ISSN 0002—3078

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫ
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

МӘ'РУЗӘЛӘР
ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXVII ҸИЛД

1981 • 4

УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ !

Проcмотрев издания, укажите номер читательского билета и код / категории читателя.

(Пример: 325/3Е1 .)

...ообщения об оригинальных, нигде не пе-
...ваний, представленные академиками АН
...ебя ответственность за научные достоин-

...статьи, механически разделенные на ряд
...характера, без новых фактических сооб-
...овых фактических данных, статьи с опи-
...ных выводов и обобщений, чисто мето-
...является принципиально новым, а также
... (за исключением описания особо инте-

...журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает
...опускает их публикацию в установленные

...ничениями отклонение статьи редакцией
... что она не соответствует требованиям
...чает ее публикацию в других изданиях.

... АВТОРОВ

...рб. ССР» просит авторов руководство-
...что авторы ознакомятся с ними прежде,

...их правил, к рассмотрению не принима-

...должна иметь представление члена АН
...не требуется (см. ниже).

...представление редакцией не принимаются.
...ения. Единственным поводом для внео-
...ая важность сообщения и соображения
... решение редколлегии.

...редставленные статьи на рецензию.
...статей одного автора в год. Это правило
...академиков Академии наук Азерб. ССР.
...в который следует поместить статью; а
... десятичной классификации (УДК). К
... реферат в двух экземплярах, предназна-
... журналов ВИНИТИ

... название учреждения, в котором выпол-
...также полный почтовый адрес и номер
...автора.
... указать лицо, с которым редакция бу-

...работку не означает, что статья принята
...ста рукопись вновь рссматривается ред-
...я вернуть вместе с первоначальным эк-
...замечания. Датой поступления считается
...анта статьи.

...нимающие не более 1/4 авторского листа
...рдят текст, таблицы, библиография (не
...оторых не должно превышать четырех,
...ом числе вклейки на мелованной бумаге,
...й большого увеличения. Штриховые ри-
... печатаются, а даются на кальке. Текст
...двух экземплярах. Повторение одних и
...ах недопустимо. Рисунки должны быть
...я ясность передачи всех деталей. Фото-
... Подписи к рисункам должны быть на-
печатаны в 2-х экземплярах через два интервала на отдельной странице. На обороте рисунков мягким карандашом указываются фамилии авторов, название статьи и номер рисунка.

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫ
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

МӘ'РУЗӘЛӘР
ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXVII ҸИЛД

№ 4

„ЕЛМ" НӘШРИЈЈАТЫ—ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЭЛМ"
БАКЫ—1981—БАКУ

Адрес: г. Баку, Коммунистическая, 10. Редакция „Известий Академии наук Азербайджанской ССР"

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 518 : 517.944.947+517.95 : 519.6

МАТЕМАТИКА

М. А. ВЕЛИЕВ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (МКЭ) ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Пусть Ω—конечная область m-мерного евклидова пространства R_m. Через α, β обозначим мультииндексы размерности m.

Рассмотрим первую краевую задачу

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\sum_{\kappa=0}^{s}\sum_{|\alpha|=|\beta|=0}(-1)^{\kappa}D^{\alpha}\left(A_{\alpha\beta}(x)\,D^{\beta}u\right)=$$

$$=f(x,t),\ x\in\Omega,\ t\in(0,T),\tag{1}$$

$$\Gamma=\partial\Omega,\ D^{\gamma}u|_{\Gamma}=0,\ |\gamma|\leqslant s-1,\tag{2}$$

$$u(x,t)|_{t=0}=u_0(x),\tag{3}$$

где $A_{\alpha\beta}(x)=A_{\beta\alpha}(x)$ измеримы и ограничены в Ω, $u_0(x)$, $f(x,t)$—заданные функции, причем $f\in L_2(\Omega\times(0,T))$.

Определим оператор, действующий по формуле

$$Au\equiv\sum_{\kappa=0}^{s}\sum_{|\alpha|=|\beta|=0}(-1)^{\kappa}D^{\alpha}\left(A_{\alpha\beta}(x)\,D^{\beta}u\right),\ A_{\alpha\beta}=A_{\beta\alpha}.$$

За область определения $D(A)$ оператора A возьмем множество функций из класса $C^{(2s)}(\overline{\Omega})$, удовлетворяющих условиям (2). Область $D(A)$ плотна в пространстве $L_2(\Omega)$. Пусть оператор A является равномерно эллиптическим в области $\Omega\subset R_m$. Если младшие члены оператора A неотрицательны, то оператор A симметричный, положительно определенный в пространстве $L_2(\Omega)$ ([2] стр. 324—326).

Построим теперь в пространстве R_m кубическую сетку с шагом $2h$, где h некоторое положительное число, и ребра куба направлены параллельно координатным осям. Каждый куб („больший" куб) разбивается на 2^m „меньших" куба с помощью плоскостей, проведенных через центр „большего" куба параллельно координатным осям. Узлами считаются вершины меньших кубов. Начало координат помещается в одном из узлов. Тогда радиус-вектор любого узла имеет вид jh, где $j=(j_1, j_2, \ldots, j_m)$—целочисленный вектор, который называется номером соответствующего узла ([1] стр. 39).

Для построения приближенного решения задачи (1)—(3) по МКЭ выберем исходную систему функций $\{\omega_q(t)\}$ с узким носителем, размерности m и высоты $s-1$, удовлетворяющих фундаментальным соотношениям (11) из [1]. Здесь t произвольная точка пространства R_m, а q—мультииндекс, удовлетворяющий неравенству $|q|\leqslant s-1$.

Координатные функции определяются так:

$$\varphi_{qjh}(x) = \omega_q\left(\frac{x}{h} - j\right),$$

где j—целочисленный вектор.

Система координатных функций $\{\psi_{qjh}(x)\}$ принадлежит в H_A и полна в нем.

Приближенное решение по МКЭ ищем в виде

$$u_h(x, t) = \sum_{|q|=0}^{s-1}\sum_{j\in J^h} a^h_{qj}(t)\,\varphi_{qjh}(x),$$

где J^h—множество номеров нижних вершин больших кубов сетки, лежащих в Ω^h-объединение всех открытых больших кубов сетки, лежащих в Ω.

Коэффициенты $a^h_{qj}(t)$ $(|q|\le s-1,\ j\in J^h)$ определяются из системы дифференциальных уравнений

$$\sum_{|q'|=0}^{s-1}\sum_{j'\in J^h}(\varphi_{q'j'h}, \varphi_{qjh})\frac{da^h_{q'j'}(t)}{dt} + \sum_{|q'|=0}^{s-1}\sum_{j'\in J^h}[\varphi_{q'j'h}, \varphi_{qjh}]_A\, a^h_{q'j'}(t) = (f, \varphi_{qjh}),$$

$$|q|\le s-1,\ j\in J^h \tag{4}$$

при условиях

$$a^h_{qj}(t)|_{t=0} = a^h_{qj}(0),\ |q|\le s-1,\ j\in J^h. \tag{4'}$$

Если $u_0\in H_A$, то постоянные коэффициенты $a^h_{qj}(0)$ $(|q|\le s-1,\ j\in J^h)$ определяются из следующей системы алгебраических уравнений

$$\sum_{|q'|=0}^{s-1}\sum_{j'\in J^h}[\varphi_{q'j'h}, \varphi_{qjh}]_A\, a^h_{q'j'}(0) = [u_0, \varphi_{qjh}]_A, \tag{5}$$

$$|q|\le s-1,\ j\in J^h.$$

Далее, $a^h_{qj}(t)$ $(|q|\le s-1,\ j\in J^h)$ при фиксированном h есть κ-компонентный вектор. Через $a^h(t)$ обозначим вектор, составляющие которого упорядоченные каким-то способом функции от $t: a^h_{qjl}(t) \times \times (|q|\le s-1,\ j\in J^h,\ 1\le l\le\kappa)$. Если N есть число этих составляющих, то $a^h(t)$ при каждом фиксированном $t\in[0, T]$ вектор евклидова пространства E_N.

Пусть Q_h и R_h матрицы с элементами

$$(\varphi_{q'j'h}, \varphi_{qjh}),\ [\varphi_{q'j'h}, \varphi_{qjh}]_A\ (|q'|\le s-1,\ |q|\le s-1,\ j', j\in J^h)$$

соответственно, а $F_h(t)$—вектор с компонентами

$$(f, \varphi_{qjh})\ (|q|\le s-1,\ j\in J^h).$$

В этих обозначениях задача (4), (4') имеет вид

$$Q_h\frac{da^h(t)}{dt} + R_h a^h(t) = F_h(t), \tag{6}$$

$$a^h(t)|_{t=0} = a^h(0). \tag{6'}$$

Линейная система (5) запишется так:

$$R_h a^h(0) = T^h_0, \tag{7}$$

где T^h_0—вектор с компонентами $[u_0, \varphi_{qjh}]_A$ $(|q|\le s-1,\ j\in J^h)$.

В работе [1] доказано, что справедливы неравенства

$$C_1h^{m/2}\|a^h\|_{E_N}\le\|u_h\|_{L_2(\Omega)}\le C_2h^{m/2}\|a^h\|_{E_N},\ \forall a^h\in E_N, \tag{8}$$

где C_1, C_2—положительные постоянные.

Введя новые пространства $\overline{X}_N$, $\overline{Y}_N$ с нормами

$$\|b^h\|_{\overline{X}_N} = h^{m/2}\|b^h\|_{E_N},\ \|b^h\|_{\overline{Y}_N} = h^{-m/2}\|b^h\|_{E_N},\ \forall b^h\in E_N$$

неравенствам (8) придадим следующий вид

$$C_1\|a^h\|_{\overline{X}_N}\le\|Q_h^{1/2}a^h\|_{E_N} = \|u_h\|_{L_2(\Omega)}\le C_2\|a^h\|_{X_N}. \tag{9}$$

Лемма 1. *Имеет место оценка*

$$\|R_h^{1/2}a^h(0)\|_{E_N}\le\|u_0\|_A, \tag{10}$$

где $a^h(0)$ решение системы (7).

Рассмотрим возмущенную систему вида

$$(R_h+\Gamma'_h)\,b^h(0) = T^h_0+\varepsilon_h,$$

где Γ'_h возмущенные матрицы R_h, симметричная ε_h—возмущение вектора T^h_0.

Пусть λ_0—наименьшее собственное значение положительно определенного оператора A. Если $\mu_1^{(N)}$—наименьшее собственное значение матрицы R_h, то легко видеть, что $\mu_1^{(N)}\ge C_1^2h^m\lambda$.

Лемма 2. *Если $\|\Gamma'_h\|_{E_N}\le\beta_0C_1^2h^m\lambda_0$, $\beta_0\in(0, 1)$, то*

$$\|R_h^{1/2}(b^h(0)-a^h(0))\|_{\overline{X}_N}\le\|u_0\|_A\left[(1-\beta_0)\lambda C_1^2\right]^{-1}\|\Gamma'_h\|_{\overline{Y}_N} + \left[(1-\beta_0)\sqrt{\lambda_0}\right]^{-1}\|\varepsilon_h\|_{E_N}. \tag{11}$$

Лемма 3. *Для любого $t\in[0, T]$ имеет место неравенство*

$$\int_0^t\left\|Q_h^{1/2}\frac{da^h(\tau)}{d\tau}\right\|^2_{E_N}d\tau + \|R_h^{1/2}a^h(t)\|^2_{E_N}\le M_0, \tag{12}$$

где $M_0 = \|u_0\|^2_A + \|f\|^2_{L_2(\Omega\times(0,T))}$, а $a^h(t)$ решение задачи (6), (6').

Разность решений возмущенной задачи и задачи (6), (6') обозначим через $W^h(t) = b^h(t)-a^h(t)$.

Очевидно, что $W^h(t)$ является решением следующей задачи

$$(Q_h+\Gamma_h)\frac{dW^h}{dt} + (R_h+\Gamma'_h)W^h = -\Gamma_h\frac{da^h(t)}{dt} - \Gamma'_h a^h(t) + \delta_h(t), \tag{13}$$

$$W^k(t)|_{t=0} = W^h(0) = b^h(0)-a^h(0), \tag{13'}$$

где Γ_h—возмущенные матрицы Q_h; предполагается, что матрица Γ симметрична в E_N.

Если $\|\Gamma_h\|_{E_N}\le\alpha_0C_1^2h^m$, $\|\Gamma'_h\|_{E_N}\le\beta_0C_1^2h^m\lambda_0$, α_0, $\beta_0\in(0, 1)$, то

$$\int_0^t\left\|Q_h^{1/2}\frac{dW^h(\tau)}{d\tau}\right\|^2_{\overline{X}_N}d\tau + \|R_h^{1/2}W^h(t)\|^2_{\overline{X}_N}\le p_0\|\varepsilon_h\|^2_{E_N} + p_1\|\Gamma_h\|^2_{\overline{Y}_N} + p_2\|\Gamma'_h\|^2_{\overline{Y}_N} + p_3\|\delta_h\|^2_{L_2((0,T);E_N)}, \tag{14}$$

где p_i $(i=0, 1, 2, 3)$—положительные постоянные, независящие от h.

Введем новые гильбертовы пространства $\overline{H}^h$, $\overline{H}^h_A$ с нормами

$$\|u\|_{\overline{H}^h} = h^{m/2}\|u\|_H,\ \|u\|_{\overline{H}^h_A} = h^{m/2}\|u\|_A,\ \forall u \in H_A,$$

соответственно.

Тогда левая часть неравенства (14) принимает вид

$$\int_0^t \|\tilde{u}_h'(\tau) - u_h'(\tau)\|^2_{\overline{H}^h}\, d\tau + \|\tilde{u}_h(t) - u_h(t)\|^2_{\overline{H}^h_A}.$$

Теорема 1. *Процесс определения приближенного решения задачи (1)—(3) по МКЭ устойчив в пространствах $L_2((0, T); \overline{H}^h_A)$, $C((0, T); \overline{H}^h_A)$, а процесс определения первой производной устойчив в пространстве $L_2((0, T); \overline{H}^h)$.*

Теорема 2. *Процесс определения приближенного решения задачи (1)—(3) по МКЭ устойчив в пространстве $C((0, \infty); \overline{H}^h)$, если $f \in L_2(\Omega \times (0, \infty))$.*

Замечание. Если рассмотреть произвольные краевые условия, обеспечивающие положительную определенность оператора A, то область Ω нужно брать параллелепипедом. В этом случае линейным преобразованием независимых переменных параллелепипед отображается на куб и все рассмотрения проводятся для кубических областей.

Литература

1. Михлин С. Г. „Зап. науч. семинаров Ленингр. мат. ин-та АН СССР", 48, 32—188, 1974. 2. Михлин С. Г. Линейные уравнения в частных производных. „Высшая школа". М., 1977. 3. Стренг З. Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. „Мир". М., 1977. 4. Велиев М. А. „ДАН СССР", 157, № 1, 16—19, 1964.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 13. V 1980

М. А. Вәлијев

ПАРАБОЛИК ТӘНЛИКЛӘР ҮЧҮН СОНЛУ ЕЛЕМЕНТЛӘР УСУЛУНУН (СЕҮ) ДАЈАНЫГЛЫҒЫ ҺАГГЫНДА

Мәгаләдә чохөлчүлү сонлу Ω областында

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{\kappa=0}^{s} \sum_{|\alpha|=|\beta|=0} (-1)^{\kappa} D^{\alpha}\left(A_{\alpha\beta}(x)\, D^{\beta} u\right) = f(x, t),$$

$$x \in \Omega,\quad t \in (0, T),$$

$$\Gamma = \partial\Omega\quad D^{\gamma} u\big|_{\Gamma} = 0,\ |\gamma| \leq s-1,$$

$$u(x, t)_{t=0} = u_0(x)$$

мәсәләсинә бахылыр. Бурада $A_{\alpha\beta}(x) = A^{(x)}_{\beta\alpha}$ функсијалары Ω областында өлчүлән вә мәһдуддурлар; $u_0(x)$, $f(x, t)$ функсијалары верилмишдир вә $f \in L_2(\Omega \times (0, T)$.

Сонлу елементләр үсулу илә тәгриби һәлләр ардычыллығынын дајаныглығы көстәрилир.

M. A. Veliev

ABOUT THE STABILITY OF FINITE ELEMENTS METHOD FOR PARABOLIC EQUATIONS

In this paper the stability of the approximative solutions problem (1)—(3) with the finite elements method is studied.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 517.392 МАТЕМАТИКА

Р. Д. ГУЛИЕВ

КУБАТУРНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА ПО ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Пусть Ω—ограниченная область в R^2 с границей Γ, $|x|$—евклидова норма $x \in R^2$.

В этой статье для сингулярного интеграла вида

$$\tilde{u}(x) = \int_{\Omega} \frac{f(x, \theta)}{|y-x|^2} u(y)\, dy,\ x \in \Omega, \tag{1}$$

понимаемого в смысле главного значения, где $\theta = (y-x)|y-x|^{-1}$ рассматривается усложненная кубатурная формула и приводится оценка ее погрешности.

1. Пусть дана произвольная прямоугольная декартова система координат Ox_1x_2.

Покроем область Ω системой квадратов $\Omega_{\nu,h}$ квадратной решетки с шагом h и со сторонами параллельными осям координат. Пусть N_h—множество тех ν, для которых $\Omega_{\nu,h} \subset \Omega$, $x_{\nu,h}$—центр квадрата $\Omega_{\nu,h}$. Обозначим:

$$\Omega^* = \bigcup_{\nu \in N_h} \Omega_{\nu,h}.$$

Очевидно, заданная квадратная решетка индуцирует разбиение координатных осей. Для любой точки $(\alpha, \beta) \in \Omega$ через α_* (β_*) и $\alpha^*(\beta^*)$ обозначим ближайшие к точке α (β) точки разбиения оси Ox_1 (Ox_2) соответственно слева и справа. Причем, будем считать $\alpha_* = \alpha^* = \alpha(\beta_* = \beta^* = \beta)$, если α (β)—есть точка разбиения.

Пусть $x = (x_1, x_2) \in \Omega$. Обозначим $\Omega_x = \Pi(x) \cap \Omega$, где

$$\Pi(x) = \left[\left(x_1 - \frac{h}{2}\right)_*,\ \left(x_1 + \frac{h}{2}\right)^*\right] \times \left[\left(x_2 - \frac{h}{2}\right)_*,\ \left(x_2 + \frac{h}{2}\right)^*\right].$$

Для сингулярного интеграла

$$\tilde{u}(x) = \int_{\Omega} \frac{f(x, \theta)}{|y-x|^2}[u(y) - u(x)]\, dy + u(x) \int_{\Omega} \frac{f(x, \theta)}{|y-x|^2} dy$$

рассмотрим усложненную кубатурную формулу

$$\tilde{u}(x) \approx L(u; x) =$$

$$= h^2 \sum_{(\nu:\, \Omega_{\nu,h} \subset \Omega^* \setminus \Omega_x)} \frac{f(x, \theta_{\nu,h})}{|x_{\nu,h} - x|^2}[u(x_{\nu,h}) - u(x)] + u(x) \int_{\Omega} \frac{f(x, \theta)}{|y-x|^2} dy, \tag{2}$$

где $\theta_{\nu,h} = (x_{\nu,h} - x)|x_{\nu,h} - x|^{-1}$.

Тогда погрешность кубатурной формулы (2) имеет вид

$$\tilde{u}(x) - L(u; x) = \int_{\Omega_x} \frac{f(x, \theta)}{|y-x|^2} [u(y) - u(x)]\, dy +$$

$$+ \sum_{\{\nu+\Omega_{\nu,h} \subset \Omega^* \setminus \Omega_x\}} \int_{\Omega_{\nu,h}} \left[\frac{f(x, \theta)}{|y-x|^2} (u(y) - u(x)) - \right.$$

$$\left. - \frac{f(x, \theta_{\nu,h})}{|x_{\nu,h} - x|^2} (u(x_{\nu,h}) - u(x)) \right] du +$$

$$+ \int_{\Omega \setminus (\Omega^* \cup \Omega_x)} \frac{f(x, \theta)}{|y-x|^2} [u(y) - u(x)]\, dy.$$

2. Всюду в дальнейшем будем предполагать, что плотность $u(y)$ и характеристика $f(x, \theta)$ сингулярного интеграла (1) удовлетворяют следующим условиям:

I. $u \in H_\alpha \Omega$, $0 < \alpha \leqslant 1$ (условие Гельдера с показателем α);

II. $f(x, \theta)$ непрерывна по x равномерно относительно θ и существует число $L > 0$ такое, что при любых $x \in \Omega$ и $\theta_1, \theta_2 \in \gamma$ (γ—единичная окружность, которую пробегает точка θ)

$$|f(x, \theta_1) - f(x, \theta_2)| \leqslant L |\theta_1 - \theta_2|;$$

III. $\int_\gamma f(x, \theta)\, dS = 0$.

Известно [1], что при условиях I—III сингулярный интеграл (I) существует в смысле главного значения во всех точках $x \in \Omega$.

Обозначим через $F(L)$ класс функций $f(x, \theta)$, удовлетворяющих условиям II и III.

Далее, введем обозначения:

$$H(u, \alpha) = \sup_{x \neq y} \frac{|u(x) - u(y)|}{|x-y|^\alpha}, \quad C = \sup_{x \in \Omega,\ \theta \in \gamma} |f(x, \theta)|,$$

$r(x) = \inf_{y \in \Gamma} |x-y|$—расстояние от $x \in R^2$ до Γ,

$$\Omega_\varepsilon(\Gamma) = \{y \in \Omega \mid r(y) < \varepsilon\}.$$

Введем характеристику:

$$\mu_x(t) = \int_{\Omega_{2\sqrt{2t}}(\Gamma) \setminus K\left(x, \frac{t}{2}\right)} \frac{dy}{|y-x|^{2-\alpha}},$$

где $0 < \alpha \leqslant 1$, а $K(a, r)$—открытый круг радиуса r с центром в точке a. Очевидно, что при фиксированном $x \in \Omega$ $\lim_{t \to 0} \mu_x(t) = 0$.

Теперь займемся оценкой погрешности (3). Имеет место

Теорема 1. *Пусть $u \in H_\alpha(\Omega)$ и $f \in F(L)$. Тогда справедлива оценка*

$$|\tilde{u}(x) - L(u; x)| \leqslant M_\alpha \max\{L, C\} H(u, \alpha) \left(h^\alpha \ln \frac{2d}{h} + \mu_x(h) \right),$$

где M_α—постоянная, зависящая лишь от α, а $d = \sup_{x,y \in \Omega} |x-y|$—диаметр множества Ω.

Введем в рассмотрение класс D областей Ω, у которых для любого $x \in \Omega$ $\mu_x(t) = O(t^\alpha)$, $0 < \alpha \leqslant 1$, т. е. существует такая постоянная $K > 0$ что при всех $x \in \Omega$

$$\mu_x(t) \leqslant K t^\alpha.$$

Для таких областей справедлива

Теорема 2. *Пусть $u \in H_\alpha(\Omega)$; $\Omega \in D$ и $f \in F(L)$. Тогда справедлива оценка*

$$|\tilde{u}(x) - L(u; x)| \leqslant N_\alpha \max\{L, C\} H(u, \alpha) h^\alpha \ln \frac{2d}{h}.$$

где N_α—постоянная, зависящая лишь от α.

3. Пусть γ—произвольная кривая, $\gamma \subset R^2$.

Введем характеристику кривой γ [2, 3]

$$\theta(\delta) = \sup_{t \in \gamma} \theta_t(\delta), \quad \delta \in (0, d_\gamma], \quad d_\gamma = \sup_{t, \tau \in \gamma} |t - \tau|,$$

где $\theta_t(\delta) = \operatorname{mes} \gamma_\delta(t)$, $\delta \in (0, d_\gamma]$, $\gamma_\delta(t) = \{y \in \gamma \mid |y-t| \leqslant \delta\}$.

Функция $\theta(\delta)$ обладает следующими свойствами: $\theta(\delta)$ не убывает на $(0, d_\gamma]$. $\lim_{\delta \to 0} \theta(\delta) = 0$ и на $(0, d_\gamma]$ справедливо неравенство $\theta(\delta) \geqslant \delta$.

Теорема 3. *Пусть Ω—ограниченная область в R^2 с границей Γ, удовлетворяющей условию $\theta(\delta) \sim \delta$. Тогда при всех $x \in \Omega$*

$$\mu_x(t) = O(t^\alpha), \quad 0 < \alpha \leqslant 1.$$

Замечание. Известно, что класс кривых, обладающих свойством $\theta(\delta) \sim \delta$, содержит все гладкие, кусочно-гладкие кривые, K—кривые.

Из теорем 2 и 3 вытекает

Следствие. Пусть Ω—ограниченная область в R^2 с границей Γ удовлетворяющей условию $\theta(\delta) \sim \delta$. Тогда при $u \in H_\alpha(\Omega)$ и $f \in F(L)$ верна оценка

$$|\tilde{u}(x) - L(u; x)| \leqslant K_\alpha \max\{L, C\} H(u, \alpha) h^\alpha \ln \frac{2d}{h},$$

где K_α—постоянная, зависящая лишь от α.

Отметим, что в случае, когда Ω—квадрат со сторонами параллельными осям координат этот результат доказан в работе Б. И. Мусаева, рукопись которой была любезно предоставлена автору.

В заключение, автор выражает глубокую благодарность В. В. Салаеву и Б. И. Мусаеву за постановку задачи и внимание к работе.

Литература

1. Михлин С. Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения. М., 1962. 2. Салаев В. В. Депон. в ВИНИТИ, № 1843—74, 17. 3. Салаев В. В. Матем. заметки, № 19, № 3, 1976.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 1. XII 1980

Р. Ч. Гулиjев

МӘҺДУД ОБЛАСТ ҮЗРӘ ЧОХӨЛЧҮЛҮ СИНГУЛЈАР ИНТЕГРАЛ ҮЧҮН КУБАТУР ДҮСТУР

Мәгаләдә баш мә'нада баша дүшүлән

$$\tilde{u}(x) = \int_\Omega \frac{f(x, \theta)}{|y-x^2} u(y)\, dy, \quad x \in \Omega$$

сингулјар интеграл үчүн Кубатур дүстур гурулур вә бу һалда бурахылан хәта гијмәтләндирилир. Бурада Ω икиөлчүлү обдастдыр, $\theta = (y-x)|y-x|^{-1}$ вә $|x|$ $x \in R^2$ үнсүрүнүн евклид нормасыдыр.

R. J. Guliev

CUBATURE FORMULA FOR MULTIDIMENSIONAL SINGULAR INTEGRAL ALONG BOUNDED DOMAIN

Let Ω be bounded domain in R^2, $|x|$ is euclidean norm of $x \in R^2$. In this article for singular integral of form

$$\tilde{u}(x) = \int_{\Omega} \frac{f(x, \theta)}{|y-x|^2} u(y)\, dy, \quad x \in \Omega,$$

understanding in meaning of main value, where $\theta = (y-x)|y-x|^{-1}$, cubature formula is considered and estimate of error of this formula is obtained.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 517.91/943

МАТЕМАТИКА

С. ОТАКУЛОВ, М. А. ЯГУБОВ

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ В ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)

В работе сначала исследуется зависимость решения ослабленной задачи от начального множества и от правой части дифференциального включения, а затем даются некоторые приложения полученных результатов к задаче оптимального управления.

Рассмотрим первоначальную задачу Коши

$$\dot{x} \in F(t, x), \ t \in J = [0, T], \ x(0) \in D \left(\dot{x} = \frac{dx}{dt}\right) \tag{0,1}$$

и ослабленную задачу ([1])

$$\dot{x} \in \overline{CO}\, F(t, x), \ t \in J, \ x(0) \in D, \tag{0,2}$$

где $x \in R^n$, $F(t, x)$—заданное многозначное отображение, $\overline{CO}\, F(\cdot)$—выпуклое замыкание $F(\cdot)$, $D \subset R^n$—заданное множество.

Под решениями рассматриваемых задач будем понимать абсолютно непрерывные n—вектор-функции $x(t)$ почти всюду на J, удовлетворяющие соответствующему дифференциальному включению и начальному условию $x(0) \in D$.

Обозначим через $H(D, \overline{CO}F)$ множество решений задачи (0,2), через $V(X)$ совокупность всех непустых замкнутых подмножеств метрического пространства X, а через $W(X)$—совокупность всех непустых компактов из X. Введем норму непустого множества $A \subset X$, полагая

$$\|A\| = \alpha(\{\theta\}, A).$$

где $\alpha(\cdot,\cdot)$—хаусдорфова метрика, θ—нулевой элемент X.

1. Через L_1C обозначим класс многозначных отображений $F(t, x): J \times R^n \to V(R^n)$, удовлетворяющих следующим условиям: 1) для всех $x \in R^n$ отображение $t \to F(t, x)$ измеримо на J; 2) почти для всех $t \in J$ отображение $x \to F(t, x)$ непрерывно на R^n; 3) существуют неотрицательные суммируемые на J функции $g_F^1(t)$, $g_F^2(t)$, такие, что $\|F(t, x)\| \leqslant g_F^1(t)|x| + g_F^2(t)$ почти при всех $t \in J$ и $\forall x \in R^n$, $|x|$—норма.

Будем говорить, что $\{F_k(t, x)\}$ сходится к $F(t, x)$ если для любого $\varphi(\cdot) \in C^n [0, T]$

$$\int_0^T \alpha(F_k(t, \varphi(t)), F(t, \varphi(t)))\, dt \to 0 \text{ при } k \to \infty \tag{1,1}$$

Существование интеграла в (1,1) следует из измеримости функции $\alpha(F_\kappa(t, \varphi(t)), F(t, \varphi(t)))$ и из неравенства

$$\alpha(F_\kappa(t, \varphi(t)), F(t, \varphi(t))) \leqslant \| F_\kappa(t, \varphi(t)) \| + \| F(t, \varphi(t)) \| \leqslant$$
$$\leqslant [g^1_{F_\kappa}(t) + g^1_F(t)] |\varphi(t)| + g^2_{F_\kappa}(t) + g^2_F(t) = g_\kappa(t), \; g_\kappa(\cdot) \in L_1 [0, T].$$

Обозначим через Ω_1—множество элементов F из L_1C таких, что для любого ограниченного множества $Q \subset R^n$

$$\alpha(F(t, x_1), F(t, x_2)) \leqslant \omega_{FQ}(t, |x_1 - x_2|) \quad (1,2)$$

почти при всех $t \in J$ и всех $x_1, x_2 \in Q$, где $\omega_{FQ}(t, v)$—функция типа Камке, т. е. функция $\omega_{FQ}(t, v): J \times R^+ \to R^+ (R^+$—положительная полуось) измерима по t при каждом фиксированном $v \in R^+$, не убывает и непрерывна по v при почти всех фиксированных $t \in J$, причем $\omega_{FQ}(t, 0) = 0$ $(\forall t \in J)$, $\omega_{FQ}(t, v) \leqslant l_{FQ}(t)(v + 1)$ $(\forall (t, v) \in J \times R^+, l_{FQ}(\cdot) \in L_1 [0, T]$, $v(t) \equiv 0$—единственное решение задачи:

$$\dot{v} = \omega_{FQ}(t, v), \; t \in J, \; v(0) = 0 \quad (1,3)$$

Далее обозначим через $K_1(\omega_Q)$ множество элементов из Ω_1, которые удовлетворяют условию (1, 2) с одной и той же функцией $\omega_Q(t, v)$.

Лемма 1,1. *Пусть $F \in L_1C$. Тогда $H(D, \overline{CO}F) \in W(C^n [0, T])$, $A D \in W(R^n)$.*

Теорема 1,1 *Пусть $\{F_\kappa\} \subset K_1(\omega_\kappa)$ сходится к $F \in L_1G$, причем*

$$\sup_\kappa \int_0^T [g^1_{F_\kappa}(t) + g^2_{F_\kappa}(t)] \, dt < +\infty$$

и $\{D_\kappa\} \subset W(R^n)$ сходится к $D \in W(R^n)$, т. е. $\alpha(D_\kappa, D) \to 0$, $\kappa \to \infty$. Тогда

$$\alpha(H) D_\kappa, \overline{CO}F_\kappa), H(D, \overline{CO}F)) \to 0, \; \kappa \to \infty \quad (1,4)$$

Рассмотрим задачу минимизации функционала $\Phi(x)$ на решениях (0,2).

Если $x^* \in H(D, \overline{CO}F)$ минимизирует функционал $\Phi(x)$, то $x^* = x^*(t)$ назовем оптимальным решением задачи (0,2).

Теорема 1,2. *Пусть а) $\{F_\kappa\} \subset K_1(\omega_Q)$ сходится к $F \in L_1 G$, причем существуют функции $g^1(\cdot), g^2(\cdot) \in L_1 [0. T]$, такие что*

$$g^i_{F_\kappa}(t) \leqslant g^i(t), \; g^i_F(t) \leqslant g^i(t), \; i = 1, 2; \; \kappa = 1, 2, \ldots$$

б) $\alpha(D_\kappa, D) \to 0$ при $\kappa \to \infty$, $D_\kappa, D \in W(R^n)$

в) $\Phi(x): C^n [0, T] \to R^1$ непрерывен

Тогда предел каждой сходящейся последовательности оптимальных решений ослабленных задач

$$\dot{x}_\kappa \in \overline{CO}F_\kappa(t, x_\kappa), \; t \in J, \; x_\kappa(0) \in D_\kappa \quad (1,5)$$

является оптимальным решением задачи (0,2).

Доказательство. Прежде всего заметим, что условия теоремы гарантирует существование оптимального решения (1,5).

В силу леммы 1,1 множество $H(D, \overline{CO}F)$ непусто. Поэтому, используя условия теоремы и применяя лемму Гронуолла получаем, что для любого $x \in B = \bigcup_{\kappa=1}^{\infty} H(D_\kappa, \overline{CO}F_\kappa) \cup H(D, \overline{CO}F)$

$$|x(t)| \leqslant \left(M + \int_0^T g^2(t) \, dt \right) \exp \left(\int_0^T g^1(t) \, dt \right) = M_1, \; t \in J,$$

где $M = \text{const}$, такая, что $\| D \| \leqslant M$, $\kappa = 1, 2, \ldots$

Тогда, используя неравенство $|\dot{x}(t)| \leqslant g^1(t) |x(t)| + g^2(t)$, получаем что

$$|x(t_1) - x(t_2)| \leqslant \left| \int_{t_1}^{t_2} [M_1 g^1(t) + g^2(t)] \, dt \right|, \; t_1, t_2 \in J$$

Эти неравенства показывают, что B равномерно ограничено и равностепенно непрерывно. Далее, так как $H(D_\kappa, \overline{CO}F_\kappa)$, $H(D, \overline{COF})$ замкнуты в $C^n [0, T]$ и в силу теоремы 1,1 $\alpha(H(D_\kappa, \overline{CO}F_\kappa), H(D, \overline{CO}F)) \to 0$, то B замкнуто в $C^n [0, T]$. Следовательно, $B \in W(C^n [0, T])$. Поэтому, используя теоремы 1,1 и непрерывность $\Phi(x)$, можно показать справедливость

$$\alpha(\Phi(H(D_\kappa, \overline{CO}F_\kappa)), \Phi(H(D, \overline{CO}F))) \to 0, \; \kappa \to \infty$$

из которого следует, что

$$\lim_{\kappa \to \infty} \min \{\Phi(x): x \in H(D_\kappa, \overline{CO}F_\kappa)\} = \min \{\Phi(x): x \in H(D, F)\} \quad (1,6)$$

Пусть $x_\kappa = x_\kappa(t)$—оптимальное решение ослабленной задачи (1,5) и не нарушая общность предположим, что $x_\kappa(t) \to x^*(t)$ равномерно на J. В силу теоремы 1,1 $x^* \in H(D, \overline{CO}F)$. Следовательно, согласно (1,6)

$$\min \{\Phi(x): x \in H(D, \overline{CO}F)\} = \lim_{\kappa \to \infty} \min \{\Phi(x): x \in H(D_\kappa, \overline{CO}F_\kappa)\} =$$
$$= \lim_{\kappa \to \infty} \Phi(x_\kappa) = \Phi(x^*),$$

т. е. $x^* = x^*(t)$—оптимальное решение (0,2). Теорема доказана.

2. Теперь рассмотрим задачу минимизации функционала $\Phi(x)$ при условиях

$$\dot{x} = f(t, x, u), \; t \in J, \; x(0) \in D \quad (2,1)$$

За класс допустимых управлений берется множество измеримых на J r—вектор-функций $u = u(t)$, таких, что каждому $u(t)$ соответствует абсолютно непрерывная n—вектор-функция $x = x(t)$, почти всюду на J удовлетворяющая уравнения $\dot{x} = f(t, x, u(t))$, условию $x(0) \in D$, причем $u(t) \in U(t, x(t))$ почти при всех $t \in J$ (см. [2]).

Эту задачу назовем первоначальной задачей 1, а задачу нахождения минимума функционала $\Phi(x)$ при условиях

$$\dot{x} \in \overline{CO} f(t, x, U(t, x)), \; t \in J, \; x(0) \in D$$

ослабленной задачей 1.

Будем говорить, что $f(t, x, u)$ удовлетворяет условию A, если 1) для всех $(x, u) \in R^n \times R^r$ отображение $t \to f(t, x, u)$ измеримо по Лебегу на J; 2) для каждого ограниченного $Q \subset R^n$ неравенство

$$|f(t, x_1, u) - f(t, x_2, u)| \leqslant \mu_{fQ}(t) |x_1 - x_2, \; x_1, x_2 \in Q$$

выполняется почти для всех $t \in J$ и всех $u \in R^r$, где $\mu_{fQ}(\cdot) \in L_1 [0, T]$; 3) $|f(t, x, u_1) - f(t, x, u_2)| \leqslant l_{fQ}(t) |u_1 - u_2|$ почто для всех $t \in J$ и всех $x \in Q$, где $l_{fQ}(\cdot) \in L_2 [0, T]$; 4) $|f(t, x, u)| \leqslant g^1_f(t)|x| + g^2_f(t)|u| +$

$+g_i^3(t)$ почти при всех $t \in J$ и всех $(x, u) \in R^n \times R^r$, где $g_i^1(\cdot), g_i^3(\cdot) \in L_1[0, T]$, $g_i^2(\cdot) \in L_2[0, T]$.

Обозначим через L_2C класс многозначных отображений $U(t, x) \times J \times R^n \to V(R^n)$, удовлетворяющих условиям: 1) для всех $x \in R^n$ отображение $t \to U(t, x)$ измеримо на J; 2) почти для всех $t \in J$ отображение $x \to U(t, x)$ непрерывно на R^n; 3) существуют $g_V^1(\cdot)$, $g_V^2(\cdot) \in L_2[0, T]$ неотрицательные и такие, что

$$\|U(t, x)\| \leqslant g_V^1(t)|x| + g_V^2(t) \qquad (2,2)$$

почти при всех $t \in J$ и всех $x \in R^n$.

Введем понятие предельного перехода в классе L_2C полагая, что $U_\kappa = U_\kappa(t, x)$ сходится к $U = U(t, x)$, если для любого $\varphi(\cdot) \in C^n[0, T]$

$$\int_0^T [\alpha(U_\kappa(t, \varphi(t)), U(t, \varphi(t)))]^2 dt \to 0 \text{ при } \kappa \to \infty \qquad (2,3)$$

Существование интеграла в (2,3) доказывается аналогично (1,1).

Множество элементов из L_2C, удовлетворяющих условию

$$\alpha(U(t, x_1), U(t, x_2)) \leqslant \mu_{VQ}(t)|x_1 - x_2| \qquad (2,4)$$

почти при всех $t \in J$ и всех $x_1, x_2 \in Q$ обозначим через Ω_2, а множество всех элементов из Ω_2, удовлетворяющих неравенству (2,4) одной и той же функцией $\mu(t)$ через $K_2(\mu_Q)$, где $Q \in R^n$—произвольное ограниченное множество, $\mu_{UQ}(\cdot) \in L_2[0, T]$.

Нетрудно показать, что если $f(t, x, u)$ удовлетворяет условию A и $U \in L_2C$, то многозначное отображение $(t, x) \to F(t, x) = f(t, x, U(t, x))$ является элементом класса L_1C, а если $U \in \Omega_2$, то $F \in \Omega_1$, причем $\omega_{FQ}(t, v) = [l_{1Q}^{(t)} \mu_{UQ}^{(t)} + \mu_{1Q}^{(t)}] v$. Поэтому на основе теоремы 1,2 доказывается

Теорема 2,1 *Пусть* 1) $\{U_\kappa\} \subset K_2(\mu_Q)$ *сходится к* $U \in L_2C$; 2) $\alpha(D_\kappa, D) \to 0$ *при* $\kappa \to \infty$ $(D_\kappa, D \in W(R^n))$; 3) $f_\kappa(t, x, u)$ *и* $f(t, x, u)$ *удовлетворяют условию A с одинаковыми* $\mu_Q(t)$, $l_Q(t)$ *для всех* $\kappa = 1, 2, \ldots$; 4) *для каждого* $\varphi(\cdot) \in C^n[0, T]$

$$\int_0^T |f_\kappa(t, \varphi(t), u) - f(t, \varphi(t), u)| dt \to 0, \ \kappa \to \infty$$

равномерно по $u \in R^r$; 5) *существует* $g(\cdot) \in L_2[0, T]$, *такая, что* $g_{i\kappa}^j(t) \leqslant g(t)$, $g_{U\kappa}^j(t) \leqslant g(t)$, $i = 1, 2, 3;$ $j = 1, 2$, $\kappa = 1, 2, \ldots$; 6) $\Phi: C^n[0, T] \to R^1$ *непрерывный функционал.*

Тогда предел каждой сходящейся последовательности решений ослабленных задач $\Phi(x_\kappa) \to \min$ при ограничениях

$$\dot{x}_\kappa \in \overline{CO} f_\kappa(t, x_\kappa, U_\kappa(t, x_\kappa)) \quad t \in J, \ x_\kappa(0) \in D_\kappa$$

является решением ослабленной задачи 1.

Литература

1. W a r g a J. J. Math. Anal. and Appl., 4, № 1, 1962. 2. Л и Э. Б., М а р к у с Л. Основы теории оптимального управления. „Наука", М., 1972. 3. О т а к у л о в С. Депониров. рукопись в ВИНИТИ, № 3367—78 Деп.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 4. I 1980

С. Отагулов, М. h. Jагубов

ДИФФЕРЕНСИАЛ ДАХИЛОЛМАНЫН БӘЗИ ХАССӘЛӘРИ ВӘ ОНЛАРЫН ОПТИМАЛ ИДАРӘЈӘ ТӘТБИГЛӘРИ ҺАГГЫНДА

Мәгаләдә әввәлчә зәифләшдирилмиш мәсәләнин һәлләринин башланғыч чохлугдан вә дифференсиал дахилолманын сағ тәрәфиндән асылылығы өјрәнилир, сонра исә алынмыш нәтичәләрин оптимал идарә мәсәләсинә бә'зи тәтбигләри верилир.

S. Otagulov, M. A. Yagubov

ON SOME PROPERTIES OF DIFFERENTIAL INCLUSIONS AND THEIR APPLICATIONS IN OPTIMAL CONTROL

This paper deals with studying the properties of solutions of the problem

$$\dot{x} \in \overline{CO} F(t, x), \quad x(0) \in D$$

and the application of the obtained results to the problem of optimal control.

ӘЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 517.518

МАТЕМАТИКА

Г. М. АМИРАЛИЕВ

О СХОДИМОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И. Гусейновым)

Рассмотрим задачу

$$a(x, t)\, U_{xxt} - u_t - F(x, t, u, u_x, u_{xx}) = 0, \quad (x, t) \in D, \tag{1}$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{2}$$

$$u(0, t) = g_1(t), \quad u(l, t) = g_2(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{3}$$

где $D = \{0 < x < l,\ 0 < t \leqslant T\}$.

Обозначим

$$\Omega_0 = \{(p_0, p_1, p_2)\ |p_i| \leqslant \rho_i;\ i = 0, 1, 2\},$$

$$\Omega_\delta = \{(p_0, p_1, p_2)\ |p_i| \leqslant \delta_i + \delta;\ i = 0, 1, 2\},$$

$\delta > 0$ — вещественное число.

Будем предполагать, что функция $F(x, t, z, p, r)$ определена в области $D \times \Omega_\delta$ и в области Ω_δ удовлетворяет условию Липщица по переменным z, p, r с константами C, B и A соответственно.

Кроме того, пусть

$$a(x, t) \geqslant a_0 > 0 \quad |a_t| \leqslant a^* < \infty.$$

Далее предположим, что задача (1)—(3) имеет единственное решение $u(x, t)$ из класса $C^5(\bar{D})$ и $(u, u_x, u_{xx}) \in \Omega_0$.

Численному решению задачи (1)—(3) в случае, когда функция $F(x, t, z, p, r)$ всюду удовлетворяет условию Липщица, посвящены работы [1, 2]. Кроме того, в предлагаемой заметке нами получена оценка погрешности для сеточного решения в более сильной норме, чем в работе [1].

Будем пользоваться обозначениями из [3, 4].

На сетке $\omega_{h\tau} = \omega_h \times \omega_\tau$, где

$$\omega_h = \{x_i = ih,\ i = \overline{1, N-1};\ Nh = l\}$$

$$\omega_\tau = \{t_j = j\tau,\ j = \overline{1, M};\ M\tau = T\}$$

задачу (1)—(3) аппроксимируем следующей разностной задачей

$$a v_{\bar{x}x\bar{t}} - v_{\bar{t}} - F\left(x, t, \check{v}, \check{v}_{\overset{\circ}{x}}, \check{v}_{\bar{x}x}\right) = 0, \tag{4}$$

$$v_i^0 = \varphi^i, \quad 0 \leqslant i \leqslant N, \tag{5}$$

$$v_0^j = g_{1j},\ v_N^j = g_{2j},\ 0 \leqslant j \leqslant M. \tag{6}$$

Погрешность приближенного решения $z = u - v$ является решением задачи

$$a z_{\bar{x}x\bar{t}} - z_{\bar{t}} - \left[F\left(x, t, \check{u}, \check{u}_{\overset{\circ}{x}}, \check{u}_{\bar{x}x}\right) - F\left(x, t, \check{v}, \check{u}_{\overset{\circ}{x}}, \check{v}_{\bar{x}x}\right)\right] + R = 0, \tag{7}$$

$$z_i^0 = 0, \quad 0 \leqslant i \leqslant N, \tag{8}$$

$$z_0^j = 0, \quad z_N^j = 0, \quad 0 \leqslant j \leqslant M, \tag{9}$$

где R — погрешность аппроксимации, имеющей порядок $O(h^2 + \tau)$.

Пусть удовлетворяется условие

$$r \max_{\omega_\tau} \|R\|_C \leqslant \delta, \tag{10}$$

где

$$r = \max\{r_0, r_1, r_2\},$$

$$r_0 = a_0^{-\frac{1}{2}} Tl \exp\{1 + c_0 T\},\quad r_1 = 2a_0^{-\frac{1}{2}} T\left(1 + l + a_0^{-1} l\right) \exp\{1 + c_0 T\},$$

$$r_2 = a_0^{-1}\{r_0 + T(1 + Cr_0 + Br_1)\} \exp\{Ta_0^{-1}(a^* + A)\},$$

$$c_0 = \max\left\{a_0^{-1}(a^* + 6\,Ta_0^{-1} A^2),\ 6\,Ta_0^{-1}\left(B^2 + \frac{l^2}{8} C^2\right)\right\}.$$

Оценим решение задачи (7)—(9). На нулевом слое значения $\tau_{\overset{\circ}{x}}$, и $v_{\bar{x}x}$, очевидно, принадлежат области Ω_δ. Предположим, что это имеет место и для слоя с номером $j-1$, докажем его для j-го слоя.

Умножив обе части уравнения (7) на $hz_{\bar{x}x}$, просуммировав по области ω_h, после очевидных преобразований получим

$$h\sum_{\omega_h}(az^2_{\bar{x}x})_{\bar{t}} + h\sum_{\omega_h^+}(z^2_{\bar{x}})_{\bar{t}} \leqslant h\sum_{\omega_h} a_{\bar{t}}\check{z}^2_{\bar{x}x} + h\sum_{\omega_h}\left[F\left(x, t, \check{u}, \check{u}_{\overset{\circ}{x}}, \check{u}_{\bar{x}x}\right) - F\left(x, t, \check{v}, \check{v}_{\overset{\circ}{x}}, \check{v}_{\bar{x}x}\right)\right] z_{\bar{x}x} + h\sum_{\omega_h} Rz_{\bar{x}x}.$$

Пользуясь условиями Липщица, а также ε-неравенством будем иметь

$$h\sum_{\omega_h}(az^2_{\bar{x}x})_{\bar{t}} + h\sum_{\omega_h^+}(z^2_{\bar{x}})_{\bar{t}} + h\sum_{\omega_h} a_{\bar{t}}\check{z}^2_{\bar{x}x} + 2h\sum_{\omega_h}|z_{\bar{x}x}|\left\{C|\check{z}| + B|\check{z}_{\overset{\circ}{x}}| + A|\check{z}_{\bar{x}x}|\right\} + 2h\sum_{\omega_h} Rz_{\bar{x}x} \leqslant h\sum_{\omega_h} a_{\bar{t}}\check{z}^2_{\bar{x}x} + T^{-1}h\sum_{\omega_h} az^2_{\bar{x}x} + 6\,Ta_0^{-1}h\sum_{\omega_h}\left\{C^2\check{z}^2 + B^2\check{z}^2_{\overset{\circ}{x}} + A^2\check{z}^2_{\bar{x}x}\right\} + 2\,Ta_0^{-1}h\sum_{\omega_h} R^2.$$

Отсюда получим неравенство

$$h\sum_{\omega_h}(az^2_{\bar{x}x})_{\bar{t}} + h\sum_{\omega_h^+}(z^2_{\bar{x}})_{\bar{t}} - T^{-1}h\sum_{\omega_h} az^2_{\bar{x}x} \leqslant (a^* + 6\,Ta_0^{-1}A^2)\,h\sum_{\omega_h} z^2_{\bar{x}x} + 6\,Ta_0^{-1}B^2 h\sum_{\omega_h^+}\check{z}^2_{\bar{x}} + 6\,Ta_0^{-1}C^2 h\sum_{\omega_h}\check{z}^2 + 2\,Ta_0^{-1}h\sum_{\omega_h} R^2. \tag{11}$$

В силу разностного неравенства вложения

$$\|z\|_0^2 \leqslant \frac{l^2}{8}\|z_{\bar{x}}\|_0^2$$

из (11) следует следующее неравенство

$$h\sum_{\omega_h}(az_{\bar x x}^2)_{\bar t} + h\sum_{\omega_h^+}(z_{\bar x}^2)_{\bar t} - T^{-1} h\sum_{\omega_h} a z_{\bar x x}^2 \leqslant (a^* + 6Ta_0^{-1}A^2)\,a^{-1}h \times$$

$$\times \sum_{\omega_h} \check a\, \check z_{\bar x x}^2 + 6Ta_0^{-1}\left(B^2 + \frac{l^2}{8}C^2\right) h\sum_{\omega_h^+} \check z_{\bar x}^2 + 2Ta_0^{-1} h\sum_{\omega_h} R^2 \leqslant$$

$$\leqslant c_0 \check\theta + 2Ta_0^{-1}\|R\|_0^2, \qquad (12)$$

где

$$\theta(t) = h\sum_{\omega_h} a z_{\bar x x}^2 + h\sum_{\omega_h^+} z_{\bar x}^2.$$

Из неравенства (12) получаем

$$\theta_j \leqslant \frac{2Ta_0^{-1}}{1-T^{-1}\tau}\,\tau\sum_{k=0}^{j-1}\left(\frac{1+c_0\tau}{1-T^{-1}\tau}\right)^k \|R^{j-k}\|_0^2 \leqslant$$

$$\leqslant 4a_0^{-1}T^2\exp\{2(1+c_0T)\}\max_{1\leqslant k\leqslant j}\|R^k\|_0^2. \qquad (13)$$

Из оценки (13) с помощью разностных неравенств вложения

$$\|z\|_C^2 \leqslant \frac{l}{4}\|z_{\bar x}\|_0^2,\quad \|z_{\bar x}\|_C^2 \leqslant \varepsilon\|z_{\bar x x}\|_0^2 + \left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{l}\right)\|z_{\bar x}\|_0^2$$

получаются следующие оценки

$$\|z\|_C^2 \leqslant a_0^{-1}T^2 l\exp\{2(1+c_0T)\}\max_{\omega_\tau}\|R\|_0^2 \leqslant r_0^2\max_{\omega_\tau}\|R\|_C^2, \qquad (14)$$

$$\|z_{\bar x x}\|_0^2 \leqslant 4a_0^{-2}T^2\exp\{2(1+c_0T)\}\max_{\omega_\tau}\|R\|_0^2,$$

$$\|z_{\bar x}\|_C^2 \leqslant a\|z_{\bar x x}\|_0^2 + (a_0^{-1}+l^{-1})\|z_{\bar x}\|_0^2 \leqslant r_1^2\max_{\omega_\tau}\|R\|_C^2. \qquad (15)$$

Оценим теперь величину $\|z_{\bar x x}^j\|_C$. Из уравнения (7) имеем

$$(az_{\bar x x})_{\bar t} - z_{\bar t} = a_{\bar t}\check z_{\bar x x} + F(x,t,\check u,\check u_{\mathring x},\check u_{\bar x x}) - F(x,t,\check v,\check v_{\mathring x},\check v_{\bar x x}) + R.$$

Если умножить это равенство на τ и сложить с $k=1$ по $k=j$ то получим

$$az_{\bar x x}^j = z^j + \tau\sum_{k=1}^j a_{\bar t} z_{\bar x x}^{k-1} + \tau\sum_{k=1}^j \Big[(F(x,t_k,u^{k-1},u_{\mathring x}^{k-1},u_{\bar x x}^{k-1}) -$$

$$- F(x,t_k,v^{k-1},\tau_{\mathring x}^{k-1},\tau_{\bar x x}^{k-1})\Big] + \tau\sum_{k=1}^j R^k.$$

Следовательно,

$$|az_{\bar x x}^j| \leqslant \|z^j\|_C + \tau\sum_{k=1}^j\left[C\|z^{k-1}\|_C + B\|z_{\bar x}^{k-1}\|_C\right] +$$

$$+ (a^*+A)\,\tau\sum_{k=1}^j\|z_{\bar x x}^{k-1}\|_C + \tau\sum_{k=1}^j\|R^k\|_C.$$

Учитывая здесь оценки (14) и (15), находим, что

$$\|z_{\bar x x}^j\|_C \leqslant [r_0 + T(1+Cr_0+Br_1)]\,a_0^{-1}\max_{\omega_\tau}\|R\|_C + a_0^{-1}(a^* +$$

$$+ A)\,\tau\sum_{k=1}^j\|z_{\bar x x}^{k-1}\|_C,$$

из которого с помощью разностного аналога леммы Гронуолла следует

$$\|z_{\bar x x}^j\|_C \leqslant r_2\max_{\omega_\tau}\|R\|_C. \qquad (16)$$

Теперь, учитывая условие (10), очевидно, что $(v^j, v_{\mathring x}^j, v_{\bar x x}^j)\in\Omega_\delta$.

На основании полученных результатов можно сформулировать теорему.

Теорема 1. *Пусть задача (1)—(3) имеет единственное решение из класса $C^5(\bar D)$ и функция $F(x, t, z, p, r)$ удовлетворяет условию Липшица по переменным z, p, и r в области Ω_δ.*

Тогда решение задачи (4)—(6) и ее первые и вторые разностные производные по x равномерно сходятся соответственно к решению задачи (1)—(3) и ее первым и вторым производным со скоростью $O(h^2+\tau)$. Для погрешностей, при условии (10), справедливы оценки (14), (15) и (16).

Теперь рассмотрим третью смешанную задачу для уравнения (1), а именно вместо условий (3) рассмотрим условия

$$(u_x - \alpha_1(t)\,u)|_{x=0} = f_1(t),\quad (u_x+\alpha_2(t)\,u)|_{x=l} = f_2(t), \qquad (17)$$

где $\alpha_i(t)\geqslant\alpha_{i0}>0$ и $\left|\frac{\partial\alpha_i(t)}{\partial t}\right|\leqslant\alpha_i^*<\infty$, $i=1, 2$.

На сетке $\bar\omega_{h\tau}$ краевые условия (17) аппроксимируем следующим образом

$$v_{x,0} - \alpha_1 v_0 = f_1,\quad v_{\bar x,N} + \alpha_2 v_N = f_2. \qquad (18)$$

Аналогичным образом доказывается следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть задача (1)—(2), (17) имеет единственное решение из класса $C^5(\bar D)$ и функция $F(x, t, z, p, r)$ удовлетворяет условию Липшица по переменным z, p и r в области Ω_δ.*

Тогда решение задачи (4)—(5), (18) и ее первые и вторые производные по x равномерно сходятся соответственно к решению задачи (1)—(2), (17) и ее производным со скоростью $Q(h+\tau)$.

Литература

1. Ford W. H., Ting T. W. SIAM J. Numer. Anal., 1974, 11, № 1, 155—169. 2. Амиралиев Г. М. Уч. зап. МВ и ССО Азерб. ССР. серия физ.-матем. наук, 1979, № 1, 29—39. 3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. „Наука", 1971. 4. Самарский А. А., Андреев В. Б. Разностные схемы для эллиптических уравнений. „Наука", 1976.

АГУ им. С. К. Кирова

Поступило 5. II 1980.

Г. М. Әмирәлијев

ПСЕВДО-ПАРАБОЛИК ТӘНЛИК ҮЧҮН ФӘРГЛӘР СХЕМЛӘРИНИН ЈЫҒЫЛМАСЫ ҺАГГЫНДА

Мәгалә

$$a(x, t)\, u_{xxt} - u_t - F(x, t, u, u_x, u_{xx}) = 0,\ 0 < x < l,\ 0 < t \leqslant T,$$

шәклиндә тәнлик үчүн гојулмуш биринчи вә үчүнчү гарышыг мәсәләләрин фәргләр усулу илә һәллинә һәср едилмишдир.

Бу типли мәсәләләрин сонлу-фәргләр үсулу илә һәллинә һәср едилән ишләрин һамысында $F(x, t, u, p, r)$ функсијасынын һәр јердә Липшитс шәртини өдәдији фәрз олунур.

Мәгаләдә $F(x, t, u, p, r)$ функсијасы үзәринә анчаг локал Липшитс шәрти гојулур.

Бахылан һәр ики мәсәлә һалында тәгдим едилән сонлу-фәргләр схемләринин јығылмасы исбат едилир вә јығылма хәталары гијмәтләндирилир. Һәмчинин, әввәлки ишләрдән фәргли олараг јығылма даһа күчлү норма үчүн исбат едилир.

G. M. Amiraliev

ON THE CONVERGENCE OF THE DIFFERENCE SCHEMES FOR THE PSEUDO-PARABOLIC EQUATION

In this article, for the first and third mixed problem in case of pseudo-parabolic equation, the convergence of difference schemes is investigated and their errors are estimated.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 539.3

МЕХАНИКА

Чл.-корр. Ю. А. АМЕНЗАДЕ, И. ЭЛЬ-ТАХЕР М. М.

О КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ВОЗЛЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ОТВЕРСТИЯ В БЕСКОНЕЧНОЙ ПОЛОСЕ

В статьях [1, 2, 3] предложена методика решения задач об упругом равновесии полосы, ослабленной эллиптическим отверстием. Позднее в работе [4] дано решение этой же задачи, когда упругая полоса ослаблена эллиптическими отверстиями, большие оси которых перпендикулярны оси полосы.

Таблица 1

a/b \ a/c	0,1	0,2	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
1,05	4	—	10	—	14	18	—	—
2	6	6	12	14	18	22	26	28
5	—	6	12	—	—	—	26	—

В данной статье дается численное решение задачи, опубликованной в [1]. Здесь приводятся результаты расчета на ЭВМ ЕС-1020 и ICL 1905 H на основании программы, составленной на языке „Фортран-4". Задаваясь погрешностью решения в 3%, в зависимости от соотношений геометрических параметров a/b и a/c (a, b—большая и малая полуоси эллипса, c—толщина стенки), определялось необходимое число первых уравнений, удерживаемых из бесконечной системы алгебраических уравнений (табл. 1). Результаты расчета кольцевых напряжений σ_0, отнесенных к p (σ_0/p), в точках контура (эллипса) в зависимости от a/c, a/b сведены в табл. 2 (p—растягивающее напряжение вдоль оси y в бесконечности).

Таблица 2

θ/π \ a/c	$a/b=2$								$a/b=5$		
	0,1	0,2	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,2	0,5	0,9
0	5,04	5,17	6,45	7,46	9,22	12,73	22,5	36,5	11,3	13,4	34
0,1	3,1	3,25	3,72	4,31	4,75	5,45	4,2	1,63	2,93	2,12	2,1
0,2	0,9	0,92	0,75	0,7	0,59	—0,43	—3	—5,2	0,21	—1,01	—3,04
0,3	—0,35	—0,3	—1,69	—0,9	—1,46	—1,96	—2,55	3,27	—0,88	—1,02	—2,44
0,4	—0,8	—0,82	—1,2	—1,25	—1,49	—2,12	—2,25	—2,47	—1,26	—1,24	—1,94
0,5	—1,02	—1,06	—0,38	—1,54	—1,73	—1,93	—2,2	—2,22	—1,00	—1,3	—1,86

Таблица 3

a/c	(x, y)—координаты точек					
	$a/b=2$			$a/b=5$		
	$(a, 0)$	$\left(\frac{a+c}{2}, 0\right)$	$(c, 0)$	$(a, 0)$	$\left(\frac{a+c}{2}, 0\right)$	$(c, 0)$
0,2	—	—	—	11,3	1,09	0,995
0,5	—	—	—	13,38	1,6	0,941
0,7	9,22	2,85	0,5	—	—	—
0,8	12,73	4,4	0,2	—	—	—
0,9	22,45	9,06	0,14	34	—	0,37
0,95	36,5	—	0	—	—	—

В табл. 3 даны значения σ_y/p в точках наименьшего поперечного сечения в зависимости от геометрических параметров a/c, a/b.

В табл. 4 приведены значения σ_y/p в зависимости от параметров a/c, a/b в сечениях, перпендикулярных оси y.

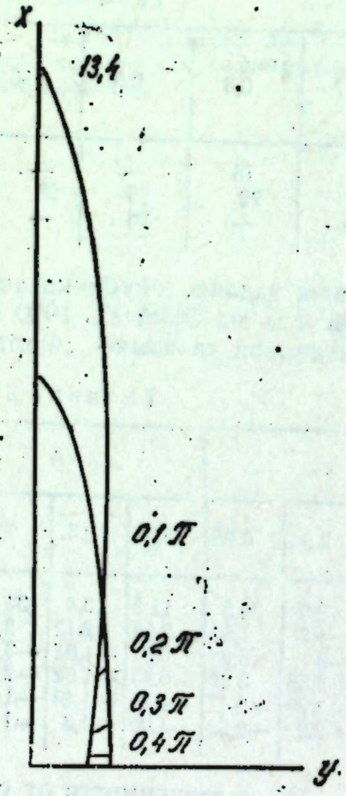


Рис. 1.

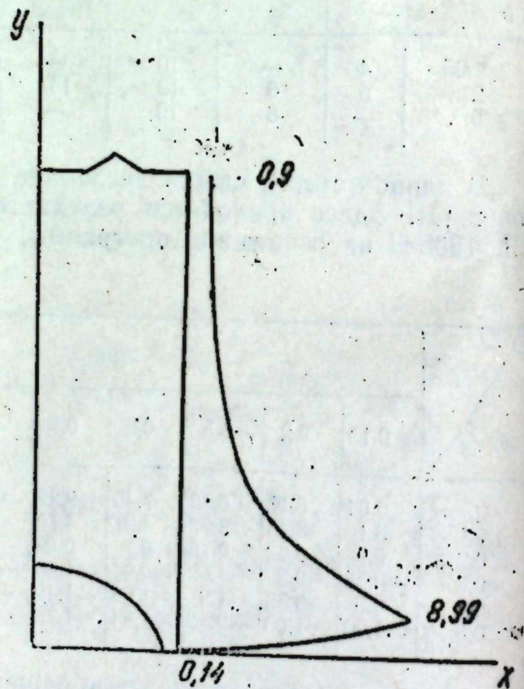


Рис. 2.

На рис. 1, 2 показаны эпюры σ_θ/p в точках эллипса и σ_y/p в точках (c, y) сечений, перпендикулярных оси y, когда $a/c = 0{,}5$, $a/b = 5$ и $a/c = 0{,}9$, $a/b = 2$, соответственно. Углы отсчитываются от положительного направления оси x. На основании данных табл. 2 заключаем, что с уменьшением толщины стенки концентрация напряжений σ_θ/p

резко возрастает, причем тем больше, чем сильнее вытянут эллипс. Например, при $a/b=2$ и $a/c=0{,}9$ концентрация напряжений $\sigma_\theta/p=22{,}5$, тогда как при $a/b=5$ (т. е. эллипс сильно вытянут) и при той же толщине стенки a/c 0,9 концентрация напряжений σ_θ/p равна 34.

Таблица 4

a/c	(x, y)—координаты точек							
	$a/b=2$				$a/b=5$			
	$(c; 0)$	$(c; 0{,}25c)$	$(c; 0{,}5c)$	$(c; 3c)$	$(c; 0)$	$(c; 0{,}25c)$	$(c; 0{,}5c)$	$(c; 3c)$
0,2	—	—	—	—	0,995	1,0	1,074	0,998
0,5	—	—	—	—	0,941	1,4	1,62	0,988
0,7	0,5	2,25	2,96	0,967	—	—	—	—
0,8	0,2	3,72	4,26	0,95	—	—	—	—
0,9	0,14	8,99	6,45	0,9	0,37	7,1	4,8	0,921
0,95	0	15,4	8,7	0,847	—	—	—	—

Из табл. 4 видно, что при $a/b=2$ и $a/c=0{,}7$ на расстоянии $y=3c$ значение σ_y/p равно 0,967, а для того же $a/b=2$ при $a/c=0{,}95$ на том же расстоянии $y=3c$ значение σ_y/p равно 0,847, в то же время как $\sigma_y^{(\infty)}/p=1$. Это свидетельствует о том, что уменьшение толщины стенки и увеличение степени вытянутости эллипса приводит к снижению точности решения. В таких случаях для достижения требуемой точности в условии на бесконечности следует увеличивать число уравнений, удерживаемых из бесконечной системы.

Литература

1. Амензаде Ю. А., Ибрагим Эль-Тахер Мухаммед Мухаммед. «Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-технич. и матем. наук», № 6, 107—115, 1977. 2. Амензаде Ю. А., Ибрагим Эль-Тахер Мухаммед Мухаммед. «ДАН Азерб. ССР», т. XXXIII, № 10, 21—25, 1977. 3. Ибрагим Эль-Тахер Мухаммед Мухаммед. «ДАН Азерб. ССР», т. XXXIV, № 5, 8—11, 1978. 4. Ибрагим Эль-Тахер Мухаммед Мухаммед. Канд. дисс. АГУ им. С. М. Кирова. Баку, 1980.

АГУ им. С. М. Кирова *Поступило 14. X 1980*

J. Ə. Əмәнзадә, Ибраһим Ел Таһир Мәһәммәд Мәһәммәд

СОНСУЗ ЗОЛАГДА ЕЛЛИПТИК ДЕШИК ӘТРАФЫНДА КӘРКИНЛИК КОНСЕНТРАСИЈАСЫ

Мәгаләдә бирохлу дартылан сонсуз золагда мәркәзи еллиптик дешик әтрафында кәркинлик пајланмасы өјрәнилмишдир. «Фортран-4» дилиндә програм тәртиб едилмиш вә һесаблама «ЕС-1020» вә JCL 1905H типли машынларда апарылмышдыр. Әдәди һесабламалара әсасән еллипс нөгтәләриндә вә дешиклә зәифләшдирилмиш нормал кәсијин нөгтәләриндә нормал кәркинликләр епүрү гурулмушдур. Кәркинлик пајланмасы арашдырылмышдыр.

Yu. A. Amenzade, M. M. Ibrahim el Taher

ABOUT CONCENTRATION OF THE STRAINS AROUND THE ELLIPTIC HOLE IN THE ENDLESS STRIPE

The calculation of the endless elastic stripe symmetrically relaxed by the elliptic hole for the case of uniform stretching of the stripe on the endlessness is produced in this paper.

The programme of the „Fortran-4" language is composed. The calculation is produced by the calculators ES-1020 and ICL 1905 H.

On the base of the numerical calculations the epures of the ring-shaped strains are built. Their comdlete analysis is given.

АЗƏРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МƏ'РУЗƏЛƏРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 531.8 ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

А. М. КЕНГЕРЛИ, Ф. Г. МАМЕДОВ

КВАТЕРНИОННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Краткое вступительное замечание

а) **кватернион**

Кватернион задается следующим выражением:

$$a = a_0 + a_1 i_1 + a_2 i_2 + a_3 i_3, \tag{1}$$

где a_0, a_1, a_2, a_3—действительные числа, а единицы i_1, i_2, i_3 обладают свойствами: $i_1^2 = i_2^2 = i_3^2 = -1$

$$i_1 \bigcirc i_2 = -i_2 \bigcirc i_1 = i_3,\ i_3 \bigcirc i_1 = -i_1 \bigcirc i_3 = i_2,\ i_2 \bigcirc i_3 = -i_3 \bigcirc i_2 = i_1,$$

где „$\bigcirc$" является кватернионным умножением.

В выражении (1) a_0 является скалярной частью, а $\bar{a} = a_1 i_1 + a_2 i_2 + a_3 i_3$—векторной частью кватерниона.

Два кватерниона равны, если равны их элементы.

Если модуль кватерниона

$$|a| = \sqrt{a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = 1, \tag{2}$$

то он называется единичным. Для единичного кватерниона (в дальнейшем мы будем иметь дело только с единичными кватернионами):

$$a^{-1} = \tilde{a} = a_0 - a_1 i_1 - a_2 i_2 - a_3 i_3, \tag{3}$$

где $\tilde{a}$—сопряженный кватернион данному кватерниону.

Единичный кватернион можно представить в виде

$$p = \cos\varphi + e\sin\varphi, \tag{4}$$

где $\cos\varphi = a_0$, $\sin\varphi = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

φ—аргумент кватерниона, e—единичный вектор векторной части p,

б) дуальные числа и бикватернионы.

Дуальным называется число:

$$A = a + \omega a^0,$$

где a—главная часть, a^0—моментная часть дуального числа, а ω—оператор Клиффорда, $\omega^2 = 0$

Над дуальными числами выполняются 4 основных действия алгебры.

Для тригонометрических функций дуального аргумента $X = x + \omega x^0$:

$$\sin X = \sin x + \omega x^0 \cos x \tag{5}$$

$$\cos X = \cos x - \omega x^0 \sin x \tag{6}$$

$$\operatorname{tg} X = \operatorname{tg} x + \omega x^0 \sec^2 x \tag{7}$$

Для дуальных углов выполняются все тригонометрические равенства. Если в формуле (1) вместо обычных чисел a_0, a_1, a_2, a_3 подставить дуальные числа A_0, A_1, A_2, A_3, получим бикватернион:

$$A = A_0 + A_1 i_1 + A_2 i_2 + A_3 i_3 \tag{8}$$

Формулы (2), (3) сохраняют свою силу и для бикватернионов, но заменой обычных чисел дуальными числами. Единичный бикватернион также может выражаться в тригонометрической форме:

$$P = \cos\Phi + E\sin\psi, \tag{9}$$

где $\cos\Phi = A_0$, $\sin\Phi = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}$

Φ—дуальный аргумент бикватерниона, E—единичный винт винтовой части P (или то же, что единичный скользящий вектор).

Применение к пространственному движению твердого тела

Рассмотрим твердое тело с неподвижной точкой. Конечное перемещение этого тела между двумя произвольными текущими положениями последнего имеет ту особенность, что принадлежащая телу одна определенная прямая линия остается неподвижной или конечное перемещение эквивалентно вращению вокруг этой оси. Другими словами, конечное перемещение твердого тела получается из предыдущего положения путем поворота вокруг указанной оси на определенный угол. Это свойство основывается на известной теореме Эйлера, в соответствии с которой любое вращательное движение твердого тела эквивалентно плоскому вращению вокруг некоторой оси и может быть задано конечным поворотом вокруг этой оси, или вектором конечного поворота, направленным по оси Эйлерова вращения и имеющим длину, зависящую от угла вращения.

Таким образом, для определения положения твердого тела с неподвижной точкой относительно первоначального положения достаточно задать ось вращения и угол поворота вокруг этой оси. Но так как кватернион содержит в себе ось и угол вращения (в формуле (4) e и φ), можно принять, что кватернион является параметром определяющим положение твердого тела.

Допустим, что тело совершает последовательные повороты вокруг оси e_1 и e_2, соответственно на углы φ_1 и φ_2. Если векторы конечного поворота соответственно первого и второго поворотам обозначим:

$$\theta_1 = e_1 \operatorname{tg}\frac{\varphi_1}{2};\ \theta_2 = e_2 \operatorname{tg}\frac{\varphi_2}{2},$$

то вектор конечного, результирующего поворота, на основании формулы (10, 10) [2] определится так:

$$e \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{e_1 \operatorname{tg}\frac{\varphi_1}{2} + l_2 \operatorname{tg}\frac{\varphi_2}{2} - e_1 x e_2 \operatorname{tg}\frac{\varphi_1}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{\varphi_2}{2}}{1 - e_1 e_2 \operatorname{tg}\frac{\varphi_1}{2} \operatorname{tg}\frac{\varphi_2}{2}}, \tag{10}$$

где e—ось результирующего поворота,

φ—соответствующий угол вращения.

Теперь вектор конечного поворота найдем с помощью кватернионов. Пусть кватернионы, определяющие соответственно первый и второй повороты, будут:

$$P_1=\cos\frac{\varphi_1}{n}+e_1\sin\frac{\varphi_1}{n},\quad P_2=\cos\frac{\varphi_2}{n}+e_2\sin\frac{\varphi_2}{n},$$

где n—известное действительное число.

Тогда результирующий кватернион на основе кватернионной алгебры определится так:

$$P=\cos\frac{\varphi}{n}+e\sin\frac{\varphi}{n}=P_2\bigcirc P_1=\left(\cos\frac{\varphi_2}{n}+e\sin\frac{\varphi_2}{n}\right)\bigcirc$$

$$\bigcirc\left(\cos\frac{\varphi_1}{n}+e_1\sin\frac{\varphi_1}{n}\right)=\cos\frac{\varphi_2}{n}\cos\frac{\varphi_1}{n}+e_1\cos\frac{\varphi_2}{n}\sin\frac{\varphi_1}{n}+$$

$$+e_2\sin\frac{\varphi_2}{n}\cos\frac{\varphi_2}{n}+e_2\bigcirc e_1\sin\frac{\varphi_2}{n}\sin\frac{\varphi_1}{n} \qquad (11)$$

Кватернионное умножение $e_2\bigcirc e_1$ содержит в себе, на основании формулы (1, 9) [1], векторное и скалярное произведение векторов:

$$e_2\bigcirc e_1=-e_1\cdot e_2+e_2\times e_1 \qquad (12)$$

Подставляя (12) в (11), получим:

$$\cos\frac{\varphi}{n}+e\sin\frac{\varphi}{n}=\cos\frac{\varphi_1}{n}\cos\frac{\varphi_2}{n}-e_2\cdot e_1\sin\frac{\varphi_1}{n}\sin\frac{\varphi_2}{n}+$$

$$+e_1\sin\frac{\varphi_1}{n}\cos\frac{\varphi_2}{n}+e_2\cos\frac{\varphi_1}{n}\sin\frac{\varphi_2}{n}+e_2\times e_1\sin\frac{\varphi_1}{n}\sin\frac{\varphi_2}{a} \qquad (13)$$

Уравнение (13) разделим на две части:

$$e\sin\frac{\varphi}{n}=e_1\sin\frac{\varphi_1}{n}\cos\frac{\varphi_2}{n}+e_2\cos\frac{\varphi_1}{n}\sin\frac{\varphi_2}{n}+e_2\times e_1\sin\frac{\varphi_1}{n}\sin\frac{\varphi_2}{n}.$$

$$\cos\frac{\varphi}{n}=\cos\frac{\varphi_1}{n}\cos\frac{\varphi_2}{n}-e_2\cdot e_1\sin\frac{\varphi_1}{n}\sin\frac{\varphi_2}{n} \qquad (14)$$

Разделив первое равенство на второе получим:

$$e\,\mathrm{tg}\frac{\varphi}{n}=\frac{e_1\mathrm{tg}\frac{\varphi_1}{n}+e_2\mathrm{tg}\frac{\varphi_2}{n}-e_1\times e_2\,\mathrm{tg}\frac{\varphi_1}{n}\cdot\mathrm{tg}\frac{\varphi_2}{n}}{1-e_1\cdot e_2\,\mathrm{tg}\frac{\varphi_1}{n}\,\mathrm{tg}\frac{\varphi_2}{n}} \qquad (15)$$

Для эквивалентности выражений (15) и (10) должны выполняться:

$$n=2 \qquad (16)$$

Допустим, что тело совершает κ-вращений. С телом свяжем координатную систему E (e_1, e_2, e_3). Движение тела рассматривается относительно исходной системы 1 (i_1, i_2, i_3). После первого вращения систему E обозначим через $E^{(1)}$, после второго—$E^{(2)}$ и т. д. Если кватернион, определяющий положение системы $E^{(1)}$ относительно системы 1 обозначим через p_1, системы $E^{(2)}$ относительно $E^{(1)}$ через p_2 и т. д., то результирующий кватернион, определяющий положение системы $E^{(\kappa)}$ относительно системы 1 будет:

$$P=P_\kappa\bigcirc P_{\kappa-1}\bigcirc\cdots\bigcirc P_1 \qquad (17)$$

Если в формуле (17) в качестве кватернионов использовать параметры Родрига—Гамильтона, то на основании теоремы, 2, 4 [1] можем написать:

$$P=P_1\bigcirc P_2\bigcirc\cdots\bigcirc P_\kappa \qquad (18)$$

Если кватернион определяет положение твердого тела с неподвижной точкой, то бикватернион определяет положение свободного тела. Действительно, так как любое пространственное движение в общем случае приводится к винтовому, то для определения положения свободного твердого тела относительно исходного его положения достаточно задать ось вращения и дуальный угол Ф. Ось вращения задается единичным винтом E, а дуальный угол $\Phi=\varphi+\omega\varphi^0$ отображает вращение на угол φ и перемещение на расстояние φ^0 вдоль оси единичного винта E. Рассматривая бикватернион в тригонометрической форме:

$$P=\cos\Phi+E\sin\Phi$$

видим, что он содержит в себе и единичный винт E, определяющий ось вращения в пространстве и дуальный угол Ф. Так как для определения единичного винта достаточно четыре независимых параметра, а дуальный угол Ф содержит два независимых параметра, то бикватернион содержит шесть независимых параметра, что в общем случае определяет положение свободного твердого тела, характеризирующегося шестью независимыми параметрами.

На основании принципа перенесения [2] все сказанное справедливо также для бикватернионов и выражения (16), (17), (18) сохраняют свою силу

Практическое применение алгебры кватернионов

Рассмотрим манипулятор, изображенный на рисунке. Оси вращения цилиндрических кинематических пар попарно перпендикулярны.

Данный манипулятор содержит четыре звена, связанных цилиндрическими парами и способен сообщить твердому телу любое пространственное движение, которое характеризуется шестью степенями свободы. Свяжем координатные системы I, $E^{(1)}$, $E^{(2)}$, $E^{(3)}$ со звеньями, как указано на рисунке. Система $E^{(3)}$ связана с перемещаемым телом. Положение тела относительно неподвижного звена манипулятора считаем известным и заданным бикватернионом:

$$P=P_0+P_1i_1+P_2i_2+P_3i_3 \qquad (19)$$

Подставим задачу определения приращения дуальных углов Φ_1, Φ_2, Φ_3 соответствующую перемещению твердого тела. Кватернион P на основании (формулы (18) определится так:

$$P=P_1\bigcirc P_2\bigcirc P_3=\left(\cos\frac{\Phi_1}{2}+i_3\sin\frac{\Phi_1}{2}\right)\bigcirc\left(\cos\frac{\Phi_2}{2}+i_1\sin\frac{\Phi_2}{2}\right)\bigcirc$$

$$\bigcirc\left(\cos\frac{\Phi_3}{2}+i_3\sin\frac{\Phi_3}{2}\right)=\cos\frac{\Phi_2}{2}\cos\frac{\Phi_1+\Phi_3}{2}+i_1\sin\frac{\Phi_2}{2}\cos\frac{\Phi_1-\Phi_3}{2}+$$

$$+i_2\sin\frac{\Phi_2}{2}\sin\frac{\Phi_1-\Phi_3}{2}+i_3\cos\frac{\Phi_2}{2}\sin\frac{\Phi_1+\Phi_3}{2} \qquad (20)$$

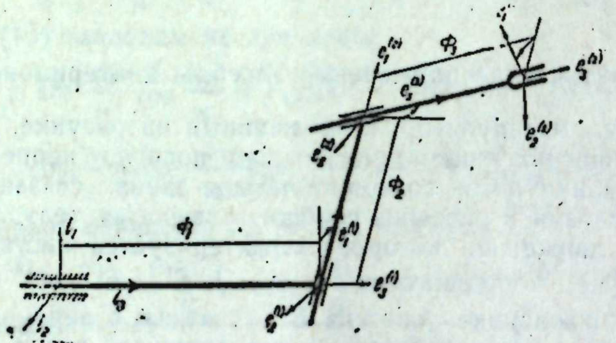
Сравнивая (19) и (20), получаем:

$$\left.\begin{aligned} \cos\frac{\Phi_2}{2}\cos\frac{\Phi_1+\Phi_3}{2} &= P_0 \\ \sin\frac{\Phi_2}{2}\cos\frac{\Phi_1-\Phi_3}{2} &= P_1 \\ \sin\frac{\Phi_2}{2}\sin\frac{\Phi_1-\Phi_3}{2} &= P_2 \\ \cos\frac{\Phi_2}{2}\sin\frac{\Phi_1+\Phi_3}{2} &= P_3 \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

из которых определяются дуальные углы Φ_1, Φ_2, Φ_3.

Пусть требуется тело перевести в другое положение, тогда система $E^{(3)}$ перейдет в систему $E^{(3')}$. Положение системы $E^{(3')}$ относительно $E^{(3)}$ определяет бикватернион A, который считаем заданной в системе $E^{(3)}$. Тогда на основании формулы (18) положение системы $E^{(3')}$ относительно 1 определится бикватернионом:

$$\begin{aligned} P^1 = P \bigcirc A &= (P_0 + P_1 i_1 + P_2 i_2 + P_2 i_4) \bigcirc (A_0 + A_1 i_1 + A_2 i_2 + A_3 i_3) = \\ &= P_0A_0 - P_1A_1 - P_2A_2 - P_3A_3 + i_1(P_0A_1 + P_1A_0 + P_2A_3 - P_3A_2) + \\ &+ i_2(P_0A_2 + P_2A_0 + P_3A_1 - P_1A_3) + i_3(P_0A_3 + P_3A_0 + P_1A_2 - P_2A_1) = \\ &= C_0 + C_1 i_1 + C_2 i_2 + C_3 i_3 \end{aligned} \qquad (22)$$



Но с другой стороны, бикватернион P' можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned} P' = P_1' \bigcirc P_2' \bigcirc P_3' &= \left(\cos\frac{\Phi_1'}{2} + i_3 \sin\frac{\Phi_1'}{2}\right) \bigcirc \left(\cos\frac{\Phi_2'}{2} + i_1 \sin\frac{\Phi_2'}{2}\right) \bigcirc \\ &\bigcirc \left(\cos\frac{\Phi_3'}{2} + i_3 \sin\frac{\Phi_3'}{2}\right) = \cos\frac{\Phi_2'}{2}\,\frac{\Phi_1'+\Phi_3'}{2} = i_1 \sin\frac{\Phi_2'}{2}\cos\frac{\Phi_1'-\Phi_3'}{2} + \\ &+ i_2 \sin\frac{\Phi_2'}{2}\sin\frac{\Phi_1'-\Phi_3'}{2} + i_3 \cos\frac{\Phi_2'}{2}\sin\frac{\Phi_1'+\Phi_3'}{2} \end{aligned} \qquad (23)$$

Из сравнения (22) и (23) определяются дуальные углы Φ_1', Φ_2', Φ_3'. После этого не составляет труда найти приращения дуальных углов Φ_1, Φ_2, Φ_3:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\Phi_1 &= \psi_1' - \psi_1 \\ \Delta\Phi_2 &= \psi_2' - \psi_2 \\ \Delta\Phi_3 &= \psi_3' - \psi_3 \end{aligned}\right\}$$

Литература

1. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. «Наука», 1973: 2. Диментберг Ф. М. Теория винтов и ее применения. «Наука», 1978.

АзПИ им. Ч. Ильдрыма

Поступило 2. XII 1980

А. М. Кәнкәрли, Ф. Һ. Мәммәдов

БӘРК ЧИСМИН ВӘЗИЈЈӘТИНИН КВАТЕРНИОН ВАСИТӘСИЛӘ МҮӘЈЈӘН ЕДИЛМӘСИ

Мәгаләдә тәрпәнмәз нөгтәјә малик олан бәрк чисмин вәзијјәтинин кватернион васитәсилә тә'јин едилмәси нәзәрдән кечирилир. Фәза һәрәкәти едән сәрбәст бәрк чисмин вәзијјәтинин тә'јин едилмәси исә бикватернион шәклиндә үмумиләшдирилмишдир. Бир мисал олараг, чисмә фәза һәрәкәти верән вә алты сәрбәстлик дәрәчәсинә малик олан манипулјаторун бәндләри арасындакы дуал бучагларын артымынын һесабланмасына бахылмышдыр.

A. M. Kengerly, F. H. Mamedov

QUATERNION DETERMINATION OF POSITION OF THE RIGID BODY

Quaternion determination of position of the rigid body having immovable points with further generalization in the form of the biquaternion for the free rigid body performing spatial motion is considered. As an example the task of definition of the increment of dual angle between the links of the manipulator with six degree of freedom which gives spatial motion to the body has been considered.

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ҸИЛД № 4 1981

УДК 621.315.592

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Чл.-корр. Э. Ю. САЛАЕВ, Д. Ш. АБДИНОВ, Ф. И. ИСМАИЛОВ,
И. К. ИСМАИЛОВ, Ф. М. НОВРУЗОВА, А. А. НОВРУЗОВ, А. Ш. АБДИНОВ

ТЕРМОЭДС ГОРЯЧИХ НОСИТЕЛЕЙ ТОЛА, СОЗДАВАЕМЫХ СИЛЬНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ СВЧ В МОНОКРИСТАЛЛАХ p-$Cd_xHg_{1-x}Te$

Монокристаллы твердых растворов $Cd_xHg_{1-x}Te$ нашли широкое применение при создании различных полупроводниковых приборов и интересны тем, что многие их физические характеристики плавно меняются с изменением содержания компонентов. В связи с этим в последние годы интенсивно проводится всестороннее исследование электронных свойств этого полупроводника. Подробный обзор экспериментальных и теоретических работ, посвященных данному вопросу, приведен в [1—3,] анализ которого показывает, что монокристаллы $Cd_xHg_{1-x}Te$ являются подходящими объектами также и для изучения эффектов, обусловленных горячими носителями тока в твердых телах [4, 5]. Необходимость к изучению явлений, связанных непосредственно с разогревом носителей тока электрическим полем в этом материале называется еще тем, что большинство из существующих на основе монокристаллов $Cd_xHg_{1-x}Te$ приборов, из-за высокой подвижности носителей тока в них, обычно работают в режиме сильного электрического поля, где разогрев носителей электрическим полем неизбежен.

Действительно, в эксперименте нами наблюдалась зависимость электропроводности (σ) монокристаллов p-$Cd_xHg_{1-x}Te$ (при $0{,}30 \leqslant x \leqslant 0{,}50$) от напряженности ($E$) СВЧ электрического поля. В результате проведенных по интегральной СВЧ методике установлено, что обнаруженная при этом зависимость $\sigma(E)$ связана с разогревом носителей (причем, неосновных носителей) тока электрическим полем. Известно, что поведение горячих носителей тока можно исследовать также по термоэдс, обусловленной неоднородным разогревом носителей тока в образце [4, 5]. По этой причине в данной работе нами обнаружена и экспериментально исследована термоэдс горячих носителей тока, создаваемых сильным электрическим полем в монокристаллах p-$Cd_xHg_{1-x}Te$ при $0{,}30 \leqslant x \leqslant 0{,}50$. Измерения проводились в диапазоне температуры $77 \leqslant T \leqslant 350$ К при напряженностях вплоть до $E \approx 10^4$ В/см по предложенной в [5] методике на описанной в [6] экспериментальной установке.

Экспериментально снимались кривые зависимости термоэдс горячих носителей тока (U_e) от напряженности греющего СВЧ электрического поля (E), температуры кристаллической решетки (T) и содержания компонентов (x) в исследуемых образцах.

Анализ полученных экспериментальных данных позволил сделать следующие выводы.

1. В тех диапазонах E и T, где имеет место зависимость $\sigma(E)$, обусловленная разогревом носителей тока, в исследуемых образцах наблюдается термоэдс горячих носителей тока (рис. 1, 2)..

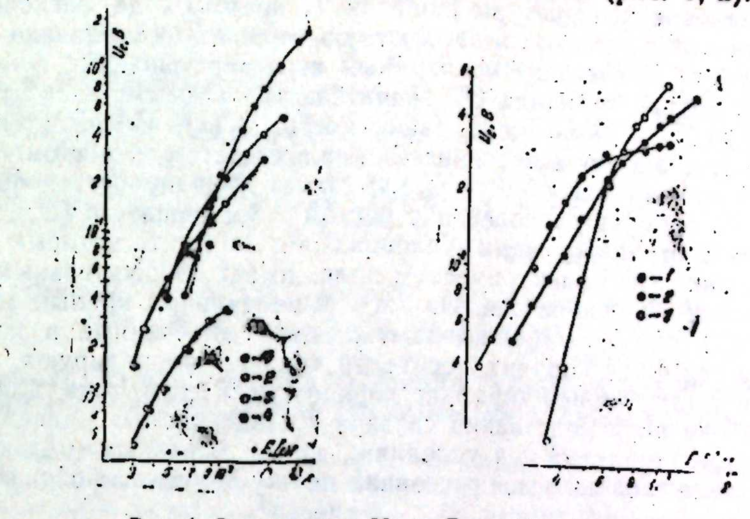


Рис. 1. Зависимость U_e от E при 77 (*а*) и 300 К (*б*) x: *1*—0,30; *2*—0,35; *3*—0,40; *4*—0,50.

2. Зависимость $U_e(E_{пр})$, при всех рассмотренных нами условиях, подчиняется степенным законам $U_e \sim E^{r>s}$ (при относительно небольших E) и $U_e \sim E$ (при более сильных E). Показатель степени (r) в зависимости $U_e(E)$ при относительно небольших полях зависит как от

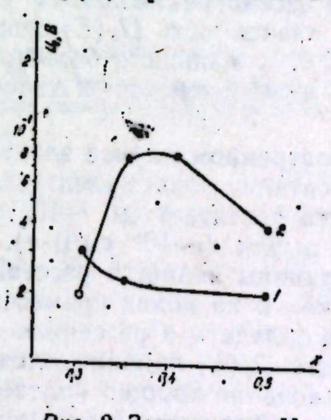


Рис. 2. Зависимость U_e от T при $E = 1{,}07 \cdot 10^2$ В/см. x: *1*—0,30; *2*—0,35; *3*—0,40; *4*—0,50.

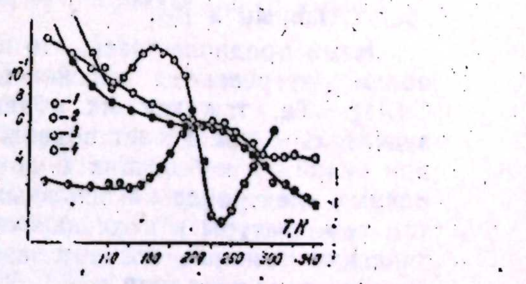


Рис. 3. Зависимость U_e от T при $E = 6 \cdot 10^2$ В/см. *T*, К: *1*—300; *2*—77.

x, так и от T. С ростом x от 0,3 до 0,5 при $T = 77$ К r увеличивается от $r \approx 2$ до $r \approx 5$, а при $T \approx 300$ К—от $r \approx 2$ до $r \approx 4$ (рис. 1, *а*, *б* соответственно). С ростом T от 77 до 300 К в образцах с $x \approx 0{,}50$ значение r уменьшается от ~ 5 до ~ 4, в образцах с $x \approx 0{,}35$ от ~ 4 до ~ 2, а в образцах с $x \approx 0{,}3$ остается постоянной. В образцах с $x \approx 0{,}4$ термоэдс горячих носителей тока наблюдается лишь при $T < 210$ К, а в других—вплоть до 350 К (рис. 2).

3. Значение напряженности поля, соответствующее переходу от $r>2$ к $r\approx 1$ зависит как от x, так и от T. С ростом x оно увеличивается, а с ростом температуры—уменьшается (рис. 1)

4. Изменение температуры решетки T, помимо хода зависимости $U_e(E)$, значительно меняет и абсолютную величину U_e. Однако зависимость (U_e) от T имеет не монотонный характер (рис. 2).

5. Абсолютная величина U_e значительным образом зависит от x (рис. 3). При 77 К монотонна зависимость $U_e(x)$ наблюдается при больших E и с ростом x значение U_e увеличивается. С ростом температуры мотонная зависимость $U_e(x)$ станет доминировать в области относительно небольших полей и с ростом x уменьшается (U_e).

6. В рассмотренных нами условиях тот контакт, который находится в сильном СВЧ электрическом поле, имеет положительный знак.

Сделанные на основе анализа экспериментальных кривых зависимостей $U_e(E)$, $U_e(T)$, $U_e(x)$ выводы, а также отмеченные в измерениях знака термоэдс горячих носителей тока не коррелируют с разработанной в [5] теорией термоэдс горячих носителей тока для случая, когда она непосредственно связана с зависимостью подвижности носителей тока (μ) от E при условиях, когда основным механизмом рассеяния носителей является рассеяние на акустических фононах. При этом при малых значениях E (когда $\frac{3\pi\mu_0^2E^2}{8U^2}<1$, где U — скорость звука, а μ_0—подвижность носителей тока при слабых полях в исследуемом материяле) зависимость $U_e(E)$ должна была подчиняться квадратичному закону ($U_e\sim E^2$), а при больших E $\left(\text{когда } \frac{3\pi\mu_0E^2}{8U^2}>1\right)$— линейному ($U_e\sim E$) закону. Однако в рассмотренных нами условиях, в области относительно небольших E зависимость $U_e(E)$ существенно отклоняется от $U_e\sim E^2$. Лишь при 300 К и в области больших E экспериментальные результаты немного приближаются к теоретически предсказанным в [5].

Нами предполагается, что в рассмотренном случае электрическим полем разогреваются неосновные носители тока (электроны) в p-$Cd_xHg_{1-x}Te$, так как их подвижность достигает до $\sim 10_4$ см²/В·с и значительно превышает подвижность дырок ($\sim 10^2$ см/В·с). Причем, при низких и небольших E доминирующим является рассеяние неосновных электронов на основных дырках и на ионах примесей. С ростом температуры и поля начинает преобладать и рассеяние на акустических фононах, поэтому зависимость $U_e(E)$ приближается к теоретически предсказанной в [5]. Это объяснение хорошо подтверждается и результатами, полученными при рассмотрении зависимости $\sigma(E)$ в исследуемых образцах, а также согласуется с наблюдаемым в эксперименте положительным знаком и „горячего" контакта.

При оптимальных условиях экспериментально измеренное значение U_e в исследуемых образцах достигало до ~ 510 мВ. При $C\approx 300$ К и $E\simeq 15\cdot 10^3$ В/см, где зависимость $U_e(E)$ хорошо подчиняется разработанной в [5] теории, предполагая, что основным механизмом рассеяния носителей тока является рассеяние на акустических фонах по известной [6] формуле, описывающей U_e, оценена эффективная температура разогретых электронов T_e. Оказалось, что для различных составов этот параметр варьируется в диапазоне $400\div 550$ К. Если сравнить соответствующие U_e со значением U_e при 77 К, можно предполагать, что в последнем случае T_e может достичь $\sim 5\cdot 10^3$ К.

Литература

1. Пашковский М. В., Соколов Е. Б., Берченко Н. Н., Соколов А. М. «Зарубежная электронная техника», 83, № 12, 3, 1974. 2. Пашковский М. В., Гречук В. Г., «Зарубежная электронная техника». 84, № 24, 3, 1973. 3. Полупроводники с узкой запрещенной зоной и их применение. Сб. статей. Изд-во «Мир». М., 1969. 4. Конуэлл Э. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. Изд-во «Мир». М., 1970. 5. Денис В., Пожела Ю. Горячие электроны. Изд-во «Минтис». Вильнюс, 1971. 6. Ахундов Г. А., Хомутова М. Д., Абдинов А. Ш., Мехтиев Н. М., Кязимзаде А. Г. ФТП, 8, 869, 1974.

Поступило 22. X 1980

Е. Ј. Салајев, Ч. Ш. Абдинов, Ф. И. Исмајылов, Ф. М. Новрузова
Ә. А. Новрузов, Ә. Ш. Абдинов

$p-Cd_xHg_{1-x}Te$ МОНОКРИСТАЛЛАРЫНДА ГҮВВӘТЛИ ИЈТ ЕЛЕКТРИК САҺӘСИНИН ЈАРАТДЫҒЫ ГЫЗМАР ЈҮКДАШЫЈЫЧЫЛАРЫН ТЕРМО—Е. Һ. Г.

Мәгаләдә $T=77\div 350$ K температур интервалында $0{,}30\leqslant x\leqslant 0{,}50$ тәркибә ујғун $p-Cd_xHg_{1-x}Te$ монокристалларында гызмар јүкдашыјычыларын термо—Е. Һ. Г. мүшаһидә олунмуш вә тәчрүби олараг тәдгиг едилмишдир. Алынмыш тәчрүби нәтичәләрин тәһлили әсасында бу һадисәнин әсас ганунаујғунлуглары мүәјјәнләшдирилмиш вә онун јаранма механизми изаһ едилмишдир.

E. Yu. Salaev, D. Sh. Abdinov, F. I. Ismailov, I. K. Ismailov,
F. M. Novruzova, A. A. Novruzov, A. Sh. Abdinov

THERMO-emf OF HOT CHARGE CARRIERS IN STRONG ELECTRIC FIELDS UHF IN p-$Cd_xHg_{1-x}Te$ SINGLE CRYSTALS

Thermo-emf of hot charge carriers in p-$Cd_xHg_{1-x}Te$ single crystals with $0.30<x<0.50$ in temperature region of $T=77\div 350$ K was investigated. On the basis of experimental results regularities of mechanism of this phenomena are established in this paper.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 621.315.592

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Чл.-корр. Ф. М. ГАШИМЗАДЕ, Р. С. НАДИРЗАДЕ

СИММЕТРИЯ И ТЕНЗОР ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ КРИСТАЛЛОВ В СЛАБЫХ ПОЛЯХ

Теория гальваномагнитных эффектов в кристаллах хорошо разработана и изложена в ряде монографий [1—4]. Однако во всех этих работах недостаточно широко используется симметрия кристалла, что в конечном счете приводит к необходимости заново проводить всю схему расчета для кристаллов, обладающих одинаковой симметрией, но различными изоэнергетическими поверхностями для носителей тока.

С другой стороны, используемый в литературе подход не позволяет разделить эффекты, связанные с модельными предположениями относительно формы изоэнергетических поверхностей от эффектов, связанных только с симметрией кристалла.

Изложенная общая схема расчета гальваномагнитных эффектов свободна от указанных недостатков и применима к кристаллам любой симметрии, однако для наглядности мы рассматриваем кристаллы кубической симметрии.

В общем случае, изоэнергетической поверхностью является многосвязная область, состоящая из нескольких связных областей (долин). Запишем ток для отдельной долины в системе координат, связанной с кристаллографическими осями в виде:

$$j_i^{(1)} = \sigma_{ik}^{(1)} E_k + \sigma_{ikl}^{(1)} E_k H_l + \sigma_{iklm}^{(1)} E_k H_l H_m \tag{1}$$

Здесь и далее по нижним повторяющимся индексам предполагается суммирование, индексы i, κ, l, m принимают значения 1, 2 и 3; верхний индекс указывает, что компоненты тензоров проводимости записаны для одной долины.

Под действием преобразований g из точечной группы симметрии G_0 кристалла компоненты тока и электрического поля преобразуются по векторному представлению группы G_0, а компоненты магнитного поля по псевдовекторному представлению. Одновременно при этом связные участки многосвязной изоэнергетической поверхности (долины) переходят друг в друга. Инвариантом преобразований из группы G_0 является:

$$\frac{z}{h} \sum_{g \in G_0} \left(D(g)\, j_i^{(1)},\ D(g)\, e_i \right), \tag{2}$$

где e_i—компоненты единичного вектора, $D(g)$—матрицы векторного представления группы G_0, h—порядок группы; суммирование производится по всем элементам группы G_0, z—число долин.

Распишем (2) с учетом (1) и сравним с инвариантом, записанным через полный ток:

$$j_i e_i = \sigma_{ik} E_k e_i + \sigma_{ikl} E_k H_l e_i + \sigma_{iklm} E_k H_l H_m e_i \tag{3}$$

Получаем:

$$\sigma_{ik} = \frac{z}{h} \sum_{g \in G_0} D_{ip}(g)\, D_{kq}(g)\, \sigma_{pq}^{(1)} \tag{4}$$

$$\sigma_{ikl} = \frac{z}{h} \sum_{g \in G_0} D_{ip}(g)\, D_{kq}(g)\, D'_{lr}(g)\, \sigma_{pqr}^{(1)} \tag{5}$$

$$\sigma_{iklm} = \frac{z}{h} \sum_{g \in G_0} D_{ip}(g)\, D_{kq}(g)\, D'_{lr}(g)\, D'_{ms}(g)\, \sigma_{pqrs}^{(1)}, \tag{6}$$

где D'—псевдовекторное представление группы G_0.

Таким образом, задача сводится к вычислению среднего по группе от прямого произведения матриц векторных и псевдовекторных представлений.

Проведем эти вычисления на примере кубической симметрии. Предварительно заметим, что перестановка индексов l и m при квадратичном по магнитному полю члене не меняет вид (1) и (3). Следовательно, в выражении (6) нужно записать симметризованный квадрат псевдовекторного представления.

Воспользовавшись соотношениями ортогональности для матричных элементов неприводимых представлений группы [5] из (4) сразу получаем:

$$\sigma_{ik} = \frac{z}{3} \left(\sigma_{11}^{(1)} + \sigma_{22}^{(1)} + \sigma_{33}^{(1)} \right) \delta_{ik} \tag{7}$$

Для кристаллов с более низкой симметрией предварительно необходимо разложить векторное представление на неприводимые и затем воспользоваться соотношениями ортогональности.

Для вычисления сумм (5) и (6) разлагаем прямые произведения представлений на неприводимые с помощью матриц коэффициентов Клебша—Гордана [5] и снова пользуемся соотношениями ортогональности. Таким образом, находим:

$$\sigma_{ikl} = \frac{z}{3} < i, \kappa \,|\, F_1^+, l > < p, q \,|\, F_1^+, r > \sigma_{pqr}^{(1)} \tag{8}$$

$$\sigma_{iklm} = \frac{z}{l_J} < i, \kappa | J, t > < l, m \,|\, J, t > < p, q \,|\, J, \tau > < r, s \,|\, J, \tau > \sigma_{pqrs}^{(1)} \tag{9}$$

Здесь применимы сокращенные обозначения для коэффициентов Клебша—Гордана (ККГ):

$$< F_2^-, i; F_2^-, \kappa \,|\, J, j > = < i, \kappa \,|\, J, j > \tag{10}$$

В формуле (9) подразумевается суммирование по неприводимым представлениям J с размерностью l_J и номером строк матриц неприводимых представлений t и τ. Для кубической симметрии $J = A_1^+$, E^+, F_2^+— соответственно, единичное, двумерное и трехмерное представления, по которым преобразуются компоненты симметричного тензора второго ранга, F_2^-—векторное, а F_1^+—псевдовекторное представления. Воспользовавшись известными ККГ для группы O_h [6], находим:

$$\sigma_{123} = \sigma_{231} = \sigma_{312} = -\sigma_{132} = -\sigma_{213} = -\sigma_{321} =$$

$$= \frac{z}{6} \left(\sigma_{123}^{(1)} + \sigma_{231}^{(1)} + \sigma_{312}^{(1)} - \sigma_{132}^{(1)} - \sigma_{213}^{(1)} - \sigma_{321}^{(1)} \right) \tag{11}$$

$$\sigma_{1111}=\sigma_{2222}=\sigma_{3333}=\frac{z}{3}\left(\sigma^{(1)}_{1111}+\sigma^{(1)}_{2222}+\sigma^{(1)}_{3333}\right) \tag{12}$$

$$\sigma_{1122}=\sigma_{1133}=\sigma_{2233}=\sigma_{2211}=\sigma_{3311}=\sigma_{3322}=$$
$$=\frac{z}{6}\left(\sigma^{(1)}_{1122}+\sigma^{(1)}_{1133}+\sigma^{(1)}_{2233}+\sigma^{(1)}_{2211}+\sigma^{(1)}_{3311}+\sigma^{(1)}_{3322}\right) \tag{13}$$

$$\sigma_{1212}=\sigma_{1313}=\sigma_{2323}=\sigma_{2112}=\sigma_{3113}=\sigma_{3223}=$$
$$=\frac{z}{6}\left(\sigma^{(1)}_{1212}+\sigma^{(1)}_{1313}+\sigma^{(1)}_{2323}+\sigma^{(1)}_{2112}+\sigma^{(1)}_{3113}+\sigma^{(1)}_{3223}\right) \tag{14}$$

Дальнейшие вычисления удобно проводить в системе координат, в котором тензор $\sigma^{(1)}_{ik}$ диагонален. Назовем эту систему координат штрихованной. Переход от штрихованной к нештрихованной системе координат задается ортогональным преобразованием $R(\theta,\varphi,\psi)$, где θ, φ, ψ—углы Эйлера.

При этом:

$$\sigma^{(1)}_{ik}=R_{ii'}R_{kk'}\sigma^{(1)}_{i'k'} \tag{15}$$

$$\sigma^{(1)}_{ikl}=R_{ii'}R_{kk'}R_{ll'}\sigma^{(1)}_{i'k'l'} \tag{16}$$

$$\sigma^{(1)}_{iklm}=\frac{1}{2}R_{ii'}R_{kk'}\left(R_{ll'}R_{mm'}+R_{lm'}R_{ml'}\right)\sigma^{(1)}_{i'k'l'm'} \tag{17}$$

Подставляя (15) в (7) и воспользовавшись соотношениями ортогональности для матричных элементов R_{ik}, находим:

$$\sigma_{ik}=\frac{z}{3}\left(\sigma^{(1)}_{1'1'}+\sigma^{(1)}_{2'2'}+\sigma^{(1)}_{3'3'}\right)\delta_{ik} \tag{18}$$

Подстановка (16) в (11) приводит к выражению:

$$\sigma_{123}=\frac{z}{6}\left(R_{1i'}R_{2k'}R_{3l'}+R_{2i'}R_{3k'}R_{1l'}+R_{3i'}R_{1k'}R_{2l'}-\right.$$
$$\left.-R_{2i'}R_{1k'}R_{3l'}-R_{1i'}R_{3k'}R_{2l'}-R_{3i'}R_{2k'}R_{1l'}\right)\sigma^{(1)}_{i'k'l'} \tag{19}$$

Выражение в скобках в формуле (19) равно $\pm\det|R|=\pm1$ для циклического и нециклического расположения индексов i', k', l' соответственно, и равно нулю при совпадении любой пары индексов.

Таким образом:

$$\sigma_{123}=\frac{z}{6}\left(\sigma^{(1)}_{1'2'3'}+\sigma^{(1)}_{2'3'1'}+\sigma^{(1)}_{3'1'2'}-\sigma^{(1)}_{1'3'2'}-\sigma^{(1)}_{2'1'3'}-\sigma^{(1)}_{3'2'1'}\right) \tag{20}$$

Компоненты тензора четвертого ранга удобно представить в виде следующих комбинаций:

$$\sigma_{1111}+2\sigma_{1122}=\frac{z}{3}\sum_{i',k'}\sigma^{(1)}_{i'i'k'k'} \tag{21}$$

$$\sigma_{1111}+2\sigma_{1212}=\frac{z}{3}\sum_{i',k'}\sigma^{(1)}_{i'k'i'k'} \tag{22}$$

$$\sigma_{1111}=\frac{z}{3}R_{\tau i'}R_{\tau k'}R_{\tau l'}R_{\tau m'}\sigma^{(1)}_{i'k'l'm'} \tag{23}$$

Воспользуемся теперь решением кинетического уравнения для одной долины в штрихованной системе координат. Из известного

общего решения в приближении времени релаксации:

$$j^{(1)}_{i'}=\frac{1}{z}ne<\left(1+\frac{u^{(1)'}}{c^2}\sum_{k'}\frac{H^2_{k'}}{u^{(1)}_{k'}}\right)^{-1}\left[u^{(1)}_{i'}E_{i'}+\right.$$
$$\left.+\frac{u^{(1)'}}{c^2}\left(\frac{E_{j'}H_{k'}}{u^{(1)}_{k'}}-\frac{E_{k'}H_{j'}}{u^{(1)}_{j'}}\right)+\frac{u^{(1)'}}{c^2}(\vec{E}\vec{H})H_{i'}H_{i'}\right]>, \tag{24}$$

где $u^{(1)}_{i'}$—компоненты тензора подвижности для одной долины в главных осях, $u^{(1)'}=u^{(1)}_{1'}u^{(1)}_{2'}u^{(1)}_{3'}$, разлагая по степеням магнитного поля, с точностью до квадратичных членов, находим отличные от нуля компоненты тензоров:

$$\sigma^{(1)}_{i'k'}=\frac{ne}{z}<u^{(1)}_{i'}>\delta_{i'k'}, \tag{25}$$

$$\sigma^{(1)}_{i'k'l'}=\frac{ne}{zc}<\frac{u^{(1)'}}{u^{(1)}_{i'}}>\delta_{i'k'l'} \tag{26}$$

$$2\sigma^{(1)}_{i'k'i'k'}=\frac{ne}{zc^2}<u^{(1)'}>(1-\delta_{i'k'}) \tag{27}$$

$$\sigma^{(1)}_{i'i'k'k'}=-\frac{ne}{zc^2}<\frac{u^{(1)'}u^{(1)}_{i'}}{u^{(1)}_{k'}}>(1-\delta_{i'k'}) \tag{28}$$

Здесь $\delta_{i'k'l'}=1$ при циклическом расположении индексов и равно -1 в противном случае. Угловые скобки означают, как обычно, средние:

$$<A(\varepsilon)>=\frac{\int\limits_0^\infty\left(-\frac{\partial f}{\partial\varepsilon}\right)A(\varepsilon)\rho(\varepsilon)\,d\varepsilon}{\int\limits_0^\infty\left(-\frac{\partial f}{\partial\varepsilon}\right)\rho(\varepsilon)\,d\varepsilon}, \tag{29}$$

где $f(\varepsilon)$—функция распределения Ферми. $\rho(\varepsilon)$—число состояний в интервале энергии от нуля до ε.

Наконец, подставляя (25)—(28) в формулы (18), (20)—(23) окончательно находим:

$$\sigma=\frac{1}{3}ne<u^{(1)}_{1'}+u^{(1)}_{2'}+u^{(1)}_{3'}> \tag{30}$$

$$\sigma_{123}=\frac{1}{3}\frac{ne}{c}<u^{(1)}_{1'}u^{(1)}_{2'}+u^{(1)}_{1'}u^{(1)}_{3'}+u^{(1)}_{2'}u^{(1)}_{3'}> \tag{31}$$

$$\sigma_{1111}+2\sigma_{1122}=-\frac{1}{3}\frac{ne}{c^2}<(u^{(1)}_{1'}-u^{(1)}_{2'})^2u^{(1)}_{3'}+$$
$$+(u^{(1)}_{1'}-u^{(1)}_{3'})^2u^{(1)}_{2'}+(u^{(1)}_{2'}-u^{(1)}_{3'})^2u^{(1)}_{1'}+6u^{(1)'}> \tag{32}$$

$$\sigma_{1111}+2\sigma_{1212}=\frac{ne}{c^2}<u^{(1)'}> \tag{33}$$

$$\sigma_{1111}=-\frac{1}{3}\frac{ne}{c^2}<(u^{(1)}_{1'}-u^{(1)}_{2'})^2u^{(1)}_{3'}R^2_{\tau1'}R^2_{\tau2'}+$$
$$+(u^{(1)}_{1'}-u^{(1)}_{3'})^2u^{(1)}_{2'}R^2_{\tau1'}R^2_{\tau3'}+(u^{(1)}_{2'}-u^{(1)}_{3'})^2u^{(1)}_{1'}R^2_{\tau2'}R^2_{\tau3'}> \tag{34}$$

Формулы (30)—(34) являются весьма общими и применимы к кубическим кристаллам с произвольной изоэнергетической поверхностью для носителей тока. Примечательно то, что из 5 независимых величин, определяющих гальваномагнитные эффекты в кубических кристаллах, только одна зависит от конкретного расположения главных осей тензора подвижности одной долины относительно кристаллографических осей.

Известно, что угловая зависимость магнетосопротивления для кубического кристалла определяется формулой Зейтца [1]:

$$\frac{\Delta\rho}{H^2\rho} = a + b\,(n_i l_i)^2 + c\,(n_i^2 l_i^2), \tag{35}$$

где n_i и l_i—направляющие косинусы векторов тока и магнитного поля. Феноменологические коэффициенты a, b и c, входящие в уравнение (35), выражаются через кинетические коэффициенты следующим образом:

$$a = -\frac{\sigma_{1122}}{\sigma} - \frac{\sigma_{123}^2}{\sigma^2} \tag{36}$$

$$b = -\frac{2\sigma_{1212}}{\sigma} + \frac{\sigma_{123}^2}{\sigma^2} \tag{37}$$

$$c = \frac{2\sigma_{1212} + \sigma_{1122} - \sigma_{1111}}{\sigma} \tag{38}$$

Ранее, исходя из предположения об эллипсоидальности и параболичности изоэнергетических поверхностей и существования тензорного времени релаксации для одной долины, было показано, что между коэффициентами Зейтца имеются следующие соотношения [4]:

$$a + b = 0 \quad \text{для } n\text{—Ge} \tag{39}$$

$$a + b + c = 0 \quad \text{для } n\text{—Si} \tag{40}$$

Покажем, что эти соотношения являются следствием только особо . расположения главных осей тензора подвижности относительно кристаллографических осей и не зависят от формы изоэнергетической поверхности.

Действительно, из (32)—(34) и (36)—(38) имеем:

$$a + b = -\frac{1}{6}\frac{ne}{\sigma c^2} < (u_{1'}^{(1)} - u_{2'}^{(1)})^2 u_{3'}^{(1)} (1 - 3R_{\tau 1'}^2 R_{\tau 2'}^2) =$$

$$+ (u_{1'}^{(1)} - u_{3'}^{(1)})^2 u_{2'}^{(1)} (1 - 3R_{\tau 1'}^2 R_{\tau 3'}^2) +$$

$$+ (u_{2'}^{(1)} - u_{3'}^{(1)})^2 u_{1'}^{(1)} (1 - 3R_{\tau 2'}^2 R_{\tau 3'}^2) > \tag{41}$$

$$a + b + c = -\frac{\sigma_{1111}}{\sigma} \tag{42}$$

Пусть главные оси тензора подвижности составляют углы $\theta = \arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\psi = \frac{\pi}{4}$, φ (произвольный) с кристаллографическими осями. Тогда:

$$R_{\tau 1'}^2 R_{\tau 1'}^2 = R_{\tau 1'}^2 R_{\tau 3'}^2 = R_{\tau 2'}^2 R_{\tau 3'}^2 = \frac{1}{3} \tag{43}$$

и выражение (41) обращается в нуль, независимо от вида функций.

Если главные оси тензора подвижности совпадают с кристаллографическими осями, то:

$$R_{\tau 1'}^2 R_{\tau 2'}^2 = R_{\tau 1'}^2 R_{\tau 3'}^2 = R_{\tau 2'}^2 R_{\tau 3'}^2 = 0 \tag{44}$$

и выражение (34), а с ним и (42) тождественно обращается в нуль.

В частном случае, когда компоненты тензора подвижности в главных осях можно представить в виде:

$$u_{i'}^{(1)}(\varepsilon) = \mu_i u(\varepsilon)$$

из (30)—(34) получаются известные результаты для n—Ge и n—Si [1, 2].

Литература

1. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. «Наука». М., 1978. 2. Аскеров Б. М. Кинетические эффекты в полупроводниках. «Наука». Л., 1970. 3. Зеегер К. Физика полупроводников. «Мир». М., 1977. 4. Баранский П. И., Буда И. С., Даховский И. В., Коломоец В. В. Электрические и гальваномагнитные явления в анизотропных полупроводниках. «Наукова думка», 1977. 5. Любарский Г. Я. Теория групп и ее применение в физике. ИТТЛ, 1957. 6. Батарунас И. В., Левинсон И. Б. Труды АН Лит. ССР, серия Б, 2, 22, 15, 1960.

Институт физики

Поступило 11. XI 1980

Ф. М. Һәшимзадә, Р. С. Надирзадә

ЗӘИФ САҺӘЛӘРДӘ ГАЛВАНОМАГНИТ ӘМСАЛЛАР ТЕНЗОРУ ВӘ ОНЛАРЫН СИММЕТРИЈАСЫ

Мәгаләдә ихтијари формалы изоенеркетик сәтһләрә малик кубик кристалларынын галваномагнит әмсаллары тензорларынын компонентләри үчүн үмуми дүстурлар алынмышдыр. Көстәрилмишдир ки, Зејт әмсаллары арасында електрон типли силисиум вә керманиум үчүн доғру олан мә'лум мүнасибәтләр енержи минимумларындан биринин јүрүклүк тензорунун баш охларынын кристаллографик охлара нисбәтән хүсуси вәзијјәтдә јерләшмәсиндән ирәли кәлир вә изоенеркетик сәтһләрин формасындан асылы дејил.

F. M. Gashimzade, R. S. Nadir-zade

THE SYMMETRY AND TENSOR OF GALVANOMAGNETIC COEFFICIENTS OF CRYSTALS IN THE WEAK FIELDS

The new method of calculating of tensors of kinetic coefficients of crystals in the weak fields using the theoretical-group approach is suggested.

General formulas for five independent quantities which define galvanomagnetic effects for cubic crystals are found.

It is shown that only one from these depends on orientation of principal axes of conductivity tensor for individual valley about crystallographic axes.

It is also shown that the correlations between Seitz's coefficients are fulfilled independently from the form of constant energy surfaces for particular orientation of principal axes of conductivity tensor of separate valley about crystallographic axes.

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 577.33

БИОФИЗИКА

Чл.-корр. АН СССР Г. Б. АБДУЛЛАЕВ, Н. Х. МЕХТИЕВ, Х. М. КАСУМОВ, Ф. И. АБДУЛЛАЕВ, Ш. В. МАМЕДОВ, Э. Ш. МАМЕДОВ, А. Ф. КОЖОКАРУ, И. Г. АКОЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ДЕЙСТВИЯ ОРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ СЕЛЕНА НА МИТОХОНДРИАЛЬНЫЕ МЕМБРАНЫ

В предыдущих работах было показано, что водорастворимые и жирорастворимые соединения селена (ЖСС) оказывают действие на фосфорилирующий путь окисления в митохондриях [1, 2]. С помощью различных субстратов окислительного фосфорилирования и ингибиторов дыхательной цепи было установлено, что ЖСС действуют на дыхательную цепь митохондрий между НАД и цитохромом в, а при повышенных концентрациях ($>10^{-3}$ М) ингибируют дыхание и подавляют активность сукцинатдегидрогеназы.

Жирорастворимые соединения селена оказались намного эффективнее в изменении скорости дыхания митохондрий, чем водорастворимые соединения (ВСС). Они не увеличивают ионную проницаемость бимолекулярных фосфолипидных мембран. Исходя из этих данных было высказано предположение, что соединения селена могут взаимодействовать с ферментами, локализованными в первом пункте дыхательной цепи митохондрий.

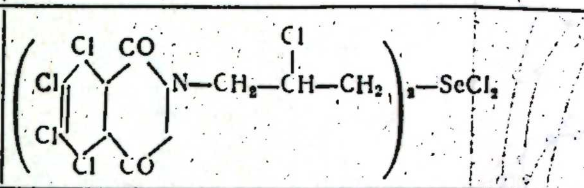
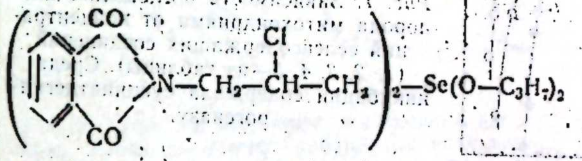
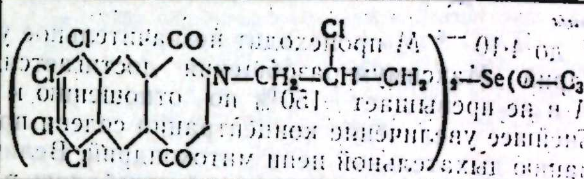
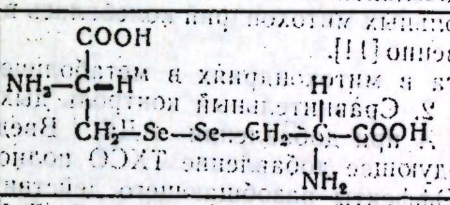
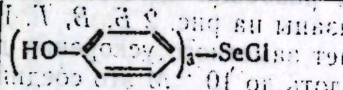
Цель настоящей работы — дальнейшее исследование соединений селена в процессе фосфорилирующего окисления в дыхательной цепи мембран митохондрий.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Митохондрии выделяли методом дифференциального центрифугирования [3, 4] из печени крыс линии «Вистар» весом 180—200 г. Содержание белка в суспензии определяли по методу Лоури [5]. В опыте использовали митохондрии, содержащие 60—70 мг/мл белка. Величины дыхательного контроля (ДК) и коэффициента АДФ/О, скорость окисления сукцината в митохондриях (МХ) в состоянии 3 и 4 оценивали по методу Ларди и Чанса [5, 7]. Скорость поглощения кислорода митохондриями регистрировали полярографическим методом, с использованием вращающегося платинового электрода. Скорость дыхания митохондрий в норме принималась за 100%. Ток насыщения на платиновом электроде 750 мв. Исследования проводились при комнатной температуре (22°С) в герметической ячейке из оргстекла объемом в 1 мл. Среда инкубации митохондрий содержала: 27,4 мМ трис-HCl, 10 мМ сукцината, 1 мМ этилендиаминтетраацетата (ЭДТА), 280,1 мМ сахарозы, 25 мМ KCl, 5 мМ K_2HPO_4, 10^{-6} М ротенона. В качестве ингибитора дыхания использовался цианид калия 2 мМ.

В качестве органических соединений селена были взяты вещества (см. таблицу), хорошо растворимые в этиловом спирте. Исходная концентрация препарата в спиртовом растворе — 10^{-2} М. Из такой концен-

Формулы, молекулярные веса и названия исследованных соединений

№ п.п.	Формулы	Мол. вес	Название
1		1041	Селендихлорид бис-N″, N′ (2-хлорпропил)-1,4,5,6,7,7′-гексахлорбицикло (2, 2′1)-геп-5-ен-2,3-дикарбоновой кислоты
2		590	Диизопропил бис-(N, N″-2-хлорпропил) фтолимид селенид.
3		741	Диизопропил бис-(N, N′-2-хлорпропил) эндоэкзо-1,2,3,4,11, 11′-гекса хлоротрицикло (6,2,1),2-ундецен-7,8-дикарбоновой кислоты
4		334	Селеноцистин
5		390	Триокситрифенилселенхлорид

трации исследуемого препарата делались добавки в измерительную ячейку микрошприцом, постепенно увеличивая концентрацию в растворе от 10^{-6} до $2\cdot10^{-3}$ М.

При обработке данных, связанных с обменом кислорода при дыхании митохондрий, проводились необходимые расчеты, кинетический анализ, а также статистическая обработка результатов [8].

Для измерения митохондриальных пиридиннуклеотидов использовали флуоресцентный метод, впервые описанный Чансом [9, 10]. Сигнал переменного тока при импульсном возбуждении флуоресценции (450 нм) поступает на дифференцирующую цепочку на вход pH-метра, используемого в качестве катодного повторителя.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В таблице приведены структурные формулы и название исследовавшихся в данной работе органических соединений селена. Все исследованные препараты изменяют функциональное состояние митохондрий печени крыс. Зависимость относительной скорости поглощения кислорода митохондриями от концентрации жирорастворимых соединений селена (ЖСС) представлена на рис. 1. Как видно из рисунка, с увеличением кон-

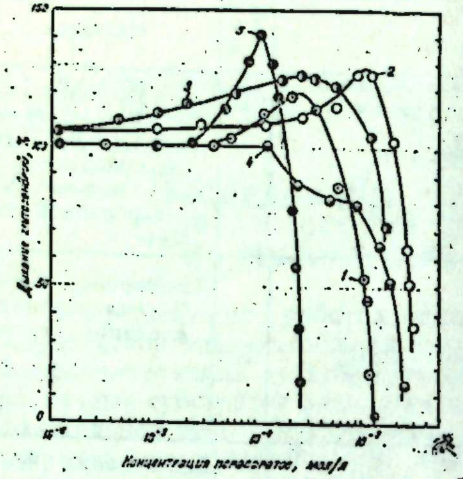


Рис. 1. Зависимость поглощения кислорода митохондриями от концентраций селенсодержащих соединений (*1, 2, 3, 4, 5*—из таблицы). Среда инкубации содержала сукцинатдегидрогеназу.

центрации ЖСС от 10^{-6} до $4\cdot10^{-5}$ *М* происходит незначительное ускорение дыхания митохондрий. Максимум разобщения достигается при концентрациях $3\cdot10^{-4}$ *М* и не превышает 150% по отношению к контрольному (100%). Дальнейшее увеличение концентрации селена приводит к резкому ингибированию дыхательной цепи митохондрий. Величина дыхательного контроля для контрольных митохондрий колебалась в пределах 3,8—4,5 и 3,2—4,0 соответственно [11].

Скорость окисления сукцината в митохондриях в метаболическом состоянии 4 представлена на рис. 2. Сравнительный контроль дыхания митохондрий приведен на рис. 2 *А* при добавлении АДФ. Введение ТТФБ ускоряет дыхание, а последующее добавление ТХСО полностью ингибирует дыхательную цепь. Эффекты разобщающего действия исследуемых нами препаратов (1, 3, 4) показаны на рис. 2 *Б, В, Г*. Единственным препаратом, который не вызывает заметного ускорения дыхания митохондрий является препарат 4. Вплоть до 10^{-4} *М* это соединение не увеличивает скорости дыхания, а при концентрациях от $2\cdot10^{-4}$ и $2\cdot10^{-3}$ *М* приводит к резкому торможению дыхания и полному ингибированию синтеза АТФ. Разобщение сопряженной системы митохондрий, возможно, связано с отщеплением фактора *F*, катализирующего гидролиз АТФ, или с помощью блокирования этого фактора соединениями селена. При повышенных концентрациях селенсодержащих соединений наступает торможение фосфорилирования, которому сопутствует стимуляция эндэргонических функций, таких как обратный перенос электронов.

Являясь энергетически наиболее эффективным субстратом, янтарная кислота обеспечивает обратный перенос электронов в дыхательной цепи [13]. Янтарная кислота имеет преимущество перед НАД-зависимым субстратом как восстановителя пиридиннуклеотидов (ПН). Индуцируемое янтарной кислотой снижение флуоресценции, восстановленных ПН, отражает истинные редокс-изменения восстановленных ПН, рис. 3А. Как показано на рис. 3А, добавление янтарной кислоты индуцирует вос-

становление НАД$^{++}$ в обратном переносе электронов в дыхательной цепи. С целью контроля интактности выделенных митохондрий добавле-

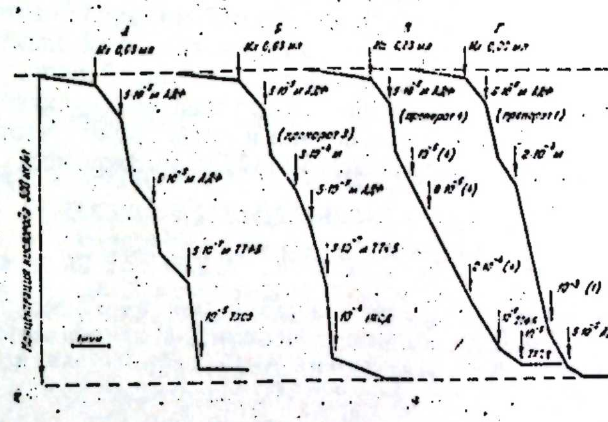


Рис. 2. Кинетика изменения поглощения кислорода митохондриями. Стрелками обозначен момент добавления исследуемых веществ. В скобках указана нумерация препаратов согласно таблице. Кр. *А* получена с добавлением АДФ, тетрахлортрифторметилбензимидазола (ТТФБ) и 2,2′ диокси-3,5,3′,5′-тетрахлордифенилсульфоксида (ТХСО). *Б*—АДФ, препарат 3 (см таблицу) ТТФБ—2,2′-диокси-3,3′-динитро-5,5′дихлордифенилсульфид (НХСД); *В*—АДФ, препарат 4, ТТФБ и 2,2′-диокси-3,3′,—5,5Б′-тетрахлордифенилфоксид (ТХСД); *Г*—АДФ, препарат 1 и АДФ.

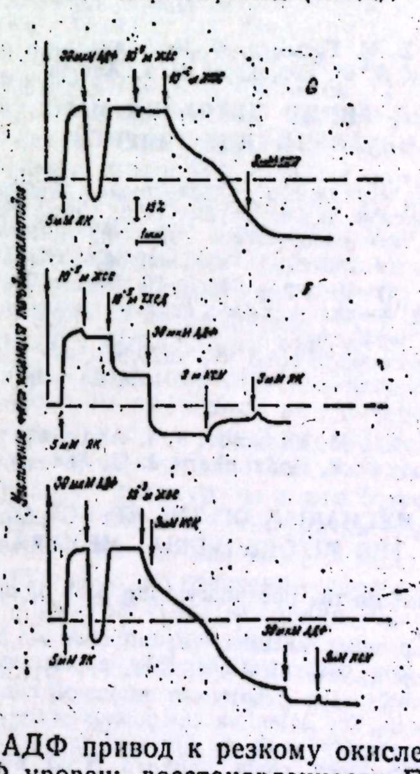


Рис. 3. Сопоставление редокс-изменения пиридиннуклеотидов в митохондриях печени крыс под действием 1-метокси, 2-окси, 3-фенилселенпропан; 2,2′-диокси-3,5′-3,′5′-тетрахлордифенилсульфида (ТХСД) и цианида калия (КCN). Среда инкубации: 2 *мМ* трис-HCl, pH=7,4; 0,3*М*—сахарозы, 0,5 *мМ* ЭДТА и 2,15 мг белка митохондрий в 1 мл.

ние АДФ привод к резкому окислению ПН, а затем по мере расхода АДФ уровень восстановленности ПН доходит до исходного значения. Что же происходит с ПН при добавлении ЖСС к митохондриям, находящимся в равновесном состоянии? На фоне восстановленных ПН низкие концентрации ЖСС не влияют на степень окисления ПН. Высокие концентрации ЖСС вызывают существенное окисление ПН и в дальнейшем не приводит к их восстановлению (рис. 3, *А, Б, В*). Одно из возможных предложений, которое касается этого механизма, заключается в том, что ЖСС являются, по-видимому, сильными акцепторами электронов и блокируют обратный перенос электронов в дыхательной цепи.

Эффект исследованных соединений сходен по характеру действия с ранее изученными соединениями селена и ингибируют участок дыхательной цепи мембран митохондрий между НАД и цитохромом.

Литература

1. Абдуллаев Г. Б., Касумов Х. М., Мамедов Ш. В. Фойгель А. Г. «ДАН Азерб. ССР», 1975, т. 31, № 10, 7. 2. Касумов Х. М., Кожокару А. Ф., Перелыгин В. В., Мамедов Ш. В. «ДАН Азерб. ССР», 1977, т. 33, № 10, 30. 3. Scheider W. J. Biol. chem., 1948, v. 176, 250. 4. Мосолова И. М., Горская И. А., Шольц К. Ф., Котельникова А. В. В сб. „Методы современной биохимии", „Наука". М., 1975, 45. 5. Lowry O. Rosenbrough N. S., Farr A. L., Randell R. J. J. Biol. Chem., 1951, v. 193, 265. 6. Lardy H. C., Wellman H. U. J. Biol. Chem. 1952, v. 195, 215. 7. Chance B., Hollunger. J. Amer. Chem. Joc., 1957, v. 79, 2970. 8. Boninsegna A. Ital. J. Biochem. 1976, v. 25, № 5, 349. 9. Chance B., Williams. G. R. J. Biol. Chem., 1955, v. 217, 409. 10. Chance B., Hollunger G. J. Biol. Chem., 1961, 236, 1534. 11. Кожокару А. Ф., Заславский Ю. А., Акоев И. Г. Мат-лы Всесоюзн. симпозиума. „Действие ионизирующей радиации на биомембраны, вып. 22, 1970. 12. Alexander K., Alger A., Steichivasan A. Biochim. Biophys. Acta., 1972, v. 283, 206. 13. Chance B., Magichare B. J. Biol. Chem., 1962, v. 237, 3540.

НЦ биол. исследований *Поступило 5. VI 1980*

h. Б. Абдуллаjев, Н. Х. Меhдиjев, Х. М. Гасымов, Ф. И. Абдуллаjев, Ш. В. Мәммәдов, Е. Ш. Мәммәдов, А. Ф. Кожакару, И. Г. Акоjев

СЕЛЕНИН ҮЗВИ БИРЛӘШМӘЛӘРИНИН МИТОХОНДРИJА МЕМБРАНЛАРЫНА ТӘ'СИР МЕХАНИЗМИНИН ТӘДГИГИ

Мәгаләдә митохондриjа вә пиридиннуклеотидләрдә оксидләшмәнин фосфорлашдырычы јолуна селен бирләшмәләринин тә'сири тәдгиг олунмушдур. Селен бирләшмәләринин митохондриjаларда оксиҝенин мәнимсәнилмәсинә еффектив тә'сири көстәрилмишдир. Селен бирләшмәләри ашағы гатылыгларда митохондриjаларын тәнәффүс процессини сүр'әтләндирир, даһа јүксәк гатылыгларда исә ($>10^{-3}$ м, АТФ-нин синтезини дајандырмагла тәнәффүс процессини ләнкидир. Селен бирләшмәләри пиридиннуклеотидләрин нәзәрә чарпачаг дәрәчәдә оксидләшмәсинә сәбәб олур ки, бу, јәгин, тәнәффүс процессиндә митохондриjа мембранларында НАД илә ситотром «в» арасында електронларын кериjә өтүрүлмәсинин арадан галдырылмасы илә әлагәдардыр.

G. B. Abdullayev, N. Kh. Mekhtiyev, Kh. M. Kasumov, F. I. Abdullayev, Sh. V. Mamedov, E. Sh. Mamedov, A. F. Kodzhokaru, I. G. Akoyev

THE INVESTIGATION OF THE MECHANISM OF THE EFFECT OF SELENOORGANIC COMPOUNDS ON THE MITOCHONDRIAL MEMBRANES

The effect of selenoorganic compounds on the phosphorylating path of oxidation was studied in mitochondria.

Selenium compounds were shown to produce an effective influence on the oxygen absorption rate in mitochondria. At low concentrations they accelerate and at high concentrations ($> 10^{-3}$ *M*) they inhibit the respiratory chain of control and emit mitochondria depressing ATP synthesis. The selenium compounds cause essential oxidation of pyridinnucleotides related apparently with the block of reverse electron transport in mitochondria membrane respiratory chain between NAD and cytocbrome b.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

БИОФИЗИКА

Акад. Д. А. АЛИЕВ, В. Ф. АДЫГЕЗАЛОВ

ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗИ БИОПОТЕНЦИАЛОВ КЛЕТОК ЛИСТЬЕВ НАЗЕМНЫХ ВЫСШИХ РАСТЕНИЙ С ДЫХАТЕЛЬНЫМ ПРОЦЕССОМ

Представление о природе биоэлектрических потенциалов (БЭП), которыми пользовались физиологи растений буквально до последнего времени, покоились на аналогии с представлениями о биоэлектрических явлениях в клетках животных. Предполагалось, что мембранный потенциал (МП) в растительных клетках определяется пассивной диффузией основных ионов (K^+, Na^+Cl^-) и система активного транспорта ионов (ионные насосы) вносит незначительный вклад в величину МП путем поддержки градиента концентрации ионов через мембраны, т. е. иными словами, ионные насосы являются электронейтральными.

Начиная с 60-х годов накопилось большое количество данных, которые не укладывались в рамки этих представлений и которые служили доказательством существования электрогенных насосов в растительных клетках. Однако эти сведения были получены в экспериментах с клетками водорослей, грибов и водных высших растений [1—4]. Представляет интерес выяснить, является ли существование электрогенных насосов общей закономерностью клеточного электрогенеза для всех видов растительных организмов, в частности для наземных растений? Поскольку проведение микроэлектродных измерений на клетках листьев наземных высших растений затруднено их анатомическими и морфологическими особенностями, мы в первую очередь разработали метод, позволяющий измерить внутриклеточный потенциал у клеток листьев интактных высших растений (подробнее см. [5, 6]). С помощью данного метода измерялись разности потенциалов (РП) между внутренним содержимым клетки листа и омывающим корень раствором целого растения пшеницы и кукурузы. Изучалась зависимость РП от действия различных факторов, влияющих на транспорт ионов через биологические мембраны. Результаты таких исследований изложены в данной статье.

В экспериментах использовали двухнедельные проростки пшеницы сорта Шарк и кукурузы сорта Улучшенный Закатальский, которые выращивали в водной культуре на полной питательной смеси Кнопа при искусственном освещении (48 тыс. эрг/см² сек). Продувание воздуха в корневую систему растений осуществлялось с помощью микрокомпрессоров типа МК-Л2. Измерения РП проводились по методике, описанной ранее [6]. При изучении действия ингибиторов метаболизма на РП на поверхность среза листа наносили каплю раствора соответствующего вещества. Следует отметить, что растворы ингибиторов приготовляли на водопроводной воде и значения рН раствора несущественно отличалось от такового в контроле. Для выяснения связи РП с метаболизмом клеток применялись следующие ингибиторы метаболических процессов: 2,4-динитрофенол (2,4—ДНФ), фторид натрия, амитал (натриевая соль этилизоамилбарбитуровой кислоты). Также изучалось влияние на РП диметилсульфоксида (ДМСО)—ионофора, действующего на проницаемость мембран. Время, на протяжении которого проводили измерения РП, выбирали таким образом, чтобы можно было бы четко проследить за кинетикой изменения РП под влиянием тех или иных факторов. Опыты повторяли 20 раз.

Используя внутриклеточный способ отведения биопотенциалов, регистрировались сравнительно высокие значения РП, которые достигали—140—160 мв у клеток палисадной паренхимы листа пшеницы и —180 ÷ —200 мв у кукурузы. Отметим, что в экспериментах с клетками листа Elodea наблюдались столь же высокие значения МП [3, 7]. По мнению авторов, чтобы объяснить высокий уровень МП с позиций пассивного транспорта ионов, необходимо допустить, что внутриклеточная концентрация какого-либо иона отличается от наружной на 4—5 порядков. Нереальность такой ситуации очевидна и поэтому. авторы приходят к выводу, что в формировании МП участвуют электрогенные насосы, осуществляющие перенос ионов против градиента электрохимического потенциала. Поскольку в изученных нами клетках регистрировались большие отрицательные значения РП, можно предположить, что, видимо, в их происхождении также существенную роль играют электрогенные насосы. Известно, что для поддержания работы электрогенного насоса требуется затрата метаболической энергии [8—10]. В качестве источника такой энергии могла бы служить АТФ, поставляемая дыхательным процессом. Поэтому для выяснения роли АТФ в образовании РП мы изучали действие на РП ряда ингибиторов метаболических процессов (см. раздел «Методика»), влияющие на дыхательные процессы в клетках. Прежде чем перейти к описанию результатов исследований, полученных при действии ингибиторов метаболизма, отметим, что мы проводили предварительные опыты с различными концентрациями ингибиторов. В основных экспериментах использовали те концентрации, при которых наблюдался наиболее отчетливый эффект.

В наших опытах по изучению действия 2,4-ДНФ 10^{-4} М) на РП было обнаружено, что этот ингибитор деполяризует РП как у пшеницы, так и у кукурузы со скоростью 50 мВ/мин, уменьшая значения потенциала от −155 до −55 мВ у пшеницы и от −190 до −30 мВ у кукурузы (рис. 1,А). Аналогичный эффект ДНФ наблюдался в ряде работ [11—13] и его связывают с подавлением активной составляющей МП клеток. Действие 2,4-ДНФ обратимо: при замене раствора ингибитора контрольным раствором (водопроводная вода) величина РП принимает исходное значение (рис. 1).

Как и в случае 2,4-ДНФ, при действии 10^{-1} М фторида натрия, специфического ингибитора фосфопируватгидратазы в реакции гликолиза [9], происходила сильная и обратимая деполяризация РП в среднем на 115 мВ у пшеницы и на 160 мВ у кукурузы (рис. 1, Б).

В отличие от 2,4-ДНФ и NaF при действии амитала уменьшение РП происходит сравнительно медленно, т. е. 13 мВ/мин у пшеницы и 15 мВ/мин у кукурузы (рис. 1, В). Не исключено, что умеренное снижение РП под действием амитала по сравнению с уменьшением ее при действии 2,4-ДНФ и NaF связано с тем, что этот ингибитор лишь частично подавляет дыхание [9].

Как видно из рис. 1, при действии ингибиторов метаболических процессов происходит значительная деполяризация РП. Отметим, что деполяризация мембран и соответственно уменьшение РП под действием ингибиторов метаболизма может быть следствием либо изменения активного транспорта определенных ионов через плазмалемму, либо изменения пассивной проницаемости последней, либо обеих причин одновременно. Поэтому мы изучали действие диметилсульфоксида (ДМСО)

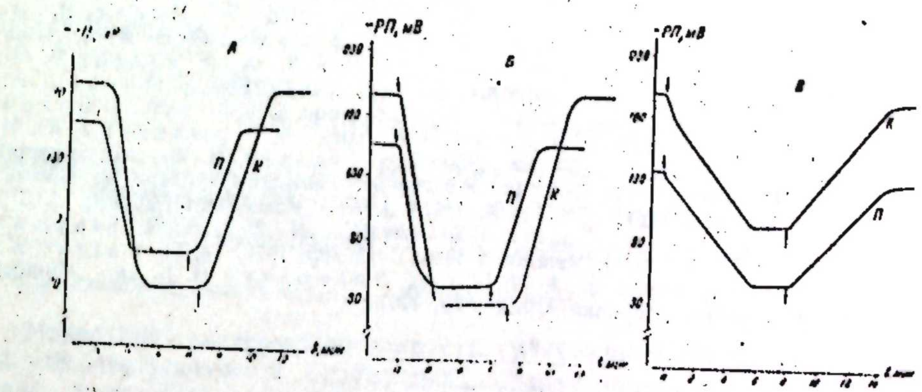


Рис. 1. Изменение РП клеток палисадной паренхимы листа пшеницы (П) и кукурузы (К) при действии 2,4-ДНФ (А), фторида натрия (Б) и амитала (В). Стрелка, направленная вниз указывает момент нанесения ингибитора; стрелка вверх—момент замены раствора ингибитора на контрольный раствор (водопроводная вода).

на РП. Как известно, это вещество существенно изменяет как проводимость искусственных фосфолипидных мембран, так и проницаемость мембран животных и растительных клеток [14, 15].

В наших опытах нанесение на срез листа 1%-ного раствора ДМСО сопровождалось деполяризацией РП в среднем на 15 мВ у пшеницы и 20 мВ у кукурузы. При этом на протяжении 50—60 сек РП достигала нового стационарного значения. Действие ДМСО обратимо (рис. 2).

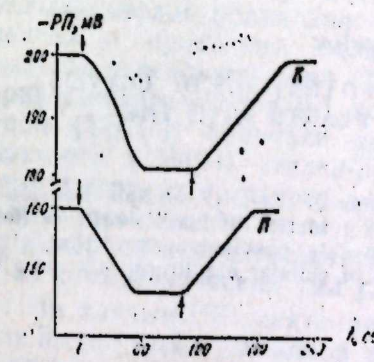


Рис. 2. Влияние ДМСО (1%) на РП клеток палисадной паренхимы листа пшеницы (П) и кукурузы (К). Стрелка вниз обозначает момент нанесения раствора ДМСО; стрелка вверх—момент замены раствора ДМСО на контрольный раствор.

На основании изложенных данных можно утверждать, что существенную деполяризацию поверхностных мембран и соответственно значительное уменьшение РП под действием ингибиторов метаболизма нельзя объяснить лишь изменением пассивной проницаемости мембран. Эти явления обусловлены, по-видимому, активным транспортом ионов, которые осуществляются электрогенным ионным насосом, энергетически обеспечивающимся дыхательным фосфорилированием.

Таким образом, приведенные результаты позволяют сделать вывод о существовании электрогенных насосов как общей закономерности клеточного электрогенеза для всех видов растений.

Литература

1. Spanswick R. M. Biochim. biophys. acta, 332,3, 1974. 2. Slayman C. L., Gradmann D. Biophys. J., 15, 9, 958, 1975. 3. Новак В. А., Иванкина Н. Г. „ДАН СССР", 212, № 5,1229, 1978. 4. Лялин О. О. В кн. „Ионный транспорт в растениях". „Наукова думка", 10, 1979. 5. Адыгезалов В. Ф., Гродзинский Д. М. Тез. докл. респ. конференции. Баку 6,1977. 6 Алиев Д А., Адыгезалов В Ф. „Изв. АН Азерб. ССР. серия биол.", № 3. 1980. 7. Spanswick R. M.] In „Ion transport in plants". New York. 8. Аршавский Ю. И. Успехи современной биологии", 50, 62, 1960. 9. Скулачев В. П. Аккумуляция энергии к клетке. „Наука", М., 1969. 10. Рэкер Э. Биоэнергетические механизмы: новые взгляды. Изд-во „Мир", 1979. 11. Dainty J. Ann. Rev. Plant Physiol., 13,379, 1962. 12. Higinbotham N. Ann. Rev. Plant Physiol., 24, 25,1973. 13. Slayman C. L., Long W. S. C. Yn. Lu. J. Membrane biol., 14, 4, 305, 1973. 14. Hennlges W., Dittman E. Ch. Experientia, 30, 1, 74, 1974. 15. Приходько Н. В. кн: „Ионный транспорт в растениях". „Наукова думка", 79, 1979.

АзНИИ земледелия МСХ Азерб. ССР

Поступило 29. X 1980

Ч. Ә. Әлиjев, В. Ф. Адыкөзәлов

JЕРҮСТҮ АЛИ БИТКИЛӘРИН JАРПАГ ҺҮЧЕJРӘЛӘРИНИН БИОПОТЕНСИАЛЛАРЫНЫН ТӘНӘФФҮС ПРОСЕСИ ИЛӘ ӘЛАГӘСИНИН ӨJРӘНИЛМӘСИ

Мәгаләдә кәнд тәсәррүфаты биткиләринин jарпаг һүчеjрәләринин мембран потенсиалына 2,4-ДНФ, натриум флорид, амитал вә диметилсулфоксидин тә'сиринин тәдгигиндән алынан нәтичәләр верилмишдир. Әдәбиjjат мәлуматларына вә өз тәдгигатларымыздан алынан мә'луматлара әсасланараг беләбир нәтичә чыхыр ки, електрокен «насосларынын» бүтүн битки нөвләриндә мөвчудлуғу һүчеjрә електрокенезинин умуми ганунауjғунлуғудур.

D. A. Aliev, V. F. Adygezalov

THE STUDY OF THE RELATION OF THE BIOPOTENTIALS OF LEAVE'S CELLS OF THE TERRESTRIAL HIGHER PLANTS WITH THE RESPIRATORY PROCESS

Results of the investigations about the influence of 2,4-DNF, sodium fluoride-amital and the dimethylsulfoxide on the membrane potential of leave's cells of the agricultural plants are given. From literary and own data conclusion about the existence of electrogenic pumps as the overall regularity of cellular electrogenesis for all species of plants is made.

АЗӘРБАJЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИJАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 678.742.2/004.69/:541:539.2

ХИМИЯ ПОЛИМЕРОВ

Р. М. АЛИГУЛИЕВ, Г. М. АЛИЕВ, Д. М. ХИТЕЕВА, Ф. А. АХУНДОВА, А. А. МАМЕДОВ

ВЛИЯНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ СТРУКТУРЫ ПОЛИОЛЕФИНОВЫХ ТЕРМОЭЛАСТОПЛАСТОВ НА ИХ ПОВЕДЕНИЕ В ОДНОРОДНОМ МЕХАНИЧЕСКОМ ПОЛЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР С. Д. Мехтиевым)

Известно, что термоэластопласты (ТЭП) обладают ярко выраженной микрогетерогенной структурой, которая определяет их основные физико-механические свойства [5]. Наличие „жестких" доменов в „мягкой основе", обусловливающих микрогетерогенность, обеспечивает специфику поведения данного полимерного материала в механическом поле сил. При этом жесткие домены играют роль как физических узлов эластомерной сетки, так и мелкодисперсного эффективного наполнителя. Возможность направленного регулирования структуры подобных полимерных систем, и в частности, ТЭП на основе полиолефинов, делает их удобными объектами для исследования механических свойств эластомеров. Поэтому представляет несомненный интерес исследование поведения полиолефиновых термоэластопластов в силовом механическом поле.

Структурные особенности ТЭП варьировали при помощи специальных методов получения: так линейные блок-сополимеры на основе этилена и пропилена, характеризуемые наличием полиэтиленовых участков в основной цепи (ТЭП-1), были синтезированы на катализаторах Циглера—Натта [6], термоэластопласты с разветвленной структурой (ТЭП-2) получали путем прививки к полиэтилену высокой плотности (ПЭВП) этилен-пропиленового эластомера, в присутствии структурирующего агента путем механического смешения, приготовлялись термоэластопласты (ТЭП-3), в которых взаимодействие между эластомерной и кристаллической фазами осуществлялось исключительно за счет физических сил [2].

По данным ИК-спектрометрии и рентгеноструктурного анализа [6] количество полиэтиленовой фазы для всех типов, используемых ТЭП составляло 40 масс. %. Динамико-механические характеристики данных полимерных материалов определялись на частотном релаксометре типа ДИП-1. Деформационные свойства изучались на разрывной машине типа ZM-40. Для точного расчета кривых „деформация—напряжение" большинство образцов перед механическими испытаниями были подвергнуты многократным циклам растяжения.

На рис. 1 приведены спектры внутреннего трения для полиолефиновых ТЭП, полученные при частоте $\omega = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ сек$^{-1}$. Наличие кристаллической фазы полиэтиленового типа у всех полиолефиновых

ТЭП приводит к снижению максимума проявления пика α-потерь и к его смещению в область более высоких температур по сравнению с исходным этилен-пропиленовым каучуком марки СКЭПТ-Э30. Наиболее заметное смещение α-перехода наблюдается у ТЭП-3, наименьшее—у ТЭП-1. При температурах выше проявления α-процесса релаксации наблюдается другой быстрый релаксационный процесс — α', наиболее ярко выраженный в образце ТЭП-3. Поскольку указанный переход не наблюдается в исходном СКЭПТ-Э30, то логично предполагать, что данный переход своим появлением обязан имеющимся в ТЭП полиэтиленовым доменам. При наличии химически связанных полиэтиленовых блоков в ТЭП-1 и ТЭП-2 наблюдается снижение максимума α'-потерь и при этом рост α-потерь и уширение пика тангенса угла механических потерь как следствие разнообразия в размерах структурных элементов, обусловливающих этот процесс. Природу релаксаторов, ответственных за быстрые и α'-процессы, определяли, используя уравнение $\tau_i = B_i e^{u_i/kT}$ и условие $\omega\tau = C$ (2), где u_i—энергия активации, B_i—предэкспоненциальный множитель; C—безразмерная величина, равная 10 [4]. Поскольку предэкспоненты B_i для этих процессов практически одинаковы ($B \approx 5\cdot10^{-12}$), то эта величина соответствует кинетическим единицам—сегментам. Большая разница в энергиях активации α и α'-процессов (табл. 1) свидетельствует о том, что сегментальное движение в адсорбированных слоях эластомерной фазы затруднено и зависит от характера полиэтиленовой фазы.

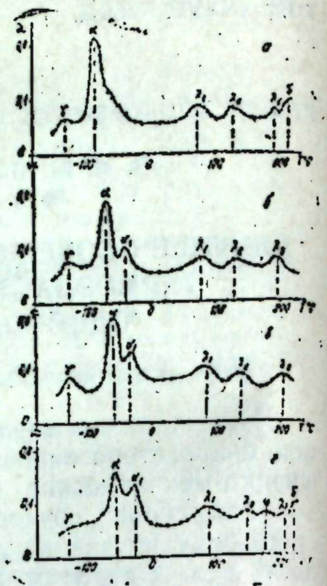


Рис. 1. Температурные зависимости коэффициента механических потерь исходного СКЭПТ (*а*) и термоэластопластов на его основе: ТЭП-1 (*б*); ТЭП-2 (*в*) и ТЭП-3 (*г*).

Для всех исследованных термоэластопластов были зафиксированы медленные переходы λ_1; λ_2 и λ_3. У ТЭП-3, полученных при помощи механического смешения с последующим структурированием наблюдаются дополнительно φ и δ-пики. Для каждого медленного релаксационного процесса определяли энергию активации u_i и предэкспоненциальный коэффициент (табл. 1).

Полученные расчетные данные показывают, что энергия активации первых трех медленных процессов релаксации для различных ТЭП составляет 52—54 кдж/моль и близка к энергии активации вязкого течения эластомеров. В то же время B_{λ_1}, B_{λ_2} и B_{λ_3} оказываются значительно больше, чем коэффициент, характерный для времени релаксации, связанного с подвижностью сегментов (B_α; $B_{\alpha'}$) и показывают, что существуют эластомерные микроблоки различных размеров. Можно предполагать, что разрушение и образование упорядоченных микрообластей осуществляется путем отщепления и присоединения сегментов в качестве отдельных кинетических единиц [3].

Таким образом, динамические спектры внутреннего трения указывают на множественность релаксационных переходов в полиолефиновых термоэластопластах. Сложность и многообразие структурных

Таблица 1

Релаксационные характеристики сшитого СКЭПТ и полиолефиновых ТЭП при 20°С

Материал	Процесс релаксации	α	λ_1	λ_2	λ_3	α	φ	δ
СКЭПТ	τ, сек	$3{,}41\cdot10^{-4}$	$1{,}41\cdot10^{5}$	$1{,}32\cdot10^{4}$	$1\cdot10^{5}$	—	$2{,}1\cdot10^{7}$	$4{,}47\cdot10^{10}$
	u, кдж/моль	50	54	54	54	—	—	120
	B_1 сек	$5\cdot10^{-12}$	$3\cdot10^{-6}$	$2{,}6\cdot10^{-5}$	$2{,}1\cdot10^{-4}$	—	—	$1{,}4\cdot10^{-13}$
ТЭП-1	τ, сек	0,1	$1{,}58\cdot10^{3}$	$2{,}5\cdot10^{5}$	$1{,}57\cdot10^{4}$		—	—
	u, кдж/моль	52	53	53	53	61	—	—
	B_1 сек	$5\cdot10^{-12}$	$4\cdot10^{-6}$	$1{,}3\cdot10^{-5}$	$8{,}9\cdot10^{-4}$	$5\cdot10^{-12}$	—	—
ТЭП-2	τ, сек	$7{,}4\cdot10^{-4}$	$1{,}25\cdot10^{6}$	1,5[illegible]$\cdot10^{5}$	$1{,}26\cdot10^{4}$	1,12	—	—
	u_1 кдж/моль	56	52	52	52	63	—	—
	B_1 сек	$5\cdot10^{-12}$	$3{,}8\cdot10^{-6}$	$6\cdot10^{-5}$	$5{,}6\cdot10^{-4}$	$5\cdot10^{12}$	—	—
ТЭП-3	τ_1 сек	0,1	$1{,}53\cdot10^{4}$	$2{,}5\cdot10^{5}$	$1{,}57\cdot10^{3}$	3,16	$1{,}26\cdot10^{5}$	$1{,}6\cdot10^{10}$
	u_1 кдж/моль	57	54	54	54	65	93	134
	B_1 сек	$5\cdot10^{-12}$	$5{,}4\cdot10^{-6}$	$5{,}6\cdot10^{-5}$	$4{,}8\cdot10^{-4}$	$5\cdot10^{12}$	$7{,}6\cdot10^{-9}$	$1{,}6\cdot10^{-15}$

релаксаторов, обусловливают специфику их деформационных свойств при одноосном растяжении. Кривые растяжения исследованных материалов представлены на рис. 2, из которого видно, что характер поведения термоэластопластов при одноосном растяжении независимо от химического строения является типичным для каучукоподобных веществ. При больших деформациях наблюдается направленный характер изменения структуры материала, которая перестраиваясь, приобретает энергетически выгодную форму. Структурные параметры при деформации ТЭП рассчитывались по уравнению Муни—Ривлина:

$$f = (C_1 + C_2\lambda)(\lambda - \lambda^{-2}), \qquad (3)$$

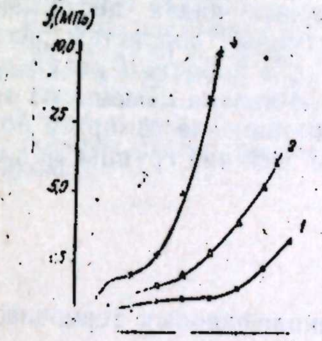


Рис. 2. Деформационные кривые термоэластопластов: *1*—ТЭП-1; *2*—ТЭП-2; *3*—ТЭП-3

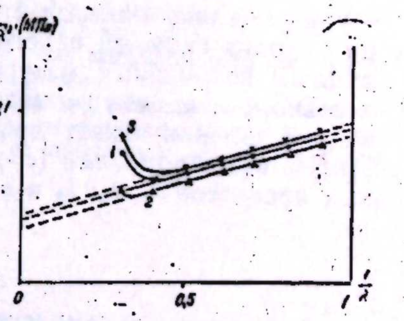


Рис. 3. Определение констант эластичности по уравнению Муни—Ривлина: *1*—ТЭП-1; *2*—ТЭП-2; *3*—ТЭП-3

где f—условная нагрузка; λ—степень растяжения образца; C_1 и C_2—константы эластичности.

Если принять во внимание, что полиэтиленовые домены играют роль активного усилителя, то каучуковая фаза деформируется неоднородно вследствие адгезии к твердой поверхности и поэтому видимая деформация меньше локальных деформаций цепей пространственной сетки.

Отношение средней локальной деформации к общей деформации равно отношению модулей Юнга для исходного и содержащего полиэтиленовую фазу эластомеров в соответствии с уравнением Гута—Смоквуда:

$$E = E_0 (1 + 2{,}5\varphi + 14{,}1\varphi^2), \qquad (1)$$

где φ—объемная доля наполнителя; E_0—модуль упругости исходного эластомера.

Вычисленная поправка учитывалась при анализе эластических свойств в терминах феноменологического подхода Муни—Ривлина. Деформационные зависимости от напряжения, обработанные в соответствии с этим уравнением, приведены на рис. 3. В области растяжений $\lambda \sim 2$—5 зависимости линейны, причем константа мало зависит от содержания полиэтиленой фазы, а константа несколько увеличивается для ТЭП-3, что, по-видимому, связано с наличием небольшого количества химической сшивки, образующейся при получении этого материала (табл. 2). При больших деформациях зависимости перестают

Таблица 2

Материал	Константы МПа	
	$2C_1$	$2C_2$
СКЭПТ	0,24	0,59
ТЭП-1	0,28	0,62
ТЭП-2	0,28	0,62
ТЭП-3	0,31	0,64

быть линейными и на них наблюдается резкий подъем. Совместное рассмотрение динамико-механических свойств и анализа по уравнению Муни—Ривлина показывает, что при различных видах деформации происходит сложная перегруппировка структурных подсистем исследуемых полимерных материалов, приводящая в конечном результате к резкому подъему на зависимостях Муни—Ривлина. Главную роль в этом явлении играет специфика взаимодействия эластомера с полиэтиленовыми доменами (α'-процесс), а также наличие группы медленных процессов λ_1; λ_2; λ_3 и φ-процессов.

Выводы

1. Изучены динамические свойства полиолефиновых термоэластопластов.

2. Показана сложность взаимодействий структурных подсистем термоэластопластов, независимо от способов их получения.

3. Найдена множественность релаксационных переходов, причем наиболее богатый спектр наблюдается у ТЭП-3.

4. Произведена обработка деформационных свойств в терминах феноменологического подхода Муни—Ривлина.

Литература

1. Авт. свид. СССР, № 718451 БИ. 8, 1977. 2. Алигулиев Р. М., Алиев Г. М., Хитеева Д. М., Ахундова Ф. А. «ДАН Азерб. ССР», 7, 1980. 3. Бартенев Г. М., Кучерский А. М. ВМС, А 12, 794, 1970. 4. Бартенев Г. М., Лялина Н. М. ВМС, Б 18, 350, 1976. 5. Мэнсон Д., Сперлинг Л. Полимерные смеси и композиты. «Химия». М., 119, 1979. 6. Сеидов Н. М., Алигулиев Р. М., Аббасов А. И. ВМС, А 11, 2107, 1969.

АМИ им. Н. Нариманова

Поступило 12. XI 1980

Р. М. Әлигулијев, Г. М. Әлијев, Д. М. Хитејева, Ф. А. Ахундова, Ә. А. Мәммәдов

БИРЧИНСЛИ МЕХАНИКИ САҺӘДӘ ПОЛИОЛЕФИН ТЕРМОЕЛАСТОПЛАСТЫН ГУРУЛУШ ХҮСУСИЈЈӘТЛӘРИНИН ХАССӘЛӘРИНӘ ТӘ'СИРИ

Мәгаләдә мүхтәлиф кимјәви гурулуша малик олан полиолефин термоеластопластын динамик хүсусијјәтләри өјрәнилмишдир. Тәдгиг олунан термоеластопластларын (ТЕП) һамысында хејли мигдарда релаксасија просесләри кечидләри мүшаһидә олунмушдур. Мүәјјән едилмишдир ки, мүхтәлиф кечидләр ичәрисиндә α вә α^1 просесләри сүр'әтли (> 1 *с*. λ_1, λ_2, λ_3, φ вә δ просесләри исә зәиф (< 1 *с*) кедир.

Бүтүн просесләр үчүн енержи активләшмәси һесабланмыш вә мүхтәлиф гурулушлу термоеластопластларын сегментал јүрүклүјү мүәјјән едилмишдир. Муни-Ривлин тәнлијиндән истифадә едәрәк еластиклик сабитинин гијмәти тә'јин едилмишдир. Јүксәк деформасијаларда Муни-Ривлин тәнлијиндән кәнара чыхма мүшаһидә едилмишдир.

R. M. Aliguliyev, G. M. Aliyev, D. M. Khiteyeva, F. A. Ahundova, A. A. Mamedov

INFLUENCE OF STRUCTURAL PECULIARITIES OF POLYOLEFIN THERMO-ELASTIC PLASTICS ON THEIR BEHAVIOUR IN HOMOGENEOUS MECHANICAL FIELD

The purpose of this study was to investigate the dynamic properties of Polyolefin Thermo-Elastic plastics (TEP) with different chemical structures under homogeneous mechanical fields. Various relaxational transitions were observed with the different types of (TEP) materials. Fast transitions (>1 sec) related α and α' processes, and slow transitions (< 1 sec) related λ_1, λ_2, λ_3, and δ processes.

The energy of activation for the different TEP was calculated, and the role of segmental movements of these structural units was shown.

The constants of elasticity were found using Muni—Rivlin's equation. Deviations dependent on Rivlin's equations were due to the large deformations of the polymer materials studied, because of the complexity of interactions of the structural subsystems.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 641.6.64

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Ф. М. НАСИРОВ, Ф. Р. ХАЛАФОВ, З. М. АЛИЕВА, Н. Е. МЕЛЬНИКОВА,
акад. Т. Н. ШАХТАХТИНСКИЙ

КОНКУРИРУЮЩАЯ РЕАКЦИЯ ПРИ ИНИЦИИРОВАНИИ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ ВИНИЛМЕЗИТИЛЕНА КИСЛОТАМИ ЛЬЮИСА

Вопрос об участии промежуточных комплексов в реакциях инициирования катионной полимеризации виниловых мономеров с использованием кислот Льюиса является предметом многих исследований и дискуссий.

Однако до сегодняшнего дня он остается открытым, а литературные данные, указывающие на существование этих комплексов, носят предположительный характер и требуют прямого доказательства.

Исследуя механизм инициирования катионной полимеризации на модельных винилароматических соединениях, Сигволт и др. [1] показали, что при высоких значениях отношения мономера к катализатору реакция инициирования не происходит, в то время, как при меньших значениях этого отношения реакция имеет место.

В другой работе [2] полагалось, что между мономером и катализатором образуются комплексы и реакция комплексообразования является конкурирующей со стадией инициирования, но возможность образования достаточно стабильных комплексов, препятствующих реакциям инициирования и роста полимерной цепи, авторы ставили под сомнение.

В ранней нашей работе [3] исследованы электронные спектры реакционной смеси, состоящей из 1,1-дифенилэтилена, метиленхлорида, этилалюминийдихлорида, и показано, что до соотношения концентраций 1,1-дифенилэтилена и этилалюминийдихлорида, равного единице и больше ([M] $\gg$ [C]), реакция инициирования не имела места, а протекало комплексообразование, причем образовывались комплексы переменного состава с областью поглощения 330—360 нм, в зависимости от соотношения компонентов реакционной смеси.

При дальнейшем уменьшении соотношения 1,1-дифенилэтилена и этиламонийдихлорида ([M] $\ll$ [C]) после достижения максимума 360 нм протекала реакция инициирования и образовывались конечные димерные продукты.

Надо отметить, что во всех цитированных работах были использованы модельные винилароматические соединения, для которых запрещены реакции роста цепи.

В работе [4], изучая полимеризацию изобутилена на ванадийтетрахлориде с применением метода УФ-спектроскопии, авторы пришли к заключению об образовании комплексов с переносом заряда между изобутиленом и ванадий тетрахлоридом.

В настоящей работе приводятся исследования УФ-спектров полимеризационной системы, состоящей из винилмезитилена, этилалюминийхлорида и метилхлорида.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Винилмезитилен, очищенный по обычной методике, подвергался вакуумной дистилляции над гидридом кальция и собирался над расплавленной окисью бария в сосуд на вакуумной установке [5]. Хлористый метилен, очищенный и осушенный по известной методике, перегонялся

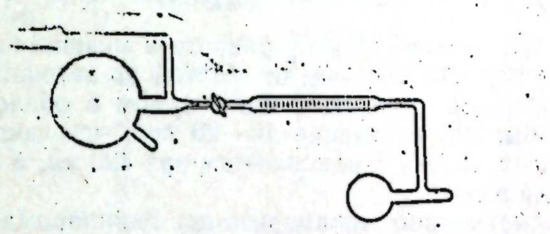


Рис. 1. Установка дозировки реагентов

в сосуд на вакуумной установке и сохранялся над окисью бария. Этилалюминийдихлорид был синтезирован по методике [6]. Дозирование реагентов осуществлялось на установке, приведенной на рис. 1. Электронные спектры снимались на приборе Specord UVVJS Carl Zeiss, DDR в вакуумных кварцевых кюветах.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

На рис. 2 приведены электронные спектры реакционной смеси, состоящей из винилмезитилена, этилалюминийдихлорида и метиленхлорида, использованного в качестве растворителя. Абсорбционные полосы

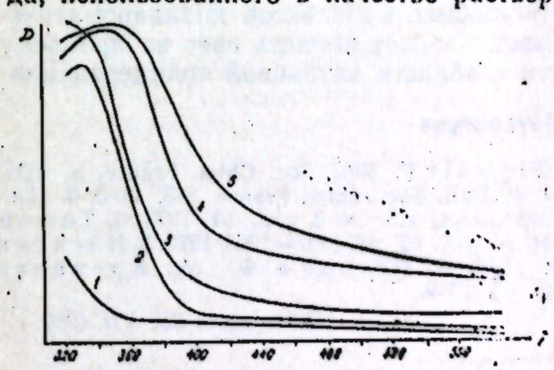


Рис. 2. Электронные спектры реакционной смеси, состоящей из винилмезитилена, этилалюминийдихлорида и метиленхлорида

1,2,3,4,5 соответствуют различным соотношениям исходных концентраций винилмезитилена [M] и этилалюминийдихлорида [C], причем значение [M]/[C] уменьшается до единицы в порядке возрастания порядковых номеров.

Как видно из приведенного рис. 2, изменение соотношения [M]/[C] от бесконечности до единицы приводит к появлению, а затем к смещению абсорбционной полосы с максимумом поглощения в области 330—356 нм. Также установлено, что при соотношениях [M]/[C] $>$ 1 в системе не протекают реакции инициирования и роста цепи.

На основании этих наблюдений высказано предположение, что в полимеризационной системе, состоящей из 2,4,6-триметилстирола (винилмезитилена), этилалюминийдихлорида и метиленхлорида, существует равновесие между свободными винилмезитиленом, этилалюминийдихлоридом и их комплексом, т. е. имеет место:

$$nM + mC \rightleftarrows [nM \cdot mC]$$

Причем, это равновесие имеет место только при значениях $[M]/[C] \geqslant 1$, а при значениях его $\leqslant 1$ наблюдаются реакции инициирования и роста цепи.

Наблюдаемое смещение максимума полосы поглощения (330—356 нм), при изменении соотношения $[M]/[C]$ в пределах значения $\geqslant 1$, вероятнее всего, связано с образованием комплексов с переносом заряда переменного состава.

Только при достижении соотношения $[M]/[C]$, равного и меньше единицы, наблюдается изменение окраски системы от желтой до зеленой с появлением широкой абсорбционной полосы с максимумом в области 610—620 нм, которая очень быстро, в течение 10—20 сек, исчезает и появляется новая абсорбционная полоса с максимумом при 426 нм, а система окрашивается в красный цвет.

Ранее при исследовании катионной полимеризации винилароматических мономеров было показано [5], что абсорбционная полоса с максимумом при 410—426 нм ответственна за образование комплексов с переносом заряда между поливинилароматическими соединениями и кислотами Льюиса.

Таким образом, на примере исследования реакции инициирования катионной полимеризации винилмезитилена с использованием этилалюминийдихлорида в качестве катализатора в среде метиленхлорида установлено, что при постоянном изменении соотношения $[M]/[C]$ величин $\geqslant 1$ образуется комплекс с переносом заряда ($\lambda_{max} = 356$ нм) между винилароматическим мономером и кислотой Льюиса и что эта реакция конкурирует с реакцией инициирования цепи.

Образование достаточно стабильных комплексов винилароматических мономеров с кислотами Льюиса может пролить свет на проблему малой каталитической активности в области катионной полимеризации.

Литература

1. Souvet G., Vairon J. P., Sigwalt P. Bull. Soc. Chim. France, p. 4031 1970. 2. Charadame H., Sigwalt P. Bull. Soc. chim. France, 843, 1970. 3. Насиров Ф. М., Халафов Ф. Р. „Азерб. хим. ж.", № 3, стр. 54, 1973. 4. Toman L., Marek M., Jokl J. Polym. Sci., Part A., vol. 12, pp. 1897—1903, 1974. 5. Насиров Ф. М. Азерб. хим. ж.", № 2, стр. 81, 1972. 6. Насиров Ф. М., Кренцель Б. А. и др. „Азерб. хим. ж." № 3, стр. 65, 1969.

ИТПХТ

Поступило 25. VII 1980

Ф. М. Нәсиров, Ф. Р. Хәләфов, Н. Ј. Мелникова, З. М. Әлијева, Т. Н. Шаһтахтински

ЛУИС ТУРШУЛАРЫ ИШТИРАКЫНДА ВИНИЛМЕЗИТИЛЕНИН ПОЛИМЕРЛӘШМӘСИ ПРОСЕСИНДӘ ПАРАЛЕЛ РЕАКСИЈАЛАР

Метилен хлорид муһитиндә етилалуминиумдихлорид катализаторунун иштиракы илә винилмезитиленин катион полимерләшмәсиндә актив мәркәзин әмәлә кәлмәси реаксијасынын тәдгиги мисалында мүәјјән олунмушдур ки, катализаторун вә мономерин гатылыг нисбәтинин $>$ 1-ә гәдәр тәдричи дәјишмәси нәтичәсиндә винилароматик мономер илә Луис туршусу арасында јүкүн көчүрүлмәси илә комплекс әмәлә кәлир.

Еһтимал олунур ки, бу реаксија зәнчирин әмәләкәлмә реаксијасы илә паралел кедир.

F. M. Nasirov, F. R. Khalafov, Z. M. Alieva, N. E. Melnikova, T. N. Shakhtakhtinsky

COMPETING REACTION ON INITIATION OF VINYLMESITYLENE POLYMERIZATION BY LEWIS ACIDS

By the example of investigation of initiation reaction of vinylmesitylene cationic polymerization with using of ethylaluminiumdichlorije as a catalyst in methylene chloride medium it has been established that on gradual change of ratio of monomer concentration and a catalyst to the value of $\geqslant 1$ the complex with charge transfer ($\lambda_{max} = 356$ nm) is formed between vinylaromatic monomer and Lewis acid.

It has been suggested that this reaction competes with reaction of chain initiation.

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 681. 3

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

С. В. ПОПОВ, Б. Р. СЕРЕБРЯКОВ

О ВЕДЕНИИ ИНФОРМАЦИОННОЙ БАЗЫ ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ЭВМ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. А. Далиным)

Эффективность решения задач моделирования и оптимизации технологических процессов во многом зависит от трудоемкости и качества изготовления программо-математического обеспечения ведения массивов (файлов), то есть от ведения информационной базы (ИБ).

Описанные в [1—5] системы интегрированной переработки данных различаются структурой ИБ. Эти системы разрабатывались в основном для решения экономических задач, поэтому их использование в инженерных расчетах нецелесообразно из-за дополнительных затрат, связанных с освоением и внедрением этих систем.

В работе предлагается пакет программ по ведению ИБ задач моделирования (ППВИБ), доступный пользователям-непрограммистам (химикам, технологам и т. д.).

1. Теоретико-множественное описание ИБ

В основу разработки ППВИБ положена следующая теоретико-множественная модель ИБ.

Пусть B—конечное множество элементов информации (под элементом информации (ЭИ) будем понимать любую последовательность алфавитно-цифровых символов), P—конечное множество информационных признаков. Легко построить инъективное отображение $\alpha: B \to P$, которое можно назвать функцией индексирования ЭИ. Под записью $Z^к$ будем понимать упорядоченную совокупность ЭИ:

$$Z^к = (b_1^к, b_2^к, \ldots, b_m^к), \; b_j^к \in B, \; j = \overline{1, m},$$

где m—число ЭИ в записи, $к$—номер записи. Две записи Z^l и Z^r являются записями одного типа, если:

а) $\forall l \neq r \; |Z^l| = |Z^r|$,

б) $\forall l \neq r \; \forall j \, |b_j^l| = |b_j^r|$,

где символами $||$ обозначена длина ЭИ.

Пусть N—число записей одного типа, тогда справедливо

$$B \subseteq Z, \; Z = \bigcup_{к=1}^{N} Z^к.$$

Множество Z есть информационный файл.

Введем понятия описаний ЭИ, записи и файла. Описанием ЭИ $b_j^к \in B$ назовем совокупность $s_j = s_j^1 \cup s_j^2 \vee s_j^1 \vee s_j^2$, где $s_j^1 = (P_j, t_j, f_j, h_j)$ — характеристики основных ЭИ, $S_j^2 = (P_l, t_j, a_j, d_j)$—характеристи-

ки дополнительных ЭИ: $i > m$; P_l, $P_j \in P$; t_j—формат ЭИ; f_j—интервал изменения количества символ в ЭИ $b_j^к$; h_j—интервал значений, которые может принимать $b_j^к$; a_j—адрес $\Delta b_j^к$ в записи $Z_l^к$; $\Delta b_j^к \subseteq b_j^к$; $d_l = |\Delta b_j^к|$.

Описание записи есть матрица $S_z = (S_1, S_2, \ldots, S_m)^т$, где m—символ транспонирования.

Под описанием файла будем понимать совокупность $S = S_0 \cup S_z$, где $S_0 = (I, D_z, D_в, R_1, R_2)$—характеристики файл в целом: I—идентификатор файла, $D_z = |Z^к|$—длина записи, $D_в = nD_z$—длина блока (n—целое положительное число), R_1 и R_2—разделители ЭИ и записей.

Множества Z, P, S и функция α определяют некоторую ИБ.

2. Принцип построения и состав ППВИБ

При определении форм представления данных, принципов построения пакета, его структуры и алгоритмического состава учитывались требования, предъявляемые к пакетам прикладных программ [6]. Программы пакета имеют возможность работы со всеми форматами данных, используемыми в ДОС/ЕС.

В состав пакета, имеющего модульную структуру [7], входят:

—программа ведения описаний файлов на магнитном диске (ПВОФ);

—программа создания файлов на магнитной ленте (ПСФ);

—программа корректировки файлов (ПКФ);

—программа распечатки файлов (ПРФ);

—программа подготовки магнитной ленты для обработки файлов (ППМЛ).

ПВОФ предназначена для создания, корректировки (пополнения) описаний файлов, выдачи справок об описаниях, распечатки нужных описаний файлов. Описания файлов хранятся в специальном файле описаний файлов (ФОФ) на магнитном диске.

ПСФ настраивается на создание конкретного файла, используя его описание, хранящееся в ФОФ. Настройка производится путем корректировки внутренних таблиц описаний файлов (таблиц DTF). Программа может создать как однофайловый, так и многофайловый том. Для поиска файла по его идентификатору или конца тома и открытия файла (как входного, так и выходного) используется программа ППМЛ.

ПКФ позволяет корректировать ЭИ в записи и целые записи. ПРФ дает возможность распечатать файл в виде, удобном для визуального контроля содержимого любых ЭИ. Работа с ППВИБ проводится в режиме диалога на пишущей машинке.

Лингвистическое обеспечение ППВИБ представлено следующими языками: языком описания файлов, используемым для описания работы с ФОФ; языком создания файлов, на котором записывается задание на создание файла; языком корректировки файлов, дающим возможность описать корректировку файла; языком распечатки файлов, описывающим запрос на распечатку файла. Пакетом контролируется правильность записи синтактических конструкций языков.

Для работы ППВИБ требуется минимальный комплект оборудования ЭВМ ЕС-1022.

Эксплуатация ППВИБ показала его высокую эффективность при ведении процессов на ЭВМ.

Литература

1. Артюкевич А. А. и др. Создание и использование банков данных АСУП. «Статистика». М., 1977. 2. Мартин Дж. Организация баз данных в вычислительных системах, 616. «Мир», 1978. 3. Брусенков И. В. и др. В сб. «Алгоритмы и организация решения экономических задач», вып. 6. «Статистика». М., 1975. 4. Рудкина Л. В. и др. В сб. «Алгоритмы и организация решения экономических задач», вып. 8. «Статистика», М., 1976. 5. Келехсаев А. А., Беляев А. П. Система интеграции и обработки данных СИОД-1, СИОД-2. «Статистика». М., 1977. 6. Заполоцкий Д. Е., Карпенко С. Н. и др. Принципы построения и архитектуры пакета прикладных программ. УСиМ, № 1,8—14, 1978. 7. Липаев В. В., Филипович В. В. Принципы и правила модульного построения сложных комплексов программы АСУ, УСиМ, № 1, 15—22, 1975.

ВНИИолефин *Поступило 23. VI 1980*

С. В. Попов, Б. Р. Серебрјаков

ЕҺМ-дә ТЕХНОЛОЖИ ПРОСЕСЛӘРИН МОДЕЛЛӘШДИРИЛМӘСИ МӘСӘЛӘЛӘРИНИН МӘ'ЛУМАТ БАЗАСЫНЫН ТӘТБИГИНӘ ДАИР

Мәгаләдә мә'лумат базасынын чохчәһәтли нәзәри модели верилмишдир. Бунун әсасында технологи просесләрин моделләшмәси мәсәләсинин һәлл етмәк үчүн мә'лумат програмы пакети јарадылмышдыр. Пакетин садәлији, ондан истифадә едәнләр үчүн (кимјачылар, технологлар вә б) чох сәрфәлидир.

S. V. Popov, B. R. Serebryakov

ON THE INTRODUCTION OF INFORMATIONAL BASE OF TECHNOLOGICAL PROCESSES SIMULATION PROBLEMS ON ECM

The paper presents a set-theoretic model of informational base on the strength of which a stack of programs has been developed to handle the informational base for simulating technological processes. The simplicity of the stack makes it accessible for any non-programmer user (chemist, process engineer, etc.).

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 631.41:631.811+631.452

АГРОХИМИЯ

Чл.-корр. А. Н. ГЮЛЬАХМЕДОВ, Н. А. АГАЕВ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ МИКРОЭЛЕМЕНТОВ В ЛУГОВО-ЛЕСНЫХ ПОЧВАХ И РАСТЕНИЯХ БОЛЬШОГО КАВКАЗА (В ПРЕДЕЛАХ АЗЕРБ. ССР)

Для всестороннего подъема сельскохозяйственного производства важная роль принадлежит химизации, неотъемлемой частью которой является изучение содержания микроэлементов в различных почвах и растениях и, исходя из этих исследований, применение микроэлементов в виде микроудобрений. Поэтому в задачу исследований входило изучение содержания микроэлементов в лугово-лесных почвах и растениях Большого Кавказа Азерб. ССР. Полевые и лабораторные исследования проводились в течение пяти лет (1968—1972 гг.). Были исследованы многочисленные образцы из лугово-лесных выщелоченных почв и растений из разных районов Большого Кавказа (территория Азерб. ССР). Закладка почвенных разрезов на типичных ландшафтах и сбор почвенных и растительных образцов были проведены по следующим профилям (закладка профилей производилась на всей территории на участках наиболее типичных для исследуемого ландшафта, на каждом профиле длиной в 1 км закладывался 1 разрез до обнажения почвообразующих пород и вокруг профиля были собраны по 20 смешанных почвенных образцов из пахотного слоя с глубины 0—20 см).

Профиль 8. Закатальский район, левобережье Талачай—100—150 м от шоссейной дороги. Типы ландшафта—низинно-лесные. Виды—низинная слабонаклонная поверхность с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Профиль 12. Закатальский район, с. Алибайрамлы, пашни. Типы ландшафта низинно-лесные. Виды — пойменные террасы с дубовыми лесами, с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Профиль 13. Закатальский район. Государств. сад. сорт — испытательный пункт. Типы ландшафта низинно-лесные. Виды — пойменные террасы с дубовыми лесами, с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Профиль 16. Кахский район, с. Гум, пашни. Типы ландшафта—редколесные кустарниковые. Виды — низинный кустарниковый ландшафт с господством держи-дерева и с фрагментами малокарбонатными среднегумусными почвами.

Профиль 27. Варташенский район, с. Хачмас. Типы ландшафта—низинно-лесные. Виды — низинные равнины с лугово-лесной (вторичной послелесной) кустарниковой растительностью с лугово-лесными измененными орошением почвами.

Профиль 164. Кахский район, с. Мугал. Типы ландшафта—низинно-лесные. Виды — пойменные террасы с дубовыми лесами, с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Среднее содержание подвижных форм микроэлементов в лугово-лесных выщелоченных почвах и растениях Большого Кавказа (в пределах Азерб. ССР)

№ профиля	Колво почв. обр.	Почва						Растения						КБП					
		Mn	Cu	Zn	Co	Mo	B	Mn	Cu	Zn	Co	Mo	B	Mn	Cu	Zn	Co	Mo	B
8	4	8,1	3,4	2,3	0,50	0,01	0,7	4,5	5,9	4,7	0,40	0,01	2,4	0,56	1,74	2,04	0,80	0,01	3,43
12	8	4,1	3,0	0,01	0,64	2,2	1,2	7,9	6,3	7,4	0,43	0,01	2,1	1,93	2,1	0,01	0,67	0,01	1,75
13	6	18,53	3,18	3,4	0,76	0,01	1,1	19,7	3,4	5,3	0,67	0,01	2,0	1,06	1,07	1,56	0,88	0,01	1,82
16	10	3,6	2,2	1,9	0,69	0,2	0,8	Не определено											
27	7	6,9	1,0	0,3	0,16	1,7	0,01	"			"								
164	6	16,7	1,9	3,2	0,69	0,01	0,4	"			"								
72	9	7,6	2,9	1,1	0,33	0,8	0,8	8,6	5,5	1,0	0,50	0,5	1,5	1,13	1,90	0,91	1,51	0,62	1,87
73	7	4,2	2,9	1,7	0,48	0,5	1,4	7,0	3,0	0,01	0,70	0,01	0,6	1,67	1,03	0,01	1,46	0,01	0,43
81	10	18,6	4,7	1,8	0,70	0,01	1,5	11,7	5,4	1,6	0,57	0,01	1,5	0,63	1,15	0,89	0,81	0,01	1,0
152	6	8,5	2,8	3,4	0,09	1,0	0,01	1,1	4,4	1,6	0,46	0,2	0,9	0,13	1,57	0,39	0,01	0,2	—
156	5	4,7	1,8	6,3	0,35	0,01	2,7	5,0	4,6	3,1	0,68	0,01	1,1	1,06	2,56	1,72	1,94	0,01	0,41
157	4	8,2	2,5	1,3	0,50	0,01	3,5	7,4	4,0	3,0	0,58	0,01	1,8	0,90	1,60	2,30	1,16	0,01	0,51
161	10	12,5	6,1	3,4	0,33	0,01	1,3	6,9	4,4	1,5	0,65	0,01	1,3	0,55	0,72	0,44	1,97	0,0	1,0
Среднее	92	9,40	2,95	2,19	0,48	0,50	1,19	7,98	4,69	2,92	0,56	0,35	1,52	1,42	1,57	1,22	1,20	0,0	1,39
Откл. от		5,80	1,95	1,89	0,39	0,49	1,18	6,88	1,69	2,91	0,16	0,07	0,92	1,29	0,85	0,83	0,55	0,0	0,9
средн. = ±		9,20	3,15	1,91	0,28	1,7	0,31	11,72	1,61	4,48	0,14	0,42	0,88	4,58	0,99	1,08	0,75	0,6	2,1

Профиль 72. Белоканский район, с. Ити-тапа. Типы ландшафта—низинно-лесные. Виды — пойменные террасы с дубовыми лесами, с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Профиль 73. Белоканский район, с. Пушчала, около Исти-су (теплая вода). Типы ландшафта — низинно-лесные. Виды — пойменные террасы с дубовыми лесами с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Профиль 81. Закатальский район, левобережье Джаннарачай. Типы ландшафта — низинно-лесные. Виды — пойменные террасы с дубовыми лесами с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Профиль 152. Белоканский район, с. Пуштала. Типы ландшафта — низинно-лесные. Виды — пойменные террасы с дубовыми лесами, с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Профиль 165. Закатальский район, с. Мышлеш. Типы ландшафта низинно-лесные. Виды — пойменные террасы с дубовыми лесами, с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Профиль 157. Закатальский район от с. Талакенд в сторону с. Мышлеш (700—800 м). Типы ландшафта — низинно-лесные. Виды— пойменные террасы с дубовыми лесами, с лугово-лесными выщелоченными почвами.

Профиль 161. Закатальский район, левобережье Джанларачай, с. Сабунчи. Типы ландшафта — редко-лесные кустарниковые и сухостепные лугово-редкокустарниковые. Виды — низинный кустарниковый с господством держи-дерева с лугово-лесными малокарбонатными среднегумусными почвами.

Все аналитические данные приведены в таблице, из которой видно, что среднее содержание подвижных форм марганца в пахотном слое лугово-лесных почв исследуемых объектов, составляет 9,40 мг/кг и колеблется в пределах 5,8—9,2 мг/кг почвы. А в растениях, приуроченных к лугово-лесным почвам, колеблется в пределах 1,1—19,7 мг/кг и КБП равен 1,42, что свидетельствует о хорошем усвоении марганца растениями из почвы.

Следует отметить, что в почвах профиля 16 найдено наименьшее содержание марганца — 3,6 мг/кг, а в профиле 81 — наивысшее — 18,6 мг/кг. В связи с этим отклонение от среднего для марганца составляет ±5,80—9,20. Лугово-лесные почвы слабо обеспечены подвижными формами марганца.

Среднее содержание меди в лугово-лесных выщелоченных почвах составляет 2,95 мг/кг при отклонении от среднего ±1,95—3,15. Здесь, в профиле № 161, содержание меди отличается от всех остальных профилей (6,1 мг/кг). Коэффициент биологического поглощения (КБП) для меди больше единицы — 1,57. Эти почвы средне обеспечены медью.

Содержание цинка в почвах колеблется в пределах 0,3—4,1 мг/кг (в среднем 2,19 мг/кг), в растениях — 1,0—7,4 мг/кг в среднем 3,24 мг/кг и КБП — 1,22. Лугово-лесные почвы слабо обеспечены подвижными формами цинка. Среднее содержание кобальта (в среднем по ландшафту 0,48 мг/кг) указывает на слабую обеспеченность лугово-лесных почв подвижными формами этого микроэлемента. Содержание кобальта в растениях, приуроченных к лугово-лесным почвам, колеблется в пределах 0,40—0,70 мг/кг и КБП равен 1,22, т. е. усвоение кобальта из почвы растениями хорошее. Отклонение от среднего по растениям по содержанию кобальта составляет V=0,55—0,75.

Содержание молибдена в лугово-лесных почвах колеблется в пределах от следов до 2,2 мг/кг (в среднем 1,07 мг/кг). Надо указать, что почти в 50% почвенных профилей отмечаются следы молибдена. Это показывает на слабую обеспеченность лугово-лесных почв этим элементом. Видимо, в связи с этим и КБП для молибдена также низкий—0,41. Среднее содержание молибдена в растениях очень низкое, всего 0,35 мг/кг.

Среднее содержание бора в почвах составляет 1,40 мг/кг, при отклонении от среднего ±1,36—2,10 и колеблется в пределах от следов до 3,5 мг/кг (профиль 157). Количество бора в растениях на этих же почвах равно в среднем 1,52 мг/кг и КБП—1,32.

Таким образом, основываясь на результаты полевых и лабораторных исследований, можно сказать, что лугово-лесные почвы различных точек Большого Кавказа (территория Азерб. ССР) слабо обеспечены подвижными формами марганца, бора, молибдена, цинка, кобальта и средне—медью.

По потребности в микроэлементах эти почвы подчиняются следующей закономерности: Mo > Mn > Co > B > Zn → Cu

Институт почвоведения и агрохимии

Поступило 2. VI 1980

А. Н. Күләһмәдов, Н. А. Ағајев

БӨЈҮК ГАФГАЗЫН (АЗӘРБАЈЧАН ӘРАЗИСИ) ЧӘМӘН-МЕШӘ ТОРПАГЛАРЫНДА ВӘ БИТКИЛӘРИНДӘ МИКРОЕЛЕМЕНТЛӘРИН МИГДАРЫ

Бөјүк Гафгазын (Азәрбајчан әразиси) чәмән-мешә торпагларында вә биткиләриндә микроелементләрин мигдарыны өјрәнмәк мәгсәдилә беш ил мүддәтиндә чөл вә лабораторија тәдгигатлары апарылмышдыр.

Тәдгигатларын нәтичәләринә әсасланараг гејд етмәк олар ки, чәмән-мешә торпаглары вә биткиләри микроелементләрин мүтәһәррик формасы илә чох пис тә'мин олунмушдур. Бу торпагларын микроелементләрә олан тәләбатынын һәчми белә ганунаујғунлугла ифадә олунур: Mo>Mn>Co>B>Zn>Cu.

A. N. Gulakhmedov, N. A. Agayev

POPULARIZING OF MICROELEMENTS IN PLOUGH-FOREST SOILS AND PLANTS OF THE BIG CAUCASUS (WITHIN AZERBAIJAN SSR)

Basing on 5-year investigations we may say that the plough-forest soils and plants are weakly provided with the active forms of boron, manganese, zinc, molybdenum, cobalt and a little with copper.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 581.8

АНАТОМИЯ РАСТЕНИЙ

З. А. НОВРУЗОВА, А. М. АСКЕРОВ

СРАВНИТЕЛЬНО-АНАТОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВИДОВ DRYOPTERIS ADANS. S. STR. КАВКАЗА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. Г. Абуталыбовым)

Щитовник является одним из полиморфных родов папоротников Кавказа, который в настоящее время включает следующие виды (за исключением гибридогенных):

1. Dryopteris assimilis S. Walker
2. D. carthusiana (Vill.) H. P. Fuchs
3. D. dilatata (Hoffm.) A. Gray
4. D. alexeenkoana Fomin
5. D. liliana Golytz.
6. D. oreades Fomin
7. D. caucasica (A. Br.) F. J. et Corly
8. D. filix-mas (L.) Schott
9. D. pseudo-mas (Wollast.) Holub et Pouz.
10. D. villarii (Bell.) Woynar
11. D. raddeana Fomin
12. D. aemula (Ait.) O. Kuntze

Из указанных видов, кроме D. carthusiana, D. filix-mas, D. pseudo-mas, все остальные являются более или менее критическими, изучению которых был посвящен ряд работ [1, 2, 3 и др.]. Однако в настоящее время их самостоятельность окончательно не выяснена.

Цель настоящей статьи состоит в уточнении критических видов щитовников Кавказа на основании сравнительно-анатомического анализа. Полученные результаты по выявлению основных структурных признаков отдельных видов приводятся в таблице.

D. dilatata, D. alexeenkoana различаются типами мезофилла, проводящей системы, стелы черешка, количеством пучков, включенных в основную ткань черешка и корневища.

D. dilatata, D. assimilis существенно различаются по типам мезофилла и проводящей системы, формой черешка, типом стелы черешка, количеством пучков, включенных в основную ткань черешка и корневища.

D. liliana, D. dilatata различаются типами мезофилла и проводящей системы перышек, формой черешка. Однако тип стелы черешка и количество пучков, включенных в основную ткань черешка, и тип стелы корневища у этих видов совпадают. Судя по строению перышек D. liliana отличается наиболее мезоморфным строением (гомогенный тип мезофилла, тип проводящей системы перышек—протостела).

D. assimilis и D. liliana показывают различие в признаках типа мезофилла, проводящей системы перышек, в типе стелы черешка и

Основные анатомические показатели видов щитовников Кавказа

№ п/п	Виды	Перышко: Тип мезофилла	Перышко: Тип стелы	Перышко: Число слоев палисадной ткани	Черешок: Форма	Черешок: Тип стелы	Черешок: Число пучков	Корневище: Тип стелы	Корневище: Тип пров. пучков	Корневище: Число пучков
1	D. assimilis	Почти дорзо-вентр.	Протостела—актиностела	2—3	Треугольная	Тенд. дикт.	3	Дикт.	Актиностела	6
2	D. carthusiana	Дорзов.	Протостела	2	Округлая	"	3	Прот. акт.	"	5
3	D. dilatata	"	"	Низк. клетки	Полукругл.	"	5	"	"	7
4	D. alexeencoana	Гомоген.	Переходн. актиностела	—	"	"	3	"	"	6
5	D. oreades	Дорзов.	Протостела	Низк. клетки	"	"	5	"	"	7
6	D. liliana	Гомог. с тенд. дорз.	"	—	"	"	5	"	"	—
7	D. caucasica	Почти дорзо-вентр.	Переходн. актиностела	—	"	"	3	"	"	5—7
8	D. filix-mas	"	Протостела	2—3	Желобчатый тип	Дикт	5	"	"	7
9	D. pseudo-mas	"	"	"	"	"	5	"	"	7—8
10	D. villarii	"	"	4—5	"	"	5	"	"	7
11	D. raddeana	"	"	3—4	"	Тенд. Дикт	3	"	"	3—4
12	D. aemula	Гомоген.	Переходн. актиностела	Низк. клетки	"	"	3	—	—	—

в количестве пучков, включенных в основную ткань черешка и корневища.

D. caucasica и D. filix-mas различаются существенными признаками (типом мезофилла и проводящей системы перышек, типом стелы и количеством пучков в черешке, также количеством пучков, включенных в основную ткань корневища.

D. villarii и D. raddeana-mas также различаются существенными анатомическими признаками (см. таблицу).

D. filix-mas и D. pseudo-mas показали идентичность основных структурных признаков (см. таблицу).

D. liliana, D. aemula отличаются существенными анатомическими признаками перышек и черешка, как видно, D. lilian- является самостоятельным видом. D. aemula показывает идентичные признаки перышек и черешка с D. assimilis, за исключением некоторого экологического различия в типе мезофилла (у D. aemula гомогенный тип, у D. assimilis почти дорзовентральный.

Род Dryopteris по развитию проводящей системы можно разделить на две группы:

I—виды с наиболее развитой проводящей системой (характерный тип стелы—диктиостела);

II—виды с относительно менее развитой проводящей системой (с тенденцией к диктиостеле).

Первые характеризуются перышками с типами стелы—протостела, тип мезофилла—дорзовентральный, за исключением D. alexeenkoana и D. aemula, у которых тип мезофилла—гомогенный, а D. aemula—гомогенный с тенденцией к дорзовентральности.

Вторая группа отличается перышками со стелой типа протостела и переходным типом от протостелы к актиностеле (D. assimilis, D. alexeencoana, D. caucasica и D. aemula); тип мезофилла гомогенный и дорзовентральный.

По типам стелы черешка первая группа отличается большим числом пучков (диктиостела) (D. dilatata, D. oreades, D. liliana, C. filix-mas, D. pseudo-mas и D. villarii.

Вторая группа—относительно меньшим числом пучков (3-я пучками) (D. assimilis, D. carthusiana, D. alexencoana, D. caucasica, D. raddeana и D. aemula).

Тип стелы корневища для обоих групп—диктиостела с развитым количеством пучков, включенных в основную ткань [3—8].

Наибольшим количеством пучков в корневище обладают D. villarii, D. filix-mas, D. oreades, D. dilatata, наименьшим—D. raddeana.

Результаты сравнительно-анатомического исследования позволяют отметить, что Dryopteris filix-mas и D. pseudo-mas, а также D. aemula, D. assimilis имеют сходные анатомические признаки, следовательно, их видовые самостоятельности не подтверждаются анатомическими данными. Остальные виды щитовников Кавказа проявляют самостоятельность в признаках строения.

Литература

1. Аскеров А. М. „ДАН Азерб. ССР", т. 23, № 8, 1977. 2. Новрузова З. А., Аскеров А. М. „ДАН Азерб. ССР", т. 35, № 9, 1979.

Институт ботаники

Поступило 13. II 1989

З. Ә. Новрузова, А. М. Әскәров

ГАФГАЗЫН КРИТИК DRUOPTERIS ADANS НӨВЛӘРИНИН МУГАЈИСӘЛИ-АНАТОМИК АНАЛИЗИ

Мүасир Гафгаз флорасында јајылан 12 ајыдөшәји нөвләринин мүгајисәли-анатомик тәдгиги нәтичәсиндә мүәјјән едилмишдир ки, онлардан 4 нөвү Dryopteris filix-mas D. pseudo-mas; (D. aemula, D. assimilis) охшар әламәтләрә маликдирләр вә беләликлә онларын сәрбәст нөв статусунда сахланылмасы мүбаһисәли сајыла биләр. Ајдынлашдырылмышдыр ки, дикәр нөвләр фәргләндиричи әламәтләрә маликдирләр вә онларын сәрбәст нөв статусунда сахланылмасы мүгајисәли-анатомик тәдгигатла тәсдиг едилмишдир.

Z. A. Novruzova, A. M. Askerov

COMPARATIVELY-ANATOMICAL ANALYSIS OF DRYOPTERIS SPECIES IN THE CAUCASUS

Principal anatomical features of 12 species are investigated. Dryopteris filix-mas, D. pseudo-mas, D. aemula and D. assimilis have similar structure.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 550.382.3

ГЕОФИЗИКА

Ю. С. ГЕНШАФТ, М. М. САТТАРОВ

ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ НА СОСТАВ МАГНЕТИТОВ В БАЗАЛЬТАХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. А. Ахмедовым)

Современная петрология располагает большим количеством экспериментальных и теоретических данных о влиянии давления на состав различных силикатных минералов. В то же время кристаллизация рудных фаз в различных физико-химических условиях, в том числе и под давлением изучена в значительно меньшей степени.

Роль глубинных условий на кристаллизацию титаномагнетитов подчеркивается главным образом в отечественных работах [1]. Длительное время существовало мнение, что состав титаномагнетитов прямо коррелирует с общим литостатическим давлением, или глубиной кристаллизации. Однако последние исследования, выполненные в ИФЗ АН СССР, показали более сложную зависимость состава ферромагнитной фазы от глубинных условий их кристаллизации [2, 3]. Было показано, что состав титаномагнетитов определяется главным образом температурой и летучестью кислорода и слабо зависит от общего давления. Этот результат получен на одном образце высокоглиноземистого базальта [4].

Данные, опубликованные Е. Ф. Осборным и др. [5], свидетельствуют о явном влиянии давления на состав титаномагнетитов, кристаллизующихся из пород толеитовой и известково-щелочной серий: содержание TiO_2 в магнетите резко возрастает с увеличением давления.

В ходе экспериментальных исследований условий образования пород палеогеновой щелочно-базальтовой формации Талыша нами были получены данные по плавлению и кристаллизации двух образцов щелочно-базальтового состава (14—75, 11—78) при давлениях от 1 атм. до 18 кбар. Ниже приводятся результаты определения состава выкристаллизованных магнетитов из обр. 14—75 при давлениях до 8 кбар.

Исходный образец — эссексит, субвулканической фации Авашского интрузива, Дыманского прогиба Талышской складчатой зоны [6]. Порода сложена плагиоклазом (40—43%), пироксеном (20—23%), анортоклазом (до 20%), оливином (8—12%), магнетитом (до 5%). Рудные минералы встречаются в ассоциации с вкрапленниками пироксена и оливина и в интерстициях совместно с плагиоклазом. Таким образом, отмечается две генерации рудных минералов: образованные в стадию формирования вкрапленников и при раскристаллизации основной массы. Химический состав пород следующий: $SiO_2=49{,}83$, $TiO_2=1{,}13$, $Al_2O_3=16{,}85$ $Fe_2O_3=5{,}05$, $FeO=4{,}86$, $MnO=0{,}18$, $MgO=6{,}47$, $CaO=8{,}11$, $Na_2O=2{,}75$, $K_2O=2{,}97$, SO_3 1,22, $H_2O=1{,}51$.

При атмосферном давлении кристаллизация производилась из расплава, выдержанного в течение 2 ч при $T=1300°C$ в атмосфере чистой углекислоты (CO_2) и в смеси $CO:CO_2=1:42$. Этим двум режимам соответствуют летучести кислорода, задаваемые буферами NNO и HM. После выдержки при заданной температуре (3—4 ч) образцы закаливались в воде.

Эксперименты под давлением проводились на установке типа «поршень—цилиндр» (поршневой пьезометр) методом закалки [7]. Использовался тонко-истертый порошок, предварительно высушенный при 180—200°C. Остаточное содержание летучих по данным дериватограмм составляет 1,6 вес. %.

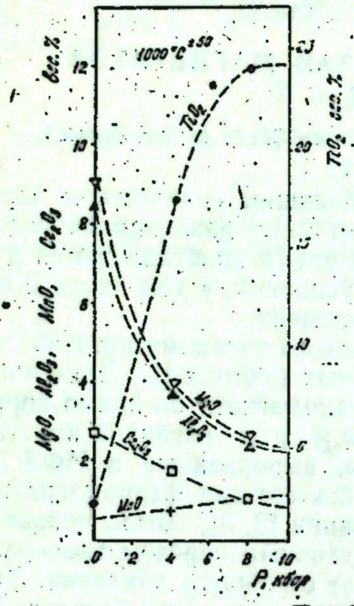


Рис. 1. Изменение состава магнетита под давлением при температуре 1000±50°C. По оси абцисс слева показаны содержания, вес. % MgO, Al_2O_3, MnO, Cr_2O_3. Шкала справа относится к содержаниям TiO_2. Точки на оси абцисс—состав магнетита при *P* 1 атм и fO_2—NNO.

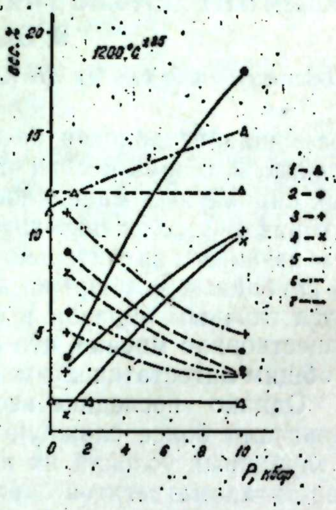


Рис. 2. Изменение состава магнетита в породах известково-щелочной (C—M 5331 и G—79) и толеитовой (G—76 и I kj 4) серий под давлением по данным [5]: *1*—C—M 5331; *2*—G—7,9; *3*—G—76; *4*—1—kj 4; *5*—TiO_2, *6*—Al_2O_3; *7*—MgO.

Образец помещался в реакционную ячейку высокого давления в платиновой ампуле, зачеканенной двойным пережимом без сваривания. Подобные ячейки, судя по литературным данным, характеризуются окислительными условиями при температурах свыше 1 000°C близкими буферу NNO [8]. Изучение состава рудных фаз производилось при помощи рентгено-спектрального микроанализатора «Камебакс» при ускоряющем напряжении 15 кв, тока 10 на и времени 10 сек. В качестве эталонов использовались хорошо проанализированные серии гомогенных ильменита и магнетита.

Полученные результаты позволили выявить влияние давления на состав магнетита, образованного при $T=1000^{\pm 50}$ °C (рис. 1). При одной атмосфере и данной температуре кристаллизуется магнетит с очень низким содержанием TiO_2 (1,9%) и высоким содержанием Al_2O_3 (8,8%), MgO (9,4%), MnO (0,6%), Cr_2O_3 (2,7%).

Отмечается резкое возрастание содержания TiO_2, сопровождаемое уменьшением количеств Al_2O_3 и MgO уже при незначительном повышении общего давления до 4 кбар. Судя по явно нелинейному характеру изменения Al_2O_3 и MgO до давлений 8 кбар, можно предположить, что в области давлений свыше 10 кбар состав титаномагнетита будет меняться существенно слабее. Содержание двух компонентов (MnO, C_2O_3) меняется в изученном интервале давлений в значительно меньшей степени.

Аналогичный характер влияния на состав магнетитов был получен в работе [5], при $T=1200^{\pm 15}$ °C (рис. 2).

Таким образом, можно отметить принципиально однотипное изменение состава магнетитов под давлением кристаллизующихся в разнообразных по составу базальтовых породах (толеитовой, известково-щелочной и щелочной серий). Отметим также различия в содержаниях летучих компонентов в изученных системах (полностью обезвоженные образцы Е. Ф. Осбóрна и содержание 1,6% летучих в наших экспериментах).

Полученные результаты позволяют вновь вернуться к вопросу о прямом влиянии давления на состав кристаллизующихся ферромагнитных фаз, в том числе титаномагнетитов. Авторы отчетливо представляют, что такое заключение требует дальнейшего подтверждения в более строго контролируемых и широких условиях экспериментов.

Авторы выражают искреннюю признательность А. С. Большакову, Д. Н. Печерскому, А. К. Гапееву, А. В. Лыкову и С. А. Милютину за помощь в проведении исследований и полезное обсуждение данной работы.

Литература

1. Печерский Д. М., Багин В. И., Бродская С. Ю., Шаронова З. В: Магнетизм и условия образования изверженных горных пород. «Наука». М., 1975. 2. Лыков А. В., Печерский Д. М. «Изв. АН СССР, Физика Земли», № 4. стр. 65—74, 1977. 3. Печерский Д. М., Назарова Е. А., Лыков А. В. «Изв. АН СССР, Физика Земли», № 11, стр. 85, 99, 1977. 4. Лыков А. В. Экспериментальное исследование связи магнитных свойств магматических пород основного состава с термодинамическими условиями их образования. Канд. дисс., ИФЗ, М., 1977. 5. Osborn B. E., Watson E. B., Rowson S. A. Composition of magnetite in subalkaline Volcanic Rocks. Carnegie Inst. Wash., p. 475—481, v. 78, 1979. 6. Азизбеков Ш. А., Багиров А. Э., Велиев М. М. Исмал-Заде А. Д. и др. Геология и вулканизм Талыша. Изд. „Элм". Баку, 1979. 7. Геншафт Ю. С. Экспериментальные исследования в области глубинной минералогии и петрологии. „Наука". М., 1977. 8. Eggler D. H., Mysen B., Hoering T. C. Gas species in sealed capsules in solid media, High-Pressure Apparatus. Carnegie Inst. Wash., p. 228—232, v. 73, 1974.

НЦ «Геофизика» АН Азерб. ССР

Поступило 25. X 1980

Ј. С. Геншафт, М. М. Сәттаров

БАЗАЛТЛАРДАКЫ МАГНЕТИТИН ТӘРКИБИНӘ ТӘЗЈИГИН ТӘ'СИРИ

Експериментал тәдгигатлар нәтичәсиндә кристаллашан ферромагнит фазаларын тәркибли 1 атм—8 кбар һүдудда тәзјигдән асылылығы мүәјјән едилмишдир.

Мәгаләдә титанамагнетитин тәркибиндә TiO_2 кәскин артмасы вә ујғун олараг Al_2O_3 вә MgO фаизинин азалмасы мүәјјән едилмишдир. Гејд етмәк лазымдыр ки, бу оксидләрин дәјишмә хүсусијјәти мүхтәлиф базалт серијаларындакы титанамагнитләр үчүн ејнидир. Һәм дә, бу дәјишмә истәр сусузлашдырылмыш вә истәрсә дә аз мигдарда учучу компонентләри олан сүхурлар үчүн ејни хүсусијјәт дашыјыр.

Yu. S. Genshaft, M. M. Sattarov

PRESSURE EFFECT ON THE COMPOSITION OF MAGNETITES IN BASALTS

The direct pressure effect on the composition of crystallizing ferromagnetic phases and titanomagnetites in interval from 1 atm to 8 kb is shown.

It is noted that the same type composition change of magnetites, crystallizing in different basaltic series (toleitic, lime-alkaline or alkaline) depends on pressure.

АЗӘРБАЈҸАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 551.763:564

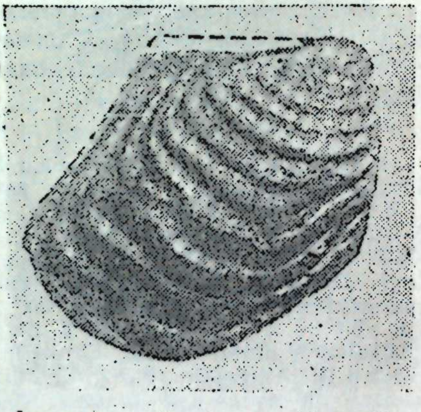
СТРАТИГРАФИЯ

Акад. М. М. АЛИЕВ

СТРАТИГРАФИЧЕСКОЕ ПОЛОЖЕНИЕ INOCERAMUS TAUSIENSIS ALIEV M.

Впервые данный вид был выделен в 1954 г, [1]. В указанной статье описаны и изображены два вида Inoceramus azerbaidjanensis (фиг. 1—4) и Inoceramus tausiensis (фиг. 5), их часто путают, но In. tausiensis сильно отличается от In. azerbaidjanensis. Если In. tausiensis имеет округлую четырехугольную форму, вытянутую в заднебрюшном направлении с одной задней радиальной бороздой, то In. azerbaidjanensis сильно вытянут в заднем направлении, почти имеет треугольную торпедообразную форму с хорошо выраженными передней и задней радиальными бороздами.

Вопрос о стратиграфическом положении In. tausiensis еще недостаточно четко установлен и требует дальнейшего изучения.



Inoceramus tausiensis Aliev M. (г. Агдаг, Таузский район, Азербайджана)

In. tausiensis к настоящему времени обнаружен довольно широко и его часто находят вместе с In. azerbaidjanensis в одних и тех же отложениях, т. е. в нижней зоне нижнего кампана. Однако местами его находят и в верхней части нижнего кампана.

In. tausiensis нами впервые был обнаружен вместе с In. azerbaidjanensis в известняках на г. Агдаг, в Таузском районе северо-восточной части Малого Кавказа [2].

Позже, О. Б. Алиевым и Р. Н. Мамедзаде [5], в зоне распространения верхнемеловых отложений In. tausiensis был найден в ряде пунктов междуречья Кошкарчай и Тертерчай и междуречья Кошкарчай и Дебетчай.

Указанный ими вид найден вместе с In. azerbaidjanensis в нижнем кампане.

В Центральной части М. Кавказа (Самхето-Карабахская зона), по сообщению О. Б. Алиева, указанный вид был найден им около пос. Кубатлы в нижней части нижнего кампана, вместе с In. azerbaidjanensis Aliev M., In. convexus Hall et Meek, Micraster coravium Posl. и др.

Данный вид также был встречен в Грузии. Р. А. Гамбашидзе для определения была прислана нам фотография иноцерама, на которой изображен In. tausiensis из нижней части нижнего кампана.

В Дагестане на присутствие этого вида с In. azerbaidjanensis в нижней части нижнего кампана указывается М. А. Пергаментом, Ю. П. Смирновым [6].

Довольно широко In. tausiensis представлен на Северном Кавказе. Е. Ф. Фроловой-Багреевой [7] отмечается присутствие этого вида совместно с In. azerbaidjanensis Aliev M. и Micraster schroederi Stoll. в нижней части нижнего кампана в междуречье Хулхулау и Хеу на Северном Кавказе. Она указывает, что начало появ ения кампанских отложений устанавливается на основании характерных комплексов видов.

Из Северного Донбасса С. П. Кацюбинским [3] приводится описание вида In. azerbaidjanensis Aliev M., но в изображении на табл. 17 (фиг. 3—4) приводится изображение In. tausiensis, что указывает на присутствие этого вида в нижнем кампане у сел. Тарасовка на указанной территории.

На востоке In. tausiensis встречается в верхнемеловых отложениях Восточного Копетдага. Здесь П. И. Калугиным [4] указывается на наличие In. tausiensis в нижнем кампане, в его верхней части в слоях с Inoceramus gandjaensis Aliev M.

Одновременно он отмечает, что вместе с In. tausiensis встречаются In. dariensis Pavl., In. dagestanensis Pavl. et Dobr. в Западном Копетдаге и на Туаркыре. In. tausiensis встречается довольно редко в нижнекампанских отложениях, большей частью в их верхней половине.

Все это говорит о довольно широком географическом распространении Inoceramus tausiensis. Aliev M. Возможно, что In. tausiensis имеет еще более широкое распространение, чем установлено, но его часто путают с In. azerbaidjanensis.

Между тем, как было нами сказано, эти виды значительно отличаются друг от друга. По торпедообразной форме раковины, характеру ребер и расположению двух радиальных борозд видно, что In. azerbaidjanensis был активно плавающим видом, а In. tausiensis, возможно, ограниченно передвигался по дну бассейна.

Из изложенного видно, что стратиграфическое положение In. tausiensis недостаточно четко установлено.

Если на Кавказе он в основном встречается в нижней части нижнего кампана, вместе с In. azerbaidjanensis, то на западе Средней Азии он встречается и в нижней, и в верхней частях нижнего кампана. Но можно определенно сказать, что он является нижнекампанской формой. Несомненно, дальнейшее изучение стратиграфического положения In. tausiensis даст возможность более четко установить его положение в нижнекампанском разрезе мела юга СССР.

Литература

1. Алиев М. М. «ДАН Азерб. ССР», № 2, т. X, 1954. 2. Алиев М. М. Труды Геологич. ин-та АН Азерб. ССР, 1939. 3. Атлас верхнемеловой фауны Донбасса, Крыма. «Недра», М., 1974. 4. Калугин П. И., Дмитриев А. В., Кожевникова Г. Е. Стратиграфия верхнемеловых и палеогеновых отложений Копетдага и Бадхыза. Туркмениздат. Ашхабад, 1964. 5. Мамедзаде Р. Н., Алиев О. Б. Стратиграфия меловых отложений северо-восточной части Малого Кавказа. Изд. АН Азерб. ССР, 1967. 6. Пергамент М. А., Смирнов Ю. П. Труды Всесоюзн. коллоквиума по иноцерамам. М., 1972. 7. Фролова-Багреева Е. Ф. Труды Всесоюзн. коллоквиума по иноцерамам. М., 1972.

Институт геологии и разработки горючих ископаемых

Поступило 24. VI 1980

М. М. Әлиіев

INOCERAMUS TAUSIENSIS ALIEV M. СТРАТИГРАФИК ВӘЗИЈЈӘТИ

Мәгаләдә In. tausiensis Aliev M. чоғрафи јајылмасы, стратиграфик мөвгеји вә она јахын олан In. aserbaidjanensis Aliev M. нөвүндән фәрги верилир.

In. tausiensis һәләлик ССРИ-нин чәнуб рајонларында Кампан чөкүнтүләри үчүн характердир. Кәләчәкдә бу јаш дәгигләшмәлидир.

M. M. Aliev

STRATIGRAPHIC POSITION OF INOCERAMUS TAUSIENSIS A L I E V M.

This article discusses comparative differences between Inoceramus tausiensis A l i e v M. and fossil Inoceramus azerbaidjanensis A l i e v M. which is close to it, and also its geographic distribution and stratigraphic position. Inoceramus tausiensis is more typical fossil for Lower Campanian of the South of the USSR, and it needs further study and specification.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

УДК 627.157:[549+631.435]002.61

МИНЕРАЛОГИЯ

У. Ш. МЕХТИЕВ, Ю. А. МОРОЗОВ, Т. М. САРАДЖАЛИНСКАЯ

МИНЕРАЛОГИЧЕСКИЙ СОСТАВ БЕРЕГОВЫХ НАНОСОВ р. АРАКС

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. Д. Султановым)

Исследования особенностей формирования речных наносов имеют большое практическое значение при решении вопросов строительства гидротехнических сооружений, выявлении сроков заиления водохранилищ и т. д.

Гранулометрический и минералогический состав береговых наносов в основном зависит от типа размываемых пород, почв бассейна реки и удаленности их от места седиментации. Изучение закономерностей изменения вещественного состава этих отложений по длине реки способствует выявлению природы происхождения взвешенных веществ.

Береговые наносы р. Аракс были подвергнуты гранулометрическому и минералогическому анализам.

Таблица 1

Гранулометрический состав береговых наносов

№ п/п	Створ	Карбонат, %	Фракции, мм, %					Наименование пород
			> 0,25	0,25—0,1	Всего	0,1—0,01	> 0,01	
1.	Ильичевск	12,5	0,1	26,6	26,7	50,5	22,8	Алеврит
2.	Нахичевань	9,5	55,0	34,0	89,0	2,0	9,0	Песок
3	Джульфа	10,7	0,2	65,6	65,8	20,5	13,7	Песок
4	Миндживан	3,5	32,7	17,4	50,1	29,5	20,4	Песок с мелким гравием
5.	Акара (Годжалы)	12,3	6,1	28,6	34,7	41,2	24,1	Супесь
6.	Горадиз	8,8	0,1	16,1	16,2	56,2	37,7	Алеврит с растит. детритом
7.	Орджоникидзе	4,7	0,1	23,4	23,5	38,8	27,6	Суглинок
8.	Бирмай	6,1	0,9	80,0	80,9	9,5	9,6	Песок
9.	Имишлы	5,4	0,2	35,0	35,2	46,8	18,0	Супесь
10.	Саатлы	7,3	0,5	60,9	61,4	28,0	10,6	Песок
11.	Сабирабад	6,3	0,2	41,7	41,9	53,5	4,6	Алеврит

Гранулометрический состав определялся методом АзНИИ (1944). В табл. 1 приведены результаты гранулометрического анализа наносов по 11 створам от Ильичевска до Сабирабада. Они представлены песками, супесями, алевритами и суглинками. На 5 створах наносы характеризуются песками, на трех—алевритами, на двух—супесями и на одном—суглинком.

Закономерность в изменении гранулометрического состава хорошо просматривается от ст. Нахичевань до ст. Горадиз. На этим, 272-километровом участке реки, с уменьшением псаммитовой (89—16,2%) увеличивается алевритовая (2—56,2%) и пелитовая (9—27,6%) фракции и номенклатура пород береговых наносов изменяется от песка к алевриту. Аналогичная картина наблюдается и на небольшом участке от ст. Бирмай до ст. Имишлы. Ниже по реке, от ст. Саатлы до ст. Сабирабад, увеличивается алевритовая, а пелитовая и псаммитовая фракции несколько уменьшаются, хотя номенклатура пород изменяется в том же порядке от песка к супеси и алевриту.

Уменьшение псаммитовой и увеличение пелитовой фракций гранулометрического состава береговых наносов вниз по течению реки, на наш взгляд, объясняется двумя причинами.

1. В районах Джульфы и Миндживана материал осаждается вблизи источников сноса (Мегри-Ордубадский плутон) и отличается более грубым гранулометрическим составом. Далее, вниз по течению, источники питания (ЮВ и СВ склоны М. Кавказа) постепенно удаляются от места разгрузки продуктов размыва. Поэтому они в нижнем течении реки более мелкозернистые.

2. Вниз от Джульфы профиль русла реки становится крутым. Транспортируемые рекой наносы по длине реки осаждаются в зависимости от своего веса и размеров. Кроме того, несмотря на большой уклон, транспортирующая способность водного потока для больших частиц постепенно ослабевает и относительно сохраняется для более мелких. Поэтому в первую очередь отлагаются крупные частицы, затем более мелкие и т. д.

Алевритовая фракция (легкая и тяжелая) береговых наносов была подвергнута минералогическому анализу иммерсионным методом (табл. 2).

Легкая фракция в основном представлена полевыми шпатами (22—50%), обломками эффузивных пород (10—29%), кварцем (7—25%), обломками кремнистых пород (3—18%). В незначительном количестве встречаются: обломки глинистых пород, глинистые минералы, хлорит, единичные зерна глауконита, цеолита, вулканического стекла и др.

Тяжелая фракция в основном состоит из авгита, ильменит-магнетита, роговой обманки, эпидота (50—90%). В меньшем количестве встречаются мусковит, цоизит, циркон, барит, целестин, единичные зерна биотита, турмалина, рутила, глауконита, сидерита, пирита и др.

Анализируя минералогический состав береговых наносов по длине реки можно заметить, что от створа при увеличении одних, уменьшается процентное содержание других минералов, когда количество третьих остается относительно постоянным.

В легкой фракции от Ильичевска до Сабирабада в общем наблюдается увеличение полевых шпатов (до 50%), кварца (до 25%) уменьшение обломков эффузивных, кремнистых пород до 5%. Исключение составляют створы Миндживан и Саатлы. Почти не изменяется содержание хлорита, обломков глинистых пород и глинистых минералов.

В тяжелой фракции, вниз по реке от Ильичевска к Орджоникидзе, происходит увеличение авгита от 8 до 60%, в створах Бирмай, Имишлы содержание его уменьшается до 26—36%, а далее к Сабирабаду возрастает до 67%. Процентное содержание ильменит-магнетита также уве-

Таблица 2

Минералогический состав береговых наносов

Минералы	Ильичевск	Нахичевань	Джульфа	Миндживан	Акара (Годжалы)	Горадиз	Орджоникидзе	Бирмай	Имишлы	Саатлы	Сабирабад
Легкая фракция (100 %)											
Квавц	7	12	13	12	15	15	25	25	23	15	25
Полевые шпаты	30	25	24	43	31	45	50	50	48	35	50
Хлорит	1	—	1	1	3	2	2	—	5	—	5
Обломки эффуз. п.	25	29	29	20	25	19	10	20	15	24	10
Обломки крем. п.	7	9	18	15	15	9	6	3	5	6	5
Измененные м-лы	21	15	15	4	—	5	2	1	4	12	3
Обломки гл. п. и гл. м-ы	8	10	—	5	11	5	3	1	—	7	2
Вулканическое стекло	1	Ед. зн.	—	—	Ед. зн.	5		Ед. зн.	Ед. зн.	1	—
Тяжелая фракция (100 %)											
Авгит	8	Фракции очень мало, доминирует авгит, ильменит, магнетит	10	10	32	50	60	36	26	68	67
Роговая обман. обыкн.	18		13	12	18	13	4	5	26	5	5
Мусковит	6		3	3	2	3	3	2	8	2	2
Мусковит измененный	10		6	—	—	—	—	Ед. зн.	—	—	—
Эпидот	16		16	7	4	Ед. зн.	Ед. зн.	Ед. зн.	—	1	0,5
Цоизит	2		4	—	1	1	Ед. зн.	Ед. зн.	—	1	0,5
Циркон	1		1	3	2	1	Ед. зн.	1	—	1	1
Гранаты	Ед. зн.		1	—	1	—	Ед. зн.	Ед. зн.	1	1	1
Сфен аллотигенный	—		1	Ед. зн.	Ед. зн.	Ед. зн.	—	1	Ед. зн.	2	Ед. зн.
Барит	10		4	2	3	2	—	—	4	—	Ед. зн.
Целестин	7		—	2	—	Ед. зн.	Ед. зн.	Ед. зн.	Ед. зн.	—	—
Ильменит—магнетит	6		24	55	25	20	30	50	23	16	15
Лимонит	4		12	6	4	6	3	3	12	3	3
Измененные минералы	12		5	—	8	4	—	2	—	—	5

личивается к ст. Бирмай от 6 до 50. В том же направлении происходит уменьшение содержания роговой обманки от 18 до 5% и эпидота от 15% до единичных значений. Сравнительно мало изменяется содержание мусковита, цоизита, циркона, лимонита и других минералов.

В образовании береговых наносов и взвесей Аракса на территории Азербайджана большое влияние оказывают:

—эффузивные, известково-мергелистые и песчано-глинистые породы третичного возраста Араксинской котловины;

—соленосные и гипсоносные глинистые отложения миоцена Нахичеванской предгорной равнины;

—вулканогенные и вулканогенно-осадочные образования палеогена Нахичеванской котловины;

—интрузивные породы Мегри-Ордубадского плутона;

—вулканогенно-осадочные и эффузивные (андезиты, андезито-базальты) породы ЮВ и СВ склонов М. Кавказа;

—глинистые отложения майкопа, валунно-галечниковые образования плиоцена и др. Кура-Араксинской низменности.

Продукты разрушения перечисленных пород названных структур и регионов в той или иной степени встречаются в наносах р. Аракс.

Например, увеличение пироксенов (авгита) и магнетит-ильменита в тяжелой реакции береговых наносов по течению реки объясняется следующим образом. Оба минерала при разрушении материнских пород поступают в реку в верхней ее части за счет дезинтеграции палеогена Нахичеванской котловины и Мегри-Ордубадского плутона. Далее резкое возрастание этих минералов от Миндживана к Сабирабаду объясняется сносом материала за счет разрушения андезитов, андезито-базальтов и вулканогенно-осадочных пород ЮВ и СВ склонов М. Кавказа.

Количественное уменьшение эпидота и роговой обманки обусловлено теми же причинами, а именно преобладанием источников сноса пород СВ и ЮВ склонов М. Кавказа, в которых несколько уменьшается присутствие роговой обманки и особенно эпидота. Последний минерал характерен для контактово-метаморфических пород Мегри-Ордубадского плутона, где он является породообразующим минералом—эпидозитом.

Увеличение полевых шпатов в легкой фракции происходит за счет тех же причин, которые рассматривались при увеличении авгита и магнетит-ильменита (тяжелая фракция). Что же касается кварца, то его увеличение может быть связано с разрушением кварцевых порфиров, пользующихся довольно широким распространением в пределах СВ склона М. Кавказа (Черагидзор, Тоганалы и др.).

Таким образом, в результате проведенных исследований выявлены некоторые особенности изменения гранулометрического и минералогического составов береговых наносов по длине р. Аракс. Это позволило составить определенное представление о генезисе, миграции и аккумуляции проносимых и отлагаемых рекой взвешенных наносов.

Институт водных проблем

Поступило 18. IV 1980

Ү. Ш. Меһдијев, Ј. А. Морозов, Т. М. Сарычалинскаја

АРАЗ ЧАЈЫНЫН САҺИЛ ЧӨКҮНТҮЛӘРИНИН МИНЕРАЛ ТӘРКИБИ

Чај һөвзәси торпагларындан јујулан сүхурларын нөвүндән вә онларын чөкмә јериндән узаглашмасындан асылы олараг Араз чајы боју, Иличевскидән Сабирабада кими (II пунктда) чөкүнтүләрин гранулометрик вә минераложи тәркибинин дәјишил-

мәсинин ганунаујғунлуглары тә'јин олунмушдур. Чөкүнтүләрин гранулометрик вә минераложи гарышыгларынын тәркибинин дәјишилмәси, онларын јујулма мәнбәләрини вә сүхурларын нөвүнү тә'јини чајдакы саһил лилләнмә јерләрини мүәјјәнләшдирмәјә шәраит јарадыр.

U. Sh. Mekhtiev, Yu. A. Morozov, T. . Saradzhalinskaya

THE MINERALOGICAL COMPOSITION OF THE ARAKS RIVER SHORE DRIFTS

The regularities of the changes of granulometric and mineralogical compositions of the shore drifts along the Araks river according to the type of the washed-out material, river basin soils and their disposal from the sedimentation spot are revealed.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

ӘДӘБИЈЈАТШҮНАСЛЫГ

УДК.894.362.

Р. ҺҮСЕЈНОВ

КЛАССИК ШЕ'РИН БИР УНУДУЛМУШ ЖАНРЫ

(Азәрбајчан ССР ЕА академики М. Ч. Чәфәров тәгдим етмишдир)

Јахын Шәргин классик поезијасында, о чүмләдән Азәрбајчан әдәбијјатында чох мараглы нүмунәләри јаранмыш шәһрашуб унудулмуш, лазымынча өјрәнилмәмиш жанрлардандыр. Шәһрашубун тәдгиги Шәрг интибаһы вә рекионун әдәбијјатында реализмин тарихи инкишаф јолларыны дәриндән өјрәнмәк үчүн мүстәсна әһәмијјәт кәсб едир.

Азәрбајчан поезијасында шәһрашублар XII әсрдән XIX әсрә гәдәр јарадылыб вә бу поетик жанра ше'римизин ән гүдрәтли елчиләри мүрачиәт едибләр.

Мүхтәлиф мөвзулу тәдгигатларында **«шәһрашуб»** вә чох заман онунла паралел ишләнән **«шәһрәнкиз»** терминләри илә растлашмыш гәдгигатчылар онлары мүхтәлиф шәкилдә тәрчүмә етмишләр. Мәсәлән, А. Крымски «шәһрәнкизи» «возбуждајушаја город», «возбуждајушаја смјатение в городе», «Суматоха в городе» шәклиндә верир (4, 346). В. С. Гарбузова бу сөзү «возмутившиј спокојствие в городе (3, 136), И. В. Боролина «городские смутјане» (2, 384) Е. И. Моштакова «возмутители городского спокојствија» (6,112) А. Мирзојев вә А. Н. Болдырев «баламутјашиј город» (5, 144; 1, 16) кими чевирирләр.

Мә'нача јахын олсалар да, белә мүхтәлиф тәрчүмәләрин јаранмасына сәбәб тәдгигатчыларын жанрын тәбиәтини даһа јахшы ифадә етмәк истәјн олмушдур. Бунун үчүн исә әлбәттә ки, бир сөзүн мүхтәлиф вариасијаларда дәгиг тәрчүмәсиндән даһа әввәл, жанрын өзү һаггында дәрин тәдгигат апармаг зәруријјәти дурур. Бу мәсәлә исә шәргшүнаслығымызда һәлә ки, һәлл олунмамыш шәкилдә галыр.

Шәһрашуб сөзү класик әдәбијјатда бир нечә мә'нада ишләдилмишдир. 1) Һүсну чәмалы шәһәрә фитнә салан көзәлләрә бир епитет кими ишләдилиб. Һәтта мәһәббәт мәзмунлу бир сыра мүхәммәсләрә белә шәһрашуб үнваны гојулуб. Мәсәлән Азәри Һәмзә ибн Әбдүлмаликин (вәфаты 866—1461/62) (5, 114) мүхәммәси, республика әлјазмалары фондунда сахланылан бир чүнкдә $\frac{\text{Б—855}}{3487}$ раст кәлдијимиз Шакир тәхәллүслү шаиримизин

Кәр олса долу чүмлә чаһан дилбәри-ә'лаји-ширин
Етмәзәм һәмчу нәби гәсди-тәмәннаји-ширин

(вәр. 70 а)

мисралары илә башлајан ше'ри буна мисал ола биләр. Һафиз Ширази шәһрашуб сөзүнү бирбаша көзәлин епитетләриндән бири кими ишләдир (5, 143)

2) Шәһрашуб сөзүнүн икинчи мә'насы шәһәрә вәлвәлә, деди-году салан адам демәкдир. Мараглыдыр ки, сөзүн бу мә'насындан мәһарәтлә истифадә едән рус јазычысы Леонид Соловјов Молла Нәсрәддин һаггындакы повестиндә өз гәһрәманыны «шәһрашуб» адландырыр.

3) Шәһрашуб һәмчинин Иран вә Азәрбајчан мусигисиндә «Шур» муғамында ифа едилән бир кушәнин ады олмушдур. Бәс терминоложи мә'нада шәһрашуб нә демәкдир?

Шәһәрләри, сәнәткарлар вә пешә саһибләрини вәсф, бә'зән дә һәчв мәгсәдијлә јазылмыш ше'р јахуд ше'рләр силсиләсинә шәһрашуб дејилдир. Әввәлләр шәрһашубун шәһрашуб олмасы үчүн јеканә шәрт «бир шәһәрин ја мәмләкәтин мүхтәлиф тәбәгәләри, хүсусән сәнәткар, пешәкарлары вә ишчиләринин вәсфи (8, 685) кифајәт едирмиш. Сонралар ајры-ајры шәһәрләрин вәсфи, бир сыра игтисади, сијаси гарышыглыглары да тәсвири шәһрашубларда өзүнә јер алмышдыр. Шәһрашублар сәккиз әсрдән артыг бир вахтда фарс, һинд, Азәрбајчан, урду, түрк әдәбијјатларында јаранмышдыр. Адындан да көрүндүјү кими шәһрашублар билаваситә шәһәр һәјаты, шәһәр сәнәткарлары илә бағлы олмушлар вә онларын әтрафлы тәдгиги Шәрг интибаһы проблеми илә бағлы бир сыра гаранлыг нөгтәләри ајдынлашдырмаға көмәк едә биләр.

XVI әсрин әввәлләринә гәдәр бу нөв ше'рин јеканә үнваны шәһрашуб олуб. XVI јүзиллијин башланғычында илк түрк шәһрәнкизләри јараныр. «Шәһрәнкиз» дә «шәһрашуб»ларла ејни мә'налыдыр. Сонралар шәһрашубун тематикасы, әһатә даирәси кенишләндикчә тәзә үнванлары да јараныр: Аләмашуб, Дәһрашуб, Чаһанашуб, Фәләкашуб (11,5).

Шәһрашубун елә нүмунәләри олмушдур ки, онлар мәзмунча бу жанрын бүтүн тәләбләринә чаваб версәләр дә, адлары тамам башга чүр олмушдур. Сәнаи Гәзнәвинин «Карнамеје-Бәлх», Кәмаләддин Кугаһпајын «Гәсидеје-Ламијјә»си, түрк шаири Тачызадә Чәфәр Чәләбинин «һәвәснамәси» бу гәбилдәндир. Лакин бунун әкси олан һаллар да әдәбијјатлар тарихиндән бәллидир. Фарс шәһрашублары вә хүсусән түрк шәһрәнкизләринин елә нүмунәләри олмушдур ки, онлары жанрын тәләбләријлә әјалныз адлары бағламышдыр.

Азәрбајчан поезијасында белә бир жанрын мөвчудлуғу тәдгигатчыларымызын нәзәрини чәлб етмәмиш, нәтичәдә ше'римиздә мүхтәлиф сосиал тәбәгәләри әкс етдирән, сарај әдәбијјатындан чох фәргләнән мүһүм бир истигамәт унудулмушдур.

Шәһрашуб јазан шаирләр адәтән инкишафы, тәрәггиси башгаларындан даһа чох сечилән шәһәрләри тәсвир етмишләр. Шәһәрләр вә онларын чичәкләнмәси исә рекионал һадисә олмајыб, чох үмуми характер дашыјыр. Тәбии ки, дүнјанын башга халгларынын әдәбијјатларында да шәһрашуба охшар ше'рләр силсиләсинин јаранмасы мүмкүн, һәтта зәрури иди. Әкәр бу нијјәтлә Avropa әдәбијјатларыны арашдырачаг олсаг, франсыз ше'риндә фаблио, алман поезијасында шванк адландырылмыш шәһрашуб паралелләри илә раст дүшәрик.

Шәһрашубларын јазылмасы үчүн вә конкрет бир поетик форма, нә дә әрузун һансыса мүәјјән бәһриндән истифадә едилмишдир. Бу нөв ше'рин нүмунәләри гәзәл, гит'ә, рүбаи, гәсидә, мәснәви шәкилләриндә, әрузун мүхтәлиф бәһрләриндә гәләмә алынмышдыр. Шәһрашубун, һәләлик бәлли олан ән гәдим нүмунәләри гит'ә вә мәснәвидән ибарәтдир. Мәс'уд Сә'д Сәлманын 91 гит'әдән ибарәт шәһрашубу зәркәр, чөрәкчи, кимјакәр, нәггаш, әттар, мүнәччим вә с. сәнәт саһибләрини вәсф едир, һәм дә бу гит'әләрин бөјүк һиссәси мүхтәлиф вәзнлидир. Мәс'уд Сә'д Сәлманын 371 бејтдән ибарәт хәфиф бәһриндә мәснәви шәклиндә јазылмыш башга бир шәһрашубу да вардыр.

XII әсрдә Хәјјамдан сонра кетдикчә даһа чох күтләвиләшән рүбаи шәһрашуб үчүн дә ән мүнасиб ифадә мејданларындан биринә чеврилир. Мәһсәти Кәнчәвинин, Әмир Хосров Дәһләвинин, сонралар Лисани Ширазинин, Шејх Әбүлфејз Фејзи Агрејинин, һаләти Түркмән Теһранинин шәһрашублары мәһз рүбаиләр үзәриндә гурулмушдур.

Бөјүк поемалар, «Хәмсә»ләр үчүн доғма олан мәснәви. шәһрашублара да сирајәт етмиш, Молла Мәһәммәд Сејид Әшрәф Мазандарани Әбу Талиб Келим һәмәдани, Шәфаи Исфәһани... мәснәви-шәһрашубларын мараглы нүмунәләрини јазмышлар. Елә бурадача гејд етмәк лазымдыр ки, мәснәви шәкли түрк шәһрәнкизләри үчүн јеканә поетик форма олмушдур. Иса Мәсиһинин «Әдирнә шәһрәнкизи», Исһаг Чәләбинин «Бурса шәһрәнкизи», Хәлифәнин «Дијарбәкр шәһрәнкизи», Јәһјанын «Истанбул шәһрәнкизи», үмумијјәтлә, османлы поезијасындакы әллидән артыг шәһрәнкизин һамысы мәснәвидир. Түрк шәһрәнкизләринин демәк олар ки, һамысынын вәзни дә ејни олмушдур: һәзәче—мосәддәсе-мәһзуф (мәфаА'Илүн МәфА'Илүн, фә'Улүн). Бә'зән шәһрәнкизләр дөрдлүкләр шәклиндә гурулса да, бу формал характер дашымыш, әслиндә мәснәвилик позулмамыш, әввәлдән ахыра ејни вәзн вә гоша гафијәләнән мисралар сахланылмышдыр.

Шәһрашубларын бөјүк бир һиссәси дә гәзәл шәклиндәдир. Фарсдилли поезијада гәзәл-шәһрашубларын ән көзәл нүмунәләри Сејфи Бухарајинин јаратдыгларыдыр. Мүасирләринин јаздыгларына көрә һәтта Сејфинин сәнәткарлара һәср едилмиш хүсуси шәһрашуб диваны вә олмушдур (5,144). XVII әср тачик шаири Сәјидо Нәсәфи дә Сејфи Бухараји јолуну давам етдирмиш, 200-дән артыг пешә саһибини өјән гәзәл-шәһрашублар јаратмышдыр.

Гәсидә шәклиндә јазылмыш шәһрашубларын ән гәдим нүмунәләри XII әсрә кедиб чыхыр. Белә гәсидәләри Хагани. Ширвани, Әнвәри диванларында тапырыг. Кәмаләддин Кутаһпај, Һејрәти Туни, Мәһәммәд Гасым Зари Исфәһанинин шәһрашублары да бу гәбилдәндир.

Һансы поетик формада мејдан тапмасындан асылы олмајараг шәһрашублар һәчв ја вәсф характерли олмушлар. Тәнгид, һәчв, мәгсәдијлә јазылан шәһрашублар бир шәһәрә, о шәһәрин ад-сан саһиби кишиләринә бир нөв һүчум олдуғундан сакитчә гаршыланмамышдыр. Мәсәлән, Хандәмир «Рөвзәт үс-сәфа»да хәбәр верир ки, 920-чи илдә (1514—15) Мөвлана Чәмаләддин Мәһәммәд Акәһи Һератын бүтүн әмирләри, усталары, ә'јан вә әшрәфләри, үләмаларыны һәчв едән шәһрашуб гәсидә јазды. О заманлар Хорасан валиси олан Әмирхан бу шәһрашуба көрә Мөвлана Акәһинин әлләри вә дилинин кәсилмәси һагда фәрман верди (12,83). Сам Мирзә «Төһфеји-Сами» дә јазыр ки, һәрфи Исфәһанинин Килан әһли һаггында шәрһашубуна көрә дили кәсдирилмишдир (7, 153).

Һәчв вә мәдһ характерли шәһрашубларын көзәл классик нүмунәләрини Азәрбајчан поезијасында да Мүчирәддин Бејләгани вә Хагани Ширвани јарадычылығында тапырыг. Һәм дә бу шәһрашубларын икиси дә бир-биријлә әлагәдар мејдана чыхмышлар.

Мүчирәддин Бејләгани Исфәһан әһлиндән инчијәрәк онларын һәчвиндә бир шәһрашуб јазыр. Шәрәфәддин Шефордеје Исфәһани бу шәһрашуба ондан да кәскин шәһрашубла чаваб верир. Лакин башга бир чаваб, Чәмаләддин Әбдүррәзагын шәһрашубу даһа кәскин олур. О, Мүчирәддинин мүәллими Хаганини һәчв едән ше'р јазыр. Бу әһвалаты «Мәчмә ул-фүсәһа» да нәгл едән Рзагулу хан Һидајәт Хаганинин вәзијјәтдән бачарыгла чыхдығыны, нисләјә јахшылыгла чаваб вердијини, Исфаһан һаггында көзәл бир шәһрашуб гәсидә јаратдығыны јазыр. (10,511) һәмин шәһрәшуб гәсидә бу бејтлә башланыр:

Нәкһәте-һурәст ја һәваје Сефаһан
Чәбһәте-чоузәст ја легаје Сефаһан (9,318).

Азәрбајчан әдәбијјатында шәһрашублар (шәһрәнкизләр) өз инкишафларында чох мараглы мәрһәләләрдән кечмишләр. Бу мәрһәләләрдән ән мараглысыны XIX әсрдә јаранан Азәрбајчан шәһрәнкизләри тәшкил едир. Бу әсрдә әдәбијјатымызда өзүнә кетдикчә даһа артыг јер елән тәнгиди реализм мәсләки шәһрашублара да сирајәт етмиш. Гасым бәј Закирин, Кәбирли Молла Һејдәрин, Хәлфә Мәһәммәд Кәрим Варданинин јаратдыглары шәрһашуб хәритәсини даһа да зәнкинләшдирмишдир.

Гајнаглар

1. А. Н. Болдырев. «Зейналдин Васифи», Душанбе, 1957. 2. И. В. Боролина и др. «Литература Востока в средние века», ч. II. М., 1970. 3. В. С. Гарбузова. Поэты средневековой Турции, учебное пособие, Л., 1963. 4. А. Е. Крымский. Энциклопедический словарь Русского библиографического института «Гранат», изд. 7. т. 41—Х, М., 1937. 5. А. М. Мирзоев. Сайидо Насафи и его место в истории таджикской литературы, Сталинабад, 1954. 6. Е. И. Моштакова. Из истории сатиры и юмора в турецкой литературе, М., 1972. 7. Сам Мирзә Сәфәви. «Тоһфеје-Сами», «Зәмимеје-сале-шанздәһоме-«Әрмәған», Теһран. 1314. 8. Мәһәммәд Чәфәр Мәһчуб. Сәбке-Хорасани дәр ше'ре-фарси, Теһран, 1345; 9. Диване-Хагани Ширвани, Теһран, 1333. 10. Рзагулухан Һидајәт. «Мәчмәүл-фүсәһа», I чилд, 1295; 11. Әһмәд Голчин Мәани. Шәһрашуб дәр ше'ре-фарси, Теһран, 1346; 12. Мәһәммәд Хандәмир. Роузәт үс-сәфа, V чилд, Бомбеј, 1266.

Р. Б. Гусейнов

ЗАБЫТЫЙ ЖАНР КЛАССИЧЕСКОЙ ПОЭЗИИ

В статье рассматривается один из самых интересных жанров классической восточной поэзии — «шахрашуб».

Шахрашубы создавались в различных поэтических формах.

В персидской, индийской, турецкой литературах созданы шахрашубы в виде рубаи, касид, газел, маснави.

Параллели шахрашуба в турецкой литературе назывались немного иначе — шахрангиз. Все шахрангизы созданы в форме маснави, метром хазадже-мосаддасе-махзуф.

Из азербайджанских поэтов к шахрашубу обратились Махсати Ганджави, Хакани Ширвани, Муджираддин Бейлакани.

R. B. Huseynov

A FORGOTTEN GENRE OF THE CLASSICAL POETRY

This article deals with one of the most interesting genres of the classical oriental poetry—shahrashub (city trouble-makers).

The genre shahrashub has been used in Indian, Persian, Azerbaijan and Turkish poetry beginning from the 12th century up to now. For the creation of the genre shahrashub such poetical forms as rubai, kasida, kit'a, ghazal, masnavi and mukhammas were used.

Some brilliant examples of this genre were created by several Azerbaijan poets such as Mahsati, Khagani, Fizuli, Vagif, etc.

АЗӘРБАЈЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘ'РУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД № 4 1981

ИСТОРИЯ НАУКИ

Л. Г. АЛИЕВА, А. М. ГАСАНОВА

К ПРОБЛЕМЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОГО МЕТАЛЛА *ХАРСИНИ* В СРЕДНЕВЕКОВЫХ ПИСЬМЕННЫХ ИСТОЧНИКАХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР З. М. Буниятовым)

В трудах ряда средневековых восточных авторов, начиная с VIII в., упоминается одно неопределенное тело, возможно, металл или сплав, под названием *харсини*. До настоящего времени истинный смысл этого названия среди современных историков химии, находит различные определения. Пока что не установлено, к какому металлу и сплаву или же веществу относится название *харсини*.

В доступных нам рукописных трудах средневековых ученых, наиболее раннее упоминание о *харсини* встречается у арабского алхимика Джабира ибн Хаййана (жил в Куфе около 776 г.). В своем труде «Книга извлечений», Джабир пишет: «..... *харсини* напоминает олово по своему цвету и плавкости. Некоторые мои знакомые говорят, что это суть камни в скалах, которые находятся в районе Каран между Кабулом и Бадахшаном. Если расплавить, то он плавится как олово и эта плавка бывает различной. Однако он, *харсини*, ломается как стекло, не куется и не растирается» [1].

Знаменитый Абу-Бакр Мухаммед ар-Рази (?—925 г.) в своем труде «Книга тайны тайн», пишет: «.....металлы, а их семь — золото, серебро, медь, железо, олово, свинец и *харсини* [2].

Абу-Райхан ал-Бируни (973—1048 гг.) в своей «Минералогии» включил *харсини* в число известных в то время металлов, посвятив ему отдельный раздел, со ссылкой на «Китаб ан-нухаб» («Избранное») неизвестного автора: «*харсини* сходен с оловом (расас) по цвету и плавкости. Один из моих знакомых говорил, что в области Каран, а она расположена между Кабулом и Бадахшаном, находят среди скал камни, которые плавятся как олово. Но это [сходство] касается только цвета, сам же он хрупок, как стекло, и не выдерживает ковки и ударов». Далее он добавляет, что «Абу Са'ид ал-Казвини, среди того, что он написал мне о нем (*харсини*), указывает: прежде всего, приходит на мысль, что *харсини*—это тот металл, из которого отливаются колокола в Кашгаре и котлы Барсхане, расположенном на берегу Исси-куля, то есть горячего озера, а также и [другие] сосуды, очень грубые, но это зависит от

мастеров и [их] искусства, так как то, что из него вырабатывается в Китае, крайне изящно и тонко. Говорят, что они (китайцы) прибавляют к нему кала'ийское* олово, и тогда он служит материалом для изготовления китайских зеркал. А в забулистанском Зарубане есть камни, которые называются мурдасандж (глет), и они разных форм, похожи на черный, окрашенный [сверху] в желтый цвет [минерал], подобный сере; его плавят и из него отливают в формах предметы вроде амулетов и [подвесок], употребляемых индийскими женщинами для кос; называют его *харсини*, и он похож на металл китайских зеркал, в нем преобладает черный оттенок железа» [3].

Интересно отметить, что рассматривание *харсини*, как одного из металлов известных тогда под неопределенными названиями, продолжалось и в XII—XIII веках. Особенно это отмечается у Хубайша Тифлиси [4]. При составлении классической семерки металлов, т. е. золота, серебра, меди, железа, олова, свинца, он включил в нее также и *харсини*, как седьмой металл, не приводя, однако, каких-либо данных о том, что же представляет из себя этот неопределенный металл.

Несколько отличающееся упоминание о харсини отмечается у персидского автора XII—XIII вв. Абд ал-Касима Кашани [5], который пишет, что «*харсини* — природное ископаемое, относится к семи металлам, его залежи находятся в Китае. По цвету он желтоватый, как золото, и похож на сплав хафт джуш».

Арабский географ и космограф XIII в. Закарийя ал-Казвини в своем труде «Чудеса тварей и диковины существующего» пишет о харсини следующее: «Он (*харсини*) образуется так же, как и другие упомянутые [металлические] тела. Рудник его находится в китайской земле. Цвет его черный приближающийся к красному. Клинок из него обладает огромной разящей силой. Из него делают гарпуны, с которыми охотятся на китов, ибо если он вонзается во что-то, то высвободить его можно с трудом.

Из него изготовляют зеркало, в которое в темном помещении смотрит больной с параличом лица, ибо оно при этой болезни полезнее лекарства.

Из него также изготовляют пинцеты, которыми выщипывают волосы и им же затем смазывают несколько раз эти места, после чего волосы там вновь не растут» [6].

После высказанного в 1868 г. мнения Германа Этхе [7], что под этим названием подразумевается металлический цинк, у большинства современных авторов, интерпретирующих приведенное в средневековых трудах описание *харсини*, утвердилось аналогичное мнение. Оно поддерживается, например, У. И. Каримовым [2] и Н. А. Фигуровским [8]. Однако И. Р. Селимханов [9], исходя из описания, что *харсини* хрупок, не куется и не растирается, выразил мнение, что это могла быть металлическая сурьма.

* Калах (кала) — местность на Малайских островах, где добывалось олово.

Как видно из приведенных описаний, у средневековых авторов они в отдельных случаях весьма запутаны, что затрудняет выяснение значимости *харсини*. Например, Бируни одновременно отмечает, что *харсини* — минерал желтого цвета, подобный сере и из нее же его выплавляют. Но если принять во внимание, что из *харсини* отливали колокола и котлы, то это противоречит высказываниям Бируни.

Однако целый ряд других описаний говорящих, что *харсини* обладает токсическими свойствами и представляет собой сплав с черноватым отливом, а также металлическим блеском, приближает *харсини* к металлическому мышьяку. А. М. Беленицким [3] высказывается предположение, что на основании сходства арабского *харсини* с греческим— ἀρσενικόν, можно считать его мышьяком. Однако это не совсем так, ибо отметим, что самородный или полученный химическим восстановлением мышьяк, не плавясь испаряется, издавая чесночный запах. Таким образом *харсини* мышьяком быть не может.

Неясным остается и утверждение Дж. Р. Партингтона [10], что *харсини* это—различные формы сортов латуни.

Нами были привлечены основные, относительно понятные, данные о свойствах *харсини*. Они таковы:

1) это металл; 2) температура плавления, как у олова; 3) он хрупок, куется и ломается как стекло; 4) цвет — темный; 5) очевидно, малораспространенный в природе минерал; 6) токсичен.

Следовательно, можно сделать вывод, что это металл, но, не олово, не свинец и не цинк.

Таким образом, по своим свойствам *харсини* более подходит к самородному, т. е. природному минералу, в состав которого входит, очевидно, мышьяк, но возможно, в сочетании с сурьмой.

Дальнейшие исследования с привлечением большого числа данных историко-химического характера, смогут, по-видимому, уточнить природу металла *харсини*.

Литература

1. Berthelot M. La chimie en moyen âge. Paris, 18?9, т. III, стр. 248—249. 2. Каримов У. И. Неизвесгное сочинение ар-Рази (?-925гг.) „Книга тайны тайн". Изд. АН Узбек. ССР. Ташкент, 1957, стр. 151. 3. Абу-р-Райхан Мухаммед ибн Ахмед ал Бируни. Собрание сведений для познания драгоценностей. Перев. А. М. Беленицкого. Изд. АН СССР. М., 1963, стр. 244 и примечания на 487—488. 4. Хубайш Тифлиси. Описание ремесел. Перев. с персидского, введение и комментарий Г. П. Михалевича М, 1976, стр. 77 5. Цитата по комментариям. Г. П. Михалевича [4], стр. 153. 6. Закарийя ал-Казвини. Аджа'иб ал-махлукат ва гаря'иб ал-мауджудат, Каир, 1956, стр. 12.

7. Hermann Ethè. Zakarija ben Muhammed ben Mahmûd El-Kazwini's Kosmographie. Leipzig, 1868, стр. 419,427. 8. Фигуровский Н. А. Очерк общей истории химии от древнейших времен до начала XIX в. Изд-во „Наука", М., 1969, стр. 9. 9. Selimkhanov I. R. A note upon knowledge of metals and their transnutation in the History of Arabic Science. The second International symposium for the history of Arabic Science. Abstracts of Session Papers, Aleppo, University, 1979, стр. 108-109. 10. Partington G. R. The Early History of Zinc. Metallurgia, 1951, 223—224.

Институт НБ и СВ

Поступило 24. XII 19

Л. Һ. Әлиjева, Ә. М. Һәсәнова

ОРТА ӘСРИН JАЗЫЛЫ МӘНБӘЛӘРИНДӘ ГЕJРИ-МҮӘJJӘН ХАРСИНИ МЕТАЛЫНЫН ПРОБЛЕМИНӘ ДАИР

Мәгаләдә VIII әсрдән башламыш бир сыра алимләрин әсәрләриндә гејри-мүәјјән метал сајылан харсининин хассәләри верилмиш, ејни заманда мүасир дөврүн кимја гарихи илә мәшғул олан тәдгигатчыларынын бу барәдә фикирләри әкс олунмушдур. Һәмчинин харсининин тәбии минерал-металы олараг тәркибиндә ассотсија олунмуш арсен вә сүрмә металы гарышығындан ибарәт олдуғу тәсәввүр едилир. Бу саһәдә сонракы тәдгигатлары давам етдирмәк нәзәрдә тутулур.

L. G. Aliyeva, A. M. Gasanova

TO THE PROBLEM OF UNKNOWN METAL KHARSINI IN THE MEDIEVAL WRITTEN SOURCES

Unclearly ideas about the unknown metal kharsini are expressed in the works of the medieval alchemists-chemists, and the opinion of modern historian of chemistry is contradictory—that kharsini is brass- or antimony. In the opinion of authors it is not excluded that kharsini is a native metal which contains associated arsenic and antimony as well.

МҮНДӘРИЧАТ

СОДЕРЖАНИЕ

40 коп.

Индекс 76355