11-108

ISSN 0002-3078

АЗƏРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫ

АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МƏ'РУЗƏЛƏР
# ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXVII ЧИЛД

1981 • 7

ДАН Азерб. ССР публикует краткие сообщения об оригинальных, нигде не печатанных ранее, результатах научных исследований, представленные академиками АН Азерб. ССР, которые тем самым берут на себя ответственность за научные достоинства представляемой статьи.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов, без определенных выводов и обобщений, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особо интересных для науки находок).

Будучи органом срочной информации, журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает и отбирает к печати статьи, объем которых допускает их публикацию в установленные решением Президиума АН Азерб. ССР сроки.

В связи со всеми перечисленными ограничениями отклонение статьи редакцией «Доклады АН Азерб. ССР» означает только, что она не согласуется с требованиями и возможностями этого журнала и не исключает ее публикации в других изданиях.

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Доклады АН Азерб. ССР» просит авторов руководствоваться приведенными правилами и надеется, что авторы ознакомятся с ними прежде, чем пришлют статью в редакцию.

**Статьи, присланные без соблюдения этих правил, к рассмотрению не принимаются.**

1. Статьи, направляемые в редакцию, должны иметь представление члена АН СССР или академика АН Азерб. ССР, если оно требуется (см. выше).

Статьи с просьбой направить их на представление редакцией не принимаются.

2. Статья публикуется по мере поступления. Единственным поводом для внеочередной публикации является исключительная важность сообщения и соображения приоритета. Для этого необходимо специальное решение редколлегии.

3. Как правило, редакция направляет представленные статьи на рецензию.

4. «Доклады» помещают не более трех статей одного автора в год. Это правило не распространяется на членов АН СССР, академиков Академии наук Азерб. ССР.

5. Авторы должны определить раздел, в который следует поместить статью, а также дать индекс статьи по Универсальной десятичной классификации (УДК). К статье прилагается отпечатанный на машинке реферат в двух экземплярах, предназначенный для передачи в один из реферативных журналов ВИНИТИ.

6. В конце статьи нужно указать полное название учреждения, в котором выполнено исследование, фамилии всех второв, а также полный почтовый адрес и номер телефона (служебный и домашний) каждого соавтора.

Кроме того, авторский коллектив должен указать лицо, с который редакция будет вести переговоры и переписку.

7. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рссматривается редколлегией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответом на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

8. В «Докладах» публикуются статьи, занимающие не более $^1/_4$ авторского листа (6 страниц машинописи). В этот объем входят текст, таблицы, библиография (не больше 15 источников) и рисунки, число которых не должно превышать четырех, включая и обозначения «а», «б» и т. д. в том числе вклейки на мелованной бумаге. Вклейки даются только для микрофотографий большого увеличения. Штриховые рисунки (карты, схемы и т. п.) на вклейках не печатаются, а даются на кальке. Текст и графический материал представляются в двух экземплярах. Повторение одних и тех же данных в тексте, таблицах и графиках недопустимо. Рисунки должны быть выполнены четко, в формате, обеспечивающем ясность передачи всех деталей. Фотографии представляются на глянцевой бумаге. Подписи к рисункам должны быть напечатаны в 2-х экземплярах через два интервала на отдельной странице. На обороте рисунков мягким карандашом указываются фамилии авторов, название статьи и номер рисунка.

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫ
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МӘ'РУЗӘЛӘР
# ДОКЛАДЫ

## ТОМ Х

„ЕЛМ" НӘ

Адрес: г. Баку, Коммунистическая, 10. Редакция „Известий Академии наук Азербайджанской ССР".

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 517.9

МАТЕМАТИКА

Акад. АН Азерб. ССР Ф. Г. МАКСУДОВ, М. БАЙРАМОГЛЫ

# ФУНКЦИЯ ГРИНА ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

Пусть $H$—сепарабельное гильбертово пространство. Обозначим через $L_2(E_3, H)$ гильбертово пространство сильно измеримых функций $f(x)$ со значениями из $H$ таких, что

$$\int_{E_3} \|f(x)\|^2 dx < \infty,$$

где $E_3$—трехмерное евклидово пространство. Скалярное произведение элементов $f(x)$ и $g(x)$ из $L_2(E_3, H)$ определяется формулой

$$(f, g) = \int_{E_3} (f(x), g(x))\, dx$$

Пусть операторнозначная функция $q(x)$ удовлетворяет следующим условиям:

1) $D(q(x)) = D$ и $D$ всюду плотно в $H$, $q(x) = q^*(x) \geqslant E$ при каждом $x$ из $E_3$, $E$—единичный оператор в $H$.

2) $q(x)$ сильно непрерывна на множестве $D$

3) При $|x-\xi| \leqslant 1$

$$\|[q(x) - q(\xi)]\, q^{-\alpha}(\xi)\| \leqslant C;\ 0 < \alpha < 1,\ C = \text{const}$$

4) При $|x-\xi| > 1$

$$\|[q(x) - q(\xi)] \exp(-q(\xi)\, t)\| \leqslant Ct^{-\alpha} \exp\left(C' \frac{|x-\xi|^2}{t}\right),$$

$$0 < C' < \frac{1}{4},\ t > 0.$$

Обозначим через $L'$ оператор в $L_2(E_3, H)$, порожденный дифференциальным выражением

$$-\Delta + q(x)$$

на гладких финитных функциях со значениями в $D$. Учитывая условия 1), 2), легко видеть, что $L'$ определен на всюду плотном множестве из $L_2(E_3, H)$, является симметрическим и полуограничным снизу оператором. Поэтому $L'$ допускает замыкание. Предположим также, что замыкание $L$ оператора $L'$ является самосопряженным. В этой заметке мы показываем, что резольвента оператора $L$ является интегральным оператором с ядром типа Карлемана. Заметим, что функция Грина операторного уравнения Шредингера, когда $E_3 = (-\infty, \infty)$ при иных предположениях на $q(x)$ изучена в работе Б. М. Левитана [1]. Последнему случаю также посвящены работы [2—4].

## § 1. Функция Грина параболического уравнения, соответствующего оператору $L$.

Сперва изучим функцию Грина задачи

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t} = \Delta u - q(x)\,u \\ u(0, x) = \psi(x)\end{cases} \tag{1}$$

Обозначим через $G(t, x, \xi)$ функцию Грина задачи (1). Существование и свойства этой функции будем устанавливать в этом параграфе. Функцию $G(t, x, \xi)$ ищем по методу Э. Леви в виде

$$G(t, x, \xi) = G_0(t,\ x-\xi,\ \xi) + \int_0^t d\tau \int_{E_3} G_0(t-\tau,\ x-y,\ y)\,\varphi(\tau, y, \xi)\,dy, \tag{2}$$

где

$$G(t,\ x-\xi,\ \xi) = \frac{1}{8(\sqrt{\pi t})^3}\exp\left(-tq(\xi) - \frac{|x-\xi|^2}{4t}\right), \tag{2'}$$

$\varphi(t, x, \xi)$ подлежащая определению операторнозначная функция в $H$. Требуем, чтобы $G(t, x, \xi)$ удовлетворяла уравнению

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \Delta G - q(x)\,G \tag{3}$$

Тогда, производя дифференцирование в (2), получаем (формально) интегральное уравнение для функции $\varphi(t, x, \xi)$;

$$\varphi(t, x, \xi) = K(t, x, \xi) + \int_0^t d\tau \int_{E_3} K(t-\tau,\ x,\ y)\,\varphi(\tau, y, \xi)\,dy \tag{4}$$

Здесь

$$K(t, x, \xi) = (q(x) - q(\xi))(2\sqrt{\pi t})^{-3}\exp\left(-\frac{|x-\xi|^2}{4t} - q(\xi)\,t\right)$$

Уравнение (4) будем решать методом итераций. Заметим, что в дальнейшем иногда одними и теми же буквами мы будем обозначать различные постоянные. Сперва оценим ядро $K(t, x, \xi)$.

Пусть $|x-\xi| \leqslant 1$. Тогда, используя условие 3) имеем:

$$\left\|[q(x) - q(\xi)]\,e^{-tq(\xi)}\right\| = \frac{1}{t^\alpha}\left\|[q(x) - q(\xi)]\,q^{-\alpha}(\xi)\,t^\alpha q^\alpha(\xi)\,e^{-tq(\xi)}\right\| \leqslant \frac{C}{t^\alpha}$$

Отсюда, учитывая условие (4) для любых $t > 0$, $x$, $\xi$, можно писать:

$$\|K(t, x, \xi)\| \leqslant Ct^{-\alpha-\frac{3}{2}}\exp\left(-C'\frac{|x-\xi|^2}{t}\right),\quad C' < \frac{1}{4} \tag{5}$$

Примем, $\varphi_1(t, x, \xi) = K(t, x, \xi)$—первое приближение для уравнения (4). Тогда

$$\varphi_2(t, x, \xi) = \varphi_1(t, x, \xi) + \int_0^t d\tau \int_{E_3} K(t-\tau,\ x,\ y)\,\varphi_1(\tau, y, \xi)\,dy$$

Отсюда (см. также [5]).

$$\|\varphi_2 - \varphi_1\| \leqslant C^2\int_0^t d\tau \int_{E_3}\frac{1}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}+\alpha}}\cdot\frac{1}{\tau^{\frac{3}{2}+\alpha}}\,e^{-C'\frac{|x-y|^2}{t-\tau}}\,e^{-C'\frac{|y-\xi|^2}{\tau}}\,dy =$$



$$= C^2\int_0^t\frac{d\tau}{(t-\tau)^\alpha\,\tau^\alpha}\int_{E_3}\frac{e^{-C'\frac{|x-y|^2}{t-\tau}}}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{e^{-C'\frac{|y-\xi|^2}{\tau}}}{\tau^{\frac{3}{2}}}\,dy =$$

$$= C^2 B(1-\alpha,\ 1-\alpha)\left(\sqrt{\frac{\pi}{C'}}\right)^3 t^{\frac{4(1-\alpha)-5}{2}}\,e^{-C'\frac{|x-\xi|^2}{t}} \tag{5}$$

Аналогично оценивается $\|\varphi_3 - \varphi_1\|$, $\|\varphi_4 - \varphi_3\|$ и т. д. С помощью индукции можно показать, что

$$\|\varphi_n - \varphi_{n-1}\| \leqslant C^n\left(\frac{\pi}{C'}\right)^{\frac{3(n-1)}{2}}\frac{\Gamma(1-\alpha)}{\Gamma(n(1-\alpha))}\,t^{\frac{2n(1-\alpha)-5}{2}}\,e^{-C'\frac{|x-\xi|^2}{t}} \tag{$5_{n-1}$}$$

Из оценок ($5_{n-1}$) следует, равномерная сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(\varphi_{n+1} - \varphi_n) \tag{6}$$

при $t \geqslant \delta > 0$.

Сумма $\varphi(t, x, \xi)$ ряда (6) дает решение уравнения (4) и для $\|\varphi(t, x, \xi)\|$ справедлива оценка

$$\|\varphi(t, x, \xi)\| \leqslant Ct^{-\alpha-\frac{3}{2}}\,e^{-C'\frac{|x-\xi|^2}{t}},\quad C' < \frac{1}{4} \tag{7}$$

Дословно, повторяя рассуждения из [5] (стр. 31—32), получаем

$$\begin{gathered}\|\varphi(t, x, \xi) - \varphi(t, x', \xi)\| \leqslant C|x-x'|^{\alpha_1}\,t^{-\alpha_2-\frac{3}{2}}\times \\ \times\max\left\{\exp\left(-C'\frac{|x-\xi|^2}{t},\ -C'\frac{|x'-\xi|^2}{t}\right)\right\} \\ 0 < \alpha_1 < \alpha,\ \alpha_2 = \alpha - \alpha_1\end{gathered} \tag{8}$$

Из оценок (7), (8) мы и получаем законность дифференцирования в (2). Тем самым мы получаем, что $G(t, x, \xi)$ является решением уравнения (3). Из оценки (8), из представления (2) и из (4) получаем, что

$$\left\|G_x^{(j)}(t, x, \xi)\right\| \leqslant Ct^{-\frac{3}{2}-\frac{j}{2}}\,e^{-C'\frac{|x-\xi|^2}{t}},\quad j = 0, 1, 2. \tag{9}$$

Из этой оценки и из (3) следует, что

$$u(t, x)\quad \int_{E_3} G(t, x, \xi)\,\psi(\xi)\,d\xi \tag{10}$$

является решением уравнения $\dfrac{\partial u}{\partial t} = \Delta u - q(x)\,u$ при любой функции $\psi(x) \in L_2(E_3, H)$. Теперь покажем, что так определенная функция $u(t, x)$ удовлетворяет условию $\lim\limits_{t\to+0} u(t, x) = \psi(x)$ в смысле нормы пространства $L_2(E_3, H)$, т. е. $u(t, x)$ является решением задачи (1). Сперва покажем, что

$$\lim_{t\to+0}\int_{E_3} G(t, x, \xi)\,\psi(\xi)\,d\xi = \lim_{t\to+0}\int_{E_3} G_0(t,\ x-\xi,\ \xi)\,\psi(\xi)\,d\xi \tag{11}$$

Чтобы имело место (11), должно быть

$$\lim_{t\to+0}\int_{E_3} W(t, x, \xi)\,\psi(\xi)\,d\xi = 0$$

в смысле нормы $L_2(E_3, H)$. Здесь через $W(t, x, \xi)$ обозначено второе слагаемое в (2). Положим $-\alpha-\frac{3}{2}=-\frac{5-\delta}{2}$, поскольку $0<\alpha<1$, поэтому $0<\delta<1$.

Из выражения (2′) и из оценки (7) имеем:

$$\|W(t, x, \xi)\| \leqslant \int_0^t d\tau \int_{E_3} \|G_0(t-\tau, x-y, y)\|\,\|\varphi(\tau, y, \xi)\|\,dy \leqslant$$

$$\leqslant C\int_0^t d\tau \int_{E_3} \frac{1}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}}\,\tau^{-\frac{5-\delta}{2}} e^{-C\frac{|x-y|^2}{t-\tau}} e^{-C\frac{|y-\xi|^2}{\tau}}\,dy \leqslant$$

$$\leqslant Ct^{\frac{2-\delta}{2}} \int_0^t \frac{d\tau}{(t-\tau)^{\frac{2-\delta}{2}}\,\tau^{\frac{2-\delta}{2}}} \int_{E_3} \frac{1}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}}\,\frac{1}{\tau^{\frac{3}{2}}}\, e^{-C\frac{|x-y|^2}{t-\tau}} e^{-C\frac{|y-\xi|^2}{\tau}}\,dy =$$

$$= C_1 t^{\frac{\delta-3}{2}} e^{-C\frac{|x-\xi|^2}{t}},$$

здесь $C_1 = \text{const}$

Таким образом,

$$\|W(t, x, \xi)\| \leqslant C_1 t^{\frac{\delta-3}{2}} e^{-C\frac{|x-\xi|^2}{t}} \tag{12}$$

Учитывая (12), имеем

$$\left\|\int_{E_3} W(t, x, \xi)\,\psi(\xi)\,d\xi\right\| \leqslant C_2 t^{\frac{\delta}{2}} e^{-tA}\|\varphi(\xi)\| \tag{13}$$

здесь $A$—самосопряженный оператор, порожденный дифференциальным выражением $-\Delta$ в функциональном пространстве $L_2(E_3)$. Легко видеть, что $e^{-tA}\|\varphi(\xi)\| \in L_2(E_3)$ и стремится к $\|\varphi(\xi)\|$ при $t\to+0$ в смысле $L_2(E_3)$. Следовательно, $t^{\frac{\delta}{2}} e^{-tA}\|\varphi(\xi)\|\to 0$ при $t\to+0$ и по неравенству (13) получаем, что имеет место (11) при любом $\psi(x)\in L_2(E_3, H)$. Таким образом (11), установлено.

Легко можно показать, что

$$\lim_{t\to+0}\int_{E_3} G_0(t, x-\xi, \xi)\,\psi(\xi)\,d\xi = \psi(x) \tag{14}$$

для любого $\psi(x)\in L_2(E_3, H)$ в смысле $L_2(E_3, H)$. Тем самым мы установили существование функции Грина задачи (1).

### § 2. Функция Грина оператора $L$.

Поскольку $L$ положительно определенный самосопряженный оператор $ue^{-tL}$ является интегральным оператором, поэтому [3] резольвента оператора $L-\lambda$, $\lambda\leqslant 0$ является интегральным оператором и ядро $K(x, \xi; \lambda)$ резольвенты $(L-\lambda E)^{-1}$ связано с ядром $G(t, x, \xi)$ оператора $e^{-tL}$ соотношением

$$K(x, \xi; \lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t}\,G(t, x, \xi)\,dt \tag{1}$$



Покажем, что $K(x, \xi; \lambda)$ является ядром типа Карлемана, т. е.

$$\int_{E_3}\|K(t, x\,\xi)\|^2\,d\xi < \infty \tag{2}$$

Для этого напишем (9) из § 1 при $j=0$

$$\|G(t, x, \xi)\| \leqslant Ct^{-\frac{3}{2}}\exp\left(-C\frac{|x-\xi|^2}{t}\right) \tag{3}$$

Поскольку

$G_1(t, x, \xi) = (2\sqrt{\pi t})^{-3}\exp\left(-\frac{|x-\xi|^2}{4t}\right)$ является ядром оператора $e^{-tA}$ ($A$—оператор из § 1), а сама резольвента оператора $A$ есть

$$K_0(x, \xi; \lambda) = \frac{1}{4\pi}\,\frac{e^{-\sqrt{-\lambda}|x-\xi|}}{|x-\xi|}$$

поэтому из (1) имеем

$$\|K(x, \xi; \lambda)\| \leqslant \int_0^\infty e^{-\lambda t}G_1(t, x, \xi)\,dt = K_0(x, \xi; \lambda)$$

Отсюда и из того, что $K_0(x, \xi; \lambda)$ является ядром типа Карлемана, получаем, что $K(x, \xi; \lambda)$ также обладает этим свойством. Тем самым мы установили следующую теорему.

Теорема. *При условиях 1)—4) на операторный потенциал $q(x)$ резольвента оператора $L$, порожденного операторным выражением Шредингера в пространстве $L_2(E_3, H)$ является интегральным оператором с ядром типа Карлемана.*

Замечание. Вышеизложенное справедливо и в случае, если вместо $-\Delta$ взять положительно определенное выражение $\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\times$ $\times(a_{ij}(x))\frac{\partial}{\partial x_j}$ с ограниченными операторнозначными коэффициентами $a_{ij}(x)$, удовлетворяющими некоторым условиям гладкости.


**Литература**

1. Левитан Б. М. Матем. сб., т. 76, 118, № 2, 19 8. 2. Беговатов Е. А. „ДАН СССР", 191, 6, 1970. 3. Клейман Е. Г. Вестник МГУ, матем., мех., № 5, 1974. 4. Максудов Ф. Г., Гусейнов В. Г. „ДАН Азерб. ССР", № 4, 1978 5. Эйдельман С. Д. Параболические системы. М., 1964. 6. Красносельский М. А. и др. Интегральные операторы в пространстве суммируемых функций. М., 1966.


*Институт математики и механики* *Поступило 29. VI 1980*

Ф. Г. Магсудов, М. Бајрамоғлу

**ШРЕДИНКЕР ОПЕРАТОР ТӘНЛИЈИНИН ГРИН ФУНКСИЈАСЫ**

Мәгаләдә үчөлчүлү фәзада верилмиш оператор әмсаллы өз-өзүнә гошма Шрединкер тәнлијинин резолвентинин Карлеман типли интеграл оператор олдуғу көстәрилир.

F. G. Maksudov, M. Bairamogly

**GREEN FUNCTION OF SCHRODINGER OPERATOR EQUATION**

It is shown that a resolvent of Schrödinger self-adjoint operator equation given in all three-dimensional space is an integral operator with a kernel of Carlema ntype.

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ҸИЛД № 7 1981

УДК 517.517:98+519.6

МАТЕМАТИКА

М. А. ВЕЛИЕВ

# УСТОЙЧИВОСТЬ МЕТОДА БУБНОВА—ГАЛЕРКИНА ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И. Гусейновым)*

В настоящей заметке рассмотрен вопрос об устойчивости метода Бубнова—Галеркина (в смысле определения, данного в [1, 2]), для линейных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами в гильбертовом пространстве.

1. Рассмотрим задачу Коши

$$A_0(t)u'' + A_1(t)u' + A_2(t)u = f(t), \tag{1}$$

$$u(0) = u_0, \ u'(0) = u, \tag{2}$$

где переменные операторы $A_i(t)$ самосопряженные, положительно определенные в $H$, имеют независящие от $t$ области определения $D(A_i(t)) = D(A_i)$, $(i = 0, 1, 2)$; $f(t)$ при $\forall t \in [0, T]$ заданный элемент из $H$, а $u_0$, $u_1$ заданные элементы из $H$. Однозначная разрешимость задачи (1), (2) исследована в [3, 4].

Возможны три случая: 1) области определения $D(A_i)$ удовлетворяют условиям $D(A_2) \subseteq D(A_1) \subseteq D(A_0)$; 2) области определения $D(A^i)$ удовлетворяют соотношениям $D(A_2) \subseteq D(A_0) \subseteq D(A_1)$; 3) области определения $D(A_i)$ $(i = 0, 1, 2)$ удовлетворяют условиям $D(A_0) \subset \subset D(A_1)$, $D(A_0) \subset D(A_2)$.

Случаи 1)—2) обозначают, что самым „сильным" оператором является оператор $A_2(t)$, а в случае 3) исходная задача сводится к задаче с ограниченными операторами.

Рассмотрим первый случай. Предположим, что операторы $A_i(t) \times \times (i = 0, 1, 2)$ удовлетворяют неравенствам

$$(A_i(t)u, u) \geqslant \gamma_i(u, u), \ \forall u \in D(A_i), \ \forall t \in [0, T], \tag{3}$$

где

$$\gamma_i \quad const > 0, \ i = 0, 1, 2,$$

и

$$u_0 \in D(A_2^{1/2}(0)), \ u_1 \in L(A_0^{1/2}(0)).$$

Для приближенного решения задачи (1), (2) выберем систему $\{\varphi_k\}$ из $D(A_2^{1/2})$ и приближенное решение ищем в виде $u_n(t) = \sum_{k=1}^{n} C_k^{(n)}(t)\varphi_k$. Согласно методу Бубнова—Галеркина, скалярные функции $c_k^{(n)}(t)$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$ определяются из системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$R_{n0}(t)C_n''(t) + R_{n_1}(t)C_n'(t) + R_{n_2}(t)C_n(t) = f_n(t) \tag{4}$$



при условиях

$$C_n(t)|_{t=0} = C_n(0), \ C_n'(t)|_{t=0} = C_n'(0), \tag{4'}$$

где

$$R_{n_i}(t) = \|[\varphi_k, \varphi_j]_{A_i(t)}\|_{k,j=1}^{n}, \ i = 0, 1, 2,$$

$f_n(t) = ((f(t), \varphi_1), \ldots, (f(t), \varphi_n))$, $C_n(t)$ $n$-мерный искомый вектор из $n$-мерного евклидова пространства $E_n$.

Постоянные векторы $C_n(0)$, $C_n'(0)$ определяются из требования, что $u_n(0)$ и $u_n'(0)$ являются проекциями элементов $u_0$ и $u_1$ соответственно в пространствах $H_{A_2(0)}$ и $H_{A_0(0)}$ на подпространство, натянутое на координатные элементы $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$. Это требование сводит нахождение $C_n(0)$, $C_n'(0)$ к решению следующих систем

$$R_{n2}(0)C_n(0) = T_{n_2}, \quad R_{n_0}(0)C_n'(0) = T_{n0}, \tag{5}$$

где $T_{n_2} = ([u_0, \varphi_1]_{A_2(0)}, \ldots, [u_0, \varphi_n]_{A_2(0)})$,

$$T_{n_0} = ([u_1, \varphi_1]_{A_0(0)}, \ldots, [u_1, \varphi_n]_{A_0(0)}).$$

Очевидно, системы (5) однозначно разрешимы.

Лемма 1. *Справедливы оценки*

$$\|R_{n2}^{1/2}(0)C_n(0)\|_{E_n} \leqslant \|u_0\|_{A_2(0)},$$

$$\|R_{n0}^{1/2}(0)C_n'(0)\|_{E_n} \leqslant \|u_1\|_{A_0(0)}.$$

Лемма 2. *Пусть 1) операторы $A_i(t)$ $(i = 0, 1, 2)$ самосопряженные и удовлетворяются условия (3); (2) операторы $A_0(t)$, $A_2(t)$ сильно дифференцируемы и выполнены условия*

$$(A_0'(t)u, u) \leqslant 0, \ \forall u \in D(A_0), \ \forall t \in [0, T],$$

$$(A_2'(t)u, u) \leqslant 0, \ \forall u \in D(A_2), \ \forall t \in [0, T];$$

3) $u_0 \in D(A_2^{1/2}(0))$, $u_1 \in D(A_0^{1/2}(0))$; 4) $f \in L_2((0, T); H)$.

Тогда при $\forall t \in [0, T]$ справедлива оценка

$$\|R_{n0}^{1/2}(t)C_n'(t)\|_{E_n}^2 + \|R_{n2}^{1/2}(t)C_n(t)\|_{E_n}^2 \leqslant M_0, \tag{6}$$

где $M_0 = \left[\|u_0\|_{A_2(0)}^2 + \|u_1\|_{A_0(0)}^2 + \dfrac{1}{\gamma_0}\|f\|_{L_2((0,T);H)}^2\right]e^T$.

Для доказательства оценки (6) достаточно умножить уравнение (4) на вектор $C_n'(t)$ и свести к дифференциальному неравенству. С помощью теорем о дифференциальных неравенствах получается оценка (6).

Обозначим через $\Gamma_{n0}(0)$, $\Gamma_{n2}(0)$ погрешности матриц $R_{nk}(0)$, $R_{n2}(0)$, а через $\Delta_{n0}$, $\Delta_{n2}$ соответственно погрешности векторов $T_{n_0}$, $T_{n2}$.

Лемма 3. *Пусть 1) погрешности $\Gamma_{n0}(0)$, $\Gamma_{n2}(0)$ самосопряженные в $E_n$ и удовлетворяют условиям*

$$\|\Gamma_{n_0}(0)\|_{E_n} \leqslant \Lambda_0, \ \|\Gamma_{n2}(0)\|_{E_n} \leqslant \Lambda_2,$$

*где $\Lambda_0$, $\Lambda_2$—положительные постоянные, независящие от $n$;*

2) *координатная система $\{\varphi_k\} \subset D(A_3^{1/2})$ сильно минимальна в пространстве $H_{A_0(t)}$.*

Тогда справедливы оценки

$$\|R_{n0}^{1/2}(0)(\tilde{C}_n'(0) - C_n'(0))\|_{E_n} \leqslant C_1\|\Gamma_{n0}(0)\|_{E_n} + C_2\|\Delta_{n0}\|_{E_n},$$

$$\|R_{n_2}^{1/2}(0)(\tilde{C}_n(0) - C_n(0)\|_{E_n} \leqslant C_3\|\Gamma_{n2}(0)\|_{E_n} + C_4\|\Delta_{n2}\|_{E_n},$$

где $C_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) положительные постоянные, независящие от $n$, а $C_n(0)$ решение возмущенной системы для начальных данных.

Обозначим через $\Gamma_{ni}(t)$ ($i = 0, 1, 2$) погрешности матриц $R_{ni}(t) \times$ $\times$ ($i = 0, 1, 2$) соответственно. Предположим, что матрицы $\Gamma_{ni}(t) \times$ $\times$ ($i = 0, 1, 2$) определены в пространстве $C[0, T]$ и удовлетворяют условиям

$$\| \Gamma_{ni} \|_{C([0,T]; E_n)} \leqslant \Lambda_i, \tag{7}$$

где $\Lambda_i$ ($i = 0, 1, 2$)—положительные постоянные, независящие от $n$.

**Теорема 1.** *Пусть 1) выполнены условия леммы 2; 2) координатная система* $\{\varphi_\kappa\} \subset D(A_2^{1/2})$ *сильно минимальна в пространстве* $H_{A_0(t)}$; *3)* $\Gamma_{n0}(t) \equiv 0$, *матрица* $\Gamma_{n1}(t)$ *самосопряженная в* $E_n$ *и матрицы* $\Gamma_{n1}(t)$, $\Gamma_{n2}(t)$ *удовлетворяют условиям* (7).

Тогда процесс определения приближенных решений и первых производных по методу Бубнова—Галеркина устойчив соответственно в пространствах $L_2((0, T); H_{A_2(t)})$, $C([0, T]; H_{A_1(t)})$ и $L_2((0, T); H_{A_0(t)})$, $C([0, T]; H_{A_0(t)})$.

Аналогичные результаты справедливы и во втором случае. Однако теперь следует координатную систему $\{\varphi_\kappa\} \subset D(A_2^{1/2})$ брать сильно минимальной в пространстве $H_{A_1(t)}$.

2. Рассмотрим задачу

$$A_0(t)u'' + A_1(t)u' + A_2(t)u + A_3(t)u = f(t), \tag{8}$$

$$u(0) = u_0, \; u'(0) = u_1, \tag{8'}$$

где операторы $A_i(t)$ ($i = 0, 1, 2$) и правая часть та же, что и в первом пункте, а оператор $A_3(t)$, действующий в пространстве $H$, вообще говоря, несамосопряженный в $H$, область определения $D(A_3)$ оператора $A_3(t)$ не зависит от $t$ и удовлетворяет условию $D(A_2^{1/2}) \subset D(A_3)$.

**Теорема 2.** *Пусть 1) выполнены условия 1; 2) операторы* $A_2(t)$, $A_3(t)$ *удовлетворяют неравенству*

$$\| A_3(t)u \| \leqslant \alpha \| A_2^{1/2}(t)u \|, \quad \forall u \in D(A_2^{1/2}), \quad \forall t \in [0, T],$$

*где* $\alpha = \mathrm{const} > 0$.

Тогда справедливы утверждения теоремы 1.

3. Рассмотрим задачу Коши для более общих уравнений

$$A_0(t)u'' + A_1(t)u' + A_2(t)u + A_3(t)u + $$
$$+ A_4(t)u + A_5(t)u = f(t), \tag{9}$$

$$u(0) = u_0, \; u'(0) = u_1, \tag{9'}$$

где операторы $A_i(t)$ ($i = 0, 1, 2, 3$) те же, что и во втором случае, а операторы $A_4(t)$, $A_5(t)$ принадлежат соответственно пространствам $L(L^\infty((0, T); V)$, $L^\infty((0, T); H))$, $L(L^\infty((0, T); H)$, $L^\infty((0, T); H))$, где $V$—сепарабельное пространство, плотно в $H$ и имеет место вложение $V \subset H$ (компактно).

**Теорема 3.** *Пусть 1) выполнены условия теоремы 2; 2) операторы* $A_4(t)$, $A_5(t)$ *являются операторами локального типа.*

*Тогда справедливы утверждения теоремы 1.*

Примеры на операторы $A_4(t)$, $A_5(t)$ локального типа приведены в [5, 6].

**Замечание 1.** Результаты справедливы, если $\alpha = \alpha(t)$ и

$$(A_i'(t)u, u) \leqslant p_i(t) \| A_i^{1/2}(t)u \|^2, \quad \forall u \in D(A_i), \quad \forall t \in [0, T], \; i = 0, 2,$$

где $\alpha(t)$, $p_i(t)$ ($i = 0, 2$) определены и непрерывны на отрезке $[0, T]$.



**Замечание 2.** Так как операторы $A_0(t)$, $A_2(t)$ самосопряженные, положительно определенные, то из утверждений сформулированных теорем вытекает устойчивость процесса определения коэффициентов $c_\kappa^{(n)}(t)$ ($\kappa = 1, 2, \ldots, n$) по методу Бубнова—Галеркина.

Наконец, заметим, что если $\Gamma_{n0}(t) \neq 0$ координатную систему $\{\varphi_\kappa\} \subset D(A_2^{1/2})$ следует брать сильно минимальной в пространстве $H_{A_0(t)}$ и почти ортонормированной в одном из пространств $H_{A_i(t)}$ ($i = 0, 1, 2$).

В заключение отметим, что аналогичная задача, т. е. *ко*—устойчивость, решена для метода сеток, а также для стационарных операторных уравнений в [7, 8].

### Литература

1. Велиев М. А. „ДАН СССР", 157, № 1, 16—19, 1964. 2. Михлин С. Г. Численная реализация вариационных методов. „Наука". М., 1966. 3. Ладыженская О. А. Матем. сб., 39, № 4, 491—524, 1956. 4. Ладыженская О. А. Матем. сб., 45, № 2, 123—158, 1958. 5. Artol M. Ann. Sci. Ecole norm. super., 2, № 2, 137—253, 1969. 6. Алиев Ф. А., Велиев М. А. „ДАН Азерб. ССР", 35, № 8, 16—20, 1979. 7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. „Ж. вычислит. матем. и матем. физ.", I, № 1, 5—63, 1961. 8. Самарский А. А. Теория разностных схем. „Наука". М., 1977. 9. Велиев М. А. „Уч. зап. АГУ, серия физ.-матем. наук", № 3, 17—24, 1972.

*АГУ им. С. М. Кирова*

*Поступило 15. VII 1980*

---

**М. А. Вәлијев**

## ИКИНЧИ ТӘРТИБ ДӘЈИШӘН ӘМСАЛЛЫ ХӘТТИ ТӘНЛИКЛӘР ҮЧҮН БУБНОВ-ГАЛЈОРКИН ҮСУЛУНУН ДАЈАНЫГЛЫҒЫ

Мәгаләдә II тәртиб хәтти дәјишән әмсаллы оператор диференсиал тәнликләр үчүн Коши мәсәләси Бубнов-Галјоркин илә тәгриби һәлл едилир вә үсулун дајаныглығы үчүн кафи шәртләр тапылыр. Көстәрилир ки, јүксәк төрәмә әмсалындакы хәта сыфыра бәрабәр оларса, онда үсул күчлү минимал системләр үчүн дајаныглыдыр. Хәта сыфырдан фәргли олдугда дајаныглыг үчүн кафи шәртләр тапылыр. Нәтиҹәләр өз-өзүнә гошма олмајан вә локал тип операторлара малик II тәртиб оператор диференсиал тәнликләрә кенишләндирилир.

**M. A. Veliev**

## THE STABILITY OF THE BUBNOV—GALERKIN METHOD FOR SECOND ORDER LINEAR EQUATIONS WITH VARIABLE COEFFICIENTS

This paper investigates the stability of the Bubnov—Galerkin method of Cauchy problem for the linear differential equations of second order with a selfadjoint coefficients.

It is proved that this method is stable for the strongly minimal coordinate systems, if the perturbation in a high derivative equals to zero. Sufficient conditions for the stability method, if the perturbation in a high derivative differs from zero, are obtained.

The results spread on the linear equations, containing non-selfadjoint operators and also linear operators in a locality type.

---

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 517.53:.5 МАТЕМАТИКА

А. А. НЕРСИСЯН

# НЕРАВЕНСТВА ТИПА С. Н. МЕРГЕЛЯНА И В. К. ДЗЯДЫКА В МЕТРИКЕ $L(\Gamma)$

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)*

Неравенства, связывающие нормы производных многочленов с нормой самого многочлена с помощью характеристической функции $d\left(z, \frac{1}{n}\right)$* мы будем называть неравенствами типа Мергеляна—Дзядыка**. Подобного типа неравенства в метрике $C$ в комплексной плоскости были широко освещены, в частности, в работах С. Н. Мергеляна [1], В. К. Дзядыка [2], П. М. Тамразова [3] и др. Эти же вопросы были мало изучены в метрике $L_p$ в комплексной плоскости. В этой связи следует отметить работы С. Я. Альпера [4], который рассмотрел аналогичную задачу в метрике $L_p$, при $p>1$ на подклассах гладких кривых, М. М. Андрашко [5] при $L_p\,(p \geqslant 1)$ на узком подклассе кусочно-гладких кривых, а также результаты Дж. И. Мамедханова [6], имеющие место в метрике $L_p\,(p>1)$ на произвольных кусочно-гладких замкнутых и разомкнутых кривых.

В этой статье нами получены оценки типа Мергеляна—Дзядыка в метрике пространства $L(\Gamma)$ на кривых, содержащих в себе самые широкие кривые, на которых на сегодняшний день имеется конструктивная характеристика функций класса $H^{\alpha}(\Gamma)$ (класс Гельдера порядка $\alpha$), в метрике пространства $C$, в терминах величины наилучшего полиномиального приближения.

В дальнейшем нам понадобятся следующие понятия и определения. Рассмотрим известный класс кривых $B_0^{(\delta)}$, определяемый следующим образом:

Пусть $\Gamma_\delta(t)=\{z \in \Gamma / |t-z| \leqslant \delta\}$, а $\theta_t(\delta)=\operatorname{mes}\Gamma_\delta(t)$ (mes—мера Лебега). Через $B_0^{(\delta)}$ будем обозначать класс кривых, для которых

* Через $d\left(z, \frac{1}{n}\right)$ обозначается расстояние от точки $z \in \Gamma$ до линии

$$\Gamma_{1+\frac{1}{n}},\ d\left(z, \frac{1}{n}\right)=\inf_{t \in \Gamma_{1+\frac{1}{n}}} |z-t|,\ z \in \Gamma$$

** Как известно, подобного типа неравенства широко применяются в теории наилучшего приближения при получении конструктивных характеристик различных классов функций в комплексной плоскости, в частности, в областях с кусочно-гладкими границами.



$\theta_t(\delta) \asymp \delta$. Отметим, что класс кривых $B_0^{(\delta)}$ был рассмотрен В. В. Салаевым [7] и содержит в себе класс произвольных кусочно-кривых*.

Будем говорить, что замкнутая кривая $\Gamma \in B_\kappa$, если $\Gamma \in B_0^{(\delta)}$ и для величин

$$\tilde{\xi}=\tilde{\xi}\left(\frac{1}{n}\right)=\Psi\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)\Phi(\xi)\right],\ \tilde{\xi}_t=\tilde{\xi}_t\left(\frac{1}{n}\right)=$$
$$=\Psi\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)\varphi(\xi)\,e^{-it}\right],$$

где функция $W=\Phi(z)$ отображает внешность $\Gamma$ конформно и однолистно, на внешнсость единичного круга и, $0<\lim\limits_{z\to\infty}\frac{\varphi(z)}{z}<\infty$, $a=z\Psi(W)$ обратная к $\Phi(z)$, выполняются соотношения:

а) $|\tilde{z}-z| \asymp d\left(z, \frac{1}{n}\right)$, $\forall z \in \Gamma$

б) $|\tilde{\xi}-z| \leqslant A_1\,(1+n|t|^{\kappa})\,|\tilde{\xi}_t-z|$, $\forall \xi$, $\Gamma \in \Gamma$ и значит, также

б′) $|\tilde{\xi}_t-z| \leqslant A_1\,(1+n|t|^{\kappa})\,|\tilde{\xi}-z|$,

в′) $|\tilde{\xi}-\xi|^{\kappa} \leqslant A_2|\tilde{\xi}-z|^{\kappa-1}|\tilde{z}-z|$, $\forall \xi$, $z \in \Gamma$, $K$—натуральное число. Отметим, что класс кривых $B_\kappa$ был введен В. К. Дзядыком [2], причем, в частности, конструктивная характеристика класса $H^{\alpha}$ в метрике $C$ была получена в подклассе кривых $B_\kappa$.

Кроме того, будем говорить, что плоская кривая является квазиконформной, если она при каком-нибудь квазиконформном отображении расширенной плоскости на себя служит образом окружности или прямой. Дж. И. Мамедхановым* был введен в рассмотрение класс кривых $N_0$, определяемый следующим образом:

$$N_0=\left\{\begin{array}{l} 1^\circ.\ \Gamma \in B_0^{(\delta)} \\ \Gamma:\ 2^\circ.\ |\tilde{\xi}-\xi|^2 \leqslant |\tilde{\xi}-z||z'-z|, \text{ где } \forall \xi,\ z \in \Gamma, \\ \qquad a\ \tilde{\xi}=\Psi\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)\varphi(\xi)\right] \\ 3^\circ.\ |\tilde{z}-z| \asymp d\left(z, \frac{1}{n}\right) \end{array}\right.$$

Заметим, что класс кривых $N_0$ содержит в себе самый широкий класс кривых $B_\kappa$, рассмотренный Дзядыком. Кроме того, следует заметить, что условиям 2°, 3° будут удовлетворять и произвольные квазиконформные кривые (см. напр., [8]).

Имеет место следующая теорема.

Теорема. *Пусть $\Gamma \in N_0$. Тогда для $\forall P_n(t)$ степени $\leqslant n$ справедливо следующее соотношение:*

$$\left\|d\left(z, \frac{1}{n}\right)P_n'(n)\right\|_{L(\Gamma)} \leqslant \|P_n(z)_{L(\Gamma)} \tag{1}$$

* Кривая $\Gamma$ называется $K$-кривой, т. е. $\Gamma \in K$, если для $\forall t_1, t_2 \in \Gamma$ $S(t_1, t_2) < K|t_1-t_2|$, где постоянная $K$ от $t_1$, $t_2$ не зависит, а $S(t_1, t_2)$—длина наименьшей дуги $\Gamma$, соединяющей точки $t_1$ и $t_2$.

** В случае $P>1$ неравенства типа Мергеляна—Дзядыка на кривых из более широкого класса, чем $N_0$, доказаны Дж. И. Мамедхановым.

Доказательство. В силу формулы Коши, будем имеет

$$|P'_n(z)| \leqslant \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Gamma_{1+\frac{1}{n}}} \frac{|P_n(t)|}{|t-z|^2} |dt|, \ z \in \Gamma, \ t \in \Gamma_{1+\frac{1}{n}}$$

Отсюда, умножив обе части неравенства на величину $d\left(z, \frac{1}{n}\right)$ и проинтегрировав по кривой $\Gamma$, получаем

$$\int\limits_\Gamma d\left(z, \frac{1}{n}\right) |P'_n(z)| |dz| \leqslant \frac{1}{2\pi} \int\limits_\Gamma \left[ d\left(z, \frac{1}{n}\right) \int\limits_{\Gamma_{1+\frac{1}{n}}} \frac{|P_n(t)|}{|t-z|^2} |dt| \right] |dz|$$

Теперь, меняя порядок интегрирования в правой части последнего соотношения, находим

$$\int\limits_\Gamma d\left(z, \frac{1}{n}\right) |P'_n(z)| |dz| \leqslant \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Gamma_{1+\frac{1}{n}}} |P_n(t)| |dt| \int\limits_\Gamma \frac{d\left(z, \frac{1}{n}\right)}{|t-t|^2} |dz| \quad (2)$$

Далее, покажем справедливость следующего соотношения:

$$\int\limits_\Gamma \frac{d\left(z, \frac{1}{n}\right)}{|t-z|^2} |dz| \leqslant 1 \quad (3)$$

В самом деле, пусть $t_0 = \varphi\left[\frac{1}{1+\frac{1}{n}} \varphi(t)\right]$, где $t \in \Gamma_{1+\frac{1}{n}}$, а $t_0 \in \Gamma$.

Тогда $\tilde{t}_0 = \varphi\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)\varphi(t_0)\right] = t$, т. к. $\varphi(t_0) = \frac{1}{1+\frac{1}{n}} \varphi(t)$

В силу свойств 2° и 3° каласса $N_0$ будем иметь

$$d^2\left(z, \frac{1}{n}\right) \asymp |\tilde{z} - z|^2 \leqslant |\tilde{z} - t_0| |\tilde{t}_0 - t_0| \text{ или}$$

$$d\left(z, \frac{1}{n}\right) \leqslant |\tilde{z} - t_0|^{\frac{1}{2}} |\tilde{t}_0 - t_0|^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Кроме того, из свойства 2°, 3° класса

$$|\tilde{t}_0 - t_0| \leqslant \tilde{d}\left(\tilde{t}_0, \frac{1}{n}\right) \quad (5)$$

В самом деле, пусть $t_0^*$ есть та точка на $\Gamma$, на которой достигается равенство

$$|\tilde{t}_0 - t_0^*| = \tilde{d}\left(\tilde{t}_0, \frac{1}{n}\right)$$

Далее, в силу свойства 2° и 3° класса $N_0$, находим

$$|\tilde{t}_0 - t_0|^2 \leqslant \text{const} |\tilde{t}_0 - t_0^*| |\tilde{t}_0^* - t_0^*|$$

и $$|\tilde{t}_0 - t_0| \geqslant d\left(t_0^*, \frac{1}{n}\right) \geqslant \text{const} |\tilde{t}_0^* - t_0^*| \geqslant \text{const} \frac{|\tilde{t}_0 - t_0|^2}{|\tilde{t}_0 - t_0^*|}$$

или $$\tilde{d}\left(\tilde{t}_0, \frac{1}{n}\right) = |\tilde{t}_0 - t_0^*| \geqslant \text{const} |\tilde{t}_0 - t_0|,$$

т. е. соотношение (5) доказано. Теперь, в силу (4) из (5), получим $d\left(z, \frac{1}{n}\right) \leqslant |\tilde{z} - t_0|^{\frac{1}{2}} \left[\tilde{d}\left(t, \frac{1}{n}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$, $t = \tilde{t}_0$, отсюда будем иметь

$$\int\limits_\Gamma \frac{d\left(z, \frac{1}{n}\right)}{|z-t|^2} |dt| \leqslant \int\limits_\Gamma \frac{|\tilde{z} - t_0| \left[d\left(t, \frac{1}{n}\right)\right]^{\frac{1}{2}}}{|z-t|} |dz| =$$

$$= \left[\tilde{d}\left(t, \frac{1}{n}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \int\limits_\Gamma \frac{|\tilde{z} - t_0|^{\frac{1}{2}}}{|z - t_0|^2} |dz|$$

Применяя к правой части последнего выражения легко доказуемое соотношение (см. напр., [9])

$$(\sigma_1 + \sigma_2)^\mu \asymp \sigma_1^\mu + \sigma_2^\mu,$$

где $\mu \in ]0, 1]$, а $\sigma_1$, $\sigma_2$—любые положительные числа, будем иметь

$$\int\limits_\Gamma \frac{d\left(z, \frac{1}{n}\right)}{|z-t|^2} |dz| \leqslant \left[\tilde{d}\left(t, \frac{1}{n}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \int\limits_\Gamma \frac{|\tilde{z} - z + z - \tilde{t}_0 + \tilde{t}_0 - t_0|^{\frac{1}{2}}}{|z - \tilde{t}_0|^2} |dz| \leqslant$$

$$\leqslant \left[\tilde{d}\left(t, \frac{1}{n}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \int\limits_\Gamma \frac{|\tilde{z} - z|^{\frac{1}{2}} + |z - \tilde{t}_0|^{\frac{1}{2}} + |\tilde{t}_0 - t_0|^{\frac{1}{2}}}{|z - \tilde{t}_0|^2} |dz| \quad (6)$$

Замечая, что

$$\tilde{t}_0 = t, \ d\left(z, \frac{1}{n}\right) = \inf_{t \in \Gamma_{1+\frac{1}{n}}} |z - t|, \ z \in \Gamma \text{ и } \tilde{d}\left(t, \frac{1}{n}\right) = \inf_{z \in \Gamma} |z - t|$$

и используя свойство 3° класса, а также соотношение (4), будем иметь:

$$|\tilde{z} - z| \asymp d\left(z, \frac{1}{n}\right) = \inf_{t \in \Gamma_{1+\frac{1}{n}}} |z - t| \Rightarrow |\tilde{z} - z| \geqslant |z - t| = |z - \tilde{t}_0| \quad (7)$$

$$|\tilde{t}_0 - t_0| \leqslant \tilde{d}\left(t_0, \frac{1}{n}\right), \text{ но } \tilde{d}\left(\tilde{t}_0, \frac{1}{n}\right) = \inf_{z \in \Gamma} |z - \tilde{t}_0| \leqslant |z - \tilde{t}_0| \ \tilde{t}_0 \in \Gamma_{1+\frac{1}{n}} \quad (8)$$

откуда следует, что

$$|\tilde{t}_0 - t_0| \leqslant |z - \tilde{t}_0|$$

Учитывая (7), и (8), из (6), получим

$$\int\limits_\Gamma \frac{d\left(z, \frac{1}{n}\right)}{|z-t|^2} |dz| \leqslant \left[\tilde{d}\left(t, \frac{1}{n}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \left\{ \int\limits_\Gamma \frac{|dz|}{|z - \tilde{t}_0|^{3/2}} + \int\limits_\Gamma \frac{|dz|}{|z - \tilde{t}_0|^{3/2}} + \right.$$

$$\left. + \int\limits_\Gamma \frac{|dz|}{|z - \tilde{t}_0|^{3/2}} \right\} \leqslant \left[\tilde{d}\left(t, \frac{1}{n}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \int\limits_\Gamma \frac{|dz|}{|z-t|^{3/2}} \quad (9)$$

Для завершения доказательства справедливости соотношения (3) покажем, что из условия $\theta_t(\delta) \asymp \delta$ следует

$$\int_{\Gamma} \frac{|dz|}{|z-t|^{3/2}} \leqslant \left[\tilde{d}\left(t, \frac{1}{n}\right)\right]^{-\frac{1}{2}}, \; t \in \Gamma_{1+\frac{1}{n}} \tag{10}$$

В самом деле, пусть $\tilde{d}\left(t, \frac{1}{n}\right) = \rho$. Очевидно, что

$$= \sum_{m=-1}^{\infty} (\Gamma_{2^{m+1}_{\rho}}(t) \setminus \Gamma_{2^{m}_{\rho}}(t)), \text{ тогда } \int_{\Gamma} \frac{|dz|}{|z-t|^{3/2}} =$$

$$= \sum_{n=-1}^{\infty} \int_{\Gamma_{2^{n+1}_{\rho}}(t) \setminus \Gamma_{2^{n}_{\rho}}(t)} \frac{|dz|}{|z-t|^{3/2}} \tag{11}$$

В случае, когда $z \in \Gamma_{2^{n+1}_{\rho}}(t) \setminus \Gamma_{2^{n}_{\rho}}(t)$, $|t-z| \geqslant 2^n \rho$. Учитывая это, получим следующую оценку:

$$\int_{\Gamma_{2^{n+1}_{\rho}}(t) \setminus \Gamma_{2^{n}_{\rho}}(t)} \frac{|dz|}{|z-t|^{3/2}} \leqslant \int_{\Gamma_{2^{n+1}_{\rho}}(t) \setminus \Gamma_{2^{n}_{\rho}}(t)} \frac{|dz|}{2^{\frac{3}{2}n} \cdot \rho^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}n} \rho^{\frac{3}{2}}} \times$$

$$\times \operatorname{mes} (\Gamma_{2^{n+1}_{\rho}}(t) \setminus \Gamma_{2^{n}_{\rho}}(t)) \leqslant \frac{1}{2^{\frac{3}{2}n} \rho^{\frac{3}{2}}} \operatorname{mes} (\Gamma_{2^{n+1}_{\rho}}(t) = \frac{\theta_t(2^{n+1}_{\rho})}{2^{\frac{3}{2}n} \cdot \rho^{\frac{3}{2}}} \leqslant$$

$$\leqslant \frac{2^{n+1}_{\rho}}{2^{\frac{3}{2}n} \rho^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}-1}} \cdot \frac{1}{\rho^{\frac{1}{2}}} \tag{12}$$

Теперь из (11) и (12) заключаем, что

$$\int_{\Gamma} \frac{|dz|}{|z-t|^{3/2}} \leqslant \sum_{n=-1}^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}-1}} \cdot \frac{1}{\rho^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\rho^{\frac{1}{2}}} \sum_{n=-1}^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}-1}} \leqslant \frac{1}{\rho^{\frac{1}{2}}},$$

т. е. соотношение (10) имеет место.

Далее, нетрудно заметить, что из (9) и (10) будет следовать соотношение (3). Учитывая это, из (2) получим:

$$\int_{\Gamma} d\left(z, \frac{1}{n}\right) |P_n'(z)| \, |dz| \leqslant \int_{\Gamma_{1+\frac{1}{n}}} |P_n(t)| \, |dt| \tag{13}$$

Теперь дело сводится к применению следующего результата.

Лемма (Д. Вестерна [10]). *Если $\Gamma$ есть граница континуума $E$ и*

$$f(z) \in A_{p,n}\left(E_{1+\frac{1}{2}}\right) \; (p > 0); \text{ то } \|f\|_{L_p\left(\Gamma_{1+\frac{1}{n}}\right)} \leqslant e\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{p}} \|f\|_{L_p(\Gamma)},$$

*где $A_{p,n}\left(E_{1+\frac{1}{n}}\right)$ класс функций, удовлетворяющих условиям*

1, $f(z) \in L_p(\Gamma)$

2. $f(z)$ *аналитична в области $E_{1+\frac{1}{n}}$, ограниченной линией уровня $\Gamma_{1+\frac{1}{n}}$, и непрерывна вплоть до границы*

3. $\infty$ *является полюсом порядка $n$ для $f(z)$*. Так как $P_n \subset A_{p,n}\left(E_{1+\frac{1}{n}}\right)$, где $P_n$—множество всех алгебраических многочленов степени $n$, то, применяя в правой части (13) указанную лемму, получим неравенство (1).

### Литература


1. Мергелян С. Н. Труды матем. ин-та В. А. Стеклова, т. 37, 1951. 2. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. М., 1977. 3. Тамразов П. М.. «Гладкости и полиномиальные приближения». «Наукова думка». Киев, 1975. 4. Альпер С. Я. Исследование по современным проблемам теории функций комплексного переменного. М., 1960. 5. Андашко М. И. «Укр. матем. журн.», т. 16, № 4, 1964. 6. Мамедханов Дж. И. «ДАН СССР», т. 217, № 3, 1974. 7. Салаев В. В. Деп. в ВИНИТИ 1943—74, 1974. 8. Белый В. И. Матем, сб., т. 102, 144, № 3. 9. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М., 1968. 10. Western D. W. Duke math. J. U. 15, № 3, 839, 1948.



*Степанакертский педагогический институт* *Поступило 19. III 1980*


---


А. А. Нерсесјан


### $L(\Gamma)$ ФӘЗАСЫНЫН МЕТРИКАСЫНДА С. Н. МЕРГЕЛЈАН ВӘ В. Қ. ДЗЈАДЫК ТИПЛИ БӘРАБӘРСИЗЛИК


Мәгаләдә $L$ (г) фәзасы метрикасында һиссә-һиссә һамар әјриләр синфинин өзүндә сахлајан әјриләр синфи үчүн $d\left(z, \frac{1}{n}\right)$ характеристик функсијасы дилиндә С. Н. Мергелјан — В. Қ. Дзјадык типли бәрабәрсизлик алынмышдыр.



A. A. Nercician


### S. N. MERGELIAN—Z. K. DZIADIK TYPE INEQUALITIES IN A METRIC OF SPACE $L(\Gamma)$


The paper, in a wide class of curves containing in particular a class of piecewise smooth curves, considers Mergelian—Dziadik type inequality, i. e. an estimate connecting a norm of polynomial derivative with a norm of polynomial itself in terms of characteristic function $d\left(z, \frac{1}{n}\right)$ in a metric of space $L(\Gamma)$.

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

АСТРОФИЗИКА

УДК 523.877

З. Ф. СЕИДОВ

# ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ РОША

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Ф. Султановым)*

1. Классическая модель Роша [1] описывает форму вращающейся невесомой жидкости (газа) в поле точечной массы. Она широко используется при исследовании равновесной фигуры вращающейся звезды при большом эффективном значении показателя политропии, когда имеет место сильная концентрация вещества к центру и тяготением внешних слоев звезды можно пренебречь по сравнению с тяготением центрального ядра звезды.

Следующим естественным приближением было бы принятие во внимание слабой несферичности поля тяготения ядра звезды. Один из подходов к этой проблеме излагается в настоящем сообщении. Речь идет об обобщенной задаче двух центров. Известно, что слабонесферическое поле тяготения можно представить в виде потенциала двух неподвижных точечных масс, причем значения масс и координат—суть комплексные величины. Такая задача и называется обобщенной задачей двух неподвижных центров [2]. Мы ограничимся симметричным вариантом, когда массы центров равны.

2. Итак, пусть две фиксированные точки имеют равные массы $m_1 = m_2 = M/2$ и расположены на оси аппликат из точках $z_1 = ci$ и $z_2 = -ci$, где $c$—произвольная постоянная и $i^2 = -1$. Тогда потенциал имеет ось симметрии—ось аппликат и плоскость симметрии—плоскость $z = 0$. Достаточно рассмотреть потенциал в плоскости $(x, z)$:

$$V(x, z) = \frac{fM}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right); \; r_1^2 = x^2 + (z - ci)^2,$$

$$r_2^2 = x^2 + (z + ci)^2; \tag{1}$$

здесь $f$—ньютоновская постоянная тяготения, $r_1$ и $r_2$—расстояния текущей точки от неподвижных центров.

Потенциал имеет, конечно, действительные значения, что видно, если ввести вещественные переменные $\lambda$ и $\mu$ вместо $x$ и $z$ по формулам

$$r_1 = c(\lambda - \mu i), \; r_2 = c(\lambda + \mu i); \tag{2}$$

или

$$x^2 = c^2(1 + \lambda^2)(1 - \mu^2), \; z^2 = c^2\lambda^2\mu^2. \tag{3}$$

В результате получим действительное выражение для потенциала:

$$V = \frac{fM}{c}\,\frac{\lambda}{\lambda^2 + \mu^2} \tag{4}$$

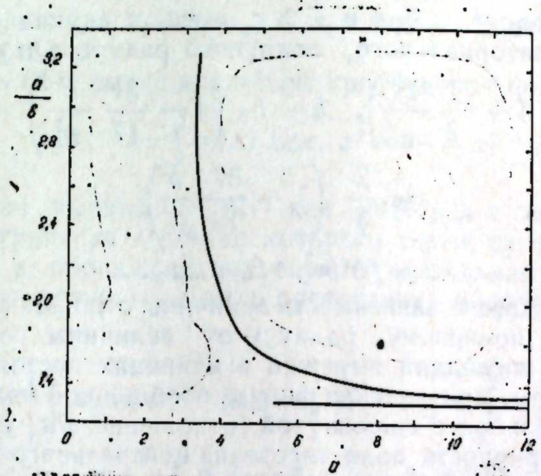
3. Рассмотрим невесомую оболочку (атмосферу звезды), вращающуюся с постоянной угловой скоростью $\omega$ вокруг оси аппликат. Потенциал центробежных сил равен

$$U = \frac{1}{2}\,\omega^2 x^2. \tag{5}$$

Равновесная форма оболочки определяется условием постоянства суммы гравитационного потенциала $V$ и потенциала центробежных сил $U$:

$$\Phi = V + U = \Phi_s = \text{const} \tag{6}$$

Форма эквипотенциальных поверхностей $\Phi_s = \text{const}$ (иначе, уровенных поверхностей) существенно зависит от значения $\Phi_s$. При больших значениях $\Phi_s$ (точнее, при малых значениях угловой скорости $\omega$) уровенные поверхности для случая Земли получил Е. П. Аксенов [3]. С уменьшением значения $\Phi_s$ замкнутые поверхности превращаются в разомкнутые, причем критическая поверхность определяется условием равенства центробежных сил и гравитационных сил на экваторе.




Запишем выражение для гравитационного потенциала на экваторе

$$V = fM/(x^2 - c^2)^{1/2}. \tag{7}$$

Экваториальный радиус $x = a$ критической поверхности определяется из условия

$$-fMa/(a^2 - c^2)^{3/2} + \omega^2 a = 0, \tag{8}$$

или

$$a^2 = (fM/\omega^2)^{2/3} + c^2. \tag{9}$$

Критическое значение суммарного потенциала $\Phi_0$ равно:

$$\Phi_0 = \frac{fM}{2}\,\frac{3a^2 - 2c^2}{(a^2 - c^2)^{3/2}} = \frac{\omega^2}{2}(3a^2 - 2c^2). \tag{10}$$

На оси аппликат потенциал центробежных сил равен нулю, а гравитационный потенциал равен:

$$V = fM\frac{z}{z^2 + c^2}. \tag{11}$$

Приравнивая $\Phi_0$ из (10) и $V$ из (11), получим следующее выражение для полярного радиуса критической фигуры в:

$$b = A \pm \sqrt{A^2 - c^2}, \quad A = (a^2 - c^2)^{3/2} / (3a^2 - 2c^2). \tag{12}$$

Мы выберем знак плюс, так что $b > c$, заметим, что обычно величина постоянной $c$ намного меньше размеров тела.

Из выражения (7) для потенциала в экваториальной плоскости следует, что должно выполняться неравенство $a > c$. Из (12) требование вещественности $b$ приводит к дальнейшему ограничению на величину $a$:

$$a \geqslant a_1 = 3{,}260919\ c \tag{13}$$

Выпишем также асимптотику при значениях экваториального радиуса, близких к $a_1$:

$$\frac{a}{c} = \frac{a_1}{c} + \delta, \ 0 < \delta \ll \frac{a_1}{c}, \quad \frac{b}{c} = 1 + \left[\frac{6a_1^3\delta c}{(a_1^2 - c^2)(3a_1^2 - 2c^2)}\right]^{1/2} \tag{14}$$

В другом пределе, $a \gg c$ и $b \gg c$, имеем следующие соотношения для значений экваториального, полярного радиусов и их отношения:

$$a = a_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{c^2}{a_0^2}\right), \quad b = b_0\left(1 - \frac{31}{12}\frac{c^2}{a_0^2}\right), \quad \frac{b}{a} = \frac{2}{3}\left(1 - \frac{37}{12}\frac{c^2}{a_0^2}\right), \tag{15}$$

$$a_0^3 = fM/\omega^2, \quad b_0 = 2a_0/3.$$

На рисунке показана зависимость величины отношения экваториального радиуса к полярному радиусу от величины экваториального радиуса, причем последний выражен в единицах постоянной $c$.

Таким образом, критическая фигура обобщенной модели Роша становится все более и более сплюснутой (отношение $в/a$ уменьшается) с усилением несферичности поля тяготения центрального тела (увеличением отношения постоянной $c$ к размерам фигуры Роша). В приближении, когда несферичность аппроксимируется симметричным вариантом обобщенной задачи двух неподвижных центров, предельная величина отношения полярного к экваториальному радиусу равна

$$b/a = ca_1 = 1/3{,}2609192 = 0{,}30666199. \tag{16}$$

4. Перейдем к исследованию критической фигуры в обобщенной модели Роша. В общем виде уравнение для критической поверхности записывается в следующем виде в переменных $\lambda$ и $\mu$:

$$\frac{fM}{c}\frac{\lambda}{\lambda^2 + \mu^2} + \frac{1}{2}\omega^2 c^2 (1 + \lambda^2)(1 - \mu^2) = \Phi_0, \tag{17}$$

где для $\Phi_0$ и $\omega$ следует подставить их выражения из (9) и (10).

Из (17) следует уравнение критической поверхности (в плоскости $\lambda$, $\mu$-линии) в виде биквадратного уравнения для $\mu$ в зависимости от $\lambda$. В переменных $x$, $z$ в соответствии с соотношениями (3) в свою очередь получаем параметрическое соотношение сложного вида между $x$ и $z$, причем параметром служит $\lambda$.

Более простым становится анализ в предельном случае $x \gg c$, $z \gg c$ (точнее, $r \gg c$). В этом случае гравитационный потенциал можно записать в следующем виде в переменных $r$, $z$, где $r$—радиус текущей точки, $r^2 = x^2 + z^2$:

$$V = \frac{fM}{r}\left[1 + \frac{c^2}{r^2}\left(\frac{3}{2}\frac{z^2}{r^2} - \frac{1}{2}\right)\right]. \tag{18}$$

При постоянной $c$, равной нулю, из (6), (10) и (18) получаем уравнение для критической фигуры классической модели Роша, см., например, [1]:

$$r_0(x) = 2a_0/(3 - x^2/a_0^2), \quad 0 \leqslant x \leqslant a_0, \quad b_0 \leqslant r_0 \leqslant a_0. \tag{19}$$

С учетом поправки первого порядка относительно отношения $c^2/a_0^2$ уравнение критической поверхности имеет вид:

$$r(x) = r_0(x)(1 + \beta c^2/a_0^2), \ 0 \leqslant x \leqslant a,$$

$$\beta = -\frac{1}{2}\frac{r_0}{a_0} + \frac{9}{2}\left(\frac{a_0}{r_0}\right)^4 - 3\left(\frac{a_0}{r_0}\right)^5 - \left(\frac{a_0}{r_0}\right)^2, \quad b \leqslant r \leqslant a, \tag{20}$$

причем выражения для $r_0(x)$, $a_0$, $a$ и $b$ даются, соответственно, формулами (19) и (15).

С помощью (20) вычислим объем критической фигуры Роша:

$$W = 4\pi\int_0^a z(x)\,x\,dx, \quad z^2 = r^2 - x^2 \tag{21}$$

Рассматривая выражение (21) как интеграл с переменным пределом, подинтегральная функция которого также зависит от параметра (параметром в обоих случаях служит постоянная $c$) и рассматривая $c$ как малую величину, можно представить интеграл в следующем виде:

$$W = 4\pi\left[\int_0^{a_0} z_0 x\,dx + z(a_0)\cdot a_0(a - a_0) + \int_0^{a_0} z_1 x\,dx\right],$$

$$z_0^2 = r_0^2 - x^2, \quad z = z_0 + z_1 c^2/a_0^2, \quad z_1 = \beta r_0^2/z_0. \tag{20}$$

В этой формуле первый член представляет собой объем критической фигуры классической модели Роша, второй член, как можно показать, имеет порядок $c^3/a_0^3$ и ввиду его малости, не рассматривается здесь, а третий член есть искомая поправка к объему критической фигуры порядка $c^2/a_0^2$. Оба интеграла в формуле (22) выражаются через элементарные функции и их численные значения равны:

$$\int_0^{a_0} z_0 x\,dx = a_0^3\int_0^1 \frac{1 - x^2}{3 - x^2}\,x\,dx = a_0^3\left\{\frac{1}{3}(8 - 3^{3/2}) - 2(2 - 3^{1/2}) + \ln\left[3\,\frac{3^{1/2} - 1}{3^{1/2} + 1}\right]\right\} = 0{,}1803719\ a_0^3. \tag{23}$$

$$\int_0^{a_0} \frac{\beta r_0^2\,x\,dx}{z_0} = \frac{c^2/a_0^2}{70}\,a_0^3\,\frac{t^{1/2}(2 + r)^{1/2}}{t^4}(35t^4 - 26t^3 - 9t^2 - 39t + 30)\Bigg|_{t=\sqrt{3}}^{t=1} = -0{,}1465017\ a_0^3(c^2/a_0^2). \tag{24}$$

Объем критической фигуры равен:

$$W = 4\pi a_0^3(0{,}1803719 - 0{,}1465017\,c^2/a_0^2) \tag{25}$$

Наконец, обозначая через $\bar{\rho}$ среднюю плотность критической фигуры, получаем для важного параметра в теории вращающихся конфигураций следующее выражение:

$$\omega^2_c/2\pi f \bar{\rho} = W/2\pi a_0^3 = 0{,}3607438 - 0{,}2930034\ c^2/a_0^2. \quad (26)$$

Таким образом, мы получили все основные параметры критической фигуры модели Роша с учетом слабой несферичности центрального тела.

### Литература


1. Крат В. А. Фигуры равновесия небесных тел. М.—Л., ГИТТЛ, 1950. 2. Дубошин Г. Н. Небесная механика „Наука", М., 1975. 3. Аксенов Е. П. В сб. „Современные проблемы небесной механики и астродинамики", стр. 79, „Наука" 197



*Шемахинская астрофизическая обсерватория*



*Поступило 29. XII 198*


---


З. Ф. Сеидов


## ҮМУМИЛӘШДИРИЛМИШ РОШ МОДЕЛИ


Мәгаләдә мәркәзи чисмин саһәсиндә газ вә ја маједән ибарәт олан сабит сүрәтл фырланан өртүјүн таразылыг формасынын тәдгиги апарылыр. Мәркәзи чисмин поте сиалы, ики фиксә едилмиш мәркәзин үмумиләшдирилмиш мәсәләләринин симметрик в риантынын потенсиалы илә апроксимасија едилмишдир. Критик фигурун екватор гүтб радиусу үчүн ифадәләр алынмыш. вә хүсуси һалда мәркәзләр арасындакы мәсаф тәбәгәнин өлчүсүндән чох-чох кичик олан һалда—критик сәтһин тәнлији вә фигуру һәчми тапылмышдыр. Үмуми һалда исә һәмин критик сәтһин тәнлијинин мүрәкк параметрик формада ифадә олунмасы көстәрилмишдир.



Z. F. Seidov


## GENERALIZED ROCHE MODEL


The paper deals with the investigation of the equilibrium form of the uniform rotating envelope of the liquid or gas in the gravitational field of a central body.

Central body potential is approximated by the potential of the symmetrical g neralized problem of two fixed centres. Expressions for the equatorial and pol radii of critical Roche figure have been found. Also the equation of critical surfa and the volume of the critical figure have been found in the case when the distan between two fixed centres is small enough comparing with envelope size. In gen ral case the equation of the critical surface is shown to be of complex parametric form.


---


АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 537.611.45 ФИЗИКА МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ



Чл.-корр. Ю. М. СЕИДОВ, Н. Г. ГУСЕЙНОВ, Р. А. МАМЕДОВ


# ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСНОЙ ЗОНЫ НА ОДНОРОДНЫЙ РЕЗОНАНС В ОДНООСНЫХ СЛАБЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

В некоторых экспериментах по антиферромагнитному резонансу были обнаружены дополнительные спин-волновые моды [1, 2]. Боровик-Романов предположил, что обнаруженная ими в $CoCO_3$ дополнительная мода может быть связана с наличием неконтролируемой примеси.

Недавно в работе [3] найдено условие, при котором локальные примесные магнитные уровни перестраиваются в зону. Кроме того было показано, что в случае легкоосного антиферромагнетика примесная спин-волновая ветвь уменьшается с ростом внешнего статического магнитного поля и может пересекаться (или расщепляться) с „идеальной" модой при определенном значении поля.

В работе [4] экспериментально установлено, что в кристалле $CoF_2$ с контролируемой примесью $Mn^{+2}$ действительно образуется примесная зона и характер полевой зависимости примесной моды совпадает с предсказанием теории [3].

Однако наличие примесной моды и характер ее полевой зависимости в легкоплоскостных слабоферромагнитных кристаллах до сих пор теоретически не рассматривался.

В настоящей работе делается попытка феноменологически рассмотреть примесные моды слабого ферромагнетика типа $CoCO_3$. Будем исходить из гамильтониана

$$\begin{aligned} H = \lambda M_1 M_2 - K M_{1z} M_{2z} + d\,(M_{1x} M_{2y} - M_{2x} M_{1y}) + \\ + \lambda_1 (M_1 m_2 + M_2 m_1) - H\,(M_{1x} + M_{2x} + m_{1x} + m_{2x}), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\lambda = \frac{2JzS}{g\mu_Б M} \qquad \lambda_1 = \frac{2J_1 z_1 S_1}{g\mu_Б m}$$

$J$ и $J_1$—параметры обменного взаимодействия между атомами матрицы, матрицы и примеси соответственно, $M$ и $m = c\,\mathrm{N} g\,\mu_Б S_1$—намагниченности матрицы и примеси соответственно, $c$—относительная концентрация примесей, $K$—константа магнитокристаллической анизотропии второго порядка, $d$—параметр слабого ферромагнетизма, $H$ из внешнее статическое магнитное поле, направленное вдоль одной осей второго порядка кристалла.

Считаем, что внутриподрешеточное обменное взаимодействие значительно сильнее, чем междурешеточное, и поэтому при не очень сильных полях можно считать, что $M_1 \parallel m_1$ и $M_2 \parallel m_2$.

Минимизируя [1] по $\varphi$ легко найти основное состояние системы

$$\cos\varphi \simeq \frac{dM_0 + H_x (M_0 + m_0)}{2M_0 (\lambda M_0 + 2\lambda_1 m_0)},$$

где $M_0$ и $m_0$—модули магнитных моментов матричной и примесной подрешеток, $\varphi$—угол между направлением внешнего статического магнитного поля и векторами магнитных моментов подрешеток. Уравнения движения матричного и примесного магнитных моментов имеют вид:

$$\dot{M}_{1,2} = \gamma \left[M_{1,2} H^{э}_{1,2}\right]; \ \dot{m}_{1,2} = \gamma_1 \left[m_{1,2} \cdot h^{э}_{1,1}\right], \tag{2}$$

здесь $H^{э}_{1,2} = -\dfrac{\partial H}{\partial M_{1,2}}$ и $h^{э}_{1,2} = -\dfrac{\partial H}{\partial m_{1,2}}$—эффективные поля, действующие на матричный и примесный моменты соответственно. После линеизации уравнений (2) по малому отклонению магнитных моментов ($\Delta M$, $\Delta m$), получаем систему уравнений, определитель которой имеет размеры $12 \times 12$. Из условия разрешимости данной системы, после громоздких, но несложных вычислений получаем следующие выражения для частот собственных колебаний системы:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \gamma \sqrt{H_x (H_x + dm_0)} \\ \omega_2 &= \gamma \sqrt{2\lambda K M_0^2 + 2\lambda_1 M_0 m_0 + \lambda_1^2 (M_0 - m_0)^2 + dM_0 (H_x + dM_0)} \\ \omega_3 &= \gamma \sqrt{2\lambda_1 M_0 m_0 + \lambda_1^2 (M_0 - m_0)^2 + H_x^2 - \frac{\lambda_1 m_0}{2\lambda M_0} d^2 M_0^2} \end{aligned} \tag{3}$$

При вычислении $\omega_3$ ради простоты предполагалось, что $\lambda_1 < \lambda$ и $\gamma_1$ $\gamma$ $\omega_1$—обычная мягкая (акустическая) спин-волновая мода, на которую примесные параметры не оказывают влияния, $\omega_2$—жесткая (оптическая) спин-волновая мода, на которую может существенно влиять примесный параметр $\lambda_1$. Действительно, входящие в $\omega_2$ примесные члены $2\lambda_1 \lambda M_0 m_0$ и $\lambda_1^2 (M_0 - m_0)^2$ могут быть сравнимы с основными членами $2\lambda K M_0^2$ и $dM_0 (H_x + dM_0)$ идеального кристалла.

Возможно, что расхождение наблюдаемых значений $H_d = dM_0$, полученных из статических и резонансных измерений [5], связано с этим. $\omega_3$—дополнительная мода, щель которой связана только с примесным параметром $\lambda_1$. Как видно из [3], зависимость $\omega_3$ от внешнего магнитного поля такая же, как на эксперименте [5]. К сожалению, из-за неконтролируемости концентрации и неизвестности сорта примеси, мы не могли произвести количественного сравнения с экспериментом, проведенным для слабоферромагнитного $CoCO_3$ [1].

Нами была вычислена также динамическая восприимчивость. Для простоты приводим ее значение при $H_x = 0$.

$$\chi_{\omega 3} \equiv \chi_{xx} = \frac{\Delta (M_{1x} + M_{2x} + m_{1x} + m_{2x})}{h_{\omega x}} = \frac{2K M_0^2}{\omega^2 - \omega_2^2} \tag{4}$$

В данном случае ($H_x = 0$)—вид восприимчивости подобен восприимчивости идеального кристалла, т. е. влияние примеси на восприимчивость входит только через частоту $\omega_3$.

### Литература

1. Боровик-Романов А. С., Мещеряков В. Ф. Письма в ЖЭТФ, 28' 425, 1964. 2. Прохоров А. С., Рудашевский Е. Г. Письма в ЖЭТФ, 22, 214. 1975. 3. Ivanov M. A., Rudaschevsky E. G. Solid State com., 33, 623, 1980. 4. Науменко В. М., Еременко В. В., Бандура В. М., Пимко В. В. Письма в ЖЭТФ, 32, 6, 1980. 5. Боровик-Романов А. С. „Проблемы магнетизма". „Наука". М., 1972.

*ИФАН*

*Поступило 2. IV 1981*



J. M. Сеjидов, Н. Г. Һусеjнов, Р. Ә. Мәммәдов

## БИРОХЛУ ЗӘИФ ФЕРРОМАГНИТЛӘРДӘ АШГАР ЗОНАСЫНЫН БИРЧИНСЛИ РЕЗОНАНСА ТӘ'СИРИ

Мәгаләдә нәзәри оларағ зәиф ферромагнитләрдә ашгар зонасынын бирчинсли резонанса тә'сири өјрәнилмишдир. Ашгар тә'сирини нәзәрә алмагла бирчинсли резонанс тезлиji үчүн ифадә алынмышдыр. Бу ифадә әсасында тәчрүби нәтичәләр изаһ олунмушдур.

Yu. M. Seidov, N. G. Guseinov, R. A. Mamedov

## THE EFFECT OF IMPURITY BAND ON HOMOGENEOUS RESONANCE IN WEAK UNIAXIAL FERROMAGNETICS

The paper deals with the theoretical study of the effect of the impurity bands on homogeneous resonance in uniaxial weak ferromagnetics. The expressions for homogeneous resonance frequencies with the account of the impurity influence which qualitatively explains the experimentally obtained results have been derived

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 198

УДК 621.315.592 ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКО

Чл.-корр. АН СССР Г. Б. АБДУЛЛАЕВ, акад. Ч. М. ДЖУВАРЛЫ, Б. Г. ТАГИЕВ, П. В. ЛЕОНОВ, И. А. ГАСАНОВ, Г. М. НИФТИЕВ, Б. А. ГУСЕЙНОВ

# ФОРМИРОВАНИЕ ОБЪЕМНОГО ЗАРЯДА В МОНОКРИСТАЛЛАХ GaSe В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Как известно [1—4], в результате различных физических процес сов в полупроводниках и диэлектриках может иметь место образова ние объемного заряда. Как правило, заряд при этом бывает сосредо точен в приэлектродных слоях и оказывается ответственным за мно гие физические явления, происходящие в полупроводниках. Это вопрос достаточно хорошо освещен в мировой литературе. Явлени образования объемного заряда широко используется для определени параметров ловушек в сложных полупроводниках. При этом испол зуется метод термостимулированного тока (ТСТ). Величина заря может быть оценена графическим интегрированием кривой термости мулированного тока.

Ниже рассматриваются теоретические предпосылки предлагаемо нами метода формирования монополярного объемного заряда в полу проводниках и обсуждаются экспериментальные результаты исследо вания параметров ловушек в монокристаллах GaSe : Sn.

Рассмотрим процесс формирования объемного заряда. Для пр стоты возьмем симметричную систему электродов, между которым расположен образец (рис. 1). Воздушные зазоры предназначены д зажигания в них газового разряда. После зажигания разряда в зазо появляются свободные носители заряда: положительные ионы электроны. Поскольку к зазору приложено переменное напряжени то в положительный полупериод на поверхность образца оседают п ложительные ионы, а в отрицательный—происходит оседание эле тронов. В результате статистического характера распределения и пульсов разряда по поверхности образца, через некоторое время обеих сторон (поскольку физические условия с обеих сторон один ковые), будет иметь место равномерное поверхностное распределени зарядов обоего знака. В связи с тем, что коэффициенты диффузи положительных ионов и электронов существенно различны (а имени $D_e \gg D_i$), а также с другой стороны, благодаря наличию градиен концентрации, будет иметь место преимущественный диффузионны ток зарядов одного знака, направленный от поверхности в толщ образца, равный:

$$j_D = eD\frac{dn}{dx}, \quad (\ $$

где $e$—заряд электрона, $D$—коэффициент диффузии электронов, $n$- концентрация носителей заряда. Следует отметить, что такой же



величине диффузионный ток будет иметь место через другую поверхность образца, но направление его будет противоположным. Следовательно, суммарный диффузионный ток в системе будет равен нулю. Этого и следовало ожидать из-за симметрии рассматриваемой задачи.

В то же время, с появлением и захватом носителей в объеме образца будет возникать электрическое поле, выталкивающее заряды из образца. Таким образом создается дрейфовый ток, направленный против диффузионного. Опять же, из-за симметрии, суммарный дрейфовый ток в системе равен нулю. Величина дрейфового тока через одну из границ равна

$$j_c = n \cdot e \cdot v, \quad (2)$$

где $v$—дрейфовая скорость носителя.
Если учесть, что: $v = \mu \cdot E$, то:

$$j_c = ne\mu E, \quad (3)$$

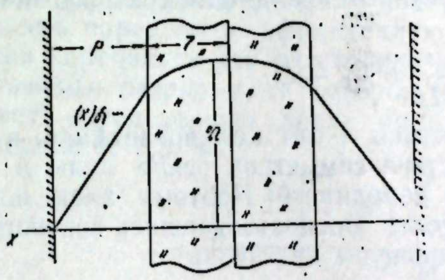


Рис. 1. Схема ячейки, в котором производилась обработка образцов частичными разрядами.

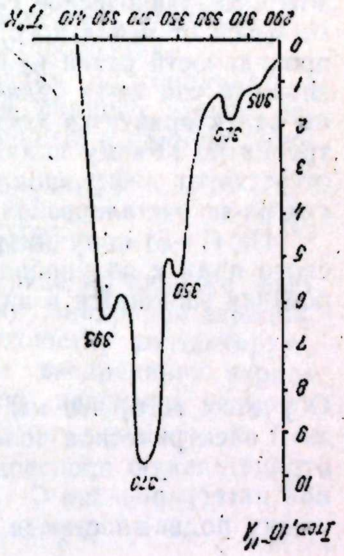


Рис. 2. Типичная термостимулированного тока для образцов из GaSe:Sn

где $\mu$—подвижность носителей, $E$—напряженность поля, созданная как свободными, так и захваченными на глубокие уровни носителями. Для определенности рассматриваем полупроводник $n$-типа, в котором носители, захваченные на глубокие уровни, считаем донорной примесью. При этом в области объемного заряда,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0}(n + N_D). \quad (4)$$

где $N_D$—концентрация захваченных носителей. Известно, что для полупроводника с примесями, в области температур, когда носители вымораживаются на доноры (в нашем случае это определяется глубиной ловушек) и считая акцепторными уровнями уровни мелких ловушек, в окрестности квазиуровня Ферми [5]

$$\frac{n}{N_D} = \frac{1}{z}\left(\frac{2\pi mkT_e}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\frac{E_t}{kT_e}}$$

Здесь $z$—число мелких ловушек в единице объема, $T_e$—характерная температура для носителей захваченных на ловушки, $\varepsilon_f$—положение квазиуровня Ферми, отсчитанное от дна зоны проводимости. Вообще говоря, приведенное соотношение зависит от количества носителей на ловушках, уже хотя бы вследствие того, что с изменением их концентрации меняется положение квазиуровня Ферми, однако если мы рассмотрим состояние системы в достаточно удаленный от момента зажигания разряда в промежутках момент времени, то в объеме полупроводника будет некоторое квазиравновесное состояние, которое характеризуется некоторым постоянным соотношением между концентрациями носителей в зоне и на ловушках, хотя бы и несколько зависящим от координаты

$$\frac{n}{N_D} = \text{const} = \theta \quad (5)$$

Это квазиравновесное состояние характеризуется условием $j=0$ и отмечается от начального, когда во всем объеме нет зарядов и ток проводимости равен нулю, но на границе существует большой диффузионный ток из-за наличия градиента концентрации. Это состояние не характеризуется также равномерной плотностью захваченных электронов по объему полупроводника, поскольку хотя в данном случае отсутствует диффузионная компонента тока, имеется ток проводимости из-за расталкивания зарядов собственным полем.

Из (1—5) получим уравнение для квазиравновесного электрического поля в полупроводнике, которое после однократного интегрирования запишется в виде:

$$\frac{dF}{dx} + \frac{\mu}{2D} E^2 = -C$$

С учетом того, что мы расматриваем $n$-тип полупроводника, в точке $x=0$ электрическое поле вследствие симметрии равно нулю и имеет отрицательную производную по координате. Поэтому знак постоянной интегрирования $C$—положителен. Воспользовавшись соотношением между подвижностью и коэффициентом диффузии

$$\frac{\mu}{D} = \frac{e}{\kappa T_e} \quad (7)$$

решение (6) можно представить в виде [6]

$$E(x) = -\sqrt{\frac{2kT_e C}{e}} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{eC}{2kT_e}} \cdot x \quad (8)$$

и выражение для концентрации захваченных зарядов тогда

$$N_D = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 C}{e(\theta+1)} \sec^2 \sqrt{\frac{eC}{2kT_e}} \cdot x \quad (9)$$

Значение постоянной $C$ получим из экспериментального измерения наведенного потенциала, согласно рис. 1. Для ее вычисления следует с помощью (8) рассчитать разность потенциалов сначала в области $0 < x < L$, а затем, учитывая непрерывность потенциала на границах газ—полупроводник и равенство нормальных составляющих индукции на тех же границах, рассчитать падение потенциала на участках $L < x < L + d$. Взяв затем из эксперимента величину разности потенциалов между средней плоскостью системы, обычно порядка нескольких десятков вольт, и электродом, можно получить значение $C$ из решения трансцендентного уравнения, предположив, что нужный корень находится вблизи значения $\frac{\pi}{2}$. При расчете оказывается необходимым знание температуры—$T_e$. Вообще говоря, даже в случае стационарного объемного заряда, электроны, захваченные на ловушки, могут не находиться в термодинамическом равновесии с решеткой. Их температура будет несколько превышать решеточную ввиду непрерывного получения энергии от переменного электрического поля, поддерживающего разряд в газовом промежутке. Однако это превышение даже в случае электронов на ловушках в диэлектрике [7] очень незначительно даже для полей близких к пробивным. Поэтому считая температуру электронов близкой к комнатной и для геометрии электродов, описанной выше, вычисленное значение постоянной $C$ составляет около $5 \cdot 10^7$ в/м$^2$. Тогда максимальное значение аргумента под знаками тригонометрических функций в (8) и (9) при $x = L$ составляет примерно 1,55, что дает возможность судить о характере распределения объемного заряда в полупроводнике.

Из выражения (9) путем его интегрирования по координате в пределах от $-L$ до $L$ получим выражение для полного заряда, заключенного в объеме полупроводника, отнесенного к единице площади поверхности

$$Q = -2\varepsilon\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2kT_e C}{e}} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{eC}{2kT_e}} \cdot L \quad (10)$$

Знание формы распределения объемного заряда по глубине дает возможность определить эффективную глубину внедрения зарядов. Ее можно определить как расстояние от поверхности, контактирующей с газовым разрядом, на котором величина внедренного заряда составляет определенную долю полного. Так, например, если эта доля составляет 0,5, то

$$\Delta = \frac{\sqrt{\frac{2kT_e}{eC}} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{eC}{2kT_e}} \cdot L}{1 + \sec^2 \sqrt{\frac{eC}{2kT_e}} \cdot L}, \quad \Delta \ll L \quad (11)$$

Для наших условий $\Delta \approx 10^{-6}$ м. Это свидетельствует о том, что на глубине 1 мкм сосредоточена половина внедренного в полупроводник заряда.

Рассчитанное по (10) значение заряда в объеме полупроводника оказывается всегда по порядку величины сравнимым с зарядом, протекающим через измеритель термостимулированного тока, однако обычно вычисленное значение превышает полный измеренный заряд. Это может быть объяснено тем, что в методе измерения термостимулированного тока во внешней цепи ток протекает до тех пор, пока в образце не установится симметричное относительно средней плоскости распределение захваченных зарядов. Дальнейшее освобождение электронов из ловушек не приводит к регистрации тока, поскольку токи с правой и левой сторон образца компенсируют друг друга.

Из сказанного следует, что для рассматриваемого механизма формирования объемного заряда вовсе не обязательно наличие инжектирующего поля. Формирование объемного заряда может происходить просто за счет диффузии электронов из области с большой концентрацией в полупроводник или диэлектрик.

По описанному способу проводились эксперименты с формированием объемного заряда в монокристалле селенида галлия.

Исследуемые образцы изготавливались из монокристаллического GaSe. Образцы из GaSe получались скалыванием слоев толщиной в 30 мкм, после чего на одну из поверхностей испарением в вакууме наносился электрод. Образцы подвергались воздействию частичных разрядов переменного напряжения. Длительность воздействия изменялась от 1 мин до 10 ч.

Характерные для исследуемых образцов GaSe с удельным сопротивлением $10^{10}$ ом. см. результаты измерений токов термостимулированной деполяризации (ТСД) представлены на рис. 2. При этом скорость нагрева образца выбрана равной 0,06 $\frac{\text{град}}{\text{сек}}$. На кривой ТСД отчетливо видно пять пиков, по которым определены энергии активации ловушек (0,56; 0,68; 0,67; 0,72; 0,77 эв.).

### Литература

1. Рывкин С. М. Фотоэлектрические явления в полупроводниках. Физматгиз, 1963. 2. Ламперт М., Марк П. Инжекционные токи в твердых телах. Изд-во „Мир". М., 1973. 3. Тагиев Б. Г., Нифтиев Г. М., Алиев Н. А., Пляев Ф. И., Меджидов А. Б., Гасанов И. А. „Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук", № 4, 67. 1978. 4. Губкин А. Н. „Электреты". „Наука", М., 1978. 5. Блатт Ф. Теория подвижности электронов в твердых телах. ГИФМЛ. М.—Л. 1963. 6. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, Физматгиз, 1965. 7. Сканави Г. И. Физика диэлектриков (область сильных полей). Физматгиз, 1958.

*Институт физики*

*Поступило 24. II 1981*

---

Һ. Б. Абдуллајев, Ч. М. Чуварлы, Б. Һ. Тағыјев, П. В. Леонов,
И. А. Һәсәнов, К. М. Нифтијев, Б. А. Һүсејнов

## ДӘЈИШӘН ЕЛЕКТРИК САҺӘСИНДӘ GaSe МОНОКРИСТАЛЫНДА ҺӘЧМИ ЈҮКЛӘРИН ЈАРАНМАСЫ

Мәгаләдә дәјишән електрик саһәсиндә алынан газ бошалмасында фәза һәчми јүкләринин јаранмасы еффектиндән истифадә едәрәк јарымкечиричиләрин физики хассәләринин тәдгиг етмәк имканы көстәрилмишдир. Стасионар шәраитдә нүмунәдә саһәнин вә јүкүн пајланмасы һесабланмышдыр. Термостимуллашмыш чәрәјан методунун көмәји илә GaSe монокристалында локал сәвијјәләрин дәринлији тә'јин едилмишдир.

G. B. Abdullaev, Ch. M. Juvarly, B. G. Tagiev, P. V. Leonov,
I. A. Gasanov, G. M. Niftiev, B. A. Guseinov

## FORMATION OF SPACE CHARGE IN GaSe SINGLE CRYSTALS IN AC ELECTRIC FIELD

The possibility of semiconductors physical properties investigation by using the space charge formation effect due to electron diffusion from gaseous discharge of alternate current is showed

Distribution of field and charge in the sample in the stationary conditions were calculated.

The depth of trap level in GaSe was determined by thermostimulated currents method.

---

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 537.213;537.226.5

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

И. Ш. ВЕКИЛОВ, Р. Р. ГУСЕЙНОВ

# КУЛОНОВСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗАРЯДОВ В АНИЗОТРОПНОЙ ПЛЕНКЕ

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)*

В последнее время заметно возрос интерес к изучению экситонных состояний в тонких полупроводниковых пленках. Было показано [1], что в случае, когда пленка окружена средой с диэлектрической проницаемостью намного меньшей диэлектрической проницаемости самой пленки, кулоновское взаимодействие заряженных частиц в пленке заметно возрастает, что приводит к существенному изменению экситонного спектра. Энергия связи экситона в пленке при этом значительно больше, чем в массивном образце и увеличивается с уменьшением толщины пленки. Экспериментально такой эффект наблюдался [2,3] на пленках ряда полупроводниковых соединений, обладающих слоистой структурой. Поэтому представляет интерес решение задачи о кулоновском взаимодействии в пленке с анизотропными свойствами.

Мы рассмотрим взаимодействие двух зарядов, находящихся в пленке, характеризуемой двумя значениями статической диэлектрической проницаемости ($\varepsilon_{\parallel}$, $\varepsilon_{\perp}$) и окруженной средой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1$, с одной, и $\varepsilon_2$—с другой стороны. Выберем начало координат в некоторой точке 0, равноудаленной от границ пленки толщины $d$ и найдем потенциал поля в произвольной точке $(\rho, z)$ внутри пленки, создаваемого зарядом $e$, помещенным в точке $(o, z')$ также внутри пленки.

Потенциал этот $\varphi$, $(\rho, z)$ находится решением уравнения Пуассона с соответствующими граничными условиями:

$$\varepsilon_{\perp}\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}+\varepsilon_{\parallel}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right)=-4\pi e\delta(z-z')\delta(\rho) \qquad (1)$$

при $-\frac{d}{2}\leqslant z\leqslant\frac{d}{2}$, и

$$\Delta\varphi=0 \qquad (2)$$

при $z<-\frac{d}{2}$ и $z>\frac{d}{2}$.

Граничными условиями при этом являются условия непрерывности самого потенциала и $z$-компонент вектора индукции на границах пленки.

Удобно разложить искомый потенциал $\varphi(\rho, z)$ в интеграл Фурье по двум переменным:

$$\varphi(\rho, z)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int\varphi(\kappa, z)\,e^{i\kappa\rho}\,d^2\kappa$$

и искать решение в трех различных областях.

1. $-\dfrac{d}{2} < z < \dfrac{d}{2}$

Уравнение (1) для Фурье-компоненты потенциала выглядит следующим образом:

$$\varepsilon_\perp \frac{d^2\varphi(\kappa, z)}{dz^2} - \varepsilon_\parallel \kappa^2 \varphi(\kappa, z) = -4\pi e\delta(z - z') \tag{3}$$

Его общее решение есть:

$$\varphi(\kappa, z) = Ae^{\gamma\kappa z} + Be^{-\gamma\kappa z} + \frac{2\pi e}{\varepsilon\kappa} e^{-\gamma\kappa|z-z'|}, \tag{4}$$

где $A$ и $B$—произвольные коэффициенты,

$$\gamma = \sqrt{\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}}, \quad \varepsilon = \sqrt{\varepsilon_\parallel \varepsilon_\perp}$$

2. $z \leqslant -\dfrac{d}{2}$

Уравнение (2) для Фурье-компоненты потенциала дает:

$$\frac{d^2\varphi(\kappa, z)}{dz^2} - \kappa^2\varphi(\kappa, z) = 0 \tag{5}$$

Решение (5), убывающее на бесконечности есть:

$$\varphi(\kappa, z) = A_1 e^{\kappa z}$$

3. $z \geqslant \dfrac{d}{2}$

В этой области решение убывающее на бесконечности есть:

$$\varphi(\kappa, z) = B_1 e^{-\kappa z}$$

Граничные условия при $z = -\dfrac{d}{2}$ и $z = \dfrac{d}{2}$ определяют коэффициенты $A, B, A_1, B_1$. Здесь мы приведем только значения $A$ и $B$:

$$A = \frac{2\pi e}{\varepsilon\kappa} e^{-\eta_2 - \gamma\kappa\frac{d}{2}} \frac{\operatorname{ch}\left[\eta_1 + \gamma\kappa\left(\frac{d}{2} + z'\right)\right]}{\operatorname{sh}(\eta_1 + \eta_2 + \gamma\kappa d)}$$

$$B = \frac{2\pi e}{\varepsilon\kappa} e^{-\eta_1 - \gamma\kappa\frac{d}{2}} \frac{\operatorname{ch}\left[\eta_2 + \gamma\kappa\left(\frac{d}{2} - z'\right)\right]}{\operatorname{sh}(\eta_1 + \eta_2 + \gamma\kappa d)},$$

где

$$\eta_{1,2} = \frac{1}{2} \ln \frac{\varepsilon + \varepsilon_{1,2}}{\varepsilon - \varepsilon_{1,2}}.$$

Подставляя значения $A$ и $B$ в (4), найдем для Фурье-компоненты потенциала внутри пленки:

$$\varphi(\kappa, z) = \frac{4\pi e}{\varepsilon\kappa} \begin{cases} \Phi(\kappa, z, z') & z > z' \\ \Phi(\kappa, z', z) & z < z', \end{cases}$$

где

$$\Phi(\kappa, z, z') = \frac{\operatorname{ch}\left[\gamma\kappa\left(\frac{d}{2} - z\right) + \eta_2\right] \operatorname{ch}\left[\gamma\kappa\left(\frac{d}{2} + z'\right) + \eta_1\right]}{\operatorname{sh}(\eta_1 + \eta_2 + \gamma\kappa d)}$$



и для самого потенциала $\varphi(\rho, z)$ при $z > z'$:

$$\varphi(\rho, z) = \frac{e}{\pi\varepsilon}\int_0^\infty d\kappa\, \Phi(\kappa, z, z') \int_0^{2\pi} e^{i\kappa\rho\cos\theta} d\theta = \frac{2e}{\varepsilon}\int_0^\infty J_0(\kappa\rho)\, \Phi(\kappa, z, z')\, d\kappa$$

Здесь мы проинтегрировали по полярному углу $\theta$, в результате чего под интегралом возникла функция Бесселя $J_0(\kappa\rho)$. Интеграл по $\kappa$ вычисляется следующим образом:

$$\varphi(\rho, z) = \frac{e}{\varepsilon} e^{-(\eta_1+\eta_2)} \int_0^\infty \frac{J_0(\kappa\rho)\, d\kappa}{1 - e^{-2(\eta_1+\eta_2+\gamma\kappa d)}} \Big\{ e^{\eta_1+\eta_2-\gamma\kappa d\left(\frac{z}{d} - \frac{z'}{d}\right)} + e^{\eta_1-\eta_2-\gamma\kappa d\left(1-\frac{z}{d}-\frac{z'}{d}\right)} + e^{-\eta_1+\eta_2-\gamma\kappa d\left(1+\frac{z}{d}+\frac{z'}{d}\right)} + e^{-\eta_1-\eta_2-\gamma\kappa d\left(2-\frac{z}{d}+\frac{z'}{d}\right)} \Big\} =$$

$$= \frac{e}{\varepsilon}\sum_{m=0}^{\infty}\left\{ \frac{\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_1}{\varepsilon+\varepsilon_1}\,\frac{\varepsilon-\varepsilon_2}{\varepsilon+\varepsilon_2}\right)^m}{\sqrt{\gamma^2(2md+z-z')^2+\rho^2}} + \frac{\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_1}{\varepsilon+\varepsilon_1}\right)^m\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_2}{\varepsilon+\varepsilon_2}\right)^{m+1}}{\sqrt{\gamma^2[(2m+1)d-z-z']^2+\rho^2}} + \frac{\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_1}{\varepsilon+\varepsilon_1}\right)^{m+1}\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_2}{\varepsilon+\varepsilon_2}\right)^m}{\sqrt{\gamma^2[(2m+1)d+z+z']^2+\rho^2}} + \frac{\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_1}{\varepsilon+\varepsilon_1}\right)^{m+1}\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_2}{\varepsilon+\varepsilon_2}\right)^{m+1}}{\sqrt{\gamma^2[2(m+1)d-z+z']^2+\rho^2}} \right\} \tag{6}$$

При вычислении (6) мы формально разложили подинтегральную функцию по степеням экспоненты, стоящей в знаменателе и затем проинтегрировали весь ряд почленно, воспользовавшись известной формулой:

$$\int_0^\infty J_0(x)\, e^{-bx} dx = \frac{1}{\sqrt{1+b^2}}, \quad b > 0$$

Условие отрицательности показателя экспоненты в нашем случае выполнено, поскольку $z > z'$, а также $|z| \leqslant \dfrac{d}{2}$ и $|z'| \leqslant \dfrac{d}{2}$. При $z < z'$ в формуле (6) нужно просто поменять местами $z$ и $z'$.

Потенциал (6) имеет вид суммы потенциалов, создаваемых бесконечным рядом изображений данного заряда, отраженных от границ пленки.

Таким образом, найдена электростатическая энергия взаимодействия двух зарядов $e$ и $e'$ в пленке:

$$U(\rho, z, z') = e'\varphi(\rho, z)$$

**Литература**

1. Келдыш Л. В. Письма в ЖЭТФ, т. 29, вып. 11, стр. 716. 1979. 2. Consadori F. and Frindt R. F. Phys. Rev. B., V. 2, № 12, p. 4893, 1970 г. 3. Агеев Л. А., Милославский В. К., Шкляревский И. Н. ФТТ, т. 15, вып. 9, стр. 2794, 1973.

*Институт физики*

*Поступило 2. III 198*

## И. Ш. Вәкилов, Р. Р. Һүсејнов

## АНИЗОТРОПИК НАЗИК ТӘБӘГӘЛӘРДӘ ЈЕРЛӘРИН КҮЛОН ГАРШЫЛЫГЛЫ ТӘ'СИРИ

Мәгаләдә бир тәрәфи диелектрик нүфузлулугу $\varepsilon_1$ олан мүһитлә, дикәр тәрәфи исә диелектрик нүфузлулугу $\varepsilon_2$ олан мүһитлә әһатә олунмуш, анизотропик диелектрик нүфузлулугу ($\varepsilon_\parallel$, $\varepsilon_\perp$) олан назик тәбәгә дахилиндә ики јүкүн гаршылыглы тә'сир енержиси һесабланмышдыр.

## I. Sh. Vekilov, R. R. Guseinov

## COULOMB INTERACTION OF CHARGES IN ANISOTROPIC FILM

The energy of electrostatic interaction of two charges, located in the film with anisotropic dielectric constant ($\varepsilon_\parallel$, $\varepsilon_\perp$), placed between two media with dielectric constant $\varepsilon_1$ and $\varepsilon_2$, is found.

---

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 62.50 ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

Чл.-корр. Я. Б. КАДЫМОВ, А. И. МАМЕДОВ, Б. А. АСКЕР-ЗАДЕ, Р. М. АЛИЕВ

# ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В МАГИСТРАЛЬНЫХ ПРОДУКТОПРОВОДАХ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ПЕРЕКАЧКЕ НЕФТЕПРОДУКТОВ

Вопросы расчета нестационарных процессов в магистральных продуктопроводах при последовательной перекачке нефтепродуктов имеют важное значение для целей прогнозирования хода технологических процессов и оперативного управления режимами перекачки.

Данная проблема в научной литературе разработана еще недостаточно. В работе [1] освещен вопрос последовательного движения по трубопроводу двух жидкостей с плоской границей раздела, отличающихся плотностью, вязкостью и упругостью.

Однако при эксплуатации магистральных продуктопроводов приходится сталкиваться со случаями, когда по трубопроводу движутся одновременно более двух различных нефтепродуктов. Решение такой задачи с использованием аналитических методов в связи с неоднородностью нефтепродуктов сопряжено с большими математическими трудностями. Для преодоления этих трудностей весьма эффективным является применение специализированных численных методов расчета нестационарных процессов, основанных на теории импульсных систем [3—5].

При этом в качестве математического аппарата используется дискретное преобразование Лапласа [6].

Такой метод расчета позволяет исключить из решения задачи динамики магистрального продуктопровода бесконечные ряды Бесселевых функций и свести его к достаточно простым рекуррентным соотношениям, легко реализуемым на ЦВМ.

В настоящей работе изложено дальнейшее развитие и обобщение численного метода, описанного в [3—5], для расчета нестационарных процессов в магистральном продуктопроводе при последовательной перекачке $i$ нефтепродуктов, отличающихся плотностью, вязкостью и упругостью.

Движение каждого нефтепродукта описывается линеаризованными уравнениями Чарного [2], а на границе раздела между ними задаются условия непрерывности скорости и давления.

Причем, согласно [1], за время нестационарного процесса границы раздела нефтепродуктов считаются неподвижными. При такой постановке нестационарные процессы, протекающие в магистральном продуктопроводе при последовательной перекачке нефтепродуктов, описываются следующими уравнениями в частных производных:

$$-\partial P_z/\partial x = \kappa_1^z \partial W_z/\partial t + \kappa_3^z W_z, \tag{1}$$

$$-\partial W_z/\partial x = \kappa_2^z \partial P_z/\partial t,$$

где $z = 1, i$, для $z = 1,\ 0 \leqslant x \leqslant L_1$

$z = i,\ L_{i-1} \leqslant x \leqslant L_i,\ L_1 = l_1,$

$L_2 = \sum_{j=1}^{2} l_1, \ldots, L_i = \sum_{j=1}^{i} l_j;\ l_1, l_2, \ldots, l_i$—длина каждого подучастка, заполненного соответственно $1, 2, \ldots, i$ нефтепродуктом,

$$\kappa_1^1 = \rho_1, \ldots, \kappa_1^i = \rho_i,\ \kappa_2 = \frac{1}{\rho_1 c_1^2}, \ldots, \kappa_2^i = \frac{1}{\rho_i c_i^2},$$

$$\kappa_3' = 2a_1\rho_1, \ldots, \kappa_3^i = 2a_i\rho_i;$$

$W_1(x, t), \ldots, W_i(x, t), P_1(x, t), \ldots, P_i(x, t)$—соответственно значения средней скорости и давления для нефтепродуктов $1, 2 \ldots, i$;

$\rho_1, \ldots, \rho_i$—значение плотности нефтепродуктов $1, 2, \ldots, i$;

$c_1, \ldots, c_i$—значение скорости звука для нефтепродуктов $1, 2, \ldots, i$;

$a_1, \ldots, a_i$—значение коэффициента линеаризованного трения для нефтепродуктов $1, 2, \ldots, i$.

Начальные условия принимаются нулевыми [1].

Граничные условия имеют вид:

$$P_1(0, t) = P_{1н}(t), \qquad W_1(L_1, t) = W_{1к}(t),$$

$$\ldots \qquad \ldots$$

$$P_{i-1}(L_{i-1}, t) = P_{iн}(t), \qquad W_{i-1}(L_{i-1}, t) = W_{iн}(t),$$

$$P_i(L_i, t) = \mu_i W_i(L_i, t),$$

$\mu_i$—постоянный коэффициент, определяющий связь между давлением и скоростью в конце участка $i$.

Функция $P_{iн}(t)$ задает возмущение на левом конце данной системы. В граничных условиях значения функций $W_{1к}(t), \ldots, P_{iн}(t)$, $W_{iк}(t)$ являются неизвестными функциями и определяются в ходе решения задачи.

Запишем условия сопряжения в точках $x = L_1, x = L_2, \ldots, x = L_{i-1}$

$$P_1(L_2, t) = P_2(L_1 t), \qquad W_1(L_1' t) = W_2(L_1, t),$$

$$\ldots \qquad \ldots$$

$$P_{i-1}(L_{i-1}, t) = P_i(L_{i-1}, t),\ W_{i-1}(L_{i-1}, t) = (L_{i-1}, t).$$

Требуется найти решение системы дифференциальных уравнений (1) при заданных начальных и граничных условиях.

При указанных начальных и граничных условиях решения систем уравнений (1) определяют выражения для функций $P_1(x, t), W_1(x, t), \ldots, W_i(x, t)$ которые в операторной форме принимают вид:

$$W_1(x, s) = \frac{1}{b_1(s)} \frac{\operatorname{sh}\gamma_1(L_1 - x)}{\operatorname{ch}\gamma_1 l_1} P_{1н}(s) + W_{1к}(s)\frac{\operatorname{ch}\gamma_1 x}{\operatorname{ch}\gamma_1 l_1},$$

$$P_1(x, s) = \frac{\operatorname{ch}\gamma_1(L_1 - x)}{\operatorname{ch}\gamma_1 l_1} P_{1н}(s) - b_1(s) W_{1к}(s)\frac{\operatorname{sh}\gamma_1 z}{\operatorname{ch}\gamma_1 l_1},$$

$$\ldots \qquad \ldots \tag{2}$$



$$W_i(x, s) = \frac{1}{b_i(s)} \frac{\operatorname{sh}\gamma_i(L_i - x)}{\operatorname{ch}\gamma_i l_i} P_{iн}(s) + W_{iк}(s)\frac{\operatorname{ch}\gamma^i(x - L_z)}{\operatorname{ch}\gamma_i l_i},$$

$$P_i(x, s) = \frac{\operatorname{ch}\gamma_i(L_i - x)}{\operatorname{ch}\gamma_i l_i} P_{iн}(s) - b_i(s) W_{iк}(s)\frac{\operatorname{sh}\gamma_i(x - L^z)}{\operatorname{ch}\gamma_i l_i}.$$

$\gamma_i(s) = \sqrt{(s\kappa_1^i + \kappa_3^i)\, s\kappa_2^i}$—операторная постоянного распространения волн на соответствующих участках $1, 2, \ldots, i$;

$b_i(s) = \sqrt{(s\kappa_1^i + \kappa_3^i)/s\kappa_2^i}$—операторное волновое сопротивление продуктопровода на участках $1, 2, \ldots, i$;

$P_{1н}(s), \ldots, P_{iн}(s), W_{1к}(s), \ldots, W_{iк}(s)$ — изображение функций $P_1(0, t), P_i(L_{i-1}, t), W_1(L_1, t), W_i(L_i, t)$;

$s$—оператор преобразования Лапласа.

Переход от изображений непрерывных функций к соответствующим изображениям решетчатых функций осуществляется на основе методики, представленной в [6].

Оригиналы полученных дискретных изображений находятся на основе теоремы свертки [7]. При этом связь между непрерывным временем $t$ и дискретным—$n$ для данной системы имеет следующий вид: $t = nT/\lambda$,

где $T = 2\tau$—абсолютный период повторения решетчатой функции, $\tau = \sum_{j=1}^{i} \tau_j$—время распространения волны в один конец исходной системы, $\lambda$—любое целое число ($\lambda = 1, 2, \ldots,$). Выбор значения $\lambda$ обусловливается необходимой точностью расчетов [3—5].

Таким образом, выражения для функций $P_1(x, s), W_1(x, s), \ldots, P_i(x, s), W_i(x, s)$ в решетчатой форме при использовании теоремы свертывания [7] принимают вид:

$$W_1[n, \delta_1] = \left(\sum_{m=\tau_1'}^{n} \kappa_8'[m] - \sum_{m=\tau_2'}^{n} \kappa_9'[m]\right) P_{1н}[n - m] +$$

$$+ \left(\sum_{m=\tau_3'}^{n} \kappa_{10}'[m] + \sum_{m=\tau_4'}^{n} \kappa_{11}'[m]\right) W_{1к}[n - m] -$$

$$- \sum_{m=r_1\lambda+1}^{n} \kappa_1'[m]\, W_1[n - m, \delta_1] - \sum_{m=0}^{n-1} W_1[m, \delta_1];$$

$$P_1[n, \delta_1] = \left(\sum_{m=\tau_1'}^{n} \kappa_2'[m] + \sum_{m=\tau_2'}^{n} \kappa_3'[m]\right) P_{1н}[n - m] -$$

$$- \left(\sum_{m=\tau_3'}^{n} \kappa_{44}'[m] - \sum_{m=\tau_4'}^{n} \kappa_{66}'[m]\right) W_{1к}[n - m] -$$

$$- \sum_{m=r_1\lambda+1}^{n} \kappa_1'[m]\, P_1[n - m, \delta_1] - \sum_{m=0}^{n-1} P_1[m, \delta_4],$$

$$\ldots \qquad \ldots$$

$$W_i[n,\delta_i]=\frac{b_1}{b_1}\left(\sum_{m=\nu_1^i}^{n}\kappa_8^i[m]-\sum_{m=\nu_2^i}^{n}\kappa_9^i[m]\right)P_{1н}[n-m]+$$

$$+\sum_{m=\nu_3^i}^{n}\kappa_{10}^i[m]+\sum_{m=\nu_4^i}^{n}\kappa_{11}^i[m]\,W_{1к}[n-m]-$$

$$-\sum_{m=r_i\lambda+1}^{n}\kappa_1^i[m]\,W_i[n-m,\delta_i]-\sum_{m=0}^{n}W_i[m,\delta_i];$$

$$P_i[n,\delta_i]=\left(\sum_{m=\nu_1^i}^{n}\kappa_2^i[m]+\sum_{m=\nu_2^i}^{n}\kappa_3^i[m]\right)P_{iн}[n-m]-$$

$$-\frac{b_1}{b_1}\left(\sum_{m=\nu_3^i}^{n}\kappa_{44}^i[m]-\sum_{n=\nu_4^i}^{n}\kappa_{66}^i[m]\right)W_{iк}[n-m]-$$

$$-\sum_{m=r_i\lambda+1}^{n}\kappa_1^i[m]\,P_i[n-m,\delta_i]-\sum_{n=0}^{n-1}P_i[m,\delta_i],$$

где $\delta_i=\dfrac{x}{2L_i}$, $\delta_i^l=1\mp L_i'\pm\bar{\delta}_i\,(4)$, $\bar{\delta}_i=\dfrac{x}{l_i}$, $L_i'=\dfrac{L}{l_i}$,

$$\delta_i^{x}=1\mp\bar{\varepsilon}_i\pm L_i\,(5),$$

$$\bar{\bar{L}}_i=\frac{L_{i-1}}{l_i},\ (l=1,2;\ \kappa=3,4);$$

$$\sigma_1'=r_1\lambda\delta_i',\quad \sigma_2'=r_1\lambda(1-\delta),\quad \sigma_3'=0{,}5r_i\lambda(1-2\delta_1),$$

$$\sigma_4'=0{,}5r_1\lambda(1+2\sigma_1),\quad \sigma_1^i=0{,}5r_i\lambda\delta_1',\quad \sigma_2^i=0{,}5r_i\lambda\delta_i^2,\quad \sigma_3^i=0{,}5r_i\lambda\delta_i^3,$$

$$\sigma_4^i=0{,}5r_i\lambda\delta_i^4,\quad r_i=\frac{\tau_i}{\tau},\quad \kappa_{44}^i[n]=\kappa_4^i[n]+2\eta_i\sum_{m=\nu_3^i}^{n}\kappa_4^i[m],$$

$$\kappa_{66}^i[n]=\kappa_6^i[n]+2\eta_i\sum_{m=\nu_4^i}^{n}\kappa_6^i[m],$$

$$\kappa_c^i[n]=\begin{cases}0 & \text{при}\quad n<\theta_c^i\\ e^{-\hat{\theta}_c^i}+\hat{\theta}_c^i\displaystyle\sum_{m=\theta_c^i+1}^{n}e^{-m}\frac{I_1\left(\eta_i\sqrt{m^2-(\theta_c^i)^2}\right)}{\sqrt{m^2-(\theta_c^i)^2}} & \text{при}\quad n>\theta_c^i,\end{cases}$$

$$c=1,2,3,10,11;\quad \hat{\theta}_1^i=L_iT_i,\quad \hat{\theta}_2^i=L_iT_i\delta_i,\quad \hat{\theta}_3^i=L_iT_i(1-\delta_i),$$

$$\hat{\theta}_{10}^i=0{,}5L_iT_i(1-2\delta_i),\quad \hat{\theta}_{11}^i=0{,}5L_iT(1+2\delta_i),\quad \theta_1^i=r_i\lambda,\quad \theta^2=r_i\lambda\delta^i$$

$$\theta_3^i=r_i\lambda(1-\delta_i),\quad \theta_{10}^i=0{,}5r_i\lambda(1-2\delta^i),\quad \theta_{11}^i=0{,}5r_i\lambda(1+2\delta^r),\quad \eta_i=L_i\frac{T}{\lambda},$$

$$\kappa_d^i[n]=\begin{cases}0 & \text{при}\ n<\theta_d^i\\ e^{-n}\eta_iI_0\left(\eta_i\sqrt{n^2-(\theta_d^i)^2}\right) & \text{при}\ n>\theta_d^i,\end{cases}$$



$$d=4,6,8,9;\quad \theta_4^i=0{,}5r_i\lambda\delta_r^3,\quad \theta_6^i=0{,}5r_i\lambda\delta_i,\quad \theta_8^i=r_i\lambda\delta_i,$$

$$\theta_9^i=r_i^{r}\lambda(1-\delta_i),\ \kappa_t^i[n]=2\eta_i\sum_{m=\theta_\kappa^i}^{n}\kappa_\kappa^i[m],\ (t=5,7;\ \kappa=4,6)$$

$\kappa_c^i[n]$, $\kappa_l^i[n]$, $\kappa_t^i[n]$, $\kappa_d^i[n]$—оригиналы передаточных функций в решетчатой форме.

В систему уравнений (3) входят неизвестные функции $W_{1к}[n]$, $P_{2н}[n],\ldots,P_{iн}[n]$, $W_{iк}[n]$. Определение их осуществляется на основе совместного решения выражений, полученных из системы (3) для начальных и конечных точек соответствующих участков.

### Литература

1. Коралев М. А.: Транспорт и хранение нефти и нефтепродуктов, № 8, стр. 18—19. ВНИИОЭНГ. М., 1978. 2. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. „Недра", 1976. 3. Кадымов Я.Б., Листенгартен Б. А., Мамедов А. И. „Изв. ВУЗов. Электромеханика", № 6, стр. 72—73, 1976. 4. Мамедов А. И., Аскерзаде А. И. „За технический прогресс". № 8, стр. 65—67, 1980. 5. Кадымов Я. Б., Мамедов, А. И., Алиев Н. Х. „Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт". № 3, 1976. 6. Мамедов А. И., Мусаев В. Г., Аскер-заде Б. А. „Изв. ВУЗов. „Нефть и газ", № 12, стр. 76—79, 1979. 7. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. Физматгиз. М., 1963.

*АзПИ им. Ч. Ильдрыма* *Поступило 11. XII 1981*

---

J. Б. Гәдимов, А. И. Мәммәдов, Б. А. Әскәрзадә, Р. М. Әлиjев

**МАКИСТРАЛ НЕФТ МӘҺСУЛЛАРЫ КӘМӘРИНДӘ НЕФТ МӘҺСУЛЛАРЫНЫН АРДЫЧЫЛ ВУРУЛМАСЫ ЗАМАНЫ БАШ ВЕРӘН КЕЧИД ПРОСЕСЛӘРИНИН ӘДӘДИ ҺЕСАБЛАМА ҮСУЛУ**

Мәгаләдә макистрал нефт мәһсуллары кәмәриндә нефт мәһсулларынын ардычыл вурулмасы заманы баш верән кечид просесләринин әдәди һесаблама үсулу верилмишдир.

**Ya. B. Cadimov, A. I. Mamedov, B. A. Asker-zadeh, R. M. Aliev**

**NUMERICAL METHOD OF CALCULATION OF NONSTATIONARY PROCESSES IN MAIN PRODUCT CONDUCTORS WITH THE CONSEQUENT TRANSFER OF TWO OIL PRODUCTS**

The numerical method of calculation of the transitional processes in main product conductors with the consequent transfer of two oil products is present in the work,

---

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 693.546.4

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Ш. Т. БАБАЕВ, Н. Н. ДОЛГОПОЛОВ, И. М. ЮСУФОВ, Г. К. МИХАЙЛОВ, А. А. СТАРКОВ

# ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА БЕТОНА

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)*

Известно [1], что диэлектрическая проницаемость позволяет производить контроль кинетики твердения бетона, оценивать прочность готовых изделий и др.

Значительный интерес представляет возможность определения несущей способности бетонных и железобетонных изделий по диэлектрическим измерениям.

Нами экспериментально установлено [2], что диэлектрическая проницаемость бетона под влиянием нагружения изменяется в широких пределах.

Обоснование установленных закономерностей, на наш взгляд, может быть осуществлено на основе анализа частотно-релаксационных характеристик $\varepsilon$ и $\operatorname{tg}\delta$ твердеющего бетона (рис. 1), а также затвердевшего бетона при мехническом нагружении (рис. 2). Полученные данные можно интерпретировать с точки зрения релаксационных явлений.

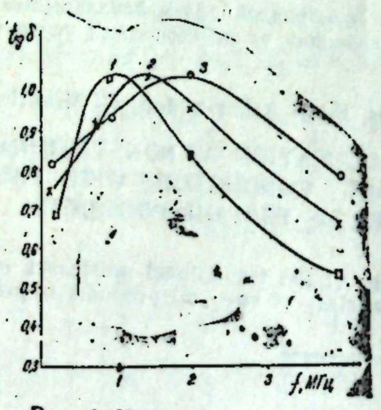


*Рис. 1.* Частотный ход $\operatorname{tg}\delta$ твердеющего бетона в возрасте: *1*—1-х суток; *2*—3-х суток; *3*—14 суток; *4*—28 суток

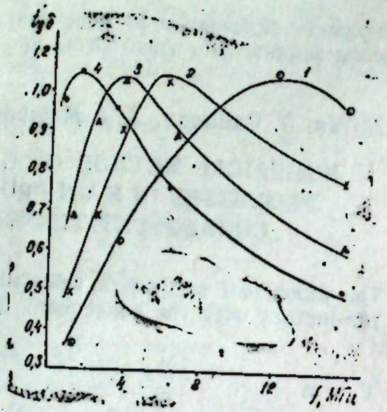


*Рис. 2.* Изменение $\operatorname{tg}\delta$ нагруженного бетона при нагрузках: *1*—75; *2*—150; *3*—250 кГс/см².

Ионная или дипольная поляризации, происходящие вследствие движения слабосвязанных ионов в электрическом поле происходят за счет энергии теплового движения частиц. Поляризация имеет релаксационный характер и оказывает определяющее влияние на значение $\varepsilon$. Нами установлено, что при твердении бетона и по мере нагружения затвердевшего бетона время релаксации поляризации изменяется, что подтверждается частотным ходом максимума $\operatorname{tg}\delta$ (рис. 1 и 2), соответствующим соотношению

$$\omega_p\tau = \sqrt{\frac{\varepsilon^c}{\varepsilon_{on}}},$$

где $\omega_p$—угловая частота изменения электрического поля, на которой наблюдается максимум $\operatorname{tg}\delta$;

$\tau$—время релаксации;

$\varepsilon_{on}$ и $\varepsilon_c$—соответственно оптическая и статическая диэлектрические проницаемости.

Очевидно, что при твердении бетона, т. е. по мере набора прочности, время релаксации поляризации увеличивается (максимум смещается в область низких частот), а при постепенном механическом нагружении затвердевшего бетона время релаксации уменьшается.

С другой стороны, известно [3], что время релаксации зависит от энергии активации поляризации:

$$\tau = \tau_0 \exp\frac{U}{\kappa T},$$

где $\tau_0$—постоянная ($\tau_0 = 10^{12} - 10^{-14}\,c$);

$u$—энергия активации поляризации;

$\kappa$—постоянная Больцмана;

$T$—абсолютная температура.

При анализе диэлектрических характеристик нагруженного бетона значение $\tau$ может быть определено по формуле

$$\tau = \tau_0 \exp\frac{u - \beta R_1}{\kappa T},$$

где $\beta$—коэффициент, учитывающий степень механического нагружения;

$R_1$—величина механического нагружения.

В таблице приведены значения энергии активации $u$ для бетонов различных видов и коэффициента $\beta$ при нагружении бетона до 30% от разрушающей нагрузки.

| Вид бетона | Марка бетона, кгс/см² | $u$, ккал/моль | $\tau\cdot10^6$, с | $\beta$ |
|---|---|---|---|---|
| Бетон тяжелый | 500 | 8,2 | 5,8 | 0,46 |
| Бетон тяжелый | 300 | 8,2 | 4.6 | 0,71 |
| Бетон песчаный | 150 | 8,2 | 2,33 | 1,4 |
| Гипсобетон | 100 | 8,2 | 0,21 | 3,42 |
| Бетонполимер | 1000,0 | 9,0 | — | 0,06 |

Из таблицы видно, что для различных бетонов значения энергии активации отличаются незначительно, в то время как коэффициент $\beta$ меняется в довольно широких пределах. Это позволяет полагать, что коэффициент $\beta$ является показателем концентрации напряжений в теле бетона. Приложенная к бетону внешняя нагрузка вызывает напряжение в нем межатомных связей. При этом, за счет гетерогенности строения бетона внешняя нагрузка распределяется неравномерно по этим связям: возникают локальные перенапряжения. Именно в этих местах наиболее интенсивно идут процессы термофлуктуационного разрыва напряженных связей, т. е. формируются очаги разрушения, приводящие к изменению коэффициента β.

Объективно существующая закономерность изменения ε бетонов при их нагружении представляется важной, т. к. открывает новые возможности оценки нагружения материалов (изделий) и их прочностных характеристик неразрушающими методами.


Литература

1. Долгополов Н. Н., Ким Л. А., Михайлов Г. К., Старков А. А. „ДАН СССР", т. 205, № 1, 1132 1972. 2. Долгополов Н. Н., Иванов Г. С. Михайлов Г. К., Старков А. А. „Бетон и железобетон", № 8, 7, 1976. 3. Сканави Г. И. Физика диэлектриков (область слабых полей). М.—Л., 1948.



АзИСИ



*Поступило 24. XII 1979*


---


Ш. Т. Бабаjев, Н. Н. Долгополов, И. М. Јусуфов, Г. К. Михаjлов, А. А. Старков


## БЕТОНУН КЕЈФИЈЈӘТИНӘ НӘЗАРӘТДӘ ДИЕЛЕКТРИК ӨЛЧМӘЛӘРДӘН ИСТИФАДӘ ЕДИЛМӘСИ ҺАГГЫНДА


Мәгаләдә бетон-полимерләрин тимсалында мүрәккәб мәсамәли һетерокен чисимләрин диелектрик характеристикасына көрә апарылмыш тәдгигатлар һаггында нәзәри мүлаһизәләр вә онларын експериментал нәтичәләри шәрһ едилир. Мүрәккәб, кәркин шәраитдә белә материалларын хассәләри һаггында диелектрик өлчмәләрдән истифадә етмәк јолу илә, јә'ни тезликли-релаксасион тәһлилләр васитәсилә мүһакимә јүрүтмәјин мүмкүн олдугу көстәрилир.



Sh. T. Babayev, N. N. Dolgopolov, I. M. Yusufov, G. K. Mikhailov, A. A. Starkov


## ABOUT EMPLOYMENT OF DIELECTRIC MEASURES FOR CHECKING OF QUALITY OF CONCRETE


The theoretical premises and experimental results of researches on dielectric characteristics of heterogeneous compound porous bodies basing on concrete polymer are stated.

The article shows the behaviour of a similar material in complex stressed conditions with the help of usage of dielectric measurings that are frequent relaxational analyses.


---


АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 546.71712-:-31 : 66—971


ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ


Ф. М. МУСТАФАЕВ, А. С. АББАСОВ, И. Я. АЛИЕВ


# ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ $Cu_2Se-Ag_2Se$

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Шахтахтинским)*

Фазовое равновесие в системе $Cu_2Se-Ag_2Se$ исследовалось в работах [1—4]. По данным [1], соединения $Cu_2Se$ и $Ag_2Se$ при взаимодействии в области высоких температур (973°K) образуют непрерывный ряд твердых растворов в интервале концентраций 33—35 мол. % $Cu_2Se$.

Авторы работы [2] при исследовании отметили, что в системе $Cu_2Se-Ag_2Se$ эвтектический сплав соответствует составу 36 мол. % $Cu_2Se$ с т. пл. 1028°K.

Соединение CuAgSe образуется при 1033°K по перитектической реакции.

Измерение электропроводности сплавов в зависимости от состава подтвердило существование соединения CuAgSe при содержании 50 мол. % $Ag_2Se$ [2]. Электронные и ионные свойства кристаллов CuAgSe исследовались в работах [3, 4].

Сведения о термодинамических свойствах указанной системы в литературе отсутствуют. Только лишь в работе [5] было измерено давление пара над сплавами системы $Cu_2Se-Ag_2Se$ при 1098°K.

Целью настоящей работы являлось изучение термодинамических свойств твердых сплавов системы $Cu_2Se-Ag_2Se$ методом эдс.

Нами были синтезированы соединения $Cu_2Se$, $Ag_2Se$, а также сплавы валового состава указанной системы. Синтез сплавов проводился сплавлением из элементов чистоты: Cu—99,99; Ag—99,99, Se—99,999% в эвакуированных и запаянных кварцевых ампулах. Ампулы со сплавами отжигались при 480°K в течение ~300 ч, а затем закаливались в воде.

В интервале температур 300—420°K измерялись э. д. с. электрохимических цепей (концентрационных относительно электродов) вида:

$$(-)\ Cu_{тв.} \left| \begin{array}{l} \text{жидкий электролит} \\ \text{с ионами Cu} \end{array} \right| [(Cu_2Se)_x (Ag_2Se)_{1-x}]_{тв.}\ (+), \quad (I)$$

где $X$—мольная доля $Cu_2Se$ в сплаве $[(Cu_2Se)_x (Ag_2Se)_{1-x}]$.

В качестве электролита был использован обезвоженный глицериновый раствор бромидов меди и калия (CuBr—0,1 г, KBr—5 г).

Были изучены э. д. с. сплавов следующих составов: 35,00; 45,00; 48,00; 52,00; 65,00 и 75,00 мол. % AgSe. Температурная зависимость э. д. с. элемента (I) со сплавами системы $Cu_2Se-Ag_2Se$ представлена на рис. 1.

Экспериментальные данные э. д. с. изученных сплавов были обработаны методом наименьших квадратов [6]. Полученное уравнение зависимости э. д. с. от температуры следующее:

$$E = (0{,}029 + 0{,}767\cdot10^{-3}\cdot T) \pm 5\cdot10^{-3}\ \text{в}.$$

Концентрационная зависимость э. д. с. сплавов при 373°К, представленная на рис. 2, подтверждает существование фазы CuAgSe в системе $Cu_2Se—Ag_2Se$.

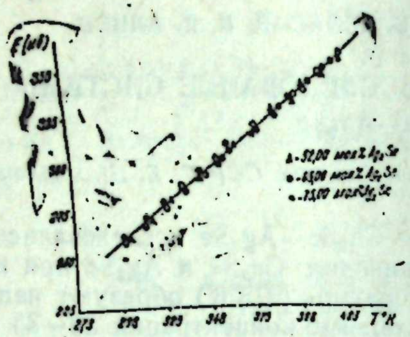


*Рис. 1.* Температурная зависимость эдс элемента (1) для сплавов системы $Cu_2Se—Ag_2Se$.

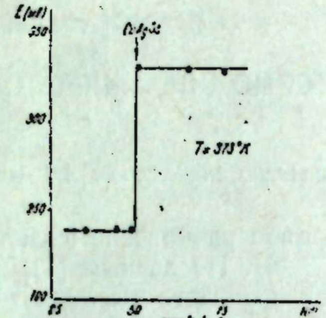


*Рис. 2.* Зависимость эдс от состава для сплавов системы $Cu_2Se—Ag_2Se$ при 373°К

Использование термодинамических соотношений позволило нам определить стандартные значения термодинамических функций образования твердой фазы CuAgSe из мольных твердых компонентов ($Cu_2Se$ и $Ag_2Se$):

$$\Delta H^{o\prime}_{298} = (-0{,}6 \pm 0{,}2)\ \frac{\text{ккал}}{\text{моль}}; \quad \Delta S^{o\prime}_{298} = (17{,}7 \pm 0{,}6)\ \frac{\text{кал}}{\text{моль}\cdot\text{град}};$$

$$\Delta C^{o\prime}_{298} = (-7{,}0 \pm 0{,}1)\ \frac{\text{ккал}}{\text{моль}}$$

Мольные термодинамические функции образования CuAgSe из твердых элементов были рассчитаны путем использования термодинамических данных для $Ag_2Se$ [7]. Нами также рассчитана стандартная энтропия CuAgSe.

Были получены следующие результаты:

$$\Delta H^{o}_{298} = (-5{,}4 \pm 0{,}4)\ \frac{\text{ккал}}{\text{моль}}; \quad \Delta S^{o}_{298} = (21{,}2 \pm 1{,}1)\ \frac{\text{кал}}{\text{моль}\cdot\text{град}};$$

$$\Delta G^{o}_{298} = (-12{,}8 \pm 0{,}2)\ \frac{\text{ккал}}{\text{моль}}; \quad S^{o}_{298} = (50{,}2 \pm 1{,}1)\ \frac{\text{кал}}{\text{моль}\cdot\text{град}}.$$

На основании полученных экспериментальных результатов и справочных данных [8] по стандартной теплоте образования и энтропии Cu, Ag, Se в газообразном состоянии нами были рассчитаны стандартные значения термодинамических величин атомизации CuAgSe, которые приведены ниже:

$$\Delta H^{\text{ат.}}_{298} = 68{,}3\ \frac{\text{ккал}}{\text{г-атом}}; \quad \Delta S^{\text{ат.}}_{298} = 34{,}1\ \frac{\text{кал}}{\text{г-атом}\cdot\text{град}};$$

$$\Delta G^{\text{ат.}}_{298} = 58{,}2\ \frac{\text{ккал}}{\text{г-атом}};$$



## Выводы

Впервые методом э. д. с. жидким электролитом проведено термодинамическое исследование системы $Cu_2Se—Ag_2Se$ и подтверждено существование фазы CuAgSe. Определены энергия Гиббса, энтальпия и энтропия образования твердой фазы CuAgSe.

Рассчитана абсолютная энтропия, а также термодинамические функции атомизации соединений CuAgSe.

### Литература

1. Манделевич А. Ю., Крестовников А. Н., Глазов В. М. «Ж. физ. хим.», т. 43, № 12, 3067, 1969. 2. Агаев М. И., Алекперова Ш. М., Заргарова М. И. «ДАН Азерб. ССР», т. 27, № 6, 15, 1971. 3. Miyatani S. J. Phys. Soc. Japan, v 34, № 2, 423, 1973. 4. Fruch A. J. et al. Z. Kristal., 168, 389, 1957. 5. Глазов В. М., Коренчук Н. М. Сб. «Химическая связь в кристаллах полупроводников и полуметаллов». «Наука и техника», Минск, 1973. 6. Налимов В. В. Применение математической статистики при анализе вещества. М., 1960. 7. Мустафаев Ф. М., Исмайлов Ф. И., Аббасов А. С. «Изв. АН СССР серия «Неорган. мат-лы», т. 11, № 9, 1552, 1975. 8. Гуревич Л. В., Веденеев В. И. и др. Энергия разрыва химических связей. Потенциалы ионизации и сродство к электрону. «Наука». М., 1974.

*Институт физики* *Поступило 28. V 1980*

---

**Ф. М. Мустафајев, А. С. Аббасов, И. Ј. Әлијев**

## $Cu_2Se—Ag_2Se$ СИСТЕМИНИН ТЕРМОДИНАМИК ТӘДГИГИ

Илк дәфә олараг *E. h, Г*-си методу илә $Cu_2Se—Ag_2Se$ системи тәдгиг едилмиш вә бу системдә CuAgSe фазасынын мөвчудлугу тәсдиг олунмушдур. CuAgSe фазасынын стандарт термодинамик параметрләри: әмәләкәлмә Киббс енержиси, енталпијасы вә ентропијасы тә'јин едилмишдир. CuAgSe кимјәви бирләшмәсинин стандарт мүтләг ентропијасы вә һәчминин атомлашма термодинамик функсијалары һесабланмышдыр.

**F. M. Mustafayev, A. S. Abbasov, I. Ya. Aliyev**

## THERMODYNAMIC STUDY OF $Cu_2Se—Ag_2Se$ SYSTEM

The emf method is first used for thermodynamical study of the $Cu_2Se—Ag_2Se$ system and for proving the presence of the CuAgSe phase. The Gibbs energy, enthalpy and entropy of the formation of CuAgSe phase have been determined. The absolute entropy and atomization functions of CuAgSe are also determined.

---

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ҸИЛД № 7 1981

УДК 678.02:66.095.24+541.64 ХИМИЯ ПОЛИМЕРОВ

В. Г. КУЛИЕВА, Б. Д. АБДУЛЛАЕВ, Н. М. АРАКЕЛОВА

# МЕХАНИЗМ РОСТА ЛИТИЙПОЛИИЗОПРЕНОВЫХ ЦЕПЕЙ В СРЕДЕ МОНОМЕРА И КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Т. Н. Шахтахтинским)*

Полимеризация изопрена в массе под действием литийорганических инициаторов не описывается кинетическими моделями простой равновесной ассоциации. Нами установлено, что в зависимости от концентрации исходного инициатора может меняться не только степень ассоциации ($n$), но и глубина ее ($\eta_a$), т. е. доля вступивших в ассоциацию Li-полимерных цепей [1]. Оба эти фактора существенно влияют на кинетику роста цепи, благодаря чему система характеризуется переменным порядком по инициатору [2,3].

Настоящая работа посвящена моделированию кинетики полимеризации изопрена в массе, основываясь на ранее установленные нами физико-химические закономерности процесса [1—4].

Применение инициатора—олигоизопрениллития позволило характеризовать рост цепи без осложнения реакцией инициирования. Совпадение кинетической и вязкостной молекулярной масс полимера позволило сделать вывод об отсутствии стадии обрыва и передачи цепи, благодаря чему полученные полимеры характеризовались высокой степенью однородности. Этот результат свидетельствовал об участии в актах роста всех заданных в систему олигоизопрениллитиевых цепей. Вместе с тем было найдено, что порядок по инициатору не является первым [2], с кинетической точки зрения это означало лишь частичное участие инициатора в актах роста. Отсутствие первого порядка по инициатору принято объяснять наличием полимерных ассоциатов, находящихся в состоянии равновесия со свободными активными полимерными цепями [5]. Придерживаясь аналогичных взглядов, можно объяснить противоречие о полном или частичном участии инициатора в актах роста чрезвычайно подвижным равновесием свободных и ассоциированных цепей. Благодаря быстрому обмену за длительный период полимеризации все исходные цепи инициатора в равной мере успевают участвовать в актах роста, обусловливая однородность и совпадение кинетических и вязкостных ММ.

Было установлено также, что существуют три граничные области полимеризации изопрена в массе, характеризующиеся различным состоянием ассоциации растущих Li-полиизопреновых цепей [1]. При концентрациях ниже $0{,}06\cdot10^{-4}$ моль/л растущие цепи находятся в свободной форме. При концентрациях $(0{,}06\div0{,}75)\cdot10^{-4}$ моль/л часть их переходит в трехмерные ассоциаты. Дальнейшее увеличение общей концентрации инициатора способствует усложнению агрегаций. В ре-



зультате, наряду со свободными формами существуют трех- и гексамерные ассоциаты. Наиболее вероятно образование последних по реакции димеризации.

Совокупность найденных закономерностей позволяет представить процесс роста Li-полиизопреновых цепей в среде мономера в виде следующей трехстадийной схемы:

Диссоциация гексамеров $$(\mathrm{Li}\,M_xR)_6 \overset{K_{6,3}}{\rightleftarrows} 2\,(\mathrm{Li}\,M_xR)_3 \qquad (а)$$

Диссоциация трехмеров $$(\mathrm{Li}\,M_xR)_3 \overset{K_{3,1}}{\rightleftarrows} 3\,(\mathrm{Li}\,M_xR) \qquad (б)$$

Рост цепи $$(\mathrm{Li}\,M_xR)+M \xrightarrow{K_p} (\mathrm{Li}\,M_{x+1}R) \qquad (в)$$

Количественно эти закономерности определяются выражениями:

Константа диссоциации $$K_{6,3}=\frac{[(\mathrm{Li}\,M_xR)_3]^2}{[(\mathrm{Li}\,M_xR)_6]} \qquad (1)$$

Константа диссоциаци $$K_{3,1}=\frac{[\mathrm{Li}\,M_xR]}{[(\mathrm{Li}\,M_xR)_3]} \qquad (2)$$

Баланс лития $$C_0=[\mathrm{Li}\,M_xR]+3\,[(\mathrm{Li}\,M_xR)_3]+6\,[(\mathrm{Li}\,M_xR)_6] \qquad (3)$$

Кинетика роста цепи $$W_p=-\frac{dM}{d\tau}=K_p\cdot M\cdot[\mathrm{Li}\,M_xR] \qquad (4)$$

Обозначения

$W_p$—скорость роста цепи, моль/л. мин;

$\tau$—продолжительность полимеризации, мин;

$M$—концентрация мономера в данный момент, моль/л;

$C_0$—исходная концентрация инициатора, моль/л;

$K_p$—константа элементарной стадии роста, л/моль. мин;

$-dM/M\,d\tau=\mathrm{tg}\,\tau$—удельная скорость роста цепи, мин$^{-1}$.

Совместное решение системы (1—4) приводит к следующей неявной зависимости скорости роста цепи от концентраций реагирующих веществ с учетом влияния параметров ассоциации;

$$C_0=\frac{W_p}{MK_p}+\frac{3}{K_{3,1}}\left(\frac{W_p}{MK_p}\right)^3+\frac{6}{K_{3,1}^2\cdot K_{6,3}}\left(\frac{W_p}{MK_p}\right)^6 \qquad (5)$$

Найденные закономерности для полимеризации изопрена в массе оказались в полном соответствии с кинетической схемой полимеризации этого мономера в среде гептана [6]. В связи с этим полученные теоретическим путем модели для обоих случаев идентичны по своей структуре, являя собой общность кинетического механизма полимеризации изопрена как в среде гептана, так и в среде самого мономера. Различие заключается лишь в численном значении констант.

Придавая важное значение доказательству адекватности кинетического механизма, экспериментальным данным, рассмотрим несколько независимых вариантов оценки константы $K_p$.

Выражения (3) и (5) по сути своей представляют баланс лития в свободных и ассоциированных цепях, а потому включают все граничные области ассоциативных состояний. Из этих выражений могут быть получены частные модели [6], полагая равным нулю первые, либо другие соответственные сочетания членов выражения (5).

Пренебрегая первым и третьим членами, получим общеизвестную для Li-инициированной полимеризации модель простой равновесной ассоциации [7]:

$$W_p = -\frac{dM}{d\tau} = K_p \left(\frac{K_n}{n}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot C_0^{\frac{1}{n}} \cdot M = K \cdot M \cdot C_0^{\frac{1}{n}} \quad (6)$$

Неоправданное допущение ограничивает ее применимость. Лишь в области „почти полной“ ассоциации ($\eta_a > 94\%$, $C_0 = 10^{-1}$ моль/л) возможна оценка кажущейся „константы“ $K$ этой модели.

Две другие граничные модели (7) и (8) представлены в приводимой сводной таблице. Найденное соответствие констант $K_p$ лучшим образом свидетельствует о едином механизме роста цепей на свободных активных центрах, независимо от промежуточных ассоциативных состояний и возможных переходов между ними.

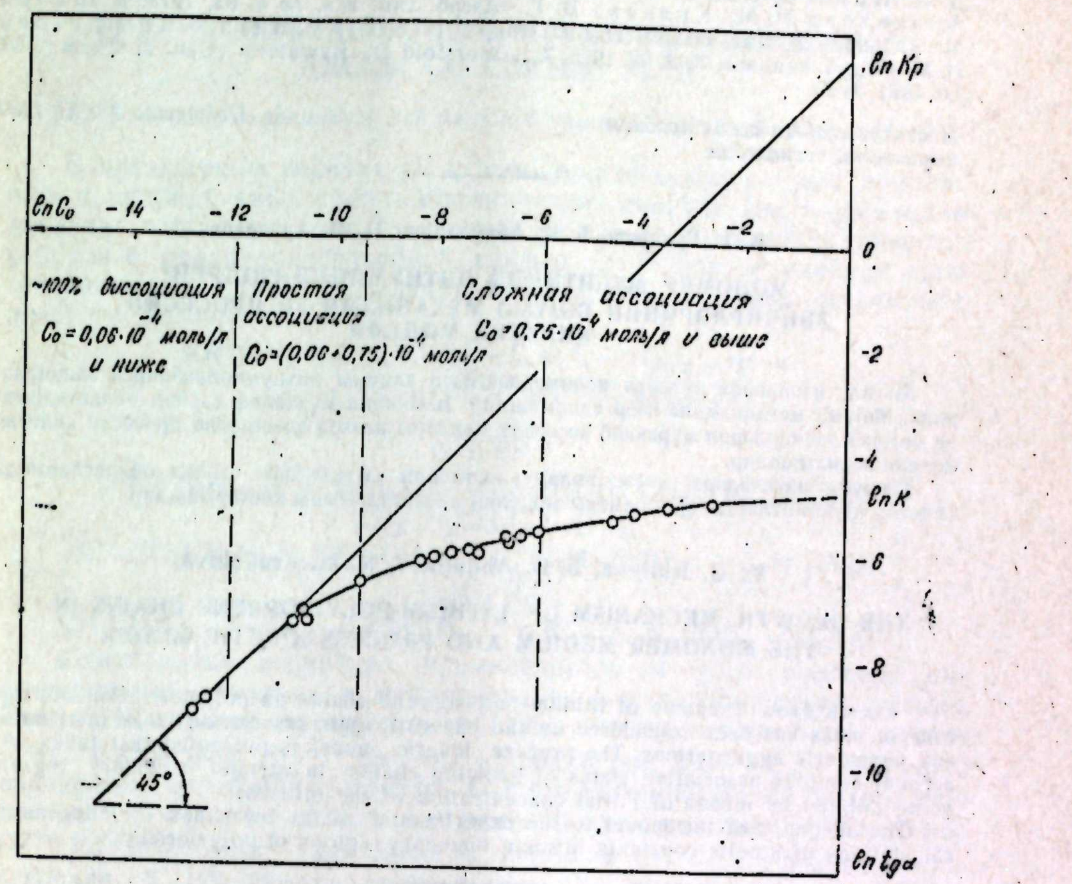
**Независимая оценка констант по кинетическим данным в граничных областях. Полимеризация изопрена в массе**

| Эксперимент | | Кинетическая модель | Найдено (МНК) | | | $\varepsilon^*$, % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_0 \cdot 10^4$ | $\frac{W_p}{M} = \mathrm{tg}\,\alpha$ $(10^4)$ | | $K_p$ | $K_{3,1} \cdot 10^{10}$ | $K_{6,1} \cdot 10^{10}$ | |
| Область полной диссоциации ассоциатов ($n=1$, $\eta_a=0\%$) | | | | | | |
| 0,03 | 1,10 | $\mathrm{tg}\,\alpha = K_p \cdot C_0$ (7) | 37,21 | — | — | 0 |
| 0,04 | 1,51 | | | | | 0,66 |
| Область простых ассоциатов ($n=3$, $\eta_a>50\%$) | | | | | | |
| 0,21 | 6,44 | $\frac{C_0}{(\mathrm{tg}\,\alpha)^3} = \frac{3}{K_p^3 \cdot K_{3,1}} + \frac{1}{K_p} \cdot \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{(\mathrm{tg}\,\alpha)^3}$ (8) | 35,67 | 57 | — | 0,62 |
| 0,25 | 7,46 | | | | | 3,49 |
| 0,26 | 7,32 | | | | | —1,09 |
| 0,74 | 14,35 | | | | | 4,53 |
| Область смешанных ассоциатов ($n=3$, $m=6$, $\eta_a>50\%$) | | | | | | |
| 2,49 | 19,99 | Модель (5) | 38,30 | 41 | 0,30 | —7,55 |
| 3,02 | 22,66 | | | | | —0,62 |
| 4,43 | 24,57 | | | | | —2,97 |
| 6,24 | 25,16 | | | | | —9,30 |
| 6,58 | 24,79 | | | | | —12,65 |
| 12,60 | 32,46 | | | | | 0,49 |
| 13,07 | 30,28 | | | | | —7,33 |
| 16,45 | 32,30 | | | | | —5,57 |
| 21,98 | 37,16 | | | | | 2,58 |
| 102,20 | 44,93 | | | | | —7,72 |
| 156,12 | 56,94 | | | | | 8,32 |
| 307,03 | 56,68 | | | | | —0,20 |
| 719,80 | 67,53 | | | | | —0,99 |
| Все граничные области $\eta_a=0 \div 99,75\%$) | | | | | | |
| $10^{-6} \div 10^{-1}$ | — | $\mathrm{tg}\,\alpha = K_p \cdot [\mathrm{Li}M_x\mathrm{R}]$ (4) или модель (5) | 37,20 | 50 | 0,35 | ±4,25 |

* По корреляционно-связанным константам (модель 5).



В отличие от частных моделей общее выражение (5) позволило вычислить корреляционно-связанные значения константы роста и констант диссоциации. Используя весь массив экспериментальных данных в пределах $C_0 = 10^{-6} \div 10^{-1}$ моль/л, такие константы были найдены численным решением модели (5) с применением метода наименьших квадратов (МНК) и средств ЭВМ (см. таблицу).




Зависимость удельной скорости роста цепи от общей концентрации активных центров роста цепи от общей концентрации активных центров роста при полимеризации изопрена в массе. Граничные области полимеризации

На рисунке показана теоретическая кривая скорости, характеризующая все граничные области. Расхождение расчетных и экспериментальных данных (3) составляет в среднем по всему массиву ±4,25%.

## Выводы

1. Представлена кинетическая модель полимеризации изопрена в массе под действием олигоизопренил лития, учитывающая сложные ассоциативные состояния растущих цепей в различных граничных областях, определяемых исходной концентрацией инициатора.

214—4

2. Показана адекватность модели экспериментальным данным независимыми расчетами кинетических констант в нескольких граничных областях полимеризации.

### Литература

1. Кулиева В. Г., Абдуллаев Б. Д., Аракелова Н. М. «Азерб. хим. ж.», № 6, 57, 1980. 2. Абдуллаев Б. Д., Аракелова Н. М., Кулиева В. Г. «Азерб. хим. ж.», № 1, 42, 1980. 3. Кулиева В. Г., Аракелова Н. М., Абдуллаев Б. Д., Ибрагимова Э. А. «Азерб. хим. ж.», № 3, 22, 1978. 4. Абдуллаев Б. Д., Аракелова Н. М., Кулиева В. Г. «Азерб. хим. ж.», № 4, 84, 1978. 5. Шварц М. Анионная полимеризация. Изд-во «Мир», 1971. 6. Кулиева В. Г., Мирзоян Н. М. «Азерб. хим. ж.», № 2, 20. 1975. 7. Worsfold D., Bywaters. „Can. J. Chem.", 38, 10, 1891, 1960.

*Поступило 28. XI 1980*

*Институт теоретических проблем химической технологии*

---

**В. Һ. Гулијева, Б. Ч. Абдуллајев, Н. М. Аракелова**

## МОНОМЕР МУҺИТИНДӘ ЛИТИУМПОЛИИЗОПРЕН ЗӘНЧИРЛӘРИНИН БӨЈУМӘ МЕХАНИЗМИ ВӘ ПРОСЕСИН КИНЕТИК МОДЕЛИ

Мәгалә изопренин күтләдә полимерләшмәси заманы литиумполиизопрен зәнчирләринин бөјүмә механизминә һәср едилмишдир. Һәмчинин мүхтәлиф сәрһәд областларында бөјүјән зәнчирләрин мүрәккәб ассосиат һаллары нәзәрә алынмагла просесин кинетик модели верилмишдир.

Тәчрүби нәтичәләрә әсасән полимерләшмәнин мүхтәлиф сәрһәд областларында кинетик константларын ејни олмасы моделин адекватлығыны көстәрмишдир.

**V. G. Kulieva, B. D. Abdullaev, N. M. Arakelova**

## THE GROWTH MECHANISM OF LITHIUM-POLYISOPRENE CHAINS IN THE MONOMER MEDIUM AND PROCESS KINETIC MODEL

Kinetic growth scheme of lithium-polyisoprene chains on polymerization of isoprene in mass has been considered on the basis of their association ideas in trimeric and hexameric aggregations. The process kinetic model is presented that takes into account complex associative states of growing chains in various boundary regions being defined by means of initial concentration of the initiator.

The adequacy of the model to the experimental data by means of independent calculations of kinetic constants in some boundary regions of polymerization is shown.

---

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 547.245

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

**С. И. САДЫХ-ЗАДЕ, Р. М. МУСТАФАЕВ, Л. Г. КУЛИЕВА**

## ГИДРОКСИЛСОДЕРЖАЩИЕ КРЕМНИЙОРГАНИЧЕСКИЕ ДИЕНЫ СО СВЯЗЬЮ Si—H

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР С. Д. Мехтиевым)*

В предыдущих работах [1, 2] нами описан метод синтеза предельных и непредельных кремнийорганических спиртов. Настоящее исследование посвящено синтезу диенсодержащих кремнийорганических спиртов с реакционноспособной связью Si—H присоединением диорганосиланов к диметилвинилацетиленилкарбинолу в присутствии катализатора Спайера

$$RR^1SiH_2 + CH_2 = CH - C \equiv C - (CH_3)_2OH \rightarrow$$
$$\rightarrow CH_2 = CH - \underset{\substack{| \\ HSiRR^1}}{C} = CH - C(CH_3)_2OH$$

$R = CH_3$, $R^1 = C_6H_5$ (I), $CH_2C_6H_5$ (II), $CH_2CH_2C_6O_5$ (III), $CH_2CH_2CH_2C_6H_5$ (IV), $CH_2CH(CH_3)C_6H_5$ (V), $C_6H_{13}$ (VI), $C_7H_{15}$ (VII), $i-C_7H_{15}$ (VIII), $C_8H_{17}$ (IX), $CH_2Cl$ (X), $CH_2CH_2CH_2Cl$ (XI), $R = R^1 = C_2H_5$ (XII), $C_6H_5$ (XIII).

Приведенная структура кремнеспиртов (I—XIII) подтверждена физическими методами и изучением некоторых химических свойств. Так, в ИК-спектре кремнеспирта (XII), чистота которого по данным ГЖХ, составляла 98,9%, имеется широкий пик 3415 см$^{-1}$, присущий валентным колебаниям группы ОН с межмолекулярной водородной связью [3], а также полосы сопряженной диеновой связи 1610 и 1570 см$^{-1}$ [4], а частоты, характеризующие связь C≡C, в спектре отсутствовали. В ИК-спектре соединения (XII) имеются частоты 2300—2100 см$^{-1}$, которые используются для идентификации связи C≡C [4], однако интенсивный пик при 2120 см$^{-1}$ в спектре кремнеспирта (XII) не может быть отнесен к ацетиленовой связи в силу наличия в молекуле связи Si—H, абсорбционная полоса которой также проявляется в указанной области. Показано, что присоединение аллилацетата к соединению (XII) приводит к исчезновению частоты 2120 см$^{-1}$ в спектре полученного соединения (XIV), в котором появляется частота 1740 см$^{-1}$, обусловленная колебанием С=О в фрагменте $OCOCH_3$ [3, 4].

В спектре ЯМР соединения (I—VII—VIII) имеются характерные сигналы для β (СН) протона в области 5,96 м. д.; сигналы δ (СН) протона в области 7,18 м. д.; винильные протоны α ($CH_2$) при 5,25 м. д.; сигналы протонов гем-диметильной группы проявляются в области 1,38 м. д.; сигналы ОН группы при 2,52 м. д. Протоны радикала $C_7H_{15}$ проявляются в области 3,4—3,62 м. д. Из ЯМР-спектра видно, что атом Si связан с γ-углеродным атомом, т. к. протоны β и δ атомов углерода резко отличаются друг от друга. Следовательно, в принятых нами условиях реакция диораносиланов с диметилвинилацетиленилкарбонолом протекает по ацетиленовой связи с образованием гидроксилсодержащих кремнийорганических диенов с реакционноспособной связью Si—H, выход которых достигает 55%.

Полученные кремнеспирты оказались весьма реакционноспособными соединениями, в частности, при взаимодействии кремнеспирта (XII) с эпихлоргидрином был получен соответствующий эпоксисилан

$$\overset{\alpha}{C}H_2=\overset{\beta}{C}H-\underset{\displaystyle HSi(C_2H_5)_2}{\overset{\gamma}{C}}=\overset{\delta}{C}H-C(CH_3)_3-OCH_2CH\overset{O}{\frown}CH_2 \qquad (XV)$$

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

ИК-спектры поглощения регистрировали на спектрометре UR-20, в тонком слое вещества в области 700—2400 (призма NaCl) и 2400—3600 $см^{-1}$ (призма LiF).

ЯМР-спектр снимался на приборе НА—100Д в 100 мгг, в 5%-ном р-ре $CCl_4$. Хроматографирование осуществляли на приборе ЛХМ-8МД, карбовакс-600, температура колонки—170°, газа-носитель—гелий, скорость газа—50 мл/мин.

5,5-диметил—5—окси-3-(метилфенилсилил) пентадиен-1,3 (I). К 16,5 г свежеперегнанного диметилвинилацетиленилкарбинола, 50 мл безводного бензола, содержащего 0,05 мл раствора платинохлористоводородной кислоты в изопропиловом спирте при 80° и интенсивном перемешивании медленно приливают 18,3 г метилфинилсилана и кипятят 12 ч. После отгонки растворителя и не вошедших в реакцию компонентов из остатка вакуумной фракционированной перегонкой выделяют 13,9 г кремнеспирта (I), выход—40%, т. кип. 109—110° (0,5 мм), $n_D^{20}$ 1,5425, $d_4^{20}$ 0,9744, $MR_D$ 75,13, выч. 74,12, найд., %: C 72.22; 72,51; H 8,79; 8,51; Si 12,30; 12,42; $C_{14}H_{20}OSi$. Выч., %: C 72,35; H 8,68; Si 12,08.

Аналогичным способом получены соединения (II—XIII), свойства которых приведены в таблице*.

Взаимодействие кремнеспирта (XII) с аллилацетатом. Смесь, состоящую из 19,8 г свежеперегнанного соединения (XII), 40 мл безводного бензола, 15 г аллилацетата и 0,05 мл раствора платинохлористоводородной кислоты в изопропиловом спирте, кипятят 36 ч в колбе с обратным холодильником. После отгонки растворителя и избытка аллилацетата из остатка вакуумной перегонкой выделяют 18,5 г кремнеацетата (XIV), выход—64%, т. кип. 138—139° (0,5 мм), $n_D^{20}$ 1,4830, $d_4^{20}$ 0,9602, $MR_D$, 88,78, выч. 87,98. Найд., %: C 64,29; 64,53; H 9,91; 9,22; Si 9,26; 9,48: $C_{16}H_{30}O_3$ Si. Выч., %: C 64,37; H 10,13; Si 9,41.

* Во всех случаях одновременно с продуктами моноприсоединения образуются и продукты диприсоединения, выделение которых не проводили вследствие высокой температуры кипения.



Свойства кремнеспиртов

| № соединения | Т. кип., °C (р 0,5 мм) | $n_D^{20}$ | $d_4^{20}$ | $MR_D$ найдено | $MR_D$ вычислено | Найдено, % C | Найдено, % H | Найдено, % Si | Формула | Вычислено, % C | Вычислено, % H | Вычислено, % Si |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II | 11[illegible]—119 | 1,5400 | 0,9692 | 79,78 | 78,93 | 73,29<br>73,46 | 8,88<br>8,99 | 11,21<br>11,48 | $C_{15}H_{22}OSi$ | 73,10 | 9,00 | 11,39 |
| III | 129—130 | 1,5360 | 0,9669 | 83,99 | 83,17 | 73,57<br>73,81 | 9,09<br>9,21 | 10,91<br>11,08 | $C_{16}H_{21}OSi$ | 73,78 | 9,28 | 10,78 |
| IV | 140—141 | 1,5290 | 0,9543 | 88,70 | 87,80 | 74,21<br>74,43 | 9,62<br>9,41 | 10,59<br>10,48 | $C_{17}H_{26}OSi$ | 74,39 | 9,58 | 10,23 |
| V | 137—13[illegible] | 1,5320 | 0,9588 | 88,71 | 87,80 | 74,49<br>74,96 | 9,33<br>9,59 | 10,02<br>10,41 | $C_{17}H_{26}OSi$ | — | 9,58 | 10,23 |
| VI | 102—103 | 1,4765 | 0,8671 | 78,29 | 77,45 | 70,21<br>70,36 | 11,66<br>11,87 | 11,89<br>12,06 | $C_{14}H_{28}OSi$ | 69,93 | 11,74 | 11,68 |
| VII | 112—113 | 1,4790 | 0,8701 | 82,95 | 82,08 | 70,71<br>70,58 | 11,62<br>11,79 | 11,19<br>11,31 | $C_{15}H_{30}OSi$ | 70,79 | 11,88 | 11,03 |
| VIII | 110—111 | 1,4800 | 0,8719 | 82,92 | 82,08 | 70,58<br>70,67 | 12,01<br>12,12 | 11,22<br>11,41 | $C_{15}H_{30}OSi$ | 70,79 | 11,88 | 11,03 |
| IX | 121—122 | 1,4790 | 0,8692 | 87,61 | 86,71 | 71,34<br>71,59 | 11,76<br>11,89 | 10,32<br>10,59 | $C_{16}H_{32}OSi$ | 71,57 | 12,01 | 10,46 |
| X | 93—94 | 1,5037 | 1,0126 | 59,87 | 59,14 | 52,52<br>52,69 | 8,42<br>8,58 | 13,59<br>13,86 | $C_9H_{17}OSi$ | 52,77 | 8,37 | 13,70 |
| XI | 107—10[illegible] | 1,4985 | 0,9914 | 68,94 | 68,40 | 56,96<br>56,79 | 8,96<br>9,16 | 12,11<br>12,29 | $C_{11}H_{21}OSi$ | 56,73 | 9,09 | 12,06 |
| XII | 72—73 | 1,4860 | 0,8828 | 64,51 | 63,32 | 66,76<br>66,87 | 11,27<br>11,36 | 14,00<br>14,21 | $C_{11}H_{22}OSi$ | 66,59 | 11,17 | 14,15 |
| XIII | 159—161 | 1,5830 | 1,0304 | 95,53 | 93,94 | 77,67<br>77,77 | 7,39<br>7,58 | 9,62<br>9,79 | $C_{19}H_{22}OSi$ | 77,50 | 7,53 | 9,54 |

**Взаимодействие кремнеспирта (XII) с эпихлоргидрином.** В круглодонную колбу, снабженную обратным холодильником, термометров и капельной воронкой, помещают 39,6 г свежеперегнанного кремнеспирта (XII) и 0,01 мл эфирата трехфтористого бора. Содержимое колбы охлаждают до 5° и при перемешивании медленно приливают 9,2 г эпихлоргидрина. На следующий день отгоняют избыток кремнеспирта (XII) и из остатка выделяют 12,7 г соответствующего хлоргидрина с т. кип. 141°—143° (0,5 мм), к эфирному раствору которого порциями добавляют 1,8 г металлического натрия и смесь перемешивают 24 ч при комнатной температуре. Образовавшуюся соль отфильтровывают, отгоняют растворитель и вакуумной перегонкой выделяют 6,3 г эпоксисилана (XV), выход—55%, т. кип. 90—91° (0,5 мм), $n_D^{20}$ 1,4829, $d_4^{20}$ 0,9417, $MR_D$ 77,47, выч. 77,07. Найд., %: C 66,23; 66,41; H 10,18; 10,32; Si 10,87; 10,69, $C_{14}H_{26}O_2Si$. Выч., %: C 66,09; H 1030; Si 11,04.

## Выводы

1. Разработан метод синтеза гидроксилсодержащих кремнийорганических диенов со связью Si—H, основанный на реакции присоединения диорганосиланов к диметилвинилацетиленкарбинолу в присутствии платинохлористоводородной кислоты.

2. Показано, что в гидроксилсодержащих кремнийорганических диенах как Si—H связь, так и OH группа обладают высокой реакционной способностью и легко вступают во взаимодействие с аллилацетатом и эпихлоргидрином с образованием соответствующих производных кремния.

### Литература


1. Садых-заде С. И., Ноздрина Л. В., Петров А. Д. «ДАН СССР», 118, 723, 1958. 2. Петров А. Д., Садых-заде С. И. «ДАН СССР», 129, 584, 1959. 3. Беллами Л. Новые данные по ИК-спектрам сложных молекул. ИЛ., 1971. 4. Казицина Л. А., Куплетская Н. Б. Применение УФ-, ИК- и ЯМР-спектроскопии в органической химии. «Высшая школа». М., 1971. 5. Петров А. Д., Миронов В. Ф., Пономаренко В. А., Чернышев Е. А. Синтез кремнийорганических мономеров. Изд. АН СССР. М., 1961.



*Кировабадский педагогический институт им. Г. Зардаби*



*Поступило 20. XII 1980*



С. И. Садыхзадә, Р. М. Мустафајев, Л. Г. Гулијева


## ТӘРКИБИНДӘ ҺИДРОКСИЛ ГРУПУ САХЛАЈАН Si—H РАБИТӘЛИ СИЛИСИУМ ҮЗВИ ДИЕНЛӘР


Мәгалә тәркибиндә һидроксил групу сахлајан Si—H рабитәли силисиум үзви диенләрин синтезинә һәср олунмушдур.

Мүәјјән олунмушдур ки, көстәрилән бирләшмәләрин тәркибиндә олан һидроксил групу епихлорһидринә еләҹә дә Si—H рабитәсиндәки һидроҝен атому асанлыгла аллиласетата бирләшәрәк онларын ујғун төрәмәләринин әмәлә ҝәтирир.



S. I. Sadih-zade, P. M. Mustafaev, L. G. Kulieva


## HYDROXYL-BEARING ORGANOSILICON DIENES WITH THE Si—H BOND


The method of the synthesis of the hydroxyl-bearing organosilicon dienes with the Si—H bond based on the reaction of the addition othe diorganoselans to the dimethylvinylacetylenecarbinol in the presence of platinohydrochloric acid is worked out.

It is shown that in the hydroxyl-bearing organosilicon dienes both the Si—H bond and the OH-group possess high reactivity and easily enter the interaction with allylacetate and epichlorhydrin with the formation of the derivatives of the silicon.

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1991

УДК 553.43/44 (479.24)

ГЕОЛОГИЯ

Д. Д. МАЗАНОВ

# К ВОПРОСУ О МЕТОДИКЕ СОСТАВЛЕНИЯ МЕТАЛЛОГЕНИЧЕСКОЙ КАРТЫ ЮЖНОГО СКЛОНА БОЛЬШОГО КАВКАЗА И ПЕРСПЕКТИВАХ ОБНАРУЖЕНИЯ В ПРЕДЕЛАХ ВОСТОЧНОГО КАВКАЗА НОВЫХ РУДНЫХ ФОРМАЦИЙ

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. Д. Султановым)*

В настоящее время в Советском Союзе и за рубежом металлогенические карты составляются с разделением месторождений по видам минерального сырья, возрасту и генетическим (морфогенетическим) типам, на которых выделяются также площади, перспективные для поисков.

Металлогенические карты отражают познанные месторождения металлов Земной коры и их естественные сочетания, т. е. металлогенические месторождения и металлогенические зоны разных составов. Они разделяются на две категории: карты полезных ископаемых и собственно металлогенические. Карты полезных ископаемых отражают виды сырья и размеры месторождений (на геологической основе), а металлогенические, кроме состава и размера, отражают историю формирования месторождения в тесной связи с тектоникой, осадконакоплением, магматизмом и метаморфизмом. Они заключают теоретические элементы, относящиеся, например, к типизации и классификации месторождений металлов и металлогенических зон, к трактовкам стадии и различным эпохам их образования, т. е. отделение месторождений геосинклинальной стадии от орогенной, подразделение на рудные формации, генетические типы и т. д.

Отражая фактическое распространение и генетическую связь месторождений с конкретными элементами геологической структуры металлогенические карты служат сдерживающим фактором при построении особо умозрительных металлогенических гипотез.

В соответствии со сказанным, металлогеническое изучение Тфанской структурно-формационной зоны следует проводить с учетом уже выявленных региональных факторов контроля оруденения и региональной, а также локальной зональности путем построения прогнозно-металлогенической карты крупного масштаба и карт поисковых признаков. Следует также произвести изучение локальных факторов контроля и зональности в пределах известных месторождений путем применения минералого-геохимических, геофизических и других современных методов.

Таким образом, металлогеническая карта прежде всего должна раскрывать генетическую связь месторождений минерального сырья с элементами геологической структуры.



В течение последних десятилетий, вплоть до 80-х годов, выполнена большая работа по составлению среднемасштабных металлогенических карт. Следовательно, в ближайшие годы нет никакой необходимости в составлении новой металлогенической карты Азербайджана в масштабе 1:500 000. Это было бы шагом назад, пустая трата времени и средств. Вообще такого типа карты (1:500 000) для территории Азербайджана являются пройденным этапом.

Принятый масштаб «новой» металлогенической карты Азербайджана — 1:500 000, т. е. она составлена в таком масштабе, в котором месторождения не видны.

Например, действительное распространение в Закавказье колчеданно-полиметаллического месторождения Филизчай едва достигает 1,2 км, как по падению, так и по простиранию. При строгом соблюдении масштаба металлогенической карты — 1:500 000 — с размерами месторождений минерального сырья, последнее должно обозначиться в виде жирной точки с диаметром в 2 мм. Рудное тело Филизчая по разрезу и в пространстве характеризуется зональным распространением полезных компонентов Cu, Pb, Zn и сопутствующих им элементов примесей Co, Bi, Se, Cd и др. Что же контролирует пространственное положение перечисленных элементов? На основании 1:500 000 металлогенической карты ответить на этот вопрос невозможно. То же самое можно сказать в отношении других колчеданных, колчеданно-полиметаллических, железо-марганцевых, молибденовых, ртутных, хромитовых и других месторождений Азербайджана.

Поэтому трудно оценить научно-практическое значение такой карты для публикации и вряд ли она принесет пользу в деле изучения сложных проблем геологии и металлогении Азербайджана.

По этой причине составление подобного рода карт, как не отвечающее запросам практики, надобно приостановить, и сцелью увеличения полезной геологической информации приступить к построению крупномасштабных карт вплоть до рудных районов, полей и месторождений.

Металлогеническая карта южного склона Большого Кавказа с нашей точки зрения должна быть составлена на рудноформационной основе с учетом литолого-петрографического состава рудосодержащих пород. Под рудной формацией мы понимаем весь комплекс месторождений и проявлений, связанных с определенной осадочной или магматической формацией, в данном случае с глинисто-сланцевой нижнеюрской формацией.

В пределах Азербайджана известны многочисленные примеры связи (или постоянство совместного нахождения) металлов с определенными формациями.

1. Марганцевые оруденения в вулканогенно-кремнистых формациях (например, Молладжалинское и Эльворское месторождение марганцевых руд в Ханларском районе Малого Кавказа);
2. Свинцово-цинковое оруденение в карбонатных формациях (Гюмушлугское месторождение в Нах. АССР);
3. Бокситы в карбонатных формациях Нах. АССР;
4. Соли в глинистых формациях олигоцена и миоцена в Нах. АССР;
5. Проявления фосфоритов в песчано-глинисто-сланцевой формации девона в Нах. АССР;
6. Колчеданно-полиметаллические руды в глинисто-сланцевой и вулканогенно-осадочной формациях Большого и Малого Кавказа и т. д.

При составлении металлогенической карты Азербайджана на рудноформационной основе должны быть учтены отмеченные закономерности в распределении оруденения. Особое внимание в связи с этим следует обратить на литолого-петрографический состав рудосодержащих отложений и критериев рудной формации.

Как показывает анализ имеющегося фактического материала для колчеданных, медно-колчеданных, колчеданно-полиметаллических и полиметаллических месторождений Азербайджана характерен ряд Fe—Cu—Zn—Pb. В одних месторождениях проявляются начальные ряды (Чирагидзорское, Тоганалинское, Чирагидзор-Токаналинское, Кедабекское, Гюльятагское, Эльбекташское месторождение и проявления Малого Кавказа), т. е. они отличаются активностью определенного элемента (Fe и Cu). Руды всех перечисленных месторождений в основном представлены пиритом, лишь в районе Кедабекской группы месторождений, Старого штока Чирагидзорского месторождения и в районе Эльбекташского проявления отмечаются Cu, Zn и редко Pb. Таким образом, для колчеданных и медно-колчеданных месторождений Малого Кавказа устанавливается следующий ряд — Fe—Cu (Zn, Bb). В этих месторождениях роль Pb и Zn резко подавлена. Для некоторых медно-колчеданных месторождений характерно присутствие Mo (Хархарское месторождение).

В других полиметаллических месторождениях Малого Кавказа (Мехманинское, Човдарское) и Ордубадского рудного района (Гюмушлугское) проявляются средние ряды, т. е. активными являются Zn и Pb. В названных месторождениях рудные минералы представлены, главным образом, галенитом и сфалеритом. Сульфиды Fe и Cu имеют резко подчиненное значение. В этой группе месторождений (Мехманинское, Гюмушлугское) выделяются свинцовые, цинковые и свинцово-цинковые руды, сопутствующими компонентами являются Cd, Se, Te. Для полиметаллических месторождений Малого Кавказа и Ордубадского района характерен следующий ряд рудогенных элементов: Zn—Pb (Fe, Cu, Cd, Se, Te).

Колчеданно-полиметаллические месторождения Ордубадского рудного района (Агдаринское) и южного склона Большого Кавказа (Филизчайское, Кацдагское, Катехское и др.), а также южного Дагестана (Кизил-Дерейское и др.) характеризуются полным набором рудогенных элементов отмеченного выше ряда. Намечаются разновидности ряда по сопутствующим элементам. Совместно с железом (пирит, пирротин, магнетит) в месторождениях Восточного Кавказа иногда присутствуют Co, Sn, Bi, Cd и др. Для колчеданно-полиметаллических месторождений Азербайджана обычным является ряд Fe—Cu—Zn—Pb, Co, Sn, Bi). Таким образом начальные элементы этого ряда наиболее полно проявлены в стратиформных месторождениях (Агдаринское и Филизчайское) с прямой вертикальной зональностью вкрест первичного напластования от Fe к Cu, Zn, Pb). Средние и конечные элементы преимущественно локализуются среди несогласных рудных тел (Филизчай, Кизил-Дере).

Геологические предпосылки и геохимические данные свидетельствуют о перспективах обнаружения в пределах Восточного Кавказа, новых для данного региона, рудных формаций в черно-сланцевых, богатых органикой метаморфизированных толщах.

Крупной областью распространения глинистых сланцев с медью и кобальтом является приводораздельная подзона (или подзона ядра), обособляющаяся в самостоятельную металлогеническую зону, в пределах которой большой интерес представляют пирит-пирротиновые залежи с медью, полиметаллами и кобальтовая рудная формация (месторождение Серное в Южном Дагестане). Мы, например, не совсем хорошо знаем судьбу золота в гидросфере. В морской воде пять миллиардных долей процента ($5 \cdot 10^{-9}$) золота, т. е. в одном кубическом километре морской воды до 5 т золота. Наша задача — найти, куда исчезло золото Большого юрского, моря или юрской геосинклинали Большого Кавказа, оставившей после себя грандиозные толщи песчано-глинистых и карбонатных образований. Большая часть золота находится в рассеянном состоянии и, поэтому, можно рассчитывать на его концентрации в богатых органикой черносланцевых толщах. Таким образом, в отношении золотого оруденения чрезвычайно важный интерес представляют пачки сланцев, пронизанных кварц-халькопиритовыми прожилками. Именно этот тип минерализации нередко является промышленно золотоносным.

Металлогеническая карта — информационный документ. Поэтому должна оказать существенную помощь тому, для кого в первую очередь предназначается. Она должна оказаться полезной для деятелей, ответственных за выработку прогноза на различные виды полезных ископаемых, в частности, металлических ископаемых, т. е. критерием качества металлогенической карты. так же, как и других видов геологической информации является точность, детальность и достоверность.

Современные металлогенические карты должны отражать высокий уровень изученности территории и содержать следующие сведения:

1) генетическую связь месторождения минерального сырья с геологической структурой, т. е. региональные и локальные факторы, определяющие пространственную локализацию оруденения; палеотектонический и структурно-тектонический анализ и пространственную связь орудную позицию оруденения;

2) литолого-фациальный анализ, характер пространственных соотношений оруденения с вмещающими его отложениями, т. е. палеогеографическую позицию рудных скоплений;

3) морфологию и размер (пластовая залежь, линзы, штоки или прожилки, россыпи и т. д.);

4) минеральный и химический составы, текстурно-структурные особенности руд и рудовмещающих отложений, последовательность формирования рудных скоплений и вмещающих пород, отношение руд к складчатости и дайкам магматических пород;

5) элементы-примеси в рудах, представляющие интерес для попутного извлечения;

6) металлометрическую съемку рудных районов и прилегающих территорий; площади, перспективные для поисков в отношении различных видов сырья;

7) геофизическую изученность области (электрические, магнитометрические, гравиметрические и др). Формы и размеры объектов возмещения и глубину их залегания, а также характер и природу геофизических аномалий и их металлогеническую классификацию;

8) стадийность рудовмещающих отложений с выявлением фации (и зон) эпигенеза, отражение их на карте с показом фациальной принадлежности, тектоническую позицию и возраст, а также геохимическую и металлогеническую специализации каждого выделенного комплекса;

9) историко-геологический или историко-литологический анализы региона и историю формирования месторождений и конкретных метал-

логенических зон как следствие более или менее длительного геологического развития, определяющего генетическую позицию оруденения.

*Институт геологии*

*Поступило 21.VII 1980*

Ч. Ч. Мазанов

**БӨЈҮК ГАФГАЗЫН ЧӘНУБ ЈАМАЧЛАРЫНЫН МЕТАЛЛОКЕНИК ХӘРИТӘСИНИН ТӘРТИБ ЕДИЛМӘСИ МЕТОДИКАСЫ ВӘ БУ САҺӘДӘ ЈЕНИ ФИЛИЗ ФОРМАСИЈАЛАРЫНЫН ТАПЫЛМАСЫНЫН ПЕРСПЕКТИВЛӘРИ**

Мәгаләдә Бөјүк Гафгазын чәнуб јамачларынын металлокеник хәритәси вә бу саһәнин филизләринин өјрәнилмәсинин методики мәсәләләриндән бәһс олунур.

D. D. Mazanov

**TO THE QUESTION OF METHODS OF METALLOGENIC MAP CONSTRUCTION OF THE SOUTHERN SLOPE OF THE GREAT CAUCASUS AND THE PERSPECTIVES OF ORE FORMATIONS DETECTION WITHIN THE EASTERN CAUCASUS**

The peculiarities of metallogenic map and metho:ical questions of metallo genic study of the southern slope of the Great Caucasus are consi. ered in the paper.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 551.4/47/

ГЕОМОРФОЛОГИЯ

Г. А. КЕРИМОВ

# ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ТИПОВ МОРФОСТРУКТУР И ИХ ПЛОТНОСТЬ НА ТЕРРИТОРИИ КОБЫСТАНА

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ш. Ф. Мехтиевым)*

В последние 10—15 лет морфоструктурные исследования в пределах нефтегазоносных бассейнов занимают все более значительное место в комплексе нефтепоисковых работ. Эффективность и большая экономичность данного метода, важнейшим условием которого является комплексный подход к выявлению морфоструктурных элементов рельефа путем применения и взаимного контроля различных частных методов структурно-геоморфологических исследований с целью выявления перспективных в нефтегазоносном отношении структур, благоприятствуют развитию и говорят о целесообразности его дальнейшего применения. Экономическая выгода данного метода неоднократно подтверждалась исследованиями в различных нефтегазоносных областях Союза. Так, например, для Западно-Сибирской низменности было установлено, что средняя стоимость выявления одной структуры геоморфологическим методом составляет примерно от 350 до 600 тыс. руб., тогда как стоимость открытия одной структуры при использовании лишь одного метода сейсморазведки, в тех же условиях, составляет 10—15 млн. руб. [7].

Наиболее экономически выгодным методом, входящим в комплекс морфоструктурных исследований, является морфологический, основанный на изучении количественных соотношений форм рельефа земной поверхности с тектоническими структурами.

В настоящее время большой практический интерес для геологов-нефтяников Азербайджана представляет территория Кобыстана, занимающая значительную часть области юго-восточного периклинального погружения Большого Кавказа и являющаяся одним из перспективных нефтегазоносных районов на суше Азербайджана. Поиски новых структурных форм, закономерностей пространственного их размещения в данном районе является первоочередной задачей как теоретического, так и прикладного характера.

Предлагаемая статья посвящена выяснению закономерности пространственного размещения различных типов морфоструктур и их плотности, расположенных в различных по тектонической активности зонах территории Кобыстана.

В качестве основного морфометрического показателя послужило вычисление плотности типов морфоструктур в различных по активности тектонических зонах, которая подсчитывалась по формуле:

$$T = \frac{p}{P} \cdot 100\%.$$

где: $p$ — площадь выделенных однородных типов морфоструктур в пределах одной тектонической зоны,

$P$ — общая площадь тектонической зоны.

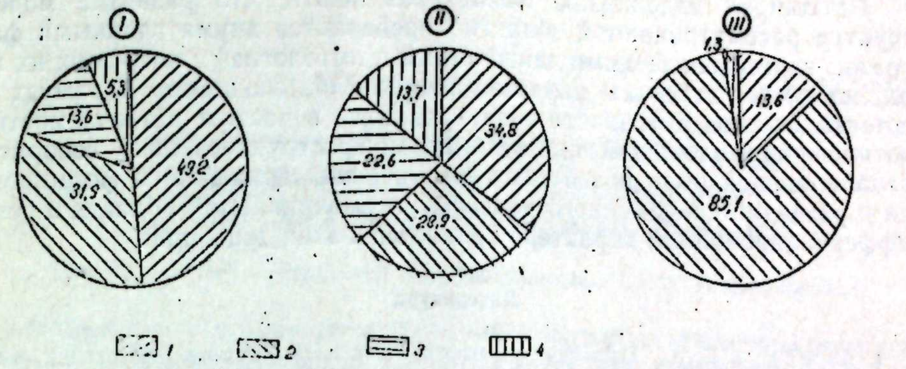
Величины соответствующих площадей измерялись с помощью планиметра по крупномасштабной морфоструктурной карте и карте неотектонического районирования. Следует отметить, что от принятой нами ранее схеме неотектонического районирования Кобыстана [4] были выделены зоны: весьма активные, активные, умеренно активные и слабоактивные. В данном случае при измерении общих площадей отдельных тектонических зон, последние две зоны были объединены в одну—слабоактивную. Основанием послужили однотипность морфоструктур и малая площадь последней зоны, а также небольшое различие основных морфометрических показателей (густоты и глубины расчленения, среднего угла наклона поверхности) этих зон.

Измерение площадей ($p$) производилось для отдельных морфоструктур с различным характером отображения в современном рельефе (прямые — положительные, отрицательные; обращенные — положительные, отрицательные). В результате была составлена таблица соотношения площадей типов морфоструктуры в различных по степени активности тектонических зонах (таблица), с последующим построением диаграмм (рисунок) для каждой из этих зон, что позволило дополнить количественные определения ранее выделенных тектонических зон характеристиками распределения площадей различных типов морфоструктур в их пределах.

Соотношение площадей типов морфоструктур в различных по степени активности неотектонических зонах

| Типы морфоструктур | Площадь, км² | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Весьма активные | | Активные | | Слабоактивные | | Всего |
| | прямые | обращенные | прямые | обращенные | прямые | обращенные | |
| Антиклинальные хребты | 496,8 | | — | — | — | | 496,8 |
| Антиклинальные гряды и возвышенности | 464,4 | | 210,3 | | 198,1 | | 872,8 |
| Моноклинальные гряды и возвышенности | 47 | | 59,2 | | — | | 106,2 |
| Плато покровные | — | | 132,1 | | — | | 132,1 |
| Сложно-синклинальные долины | — | | 326,6 | | — | | 326,6 |
| Синклинальные долины | 655,2 | | 8 | | 664,6 | | 1327,8 |
| Синклинальные котловины | — | | — | | 576,5 | | 576,5 |
| Синклинальные плато | — | 86,6 | | | | 4,4 | 91,0 |
| Синклинальные хребты | — | 186,7 | | 49,4 | | | 236,1 |
| Синклинальные гряды и возвышенности | — | 6,3 | | 210,7 | | 14,2 | 231,2 |
| Антиклинальные долины | — | 109,3 | | 157,9 | | — | 267,2 |
| | 2052,3 | | 1154,2 | | 1457,8 | | 4664,3 |

Следует отметить, что выделение однородных типов морфоструктур и их измерение в пределах Кобыстана нами производились в следующем порядке: к прямым положительным морфоструктурам были отнесены — антиклинальные хребты, гряды и возвышенности, моноклинальные гряды и возвышенности, плато покровные; к прямым отрицательным морфоструктурам — сложно-синклинальные долины, синклинальные долины и котловины; к обращенным положительным — синклинальные плато, хребты, гряды и возвышенности; к обращенным отрицательным — антиклинальные долины.




Соотношение площадей типов морфоструктур в различных по активности неотектонических зонах на территории Кобыстана (%). Морфоструктуры: *I*—прямые положительные; *2*—прямые отрицательные; *3*—обращенные положительные; *4*—обращенные отрицательные.
Неотектонические зоны:
*I*—весьма активные; *II*—активные; *III*—слабоактивные.

Таким образом выяснилось, что в пределах зон с весьма активными неотектоническими движениями (Гяды-Куркачидагская, Алаташ-Юртандагская, Нардаран-Умбакинская и др.) прямые положительные морфоструктуры занимают площадь 1008,2 км², что составляет 49,2 % площади зоны. В неотектонически активных зонах Шахандаг-Сиякинская, Астраханская, Алятская, Сунди-Маразинсакя они занимают площадь 401,6 км² (34,8 %), а в слабоактивных зонах Дзоголовинская, Джейран-Кечмезская, Сабатдюзинская, Навагинская — 198,1 км² (13,6%), что, по-видимому, связано с преобразованием эндогенных процессов над экзогенными, в условиях сравнительно равных по степени устойчивости перед всеми тремя неотектоническими зонами.

Обратную картину мы наблюдаем в соотношении площадей прямых отрицательных морфоструктур. Как видно из диаграмм (рисунок), площадь данного типа морфоструктур в пределах весьма активных и активных зон составляют соответственно 31,9 и 28,9 % от всей площади зоны, а в зоне со слабоактивными неотектоническими движениями — 85,1 %. Обращает на себя внимание преобладание площадей с обращенными положительными морфоструктурами в пределах весьма активных и активных зон (соответственно 13,6 и 22,6 %) по сравнению с зонами слабоактивными, где данный тип морфоструктур занимает всего 1,3 % всей площади.

В свою очередь, площади положительных обращенных морфоструктур в пределах активных зон преобладают и над однотипными морфоструктурами весьма активных зон, что связано с широким развитием пород, литологически стойких по отношению к денудации (известняки, доломиты), слагающими данный тип морфоструктур. Что касается обращенных отрицательных морфоструктур, то они имеют место лишь в первой и второй зонах, весьма активных и активных. В первой зоне занимает 109,3 км², что составляет всего 5,3 % общей площади, а во второй — 157,2 км² (13,7 %). В указанном случае, как мы видим, основным фактором в поведении показателей данного типа морфоструктур является также литологический.

Резюмируя изложенное можно заключить, что развитие морфоструктур рассматриваемой области определяется двумя главными факторами: неотектоническими движениями и литологией слагающих их пород, но преобладающим является первый. Наблюдаемое в разных по неотектонической активности зонах различие в частоте встречаемости и соотношениях площадей однотипных морфоструктур, явно говорит о преобладающей роли новейших тектонических движений в формировании и развитии современного рельефа рассматриваемой области и резко дифференцированном характере проявления этих движений.

### Литература

1. Ахмедов Г. А. Геология и нефтеносность Кобыстана. Азернешр, 1957. 2. Берлянт А. М. Картографический метод исследования. МГУ, 1978. 3. Будагов Б. А. Геоморфология и новейшая тектоника Юго-Восточного Кавказа. Баку, 1973. 4. Керимов Г. А. «Уч. зап. АГУ им. С. М. Кирова, серия геол.-геогр. наук», № 3, стр. 48—53, 1977. 5. Лилиенберг Д. А. Рельеф Южного склона восточной части большого Кавказа. Изд. АН СССР. М., 1962. 6. Мещеряков Ю. А. Структурная геоморфология равнинных стран. «Наука». М., 1965. 7. Худяков Г. И., Зятькова Л. К. Материалы второго геоморфологич. совещания. М., 1959. 8. Ширинов Н. Ш. Новейшая тектоника и развитие рельефа Кура-Араксинской депрессии. Изд-во «Элм», 1975.

*АГУ им. С. М. Кирова*

*Поступило 23. XII 1980*

---

Г. А. Кәримов

### ГОБУСТАН ӘРАЗИСИНДӘ МОРФОСТРУКТОР ТИПЛӘРИНИН ЈАЈЫЛМА ГАНУНАУЈҒУНЛАРЫ ВӘ ОНЛАРЫН СЫХЛЫҒЫ

Гобустанын неотектоник фәаллығына көрә бир-бириндән фәргләнән зоналарына аид морфоструктурларын сыхлығы тәдгиг едилмишдир. Ајры-ајры зоналарда морфоструктур типләринин јајылма ганунаујғунлары ашкар едилмиш вә онларын кәмијјәт көстәричиләри верилмишдир. Морфоструктор типләринин әразидә пајланмасынын тәһлили нәтичәсиндә мүәјјән едилмишдир ки, мүхтәлиф зоналарда бу вә јахуд башга морфоструктур типинин кениш јајылмасы әсасән неотектоник һәрәкәтләрин интенсивлијиндән вә характериндән асылыдыр.

G. A. Kerimov

### THE CONFORMITIES OF THE SPATIAL PLACING OF TYPES OF MORPHOSTRUCTURES AND THEIR DENSITY IN THE TERRITORY OF GOBUSTAN

After the analyses of the spatial placing of different types of morphostructures and their density in the different activity of tectonical zones in the territory of Gobustan we reveal that the development of the morphostructures of the above mentioned region is defined with two main factors—neotectonic movement and litology of rocks composing them.

---

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 631.4.631.6

А. Г. КУЛИЕВ МЕЛИОРАЦИЯ

## ДИНАМИКА ЗАСОЛЕНИЯ ПОЧВОГРУНТОВ И МИНЕРАЛИЗАЦИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД В УСЛОВИЯХ НАХИЧЕВАНСКОЙ МУЛЬДЫ

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. Р. Волобуевым)*

Нахичеванская мульда представляет вогнутую чашеобразную впадину, приподнятую в тыловой части. На юге и юго-западе она граничит с иранскими горами, а на севере и северо-востоке — с Дарагягезским и Зангезурским хребтами. Площадь мульды около 30 тыс. га. Земли в основном засоленные.

Для выявления эффективности осуществленных мелиоративных мероприятий, с целью ликвидации вторичного засоления почвогрунтов нами проведены научно-исследовательские работы на двух участках (1976—1979 гг.), резко отличающихся по водно-физическим свойствам.

Первый ключевой участок площадью 20 га расположен в юго-западной части Нахичеванской мульды, на территории совхоза Азизбекова Ильичевского района. Почва участка в основном сероземная, примитивно-сероземная, маломощная. Содержание гумуса в слое 0—25 см составляет 0,90—1,90 %, а в слое 25—50 см 0,75—1,73 %, в дальнейшем она уменьшается. Сумма поглощенных оснований в 0—50-сантиметровом слое составляет 24,3—24,03 мгэкв, а в слое 50—100 см — 19,3—49,1 мгэкв [2, 4]. Поглощенный Na от суммы поглощенных оснований составляет 2—8 %. По механическому составу-среднесуглинистые и легкосуглинистые, супесчаные, иногда наблюдаются прослойки песка, гравия и галечника, с тонкозернистыми заполнителями [4]. Почвы высококарбонатные, коэффициент фильтрации почвогрунтов колеблется в пределах от 1,3 до 5,2 м/сут, глубина залегания грунтовых вод находится в 26 м от поверхности земли, а минерализация их колеблется в пределах 2—3 г/л. Построенный дренаж предусматривается для проведения промывки и дальнейшего поддержания уровня грунтовых вод ниже критического и отвода излишних оросительных вод.

Второй ключевой участок расположен в южной части Нахичеванской мульды на территории колхоза Азербайджан Бабекского района. Площадь опытного участка составляет 40 га. Почвы этого колхоза начали использовать под сельскохозяйственные культуры с 1968 г. при отсутствии дренажа. Дальнейшее использование земель под сельскохозяйственные культуры привело к вторичному засолению почвогрунтов. В 1976 г. на территории колхоза проводились почвенные и гидрогеологические съемки (Институт АзГВХ) и составлен проект. В 1977 г. была построена закрытая дренажная сеть с междренным расстоянием 400 м, глубиной 3,0 м. Почвы опытного участка сероземные и сероземно-луговые, маломощные, содержание гумуса в слое 0—25 см составляет

1,21—1,51 %, ниже уменьшается, механический состав легкий, суглинис-тый, среднесуглинистый, супесчаный, иногда песчаный, реже в глубине глинистые прослойки, а также с участием гравия и галечника [4]. Сум-ма поглощенных оснований варьирует в пределах 15,71—18,04 мгэкв (в слое 0—25 см), в котором Na колеблется в пределах 5,5—8,0 % от сум-мы поглощенных оснований. Коэффициент фильтрации зоны аэрации 26 м/сут, глубина залегания грунтовых вод колеблется в пределах 0,0—2,7 м( май 1977) от поверхности земли, минерализация ее составляла 12,09—22,65 г/л. До промывки, т. е. до освоения этих земель нами была проведена солевая съемка.

Таблица 1

**Исходное среднее засоление почвогрунтов ключевого участка колхоза Азизбекова (до промывки 1977 г.)**

| Глубина, см | Cl, % | $SO_4$, % | Плотный остаток, % |
|---|---|---|---|
| 0—25 | 0,014 | 0,189 | 0,396 |
| 25—50 | 0,107 | 0,431 | 0,786 |
| 50—100 | 0,166 | 0,678 | 1,209 |
| 0—100 | 0,113 | 0,494 | 0,902 |
| 100—200 | 0,196 | 0,852 | 1,457 |
| 200—300 | 0,208 | 0,660 | 1,309 |

Таблица 2

**Изменение солесодержания в почвогрунтах до и после промывки в совхозе Азизбекова плот. остаток, % хлор-ион**

| Поданная вода для промывки, м³/га | Солесодержание до и после промывки | Глубина, см | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0—25 | 25—50 | 0—100 | 100—200 | 200—300 | 0—30 |
| 8540 | До промывки | 0,396 / 0,014 | 0,796 / 0,207 | 0,902 / 0,113 | 1,457 / 0,196 | 1,309 / 0,208 | |
| | После промывки | 0,186 / 0,010 | 0,426 / 0,016 | 0,515 / 0,013 | 1,289 / 0,041 | 1,367 / 0,050 | |
| | Удаление солей, % | 52,9 / 24,5 | 46,4 / 86,9 | 42,2 / 86,4 | 11,5 / 79,0 | 14,4 / 75,9 | 13,5 / 79,4 |

Далее, т. е. в ноябре 1978 г. началась промывка, которая заверш лась в конце года. Для промывки подавалось всего 8 540 м/га промывн воды.

Солевой состав почвогрунтов изменился очень мало (табл. 4).

После промывки участок в 1978—1979 гг. был использован п культуру табака и получен высокий урожай —25,8 ц/га. Полив таба проводился повышенной нормой в 25—30 %. Вегетационные поливы п вышенными нормами (7 200 м³ за один вегетационный период) спосо ствовали дальнейшему рассолению почвогрунтов (табл. 3).

На втором ключевом участке промывка почвогрунтов не производ лась. Несмотря на высокое содержание солей почвогрунты этого участ использовались под озимую пшеницу. Следует отметить, что после



сева зерна, земли участка поливались подряд два раза (2800 м³/га). Кро-ме этого, весной следующего года озимая пшеница получила еще три полива (при этом оросительная норма 4 200 м³/га). Подобный водный режим продолжался и в 1978 г. В результате проведения вегетационных поливов солесодержание соответственно снизилось (табл. 5).

Таблица 3

**Динамика засоления почвогрунтов при освоении почв совхоза им. Азизбекова**

| Глубина, см | Плотный остаток, % | | Cl, % | | $SO_4$, % | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | после промывки (XII 1978) | при освоении (XI 1979) | после промывки (XII 1979) | при освоении (XII 1979) | после промывки (XII 1978) | при освоении (XII 1979) |
| 0—25 | 0,186 | 0,148 | 0,010 | 0,009 | 0,099 | 0,055 |
| 25—50 | 0,426 | 0,198 | 0,014 | 0,010 | 0,254 | 0,199 |
| 0—100 | 0,515 | 0,365 | 0,015 | 0,014 | 0,330 | 0,113 |
| 100—200 | 1,289 | 0,732 | 0,041 | 0,024 | 0,738 | 0,483 |
| 200—300 | 1,367 | 0,882 | 0,050 | 0,036 | 0,715 | 0,557 |

Таблица 4

**Изменение солевого состава в почвогрунтах в разрезе № 416 совхоза им. Азизбекова, %**

| Глубина, см | Сумма солей | $Ca(HCO_3)_2$ | $Mg(HCO_3)_2$ | $NaHCO_3$ | $CaSO_4$ | $MgSO_4$ | $Na_2SO_4$ | $MgCl_2$ | NaCl |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **До промывки (1977 г.)** | | | | | | | | | |
| 0—100 | 1,031 | 0,046 | Нет | Нет | 0,563 | 0,157 | 0,136 | Нет | 0,134 |
| 100—200 | 1,675 | 0,038 | » | » | 0,871 | 0,240 | 0,254 | 0,029 | 0,243 |
| 200—300 | 1,463 | 0,030 | » | » | 0,726 | 0,356 | 0,130 | 0,008 | 0,313 |
| **После промывки (1978 г.)** | | | | | | | | | |
| 0—100 | 0,715 | 0,049 | Нет | Нет | 0,445 | 0,126 | 0,068 | Нет | 0,027 |
| 100—200 | 1,44 | 0,041 | » | » | 0,684 | 0,238 | 0,153 | » | 0,028 |
| 200—300 | 1,439 | 0,036 | » | » | 0,836 | 0,226 | 0,112 | » | 0,026 |
| **После освоения (1979 г.)** | | | | | | | | | |
| 0—100 | 0,528 | 0,015 | 0,007 | 0,032 | 0,321 | 0,089 | 0,042 | Нет | » |
| 100—200 | 0,650 | 0,018 | Нет | Нет | 0,378 | 0,126 | 0,102 | » | 0,026 |
| 200—300 | 0,722 | 0,021 | » | » | 0,469 | 0,121 | 0,086 | » | 0,025 |

Таблица 5

**Динамика засоления почвогрунтов в колхозе „Азербайджан"**

| Глубина, см | Плотный остаток | | | Cl, % | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | до изыскательных работ АзГВХ (V 1976 г.) | до строительства дренажа (VI 1977 г) | при освоении (XI 1979 г) | до изыскательных работ АзГВХ (V 1976 г.) | до строительства дренажа (VI 1977 г.) | при освоении (XI 1979 г.) |
| 0—25 | 1,68 | 1,77 | 0,368 | 0,433 | 0,572 | 0,022 |
| 25—50 | 1,25 | 1,36 | 0,526 | 0,347 | 0,441 | 0,025 |
| 0—100 | 1,36 | 1,436 | 0,548 | 0,341 | 0,393 | 0,023 |
| 100—200 | 1,108 | 1,098 | 0,613 | 0,188 | 0,169 | 0,042 |
| 200—300 | — | 0,847 | 0,496 | — | 0,160 | 0,070 |

Проведенные анализы подтверждают, что после уборки зерновых культур при наличии дренажной сети повторного засоления почвогрунтов не происходит.

Таблица 6

**Динамика минерализации грунтовых вод и залегание их в колхозе „Азербайджан"**

| Показатели | 196; г. Азгипроводхоз | Период освоения | | После VI 1977 г. | 1978 г. | 1979 г. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1976 г. АзГВХ | До строительства дренажа (V 1977 г.) | | | |
| Глубина грунтовых вод, м | 8—10 | 1,8—2,8 | 0,0 - 2,7 | 1, 2 - 2,6 | 1,85—2,6 | 1,80 - 2,60 |
| Минерализация, г/л | 2—3 | 7,37—13,65 | 12,09—22,65 | 9,88—12,09 | 9,51 - 10,73 | 5,3—7,6 |
| В том числе, С г/л | 0,01—0,015 | 1,95—2,3 | 2,75—7,66 | 3,0—3,37 | 3,05—3,47 | 1,02—2,01 |

Сказанное убедительно говорит о том, что на землях, где почвогрунты имеют легкий механический состав и большой коэффициент фильтрации рассоления почвогрунтов можно добиваться не только при промывке, но и при учащенном вегетационном поливе.

### Литература

1. Волобуев В. Р. Промывка и дренаж засоленных почв. Изд-во АН СССР. М., 1960. 2. Захаров С. А. Почвы Нахичеванской АССР. Тифлис, 1938. 3. Ковда. В. А. Происхождение засоленных земель, чч. I, II. М., 1946. 4. Мамедов Р. Г. Агрофизические свойства почв Нахичеванской АССР, Баку, 1963.

*Институт почвоведения и агрохимии* *Поступило 16.IX 1980*

Ә. К. Гулијев

### НАХЧЫВАН МУЛДАСЫНДА ТОРПАГЛАРЫН ДУЗЛУЛУГ ДӘРӘЧӘСИНИН ВӘ ГРУНТ СУЛАРЫНЫН МИНЕРАЛЛАШМАСЫ ДӘРӘЧӘСИНИН ДӘЈИШМӘСИ ҺАГГЫНДА

Мәгаләдә Нахчыван мулдасында дренаж шәбәкәси фонунда торпагларын дузлулуг дәрәчәсинин вә грун суларынын минераллашмасы дәрәчәсинин дәјишмәси көстәрилмишдир. Мә'лум олмушдур ки, мөвчуд шәраитдә шорлашмыш торпаглары кичик јума нормалары илә тәмизләмәк олар. Јүнкүл механики тәркибли торпаглары исә јујулма режими арат вә вегетасија суварма нормаларыны 25-30% артырмагла едилир.

A. G. Kuliyev

### DYNAMICS OF SALTING OF SOILS AND THE MINERALIZATION OF THE GROUND WATERS IN THE MOULD OF NAKHICHEVAN

The paper deals with the material of the 3-year investigations on the dynamics of salting of soils and the mineralization of the ground waters in the horizontal drainage in the mould of Nakhichevan.

It is determined that salted soils of the cone depression of the mould of Nakhichevan may be washed by small portions. But it is recommended to use them relatively with multi-irrigational cultures. According to their mechanical composition the very light soils may be freshened not only by washing, but by irrigations with the higher norms of the irrigation being 25—30%.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.11

Р. М. МАХМУДОВ

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАФТАЛАНА И ВЛИЯНИЕ НАФТАЛАНСОДЕРЖАЩИХ ПРЕПАРАТОВ ПРИ ИХ НАРУЖНОМ ПРИМЕНЕНИИ НА МОРФОЛОГИЧЕСКИЙ СОСТАВ КРОВИ

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Г. Гасановым)*

В нашей предыдущей работе, посвященной изучению противовоспалительного действия мазей, приготовленных на нафталановой основе, было показано, что он обладает выраженным противовоспалительным свойством при лечении контактного дерматита.

Данные о физико-химических свойствах нафталанской нефти и некоторых препаратов, получаемых из нее, довольно подробно изложены во многих работах.

Результаты исследований влияния нафталана на морфологический состав крови, полученные разными авторами не только не совпадают, но более того, являются противоречивыми.

Принимая во внимание это обстоятельство и, стремясь доказать противовоспалительное действие нафталана изменением морфологии крови, мы поставили задачу изучить морфологический состав крови у подопытных животных с экспериментально воспроизведенным контактным дерматитом и подвергнутых нафталанотерапии.

Из обширных литературных данных становится ясно, что нафталан является высокоэффективным лечебным бальнеологическим средством. Как известно, терапевтический эффект всякого бальнеологического средства тесно связан с его всасываемостью и проникновением через кожу.

Отсутствие методов исследования крови и мочи на содержание в них нафталана ограничивают наши возможности установления его всасываемости и проницаемости через кожу. В этой связи в настоящей работе мы ограничиваемся исследованием морфологического состава крови под влиянием официальных и новых прописей препаратов нафталана, примененных нами для сравнительной их оценки при лечении контактного дерматита, полагая, что всосавшийся в кровь нафталан или его метаболиты несомненно вызовут изменения со стороны картины крови.

## МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследования проводились на 54 кроликах обоего пола весом в среднем 3—3,5 кг. Опыты были проведены в 9 сериях, в каждой по 6 кроликов, из коих 8 серий опытных и 1 серия контрольная. У всех подопытных кроликов воспроизводили контактный дерматит. У кроликов ручной эпиляцией ушных раковин размером 2×2 см очищали кожные покровы.

Контактный дерматит вызывали нанесением на очищенный участок 5 %-ного раствора 2,4-динитрохлорбензола (ДНХБ) в смеси спирт-ацетон (2:1) в течение 3 дней по 5 капель ежедневно.

После возникновения характерной картины контактного дерматита подопытных кроликов разделили на 8 опытных и 1 контрольную группы.

Лечение кроликов с контактным дерматитом в 4-х опытных группах (24 кролика) проводили экспериментальными нафталановыми препаратами, а на других опытных группах (24 кролика) применяли заводские нафталансодержащие препараты аналогичного состава, 9-я группа кроликов (6 кроликов), оставленная контрольной, не подвергалась нафталанотерапии.

В первой серии под опытом находились кролики 1—6, во второй — 7—12, в третьем — 13—18, в четвертой — 19—24, в пятой — 25—30, в шестой — 31—36, в седьмой — 37—42, в восьмой — 43—48, а в контрольной серии кролики за №№ 49—54.

У всех кроликов (всего 54) в интактном состоянии до начала эксперимента из краевой ушной вены была взята кровь на исследование содержания гемоглобина, эритроцитов, лейкоцитов, лейкоцитарной формулы, а также скорости оседания эритроцитов (СОЭ).

Повторно через трое суток после воспроизведения контактного дерматита снова у всех кроликов была взята кровь и исследовалась она в вышеуказанной последовательности.

Исследование крови у всех кроликов (54) третий раз производили при наступлении заживления воспалительного процесса, а четвертый раз — после полного заживления контактного дерматита.

Гемоглобин определялся с помощью гемометра Сали, содержание эритроцитов и лейкоцитов подсчитывалось в счетной камере Горяева под микроскопом, скорость оседания эритроцитов была определена соэметром, подсчет лейкоцитарной формулы производился в мазках периферической крови под микроскоп.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

После 3-кратного нанесения на очищенную поверхность кожи 5%-ного раствора 2,4-динитрохлорбензола (ДНХБ) происходило сильно выраженное раздражение кожи, а затем развивалась характерная картина воспаления, сопровождаемая резким покраснением, опуханием, повышением местной температуры, образованием корочки и отторжением рогового слоя кожи, с последующим изъязвлением и даже нагноением.

Примененные нами для лечения контактного дерматита у 8-й группы подопытных кроликов нафталансодержащие препараты как экспериментальные (приготовленные по новой прописи), так и официальные (заводские), а именно: мазь нафталановая, паста ихтиоло-цинко-нафталановая, паста борно-цинко-нафталановая и линимент стрептоцид-нафталановый, способствовали образованию корочки и отпадению верхнего слоя кожи, тем самым ускорили заживление воспаления у всех подопытных кроликов. Полное устранение воспалительных явлений происходило в среднем в течение 9—10 суток, а под влиянием стрептоцид-нафталанового линимента даже в течение 7—8 дней, тогда как у контрольной группы, не получавшей нафталансодержащих препаратов, этот срок равнялся в среднем 30—32 суткам.



Результаты проведенных исследований по изучению морфологического состава крови показал, что, как правило, на фоне развивавшегося контактного дерматита происходят заметные изменения в основном со стороны двух показателей картины крови: скорости оседания эритроцитов и количества лейкоцитов. Во всех сериях опытов на фоне контактного дерматита отмечается незначительное увеличение скорости оседания эритроцитов, а также повышение количества лейкоцитов. В соответствии с этим, лейкоцитарная формула изменяется также в сторону увеличения отдельных элементов, особенно возрастает содержание лимфоцитов. По истечении срока лечения нафталансодержащими препаратами контактного дерматита на фоне полного заживления было установлено, что у всех подопытных кроликов сдвиги скорости оседания эритроцитов и количества лейкоцитов имеют тенденцию к возвращению к показателям исходного состояния, что является весьма закономерным явлением, свидетельствующим о выраженном противовоспалительном свойстве нафталана и его препаратов.

В то время как у контрольных кроликов повышение скорости оседания эритроцитов и лейкоцитов, характеризующие воспалительный процесс, почти не изменялись, в среднем в течение одного месяца оставались на высоком уровне.

Что касается содержания гемоглобина и эритроцитов, то заметных количественных изменений их в проведенных экспериментах не было отмечено. Следует подчеркнуть также, что особой разницы в действии на морфологию крови экспериментально приготовленных и заводских нафталансодержащих препаратов не было выявлено.

Средние данные, полученные при исследовании морфологического состава крови для 54-х кроликов приводятся в табл. 1 и 2. Результаты проведенных экспериментов позволяют сделать следующие выводы.

## Выводы

1. При трехкратном нанесении 5 %-ного раствора 2,4-динитрохлорбензола на очищенную поверхность кожи кроликов развивается картина характерного дерматита.

2. Примененные нафталансодержащие препараты как экспериментально приготовленные, так и заводские, вызывают полное заживление воспалительного процесса в течение в среднем 7—8 и 9—10 суток, тогда как у контрольных кроликов, не получавших нафталансодержащих препаратов, полное заживление происходит на 30—32 сутки.

3. У всех подопытных кроликов на фоне контактного дерматита, как правило, происходит повышение скорости оседания эритроцитов (СОЭ), увеличение количества лейкоцитов со сдвигом лимфоцитоза.

4. Под влиянием нафталансодержащих препаратов, как экспериментально приготовленных, так и заводских, на фоне полного заживления воспалительного процесса происходит уменьшение скорости оседания эритроцитов (СОЭ) и снижение лейкоцитоза с приближением этих показателей к исходному, уровню, что свидетельствует о выраженном противовоспалительном влиянии нафталана.

5. В проводимых нами экспериментах заметных изменений количественных показателей гемоглобина и эритроцитов не было отмечено, что согласуется с данными многих исследователей.

Таблица 1

**Изменение морфологического состава крови у кроликов под влиянием нафталансодержащих заводских препаратов**

| Изменения морфологического состава крови (при $n=6$) | Фазы исследования | Гемоглобин, % | СОЭ, мм/г | Эритроциты, млн. | Лейкоциты, в тыс. | Лейкоцитарная формула: Нейтрофиллы палочкоядерные | Нейтрофиллы сегментоядерные | Эозинофиллы | Базофиллы | Лимфоциты | Моноциты |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| У контрольных кроликов | Исходное состояние | 60 | 1,3 | 5,0 | 5,0 | 8 | 28 | — | — | 58 | 6 |
| | Контактный дерматит | 60 | 6,1 | 8,8 | 11,0 | 4 | 12 | — | — | 82 | 2 |
| | Начало заживления | 60 | 6,2 | 8,8 | 11,2 | 5 | 13 | — | — | 78 | 4 |
| | Полное заживление | 59 | 3,0 | 5,18 | 7,5 | 12 | 16 | — | — | 69 | 3 |
| Под влиянием нафталановой мази | Исходное состояние | 50 | 1,0 | 4,3 | 4,9 | 15 | 15 | — | — | 63 | 7 |
| | Контактный дерматит | 58 | 5,5 | 5,1 | 12,0 | 4 | 7 | — | — | 86 | 3 |
| | Начало заживления | 59 | 4,0 | 4,6 | 9,2 | 9 | 21 | — | — | 66 | 4 |
| | Полное заживление | 60 | 1,5 | 4,8 | 6,1 | 24 | 16 | — | — | 56 | 4 |
| Под влиянием ихтиоло-цинко-нафталановой пасты | Исходное состояние | 61 | 1,5 | 4,8 | 5,1 | 16 | 26 | — | — | 50 | 8 |
| | Контактный дерматит | 67 | 7,0 | 5,2 | 10,1 | 2 | 11 | — | — | 84 | 3 |
| | Начало заживления | 68 | 4,5 | 4,9 | 7,4 | 11 | 17 | — | — | 65 | 7 |
| | Полное заживление | 68 | 2,0 | 4,8 | 5,5 | 18 | 17 | — | — | 56 | 9 |
| Под влиянием борно-цинко-нафталановой пасты | Исходное состояние | 70 | 2 | 4,8 | 5,3 | 14 | 20 | — | — | 59 | 7 |
| | Контактный дерматит | 71 | 7 | 5,3 | 11,9 | 3 | 13 | — | — | 81 | 3 |
| | Начало заживления | 69 | 4 | 5,0 | 9,1 | 13 | 18 | — | — | 64 | 5 |
| | Полное заживление | 68 | 2 | 5,1 | 5,3 | 23 | 17 | — | — | 55 | 5 |
| Под влиянием стрептоцид-нафталанового линимента | Исходное состояние | 68 | 1 | 4,5 | 5,4 | 10 | 18 | — | — | 62 | 10 |
| | Контактный дерматит | 70 | 6 | 5,2 | 11,4 | 4 | 9 | — | — | 84 | 3 |
| | Начало заживления | 71 | 3 | 5,3 | 8,1 | 8 | 18 | — | — | 68 | 6 |
| | Полное заживление | 72 | 1,7 | 4,8 | 6,9 | 12 | 19 | — | — | 65 | 4 |

Таблица 2

**Изменение морфологического состава крови у кроликов под влиянием экспериментально приготовленных нафталансодержащих препаратов**

| Изменение морфологического состава крови (при $n=6$) | Фазы исследования | Гемоглобин, % | СОЭ, мм/г | Эритроциты, млн. | Лейкоциты, тыс. | Лейкоцитарная формула: Нейтрофиллы палочкоядерные | Нейтрофиллы сегментоядерные | Эозинофилы | Базофиллы | Лимфоциты | Моноциты |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| У контрольных кроликов | Исходное состояние | 60 | 1,3 | 5,0 | 5,0 | 8 | 28 | — | — | 58 | 6 |
| | Контактный дерматит | 60 | 6,1 | 8,8 | 11,0 | 4 | 12 | — | — | 82 | 2 |
| | Начало заживления | 60 | 6,2 | 8,8 | 11,2 | 5 | 13 | — | — | 78 | 4 |
| | Полное заживление | 59 | 3,0 | 5,18 | 7,5 | 12 | 16 | — | — | 69 | 3 |
| Под влиянием нафталановой мази | Исходное состояние | 72 | 1,9 | 4,85 | 5,62 | 12 | 19 | — | — | 63 | 6 |
| | Контактный дерматит | 71 | 5,0 | 6,04 | 10,5 | 3 | 8,0 | — | — | 85 | 4 |
| | Начало заживления | 68 | 3,3 | 6,2 | 8,9 | 7 | 18 | — | — | 69 | 6 |
| | Полное заживление | 70 | 1,9 | 5,45 | 6,8 | 29 | 12 | — | — | 56 | 3 |
| Под влиянием ихтиоло-цинко-нафталановой пасты | Исходное состояние | 57 | 1,5 | 4,34 | 5,6 | 11 | 21 | — | — | 58 | 9 |
| | Контактный дерматит | 59 | 7,5 | 5,4 | 11,2 | 4 | 8,0 | — | — | 86 | 2 |
| | Начало заживления | 64 | 4,3 | 5,6 | 8,4 | 7 | 15 | — | — | 74 | 4 |
| | Полное заживление | 62 | 2,0 | 5,2 | 4,9 | 23 | 8,0 | — | — | 65 | 4 |
| Под влиянием борно-цинко-нафталановой пасты | Исходное состояние | 66 | 1,8 | 5,1 | 4,7 | 10 | 26 | — | — | 56 | 8 |
| | Контактный дерматит | 67 | 7,0 | 5,7 | 11,8 | 5 | 8,0 | — | — | 83 | 4 |
| | Начало заживления | 67 | 4,0 | 6,8 | 8,8 | 10 | 19 | — | — | 66 | 5 |
| | Полное заживление | 66 | 2,0 | 5,5 | 5,4 | 26 | 11 | — | — | 60 | 3 |
| Под влиянием стрептоцид-нафталанового линимента | Исходное состояние | 62 | 1,5 | 4,9 | 5,6 | 13 | 15 | — | — | 63 | 9 |
| | Контактный дерматит | 66 | 6,0 | 5,9 | 11,4 | 4,0 | 6,0 | — | — | 86 | 4 |
| | Начало заживления | 68 | 3,5 | 5,8 | 9,0 | 6,0 | 13 | — | — | 76 | 5 |
| | Полное заживление | 68 | 1,5 | 5,1 | 6,1 | 11 | 17 | — | — | 67 | 5 |

## Литература

1. Караев А. И., Алиев Р. К., Бабаев А. З. Нафталанская нефть, ее биологическое действие и лечебное применение. М., 1959. 2. Гулиева С. А. О сдвигах в количестве форменных элементов, лейкоформулы и активности каталазы крови крыс, привитых саркомой М-1 и подвергнутых воздействию нафталановой нефти. Мат-лы IV научн. конф. по проблеме Нафталан. Баку, 1968. 3. Алекперов А. Г., Веженкова Э. А. Влияние обессмоленного нафталана на морфологический состав крови. Мат-лы IV научн. конф. по проблеме Нафталан. Баку, 1968. 4. Гулиева С. А., Антонян С. Г. Содержание гемоглобина, оксигемоглобина и эритроцитов в норме и после нафталановых аппликаций в крови экспериментальных животных. Мат-лы I итоговой научной конференции НИПНЛ. Баку, 1969. 5. Гулиева С. А. Динамика изменений периферической крови под воздействием нафталановой нефти в условиях клиники и эксперимента. Мат-лы II итоговой научн. конф. НИПНЛ Баку. 1970. 6. Махмудов Р. М., Алиева С. А. «Азерб. мед. ж.», № 9, 1980.



*АМИ им. Н. Нариманова*



*Поступило 12.I 1981*


---


Р. М. Маhмудов


### НАФТАЛАНЫН ВƏ ТƏРКИБИНДƏ НАФТАЛАН ОЛАН ПРЕПАРАТЛАРЫН ГАНЫН МОРФОЛОЖИ ТƏРКИБИНƏ ХАРИЧДƏН ИСТИФАДƏ ЕТМƏ ЈОЛУ ИЛƏ ТƏ'СИРИ


Тəркибиндə нафталан олан препаратларла контактлы дерматитин мүаличəси костəрир ки, ганын тəркибиндə лејкоситлəрин сајы вə еритроситлəрин чөкмə сүр'əти нормаллашыр, илтиhаб просеси нафталансыз мүаличəјə нисбəтəн 3-4 дəфə тез арадан галдырылыр.



R. M. Makhmudov


### THE APPLICATION OF NAPHTHALAN AND THE INFLUENCE OF NAPHTHALAN CONTAINED PREPARATIONS AT THEIR OUTWARD APPLICATION ON THE MORPHOLOGICAL CONTENT OF BLOOD


It was found out by the results of the experiments carried out that there was a considerable increase of number of leucocytes with the displacement of lymphocytes and rate increase of erythrocytes settling on the background of typical contact dermatitis, while the above mentioned indicators had the tendency to decrease, because of the application of naphthalan contained preparations on the background of complete healing of contact dermatitis. Inflammation is completely removed approximately during 7—8 or 9—10 days, while the process of healing of rabbits under control that didn't receive naphthalan therapy lasted for 30—32 days.


---


АЗƏРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МƏ'РУЗƏЛƏРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 633.861.4


БОТАНИКА


М. А. КАСУМОВ


# ШЕЛУХА РЕПЧАТОГО ЛУКА — ALLIUM SEPA L.— ЦЕННЕЙШЕЕ СЫРЬЕ ДЛЯ ОКРАШИВАНИЯ ШЕРСТЯНОЙ И ШЕЛКОВОЙ ПРЯЖИ

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. И. Ульянищевым)*

К роду Allium L. принадлежит около 300 видов (в СССР их насчитывается 230), распространенных преимущественно в странах северного полушария с умеренным климатом. Некоторые виды лука введены в культуру: лук асколонский или лук шалт — A. ascalonicum L.; лук трубчатый или лук-батун — A. fistulosum L. и др. Но наиболее важным видом, широко распространенным в культуре, является лук репчатый.

Лук репчатый является ценным пищевым, лекарственным, а также красильным растением.

По данным А. Р. Ветчинкина [1], шелуха лука репчатого содержит 5,8% флавоновых веществ, которые являются желтыми красителями, а также находят применение в пищевой промышленности, медицине и аналитической химии.

Красящие свойства шелухи лука репчатого известны с давних времен, однако в литературе нет достоверных данных о способе технологии крашения пряжи и тканей.

Принимая во внимание то, что вблизи консервных заводов и овощных хранилищ скапливается большое количество шелухи лука, являющейся отходом, мы поставили задачу изучить ее красящие свойства для практического применения в ковровом производстве.

Опыты окрашивания проводились в отделе растительных ресурсов Института ботаники АН Азерб. ССР по методике [2] в нейтральной, щелочной и кислотной ваннах при добавлении различных протрав (см. таблицу).

При окрашивании использовались водные экстракты красящих веществ шелухи лука в нейтральной, кислотной и щелочной ваннах с предварительной или последующей протравой шерстяной пряжи. В результате получили разнообразную гамму цветов: желтый, золотисто-желтый, золотисто-оранжевый, оранжевый, зеленый, табачный, охристый, коричневый, бежевый, кирпично-красный, каштановый, серый, оливковый и др.

При навеске 100 г измельченной шелухи лука и объеме 1 л каждой экстракции получают 11—12 л красильного раствора, которым можно окрасить 1,5—2 кг шерсти. При окрашивании шерсть не поглощает из раствора весь краситель. Так, первая и восьмая партии шерстяного волокна, окрашенные в одном и том же экстракте, по интенсивности тона мало отличаются друг от друга. Была проведена серия опытов по окрашиванию шерсти экстрактом красящих веществ шелухи лука с целью испытания устойчивости ее окраски к воздействию щелочей, кис-

**Окрашивание шерстяной пряжи в водном экстракте шелухи лука с применением различных протрав**

| Протрава | Кол-во химиката, % от веса пряжи | Крашение одновременно с солями металлов | Крашение перед протравой | Крашение после протравы | Светоустойчивость, ГОСТ 9733-61 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **Скрашенная пряжа в нейтральной ванне** | | | | | |
| Контроль—вода | — | Коричневато-кирпичная | Коричневато-кирпичная | Коричневато-кирпичная | 4,0 |
| Алюмокалиевые квасцы | 6,0 | Желтая | Ярко-желтая | Ярко-желтая | 5,5 |
| Медный купорос | 5,0 | Зеленая | Зеленая | Зеленая | 5,0 |
| Медь уксуснокислая | 5,0 | Табачная | Табачная | Табачная | 5,2 |
| Железный купорос | 5,0 | Серая | Серая | Серая | 5,1 |
| Красная кровяная соль | 5,0 | Оливковая | Оливковая | Оливковая | 5,1 |
| Желтая кровяная соль | 5,0 | Бежевая | Бежевая | Бежевая | 5,0 |
| Хромпик | 0,2 | Кирпично-красная | Кирпично-красная | Кирпично-красная | 5,5 |
| Калий марганцевокислый | 0,1 | Коричневая | Коричневая | Коричневая | 5,0 |
| Калий азотнокислый | 4,0 | Рыжеватая | Рыжеватая | Рыжеватая | 5,0 |
| Кадмий уксуснокислый | 4,0 | Бежевая | Бежевая | Бежевая | 5,1 |
| Кольбат уксуснокислый | 4,0 | Охристая | Охристая | Охристая | 5,2 |
| Кольбат хлористый | 4,0 | Коричневатая | Коричневатая | Коричневатая | 5,0 |
| Свинец уксуснокислый | 4,0 | Каштановая | Каштановая | Каштановая | 5,0 |
| Никель уксуснокислый | 4,0 | Темно-оливковая | Оливковая | Оливковая | 5,1 |
| Никель хлористый | 4,0 | Зеленоватая | Зеленоватая | Зеленоватая | 5,0 |
| Олово двухлористое | 0,1 | Золотисто-оранжевая | Золотисто-оранжевая | Золотисто-оранжевая | 5,1 |
| **Скрашенная пряжа в щелочной ванне** | | | | | |
| Едкий натр | 2,5 | Кирпичная | Кирпичная | Кирпичная | 5,0 |
| Алюмокалиевые квасцы | 6,0 | Лимонно-желтая | Лимонно-желтая | Лимонно-желтая | 5,2 |
| Медный купорос | 5,0 | Зеленая | Зеленая | Темно-зеленая | 5,4 |
| Медь уксуснокислая | 5,0 | Темно-зеленая | Темно-зеленая | Зеленовато-оливковая | 5,1 |
| Железный купорос | 5,0 | Сероватая | Серая | Серая | 5,2 |
| Красная кровяная соль | 5,0 | Темно-оливковая | Оливково-бежевая | Оливково-бежевая | 5,1 |
| Желтая кровяная соль | 5,0 | Рыжеватая | Рыжеватая | Рыжеватая | 5,2 |
| Хромпик | 0,2 | Кирпично-красная | Кирпично-красная | Красноватая | 5,5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Калий марганцевокислый | 0,1 | Бежевая | Бежевая | Бежевая | 5,0 |
| Калий азотнокислый | 4,0 | Коричневатая | Коричневатая | Коричневатая | 5,1 |
| Кадмий уксуснокислый | 4,0 | Охристая | Охристая | Охристая | 5,2 |
| Кольбат уксуснокислый | 4,0 | Бежевая | Бежевая | Бежевая | 5,0 |
| Кольбат хлористый | 4,0 | Коричневатая | Коричневатая | Коричневатая | 5,1 |
| Свинец уксуснокислый | 4,0 | Темно-коричневая | Темно-коричневая | Коричневая | 5,2 |
| Никель уксуснокислый | 4,0 | Оливковая | Оливковая | Оливковая | 5,0 |
| Никель хлористый | 4,0 | Табачная | Табачная | Табачная | 5,1 |
| Олово двухлористое | 0,1 | Ярко-оранжевая | Ярко-оранжевая | Оранжевая | 5,2 |
| **Скрашенная пряжа в кислотной ванне** | | | | | |
| Муравьиная кислота | 2,5 | Бежевая | Бежевая | Бежевая | 5,0 |
| Алюмокалиевые квасцы | 6,0 | Ярко-желтая | Ярко-желтая | Ярко-желтая | 5,3 |
| Медный купорос | 5,0 | Табачная | Табачная | Табачная | 5,4 |
| Медь уксуснокислая | 5,0 | Зеленая | Зеленая | Зеленая | 5,5 |
| Железный купорос | 5,0 | Сероватая | Сероватая | Сероватая | 5,2 |
| Красная кровяная соль | 5,0 | Зеленовато-оливковая | Зеленовато-оливковая | Зеленовато-оливковая | 5,2 |
| Желтая кровяная соль | 5,0 | Серовато-бежевая | Серовато-бежевая | Серовато-бежевая | 5,5 |
| Хромпик | 0,2 | Бежевая | Бежевая | Бежевая | 5,3 |
| Калий марганцевокислый | 0,1 | Красноватая | Красноватая | Красноватая | 6,0 |
| Калий азотнокислый | 4,0 | Коричневая | Коричневая | Коричневая | 5,8 |
| Кадмий уксуснокислый | 4,0 | Бежевая | Бежевая | Бежевая | 5,7 |
| Кольбат уксуснокислый | 4,0 | Охристая | Охристая | Охристая | 5,6 |
| Кольбат хлористый | 4,0 | Коричневатая | Коричневатая | Коричневатая | 5,0 |
| Свинец уксуснокислый | 4,0 | Бежевая | Бежевая | Бежевая | 5,8 |
| Никель уксуснокислый | 4,0 | Каштановая | Каштановая | Каштановая | 5,5 |
| Никель хлористый | 4,0 | Табачная | Табачная | Табачная | 5,5 |
| Олово двухлористое+щавелевая кислота | 0,1+2,0 | Ярко-оранжевая | Ярко-оранжевая | Ярко-оранжевая | 5,5 |

лот, к сухому и мокрому трению, действию химических моющих средств и мыльным растворам, а также по светостойкости. Окраска шерсти почти не изменилась.

Испытания проводились в Ленинграде в Институте текстильной и легкой промышленности им. С. М. Кирова под руководством проф. А. А. Хархарова, по ГОСТу 9733-61.

Нами также впервые было установлено, что шелуха лука пригодна для окрашивания шелка. При этом мы получили изумительные по красоте и блеску цвета и оттенки, как например, лимонно-желтый, оранжевый, зеленый, бежевый, коричневый, красный, кирпичный, черный, что дает возможность в Шекинском, Исмаиллинском, Шемахинском и других районах заменить в красильном производстве такое ценное растение, как древесина скумпии, запас которой невелик.

В результате проведенных исследований мы пришли к выводу, что в экстракте, полученном из 1 кг шелухи лука можно окрасить 15—20 кг шерсти. Шелуху лука можно собрать там, где имеются плодоовощные хранилища, консервные заводы и использовать как красильное сырье.

## Выводы

1. Красящим экстрактом шелухи лука репчатого можно окрашивать шерстяную и шелковую пряжи в различные цвета и оттенки. Окрашенная нить достаточно прочна к физико-химическим воздействиям, а также светоустойчива.
2. Красящая способность шелухи лука репчатого очень велика. Красильный экстракт, приготовленный из 1 кг сухого порошка, может окрасить 15—20 кг шерстяной и шелковой нити.
3. Шелуха лука представляет ценнейший краситель, полученный из дешевых отходов, который может быть успешно использован для окрашивания шерстяной и шелковой нитей, а также пищевых продуктов.

### Литература


1. Ветчинкин А. Р. Естественные органические красящие вещества, Саратов, 1966. 2. Касумов М. А. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», № 6, 1976.



*Институт ботаники*



*Поступило 19. III 1980*



М. Ә. Гасымов


### АДИ СОҒАН ГАБЫҒЫ—ALLIUM SEPA L. ЈУН ВӘ ИПӘК САПЛАРЫН БОЈАНМАСЫ ҮЧҮН ГИЈМӘТЛИ ХАММАЛДЫР


Мәгаләдә ади соған габығындан бојаг мәһлулунун һазырланмасына вә ондан кениш спектрдә јун вә ипәк сапларын рәнкләнмәсиндә истифадәсиндән бәһс едилир.



M. A. Kasumov


### ONION'S PEEL—ALLIUM SEPA L.—IS THE MOST VALUABLE RAW MATERIAL FOR PAINTING WOOLLEN AND SILK YARN


This article contains the description of the method of getting the dye-stuff from onion's peel. It gives a wide spectrum of the activity of its colours and shades in the process of painting woollen and silk stuff.



АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 581.3


БОТАНИКА


Н. А. ГУСЕЙНОВА


# ИССЛЕДОВАНИЕ ЖЕНСКОГО ГАМЕТОФИТА ПОДСНЕЖНИКА КАСПИЙСКОГО В СВЯЗИ С ВОПРОСОМ О СТЕПЕНИ РЕЛИКТОВОСТИ

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. Г. Абуталыбовым)*

Объектом исследования являлся эндемичный вид рода Galanthus — подснежник каспийский из сем. Amaryllidaceae, распространенный в предгорных лесах Кавказа (Талыш) и на малом Кавказе. Для эмбриологического исследования нами были использованы растения из Ленкоранского района Азербайджанской ССР.

Производились темпоральные фиксации почек возобновления бутонов и пестиков по Карнуа (6:3:1) и Навашину (10:4:1) с последующим обезвоживанием и заключением в парафин. Постоянные препараты окрашивались железным гематоксилином по Гайденгайну, применялась также реакция Фельгена.

Изучались микрофенология, строение семяпочек, мегаспорогенез и некоторые моменты оплодотворения, развитие эндосперма.

Эмбриологические исследования показали, что цветок подснежника каспийского закладывается в году, предшествующем цветению, вскоре после окончания цветения годичного побега, которое продолжается с января по февраль. С марта по апрель включительно в примордии дифференцируются все части цветка. Бугорки семяпочек закладываются в начале июня. Женский археоспорий в семяпочках, а также дифференциация интегументов наблюдается в сентябре. В октябре начинается мегаспорогенез и развитие женского гаметофита от материнской клетки зародышевого мешка до 2—4-ядерной стадии. В декабре развитие женского гаметофита заканчивается восьмиядерным зародышевым мешков (рис. 1).

Трехкамерная завязь подснежника каспийского содержит по два ряда семяпочек в каждой камере. В ряду насчитывается по 12 семяпочек, а всего в завязи имеется около 70 семяпочек. Зрелая семяпочка подснежника каспийского анатропная, двупокровная, крассинуцеллятная, с хорошо развитым длинным фуникулусом. Характерными морфологическими особенностями семяпочки подснежника каспийского является узкий продолговатый нуцеллус.

Внутренний интегумент тонкий, двухслойный, в верхней части образующий микропиле, многослойный. Наружный интегумент более мощный, из 3—4 слоев клетки, но и со стороны фуникулуса он очень тонкий. Края интегументов находятся почти на одном уровне. Однако микропиле строится только внутренним интегументом. Единственная субэпидермальная клетка женского археспория закладывается еще в прямом бугорке семяпочки, одновременно с заложением валика внутреннего интегумента, приблизительно в середине сентября.

Археспориальная клетка отделяет париэтальную и становится материнской клеткой макроспор. В результате двухкратного деления археспориальной клетки образуется террада макроспор.

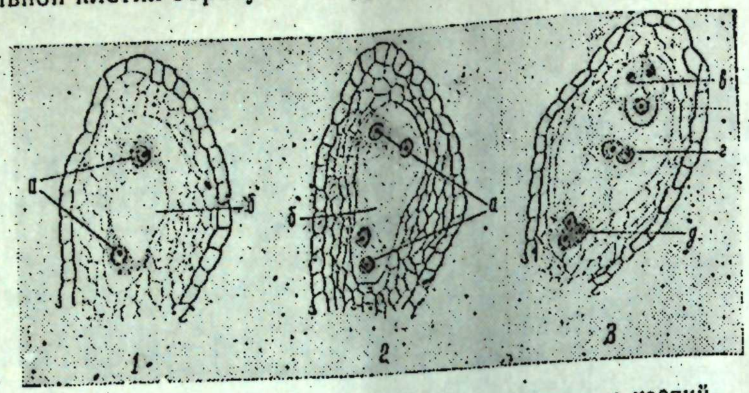



*Рис 1.* Развитие женского гаметофита подснежника каспийского: *1, 2, 3*—2,4-и 8-ядерные зародышевые мешки; *а*—дочерние ядра; *б*—зародышевый мешок; *в*—синергиды; *г*—полярные; ядра; *д*—антиподы.

Женский гаметофит подснежника каспийского развивается по типу Polygonum; из халазальной клетки тетрады. Зрелый зародышевый мешок содержит яйцевой аппарат, два полярных ядра, скоро сливающихся в крупное центральное ядро и трех очень крупных, долго сохраняющихся антипод. Яйцевой аппарат состоит из округлой яйцеклетки с большой вакуолью и двух синергид, характеризующихся широким основанием, отсутствием вакуоли, апикальным расположением ядра, наличием неясно выраженного нитчатого аппарата. На вершине синергиды имеется небольшая почти прозрачная округлая зона, выделяющаяся на фоне темноокрашенной синергиды.

Для изучения темпов и особенностей развития эндосперма и зародыша цветки подснежника каспийского кастрировались и искусственно опылялись смесью пыльцы растений того же вида с последующей темпоральной фиксацией завязи. Кроме того, фиксировались завязи свободно опыляющихся цветков в первый день цветения.

Нам удалось наблюдать многочисленные картины двойного оплодотворения у подснежника каспийского. Пыльцевая трубка проникает в зародышевый мешок через одну из синергид и спермии, быстро проскальзывают в пространство между яйцеклеткой и центральным ядром. После прохождения пыльцевой трубки, ядро синергиды вплотную прижимается к оболочке верхней части синергиды. Менее чем через 4 ч после опыления один из спермиев объединяется с крупным центральным ядром. Второй спермий в это время наблюдается вблизи от яйцеклетки. Затем он проникает через оболочку яйцеклетки, прикладывается к ее ядру, сливается с ним, деспирализуется и выделяет ядрышко. Слияние второго спермия с яйцеклеткой — более длительный процесс, чем тройное слияние, в связи с чем и наблюдать его удается значительно чаще чем последнее (рис. 2).

В процессе оплодотворения форма спермиев подснежника каспийского подвергается изменению: в пыльцевой трубке спермии овальные,



в момент прохождения в зародышевый мешок — каплевидные, а в зародышевом мешке становятся червеобразными.

Оплодотворенное центральное ядро зародышевого мешка начинает делиться после слияния со спермием. Зигота готовится к делению долго и активно, о чем можно судить по изменению характера ее вакуолизации, когда единственная крупная вакуоль разбивается на множество мелких.

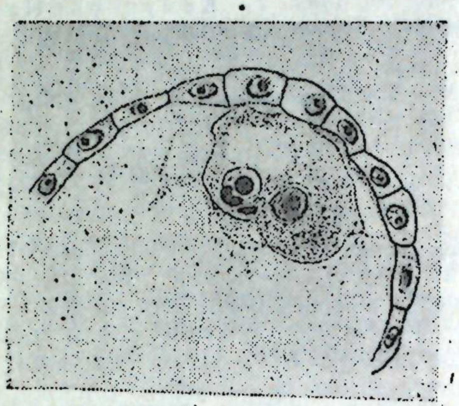


*Рис. 2.* Оплодотворение яйцеклетки подснежника каспийского. Червеобразный спермий контактирует с ядром яйцеклетки.

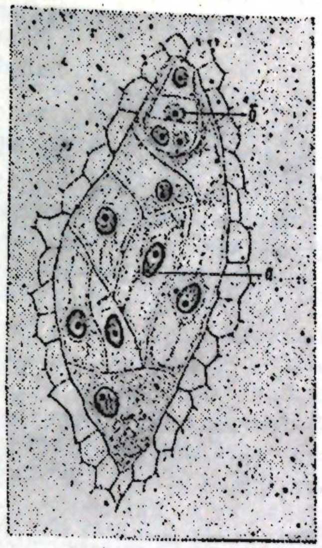


*Рис 3.* Развитие зародыша и эндосперма у подснежника каспийского. Зародыш (*б*), свободные ядра эндосперма (*а*) в полости зародышевого мешка.

Эндосперм подснежника каспийского — ядерного типа.

В момент слияния спермия с центральным ядром наблюдается почкование, дробление ядрышка центрального ядра, которое вначале бывает очень крупным, а затем отделяет от себя множество крупных телец. Ядерный эндосперм располагается тонким слоем по стенкам зародышевого мешка, и на первых этапах развития деление его ядер происходит синхронно (рис. 3).

Для поздних стадий развития ядерного эндосперма характерны амитозы. Образование клеточного эндосперма начинается сперва в халазальном конце зародышевого мешка через 15 дней после оплодотворения с первым делением зиготы.

Первое деление зиготы наблюдается лишь на 16-й день после оплодотворения. Первая клеточная перегородка закладывается в поперечном направлении, немного наискось. Деление клеток проэмбрио следует одно за другим: базальная клетка двухклеточного проэмбрио даст начало короткому подвеску из 3—4 клеток, а апикальная делится в антиклинальном и периклинальном направлениях, формируя многоклеточное тело шаровидного зародыша.

Данные исследования подснежника каспийского позволяют сделать заключение о том, что этот эндем переднеазиатской флоры характеризуется в основном примитивными эмбриологическими признаками:

анатропными, двупокровными, крассинуцеллятными семяпочками, моноспорическими восьмиядерными зародышевыми мешками, ядерным эндоспермом. Это свидетельствует о древнем происхождении подснежника каспийского и дает возможность предположить, что высокая специализация его жизненной формы (травянистый, луковичный многолетник) и развитие вегетативного способа размножения в какой-то степени ограничили совершенствование репродуктивного аппарата этого вида, который и сохранил примитивные черты древнего уровня.

### Литература

1. Артюшенко З. Т. «Бот. журн.», 10, 1966. 2. Кемулярия-Натадзе Л. М. К изучению кавказских представителей рода Galanthus. Труды Тбилисск. ин-та ботаники, 11, 1947. 3. La Cour I. Cytology department Darlington repor Galanthus and Leucojum. Reo. John. Innes Hort. Inst., 36, 19, 1946. 4. Stenar K. Embryologische Studien. II. Die Embryologie der Amaryllidaceen. Akad. Abh. Upsala, 1925.

*Поступило 6. VI 1980*

*Институт ботаники*

---

Н. А. Һүсејнова

## КИЧИК ГАФГАЗДА ЈАЈЫЛМЫШ ЕНДЕМ НӨВ САЈЫЛАН НОВРУЗКУЛУ БИТКИСИНИН ДИШИ ГАМЕТОФИТИНИН ИНКИШАФЫ

Мәгаләдә Кичик Гафгазда јајылмыш ендем нөв сајылан новрузкүллү биткиси үзәриндә апарылмыш тәдгигатдан (Galanthus caspius (Rupr.) A. Grossh.) бәһс едилир.

Мүәјјән олунмушдур ки, новрузкүлү биткисинин јумурталығы ијун ајынын әввәлләриндә әмәлә кәлир вә мигдары тәгрибән 70-ә чатыр. Јумурталыг анатроп, крассинуселлјат вә ики өртүклүдүр. Диши археспоријасы бирһүчејрәли вә субепидермалдыр. Өртүчү һүчејрәси јохдур.

Диши гаметофитинин инкишафы Polygonum типлидир; рүшејм кисәси сәккиз һүчејрәлидир. Синергидләр гејри-ади гурулушлу олуб мигдары икидир. Антиподларын сајы үчдүр, тезликлә декенерасијаја уғрајыр.

Тозланма вә мајаланма нормал кедир, ендосперм нүвә типлидир. Зиготанын биринчи бөлүнмәси мајаланманын 16-чы күнүнә тәсадүф едир.

N. A. Guseinova

## THE RESEARCH OF WOMEN'S GAMETOPHYTE OF THE CAUCASIAN SNOWDROP IN CONNECTION WITH THE RELICTIVITY'S DEGREE PROBLEM

As a result of the research, the seed-bud's laying period, the women archespory in the seed-buds, the differentiation of the intergument, megasporogenesis, the maternal cell of the embryonic bag, as well as the peculiarities of the embryonic bag formation and the seed-bud's morphology were established.

---

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

ИСТОРИЯ

Э. Б. ШУКЮР-ЗАДЕ

## ГЕНЕАЛОГИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА КАРАБАХСКИХ ХАНОВ

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР З. М. Буниятовым)*

Карабахское ханство возникло и окрепло в борьбе с иранским владычеством. Основателем ханства был Панах-Али хан, происходивший из старинной феодальной знати племени Джаваншир (из оймака Сарыджалы). Объединенные азербайджанские племена Джаваншир, Кебирли, Отузики, Коланы, Бахманлы и др. «являлись коренными илатами карабахского вилайета»[1]. Племя Отузики при Сефевидах составляли ольке, а главы племени Джаваншир одновременно были наследственными правителями этих объединенных племен[2]. Племя Джаваншир не принадлежало к кызылбашским или афшарским ветвям. Оно является ответвлением племени Бахманлы[3]. Родоначальники племени Джаваншир усердно служили своим покровителям-сефевидам, а их наследники: Ибрахим-Халил ага I, сын его Панах-Али-хан I и внук Ибрахим-Халил-ага II продолжали традиции своих предшественников[4]. Панах-Али-хан II был сыном Ибрахим-Халил-Аги II.

Племена Отузики, Джаваншир и др. при Надир-шахе (1736—1747) были насильственно переселены в Сарахс (Хорасан), после гибели шаха значительная часть племен вернулась в Карабах. Сам Панах-Али-хан II со своим братом Бехбут-Али-беком в молодости служил у Надир-шаха, но «боясь подвергнуться участи своего брата (Бехбуд-Али), казненного шахом»[5], со своими сородичами бежал из лагеря Надир-шаха в Карабах[6]. Это было в 1738 г.

Преследуемый Надир-шахом Панах-Али хан II некоторое время находился на яйлаге зангезурского феодала Кара Муртуз-бека, где, собрав отряд своих приверженцев, совершил набеги на Гянджу, Нахичевань, Шеки и другие районы.

В этом его поддерживало Джарское вольное общество, с одним из членов которого он был в родстве. Вскоре, встав во главе племени Отузики, он вместе с Эмиром двадцати тысяч[7] дворов Джаваншира, возглавил повстанческие отряды, боровшиеся против иранского владычества.

Однако для защиты от нападений иранских и враждебных ему местных феодалов, молодому хану необходимо было построить крепость. В 1748 г. в кобирлинском махале возникла первая резиденция Панах-хана — крепость Боят. Сооружение крепости Боят и растущее могущество карабахского ханства прежде всего беспокоили правителей Шеки, Ширвана и некоторых армянских феодальных меликов. Они договорились совместно выступить против Панах-хана.

Шекинский Хаджи Челеби решил действовать более энергично: со своими союзниками осадил Боят и в течение месяца неоднократно штурмовал эту крепость. Однако родственники Панах-хана и подданные кочевники «от мала до велика в большом числе прибыли к нему на выручку»[8].

Потерпев поражение, Хаджи Челеби вынужден был отступить за Куру.

Однако крепость Боят оказалась слабозащищенной. «Панах-хан перенес свою резиденцию в урочище Шахбулаг, расположенное у подножья Хачинского холма. Но и это место оказалось в климатическом и военно-стратегическом отношениях невыгодным. Представители карабахской знати, созванные на совет, говорили хану: «...наше государство имеет немало заядлых врагов, было бы благоразумно найти более укрепленное и неприступное место»[9]. В 1751 г. закладывается новая крепость крепость — Панах-абад, окруженная скалой и высокими стенами. Новая резиденция быстро выросла в экономический центр Карабахского ханства и стала одним из крупных торговых и ремесленных городов Азербайджана. На развалинах древнего города Шуши, разрушенного монголами, возникла новая Шуша.

В 1757 г. Мухаммед Хасан-хан Каджар двинулся на покорение Карабаха и остановился в местечке Хатын-архи. Отважные жители Карабаха нанесли большой урон войскам противника.

Когда в Иране и Азербайджане обострилась междоусобная борьба среди преемников Надир-шаха, Панах-хан решил использовать эту обстановку. Он завладел Мигринским и Гюнейским махале до Баргушата, отнял у правителя Нахичевана махале Татев и Сисиан, захватил местность вдоль р. Тертер до берегов оз. Гокча, земли от моста Худаферина до р. Кюракчай.

Правитель Урмии Фатали-хан, завладев Южным Азербайджаном, направил своих посланников к Панах-хану и призвал его к повиновению, однако Панах-хан счел это для себя позором и унижением и возвратил его посланников с грубым ответом.

В 1760 г. Фатали-хан Афшар двинулся против Шуши и недалеко от крепости разбил свой лагерь. Осада продолжалась шесть месяцев, но он ничего не мог сделать и, потерпев поражение, пошел на хитрость. Под предлогом обмена пленными и выдачи своей дочери замуж за сына Панах-хана Ибрагима-ага, он пригласил последнего к себе в гости и, объявив Панах-хана своим вассалом, ушел с вымененными аманатами в свои владения.

В деятельности Панах-хана было стремление к объединению разобщенных земель. Он отличался храбростью, предприимчивостью, был одарен, хотя и не имел образования[10]. Он никому не служил и шею в ярмо повиновения никому не вкладывал[11]. Панах-хан умер в Ширазе в 1761 г., был похоронен в местечке Имарет, вблизи города Агдама.

**Примечания**

1 Мирза Адигезал-бек. Карабаг-наме, стр. 56. Баку, 1950.
2 Искендер Мунши. Тарих-и алам-арай-и аббаси, стр. 1056. Тегеран, 1314 г. х.
3 Мирза Джамал. История Карабаха, стр. 66. Баку, 1959.
4 Рзакули-хан Хидайет. Розат-са-Сафа, т. 9, стр. 121. Тегеран, 1271 г. х.
5 Ахмед-бек Джаваншир. О политическом существовании Карабахского ханства. (1747—1805), стр. 69. Комментарии и перевод Э. Б. Шукюр-заде. Баку, 1961. 1961.
6 Мирза Джамал. Ук. соч., стр. 66.
7 Рзагули-хан Хидайят. Ук. соч., стр. 29.
8 Ахмед-бек Джаваншир. Ук. соч., стр. 70.
9 Мирза Адигезал-бек. Ук. соч., стр. 62.
10 Бакиханов. Гюлистан-ирам, стр. 131. Баку, 1926.
11 Тарих-и Гити-Гушай, стр. 115. Цит. по И. П. Петрушевскому. Очерки... стр. 137.



12 В генеалогических таблицах ст. Лэн-Пуля, К. Э. Босворта Карабахское ханство отсутствует. Только Э. Цамбуар по нумизматическим данным, ссылаясь на каталог Маркова (стр. 775—786), упоминает Ибрахим-Халила в 1211 г. х., а о Мехди-Кули никаких сведений не дает. Родословная таблица Карабахского ханства, опубликованная в Актах кавказской археографической комиссии (АКАК), содержит множество грубых ошибок как фактического, так и хронологического порядка. В таблицу вошли наследники Панах-хана только по мужской линии.

*Институт истории* *Поступило 22. XII 1980*

---

Э. Б. Шукүрзадә

## ГАРАБАҒ ХАНЛЫҒЫНЫН ШӘЧӘРӘ ЧӘДВӘЛИ

XVIII әсрин орталарында јаранан Гарабағ ханлығы онун илк баниси олан Пәнаһ Әли ханын ады илә бағлыдыр. Сарычалы ојмағына мәнсуб олан Чаваншир тајфасы, «Кәбирли, Коланы, Бәһмәнли, Отуз ики кими голлардан ибарәт олуб, Чаваншир тајфа башчысынын әтрафында бирләшмишдиләр. Надирин өлүмүндән сонра Бојат вә Шаһбулаг галалары әлверишли олмадығындан, Пәнаһ хан 1751-чи илдә монголлар тәрәфиндән дағыдылан гәдим Шушанын јериндә јени шәһәр салды. Сонра о ханлығын әразисини хејли кенишләндирди вә Иран тәрәфдән Гарабаға басгын едәнләрин һүчумуну дәф етди.

Шәчәрә чәдвәлинә Пәнаһ ханын анчаг кишн нәсли дахил олмушдур.

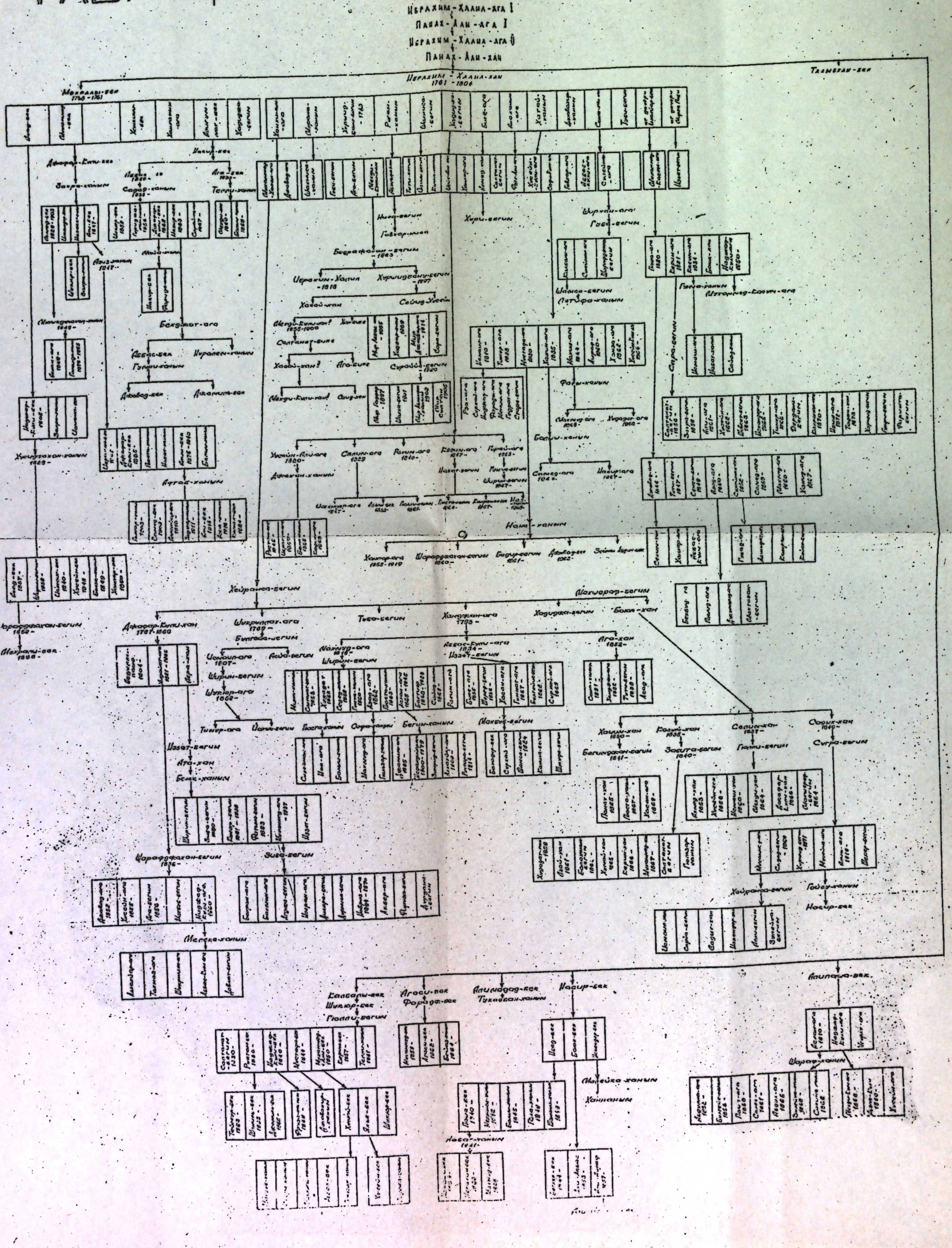
E. B. Shukur-zade

## GENEALOGICAL TABLE OF GARABAH KHANS

The table was drawn up on the base of archive documents and writing sources. This table is the result of twenty years work and embraces the period from the formation of Garabah khanate, the founder of which was Panah-Ali-khan (1747), till liquidation of Garabah khanate in 1822.

---

# ГЕНЕАЛОГИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА КАРАБАХСКИХ ХАНОВ[12]



АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 7 1981

УДК 677.77.747.3

ИСКУССТВО

ГЮЛЬСУМ АЛИЕВА

# ХАРАБА-ГИЛЯНСКИЕ ВЫШИВКИ

*(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. А. Усейновым)*

Недавно на территории Нахичеванской АССР, в местности Хараба-Гилян обнаружен средневековый склеп, где находилось несколько гробов с погребенными, часть из них были в саванах, другая — в одежде. Вероятно, трупы в саванах были погребены ранее. Трупы в одеждах принадлежали женщинам и детям. Одежды изготовлены из льна, хлопчатобумажного и частично шелкового волокна, все ткани вытканы полотняным переплетением.

Почти что все белье растрепано, разодрано, но имеется и целое. Например, трое шаровар, платок и детские брюки. Покрой здешних юбок по форме очень интересный, особенно «балаглы» (юбка-брюки). Указанный фасон в средние века на Востоке, в том числе в Азербайджане, был самым модным среди горожан. Об этом даже средневековый европейский путешественник А. Олеарий сообщает: «обычная одежда городских женщин была гораздо легче мужской одежды — штаны и рубахи они одевали по образцу мужчин... также из хлопчатобумажной материи»[1]. Эту мысль подтверждает в своей книге и А. Ю. Казиев[2]. Он пишет: «Женские костюмы по покрою почти одинаковы с мужскими — два длинных платья: верхнее и нижнее... штаны из тонкого материала, длинные до пят». Далее он указывает: «На одеждах и бумажных платках видны оригинальные вышивки цветными нитями». Нужно отметить, что у брюк-шаровар нижняя часть вышита разноцветными черными, красными, желтыми, синими и другими шелковыми, а также золотыми, серебряными и частично хлопчатобумажными нитями.

В склепе пока имеется пять вышитых женских и детских шаровар, покрой их снизу суженный и широкий. При внимательном обозрении этих вещей мы можем заключить по материалу, фасону и шитью, что это трупы несостоятельной семьи. К тому же, одежды двух женщин совершенно одного размера и покроя сшиты из одной и той же ткани, а также вышиты по одному образцу и технике. Это свидетельствует о том, что у главы семьи было две жены.

По материалу и орнаменту можно причислить их к местным изделиям, так как из исторических данных известно, что Нахичевань[3] и

[1] А. Олеарий. Подробное описание Гольштинского посольства в Московию и Персию в 1633, 1636, 1639 гг. перевод с немецк. П. Барсов, М., 1870.

[2] А. Ю. Казиев. Миниатюра рукописи «Хамсе» Низами (1539—1543). Баку, 1964.

[3] Э. Челеби. «Сияхет-Наме». Стамбул, 1314 г. Олеарий Х. А. Подробное описание путешествия Гольштинского посольства в Московию и Персию в 1633, 1636, 1639 гг. Перевод с немецк. П. Барсова. М., 1870.



Ордубад[4] издавна славились своим хлопком и шелком-сырцом, а жители Джульфы[5] занимались ткачеством. Употребляемые здесь цветные нити тоже не случайное явление. Ведь Азербайджан богат растениями-красителями. Известно, что до конца XIX в. народное производство базировалось исключительно на местном сырье, обработанном и окрашенном домашним способом.

Художественное решение тканей выполнено тремя видами вышивки — гладью, счетным крестом и золотошвейными нитями. Рисунки композиций и расцветки узоров очень разнообразны, но орнаменты строго геометричны, чего требует сама техника. Композиция ткани из геометризованных растительных и геометрических элементов (ромб, шестиконечная звезда и самый популярный у тюркоязычных народов древний мотив «гоша буйнуз» — парные рога) выполнена при точном счете, который ведется на определенном расстоянии друг от друга. Тем же спо-

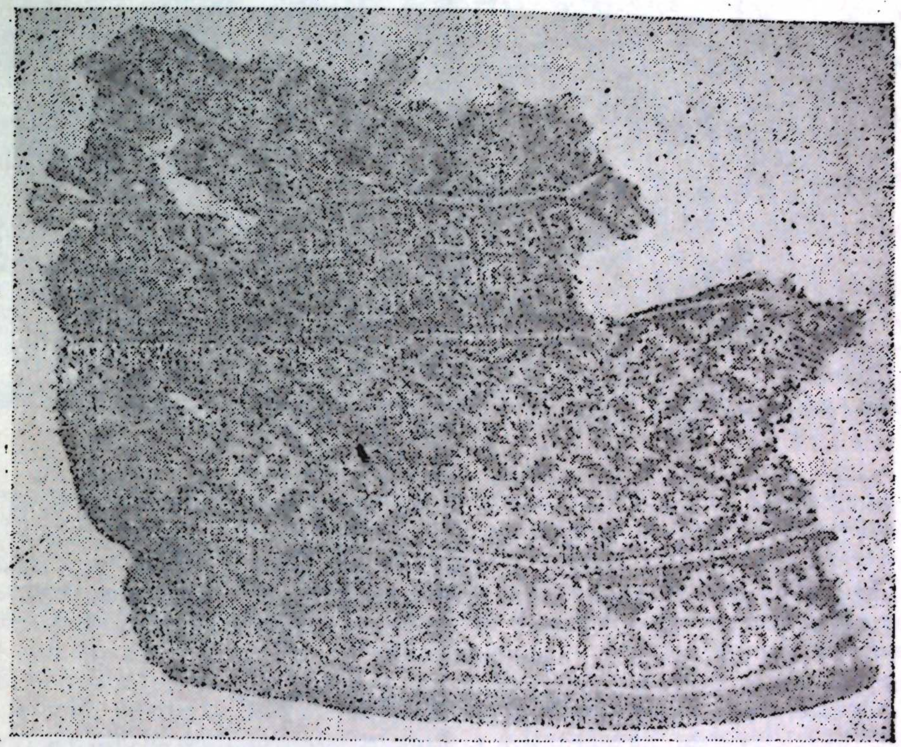


*Рис. 1.*

собом выполнена другая женская одежда — вышивка двухцветными (красными и синими) нитями (рис. 1), отличающаяся от первых своим изящным, сильно геометризованным, мелким растительным стрелковидным мотивом, который сплошь густым узором покрыл всю ткань. Хараба-Гилянская вышивальница сумела найти характер узора и прием выполнения композиции орнамента и его размещение на нижней части изделий «балаг» и образовать здесь широкий окаймляющий бордюр,

[4] Очерки истории СССР. Период феодализма. История Азербайджана, т. 1, стр. 243—245, Баку, 1958.

[5] Джульфа, Джулаха — произошло от слова ткач.

который состоит из нескольких полос с мелким орнаментом ромбовидной формы. Преимущество этого приема вышивки — в ритмичности композиции и равновесии крупных и мелких элементов.

Хараба-Гилянские ткани (одежда) выполнялись и другими приемами вышивки, например, гладью (рис. 2). Орнаментация двух таких изделий состоит исключительно из растительных мотивов — стилизованных

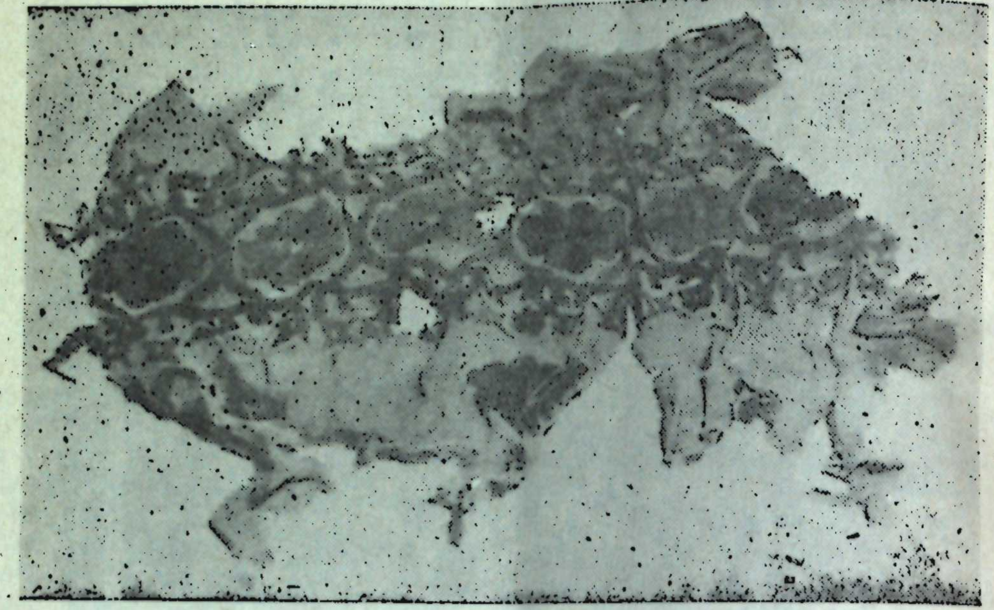


Рис. 2

цветков. Горизонтально решенный десятилепестковый цветок образовался по масштабу и ширине полосы — каймы. По обеим сторонам основного мотива идет легкий, пластический орнамент, обычно в виде вьющегося стебля. Композиция построена главным образом из шестигранных геометрических фигур. В колорите обращают на себя внимание сочетания цветов красный с желтым, синий с черным. Один из них — красный доминирует по значению и по количеству его в композиции.

Орнаментальные композиции Хараба-Гилянской вышивки просты и строги в построении, лаконичны в выборе элементов, что особенно сказывается в вышивках, сделанных двумя (черным, синим) цветами по белой (чуть желтоватой) домотканной материи — кятан. Это изделие, вероятно, предназначено для чалмы. Кисти, изображенные на ткани каймы, а также применение здесь сравнительно мелких звездообразных элементов орнамента подтверждают нашу мысль.

Кроме вышитых изделий также имеется шелковая полосатая рубашка. Ткань изделия очень легкая и тонкая. На поверхности виден рельефный рубчик, что характерно для ткани галями[6]. Художественный облик ткани составляет сочетание двух цветов — голубого и черного, которые состоят из разных по ширине полос на белом фоне. Полосатые ткани изображены на некоторых ранних образцах поливной керамики Азер-

6 У тюркоязычных народов ныне паплин, полотняные переплетения.



байджана XII—XIII вв.[7]. Аналогию можно видеть во фрагменте чаши, найденной в Хараба-Гиляне, которую датируют XV в.[8].

В заключение можно сказать, что характер узора Хараба-Гилянской вышивки полностью соответствует приему кроя и шва.

Особый художественно-технический прием представляет счетные вышивки — «сайма», шов которых напоминает русскую вышивку крестиком, при выполнении которой вышивка покрывает сплошь всю поверхность ткани.

Вышивка «сайма»[9] и сейчас применяется в Ордубадском районе[10], Шуше[11] и особенно в Ленкорани, Астаре, Лерике[12].

Элементы узора, исполненные растительным и цветковым орнаментом, имеют обрядный и магический смысл (рога, звезды, ромбы, красный и черный цвета...) и свидетельствуют об устойчивости традиций народного художественного творчества.

В результате можно сказать, что Хараба-Гилянское погребение, судя по тканям, технике вышивки, мотиву и стилю характера композиции и даже кроя одежды относятся, по-видимому, к XV—XVI вв.

Обнаруженные в склепе Хараба-Гилян материалы представляют большой научный интерес не только для искусствоведов, но и для историков, в связи с чем необходимо продолжить начатую нами работу.

Экспозиция Музея истории Азербайджана АН Азербайджанской ССР могла бы пополниться бесценными вышивками азербайджанских мастериц XV—XVI вв.

*Институт архитектуры и искусства*

*Поступило 24. III 1980.*

**К. Əлиjева**

## ХАРАБА-КИЛАН СƏРДАБƏСИ ВƏ ОНУН ТИКМƏЛƏРИ

Jахын вахтларда Нахчыван МССР-ин əразисиндə Ордубада jахын Хараба-Киланда тəсадүфəн бир сəрдабə ашкар олунмушдур. Бурада һеjртə сəбəб, тахта гутуларда дəфн олунан өлүлəрин орта əср Азəрбаjчан халг кеjим бичиминдə вə мүхтəлиф рəнкдə ипəк сапларла ичра олунмуш нахышлы кеjимлəридир. Нахыш үнсүрлəринин характеринə, тикмə вə с. бəдии хүсусиjjəтлəринə əсасланараг Хараба-Килан сəрдабəсиндəки нахышлы палтарлары XV — XVI əсрлəр Азəрбаjчан халг сəнəтинин орижинал нүмунəлəри ким гиjмəтлəндирмəк олар.

**Gulsum Aliyeva**

## EMBROIDERIES OF KHARABA-GILAN

Recently in Kharaba-Gilan (the region of Nakhichevan ASSR) a vault, in which corpses were dressed in embroidered clothes, was found accidentally.

In the article the author examines the origin of these clothes and attributes them to the XV—XVI cent. according to their cut, ornaments and quality. The author also determines that the origin of the clothes is of local production.

7 Н. Наджафова. Художественная керамика Азербайджана, XII—XV вв. Баку, 1964, рис. 55, 57, 118.

8 Центр науки Нахичеванской АССР.

9 Узбеки называют «ироки» и «тирма».

10 В сел. Сумбатан Дизе и сейчас можно встретить такие вышивки и орнаменты.

11 Еще в XIX в. известная поэтесса Х. Б. Натаван вышивала по этой технике пейзажи. Вышивальный альбом находится в «Рукописном фонде» АН Азерб. ССР.

12 В этих краях называют «хан-дуз».

## МҮНДӘРИЧАТ







## СОДЕРЖАНИЕ

Сдано в набор 23/IV 1981 г. Подписано к печати 16/VII 1981 г. ФГ 32794. Формат бумаги 70×100¹/₁₆. Бумага типографская № 1. Гарнитура шрифта литерат. Печать высокая. Печ. лист. 8,05+1 вкл. Уч.-изд. лист. 7,37. Тираж 655. Заказ 214. Цена 40 коп.

Издательство „Элм".
370143 Баку-143, проспект Нариманова, 31, Академгородок, Главное здание
Типография „Красный Восток" Государственного комитета Азербайджанской ССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Баку, ул. Ази Асланова, 80.


9. Текст статьи печатается на белой бумаге через два интервала на одной стороне листа стандартного размера, с полями с левой стороны (не более 28 строк на одной странице по 58—60 знаков в строке). В тексте нельзя делать рукописные вставки и вклейки.

Статьи, напечатанные на портативной машинке, не принимаются.

10. Текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан авторами в печать. В математических статьях желательно избегать доказательств теорем, лемм и т. п. При использовании в тексте сокращенных названий (кроме общепринятых) необходимо давать их расшифровку.

11. Математические и химические формулы и символы в тексте должны быть вписаны четко. Следует избегать громоздких обозначений, применяя, например, дробные показатели степени вместо радикалов, а также exp. Занумерованные формулы обязательно выключаются в красную строку, номер формулы ставится у правого края страницы. Желательно нумеровать лишь те формулы, на которые имеются ссылки. Подстрочные и надстрочные индексы и степени следует отмечать карандашом, дугами сверху и снизу:

$$R^{n}, \quad r_{n}$$

Греческие буквы нужно обводить (в кружок) красным карандашом. Буквы готического шрифта и рукописные в рукописях не использовать, векторные величины — подчеркивать черным, буквы латинского рукописного шрифта следует отметить на полях (например, H рукоп.).

Во избежание ошибок следует четко обозначать прописные (заглавные) и строчные буквы латинского алфавита, имеющие сходное начертание (Cc; Kk; Pp; Oo; Ss; Uu; Vv; и т. д.), буквы I(i) и J(j), букву I и римскую единицу I, а также арабскую цифру 1 и римскую I, '(вертикальная черта), 1 и штрих в индексах, l (латинское эль) и e. Прописные буквы подчеркивают карандашом двумя черточками снизу (C), а строчные — сверху (c.)

Следует избегать знаков типа ~ (волна), ⊙, ⊕, ⊗; □, ⊡, ◇, ∨ ∧ (крышки) над и под буквами, а также знаков:

h ✕ ₠, ∮∮, ∮, ₠

Латинские названия вписываются на машинке.

Слова «теорема», «лемма», «следствие», «определение», «замечание» и т. п. следует подчеркивать штриховой чертой, а текст утверждений типа теорем—волнистой чертой (исключая математические символы).

При выборе единиц измерения рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

12. При описании методики исследования следует ограничиваться оригинальной ее частью. При элементном анализе приводить только усредненные данные.

13. Необходимо тщательно проверить написание местных географических названий.

14. Цитированная литература приводится общим списком на отдельной странице: ссылки в тексте даются порядковым номером в круглых скобках над строкой (например,[1]). Список литературы оформляется следующим образом:

для книг: инициалы и фамилии авторов, полное название книги, место и год издания;

для журнальных статей: инициалы и фамилия авторов, название журнала, номер тома, номер выпуска, страница и год издания.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

15. Все статьи должны иметь резюме на английском языке, кроме того статьи написанные на русском и азербайджанском языках должны иметь резюме на азербайджанском и на русском соответственно.

Публикация статьи в «Докладах» не препятствует напечатанию расширенного ее варианта в другом периодическом издании.

40 гэп. коп.

Индекс 76355