in germanium.

A quantitative analysis between results obtained and the predictions of effective mass theory was made. Effective masses of heavy and light holes in investigated compositions of the crystals have also been calculated. It was supposed that shallow acceptor levels in Ge—Si alloys were due to boron atoms.

УДК 62—83:621.313.333.072.9

ТЕХНИКА

Ю. В. КАЛЛИНИКОВ, Ф. М. АЛЛАХВЕРДОВ, Т. А. ХАЛИЛОВ

### ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ФАЗОВОГО УПРАВЛЕНИЯ ВЕНТИЛЬНЫМ АСИНХРОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. А. Эфендизаде)

Системы фазового управления скоростью вращения вентильного асинхронного электропривода известны в опубликованной литературе [1]. Эти системы требуют многократного преобразования формы сигнала на протяжении всего тракта регулирования. Поиск путей получения сигнала обратной связи по скорости без механических датчиков, а также использование одной формы сигнала является актуальной задачей.

Рассматриваемый способ фазового управления вентильным асинхронным электроприводом реализуется в системе, которая может быть условно отнесена к асинхронным одноканальным. Как известно, в этих системах угол подачи импульса не связан с координатами  $\omega t$  и  $\varphi$  напряжения сети.

В отличие от известных систем [1, 2, 3] в работе [4] отсутствует фазовый регулятор—устройство, где происходит сравнение сигнала обратной связи с напряжением управления  $U_y$ . Это позволяет освободиться от недостатков, присущих таким устройствам.

Для рассмотрения математического описания метода возьмем известные из теории электрических машин соотношения:

$$f_{\text{вр}} = f_c - f_p \quad (1)$$

$$f_{\text{вр}} = \frac{n \cdot p}{60} \quad (2)$$

$$f_p = f_c \cdot S, \quad (3)$$

где  $f_{\text{вр}}$ —частота вращения вала электродвигателя;  $f_c$ —частота напряжения сети;  $f_p$ —частота тока ротора;  $n$ —число оборотов вала;  $p$ —число пар полюсов;  $S$ —скольжение.

Выражение (1) с учетом (2) можно записать в виде

$$f_p = f_c - \frac{np}{60}. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что внутренняя обратная связь между числом оборотов вала двигателя и частотой тока ротора—отрицательная.

Для регулирования числа оборотов вала электродвигателя в качестве сигнала внешней обратной связи используется частота тока ротора. Этот сигнал содержит в себе информацию о текущем фазовом смещении частоты тока ротора относительно частоты напряжения сети. В течение переходного процесса величина фазового смещения

с помощью функционального устройства (ФУ) преобразуется в приращение угла регулирования  $\Delta\alpha$ . По окончании переходного процесса на выходе вентиляющего преобразователя (ВП) устанавливается напряжение, обеспечивающее заданное число оборотов с учетом момента нагрузки.

При построении ФУ необходимо учесть, что угол  $\alpha$  устанавливается при равенстве частоты тока ротора  $f_p$  и частоты синхронизирующего напряжения равного,  $f_c \cdot m$ , где  $m$  — фазность ВП.

Отсюда следует необходимость удовлетворения следующему равенству:

$$f_{упр} = f_p \cdot K = f_c \cdot m, \quad (5)$$

где  $f_{упр}$  — частота сигнала управления;  $K$  — коэффициент.

Подставив (3) в (5), находим

$$K = \frac{m}{S}. \quad (6)$$

Структура ФУ, входящего в систему управления ВП, представлена на рис. 1.

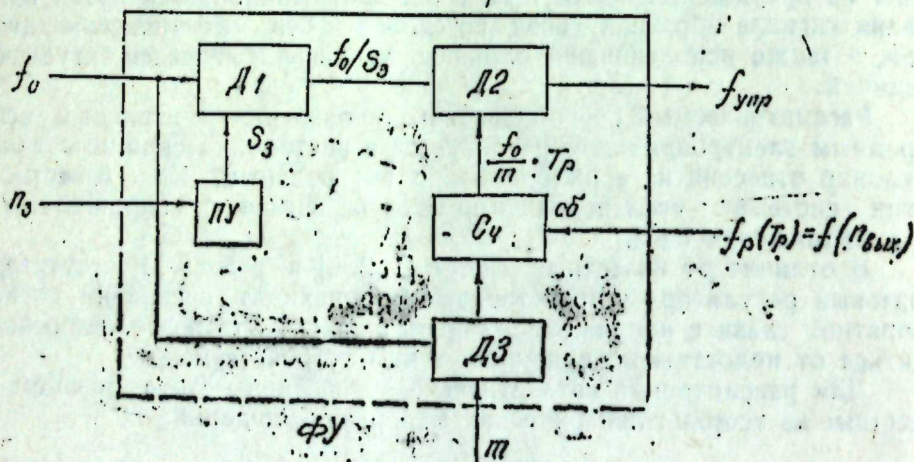


Рис. 1. Структурная схема функционального устройства. ПУ — преобразующее устройство; Д1, Д2, Д3 — двучленные делители; С4 — двучленный счетчик;  $f_0$  — частота опорного генератора;  $S_3$  — заданное скольжение электродвигателя;  $n_3$  — заданное число оборотов;  $T_p$  — период тока ротора; ФУ — функциональное устройство.

Из рассмотрения структуры следует, что величина  $f_{упр}$  на выходе ФУ удовлетворяет равенству (5) и (6).

Из литературы [1] известно, что асинхронные системы являются интегрирующим звеном:

$$c_1 = \alpha_0 + \int_{\omega_{t_0}}^{\omega_{t_1}} U_y d\omega t. \quad (7)$$

По аналогии с (7) для рассматриваемой системы справедливо равенство:

$$\frac{\Delta c_1(t_1)}{2\pi} = f_c(t_1 - t_0) - \frac{1}{m} \int_{t_0}^{t_1} f_{упр}(t) dt$$

$$f_{упр}(t) \rightarrow f_c \text{ при } t \rightarrow \infty \dots \quad (8)$$

Информация о текущем значении сигнала рассогласования между входной ( $n_3$ ) и выходной ( $n_{вых}$ ) координатами замкнутой системы, структурная схема которой изображена на рис. 2, содержится в величине  $f_{упр} = f \cdot \frac{m}{S_3}$ . При этом величина  $S_3 = f(n_3)$ , а  $f_p = f(n_{вых})$ .

Переходный процесс, как было показано в (8), заканчивается при установлении равенства

$$f_{упр} = f_c.$$

Последовательность импульсов с частотой тока ротора, из которой формируется сигнал управления, может быть получена следующим образом: для фазного асинхронного электродвигателя из напряжений обмоток ротора, а для короткозамкнутого — из сигнала, пропорционального электромагнитному потоку рассеяния ротора. При широком диапазоне изменения скорости вращения и резком характере возмущений для улучшения динамики замкнутой системы регулирования необходимо введение корректирующих звеньев.

Рассматриваемая система позволяет ввести коррекцию по рассогласованию, по производной от рассогласования, или их сумме без специальных датчиков или преобразователей.

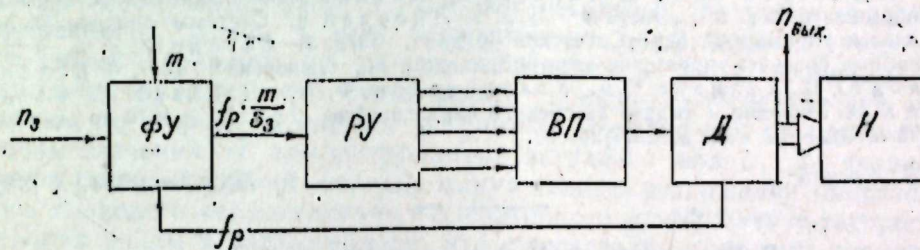


Рис. 2. Структурная схема системы фазового управления вентиляющим асинхронным электроприводом.

ФУ — функциональное устройство; РУ — распределительное устройство; ВП — вентиляющий преобразователь; Д — двигатель; И — нагрузка;  $n_{вых}$  — число оборотов на выходе системы. Остальные обозначения те же, что на рис. 1.

Рассматриваемая система позволяет одновременно вводить коррекцию по току двигателя. В замкнутой системе сравнения по фазе при резких и больших по величине возмущениях сдвиг по фазе может превысить допустимый диапазон регулирования углов открытия тиристоров, что может привести к срыву коммутаций в преобразователе или возникновению биений.

Для защиты от опрокидывания системы вводится блок ограничения БО, синхронизированный с напряжением питающей сети. Назначение БО в том, чтобы не пропускать в тракт регулирования импульсы, не попавшие в интервал, ограниченный импульсами, соответствующими минимальному ( $\alpha_{min}$ ) и максимальному ( $\alpha_{max}$ ) допустимому значению угла регулирования.

Если импульсы управления не попали в интервал ограничения угла регулирования, то на тиристоры следуют ограничивающие импульсы до тех пор, пока система снова не войдет в область допустимых углов регулирования. Таким образом, получается система с переменной структурой (СПС). В области допустимых углов регулиро-

вания система может быть линеаризована и отнесена к классу цифровых импульсно-фазовых систем (ЦИФУ).

Вне диапазона ограничения углов регулирования система работает в релейном режиме.

Рассматриваемая система близка по принципу действия к системам с фазовой автоподстройкой частоты [2], асинхронным одноканальным системам фазового управления [1].

Роль управляемого генератора в описанной системе выполняет асинхронный двигатель с датчиком частоты скольжения.

В качестве фазового дискриминатора используется ВП и ФУ. Высокое качество системы обеспечивается за счет отработки рассогласования по астатическому закону в пределах допустимых углов регулирования. Вне этого диапазона система обрабатывает рассогласование как релейная, быстродействующая и инвариантная к внешним воздействиям.

Окончание переходного процесса в описанной системе соответствует моменту синхронизации частоты управления  $f_{упр.}$  с частотой сети  $f_c$ .

#### Литература

1. Писарев А. П., Деткин Л. П. Деткин Управление тиристорными преобразователями. М., "Энергия", 1975.
2. Линсдей В. Системы синхронизации в связи и управлении. М., "Советское радио", 1978.
3. Батоврин З. А. и др. Цифровые системы управления электроприводом. М., "Энергия", 1977.
4. Каллиников Ю. В., Халилов Т. А., Аллахвердов Ф. М., Бабаев Н. Т., Гасанов К. А. Решение о выдаче авторского свидетельства от 26-12 1979 по заявкам № 2625094/24—07 и № 2682378/24—07.

ОКБ „Каспий“

Поступило 24. X 1980

Ю. В. Каллиников, Ф. М. Аллахвердиев, Т. А. Халилов

#### ВЕНТИЛЛИ АСИНХРОН ЕЛЕКТРИК ИНТЕГРАЛЫН ФАЗАЛЫ ИДАРЭЭТМЭ УСУЛЛАРЫНДАН БИРИ БАГГЫНДА

Бу усул тиристор чевирчисинин вентиллэри үчүн идарэ импульсларынын формалашдырылмасына эсасланар. Асинхрон электрик мүнөркинин ротор чэрэжанынын тезлиги, онун тиристор чевирчисинин фазалар сагы илэ дүз, мүнөркини верилмиш сүрүшмеси илэ тэрс мүнөнасиб олан эмсала вурулмасы жолу илэ функционала чевриллр.

Yu. V. Kallinikov, F. M. Allahverdov, T. A. Khalilov

#### A METHOD OF PHASE REGULATION OF THE THYRISTOR ASYNCHRONOUS ELECTRIC DRIVE

This method is based upon formation of impulses for the thyristor inverter regulation. The rotor current frequency in the asynchronous electric drive is inverted by multiplying the frequency by a coefficient directly proportional to the inverter phases number and reversely proportional to the drive sliding.

The method allows to reproduce more distinctly the input program information of the system and also to facilitate its apparatus realization.

УДК 62—50

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

Чл.-корр. Я. Б. КАДЫМОВ, А. И. МАМЕДОВ, Б. А. АСКЕР-ЗАДЕ, Р. М. АЛИЕВ

#### ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В МАГИСТРАЛЬНЫХ ПРОДУКТОПРОВОДАХ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ПЕРЕКАЧКЕ ДВУХ НЕФТЕПРОДУКТОВ

В настоящее время разработка численных методов расчета нестационарных процессов в магистральных трубопроводах приобретает важное теоретическое и практическое значение.

Одним из специализированных численных методов расчета переходных процессов на указанных объектах является метод, основанный на теории импульсных систем и дискретном преобразовании Лапласа [1—5]. Такой способ расчета позволяет, во-первых, получить решение поставленной задачи в виде элементарных решетчатых функций и тем самым исключить из решения бесконечные ряды, включающие Бесселевы функции, что существенно упрощает математические выкладки; во-вторых, позволяет рассчитать переходные процессы при любом значении  $\alpha T$  ( $\alpha$ —коэффициент затухания волны,  $T$ —двойное время распространения волны), минуя стадию разложения операторного волнового сопротивления и операторного коэффициента распространения волны в ряды Тейлора, что существенно повышает точность расчетов.

В работах [4—5] указанный метод был развит для расчета нестационарных процессов в магистральных трубопроводах при перекачке однородного продукта. Однако на практике часто приходится сталкиваться со случаями последовательной перекачки разных нефтепродуктов [6—7].

В данной работе излагается дальнейшее обобщение и развитие численного метода [4—5] расчета переходных процессов в магистральном продуктопроводе при последовательной перекачке двух нефтепродуктов с плоской границей раздела. При этом граница раздела этих жидкостей во время переходного процесса считается неподвижной [7].

Переходные процессы в указанной системе описываются дифференциальными уравнениями в частных производных гиперболического типа:

$$-\partial \omega_1 / \partial x = \kappa_1^1 \partial M_0 / \partial t + \kappa_3^1 M_1, \quad (1)$$

$$-\partial M_1 / \partial x = \kappa_2^2 \partial \omega_1 / \partial t \quad L_{i-1} < x < L_i,$$

где  $i = 1, 2$ ,  $L_0 = 0$ ,  $L_1 = e_1$ ,  $L_2 = \sum_{k=1}^2 e_k$ ,  $e_1$  и  $e_2$ —соответственно длина участка, заполненного 1-й и 2-й жидкостями,  $\omega_1(x, t)$ ,  $M_1(x, t)$ —соответственно характеризуют возмущения давления и скорости 1-й и 2-й



жидкостей над их стационарными значениями,  $\kappa_1^1 = \rho_1$ ,  $\kappa_2^1 = \frac{1}{\rho_1 c_1}$ ,  $\kappa_3^1 = 2a_1 \rho_1$  — постоянные коэффициенты,  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $a_1$  — соответственно значения плотности, скорости звука, коэффициента линеаризованного трения для 1-й и 2-й жидкостей.

Начальные условия нулевые.

Граничные условия имеют вид:

$$M_1(0, t) = M_0, \omega_2(L_2, t) = 0, \text{ при } t > 0.$$

Условие сопряжения в точке  $x = l_1$  запишется:

$$\omega_{1к}(t) = \omega_{2н}(t), M_{1к}(t) = M_{2н}(t),$$

где  $M_0 = \text{const}$  — возмущающее воздействие, что соответствует случаю, когда в начале трубы возникает скачок скорости, а на конце трубопровода поддерживается постоянное давление. При этом требуется найти изменение давления в сечении  $x = 0$ .

Решение системы дифференциальных уравнений (1) при указанных начальных и граничных условиях основывается на приведении сложной взаимосвязанной неоднородной системы с распределенными параметрами, описываемой телеграфными уравнениями, к импульсной. В качестве математического аппарата используется обычно, а также дискретное преобразование Лапласа.

На основании вышесказанного для функций  $\omega_{1н}(t)$ ,  $M_{1к}$ ,  $\omega_{2н}(t)$  в операторной форме будем иметь:

$$\omega_{1н}(p) \theta_1(p) = \theta_2(p) + \theta_3(p) \omega_{1к}(p), \quad (2)$$

$$M_{1к}(p) \theta_4(p) = \theta_5(p) - \omega_{1к}(p) \theta_6(p), \quad (3)$$

$$\omega_{2н}(p) \theta_7(p) = \theta_8(p) M_{2н}(p), \quad (4)$$

где  $\theta_1(p) = \kappa_1(p) + \kappa_2(p)$ ,  $\theta_2(p) = \kappa_5(p) - \kappa_3(p)$

$$\theta_3(p) = \kappa_4(p), \theta_4(p) = \frac{1}{p} + \kappa_3(p), \theta_5(p) = \frac{1}{p} \kappa_5(p),$$

$$\theta_6(p) = \kappa_1(p) - \kappa_2(p), \theta_7(p) = \kappa_6(p) + \kappa_7(p),$$

$$\theta_8(p) = \frac{1}{p} - \kappa_8(p), \kappa_3(p) = \frac{1}{p} \kappa_3(p),$$

$$\omega_{1н}(p) = \frac{\omega_{1н}(p)}{\rho_1 c_1 M_0}, M_{1к}(p) = \frac{M_{1к}(p)}{M_0}, \omega_{2н}(p) = \frac{\omega_{2н}(p)}{\rho_1 c_1 M_0},$$

$$\varepsilon = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2}, \kappa_1(p) = \frac{1}{V p(p + 2a_1)}, \kappa_2(p) = \frac{1}{V p(p + 2a_1)} e^{-2\gamma_1 p},$$

$$\kappa_3(p) = \frac{1}{p} e^{-2\gamma_1 p}, \kappa_4(p) = \frac{1}{V p(p + 2a_1)} e^{-\gamma_1 p}, \kappa_5(p) = \frac{1}{p^2},$$

$$\kappa_6(p) = \frac{1}{V p(p + 2a_2)}, \kappa_7(p) = \frac{1}{V p(p + 2a_2)}, \kappa_8(p) = \frac{1}{p} e^{-2\gamma_2 p},$$

$\gamma(p) = \frac{1}{c_1} \sqrt{p^2 + 2a_1}$  — операторная постоянная распространения вол-

ны в соответствующих жидкостях,  $\rho(p) = \rho_1 c_1 \sqrt{\frac{p + 2a_1}{p}}$  — операторное волновое сопротивление трубопровода в соответствующих жидкостях,  $p$  — оператор преобразования Лапласа.

Учитывая связь между непрерывным временем и дискретным, для данной неоднородной системы [2]

$$t = nT/\lambda, \quad (5)$$

где  $T = 2\tau$  — абсолютный период повторения решетчатой функции:

$$\tau = \sum_{i=1}^2 \tau_i \tau_i \text{ — время распространения волны в соответствующих жидкостях.}$$

Выражения (2)–(4) в дискретной форме в области оригиналов имеют вид:

$$\omega_{1н}[n] = \theta_2[n] + \sum_{m=0,5\tau,\lambda}^n \theta_3[m] \omega_{1к}[n-m] - \sum_{m=0}^{n-1} \theta_1[n-m] \omega_{1н}[n] \quad (7)$$

$$M_{1к}[n] = A_1[n] - \sum_{m=0}^n \theta_6[m] \omega_{1к}[n-m], \quad (8)$$

$$\omega_{2н}[n] = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{m=0}^n \theta_8[n-m] M_{2н}[m] - \sum_{m=0}^{n-1} \theta_7[n-m] \omega_{2н}[m], \quad (9)$$

где

$$A_1[n] = \theta_5[n] - \sum_{m=0}^{n-1} \theta_4[n-m] M_{1к}[m],$$

$$\theta_1[n] = \kappa_1[n] + \kappa_2[n], \theta_2[n] = \kappa_5[n] - \kappa_3[n]$$

$$\theta_3[n] = \kappa_3[n], \theta_4[n] = 1 + \kappa_3[n], \kappa_n[n] = \sum_{m=\tau,\lambda}^n \kappa_3[m],$$

$$\theta_5[n] = \sum_{m=0}^n \kappa_5[m] = n + 1, \theta_6[n] = \kappa_1[n] - \kappa_2[n],$$

$$\theta_7[n] = \kappa_6[n] + \kappa_7[n], \theta_8[n] = 1 - \kappa_8[n]$$

$$\kappa_j[n] = \begin{cases} 0 & \text{при } n < \eta_j, \\ e^{-\eta_j} + \eta_j \sum_{m=\eta_j+1}^n e^{-\eta_j m} \frac{I_1(\theta_j \sqrt{m^2 - \eta_j^2})}{\sqrt{m^2 - \eta_j^2}} & \text{при } n > \eta_j, \end{cases}$$

где  $j = 3, 5, 8$ ,  $\eta_3 = 2a_1 \tau_1$ ,  $\eta_5 = r_1 \lambda_1$ ,  $\theta_3 = \frac{\alpha_1 T}{\lambda}$ ,  $r_1 = \frac{\tau_1}{\tau}$ ,

$$\eta_8 = \alpha_1 \tau_1, \eta_8 = 0,5 r_1 \lambda, \theta_5 = \theta_3$$

$$\eta_8 = 2a_2 \tau_2, \eta_8 = r_2 \lambda, \theta_8 = \frac{\alpha_2 T}{\lambda}, r_2 = \frac{\tau_2}{\tau}$$

$$\kappa_e[n] = e^{-\varepsilon^n} I_0(\varepsilon \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}), \text{ где } \varepsilon = 2, 4, 7;$$

$$\varepsilon_2 = \theta_3, \varepsilon_2 = \eta_3, \varepsilon_4 = \varepsilon_2, \varepsilon_1 = \eta_5, \varepsilon_7 = \theta_8, \varepsilon_7 = \eta_8,$$

$$\kappa_\zeta[n] = e^{-\zeta n}. I_0(\zeta n), \text{ где } \zeta = 1, 6; \zeta_1 = \theta_6, \zeta_6 = \theta_8.$$

В выражение (7) входит неизвестная функция  $\omega_{1к}[n]$ , для определения которой подставим значение функции  $M_{1к}[n]$  из (8) в (7) и получим:

$$W_{1к}[n] = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{m=0}^n \theta_8[n-m] \{A_1[m] - \sum_{j=0}^m \theta_6[j] W_{1к}[m-j]\} -$$

$$-\sum_{m=0}^{n-1} \theta_7 [n-m] W_{1k} [m]. \quad (10)$$

Окончательно выражение (10) после некоторых элементарных математических преобразований можно представить в виде:

$$W_{1k} [n] = \theta \{A_2 [n] - A_3 [n]\}, \quad (11)$$

где

$$A_2 [n] = \frac{1}{9} \sum_{m=0}^n \theta_8 [n-m] A_1 [m] - \sum_{m=0}^{n-1} \theta_7 [n-m] W_{1k} [m],$$

$$A_3 [a] = \frac{1}{9} \sum_{m=1}^n \theta_8 [n-m] \sum_{j=0}^{m-1} \theta_6 [m-j] W_{1k} [j] - \frac{\theta_6 [0]}{9},$$

$$\sum_{m=0}^{n-1} \theta_8 [n-m] W_{1k} [m], \quad \theta = 1/1 + \frac{1}{9} \theta_6 [0] \theta_8 [0].$$

Таким образом, при заданном возмущающем воздействии  $M_0$  определяем значение функций  $M_{1k} [n]$ ,  $W_{2k} [n]$  в узловой точке, осуществляем переход к нахождению значения функции  $W_{1k} [n]$  по выражению (7).

#### Литература

1. Кадымов Я. Б. Переходные процессы в системах с распределенными параметрами. Физматгиз, 1968.
2. Кадымов Я. Б., Листенгартен Б. А., Мамедов А. И., Омаров А. А. Изв. АН СССР, энергетика и транспорт, № 2, стр. 100—105, 1977.
3. Кадымов Я. Б., Мамедов А. И., Алиев Н. Х. Тезисы докладов IV Всесоюзного совещания по управлению многосвязанных систем. М., 1978.
4. Мамедов А. И., Аскерзаде Б. А. За технический прогресс, № 8, стр. 65—66, 1980.
5. Мамедов А. И., Мусаев В. Г., Аскерзаде Б. А. Изв. вузов. Нефть и газ, № 12, стр. 76—79, 1979.
6. Юфин В. А. и др. Трубопроводный транспорт нефти и газа. М., Недра, 1978.
7. Королев М. А. Транспорт и хранение нефти и нефтепродуктов. М., ВНИИОЭНГ, № 8, стр. 18—19, 1978.

АзПИ им. Ч. Ильдрыма

Поступило 10. XII 1980

Я. Б. Гадимов, А. И. Мамедов, Б. А. Аскерзаде, Р. М. Алиев

#### МАКИСТРАЛ НЕФТ МӘҤСУЛЛАРЫ КӘМЭРИНДӘ ИКИ НЕФТ МӘҤСУЛУНУН АРДЫЧЫЛ ВУРУЛМАСЫ ЗАМАНЫ БАШ ВЕРӘН КЕЧИД ПРОСЕСЛӘРИНИН ЭДӘДИ ҺЕСАБЛАНМА ҮСУЛУ

Мәгаләдә макистрал нефт мәңсуллари кәмериндә ардычыл вурулма заманы баш верән кечид просесләринин эдәди һесаблинма үсулу верилмишидир.

Ya. B. Gadymov, A. I. Mamedov, B. A. Asker-zadeh, R. M. Aliev

#### NUMERICAL METHOD OF CALCULATION OF NONSTATIONARY PROCESSES IN MAIN PRODUCT CONDUCTORS WITH THE CONSEQUENT TRANSFER OF OIL PRODUCTS

The numerical method of calculation of the transitional processes in main product conductors with the consequent transfer of oil products is presented in the work.

#### НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Г. С. ТЕЙМУРОВ, М. И. ЧИРАГОВ, чл.-корр. АН Азерб ССР Х. С. МАМЕДОВ

#### К ПРОЯВЛЕНИЮ ВЯЖУЩИХ СВОЙСТВ

Изучение технологии изготовления цемента, извести, штукатурного гипса показывает, что вещество, обладающее вяжущими свойствами, образуется в результате термической обработки природного сырья. Как свидетельствует строительная практика, вяжущее свойство проявляется в непосредственном взаимодействии вяжущего порошка с водой. Не случайно, при объяснении проявления вяжущих свойств, Н. М. Мощанский [1] отмечал, что «...все производство цементов можно охарактеризовать как приведение стабильных кристаллических систем в метастабильные, а частично в лабильные системы, способные реагировать с водой. Затвердение же водой и последующее отвердевание можно рассматривать как повышение степени стабилизации материала».

С другой стороны, результаты работ [2,3] свидетельствуют, что проявление вяжущих свойств в определенной мере связано с особенностями щелочно-земельных ионов в структуре гидравлически активных соединений. Может быть, особенности указанных ионов в структуре обеспечивают метастабильность ее? Не случайно, исследователи при поиске причин проявления вяжущих свойств первым делом обратились к особенностям этих ионов в структуре цементных фаз. Так, Е. Бранденбергер [4] показал, что основной причиной проявления некоторыми соединениями кальция активности является присутствие в структурах иона  $Ca^{+2}$  в активной форме. При этом под активной формой имелась в виду пониженная координация, которая является неустойчивой при обычных температурах, а при взаимодействии с водой силиката кальция повышается до нормальной шестерной координации. Подобное объяснение имеется также в работе [5]. В работе [6] представлен механизм превращения дигидрата сульфата кальция в полуводный гипс и четко показано понижение координационного числа атома кальция.

Однако по определению М. А. Бредига [7], гидравлическая активность соединений обусловлена повышенной координационным числом атомов кальция.

В. Бюссем [8] приходил к выводу, что реакционная способность соединений зависит от нерегулярности в расположении координированных с кальцием атомов кислорода. Джеффри [9] при оценке вяжущих свойств тоже считал, что важна нерегулярность координации. В работе [10] отмечается роль неоднородности координационного числа атомов кальция.

Приведенные данные позволяют объяснить следующие вопросы:

- 1) Какими признаками характеризуется метастабильное состояние соединений?
- 2) Как происходит стабилизация метастабильных систем?

3) Что из себя представляют продукты процесса стабилизации?

Следует отметить, что одним из основных признаков метастабильного состояния является активность ионов, а также активность структурных единиц или активность структурных блоков.

Активность ионов обеспечивается нарушением координационного окружения катиона или других ионов, т. е. пониженностью, повышенной, нерегулярностью и неоднородностью координационного числа.

Активность структурных блоков как признак метастабильного состояния хорошо заметна в проявлении вяжущих свойств в слонистых силикатах. Нужно отметить, что известные теоретические предпосылки [2,4] не утверждают наличие вяжущих свойств силикатами магния, так как, с одной стороны, магний находится в нечетном ряду системы Д. И. Менделеева и обладает эффективным радиусом 0,65 А, а с другой — обычная координация для магния в этих силикатах довольно стабильна и равна 6. Однако экспериментальные данные [11] свидетельствуют о наличии вяжущих свойств у этих соединений. Согласно [12], проявление вяжущих свойств (в частности у серпентинита) есть способность активированный слой структурной единицы поглощать ОН-ионы, связанные с определенными значениями концентраций водородных ионов среды.

Таким образом, активность структурных блоков как признак метастабильности обеспечивает проявление вяжущих свойств.

Следует отметить, что нарушение координационного окружения катиона (т. е. активность иона) и активность структурных блоков как признаки метастабильности структуры безводных фаз приводят к возрастанию свободной энергии, с чем и обусловлено повышение реакционной способности соединений [13].

Метастабильные системы, имеющие избыток свободной энергии, склонны к стабилизации, благоприятным условием для которой является процесс взаимодействия их с водой, т. е. процесс гидратации.

Процесс гидратации (сольватации) сопровождается некоторыми явлениями (выделение продуктов гидратации в стесненных условиях, образование координационного соединения с молекулярной водой в структуре кристаллогидратов и др.), которые активно влияют на проявление вяжущих свойств [14]. Одним из основных явлений, происходящих при гидратации вяжущих веществ, как указано в работе [15], является пересыщение жидкой фазы, которое создается вследствие малой растворимости гидратных новообразований.

Обобщая вышесказанное, можно предположить, что в результате процесса обжига сырья получают твердые фазы с нерегулярными (расстояние Са — О изменяется в большом интервале, т. е. происходит искажение полиэдров кальция, в структуре атомы кальция имеют разные координационные полиэдры) кристаллическими структурами, а в процессе гидратации эти фазы легко разлагаются с образованием активной формы ввиду иона, структурных единиц или структурных блоков. Подобные эквивалентные активные формы пересыщают системы, в результате чего образуются стабильные твердые фазы.

### Выводы

Вяжущие свойства являются результатом взаимосвязи нескольких факторов.

1. Метастабильное состояние безводных соединений, вызываемое

термической обработкой природного сырья, характеризуется: а) активностью иона, т. е. пониженностью, повышенной и неоднородностью координационного числа; б) активностью структурных единиц или структурных блоков. Метастабильность фаз приводит к повышению свободной энергии, что в свой черед обуславливает повышение реакционной способности соединений.

2. Процесс гидратации является мерой проявления вяжущих свойств, при этом: а) происходит стабилизация метастабильных систем; б) образуются новые соединения с функциональными полярными группами; в) обеспечиваются условия для пересыщения и др.

### Литература

1. Мощанский Н. А. Труды совещания по химии цемента. Промстройиздат, М., стр. 114—224, 1956.
2. Журавлев В. Ф. Химия вяжущих веществ. Госхимиздат, Л.—М., 1951.
3. Окорочков С. Д., Гольник-Вольфсон С. Л., Чалышева И. Л. Труды Ленинградск. технолог. ин-та им. Ленсовета, вып. 52, стр. 142—151, 1961.
4. Brandenberger E. Schweizer Archiv, № 2, 45, 1936.
5. Окорочков С. Д. Труды совещания по химии цемента. Промстройиздат, стр. 173—182, 1956.
6. Теимуров Г. С., Мустафаев Н. М., Чирагов М. И., Мамедов Х. С. Неорганические материалы, № 8, 1489—1491, 1979.
7. Bredig M. A. Amer. Min., 28, 594, 1943.
8. Bilssem W. Proceed. of the Sympos. on the Chemistry of Cement. Stockholm, 1938.
9. Jeffery J. W. Acta Cryst., 5, 1, 26-35, 1952.
10. Мамедов Х. С. Докт. дисс. Баку, 1969.
11. Будников П. Т., Мчедлов-Петросян О. П. ДАН СССР, т. 73, № 3, стр. 339—340, 1950.
12. Мчедлов-Петросян О. П. ДАН СССР, т. 89, № 1, стр. 137—139, 1953.
13. Бутт Ю. М., Каушанский В. Е. Цемент, № 10, стр. 19—20, 1971.
14. Сычев М. М. Твердение вяжущих веществ. Стройиздат. Ленинградское отделение, 1974.
15. Ведь Е. И., Радвинский Б. М. Известия высш. учебн. заведений. Стр-во и archit., № 5, стр. 50—53, 1975.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 16. I 1981

Г. С. Теимуров, М. И. Чирагов, Х. С. Мамедов

### БАҒЛАЈЫЧЫЛЫГ ХАССЭСИННИ АШКАРА ЧЫХМАСЫНА ДАИР

Әдәбијат мәлуматларынын анализи эсасында мүәјјәнләшдирилмишдир ки, бағлајычылыг хассэсинни ашкара чыхмасы ашағыдакы тәләблэрини гаршылыгы эләгэсинни нәтижэсиндир:

1) Бирләшмэнин, нонун активлији, гурулуш ваһиди вә ја гурулуш блокларынын активлији илә характеризэ олунан метастабил вәзијјәти. Метастабиллик фазанын реаксияја кирмэ габиллијјәтинин артыран сәрбәст енержинин јүксәлмәсинә сәбәб олур.

2) Гидратсия просесиндә метастабил системини стабилләшмәси баш верир, функционал полјар групплары олан јени бирләшмәләр эмәлә кәлир, артыг дојма вәзијјәти үчүн шәраит тәмин олунур вә с.

G. S. Teimurov, M. I. Chiragov, Kh. S. Mamedov

### TO THE MANIFESTATION OF ASTRINGENT PROPERTIES

Analysing the literary data it is discovered that the manifestation of astringent properties is a result of intercommunication of the following demands.

1) Unstable state of the anhydrous compounds which is characterized by the activity of ion, the activity of structural units and structural blocks. Unstability of a phase leads to the rise of a free energy.

2) In the process of hydration a stabilization of unstable system takes place, new compounds with functional polar groups are formed and the conditions for a high saturation are provided.

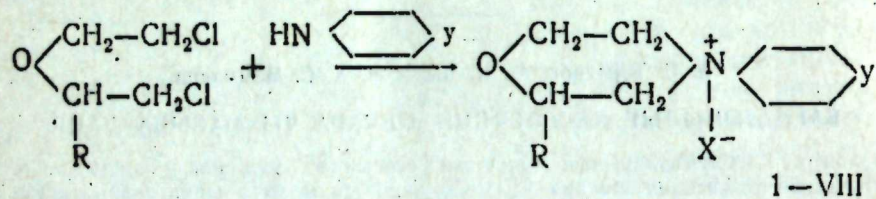
Ч. Х. ЭГЕОНУ, чл.-корр. М. М. МОВСУМЗАДЕ, П. А. ГУРБАНОВ

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕКОТОРЫХ ДИГАЛОГЕНЭФИРОВ С МОРФОЛИНОМ И ПИПЕРИДИНОМ**

Ранее на базе дигалоген эфиров, синтезированных реакцией сопряженного галогенирования 1-октана и 1-децена с кислородсодержащими соединениями, взаимодействием их с диметил- и дибутиламинами нами были получены соли морфолиния и аминоэфир.

Цель настоящей работы — синтез соответствующих азониаспирогалогенидов взаимодействием 1-хлор-2 (2-хлорэтоксид)октана, 1-хлор-2 (2-хлорэтоксид)декана, 1-бром-2 (2-бромэтоксид)октана, 1-бром-2 (2-бромэтоксид)декана, 1-хлор-2 (2-хлорциклогексид)октана, 1-хлор-2 (4-хлорбутоксид)октана, 1-хлор-2 (4-хлорбутоксид)декана, 1-хлор-2 (6-хлор-3-оксапентил)октана и 1-хлор-2 (5-хлор-3-оксапентил)декана с морфолином и пиперидином.

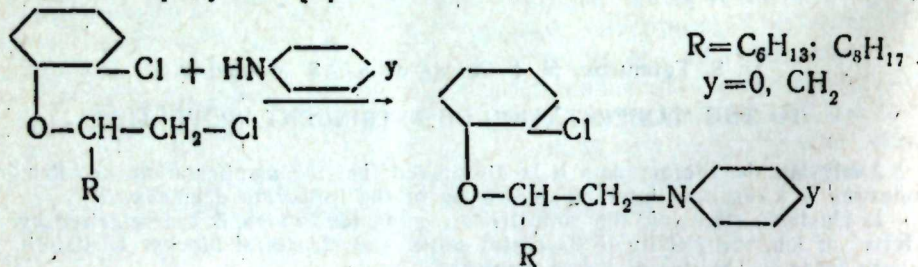
Оказалось, что взаимодействие первых перечисленных выше четырех дигалогенэфиров с морфолином или пиперидином аналогично хлорексу или бромексу [1] приводит к образованию соответствующих азониаспироундекангалогенидов с хорошими выходами.



1-VIII

y=0, CH<sub>2</sub>; R=C<sub>6</sub>H<sub>13</sub>, C<sub>8</sub>H<sub>17</sub>; X=Cl, Br

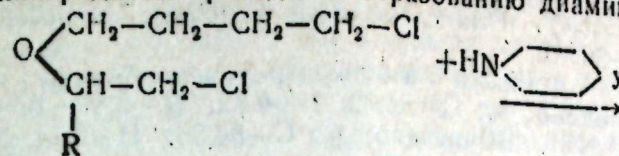
Взаимодействие 1-хлор-2 (2-хлорциклогексид)октана и 1-хлор-2 (2-хлорциклогексид)декана в отличие от указанных дигалогенэфиров с морфолином и пиперидином приводит только к монозамещенным продуктам [2].



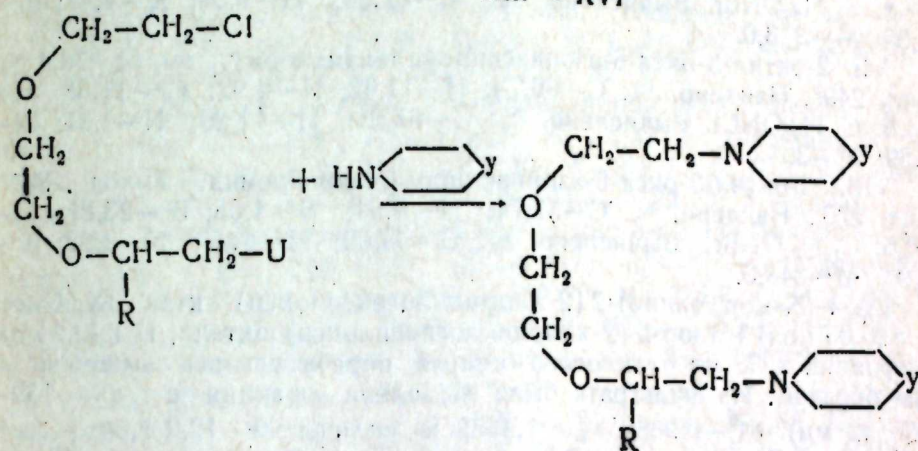
IX-XII

В аналогичных условиях взаимодействие 1-хлор-2 (4-хлорбутоксид)октана, 1-хлор-2 (4-хлорбутоксид)декана и 1-хлор-2 (5-хлор-3-оксапентил)октана и 1-хлор-2 (5-хлор-3-оксапентил)декана с морфолином и пиперидином приводит к образованию дигалогенэфиров.

тилокси) октана и 1-хлор-2 ((5-хлор-3-оксапентил)оксид)декана с морфолином и пиперидином приводит к образованию дигалогенэфиров.



XIII ~ XVI



XVII-XX

R=C<sub>6</sub>H<sub>13</sub>; C<sub>8</sub>H<sub>17</sub>; y=0, CH<sub>2</sub>

Строение синтезированных соединений выяснено на основе данных микроэлементного анализа определением молекулярного веса и молекулярной рефракции.

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ**

I. 2-гексил-3,9-диокса-6-азониаспироундеканхлорид-1. В реакторе, снабженном обратным холодильником, смесь 11,4 г (0,05 мол) 1-хлор-2 (2-хлорэтоксид)октана, 17 г (0,2 мол) морфолина и 50 мл пропилового спирта кипятилась в течение 36 часов, после чего в реакционную массу прибавлялось 2,8 раствора едкого калия в пропиловом спирте и отфильтровывался выпавший хлористый калий. Из фильтрата после отгонки избытка морфолина и спирта выделялось белое кристаллическое вещество в количестве 9,6 г, которое соответствует 2-гексил-3,9-диокса-6-азониаспироундеканхлориду. Выход 70%, т. пл. 260°. Найдено, %: C-60,14; H-10,92; N-5,29; Cl-16,34; M-274. C<sub>14</sub>H<sub>28</sub>O<sub>2</sub>NCl. Вычислено, %: C-60,54; H-10,09; N-5,04; Cl-16,0; M-277,5.

II. 2-гексил-3,9-диокса-6-азониаспироундеканбромид, выход 70,5%, т. пл. 298°. Найдено, %: C-52,85; H-8,77; N-4,52; Br-25,20; M-318, C<sub>14</sub>H<sub>28</sub>O<sub>2</sub>NBr. Вычислено, %: C-52,17; H-8,69; N-4,34; Br-24,84; M-322.

III. 2-октил-3,9-диокса-6-азониаспирундеканхлорид, выход 68,5%, т. пл. 254°. Найдено, %: С—61,45; Н—10,97; N—4,82; Cl—0,86; M—374,5.  $C_{16}H_{32}O_2NCl$ . Вычислено, %: С—62,85; Н—10,46; N—4,58; Cl—11,62; M—369,5.

IV. 2-октил-3,9-диокса-6-азониаспирундеканбромид, выход 74,1, т. пл. 284°. Найдено, %: С—54,02; Н—9,82; N—3,87; Br—22,78; M—404,6.  $C_{16}H_{32}O_2NBr$ . Вычислено, %: С—54,86; Н—9,14; N—4,0; Br—22,86; M—414.

V. 2-гексил-3-окса-6-азониаспирундеканхлорид, выход—95%, т. пл. 232,5°. Найдено, %: С—67,80; Н—10,82; N—5,30; Cl—17,50; M—260,7.  $C_{14}H_{28}ONCl$ . Вычислено, %: С—67,03; Н—11,17; N—5,21; Cl—17,27; M—268,5.

VI. 2-гексил-3-окса-6-азониаспирундеканбромид, выход 95,5%, т. пл. 290°. Найдено, %: С—57,65; Н—9,62; N—4,52; Br—25,65; M—318,8.  $C_{14}H_{28}ONBr$ . Вычислено, %: С—57,50; Н—9,58; N—4,47; Br—25,55; M—313,0.

VII. 2-октил-3-окса-6-азониаспирундекаихлорид, выход 78,4 %, т. пл. 249°. Найдено, %: С—66,74; Н—11,42; N—4,92; Cl—11,58; M—298,8.  $C_{16}H_{32}ONCl$ . Вычислено, %: С—67,21; Н—11,20; N—4,61; Cl—11,69; M—303,5.

VIII. 2-октил-3-окса-6-азониаспирундеканбромид, выход 80%, т. пл. 270°. Найдено, %: С—57,74; Н—9,94; N—4,65; Br—23,21; M—340,6.  $C_{16}H_{32}ONBr$ . Вычислено, %: С—58,62; Н—9,77; N—4,02; Br—22,98; M—348,0.

IX. 1-(N-морфолино)-2 (2-хлорциклогексилокси) октан—IX. Смесь 14 г (0,05 мол) 1-хлор-2 (2-хлорциклогексилокси) октана, 17 г (0,2 мол) морфолина и 50 мл бутилового спирта обрабатывалось вышеописанным образом. Из фильтрата была выделена фракция с т. кип. 159—160° (2 мм),  $d_4^{20}$ —0,9652,  $n_D^{20}$ —1,4662 в количестве 12,2 г, что соответствует 1-(N-морфолино)-2 (2-хлорциклогексилокси) октану—IX, выход 74%, т. кип. 159—160° (2 мм);  $d_4^{20}$ —0,9652,  $n_D^{20}$ —1,4662. Найдено, %: С—66,86; Н—10,90; N—4,32; Cl—10,55;  $MR_D$ —96,67; M—326,0.  $C_{18}H_{31}O_2NCl$ . Вычислено, %: С—67,89; Н—10,52; N—4,21; Cl—10,70;  $MR_D$ —98,63; M—332,5.

Аналогично получены:

X. 1 (N-морфолино)-2 (2-хлорциклогексилоксил) декан, выход 67%, т. кип. 180—190° (2 мм),  $d_4^{20}$ —0,9952,  $n_D^{20}$ —1,4810. Найдено, %: С—66,84; Н—10,64; N—4,0; Cl—9,78;  $MR_D$ —107,87; M—369,3.  $C_{20}H_{31}O_2NCl$ . Вычислено, %: С—66,57; Н—10,81; N—3,88; Cl—9,8;  $MR_D$ —107,94; M—360,5.

XI. 1-(N-пиперидино)-2 (2-хлор-циклогексилокси) октан, выход 88 %, т. кип. 156—157°,  $d_4^{20}$ —0,9965,  $n_D^{20}$ —1,4654. Найдено, %: С—68,06; Н—11,40; N—3,89; Cl—10,92;  $MR_D$ —99,78; M—338,8.  $C_{19}H_{36}ONCl$ . Вычислено, %: С—68,98; Н—11,19; N—4,23; Cl—10,14;  $MR_D$ —99,94; M—330,5.

XII 1-(N-пепиридино)-2 (2-хлорциклогексилокси) декан, выход 76 %, т. кип. 179—180°,  $d_4^{20}$ —1,165;  $n_D^{20}$ —1,4810; Найдено, %: С—71,56; Н—20,96; N—4,25; Cl—9,84;  $MR_D$ —109,350; M—350,8.  $C_{24}H_{40}ONCl$ . Вычислено, %: С—70,29; Н—11,43; N—3,90; Cl—9,90;  $MR_D$ —109,236; M—358,5.

XIII. 1-(N-морфолино)-2 (4-морфолинобутокси) октана-XIII. Реакционная масса, полученная из 12,8 г 1-хлор-2 (4-хлорбутокси) октана

17 г (0,2 мол) морфолина и 50 мл бутилового спирта, после кипячения в течение 36 часов обрабатывалась раствором 5,6 г едкого калия. Отфильтровывался выпавший хлористый калий, из фильтрата была выделена фракция 145—147° (2 мм) в количестве 12,6 г, которая соответствует 1-(N-морфолино) 2-(4-морфолинобутокси) октану-XIII, выход 74 %,  $d_4^{20}$ —0,9168,  $n_D^{20}$ —1,4690. Найдено, %: С—67,01; Н—11,31; N—7,68;  $MR_D$ —108,5; M—348,0.  $C_{20}H_{40}O_3N_2$ . Вычислено, %: С—67,41; Н—11,23; N—7,86;  $MR_D$ —110,23; M—356,0.

Аналогично получены:

XIV. 1-(N-морфолино)-2 (4-морфолинобутокси) декан, выход 65 %, т. кип. 161—168°,  $d_4^{20}$ —0,0126;  $n_D^{20}$ —1,4722. Найдено, %: С—67,87; Н—10,81; N—7,41;  $MR_D$ —115,69; M—388,70.  $C_{22}H_{44}O_3N_2$ . Вычислено, %: 68,77; Н—11,45; N—7,29;  $MR_D$ —115,88; M—384,0.

XV. 1-(N-пиперидино)-2(4-пиперидинобутокси) октан, выход 69 %, т. кип. 145—146°,  $d_4^{20}$ —1,0120,  $n_D^{20}$ —1,4688. Найдено, %: С—74,20; Н—12,3; N—3,92;  $MR_D$ —112,86; M—362,30.  $C_{22}H_{44}ON_2$ . Вычислено, %: С—75,00; Н—12,5; N—7,95;  $MR_D$ —112,83; M—352.

XVI. 1-(N-пиперидино)-2 (4-пиперидинобутокси) декан, выход 56 %, т. кип. 170—172°,  $d_4^{20}$ —0,8827,  $n_D^{20}$ —1,4710. Найдено, %: С—76,82; Н—12,05; N—7,32;  $MR_D$ —122,30; M—378,7.  $C_{24}H_{48}ON_2$ . Вычислено, %: С—75,78; Н—12,63; N—7,36;  $MR_D$ —122,13; M—380,0.

XVII. 1-(N-морфолино)-2(5-N-морфолино-3-оксапентилокси) октан, выход 74 %, т. кип. 160—162°,  $d_4^{20}$ —0,9543;  $n_D^{20}$ —1,4790. Найдено, %: С—65,60; Н—10,78; N—7,56;  $MR_D$ —113,72; M—374,7.  $C_{20}H_{40}O_4N_2$ . Вычислено, %: С—64,51; Н—10,75; N—7,52;  $MR_D$ —113,53; M—372.

XVIII. 1-(N-морфолино) 2-(5-N-морфолино-3-оксипентилокси) декан, выход 60%, т. кип. 171—173°,  $d_4^{20}$ —0,9756,  $n_D^{20}$ —1,4576. Найдено %: С—66,20; Н—10,82; N—7,31;  $MR_D$ —122,78; M—392,68.  $C_{22}H_{44}O_4N_2$ . Вычислено, %: С—66,00; Н—11,0; N—7,0;  $MR_D$ —122,8; M—400,0.

XIX. 1-(N-пиперидино)-2 (5-N-пиперидино-3-оксапентилокси) октан, выход 77,3%, т. кип. (2 мм) 154—155°,  $d_4^{20}$ —0,8979;  $n_D^{20}$ —1,4635. Найдено, %: С—71,65; Н—11,86; N—7,53;  $MR_D$ —116,23; M—376,20.  $C_{22}H_{44}O_4N_2$ . Вычислено, %: С—71,73; Н—11,95; N—7,60;  $MR_D$ —116,15; M—368,0.

XX. 1-(N-пиперидино)-2 (5-N-пиперидино-3-оксапентилокси) декан, выход 63%, т. кип. (2 мм) 170—172°,  $d_4^{20}$ —0,9446,  $n_D^{20}$ —1,4700. Найдено, %: С—71,83; Н—12,32; N—7,16;  $MR_D$ —125,60; M—403,23.  $C_{24}H_{48}O_4N_2$ . Вычислено, % С—72,72; Н—12,12; N—7,07;  $MR_D$ —125,45; M—396,0.

### Выводы

Взаимодействием некоторых  $\beta$ ,  $\beta'$ -дигалогенэфиров с морфолином и пиперидином синтезированы и охарактеризованы 20 новых галогенаминоэфиров, диаминоэфиров и азониаспиранов.

### Литература

1. Мовсумзаде М. М., Гурбанов П. А., Аскеров Н. Д., Ходжаев Г. Х. Авт. свид. СССР № 591477. 2. Мовсумзаде М. М., Гурбанов П. А., Аскеров А. Д., Шабанов А. Д. В сб.: "Сопряженное галогенирование олефинов и их производных с кислородсодержащими соединениями". Изд. АЗИНЕФТЕХИМ, ст. 114, 1973.

АЗИНЕФТЕХИМ им. М. Азизбекова

Поступило 19. XII 1980

**БӘ'ЗИ ДИНАЛОКЕНЕФИРЛӘРИН МОРФОЛИН ВӘ ПИПЕРИДИНЛӘ  
ГАРШЫЛЫГЛЫ ТӘ'СИРИ**

Мәгаләдә бә'зи 2,2'-дихалокенефирләрнн морфолнн вә пиперидинлә гаршылыгы, тә'сир реаксиясынын өҗрәнилмәсинә һәср едилмишдир. Реаксия нәтиҗәсиндә диһало-кенефирләрнн гурулушундан асылы олараг һалокенаминоефирләрнн, диаминоефирләрнн, азоннаспранларнн алындыгы аҗдылашдырылмыш вә үмумиҗәтлә 20 јени маддә син-тез едилмишдир.

Ch. Kh. Egeonu, M. M. Movsumzade, P. A. Gurbanov

**INTERACTION OF SOME DIHALOGENETHERS WITH MORFOLYNE AND  
PIPERIDINE**

The interaction of 1-halogen-2- (halogenalkoxide) okten and 1-halogen-2-(halo-  
genalkoxide) dekan with morfolyne and piperidine has been studied. It has been  
established that their interaction depends on the structures of dihalogenethers. The  
following substances are formed: azoaspiranes halogenaminethers and dtaminethers.

Ф. Р. БАБЛАЕВ, Г. С. ОВАНЕСОВА

ХИМИЯ НЕФТИ

**ИЗУЧЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ  
ДЕРИВАТОГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА  
К ИССЛЕДОВАНИЮ НЕФТЕЙ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. С. Алиевым)

В настоящее время все больше и больше применяют физико-хими-  
ческие методы для исследования нефти и нефтепродуктов.

Большие возможности имеет дериватографический метод, позволя-  
ющий выявлять и исследовать фазовые превращения и химические  
реакции, протекающие в исследуемом веществе при нагревании, а также  
те структурные изменения, которые имеют место при нагревании веще-  
ства в заданных интервалах температур.

Дериватографический метод, как известно, сочетает в себе одно-  
временно: 1) дифференциальнотермический анализ (ДТА), заключаю-  
щийся в измерении энтальпии испытуемого вещества; 2) термогравимет-  
рический (ТГ), основанный на периодическом нагревании и взвешивании  
исследуемого вещества; 3) дифференциально термогравиметрический  
(ДТГ), дополняющий ТГ и показывающий скорость изменения веса  
образца.

Известно лишь несколько работ по термографическому исследованию  
нефтяных битумов, битуминозных образований, нефти [1—4]. Во всех  
этих работах для исследований применяли «пирометр Курнакова», толь-  
ко в одной из них был применен дериватограф системы Ф. Паулик —  
— И. Паулик — Л. Эрдей для изучения смазочных масел. В ней была  
исследована возможность применения дериватографического метода для  
исследования нефти.

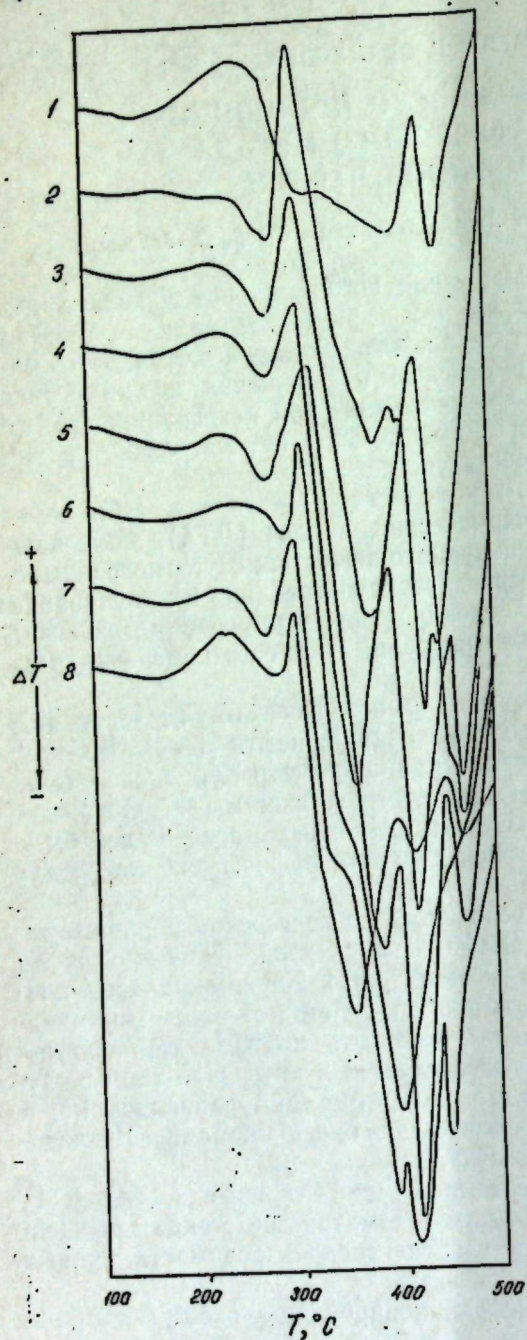
Методика анализа. Съёмка проводилась на венгерском дериватогра-  
фе системы Ф. Паулик — И. Паулик — Л. Эрдей. Навеска нефти  
(270 мг) при чувствительности гальванометра ТГ-200 помещалась в пла-  
тиновый тигель и вводилась в печь прибора. Метод съёмки — динамиче-  
ский термогравиметрический анализ. Скорость подъема температуры  
составляет 5 град/мин. Нагрев осуществляется в интервале температур  
от 20 до 500°. Чувствительность гальванометра ДТА равнялась 1/5, а  
ДТГ — 1/15. В качестве эталона применялась окись алюминия. Исследо-  
вания проводились в атмосфере воздуха.

Одновременно для одной навески получали 4 кривые (ДТА, ДТГ,  
ТГ и Т), записываемые на фотобумагу автоматически. Такая методика  
обеспечивает вполне удовлетворительную воспроизводимость кривых  
ДТА.

Исследованию подвергались нефракционированные нефти месторож-  
дений Мишовдаг.

Образец № 1 (скв. 274). Снятые характеристики показывают, что по-  
теря веса начинается сразу после нагревания. На кривой ДТА виден  
эндоэффект испарения. Кривая ТГ показывает пропорциональное убы-

вание веса с увеличением температуры. На кривой ДТА в области 230—307° обнаружен сильный экзотермический эффект, который мы относим к химическому взаимодействию органической части нефти с кислородом воздуха. В области же температуры 330° потеря веса нефти



ДТА-кривые образцов нефтей месторождений Мишовдаг.  
1—скв. 120; 2—скв. 337; 3—скв. 346;  
4—скв. 315; 5—скв. 345; 6—скв.  
274; 7—скв. 358; 8—скв. 112

составила 50% веса. Дальнейший ход кривой ДТА по эндоэффекту дает нам возможность говорить о деструкции углеводородов нефти.  
Образец № 2 (скв. 112). Для навески нефти скв. 112 видно, что потеря веса начинается с 50°. На кривой ДТА убыль веса сопровождается

эндотермическим эффектом, который мы относим к улетучиванию легкой фракции нефти.

В области температуры 232—300° на кривой ДТА обнаружено два экзоэффекта, сопровождающих процесс окисления нефти. Дальнейший ход кривой ДТА (эндоэффект) говорит о разложении углеводородов нефти.

Образец № 3 (скв. 168). Дериватограмма показывает, что нефть скв. 168 обводнена, на что указывает эндоэффект кривой ДТА в области 100—110° и потеря веса. Дериватограмма показывает 85% воды, а стандартный метод определения воды—40%, следовательно, здесь при сравнении обнаруживается разница в 45%. Расхождение можно объяснить образованием азеотропной смеси в интервале температур 60—110°C (гексан, бензол и др.) с водой.

Образец № 4 (скв. 337). Для нефти этой скважины скорость изменения веса (ТГ) незначительна. Нагревая образец нефти до 500°, обнаружили потерю веса примерно 44—45%, что подтверждается физико-химической характеристикой состава нефти. На кривой ДТА видны эффекты в области 250 и 435°, что можно объяснить окислением углеводородов.

Образец № 5 (скв. 120). Испарение образца начинается сразу после нагрева на 30—40°C и идет до потери 50% веса при температуре 300°C. В области 305° на кривой ДТА обнаружен сильный экзотермический эффект и два эндоэффекта (385° и 430°C). По-видимому, этим объясняется разрушение углеводородов.

Образец № 6 (скв. 345). Изменение веса навески нефти идет пропорционально нагреву. Кривая ДТА характеризуется двумя экзоэффектами в области 240 и 320°C и сильным эндоэффектом разложения при температуре 385 и 480°C. 50%-ная деструкция приходится на температуру 350°. Рассматривая кривую ТГ, замечаем, что сгорание органической части нефти происходит раньше, чем наблюдается 50%-ная потеря веса.

Образец № 7 (скв. 315). На кривой ДТА обнаруживается два экзоэффекта 240 и 309° и эндоэффект — 360°. 50%-ная деструкция приходится на температуру 335°.

Образец № 8 (скв. 346). Испарение начинается одновременно с нагревом. Присутствует два экзоэффекта в интервале 235—310°C, эндоэффект — при температуре 380°, 50%-ная деструкция — при температуре 335°.

Образец № 9 (скв. 358). Кривая ДТА обнаруживает два экзоэффекта при температуре 230 и 300°C. Эндоэффект наблюдается при температуре 275 и 390°, а 50%-ная деструкция — при температуре 335°.

В результате сопоставления дериватограмм исследованных образцов наблюдается схожесть абсолютной величины экзоэффектов.

I экзоэффект присутствует во всех пробах в интервале 230—240°C, II экзоэффект — в интервале 300—310°C. Эндоэффекты сравниваемых нефтей велики.

Подытоживая, можно полагать, что предлагаемый метод исследования найдет широкое применение в изучении первичной характеристики сложной многокомпонентной молекулы нефти.

#### Литература

1. Валявин Г. Г., Артамонова Е. В., Ветошкин Н. И. Сб. научных трудов БашНИИИП, вып 16, стр. 54—59, 1977.
2. Гундер О. А., Смирнов В. М. «Нефть и газ», № 1, стр. 79—84, 1960.
3. Ермолаев М. И., Батищев В. В., Го-

Ф. Р. Бабаев, Г. С. Ованесова

### НЕФТИН ТЭДГИГИНДЭ ДЕРИВАТОГРАФИЈА ҮСУЛУНУН ТЭТБИГ ИМКАНЛАРЫНЫН ӨЈРЭНИЛМЭСИ

Мәгаләдә нефтин тәдгиги үчүн дериватографија үсулунун тәтбиг едилмәси имканы өјрәнилмишдир.  
Тәдгигат үчүн фраксијалашдырылмамыш нефтдән истифадә олунмушдур.

F. R. Babayev, G. S. Ovanesova

### THE STUDY OF DERIVATOGRAPHIC METHOD POSSIBILITIES FOR OIL INVESTIGATION

In present paper derivatographic method possibilities of oil investigation have been studied. The oil used for measurements was nonfractional.

ГЕОХИМИЈА

УДК 550.42: (546.77+546.56):552.321.1/3

Ш. Д. МУСАЕВ

### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ГЕОХИМИИ МОЛИБДЕНА И МЕДИ В ГРАНИТОИДАХ ДАЛИДАГСКОГО МАССИВА (МАЛЫЙ КАВКАЗ)

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. Д. Султановым)

Далидагский гранитоидный массив — наиболее крупный из кислых интрузивов Малого Кавказа — расположен в его центральной части и является секущим телом, прорывающим отложения мела и среднего эоцена.

О геологической позиции, петролого-петрохимических и геохимических особенностях массива в литературе давались сведения [1,3,4,5,6]. Геохимические его особенности наиболее подробно описаны Г. Х. Эфендиевым, А. С. Гейдаровым и Г. В. Мустафаевым [4,6], которые особое внимание уделяли особенностям распределения в породах молибдена и меди. Недостаточное количество анализов не позволило им провести статистическую их обработку и достаточно обосновать вопрос изменения содержания пары элементов — молибдена и меди в процессе становления массива.

В отношении фазовости существует несколько мнений. Некоторые исследователи [1,5] считают, что интрузив сформирован в две фазы: первая — сиенит-диоритовая; вторая — граносиенитовая. По данным М. А. Кашкая и М. А. Мамедова [3], интрузив является однофазовым, но сложен двумя сериями пород — сиенит-диоритовой и гранит-гранодиоритовой.

Ниже рассматривается характер распределения молибдена и меди в главных фациях массива. Опробовались породы наиболее свежие и без ксенолитов. Породы подвергались приближенно-количественному анализу. Объем контрольных анализов составлял до 30% от общего их количества.

**Молибден.** Распределение молибдена в гранитоидах подчиняется логнормальному закону и характеризуется высоким коэффициентом вариации содержания — 57—96% (таблица). Среднее содержание молибдена в отдельных разновидностях пород колеблется от 1,02 до 3,11 г/т и в среднем по массиву составляет около 2,06 г/т, в 2 раза превышая их кларковые значения (по А. П. Виноградову).

Если в породах гранодиоритового ряда среднее содержание молибдена составляет 1,19, то породы второй фазы в среднем содержат 2,74 г/т молибдена, т. е. в два раза больше.

Как видно из таблицы, среднее содержание, дисперсия гранодиоритов, кварцевых диоритов значительно отличаются от содержания и дис-



Статистические параметры распределения молибдена и меди в гранитоидах Далидагского массива

Инту- зивная фаза	Тип гранитоидов	N	Молибден			Медь			закон распре- деления	V, %	закон распре- деления	V, %	Нет
			$\bar{X}$ , г/т	S	V, %	$\bar{X}$ , г/т	S	V, %					
I	Сиенит-диориты	94	1,02	0,08	67	54,51	21,11	39	Нет				
II	Граносиенитовый ряд: граносиениты граносиениты краевой и припо- верхностной фации Кварцевые сиениты Среднее по ряду Гранодиоритовый ряд: гранодиориты кварцевые диориты Среднее по ряду	59	2,29	1,30	58	20,39	10,48	51	H				
		142	3,11	2,99	96	47,82	28,69	60	ЛН				
		62	2,24	1,28	57	16,37	12,08	74	ЛН				
		263	2,74			34,25							
		64	1,36	1,03	76	20,37	12,19	60	H				
		42	1,19	0,74	62	32,35	29,72	92	H				
		106	1,29			25,13							
	Среднее по фазе	369	2,32			31,63							
	Среднее по массиву	463	2,06			36,27							

Примечание: N—число анализов;  $\bar{X}$ —среднее содержание; S—стандартное отклонение; V—коэффициент вариации; H—нормальный закон; ЛН—логнормальный закон; нет—несоответствие нормальной модели распределения. В случае ЛН X и S (МПО) максимально-правдоподобной оценки. Среднее по ряду, по фазе, по массиву выведено как средневзвешенное.

персии граносиенитов, кварцевых сиенитов, распространенных в апикальных и краевых частях массива. Существенность выявленных различий проверялась по статистике Вилькоксона и Сиджала-Тьюки. Результаты объединения статистических однородных по сдвигу и расстоянию выборок показали, что лишь породы гранодиоритового ряда — статистически однородные объекты.

Граносиениты приповерхностной и краевой фаций по сравнению с их глубинными аналогами довольно резко обогащены. В первых фиксируется четкая корреляция молибдена с фтором. Наблюдаемое изменение может быть использовано в качестве индикатора закономерности распределения молибдена в массиве. Это, кстати, не противоречит установленной роли фтора при переносе и концентрации молибдена в апикальных и краевых частях массива в процессе эманационной дифференциации.

Что же касается распределения молибдена по минералам гранитоидов массива, то полученные результаты [6] показывают, что молибден содержится во всех породообразующих минералах; эти минералы по убывающим содержаниям молибдена могут быть расположены в ряд: магнетит-биотит-полевые шпаты-авгит-кварц.

Наблюдаемые закономерности в распределении молибдена во времени и в пространстве обусловлены, с одной стороны, кристаллохимическими особенностями, с другой — явлениями дифференциации, главным образом эманационального типа, что устанавливается тесной связью летучих компонентов.

Медь. Распределение меди в гранитоидах Далидагского массива также в большинстве разновидностей подчиняется нормальному закону и характеризуется средней степенью равномерности (коэффициент вариаций содержания — 51—92%) (таблица).

Содержание меди в гранитоидах понижается от сиенит-диоритовой фазы (54,51 г/т) к граносиенитовой (31,63 г/т). Подобная тенденция наблюдается и в дифференциатах второй фазы: от граносиенитового ряда (34,25 г/т) к гранодиоритовому (25,13 г/т). Среднее содержание меди по массиву в целом составляет 36,27 г/т.

Следует подчеркнуть, что подобно молибдену содержание меди в приповерхностной фации в сравнении с аналогичной глубиной резко повышается. Поскольку при этом рост содержания меди опережает молибден, возрастает медь-молибденовое отношение.

Распределение меди в породообразующих минералах свидетельствует, что относительно повышенное содержание меди приурочено к роговой обманке и к пироксену, однако они близки к валовому содержанию меди в породе.

Литература

1. Бекташи С. А. Геохимия. Изд. АГУ, 1972. 2. Виноградов А. П. «Геохимия», № 7, стр. 1150, 1962. 3. Кашкай М. А. Геология верховьев р. Тергер. Изд-во АН Азерб. ССР, 1955. 4. Мустафаев Г. В. «ДАН Азерб. ССР», т. XXI, № 6, стр. 26, 1965. 5. Сулейманов С. М. «ДАН Азерб. ССР», т. IV, № 1, стр. 15, 1948. 6. Эфендиев Г. Х., Гейдарова А. С. «Изв. Азерб. ССР, серия геол.-геогр.», № 6, стр. 91, 1959.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 23. X 1980

## ДӘЛИДАҒ МАССИВИНИН ГРАНИТОИДЛӘРИНДӘ МОЛИБДЕНИН ВӘ МИСИН КЕОКИМЈАСЫНЫН БӘЗИ МӘСӘЛӘЛӘРИ

Дәлидағ гранит массивиндә молибденин орта мигдары 2,06 г/т, мисини исә 36,27 г/т. Массивин кәнар вә үст һиссәләриндә молибденин вә мисин орта мигдары дәринликдәки аналогларына һисбәтән артыр. Бу, флор элементинин дашыҗычы ролу илә изәһ олунур.

Sh. D. Musayev

## SOME QUESTIONS OF GEOCHEMISTRY OF Mo AND Cu IN GRANITOIDS OF THE DALYDAG MASSIF

(Little Caucasus)

The concentration of Mo and Cu are 2.06g/T and 36.27 g/T in the Dalidag granitoid massif correspondingly. Their concentrations are increased in boundary and apical fractions in comparison with their contents in the deep fractions. It is explained by large role of the fluorine in the processes of transfer of Mo and Cu.

УДК 550.47:546.56:546.815

БИОГЕОХИМИЯ

Чл.-корр. Ак. А. АЛИ-ЗАДЕ, А. М. МАМЕДАЛИЗАДЕ

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МЕДИ И СВИНЦА В ПАНЦИРЯХ ЭХИНОИДЕА

Изучение характера распределения меди и свинца в скелетной ткани иглокожих представляет интерес как для понимания геохимической экологии морских организмов, так и для решения вопросов биогенной миграции и концентрации этих элементов в водных бассейнах.

В литературе имеются лишь некоторые данные о содержании меди и свинца в моллюсках, асцидиях, голотуриях, медузах, брахиоподах, эхиноидеях и др. морских организмах [1—6 и др.].

По данным ряда авторов [2, 9], морской ил континентальных шельфов богат медью. Имеются и данные [7] о том, что целый ряд микроэлементов, в том числе и медь, находится в морской воде в составе комплексов, образующих соединения с аминокислотами воды. Организмы планктона и детрит хорошо извлекают микроэлементы, в том числе и медь, из морской воды [8].

Воды океанов всегда содержат медь [2,3]. Её содержание в земной коре составляет  $1 \cdot 10^{-2}$  вес. %, в осадочных породах — в среднем  $5,7 \cdot 10^{-3}$  % [10]. Среднее содержание меди в живом веществе составляет  $2 \cdot 10^{-1}$  % [11], в карбонатных породах —  $4 \cdot 10^{-4}$  % [12].

Пути накопления меди в осадочных породах и в организмах в настоящее время недостаточно ясны. Некоторые исследователи [13 и др.] объясняют накопление меди в осадочных породах, выветриванием и выносом медных сульфидов из изверженных пород, а затем отложением их карбонатными и глиноносными илистыми осадками в прибрежной зоне. Другие [14] объясняют процесс накопления меди в осадочных породах концентрацией органическим веществом и связыванием её иными химическими путями из морской воды, где этот элемент находится в основном в виде сернистых растворов. По данным Архангельского и Соловьёва [14], значительная концентрация меди в породах происходила при участии организмов.

С целью выявления характера биогенного накопления химических элементов иглокожими нами были исследованы кампанские и маастрихтские эхиноиды и вмещающие их отложения Малого Кавказа. Для сравнения использовались панцири современных эхиноидея из Охотского и Японского морей и Сахалинского залива. Всего было исследовано 38 экземпляров панцирей (13 современных, 25 ископаемых) эхиноидея, относящихся к 12 видам (2 современных, 10 ископаемых) отрядов Clupeaseroidea, Diadematoida и Sp tangoidea.

Определение содержания Cu и Pb в образцах проводилось количественным спектральным методом. Анализы проводились в НИЛ «Зарубежная геология» (Москва).

Для каждого химического элемента осуществлена математическая обработка.

В табл. 1 и 2 приведены средние концентрации (С), среднеквадратичные отклонения ( $\sigma$ ) и коэффициенты вариации ( $C_v$ ) усредненные проведено по всем исследованным современным и ископаемым образцам (отдельно). Как видно из таблиц, минимальной вариацией обладает Cu

Таблица 1

Биогеохимическая характеристика современных эхиноидеа

Химические элементы	Средняя концентрация, С, %	Среднеквадратичное отклонение, $\sigma$ , %	Коэффициент вариации, $C_v$	Частота встречаемости, %
Cu	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	0,32	100
Pb	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	2,31	92

(его значения для современных образцов 0,32, для ископаемых образцов — 0,78), максимальной — Pb (коэффициент вариации для современных образцов — 2,31, а для ископаемых образцов — 1,38). В таблицах приведена также частота встречаемости меди и свинца в исследованных образцах. Результаты анализов (см. табл.) показывают, что средняя

Таблица 2

Биогеохимическая характеристика ископаемых эхиноидеа

Химические элементы	Средняя концентрация, С, %	Среднеквадратичное отклонение, $\sigma$ , %	Коэффициент вариации, $C_v$	Частота встречаемости, %
Cu	$1,54 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	0,78	100
Pd	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$	1,38	100

концентрация меди в современных и ископаемых образцах очень близка. Концентрация этого элемента почти равна его кларку в живом веществе. Близкая концентрация в панцирях современных и ископаемых эхиноидеа наблюдается и для свинца. В то же время содержание меди и свинца в породах, вмещающих ископаемые остатки эхиноидеа, меньше  $10^{-4}$  %. Иными словами, приблизительно равные пределы содержания меди и свинца в ископаемых и современных эхиноидеа и довольно малая их концентрация в кампанских и маастрихтских отложениях Малого Кавказа свидетельствуют, на наш взгляд, о прижизненном накоплении этих элементов из морской воды.

Литература

1. Виноградов А. П. Тр. биогеохим. лаб. АН СССР, № 4, 1937.
2. Виноградов А. П. "Успехи химии", 13, вып. 13, 1946.
3. Малюга Д. П. "ДАН СССР", 67, № 6, 1057, 1949.
4. Goldschmidt W. M. Geochemistry, Oxford, 1954.
5. Graf D. L. I—IV. Illinois State Geol. Surv., Circ., 297, 298, 301, 308, 1960.
6. Султанов К. М., Исаев С. А. Палеобиогеохимическое исследование моллюсков верхнего палеогена Восточного Азербайджана и современного Каспия. Баку, Азербайджан, 1971.
7. Pelletier S. J. chim phys. et phys-chem. biol., 57, № 4, 287, 1900.

8. Харвей Х. В. Современные успехи химии и биологии моря. М., ИЛ, 1948.
9. Манская С. М., Дроздова Т. В. Геохимия органического вещества. Изд-во "Наука", М., 1964.
10. Виноградов А. П. "Геохимия", № 7, 555, 1962.
11. Виноградов А. П. Тр. биогеохим. лабор. АН СССР, № 10, 1954.
12. Виноградов А. П. Геохимия, № 1, 1965.
13. Nishihara H. Econ. Geol., 52, 5, 914, 1957.
14. Архангельский А. Д., Соловьев Н. В. Изв. АН СССР, серия геол., № 2, 279, 1933.

Институт геологии

Поступило 27. XI 1980

Ак. А. Элизаде, Э. М. Маммадализаде

ЕХИНОИДЛЭРИН ЧАНАГЛАРЫНДА МИС ВЭ ГУРГУШУН  
ЕЛЕМЕНТЛЭРИНИИ ПАЈЛАНМАСЫ

Мигдари спектрал анализ үсүлү илэ Кичик Гафгазын кампан, маастрихт вэ Сахалин көрфэзи, Охот вэ Япон дэннэлэринини мүасир эхиноидлэринини чанагларында мис вэ гургушун элементлэринини пајланмасы өјрөнилмишдир. Мүэјјөн едилмишдир ки, кампан вэ маастрихт јашыл эхиноидлэр мис вэ гургушун элементлэрини јашадылары дөврөдө судан гөбул етмишлэр.

Ак. А. Ali-zade, A. M. Mamedalizade

THE DISTRIBUTION OF COPPER AND PLUMBUM IN SHELLS  
OF ECHINOIDEA

The copper and plumbum in shells of campansky, maastrihtsky (Minor Caucasus) and modern (Sakhalin gulf, Sea of Okhotsk and Japan) Echinoldea have been investigated by the method of quantity spectral analysis. It was determined that sampansky and maastrihtsky Echinoldea being alive concentrated copper and plumbum from the sea water.

Ю. Б. ИСМАЙЛОВ, М. Г. АЛИЕВ

**ВЛИЯНИЕ ФЛУШПИРИЛЕНА НА МОНОАМИНЕРГИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ ГИПОТАЛАМИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОЛАКТИНА И НА СЕКРЕЦИЮ МОЛОКА В НОРМЕ И ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ГИПОГАЛАКТИКИ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Г. Гасановым)

В регуляции секреции основного лактогенного гормона-пролактина (ПРЛ) важную роль играет моноаминергическая медиаторная система гипоталамуса. Повышение содержания дофамина (ДА) в гипоталамусе является причиной ингибирования образования ПРЛ в гипофизе [1—5]. Наши исследования показали, что путем соответственного изменения содержания в гипоталамусе ДА и серотонина (С) можно целенаправленно регулировать уровень образования ПРЛ и тем самым изменять интенсивность секреторной функции молочных желез.

Галоперидол — основной представитель лекарств из группы бутирофенонов — оказывает влияние на гипоталамический контроль секреции ПРЛ. В наших предыдущих исследованиях показано, что триседил изменяет характер гипоталамического контроля образования ПРЛ в гипофизе и его концентрацию в крови и тем самым стимулирует секрецию молока. Флушпирилен также относится к группе бутирофенонов, однако в отличие от галоперидола и триседила обладает более продолжительным действием. После однократной внутримышечной инъекции он действует в течение недели.

Различные неблагоприятные факторы среды тормозяще влияют на образование ПРЛ и гормона роста (ГР) в гипофизе и на секрецию молока [6, 7]. В литературе описано много случаев прекращения секреции молока у кормящих-женщин после тяжелого нервного напряжения [8,9].

Исходя из вышеизложенного, мы задались целью изучить гипоталамические моноаминергические механизмы влияния флушпирилена на образование ПРЛ и секрецию молока у лактирующих крыс в норме и при условиях экспериментальной гипогалактики нейрогенного происхождения.

**Материал и методика исследований.** Исследования проведены на лактирующих крысах линии Вистар весом 220—260 г с 5—6-го дня лактации. Флушпирилен вводили внутримышечно дважды в 1-й и 7-й день опыта в дозе 0,1 мг/кг веса. Стресс-состояние организма создавалось путем раздражения крыс электростимулятором. Раздражение производили в течение 6 дней ежедневно продолжительностью 30 минут с одноминутным интервалом, применяя ток напряжения 30 В.

Опыты выполнены в 4 сериях. Методом отсадки крысят на 6 часов и по разнице веса крысят до и после 30-минутного сосания крысы-самки определяли количество секретированного молока. В хронических опы-

тах кровь брали из суборбитального синуса. На 3,6,9-й и 12-й день опыта из каждой группы по несколько животных декапитировали гильотиной. Содержание ДА, НА и С в гипоталамусе определяли методом очистки их на ионнообменной смоле [10]. Измерения производили на спектрофлуориметре МРФ-4 «Хитачи» (Япония). Содержание ПРЛ и ГР в аденгогипофизе определяли микрометодом электрофореза на полиакриламидном геле с последующей спектрофотометрией на СФ-4А [11]. Количество ПРЛ в крови определяли радиоиммунологически на автоматическом гаммаспектрометре «Паккард» (США). Количество 11-ОКС в плазме крови определяли флуориметрически [12] на спектрофлуориметре «Хитачи».

Результаты и их обсуждение. В первых двух сериях опытов изучена динамика изменения показателей под действием флушпирилена (рис. 1—4). В первые три дня опыта (по сравнению с фоном) наблюдается повышение содержания ДА в гипоталамусе контрольных и опытных крыс, получавших флушпирилен (1,2 группы). Однако у крыс, получавших флушпирилен, это повышение менее выражено, чем у контрольной группы крыс. На 6-й и 9-й день опыта уровень содержания ДА в гипоталамусе крыс обеих групп заметно снижается, хотя у крыс, получавших флушпирилен, это снижение более резкое и составляет 8—39%. На 12-й день опыта уровень содержания ДА в гипоталамусе у крыс обеих групп возвращается к исходному уровню и практически отличий между группами нет (рис. 1). Под действием флушпирилена во все периоды опыта наблюдается заметное снижение содержания НА в гипоталамусе как по сравнению с контрольной группой, так и по сравнению с фоновыми показателями.

В противовес ДА и НА под действием флушпирилена у интактных крыс достоверно (в 1,5—3 раза) повышается содержание С в гипоталамусе ( $p < 0,05$ ). От применения флушпирилена наблюдается повышение содержания ПРЛ в аденгогипофизе во все дни опыта. Самое высокое содержание ПРЛ обнаружено на 9-й день (49%) применения флушпирилена. Интересно отметить, что синтез ПРЛ в аденгогипофизе сопровождается увеличением его уровня в крови на 11—56%. Последнее сопровождается снижением 11-ОКС в крови (рис. 3).

Флушпирилен стимулирует секрецию молока и динамику темпа весового роста крысят (рис. 4).

Стрессовое раздражение (3-я серия) вызывает увеличение содержания ДА, НА ( $p < 0,5$ ) и одновременно уменьшение С ( $p < 0,5$ ) в гипоталамусе крыс (рис. 1). При этом по сравнению с контрольной группой у крыс, подвергавшихся действию стресс-фактора, уменьшается содержание в гипофизе ПРЛ (на 10—19%), ГР (на 17—25%) ( $p < 0,5$ ), одновременно наблюдается снижение уровня ПРЛ в крови (рис. 2). В то же время (рис. 3) концентрация 11-ОКС в крови после воздействия стресс-фактора резко (в 1,6 раза) увеличивается ( $p < 0,01$ ). Подавление образования лактогенных гормонов приводит к уменьшению секреции молока у лактирующих крыс и привеса их крысят.

При применении флушпирилена в сочетании с действием стресс-фактора по сравнению с контрольным значительно снижается содержание ДА в гипоталамусе ( $p < 0,02$ ). В этом случае на 3-й день опыта содержание НА в гипоталамусе снижается ( $p < 0,2$ ), а в последующие дни опыта приближается к фоновому уровню (рис. 1). В противовес ДА и НА под действием стресс-фактора на фоне применения флушпирилена во все дни опыта содержание С в гипоталамусе повышается одинаково;

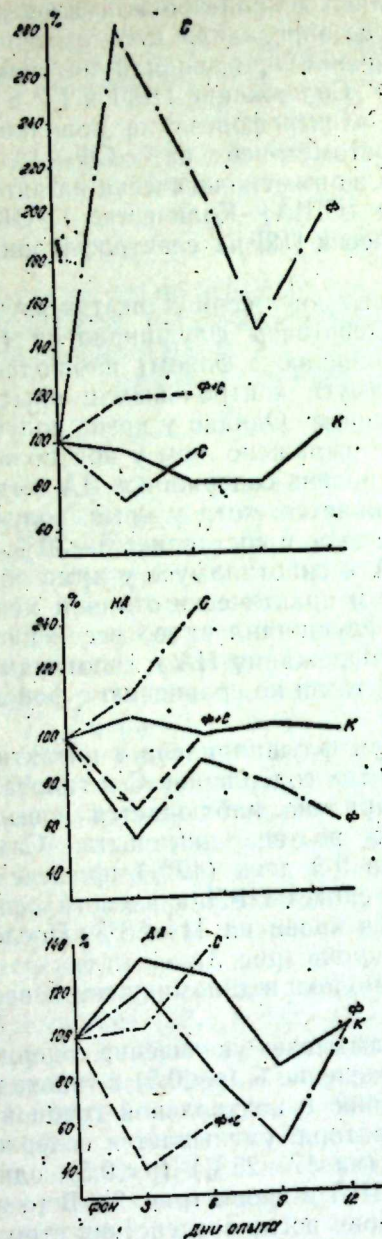


Рис. 1. Влияние стресса и применение флушпирилена на содержание НА и ДА в гипоталамусе и лактирующих крыс (%). К—контроль; Ф—флушпирил; с—стресс; Ф+с—флушпирилен+стресс.

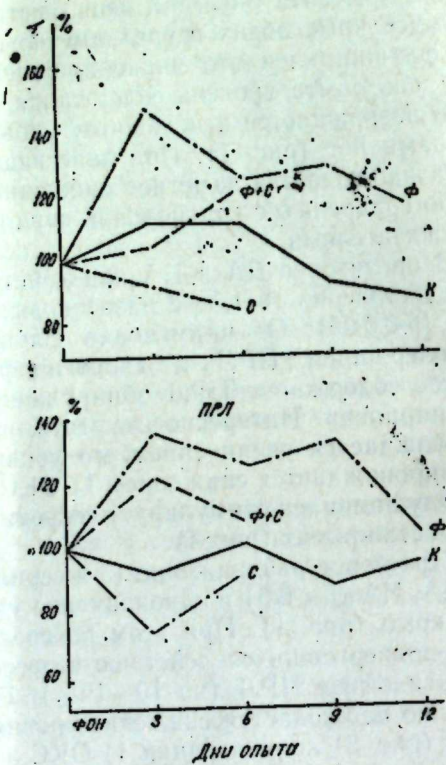


Рис. 2. Влияние стресса и применение флушпирилена на содержание ПРЛ и ГР в гипофизе у лактирующих крыс (%). Обозначения те же, что на рис. 1.

на 6-й день опыта по сравнению с контролем это повышено значительно и составляет 40% ( $p < 0,2$ ). При этом во все дни опыта образование лактогенных гормонов в аденогипофизе практически не изменяется, за исключением 3-го дня; где наблюдается небольшое увеличение содержания ПРЛ в гипофизе (рис. 2). При применении флушпирилена в сочетании с действием стресс-фактора в первые три дня опыта ежедневная секреция молока постепенно увеличивается, а в последующие дни сохраняется на том же уровне, хотя уровень секреции молока по сравнению с интактными крысами заметно понижен. Противоположное наблюдается в темпе роста крысят: в первые дни опыта темп роста крысят замедляется, а в следующие дни резко возрастает (рис. 4).

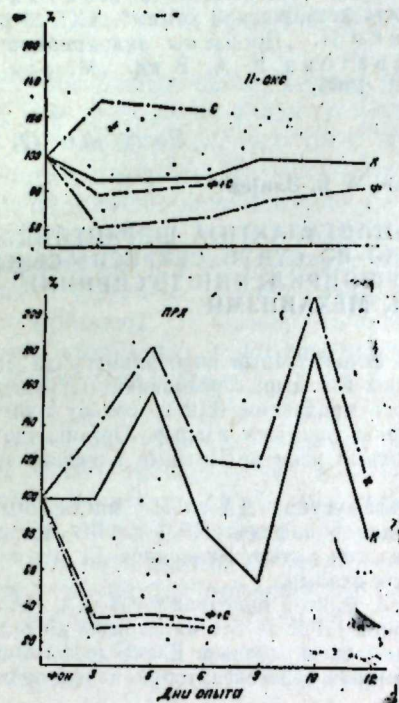


Рис. 3. Влияние стресса и применение флушпирилена на уровень концентрации ПРЛ и II—ОКС в крови и лактирующих крыс (%). Обозначения те же, что на рис. 1.

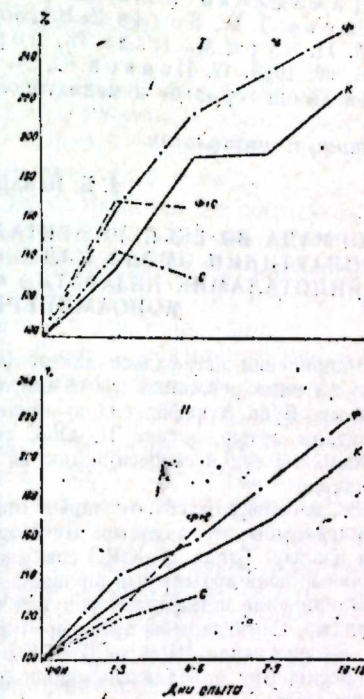


Рис. 4. Влияние стресса и применение флушпирилена на секрецию молока у лактирующих крыс (I) и на динамику (II) веса их крысят (%). Обозначения те же, что на рис. 1.

**Заключение.** Флушпирилен у интактных лактирующих крыс, заметно снижая содержание ДА, НА, и повышая содержание С в гипоталамусе, повышает содержание ПРЛ в гипофизе и уровень его в крови. Это приводит к усилению секреторной функции молочных желез. Следовательно, благоприятное влияние у лактирующих крыс флушпирилена на функцию молочной железы обусловлено снижением содержания ДА, НА в гипоталамусе и увеличением образования лактогенных гормонов в гипофизе. Стресс-фактор, повышая секрецию надпочечниками кортикостероидов, способствует повышенному образованию в гипоталамусе ДА и НА. Последнее, по современным представлениям, подавляет синтез и секрецию аденогипофизарного ПРЛ, вследствие чего понижается секреторная активность молочных желез.

Применение флушпирилена на фоне ежедневных воздействий стресс-факторов предотвращает отрицательное влияние стресса на гормональное образование в гипофизе и секрецию молока.

#### Литература

1. Yijayan E., McCann S. M. *Neuroendocrinology*, 11, 3, 25, 19.5. 2. Blake C. A. *Endocrinology*, 76, 24, 1976. 3. Robyn C. *Neuroscience Let.*, № 1, 42', 1978. 4. Ben-Jonathan N. J. *Reprod. and Fert.*, 58, 21, 1980. 5. Алиев М. Г., Хасан Г. А. Механизм действия гормонов, патогенез, лечение профилактика и эпидемиология эндокринных заболеваний. Киев 1977. 6. Du Ruisseau P., Tache Y. *Neuroendocrinology*, № 2, 1978. 7. Алиев М. Г. Тезисы XXII Всес. физиол. об-ва им. И. П. Павлова, т. 1, 376, Л. 1979. 8. Newton N., Newton M. *New England J. M.*, 1967. 9. Тимошенко А. В. В кн.: «Гипофалактия», Киев. 1957. 10. Манухин Б. Н., Бердышева Л. В., Волин Е. В. «Вопросы медицинской химии», XXI, № 3, 317—321, 1975. 11. Курц М., Надь И., Боронян П. «Проблемы эндокринологии», т. XV, № 6, 69, 1969. 12. Панков Ю. А. Усватова К. А. В кн. «Методы клинической биохимии гормонов и медиаторов». М. 1969.

Институт физиологии

Поступило 12. II 1981

Ж. Б. Исмаилов, М. Г. Алиев

### НОРМАДА ВЭ ЭКСПЕРИМЕНТАЛ ГИПОГАЛАКТИЈА ШЭРАТИНДЭ ПРОЛАКТИНИН ЭМЭЛЭ КЭЛМЭСИНЭ ВЭ СУДУН СЕКРЕСИЈАСЫНА ГИПОТАЛАМИК НЭЗАРЭТДЭ ФЛУШПИРИЛЕНИН ТЭСИРИНИН МОНОАМИНЕРКИК МЕХАНИЗМИ

Флушпирилен истафадеси лактацијалы сичовуларын гипоталамусунда дофаминин (ДА) вэ норадриналинин (НА) мигдарыны азалдыр, серотонинин (С) мигдарыны исэ артырдыр. Буна мувафиг оларга гипофиздэ пролактин (ПРЛ) вэ бжг гормонунун (Бж) мигдары артыр, экинэ II—ОКС гандакы сәвијјәси азалдыр. Организмдэ кедән белә дөјишиклик судүн секретсијасыны вэ баланын чәки артымынын ичкишаф темпини сүр'әтләндирир.

Стресс лактацијалы сичовуларын гипоталамусунда ДА вэ НА мигдарыны артырдыр, С мигдарыны исэ азалдыр. Бу шәраитдән гипофиздэ ПРЛ вэ Бж мигдары да һәмчинин азалдыр. Ганда II—ОКС сәвијјәси кәскин артыр. Буна кәрә дэ судүн мигдары вэ баланын чәки артымынын ичкишаф темпи азалдыр.

Флушпирилен истафадеси фонунда стресс фактор гипоталамусда ДА, НА мигдарыны азалдыр, С мигдарыны артырдыр. Һәмчинин ПРЛ вэ Бж мигдарыны да бир гәдәр артырдыр. Экинэ ганда ПРЛ вэ II—ОКС сәвијјәсини азалдыр. Еләчә дэ флушпирилен судүн секретсијасына вэ баланын ичкишаф темпинэ стресс-факторун мәнфи тәсиринин гаршысыны алыр.

Үч. В. Ismailov, M. G. Aliev

### THE EFFECT OF FLUSHPYRILENE ON MONOAMINERGIC MECHANISM OF HYPOTHALAMIC CONTROL OF PROLACTIN FORMATION AND ON MILK SECRETION IN NORMAL CONDITIONS AND DURING EXPERIMENTAL HYPOGALACTIA

It is found that flushpyrilene helps to lower the content of dopamine (DA), noradrenaline (NA) in hypothalamus, to rise serotonin (S) content in lactating rats. Accordingly, prolactin (PrL) and growth hormone (GH) formation in pituitary gland and PrL level in blood increase and 11-OXS level in blood reduces. Milk secretion and growth rate in young rats become larger.

Under stress state the content of DA and NA in hypothalamus increases, S content lowers as well as PrL and GH formation in pituitary gland, 11-OXS content in blood of lactating rats increases simultaneously. It promotes the lowering of milk secretion and growth rate in young rats.

When flushpyrilene is applied in combination with stressing factor, it causes significant decrease of DA and NA, increase of S content in hypothalamus, rise of PrL and GH in pituitary gland as well as decrease of PrL and 11-OXS level in peripheral blood. It helps preventing the suppression of milk secretion and growth rate in young rats.

УДК 575.574

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Акад. М. А. АЛИ-ЗАДЕ, Ш. И. ГАДЖИЕВА

### ИЗМЕНЕНИЕ В СОДЕРЖАНИИ НУКЛЕИНОВЫХ КИСЛОТ В СЕМЕНАХ ХЛОПЧАТНИКА ПРИ ОБРАБОТКЕ ИХ ГУМИНОВОЙ КИСЛОТОЙ

Многочисленные исследования советских и зарубежных ученых показали, что гуминовые кислоты обладают физиологической активностью [1—4]. Изучая природу действия этих веществ и опираясь на экспериментальный материал [5], исследователи пришли к выводу, что они оказывают положительное влияние на термодинамическое состояние организма. Кроме того, монодисперсные формы этих веществ, проникнув в клетки растений [6], метаболизируются и, благодаря наличию в них хиноидных и полифенольных групп, усиливают окислительно-восстановительные процессы [7]. Сейчас высказывается предположение, что в силу наличия электроннодонорных свойств у молекул гуминовой кислоты она может быть использована клеткой для усиления электроно-транспортной цепи как при дыхании; так и при фотосинтезе [3]. Вследствие этого клетки получают дополнительный источник энергии, который в процессе саморегуляции используется ими прежде всего для усиления синтеза нуклеиновых кислот, что обуславливает в свою очередь ускорение образования белков-ферментов и белков-конституентов. В нормальных условиях это приводит к стимуляции роста и развития; а в экстремальных — к ускоренным репарациям белоксинтезирующих систем и снятию блоков, которые вызываются недостаточностью этих систем.

Исходя из этого, мы провели серию лабораторных опытов по изучению действия гуминовой кислоты на прорастание семян хлопчатника. Гуминовую кислоту мы получали из Института почвоведения и агрохимии АН Азербайджанской ССР. В предварительных исследованиях сотрудниками института и нами установлена физиологическая активность этой кислоты [2,3]. При этом выделенная в Институте почвоведения и агрохимии гуминовая кислота подвергалась действию УФ лучей, поэтому она была названа активизированной гуминовой кислотой [1].

В наших исследованиях семена хлопчатника сорта Галаба-8 смачивались в растворе гуминовой кислоты в течение 24 часов, затем с них снималась кожура, проводилось разделение их на семядоли и зародыш, в которых определялось содержание нуклеиновых кислот по методу Неймана и Поулсена [9]. Схема опыта была следующей: 1) контроль (вода); 2) гуминовая кислота—50 мг/л; 3) активизированная гуминовая кислота—25 мг/л; 4) активизированная гуминовая кислота—50 мг/л.

Целью настоящего опыта было изучение происходящих в семенах изменений под действием гуминовых кислот за первые сутки ее действия. Из приведенных в таблице 1 данных видно, что под влиянием гуминовой кислоты (50 мг/л) через сутки после намачивания семян в зароды-

ше резко снижается как относительное, так и абсолютное содержание РНК, а содержание ДНК увеличивается. Уменьшение содержания РНК можно объяснить усилением расходования всех форм РНК на усиленный синтез белка в начальный период роста зародыша. Что касается увеличения количества ДНК, то это факт, трудно объяснимый, но можно предположить, что гуминовые кислоты стимулируют дополнительный синтез

Таблица 1

Влияние гуминовой кислоты на изменение содержания нуклеиновых кислот в зародышах семян хлопчатника сорта Галаба-8

Варианты	РНК				ДНК			
	мг % на свежий вес	%	на один орган, г · 10 <sup>-6</sup>	%	мг % на свежий вес	%	на один орган, г · 10 <sup>-6</sup>	%
Контроль (вода)	45 ± 13,7	100	45,83	100	27 ± 0,8	100	2,75	100
Гуминовая к-та—50 мг/л	370 ± 0,8	81	40,68	89	34 ± 1,2	125	3,77	137
Активизированная гуминовая к-та—25 мг/л	424 ± 13,3	92	38,19	83	33 ± 1,9	122	2,93	106
Активизированная гуминовая к-та—50 мг/л	503 ± 13,0	109	60,40	131	41,14 ± 3,2	152	4,93	179

отдельных локусов молекулы ДНК в начавшем рост зародыше, другими словами, способствуют амплификации молекулы ДНК. Почти такие результаты по содержанию РНК получены при обработке семян хлопчатника раствором активизированной гуминовой кислотой (АГК) в концентрации 25 мг/л. Применение сравнительно высокой концентрации (50 мг/л) раствора этого стимулятора дало другие результаты: увеличивались как относительные, так и абсолютные показатели РНК в зародыше. Одновременно резко возросло содержание ДНК по сравнению с контрольным вариантом, что явно свидетельствует об усиленном действии активизированной гуминовой кислоты в синтезе нуклеиновых кислот. В этом случае абсолютное содержание ДНК увеличивается на 79% по сравнению с контролем. Приведенные данные свидетельствуют

Таблица 2

Влияние гуминовой кислоты на содержание нуклеиновых кислот в семядолях хлопчатника сорта Галаба-8

Варианты	РНК				ДНК			
	мг % на свежий вес	%	на один орган, г · 10 <sup>-6</sup>	%	мг % на свежий вес	%	на один орган, г · 10 <sup>-6</sup>	%
Контроль (вода)	173 ± 7,0	100	88,23	100	33 ± 1,2	100	16,73	100
Гуминовая к-та—50 мг/л	560 ± 23,7	323	319,2	362	14 ± 1,8	42	8,04	48
Активизированная гуминовая к-та—25 мг/л	350 ± 10,0	202	185,5	210	25 ± 2,0	75	13,51	81
Активизированная гуминовая к-та—50 мг/л	560 ± 27,1	323	263,11	298	29 ± 1,2	85	13,53	81

о том, что высокая доза активизированной гуминовой кислоты еще сильнее стимулирует синтез ДНК в зародышах, в результате чего усиливается и синтез РНК, количество которой, несмотря на значительный расход, увеличивается в растущем зародыше.

Из приведенных в таблице 2 данных видно, что в семядолях под действием гуминовой кислоты резко увеличивается абсолютное и относительное содержание РНК и заметно снижается содержание ДНК. Эти заслуживающие внимания факты могут быть объяснены особенностью биологической роли семядолей, которые, будучи запасующим органом, играют огромную роль в начальный период роста молодого растения, снабжая зародыш питательными веществами. В них в начале роста проростка преобладают процессы распада, продукты которого оттекают в усиленный растущий зародыш. В таких условиях, когда в семядолях резко ослаблены процессы синтеза, снижаются темпы расходования РНК и синтез белка, имеет место накопление в них РНК. Фактически этот период является началом распада содержимых семядолей. Этот процесс начинается с ДНК. Как видно из приведенных в табл. 2 данных, гуминовые кислоты стимулируют эти процессы, т. е. процессы распада содержимых семядолей, начало которых предопределяется распадом ДНК, приводящим к уменьшению количества этого полимера в тканях семядолей.

#### Литература

1. Христева Л. А. В сб.: «Гуминовые удобрения. Теория и практика их применения». Днепропетровск, 1977.
  2. Алиев С. А., Шыхов А. М. «ДАН Азерб. ССР», т. XXXIII, № 5, 1977.
  3. Али-Заде М. А., Гаджиева Ш. И. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», 1979, № 3: 4. Flaig W. Landwirtschaft, Forsch, 1968, В. 21. Цитировано И. В. Александрова. Органическое вещество целинных и освоенных почв. Изд-во «Наука», М., 1972.
  5. Христева Л. А., Реутов В. А. В сб.: «Гуминовые удобрения. Теория и практика их применения», т. III, Киев, 1968.
  6. Фокин А. Д. и др. В сб.: «Гуминовые удобрения. Теория и практика их применения»; т. V. Днепропетровск, 1975.
  7. Христева Л. А. В сб.: «Гуминовые удобрения. Теория и практика их применения». Т. II, Киев, 1962.
  8. Бобирь Л. Ф., Епишина Л. А. В сб.: «Гуминовые удобрения. Теория и практика их применения», т. V. Днепропетровск, 1975.
- Nieman K. H., Poulsen L. L. Spectrophotometric estimation of nucleic acid of teat leaves. Plant physiology, №1, 1962.

Институт генетики и селекции

Поступило 16. VII 1980

М. А. Элизадэ, Ш. И. Гаджиева

#### ПАМБЫГ ТОХУМЛАРЫНЫ ГУМИН ТУРШУСУ ИЛЭ ИШЛЭДИКДЭ НУКЛЕИН ТУРШУЛАРЫНЫН МИГДАРЫНЫН ДЭЛИШИЛМЭСИ

Памбыг тохумлары гумин туршусунда 24 саат мүддэтиндэ исладылмыш, рүшејм ва филгэ жарпагларына ажрылмышдыр.

Мүөјјөн едилмишдир ки, гумин туршусу тәсириндэн рүшејмдэ РНТ-нин мигдары азалыр. ДНТ исе бир гэдэр чохалыр. Филгэ жарпагларында исе өксисэ оларар РНТ-нин мигдары артыр, ДНТ-нин мигдары исе азалыр.

М. А. Ali-zade, Sh. I. Gadjiyeva

#### CHANGE IN NUCLEIC ACIDS CONTENT IN COTTON SEEDS' WHEN TREATING THEM WITH HUMIC ACID

Cotton seeds were treated in humic acids solution for 24 hours. Then germs were separated from cotyledons. Nucleic acid content was determined in each of them. It was observed that RNA content in one germ decreased and DNA content increased under the humic acid activity, but RNA content increased and DNA content decreased in the cotyledons.

Т. С. ГАМИДОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕЙОЗА У МЕЖРОДОВЫХ ГИБРИДОВ  
ПЕРВОГО ПОКОЛЕНИЯ *T. ARARATICUM* JAKUBZ. ×  
× *A. VENTRICOSA* TAUSCH., *A. VENTRICOSA* × *T.*  
*DICOCCUM* SCHUBL.

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Н. Д. Мустафаевым)

Отдаленная гибридизация имеет большое теоретическое и практическое значение. Сама природа поставила в больших масштабах опыт по скрещиванию отдаленных видов и родов. Спонтанные гибриды диких и культурных растений известны давно. Через гибридизацию и полиплоидию с участием эгилопса возникли тетраплоидные и гексаплоидные виды рода *Triticum* L.. Без познания путей происхождения пшеницы и без правильной идентификации доноров ее геномов не возможен ресинтез видов пшеницы, а также ее новых видов.

Мнения о происхождении гексаплоидной пшеницы расходятся [1—7].

Ряд авторов считает, что гексаплоидная пшеница возникла в результате скрещиваний тетраплоидной пшеницы с диплоидным видом эгилопса — *A. cylindrica* Host. [2,6].

Некоторые исследователи считают, что геном Д мог быть передан гексаплоидной пшенице *A. squarrosa* L. [5,7].

Некоторые ученые выделили растения типа гексаплоидной пшеницы во втором поколении от гибридизации тетраплоидной пшеницы с *A. Ventricosa* [1,4].

В связи с этим представляет интерес изучение мейоза у межродовой комбинации с участием эгилопса, имеющего геном Д.

С этой целью нами в 1979 г. были получены межродовые гибриды первого поколения *T. araraticum* × *A. ventricosa*, *A. ventricosa* × *T. dicoccum* и был исследован мейоз у этих растений.

Как показали анализы, мейоз *T. araraticum* × *A. ventricosa* протекает с большими нарушениями. В метафазе I мейоза наблюдаются 28 унивалентов, которые в анафазе расходятся к полюсам хаотично. Из всех исследованных клеток МКП не было ни одной с нормальным течением мейоза. Из нарушений в анафазе I мейоза наблюдали искривление веретена, трехполюсные клетки, хромосомные мосты и т. д. В некоторых клетках в стадии анафазы I наряду с нормально спирализованными хромосомами встречались деспирализованные хромосомы. Телофаза I мейоза протекает с большими нарушениями, поэтому в дианде наблюдали в большом количестве микроядра. Аналогичные нарушения наблюдали и в анафазе II и телофазе II. Стадии образования тетрад была сильно нарушена, не наблюдалось ни одной нормальной клетки. В основном все тетрады были с микроядрами или наблюдались картины, где в отдельных клетках тетрады ядра были раздроблены на микроядра. Кроме этого, часто встречались пентады, гексады. В конечном итоге отмеченные нарушения мейоза отразились на озерненности гибридных растений, которые характеризовались полной стерильностью.

Ход мейоза у *A. ventricosa* × *T. dicoccum* по степени нарушений отличался от описанной выше комбинации. Анализ показал, что метафаза I мейоза имеет различное количество хромосом. В основном мы наблюдали 28 унивалентов. Наряду с этим встречались метафазы с 30, 32, 56 хромосомами. Очень редко встречались и бивалентные ассоциации. Количество их не превышало одного или двух и всегда открытого типа. Как и в первом случае, из нарушений встречались искривление веретена, трехполюсность, отставание хромосом, неравномерное расхождение и т. д.. После второго деления мейоза наряду с тетрадами мы наблюдали пентады, гексады. Однако следует отметить, что среди общего количества тетрад имели место и нормальные, т. е. тетрады, лишённые микроядер. По всей вероятности, эти тетрады образовывали жизнеспособные гаметы, которые в конечном итоге приводили к частичной озерненности гибридных растений.

Результаты исследований показали, что мейотическое деление у гибрида *A. ventricosa* × *T. dicoccum* характеризуется меньшей степенью нарушений, чем мейоз у *T. araraticum* × *A. ventricosa*, что обусловило частичную озерненность *A. ventricosa* × *T. dicoccum*.

Литература

1. Горгиядзе А. Д. Филогенетика грузинских эндемичных пшениц. Тбилиси. «Мец-тшерба», 1977.
2. Жуковский П. М. Культурные растения и их сородичи. «Колос», Л., 1964.
3. Мустафаев И. Д. Обобщение опубликованных работ на сонские ученой степени доктора наук, ВИР, Л., 1964.
4. Сорокина О. Н. Труды по прикладной ботанике, генетике и селекции, сер. II, 7, 1937.
5. Belea A. Acta agronomica Acad. Sci. Hung., 1968, T. XVII, F. 1—2.
6. E. S. Mc. Fadden and F. R. Sears. Journ. of Heredity, v. 37, N3, 1964.
7. Persival J. The wheat plant. London, 1921.

Институт генетики и селекции

Поступило 23. VII 1980

Т. С. Гамидова

*T. araraticum* Jakubz × *A. ventricosa* Tausch. vs *A. ventricosa* ×  
*T. dicoccum* Schubl.

БИРИНЧИ НӘСИЛ ЧИНСАРАСЫ ГИБРИДЛӘРДӘ  
МЕЈОЗУН ӨЈРӘНИЛМӘСИ

Мәғаләдә *T. araraticum* × *A. ventricosa* vs *A. ventricosa* × *T. dicoccum* чинсарасы гибриdlәрин мејозу өјрәнилмиш vs мөјјән олмушдур ки, *T. araraticum* × *A. ventricosa* гибридиндә мејоз бөјүк позгунлуғларла кедир vs бунун нәтичәсиндә биринчи нәсил биткиләри стерил олур. Бу гибриdlән фәргли оларар *A. ventricosa* × *T. dicoccum* гибридиндә мејоздаки позгунлуғларла бахмајарар, онун тетрада мәрһәләсиндә нормал һүчәјрәләрә тәсадүф олунур vs бунун һесабына гибриdl биткиләрдә аз да олса дәл әмәлә кәлир.

T. S. Hamidova

MEIOSIS STUDY IN INTERGENERIC HYBRIDS OF THE FIRST  
PROGENY OF *T. ARARATICUM* JAKUBZ. × *A. VENTRICOSA*  
*TAUSCH.*, *A. VENTRICOSA* × *T. DICOCCUM* SCHUBL.

The results showed that *T. araraticum* × *A. ventricosa* hybrids are characterised by the larger degree of breaches in the process of meiosis than *A. ventricosa* × *T. dicoccum*. This stipulates the partial seed productivity of the latter.



С. А. КУРБАНОВА

## БАКИНСКИЙ СОВЕТ И КРАСНАЯ АРМИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Дж. Б. Гулиевым)

Шестьдесят лет отделяют нас от того исторического дня, когда части Красной Армии, выполняя свой интернациональный долг, пришли в Баку. Этот немеркнущий подвиг увековечен в величественном монументе, открытие которого состоялось 18 апреля 1980 года. На митинг, посвященный этому событию, собрались тысячи трудящихся столицы Азербайджана, представители частей Бакинского гарнизона. С яркой речью выступил первый секретарь ЦК Компартии Азербайджана Г. А. Алиев. Он отметил, что азербайджанский народ никогда не забудет героического подвига XI Красной Армии, что открытие монумента является символом беспредельной верности нашего благодарного народа<sup>1</sup>.

Освещение славной истории XI Красной Армии, ее помощи азербайджанскому народу является одной из важных задач историков Азербайджана. Мы на примере деятельности Бакинского Совета в 1920—1925 гг. стремимся показать заботу и внимание трудящихся Баку в отношении воинов Красной Армии, свидетельствующие о неразрывном единстве советских вооруженных сил и народа.

Вскоре после установления Советской власти в Азербайджане, 25 мая 1920 года, в Баку и в его рабочих районах (Балаханы, Сабунчи, Сураханы, Баладжары, Бинагады, Белый город, Черный город, Баиллов, Биби-Эйбат, Портово-Морской, Завокзальный) были созданы Советы рабочих, красноармейских и матросских депутатов. В Бакинский Совет было избрано 576 депутатов, из которых 455 были представителями рабочих и служащих, остальные представляли Красную Армию и Морской флот<sup>2</sup>. Таким образом, около 15 процентов его депутатов (111 человек) составляли представители красноармейцев и моряков.

С первых же дней своей деятельности Бакинский Совет под руководством Коммунистической партии принял участие в проведении революционных преобразований. Мимо поля зрения Совета не проходил ни один важнейший вопрос жизни не только города, но и всей республики. Особое внимание было уделено Советам Красной Армии.

На заседании Бакинского Совета широко отмечались годовщины Красной Армии. Празднуя четвертую годовщину Красной Армии, в ознаменование заслуг перед трудящимися Азербайджана были вручены знамена воинским частям Армии и Флота, расположенным в Баку<sup>3</sup>. 23 февраля 1925 года состоялось торжественное заседание пленума Бакинского Совета совместно с представителями партийных, советских и военных организаций, посвященное годовщине Красной Армии. По докладу А. Г. Караева была принята резолюция, в которой выражалась большая признательность Красной Армии, «забота о которой будет по-прежнему в центре внимания бакинского пролетариата»<sup>4</sup>.

Бакинским Советом была проведена большая работа по организации помощи Красной Армии и Флоту, часто организовывались «Недели Красной казармы». В резолюции, принятой 4 февраля 1921 года, Бакинский Совет призывал «главное внимание направить на ремонт красноармейских казарм». Далее подчеркивалось, что «усиленный труд у бурильных станков, на вышках, на перегонных заводах и в доках — самая яркая признательность бакинского пролетариата красным бойцам в неделю казармы»<sup>5</sup>.

В декабре 1921 года при Бакинском Совете было организовано пять секций, в том числе и военная секция. При военной секции функционировала комиссия по улучшению быта Красной Армии, которой был оборудован госпиталь Каспийского флота, отремонтированы казармы, для военных выделен дом отдыха, красноармейцам выдавалась материальная помощь. Одновременно комиссией организовывались лекции, концерты, ставились спектакли<sup>6</sup>. 4 февраля 1923 года на заседании военной секции было принято решение «о сосредоточении внимания на положении красноармейца»<sup>7</sup>. На заседании военной секции 15 октября 1923 года была организована «Комиссия помощи инвалидам»<sup>8</sup>.

Бакинским Советом было принято постановление освободить военное ведомство от коммунальных расходов<sup>9</sup>.

Значительно усилилась работа военной секции с демобилизованными. В 1924 году на учете было 1500 безработных демобилизованных красноармейцев и краснофлотцев. В результате усиленной работы секции удалось разместить 1004 человека на работу по предприятиям и учреждениям<sup>10</sup>.

Бакинский Совет брал шефство над воинскими частями РСФСР. В частности, 2 февраля 1922 года Советом было решено взять шефство над второй московской бригадой курсантов<sup>11</sup>. Бакинский Совет взял шефство над артиллерийским дивизионом, распложенным в Баку<sup>12</sup>. К концу 1922 года Совет являлся шефом 5 воинских частей: четвертого кавказского стрелкового полка, второго военного госпиталя, роты связи степинской дивизии, конвойной стражи республики и второй дивизионной учебной школы<sup>13</sup>. Следует отметить, что наряду с другими видами помощи Бакинским Советом ежемесячно выделялась подшефным частям материальная помощь<sup>14</sup>.

На все эти мероприятия красноармейцы отзывались с чувством большой благодарности. На своих конференциях, собраниях красноармейцы выражали признательность бакинскому пролетариату.

В тяжелые годы голода 1921—1922 гг. воины XI Красной Армии пытались помочь тем, кто мог, бакинским рабочим. Красноармейцы стрелкового полка отчислили из своего пайка 170 пудов муки для бесплатной раздачи ее бакинским рабочим<sup>15</sup>. Армейская партийная организация постановила произвести отчисление в пользу бакинских рабочих «пшеницы хлеба из армейского пайка в течение двух недель по всей XI Армии»<sup>16</sup>.

16 июля 1922 года в день своего полкового праздника 4-й Кавказский стрелковый полк послал приветствие Бакинскому Совету<sup>17</sup>.

Общее собрание военных моряков Каспийского флота 25 февраля 1924 года принял резолюцию, одобряющую деятельность Бакинского Совета<sup>18</sup>.

На расширенной беспартийной красноармейской конференции частей Степинской дивизии совместно с представителями Каспийского Военного флота было принято приветственное письмо Бакинскому Совету,

где отмечалось: «мы сроднились с бакинскими рабочими, которые дали нам не только идейную, но и материальную поддержку»<sup>19</sup>.

Общее собрание красноармейцев и комполит состава гарнизона Баку 18 июля 1924 года горячо одобрил плодотворную деятельность Бакинского Совета на благо трудящихся<sup>20</sup>.

Большая работа Бакинского Совета в деле улучшения быта и положения красноармейцев и рассматриваемый период отмечалась неоднократно на общebaкинских партийных конференциях. Например, на XII общebaкинской конференции в июне 1923 года отмечалась плодотворная работа Совета в области улучшения быта Красной Армии<sup>21</sup>. О вкладе Бакинского Совета в улучшение жилищных условий красноармейцев говорилось в резолюции, принятой на XV общebaкинской партийной конференции, где отмечалось, что «главным образом расходы на ремонт помещений войсковых частей, на постройку новых казарм делает Бакинский Совет»<sup>22</sup>.

Таким образом, можно сформулировать следующие положения, которые целесообразно взять за основу дальнейшего изучения данного вопроса:

в изучаемый период трудящиеся Баку в лице своего органа власти — Бакинского Совета — установили тесный контакт с воинами Красной Армии, проявляли о них большую заботу, шефствовали над частями местного гарнизона, оказывали им всестороннюю помощь;

представители воинских частей в качестве депутатов Бакинского Совета участвовали в его многогранной государственной и общественной политической деятельности;

связывание крепкими узами дружбы с трудящимися Баку воины Красной Армии стремились помочь им в борьбе за восстановление народного хозяйства.

Сложившиеся с первых лет Советской власти прочное единство армии и народа с особой силой проявляется в период развитого социализма. «Подобно тому, — отмечает министр обороны СССР Маршал Советского Союза Д. Ф. Устинов, — как могучее дерево глубоко уходит своими корнями в питающую его землю, так и Советские Вооруженные Силы черпают свою мощь в народе. Животворные узы, связывающие армию и народ, по мере нашего движения к коммунизму все более обогащаются, совершенствуются, крепнут»<sup>23</sup>.

#### Литература

1. Газ. «Бакинский рабочий», 19 апреля 1980 г.
2. Газ. «Коммунист», 17 июня 1920 г.
3. Краткий отчет Бакинского Совета крестьянских, красноармейских и матросских депутатов третьего созыва. Баку, 1922. стр. 6.
4. «Красный Баку», № 2—3, 1925, стр. 53.
5. Газ. «Бакинский рабочий», 9 февраля 1921 г.
6. Газ. «Заря Востока», 11 декабря 1923 г.
7. ЦГАОР Азерб. ССР, ф. 1933, оп. 1, ед. хр. 157, л. 2.
8. Газ. «Бакинский рабочий», 17 октября 1923 г.
9. Отчет фракции АКП(б) Баковского (к XI Бакинской парт. конф.). Баку, 1922. стр. 15.
10. Бакинский Совет за 10 лет (1920—1930 гг.). Баку, 1930, стр. 46.
11. ЦГАОР Азерб. ССР, ф. 379, ед. хр. 3261, л. 6.
12. Газ. «Бакинский рабочий», 5 февраля 1922 г.
13. Там же, 21 ноября 1922 г.
14. ЦГАОР Азерб. ССР, ф. 411, оп. 5, ед. хр. 117, л. 28.
15. Газ. «Коммунист», 30 июня 1920 г.
16. Газ. «Красный воин», 5 февраля 1922 г.
17. ЦГАОР Азерб. ССР, ф. 1933, оп. 1, ед. хр. 135, л. 75.
18. Там же, ед. хр. 28, л. 42.
19. Там же, л. 44, 20, 138.
20. Стенографический отчет XII Общebaкинской конференции АКП(б), 1923, стр. 135.
21. Газ. «Бакинский рабочий», 27 ноября 1925 г.
22. 60 лет Вооруженных сил СССР. Документы и материалы. М., 1978, стр. 32.

Институт истории

Поступило 11. XII 1980

C. A. Gurbanova

#### БАКЫ СОВЕТИ ВЭ ГЫЗЫЛ ОРДУ

Мәгаләдә 1920—1925-чи илләрдә Бақы эһмәткешләринин Гызыл Орду әскәрләри-  
лә әлағәләри вә бирлији, онларын иттифағынын даһа да мөһкәмләндирилмәсиндә Бақы  
Советинин кенеш фәалијјәти өз әксии тапмышдыр.

S. A. Gurbanova

#### BAKU SOVIET AND THE RED ARMY

The article deals with the care and the attention of the working people of Baku with respect to the soldiers of the Red Army on the example of the activity of Baku Soviet during 1920—1925, which witnessed the indissoluble unity of Soviet armed forces with the people.

С. Н. МИРМАҢМУДОВА

**ЕРМӘНИСТАН ССР-ин ТОПОНИМИЈАСЫНДА АЗЭРБАЙҶАН МӘНШӘЛИ БӘЗИ ЕТНОТОПОНИМЛӘР ҺАГГЫНДА**

(АзэрбайҶан ССР ЕА академики М. Ш. Ширәлијев тәғдим етмишдир)

Ермәнистан ССР эразисиндә АзэрбайҶан (түрк) мәншәли бир сыра гәдим тајфаларын адлары илә бағлы топонимләр вардыр. Лакин индијәдәк нә Ермәнистан, нә дә АзэрбайҶан топонимикасында бу етнотопонимләрнин мәншәјинә анд хусуси тәдгигат әсәри јазылмамышдыр. Һалбуки, гәдим түрк тајфаларынын адларыны сахламыш топонимләрнин өјрәнилмәси, бир тәрәфдән һәмнин тајфаларын Загафгазијада ареалларынын мүәјјән едилмәси, диқәр тәрәфдән. Ермәнистанда јашајан азэрбайҶанлыларын мәншәјинин ајдынлашдырылмасы бахымындан елми әһәмијјәтә малиқдир.

Мәнбәләрдә XII әсрдә Загафгазијаны ишғал етмиш Сәлчуг оғузларын 24 тајфасынын адлары гејд олуимушдур (9; 12, 78). Онлардан једдисинин — Бајандур, Јивә, Қаркын, Ејмур, Әфшар, Чәпни вә Хәләч тајфаларынын адлары кичик фонетик дәјишикликләрлә индијәдәк Ермәнистан ССР-ин топонимиясында галмышдыр.

Бајандур етноними ики Бајандур<sup>1</sup> (Ахурјан вә Горис рајонлары) кәндинин адында әкс олуимушдур. Јува<sup>2</sup> (Арташат рајону), Чәбни (Гафан рајону) вә Хәләч (јенә орада) кәндләринин адлары исә, оғузларын Јивә, Чәпни вә Хәләч етнонимләри илә бағлыдыр. Бу һагда хусуси мәгалә јазмыш Ә. һүсәјизадәјә кәрә, һәмнин тајфалар Загафгазијаја XII әсрдә кәлмишләр (4). Ејмур тајфасынын ады Ермәнистан ССР-ин топонимиясында Имирли (Ејмурлудан тәһриф) формасында сахламышдыр. Гејд едилмәлидир ки, АзэрбайҶан ССР эразисиндәки Емир вә Имирли топонимләри дә Ејмур етнониминин фонетик шәкли һесаб едилир (3). Нәһәјәт, Қаркын тајфасынын ады Јухары Гархун вә Ашағы Гархун (Ечмиадзин рајону) кәндләринин адларында әкс олуимушдур<sup>3</sup>.

XIII — XIV әсрләрдә Иранда вә Ирагда јашамыш Гарагојунлулар XV әсрин әввәлләриндә һакимијјәт уғрунда мубаризәјә башлајараг 1410 — 1468-чи илләрдә Загафгазија да дахил олмагла Өн Асијада бөјүк дөвләт јаратмышдылар. 1468-чи илдә онларын һакимијјәтинә Ағгојунлулар сон гојдугдан сонра Гарагојунлуларын бир һиссәси Ермәнистанда јашамаға башламышлар (10). Ермәнистан ССР-ин топонимиясында индики Раздан рајонунда Гарагојунлу адлы топоним дә шүбһәсиз ки, бу заман јаранмышдыр.

Ермәнистан ССР-ин топонимиясында бир нечә топоним XV — XVI

<sup>1</sup> Горис рајонундаки Бајандур кәндинин ады сон илләрдә дәјишидириләрәк Вага-тур гојулмушдур.

<sup>2</sup> Сон илләрдә бу кәнди ады дәјишидириләрәк Шаумјан гојулмушдур.

<sup>3</sup> Сон илләрдә бу кәндләрнин ады дәјишидириләрәк Чрарат вә Аракс гојулмушдур.

әсрләрдә АзэрбайҶанда Сәфәвиләрнин һәрби дајағыны тәшкил етмиш Гызылбаши тајфаларынын адларыны әкс етдириләр. Мәнбәләрдә Гызылбашиларын тәркибиндәки тајфалар ичәрисиндә Гачар, Әфшар, Түрк-мән, Бајбурдлу, Талыш вә б. адлар гејд олуур (10).

Һәмнин тајфаларын адлары Ермәнистанда Гачаран, Әфшар, ики Түркмәнли<sup>4</sup>, Талыш<sup>5</sup> вә Бајбурд топонимләриндә галмагдадыр. Совет тарихчиси И. П. Петрушевски јазыр ки, Сәфәви шаһлары Гызылбаши тајфаларына АзэрбайҶан вә Ермәнистанда јерләр верирдиләр (10 — 92). Һәмнин тајфаларын Ермәнистанын топонимиясында из бурахмасы да буһуила әлагәдардыр.

Кечән әсрин II јарысына анд әдәбијјатдан мә'лум олур ки, Зәнкәзур гәзасында Баһарлы, Софулу, Дәрзили вә Бәркүшад тајфалары малдарлыгла мәшғул олдуғларына кәрә АзэрбайҶан вә Ермәнистанын сәрһәд рајонларында јајлағлары варды (13). Көрүнүр, бу тајфаларын мүәјјән һиссәләри сонрлар Ермәнистанда мәскунлашмышлар. Чүнки Ермәнистанда Баһарлы (Гафан рајону), Софулу (Сисјан рајону), вә Бәркүшад (Октемберјан рајону) адлы кәндләр мөвчуддур.

Софулу кәндиндә ағсаггалларын вердији мә'лумата кәрә онлар мәншәчә АзэрбайҶандан Кәнкәрли тајфасына мәнсубдурлар. Һәнгигәтән дә, XIX әсрин әввәлләринә анд мәнбәдә дә Кәнкәрлиләрин бир голунун Софулу олмасы гејд олуимушдур (15). Буну һабелә Гукасјан рајонунда бир дағын «Кәнкәр дағы» адланмасы да кәстәрир. Ермәнистандаки Гуши кәндинин (Әзизбәјов рајону) ады исә Дәрзили тајфасынын Гуши тирәсинин (6) ады илә бағлыдыр. Мә'лум олдуғу кими Гуши вә ја Гушчу кениш ареала мәнсуб гәдим түрк мәншәли тајфа һесаб олуур (5). Н. В. Пигулевскаја јазыр ки, бу тајфанын әсл ады Гуши олмушдур (11) вә гәдим кушан етноними дә мәнз бу етнонимлә әлагәдардыр (11).

XIX әсрин II јарысына анд бир мәнбәдә АзэрбайҶанда Газах тајфасынын Чахырлы вә Кәркибашлы адлы тирәләринин дә адлары кәстәрилир (15). Ермәнистан ССР эразисиндә Чахырлы (Варденис рајону) вә Кәркибашлы (јенә орада) кәндләринин вә һабелә Газах адлы кәндләрнин мөвчуд олмасы кәстәрир ки, газахлыларын мүәјјән һиссәси орада мәскунлашмыш вә гејд едилән кәндләрә ад вермишләр. Буну һәмнин кәндләрдән топладығымыз шиһаһи материаллар да тәсдиг едир. Һәмнин кәндләрнин әһалиси инди дә Газах диалектиндә данышырлар.

Кечән әсрдә АзэрбайҶанда јашамыш тајфалардан бири Коланы адланырды. И. Шопенә кәрә, Коланы күрд вә түрк мәншәли тајфалар (15). Диқәр мәнбәдән мә'лумдур ки, коланылар Гарабагда, Тәртәр-чајын јухары һөвзәләриндә вә Көјчә (Севан) маһалында малдарлыгла мәшғул олурдулар (7). Ермәнистандаки Коланы (Ечмиадзин рајону) кәндинин мөвчуд олмасы кәстәрир ки, коланыларын мүәјјән һиссәси орада да мәскунлашмышдыр.

Ермәнистан ССР-дә ики Ајрум<sup>6</sup> адлы кәнд дә вардыр (Туманјан вә Нојемберјан рајонлары). Мә'лум олдуғу кими, Ајрум адлы кәндләр АзэрбайҶанда да вардыр. Әли һүсәјизадәјә кәрә Ајрум етноними Сәлчуг-оғуз тајфаларындан олан Ејмурун фонетик шәклидир (4): Лакин Ермәнистанда һәм Ејмурлу, һәм дә Ајрум адлы топонимләрин мөвчуд олмасы кәстәрир ки, ајрум мүстәгил етнонимдир.

Нәһәјәт, Ермәнистанын топонимиясында Јајчы (Севан рајону) топоними дә диғгәти чәлб едир. Јајчы адлы кәндләр Нахчыван МССР-дә

<sup>4</sup> Сон илләрдә бу кәндләр Анага вә Лусарјут адландырылмышдыр.

<sup>5</sup> Сон илләрдә ады дәјишидириләрәк Аруч гојулмушдур.

<sup>6</sup> А. Н. Кононов. Родословная туркмен. Сочинения Абдул Гази хана Хивинского М., 1958, сәһ. 74.

дә вардыр. Гәмин ојконимләр исә Јајчы адлы бир түрк тајфасынын адыны әкс етдирр.

Јухарыда дејиләнләр көстәрир ки, Ермәнистан ССР-ин әразисиндә ки этнотопонимләрлә Азербайчандақы этнотопонимләр арасында тарихи бағлылыгы вә мәншә бирлији вардыр. Бу јахынлыгы һәр ики өлкәнин әразичә јахынлыгы вә XII әсрдә Загафгазијанын Сәлчуг оғузлары тәрәфиндән ишғал олунмасы илә изаһ олунур.

Чоғрафија Институту

Алынмышдыр 17. IX 1980

С. Н. Мирмахмудова

### О НЕКОТОРЫХ ЭТНОТОПОНИМАХ АЗЕРБАЙДЖАНСКОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ В ТОПОНИМИИ АРМЯНСКОЙ ССР

Топонимические параллели показывают, что тюркские этнонимы, баяндур, йива, каркын, халадж, эймур, афшар, чебни, яйджи, каджар, туркмен, кангар, кушчу, а также названия азербайджанских племен Колани, Айрум, Бахарлы отражены в ряде этнонимов Армянской ССР. Происхождения этих топонимов связаны в основном с завоеванием огузов-сельджуков Закавказья в XII веке.

S. N. Mirmakhmudova

### ABOUT SOME ETHNOTOPONYMS OF AZERBAIJAN ORIGIN IN ARMENIAN TOPONYMS

Turkish ethnonyms bajandur, jiva, kargin, khaladj, afshar, chebni, ejmur, kadjar, kushchu, kangar are reflected in Armenian toponyms.

## МҮНДӘРИЧАТ

### Ријазијат

- Ч. И. Мәммәдханов. Ән јахшы јахынлашма нәзәријәсинин локал теоремләри 3  
А. Д. Искәндәров, Р. Г. Тағыјев. Әмсалларына идарәетмә дахил олан гејри-стационар квазихәтти тәнликләр үчүн оптималлашдырма мәсәләләри 8  
Р. Ә. Шәфијев. Мәһдуд операторларын псевдачевириәмәси һағында 13  
С. К. Абдуллајев, В. С. Гулијев. Анизотроп сингулар оператор кәсилмәз функцијалар фәзаларында 18

### Магнит һадисәләри физикасы

- Ј. М. Сејидов, М. Б. Гүсејнов, Н. Г. Гүсејнов. Атом һалларынын мультиплетлијини нәзәрә алдыгда «јүнкүл мүстәви» тип анизотропијалы антиферромагнит диелектрикләрини енержи спектри 23

### Јарымкечиричиләр физикасы

- Е. Ј. Салајев, Н. Ј. Сәфәров. InGaTe<sub>2</sub> кристалынын ИГ узундалгагы гајытма спектри 29  
И. М. Әлијев, А. Р. һачыјев, Б. һ. Тағыјев. GaSe монокристалынын скентон удулмасы областында фотокечиричилији 32  
Һ. Х. Әждәров, Ә. С. Гәнијев, М. һ. Шаһтахтински. Керманум-силиснум бәрк мәһлулларында дајаз акцептор мәркәзләрини әсас ашгар сәвијәләрини енержи спектри вә дешикләрини еффектив күтләси 36

### Техника

- Ј. В. Қаллиников, Ф. М. Аллаһвердијев, Т. А. Хәлилов. Вентилли асинхрон електрик интегралын фазалы идарәетмә үсулларындан бири һағында 41

### Техники кибернетика

- Ј. Б. Гәдимов, А. И. Мәммәдов, Б. А. Әскәрзадә, Р. М. Әлијев. Макистрал нефт мәһсуллары кәмерииндә ики нефт мәһсулуун ардычылы вурулмасы заманы баш верән кечид процессләрини әдәди һесаблинма үсулу 45

### Гејри-үзви кимја

- Һ. С. Тејмуров, М. И. Чырагов, Х. С. Мәммәдов. Баглајычылыгы хәссәсини ашкара чыхмасына даир 49

### Үзви кимја

- Ч. Х. Егеону, М. М. Мөвсүмзадә, П. А. Гурбанов. Бә'зи диһалокенефирләрини морфолли вә пиперидинлә гаршылыгы тәспир 52

### Нефт кимјасы

- Ф. Р. Бабајев, Г. С. Ованесова. Нефтин тәдгигиндә дериватографија үсулууну тәтбиғ имкалларынын өјрәнилмәси 57

### Кеокимја

- Ш. Ч. Мусајев. Дәлидағ массивини гранитоидләриндә молибденин вә мисин кеокимјасынын бә'зи мәсәләләри 61

### Биокеокимја

- Ак. А. Әлизадә, Ә. М. Мәммәдәлизадә. Ехиноидләрин чанағларында мис вә гурғушун элементләрини пајланмасы 65

Физиолокија

Ж. Б. Исмајлов, М. Н. Әлијев. Нормада ва экспериментал гипо-  
галактија шәрәтиндә пролактинин эмәлә кәлмәсинә ва сүдүн секретсијасына гипо-  
таламик нәзарәтдә флушириленнин тәсиринин моноаминеркик механизми . . . . . 68

Битки физиолокијасы

**М. А. Әлизадә**, Ш. И. Качыјева. Памбыг тохумларыны гумин тур-  
шусу плә ишләдикдә нуклеини туршуларынын мигдарынын дәјишилмәси . . . . . 73

Кенетика

Т. С. Хәмидова. *T. araraticum* Jakubz. × *A. ventricosa* Tausch ва  
*A. ventricosa* × *T. discocum* Schubl. биринчи нәсия чинсарасы гибридиләрдә  
мејозуи өјрәнилмәси . . . . . 76

Тарих

С. А. Гурбанова. Баки Совети ва Гызыл Орду . . . . . 78

Топонимија

С. Н. Мирмаһмудова. Ермәнстан ССР-ни топонимијасында Азәрбај-  
чан мәншәли бәзи этнопонимләр һаггында . . . . . 82

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

Дж. И. Мамедханов. Локальные теоремы наилучшей аппроксимации . . . . . 3  
А. Д. Искендеров, Р. К. Тагнев. Задачи оптимизации с управлениями  
в коэффициентах нестационарных квазилинейных уравнений . . . . . 8  
Р. А. Шафиев. О псевдообращении ограниченных операторов . . . . . 13  
С. К. Абдуллаев, В. С. Гулиев. Анизотропный сингулярный оператор  
в пространствах непрерывных функций . . . . . 18

Физика магнитных явлений

Ю. М. Сендов, М. Б. Гусейнов, Н. Г. Гусейнов. Энергетический  
спектр антиферромагнитных диэлектриков с анизотропией типа «легкая плоскость»  
с учетом мультиплетности атомных состояний . . . . . 23

Физика полупроводников

Э. Ю. Салаев, Н. Ю. Сафаров. Длинноволновое ИК-отражение кри-  
сталлов  $InGaTe_2$  . . . . . 29  
И. М. Алиев, А. Р. Гаджиев, Б. Г. Тагнев. Фотопроводимость GaSe  
в области экситонной полосы поглощения . . . . . 32  
Г. Х. Аждаров, А. С. Ганиев, М. Г. Шахтактинский. Энергетиче-  
ский спектр основных состояний мелких акцепторных центров и эффективные мас-  
сы дырок в кристаллах твердых растворов германия с кремнием . . . . . 36

Техника

Ю. В. Калинин, Ф. М. Аллахвердиев, Т. А. Халилов. Об од-  
ном способе фазового управления вентиляемым асинхронным электроприводом . . . . . 41

Техническая кибернетика

Я. Б. Кадымов, А. И. Мамедов, Б. А. Аскерзаде, Р. М. Алиев.  
Численный метод расчета нестационарных процессов в магистральных продукто-  
проводах при последовательной перекачке двух нефтепродуктов . . . . . 45

Неорганическая химия

Г. С. Теймуров, М. И. Чирагов, Х. С. Мамедов. К проявлению вя-  
жущих свойств . . . . . 49

Органическая химия

Ч. Х. Эгеону, М. М. Мовсумзаде, П. А. Гурбанов. Взаимодействие  
некоторых дигалогенэфиров с морфолином и пиперидином . . . . . 52

Химия нефти

Ф. Р. Бабаев, Г. С. Ованесова. Изучение возможности применения де-  
риватографического метода к исследованию нефтей . . . . . 57

Геохимия

Ш. Д. Мусаяев. Некоторые вопросы геохимии молибдена и меди в гранитои-  
дах даладагского массива (Малый Кавказ) . . . . . 61

Биогеохимия

Ак. А. Ализаде, А. М. Мамедализаде. Распределение меди и свинца в  
панцирях эхиноидеа . . . . . 65

Ю. В. Исмаилов, М. Т. Алиев. Влияние доуниризации на жонглирование  
 ринский механизм оптоэлектрического контроля образования протопластины и на  
 сокращение клеток в норме и при экспериментальной гипоталамической

Физиология растений

М. А. Алиев, Ш. М. Гаджиева. Изменение в содержании нуклеиновых  
 кислот в семенах хлопчатника при обработке их гуминовой кислотой

Ботаника

Т. С. Гамидова. Исследование мейоза у мекродиващего гибрида первого  
 поколения *T. arvensis* L. x *T. esculenta* L. var. *esculenta* L. и  
*T. discolor* Schrad.

История

С. А. Курбанова. Бакинские совет и Красная Армия

Топонимия

С. Н. Мирмахмудова. О некоторых этимологиях азербайджанского  
 происхождения в топонимии Армянской ССР

гал:  
пот:

шус

А.  
ме:

ча:

9. Текст статьи печатается на одной стороне листа формата А4 (или А5) с  
 не менее стандартного размера, с полем в 20 мм (или 25 мм) по  
 одной стороне по 20-30 мм по другим. В конце статьи должна быть  
 вставка и индекс.

Статья, подготовленная на персональной машине, на принтере

10. Текст статьи должен быть выдан в печать, подписан автором и  
 подписан автором в печать. В рукописи должны быть указаны  
 телерадиоцентр, дата и время. При подготовке статьи необходимо  
 обязательно указать в тексте все необходимые сведения (сроч-  
 не обсуждается) необходимые для публикации.

11. Математические и логические символы и знаки в тексте статьи  
 выписаны четко. Следует избегать использования прописных, строчных, кривых  
 и не показывать символы вместо цифр. В тексте статьи обязательно  
 обязательно указывать в квадратных скобках формулы единиц и  
 странам. Желательно использовать латинские буквы на которых  
 Подчеркивание и наклонение знаков в статье следует избегать  
 сверху и снизу.

Греческие буквы нужно обозначать (в скобках) красным начертанием. В тексте  
 чешского шрифта и греческого в греческом не выделяются, поэтому  
 подчеркивать черным, буквы латинского греческого шрифта  
 полет (например,  $\pi$  буква).

Во избежание ошибок следует четко обозначать прописные (заглавные) и строч-  
 ные буквы латинского алфавита, включая особое начертание (S, K, P, G, G,  
 U, V, и т. д.) буквы W и W, букву I и римскую единицу I, в тексте  
 скую цифру 1 и римскую I, (использовать черту) I и штрих и индексы, I (латин-  
 ское «эл») и e. Прописные буквы подчеркиваются карандашом двумя черточками  
 (C), а строчные — сверху (c).

Следует избегать знаков типа - (ромб),  $\otimes$ ,  $\ominus$ ,  $\odot$ ,  $\square$ ,  $\square$ ,  $\square$ ,  $\square$ ,  $\square$ ,  $\square$ ,  
 (крючки) над и под буквами, а также знаков

$\times$ ,  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\notin$ ,  $\notin$

Латинские названия выписываются на машинке.  
 Слова «теорема», «лемма», «предложение», «определение», «замечание» и т. п. сле-  
 дует подчеркивать штриховой чертой, а текст утверждений типа теорем — волнистой  
 чертой (исключая математические символы).

При выборе единиц измерения рекомендуется придерживаться международной  
 системы единиц СИ.

12. При описании методики исследования следует ограничиваться оригинальной  
 се частью. При элементном анализе приводить только усредненные данные.

13. Необходимо тщательно проверить написание местных географических назва-  
 ний.

14. Цитированная литература приводится общим списком на отдельной страни-  
 це: ссылки в тексте даются порядковым номером в круглых скобках над строкой  
 (например, <sup>1</sup>). Список литературы оформляется следующим образом:

для книг: инициалы и фамилия авторов, полное название книги, место и год  
 издания;

для журнальных статей: инициалы и фамилия авторов, название журнала, номер  
 тома, номер выпуска, страница и год издания.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

15. Все статьи должны иметь резюме на английском языке, кроме того статьи  
 написанные на русском и азербайджанском языках должны иметь резюме на азербай-  
 джанском и на русском соответственно.

Публикация статьи в «Докладах» не препятствует напечатанию расширенного ее  
 варианта в другом периодическом издании.

Сдано в набор 5 VIII 1981 г. Подписано к печати 5 VIII 1981 г. ФГ 20935.  
 Формат бумаги 70x100<sup>1/16</sup>. Бумага типографская № 1. Гарнитура шрифта литер.  
 Печать высокая. Печ. лист. 7,70. Уч.-изд. лист. 6,56. Тираж 655. Заказ 239.  
 Цена 40 коп.

Издательство «Эл». 370143 Баку-143, проспект Нариманова, 31,  
 Академгородок, Главное здание  
 Типография «Красный Восток» Государственного комитета Азербайджанской ССР  
 по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
 Баку, ул. Ази Асланова, 80.

Вопросы, связанные с...  
в соответствии с...  
на основании...

Согласно...  
в целях...  
для обеспечения...

В целях...  
в соответствии с...  
на основании...  
с целью...

Вопросы, связанные с...  
в соответствии с...  
на основании...

Согласно...  
в целях...  
для обеспечения...

В целях...  
в соответствии с...  
на основании...  
с целью...