



ISSN 0002-3078
АЗƏРБАЙҘАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫ
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

МƏ'РУЗƏЛƏР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

1982 • 10

ДАН Азерб. ССР публикует краткие сообщения об оригинальных, нигде не печатанных ранее, результатах научных исследований, представленные академиками АН Азерб. ССР, которые тем самым берут на себя ответственность за научные достоинства представляемой статьи.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов, без определенных выводов и обобщений, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особо интересных для науки находок).

Будучи органом срочной информации, журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает и отбирает к печати статьи, объем которых допускает их публикацию в установленные решением Президиума АН Азерб. ССР сроки.

В связи со всеми перечисленными ограничениями отклонение статьи редакцией «Доклады АН Азерб. ССР» означает только, что она не согласуется с требованиями и возможностями этого журнала и не исключает ее публикации в других изданиях.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Доклады АН Азерб. ССР» просит авторов руководствоваться приведенными правилами и надеется, что авторы ознакомятся с ними прежде, чем пришлют статью в редакцию.

Статьи, присланные без соблюдения этих правил, к рассмотрению не принимаются.

1. Статьи, направляемые в редакцию, должны иметь представление члена АН СССР или ак

2. Статьи (иначе) не принимаются, в том числе и по инициативе редакции не принимаются, в том числе и по инициативе редакции не принимаются, в том числе и по инициативе редакции не принимаются.

3. Статьи должны быть написаны разборчиво.

4. Статьи должны быть написаны разборчиво.

5. Статьи должны быть написаны разборчиво.

6. Статьи должны быть написаны разборчиво.

7. Статьи должны быть написаны разборчиво.

8. Статьи должны быть написаны разборчиво.

9. Статьи должны быть написаны разборчиво.

10. Статьи должны быть написаны разборчиво.

11. Статьи должны быть написаны разборчиво.

12. Статьи должны быть написаны разборчиво.

13. Статьи должны быть написаны разборчиво.

14. Статьи должны быть написаны разборчиво.

15. Статьи должны быть написаны разборчиво.

16. Статьи должны быть написаны разборчиво.

17. Статьи должны быть написаны разборчиво.

18. Статьи должны быть написаны разборчиво.

МӘ'РУЗЭЛЭР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 10



Член-корр. Д.к. Э. АЛЛАХВЕРДИЕВ, Р. М. ДЖАБАРЗАДЕ

**О ПОЛНОТЕ СИСТЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОПЕРАТОРОВ**

Целью настоящей заметки является изложение некоторого подхода, позволяющего рассматривать многопараметрические системы с несамосопряженными операторами и устанавливать для них теоремы полноты их собственных элементов.

Методы Аткинсона и Брауне в этих случаях не могут быть использованы, так как предполагают самосопряженность всех входящих в систему операторов.

Для простоты рассмотрим систему

$$\begin{cases} A(\lambda, \mu)x = (\nu A_1 + \lambda^2 A_2 + \mu A_3)x = 0 \\ B(\lambda, \mu)y = (J + B_0 + \lambda B_1 + \mu B_2)y = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $A(\lambda, \mu)$ и $B(\lambda, \mu)$ — операторы, действующие в гильбертовых пространствах H_1 и H_2 соответственно.

Под собственным элементом многопараметрической системы (1) понимаем разложимый тензор $x \circ y \in H_1 \circ H_2$, такой, что для него существует пара комплексных чисел λ, μ такая, что

$$\begin{cases} A(\lambda, \mu)x = 0 \\ B(\lambda, \mu)y = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Пусть $H_1 \hat{\circ}_\alpha H_2$ — тензорное произведение пространств $H_1 \circ H_2$, выполненное по некоторой допустимой равномерной кросснорме α [1].

Через $[H_1 \hat{\circ}_\alpha H_2]^3$ обозначим прямую сумму 3 тензорных произведений $H_1 \hat{\circ}_\alpha H_2$.

Обозначим через s_k характеристические значения оператора $A_3^{-1} A_2 \circ (B_1^{-1} B_2)^2$, расположенные в порядке возрастания модуля.

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

1. Оператор $A_3^{-1} A_2 \circ (B_1^{-1} B_2)^2$ вполне непрерывный и самосопряженный, собственные значения его, начиная с некоторого, простые и

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(|s_k|^{1-p})^2}{|\Delta s_k|^2} < \infty \quad (3)$$

$$\Delta s_k = s_{k+1} - s_k, \quad s_k = \frac{1}{\lambda_k}, \quad p < 1$$

2. Операторы

$$A_3^{-1} A_1 (A_3^{-1} A_2)^{-1}, \quad B_1^{-1} (B_1^{-1} B_2)^{-2p}, \quad B_0 (B_1^{-1} B_2)^{-2p} \quad (4)$$

ограниченные.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Г. Б. Абдуллаев (главный редактор), М. Т. Абасов,
Ал. А. Ализаде (зам. главного редактора), В. С. Алиев, Г. А. Алиев,
Дж. А. Алиев, И. Г. Алиев, Дж. Б. Гулиев, Н. А. Гулиев,
М. З. Джафаров, Ф. Г. Максудов, А. А. Надиров, Ю. М. Сендов
(зам. главного редактора), М. А. Топчибашев, М. А. Усейнов,
Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

© Издательство „Элм“, 1982 г.

Тогда система собственных элементов, отвечающая собственным значениям системы (1), для которых модуль второй компоненты больше некоторого числа N , образует базис в подпространстве

$H_1 \hat{\circ} H_2$ пространства $H_1 \hat{\circ} H_2$ таким, что дополнение $H_1 \hat{\circ} H_2$ до всего пространства конечномерно.

Доказательство. Зафиксируем μ_0 и составим результат [см. 2] $k(A(\lambda, \mu_0), B(\lambda, \mu_0))$ операторов $A(\lambda, \mu_0)$ и $B(\lambda, \mu_0)$

$$R(A(\lambda, \mu_0), B(\lambda, \mu_0)) = \begin{vmatrix} \mu_0 A_3 \circ J_{H_1} & A_1 \circ J_{H_1} & A_2 \circ J_{H_2} \\ J_{H_1} \circ J_{H_1} + B_0 + \mu_0 B_2 & J_{H_1} \circ B_1 & 0 \\ 0 & J_{H_1} \circ J_{H_1} + B_0 + \mu_0 B_2 & J_{H_1} \circ B_1 \end{vmatrix} \quad (5)$$

где под $A \circ B$ понимается тензорное произведение операторов A и B .

Из [2] имеем, что спектры пучков $A(\lambda, \mu_0)$ и $B(\lambda, \mu_0)$ не пересекаются в том и только том случае, когда их результат обратим в $H_1 \hat{\circ} H_2$.

Для обратимости такого результата необходимо и достаточно, чтобы существовал ненулевой вектор $(\hat{x}_0, \hat{x}_1, \hat{x}_2)$ ($\hat{x}_1 \in H_1 \hat{\circ} H_2$) такой, что $R(A(\lambda, \mu_0), B(\lambda, \mu_0))(\hat{x}_0, \hat{x}_1, \hat{x}_2) = 0$.

Последнее означает выполнение следующей системы равенств

$$\begin{cases} \mu_0 A_3 \circ J_{H_1} \hat{x}_0 + A_1 \circ J_{H_1} \hat{x}_1 + A_2 \circ J_{H_2} \hat{x}_2 = 0 \\ (J_{H_1} \circ (J_{H_1} + \mu_0 B_2 + B_0)) \hat{x}_0 + (J_{H_1} \circ B_1) \hat{x}_1 = 0 \\ J_{H_1} \circ (J_{H_1} + \mu_0 B_2 + B_0) \hat{x}_1 + (J_{H_1} \circ B_1) \hat{x}_2 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Тогда имеем

$$\hat{x}_2 = (-J_{H_1} \circ B_1^{-1} (J_{H_1} + B_0 + \mu_0 B_2)) \hat{x}_1$$

Из 2-го равенства системы (6) имеем, что

$$\hat{x}_1 = -(J_{H_1} \circ B_1^{-1} (J_{H_1} + \mu_0 B_2 + B_0)) \hat{x}_0$$

Тогда

$$\hat{x}_2 = [J_{H_1} \circ \{B_1^{-1} (J_{H_1} + B_0 + \mu_0 B_2)\}^2] \hat{x}_0$$

Подставляя в 1-е равенство системы (6) значения для \hat{x}_1, \hat{x}_2 , имеем

$$\begin{aligned} & \mu_0 (A_3 \circ J_{H_2}) \hat{x}_0 - A_1 \circ B_1^{-1} (J_{H_1} + \mu_0 B_2 + B_0) \hat{x}_0 + \\ & [A_2 \circ \{B_1^{-1} (J_{H_1} + B_0 + \mu_0 B_2)\}^2] \hat{x}_0 = 0 \\ & - A_1 \circ B_1^{-1} \hat{x}_1 - A_1 \circ B_0 \hat{x}_1 + A_2 \circ B_1^{-1} \hat{x}_1 + A_2 \circ B_1^{-1} B_0 B_1^{-1} \hat{x}_1 + \\ & + A_2 \circ B_1^{-1} B_0 B_1^{-1} B_2 \hat{x}_1 + \mu [-A_1 \circ B_1^{-1} B_2 + A_3 \circ J_{H_1} + \\ & + A_2 \circ B_1^{-1} B_2 B_1^{-1} + A_2 \circ B_1^{-1} B_2 B_1^{-1} B_0 + A_2 \circ B_1^{-1} B_2 + \\ & + A_2 \circ B_1^{-1} B_0 B_1^{-1} B_2] \hat{x}_1 + \mu^2 A_2 \circ (B_1^{-1} B_2)^2 \hat{x}_1 = 0. \end{aligned}$$

Полагаем $\hat{x}_0 = \hat{x}, \mu_0 = \mu$

Так как оператор A_3^{-1} существует, то

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu} [-A_3^{-1} A_1 \circ B_1^{-1} - A_3^{-1} A_1 \circ B_0 + A_3^{-1} A_2 \circ B_1^{-1} + A_3^{-1} A_2 \circ \\ & B_1^{-1} B_0 B_1^{-1} + A_3^{-1} A_2 \circ B_1^{-1} B_0 B_1^{-1} B_2] + \\ & + (-A_3^{-1} A_1 \circ B_1^{-1} B_2 + J_{H_1} \circ J_{H_1} + A_3^{-1} A_2 \circ B_1^{-1} B_2 B_1^{-1} + \\ & + A_3^{-1} A_2 \circ B_1^{-1} B_2 B_1^{-1} B_0 + A_3^{-1} A_2 \circ B_1^{-1} B_2 + \\ & + A_3^{-1} A_2 \circ B_1^{-1} B_0 B_1^{-1} B_2] \hat{x} + \mu A_3^{-1} A_2 \circ (B_1^{-1} B_2)^2 \hat{x}_0. \end{aligned}$$

Применяя результаты работы [4], получим полноту системы собственных элементов (7) в подпространстве пространства $H_1 \hat{\circ} H_2$, дополнение которого до всего пространства имеет конечную размерность.

Начиная с некоторого номера k_0 , можно установить связь между собственными элементами x уравнения (7) и ядром результата (5).

Мы видим, что если $\{x, y, z\}$ входит в ядро результата, то x есть собственный элемент уравнения (7).

И, наоборот, если x есть собственный элемент уравнения (7) с собственным значением (λ_0, μ_0) , то элемент

$$\{x, [-J_{H_1} \circ B_1^{-1} (J_{H_1} + B_0 + \mu_0 B_2) x, [J_{H_1} \circ (B_1^{-1} (J_{H_1} + B_0 + \mu_0 B_2))]^2 x\}$$

входит в ядро результата $R(A(\lambda, \mu_0), B(\lambda, \mu_0))$.

Ясно, что ядро результата состоит из элементов вида $\alpha \{x, -J_{H_1} \circ B_1^{-1} (J_{H_1} + B_0 + \mu B_2) x, J_{H_1} \circ [B_1^{-1} (J_{H_1} + B_0 + \mu B_2)]^2 x\}$ и размерность подпространства $\text{Ker } R(A(\lambda, \mu_0), B(\lambda, \mu_0))$ не может быть больше 1, так как в противном случае собственные значения уравнения (7) не могут быть простыми, а они простые для достаточно больших по модулю значений μ_k в силу выполнения условия (3) теоремы.

Покажем, что все собственные элементы (7) при достаточно больших k являются разложимыми тензорами.

Действительно, ядро результата непусто, тогда спектр пучков

$$\begin{aligned} A(\lambda, \mu_k) &= \lambda A_1 + \lambda^2 A_2 + \mu_k A_3 \\ B(\lambda, \mu_k) &= J + B_0 + \lambda B_1 + \mu_k B_2 \end{aligned}$$

не пуст. Но в силу условий теоремы спектр каждого из пучков $A(\lambda, \mu_k)$ и $B(\lambda, \mu_k)$ состоит только из собственных значений. Следовательно, существует собственное значение (λ_k, μ_k) нашей системы (3).

Обозначим соответствующий собственный вектор через $x_k \circ y_k$. Нетрудно видеть, что каждому собственному значению (λ_k, μ_k) системы (3) с собственным вектором $x_k \circ y_k$ соответствует элемент $(x_k \circ y_k, \lambda_k x_k \circ y_1, \lambda_k^2 x_k \circ y_k)$, входящий в ядро результата $R(A(\lambda, \mu_k), B(\lambda, \mu_k))$, но тогда $x_k \times y_k$ является собственным вектором уравнения (7) и

$$\begin{aligned} \lambda_k x_k \circ y_k &= -x_k \circ B_1^{-1} (J_{H_1} + B_0 + \mu_k B_2) y_k \\ \lambda_k^2 x_k \circ y_k &= x_k \circ [B_1^{-1} (J_{H_1} + B_0 + \mu_k B_2)]^2 y_k \end{aligned}$$

ON COMPLETENESS OF EIGEN ELEMENTS OF MULTIPARAMETER SYSTEM OF OPERATORS

When the operators A_1 and B_1 and spectrum of operator $A_3^{-1} A_2 \circ (B_1^{-1} B_2)^2$ satisfy some conditions, the completeness of eigen elements of multiparameter system of operators

$$\begin{cases} A(\lambda, \mu)x = (\lambda A_1 + \lambda^2 A_2 + \mu A_3)x = 0 \\ B(\lambda, \mu)y = (J + B_0 + \lambda B_1 + \mu B_2)y = 0 \end{cases}$$

in the subspace $H_1 \hat{\circ} H_2$ of space $H_1 \hat{\circ} H_2$ is proved, where the dimension of subspace $H_1 \hat{\circ} H_2 - H_1 \hat{\circ} H_2$ is finite.

И, наоборот, если x есть собственный вектор (7), то вектор $\{x, [-J_{H_1} \circ B_1^{-1} (J_{H_2} + B_0 + \mu B_2)]x, J_{H_1} \circ [B_1^{-1} (J_{H_2} + B_0 + \mu B_2)]^2 x\} \in H_1 \hat{\circ} H_2$ входит в ядро результата и следовательно, x есть собственный вектор системы (3) и является разложимым тензором.

Итак, все собственные векторы $x_k \circ y_k$ уравнения (7) с собственными значениями μ_k являются собственными векторами системы (3) с собственными значениями (λ_k, μ_k) и образуют базис в подпространстве $H_1 \hat{\circ} H_2$, являющемся замкнутой линейной оболочкой всех собственных подпространств, соответствующих собственным значениям (λ_k, μ_k) системы (3), с μ_k больше по модулю некоторого положительного N .

Теорема доказана.

Замечание. По существу доказана теорема:

Если собственные значения уравнения (7), начиная с некоторого, простые, а соответствующие собственные элементы разложимы и образуют базис в подпространстве $H_1 \hat{\circ} H_2$, дополнение которого до всего пространства $H_1 \hat{\circ} H_2$ конечномерно, то они являются собственными элементами системы (1) и также образуют базис.

Литература

1. Schinose T. J. für die reine und angewandte Math., 1970, 244, 119—153
2. Балинский А. И. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-мат. и техн. наук, 1972 № 2. 3. Хайниг. Функ. анализ и его приложения. 1977, 2, вып. 3, стр. 94—95
4. Дзавбарзаде Р. М. В кн.: "Спектральная теория операторов". Труды II Всесоюз. летней мат. школы по спектр. теории операторов. Изд-во "Элм", Баку, 1970 стр. 73—78.

Институт математики и механики

Поступило 24. II. 1982

Ч. Е. Аллаhverдиев, Р. М. Чаббарзаде

BIR ÇOXPARAMETRLI SISTEMIN XÜSUSI ELEMENTLƏRİNİN TAMLIĞI HAĞYINDA

Məğalədə

$$\begin{cases} A(\lambda, \mu)x = (\lambda A_1 + \lambda^2 A_2 + \mu A_3)x = 0 \\ B(\lambda, \mu)y = (J + B_0 + \lambda B_1 + \mu B_2)y = 0 \end{cases}$$

systeminə baxılırdır:

$A(\lambda, \mu)$ və $B(\lambda, \mu)$ öz-özünə gəlmiş operatorlarıdır və H_1, H_2 Hilbert fəzalarında, uğun olaraq, təyin olunub.

A_1 və B_1 operatorları və $A_3^{-1} A_2 \circ (B_1^{-1} B_2)^2$

operatorun spektri müəyyən şərtləri ehtiva edən halda yuxarıdakı sistemnin xüsusi elementləri bütün $H_1 \hat{\times} H_2$ fəzаны tamamlaması son ölçüdə olan atfəzada bazis təşkil edir.

Г. К. НАМАЗОВ

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ ОДНОГО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Единственность решения задачи Коши в классе быстрорастущих функций для уравнения теплопроводности впервые была изучена А. Н. Тихоновым в работе [1]. Вопросу единственности решения задачи Коши для параболических уравнений было посвящено много работ [1-5].

В работе [4] А. С. Калашникова исследуются классы единственности решения интегро-дифференциальных уравнений. Полученные результаты в этой статье, в частности, охватывают ранее известные классы единственности решения задачи Коши для параболических уравнений в классе быстрорастущих функций в случае, когда коэффициенты уравнения не зависят от пространственных переменных.

В настоящей статье методом, предложенным в работе [2] О. А. Олейник, Е. В. Радкевича, изучен класс единственности решения задачи Коши и первой краевой задачи в бесконечной области для одного интегро-дифференциального уравнения в случае, когда коэффициенты могут зависеть и от пространственных переменных.

Рассмотрим неограниченную область Ω в $R_{x_1}^{n+1}$ $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$, заключенную между плоскостями $t=0$ и $t=T$.

Пусть $\gamma = \partial\Omega \cap \{(x, t): 0 < t < T\}$, $\gamma_0 = \partial\Omega \cap \{(x, t): t=0\}$, $\partial\Omega = \gamma_0 \cup \gamma \cup U$, $\Omega(e, \tau) = \{(x, t): |x_j| < e, j=1, 2, \dots, n, 0 < t < \tau\}$, $0 < \tau < T$, $g_\tau^e = \Omega \cap \Omega(e, \tau)$, $\Omega_\tau = \Omega \cap \{(x, t): |x_j| < e, j=1, 2, \dots, n, t = \tau\}$

Предположим, что для любого g_τ^e справедлива формула Остроградского.

В области Ω рассмотрим интегро-дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + \int_0^t \sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_j} \left(b_j(x, \sigma) \frac{\partial u(x, \sigma)}{\partial x_j} \right) d\sigma = 0 \quad (1)$$

при начальном условии

$$u|_{\gamma_0} = \varphi(x) \quad (2)$$

и граничном условии

$$u|_{\gamma} = 0. \quad (3)$$

Пусть ограниченная область $\omega \subset \Omega$. Через $H(\omega, \partial\omega \cap \gamma)$ обозначим пространство функций $v(x, t)$, полученное пополнением по норме

$$\|v\|_H = \left(\int_{\omega} \left(v^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial v}{\partial x_j} \right)^2 \right) dxdt \right)^{1/2}$$

множества непрерывно дифференцируемых функций в ω , равных нулю на $\partial\omega \cap \gamma$.

Обобщенным решением уравнения (1) в ω с начальным условием $u = \varphi(x)$ на $\Omega_0 \cap \partial\omega$ и граничным условием $u = 0$ на $\partial\omega \cap \gamma$ назовем функцию $u(x, t) \in H(\omega, \gamma \cap \partial\omega)$, которая при любой непрерывно дифференцируемой в ω функции $v(x, t)$, равной нулю на $\partial\omega \cap \{(x, t): 0 < t < T\}$, удовлетворяет интегральному тождеству

$$\int_{\omega} \left(\frac{\partial u}{\partial t} v + \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial v}{\partial x_i} - \int_0^t \sum_{j=1}^n b_j(x, \sigma) \frac{\partial u(x, \sigma)}{\partial x_j} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial v(x, t)}{\partial x_i} d\sigma \right) dxdt = 0 \quad (4)$$

и начальному условию $u|_{\Omega_0} = \varphi(x)$.

Обобщенным решением задачи (1)-(3) в неограниченной области Ω , назовем функцию $u(x, t)$, которая для любой ограниченной области $\omega \subset \Omega$ является обобщенным решением задачи (1)-(3).

Мы установили интегральную оценку для обобщенного решения задачи (1)-(3), из которого, в частности, получим теорему о единственности решения в классе быстрорастущих функций.

Пусть $\psi(x)$ — срезающая функция, такая, что $\psi \equiv 1$ при $|x| \leq s$, $\psi \equiv 0$ при $x \in \{x: |x_j| > s + \rho, j=1, 2, \dots, n\}$, $0 < \rho < 1$, $\psi \in C^\infty(R_x^n)$ и $|\text{grad } \psi|^2 \leq c_1 \rho^{-2} \psi$ в R_x^n , где $c_1 = \text{const } t > 0$ и не зависит от ρ .

Имеет место следующая

Теорема 1. Пусть выполнены условия:

1. Функции $a_{ij}(x, t)$ непрерывны и ограничены в Ω . Пусть при $(x, t) \in \Omega$ и $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$

$$A \sum_{i=1}^n \xi_i^2 > \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \xi_i \xi_j > \lambda \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \quad (5)$$

2. Функции $b_j(x, \sigma)$ непрерывны в Ω и $|b_j| \leq B, j=1, 2, \dots, n, B = \text{const} \geq 0$.

3. $BT < \lambda$.

Тогда для любого обобщенного решения $u(x, t)$ задачи (1)-(3) в бесконечной области Ω при начальном условии $u = 0$ при Ω_0 справедлива оценка

$$\int_{g_\tau^e} u^2(x, t) dxdt \leq \frac{M}{\rho^2 \mu^2} \int_{g_\tau^{s+\rho}} u^2(x, t) dxdt, \quad (6)$$

где $M = \text{const} > 0$ и $\mu > 0$ параметр.

Доказательство. Произведем замену $w(x, t) = e^{-\mu^2 t}$ и положим $v = e^{-\mu^2 t}$ и ψ . Тогда из интегрального тождества (4) получим:

$$\int_{g_\tau^{s+\rho}} \psi(x) \left(w(x, t) \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \frac{\partial w(x, t)}{\partial x_i} \frac{\partial w(x, t)}{\partial x_j} + \right. \\ \left. + \mu^2 w(x, t) \right) dxdt = - \int_{g_\tau^{s+\rho}} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) w(x, t) \frac{\partial w(x, t)}{\partial x_j} \times$$

$$\times \frac{\partial w(x, t)}{\partial x_1} dx dt + \int_{g_{\tau}^{s+p}} \int_0^t e^{-\mu^2(t-\sigma)} \left(\psi \sum_{j=1}^n b_j(x, \sigma) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial w(x, \sigma)}{\partial x_j} \frac{\partial w(x, t)}{\partial x_j} + \sum_{j=1}^n b_j(x, \sigma) w(x, t) \frac{\partial w(x, \sigma)}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x_j} \right) d\sigma d.t.$$

Оценим некоторые интегралы, входящие в соотношение (7).
Имеем:

$$J_1 = \int_{g_{\tau}^{s+p}} \psi(x) w(x, t) \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} dx dt = \frac{1}{2} \int_{|x| < s+p} \psi(x) w^2(x, t) dx dt$$

$$J_2 = - \int_{g_{\tau}^{s+p}} \sum_{j=1}^n a_{1j}(x, t) w(x, t) \frac{\partial \psi(x)}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial w(x, t)}{\partial x_j} dx dt \leq$$

$$\leq \frac{A\varepsilon}{2} \int_{g_{\tau}^{s+p}} \psi \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x_j} \right)^2 + \frac{C_1 A}{2\varepsilon p^2} \int_{g_{\tau}^{s+p}} w^2(x, t) dx dt,$$

$$J_3 = \int_{g_{\tau}^{s+p}} \int_0^t e^{-\mu^2(t-\sigma)} \sum_{j=1}^n b_j(x, \sigma) \frac{\partial w(x, \sigma)}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial w(x, t)}{\partial x_j} d\sigma dx dt \leq$$

$$\leq B\tau \int_{g_{\tau}^{s+p}} \psi(x) \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x_j} \right)^2 dx dt,$$

$$J_4 = \int_{g_{\tau}^{s+p}} \psi \int_0^t e^{-\mu^2(t-\sigma)} \sum_{j=1}^n b_j(x, \sigma) w(x, t) \frac{\partial w(x, \sigma)}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \psi(x)}{\partial x_j} d\sigma dx dt <$$

$$< \frac{B\tau\varepsilon}{2} \int_{g_{\tau}^{s+p}} \psi \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x_j} \right)^2 dx dt + \frac{C_1 B\tau}{2\varepsilon p^2} \int_{g_{\tau}^{s+p}} w^2(x, t) dx dt$$

Учитывая оценки $J_1 - J_4$ и условие (5) и (7), получим

$$\frac{1}{2} \int_{g_{\tau}^{s+p}} \psi(x) w^2(x, \tau) dx + \left(\lambda - \frac{A\varepsilon}{2} - B\tau - \frac{B\tau\varepsilon}{2} \right) \times$$

$$\times \int_{g_{\tau}^{s+p}} \psi(x) \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x_j} \right)^2 dx dt + \mu^2 \int_{g_{\tau}^{s+p}} \psi(x) w^2(x, t) dx dt <$$

$$< \left(\frac{AC_1}{2\rho^2\varepsilon} + \frac{C_1 B\tau}{2\rho^2\varepsilon} \right) \int_{g_{\tau}^{s+p}} \psi(x) w^2(x, t) dx dt$$

Отсюда при $0 < \varepsilon < \frac{2(k-BT)}{A+BT}$, будем иметь

$$\int_{g_{\tau}^{s+p}} w^2(x, t) dx dt \leq \frac{M}{\mu^2 \rho^2} \int_{g_{\tau}^{s+p}} w^2(x, t) dx dt,$$

$$\text{где } M = \frac{C_1(A+BT)}{2\varepsilon},$$

Возьмем произвольное положительное число ε и положим $\rho = \frac{\varepsilon}{k}$, где k такое целое число, что $\rho < 1$. Последовательно используя эти соотношения в правой части для областей g_{τ}^{s+p} , $g_{\tau}^{s+2\rho}$, ..., $g_{\tau}^{s+(k-1)\rho} = g_{\tau}^{s+\varepsilon}$, получим

$$\int_{g_{\tau}^{s+\varepsilon}} w^2(x, t) dx dt \leq \left(\frac{M}{\rho^2 \mu^2} \right)^k \int_{g_{\tau}^{s+p}} w^2(x, t) dx dt,$$

Далее, выберем параметр μ таким, чтобы выполнялось соотношение $M\rho^{-2}\mu^{-2} \leq e^{-1}$. Тогда имеем

$$\int_{g_{\tau}^{s+\varepsilon}} w^2(x, t) dx dt \leq e^{-k} \int_{g_{\tau}^{s+p}} w^2(x, t) dx dt.$$

Используя замену $w = e^{-\mu^2 t} u$, получим

$$\int_{g_{\tau}^{s+p}} u^2(x, t) dx dt \leq \exp\{-k + 2\mu^2\tau\} \int_{g_{\tau}^{s+p}} u^2(x, t) dx dt \quad (8)$$

Теорема 2. Пусть выполнены все условия теоремы 1 и для обобщенного решения $u(x, t)$ задачи (1)–(3) в Ω , для которого $\varphi(x) \equiv 0$, существует постоянная $a > 0$ такая, что для некоторой последовательности целых чисел $m_1 \rightarrow \infty$ имеет место неравенство

$$\int_{g_{\tau}^{m_1}} u^2(x, t) dx dt \leq \exp\{a2^{m_1}\}; \quad (9)$$

тогда $u(x, t) = 0$ почти всюду в Ω .

Эта теорема следует из оценки (8) и условия (9), доказательство которой проводится аналогично доказательству теоремы 1.1 работы [2].

Литература

1. Тихонов А. Н. Теоремы единственности для уравнения теплопроводности Матем. сб. 42: 2, 1935, 199–215.
2. Олейник О. А., Радкевич Е. В. УМН. 1978, т. 33, вып. 5 (203), 7–76.
3. Ладженская О. А. Матем. сб. 27 (69); 1950, 175–184.
4. Калашников А. С. Классы единственности для интегро-дифференциальных уравнений с оператором Вольтерра типа свертки. Функциональный анализ и его приложения, т. 13, вып. 2, 1979, 83–84.
5. Камынин Л. И., Химченко Б. Н. ДАН СССР, 1979, 248, № 2, 290–294.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 13, I 1982

ГЕЈРИ-МӘДУД ОБЛАСТДА БИР ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТӘНЛИК
ҮЧҮН БИРИНЧИ СӘРҲӘД МӘСЭЛӘСИННИН ҺӘЛЛИНИН
ЈЕКАНӘЛИЈИ ҺАГГЫНДА

Мәгаләдә бир интегро-дифференциал тәнлијин һәлли үчүн априори бәрәбәрси-
злик, хусуси һалда, артан функцијалар синфиндә сонсуз областда биринчи сәрһәд
мәсәләсинин һәллинин јеканәлијинин исбатында истифадә олуур.

G. K. Namazov

ON THE UNIQUENESS OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM
SOLUTION IN UNBOUNDED DOMAIN FOR SOME
INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION

In this paper a priori estimate of the solution for some integro-differential equa-
tion is obtained. This estimate, in particular, is used for the proof of the unique-
ness of the first boundary value problem in unbounded domain in the increasing func-
tion class.

УДК-517. 4

МАТЕМАТИКА

И. М. ГУСЕЙНОВ

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Пусть L — оператор, порожденный дифференциальным выражением

$$l(y) = By' + \Omega(x)y \quad (1)$$

в пространстве $L_2(-\infty, +\infty; R^2)$. Здесь

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n e^{inx}, \quad (2)$$

где Ω_n — матрицы второго порядка. В дальнейшем предполагаем,
что

$$B\Omega_n = -\Omega_n B \text{ для любого } n \text{ и } \sum_{n=1}^{\infty} \|\Omega_n\| < \infty. \quad (3)$$

Работа посвящена исследованию спектра разложения по собст-
венным функциям оператора L и решению обратной задачи по так
называемым „нормировочным“ числам.

Подобная задача для оператора Штурма—Лиувилля решена в рабо-
те [1].

1. Построение специальных решений уравнения

Теорема 1. Если $\Omega(x)$ имеет вид (2) и ряд (3) сходится, то
уравнение $l(y) = \kappa y$ имеет решение вида

$$f(x, \kappa) = \left\{ E_2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+2\kappa} \sum_{\alpha=n}^{\infty} v_{n\alpha} e^{i\alpha x} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{i\kappa x}, \quad (4)$$

$$\varphi(x, \kappa) = \left\{ E_2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n-2\kappa} \sum_{\alpha=n}^{\infty} v_{n\alpha} e^{i\alpha x} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{-i\kappa x},$$

При этом ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sum_{\alpha=n+1}^{\infty} (\alpha-n) \|v_{n\alpha}\|, \quad \sum_{n=1}^{\infty} |v_{nn}| \quad (5)$$

сходятся

Наметим доказательство: Пусть $f(x, \kappa)$ и $\varphi(x, \kappa)$ — решения
уравнения $l(y) = \kappa y$. Тогда, подставляя выражения (4) для $f(x, \kappa)$

* Через $\|A\|$ обозначаем евклидову норму матрицы A .

** E_2 — единичная матрица второго порядка.

и $\varphi(x, \kappa)$ в уравнение $l(y) = \kappa y$, после несложных преобразований получим

$$(2\alpha - n)Bv_{n\alpha} + nv_{n\alpha}B - 2i \sum_{s=n}^{\alpha-1} \Omega_{\alpha-s} v_{ns} = 0, \quad 1 \leq n < \alpha, \quad (6)$$

$$\sum_{n=1}^{\alpha} [Bv_{n\alpha} - v_{n\alpha}B] - 2i \Omega_{\alpha} = 0,$$

$$Bv_{\alpha\alpha} + v_{\alpha\alpha}B = 0, \quad \alpha = 1, 2, \dots$$

Далее доказывается сходимость рядов (5) для $\{v_{n\alpha}\}$, которые определяются из (6) рекуррентным образом.

Из теоремы 1 вытекают следующие предложения:

а) если $\Omega(\cdot) \neq 0$, то мероморфные функции $f(x, \kappa)$ и $\varphi(x, \kappa)$ имеют хотя бы одну точку полюса первого порядка в точках вида $\kappa = -\frac{n}{2}$ и $\kappa = \frac{n}{2}$ соответственно;

б) функции $f(x, \kappa)$ и $\varphi(x, \kappa)$ линейно независимы и их вронскиан

$$W[f, \varphi] \equiv \bar{f}(x, \kappa) B \varphi(x, \kappa) = 2i^*, \quad (7)$$

в) положим

$$f_n(x) = \lim_{\kappa \rightarrow \frac{n}{2}} (n - 2\kappa) \varphi(x, \kappa) = \sum_{\alpha=n}^{\infty} v_{n\alpha} e^{i\alpha x} \binom{1}{i} e^{-i\frac{n}{2}x}$$

$$\varphi_n(x) = \lim_{\kappa \rightarrow -\frac{n}{2}} (n + 2\kappa) f(x, \kappa) = \sum_{\alpha=n}^{\infty} v_{n\alpha} e^{i\alpha x} \binom{1}{-i} e^{-i\frac{n}{2}x}$$

Тогда из (7) следует, что $W \left[f_n(x), f\left(x, \frac{n}{2}\right) \right] = W \left[\varphi_n(x), \varphi\left(x, -\frac{n}{2}\right) \right] = 0$, следовательно,

$$f_n(x) = S_n^+ f\left(x, \frac{n}{2}\right), \quad \varphi_n(x) = S_n^- \varphi\left(x, -\frac{n}{2}\right). \quad (8)$$

2. Спектр и разложение по собственным функциям оператора L

Предположим, что $\text{Im} \kappa > 0$. Тогда $f(x, \kappa) \in L_2(0, \infty)$ и $\varphi(x, \kappa) \in L_2(-\infty, 0)$. Поэтому при $\text{Im} \kappa > 0$ $(L - \kappa E)^{-1}$ существует и его ядро имеет вид

$$R(x, t, \kappa) = \frac{1}{2i} \begin{cases} f(x, \kappa) \bar{\varphi}(t, \kappa), & t < x \\ \varphi(x, \kappa) \bar{f}(t, \kappa), & t > x \end{cases} \quad (9)$$

Имеет место

* $\bar{f}(x, \kappa)$ означает транспонирование вектора $f(x, \kappa)$.

Теорема 2. Спектр оператора L является чисто непрерывным и заполняет всю ось $(-\infty, +\infty)$, а на непрерывном спектре могут быть спектральные особенности первого порядка в точках вида $\pm \frac{n}{2}$.

С помощью этой теоремы и формулы (9) удается получить разложение по собственным функциям оператора L . Пусть Γ_ε — контур, образованный подотрезками $\left[\frac{n}{2} + \varepsilon, \frac{n+1}{2} - \varepsilon \right]$ и полукругностями радиуса ε с центрами в точках $\frac{n}{2}$, $n = \pm 1, \pm 2, \dots$, расположенных в верхней полуплоскости. Тогда, если $\text{Im} z > 0$, то

$$R(x, t, z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma_\varepsilon} \frac{R(x, t, \kappa)}{\kappa - z} d\kappa =$$

$$= -\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{f(x, \kappa) \bar{\varphi}(t, \kappa) - \varphi(x, \kappa) \bar{f}(t, -\kappa)}{\kappa - z} d\kappa =$$

$$= -\frac{1}{4i} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n^- \varphi\left(x, -\frac{n}{2}\right) \bar{\varphi}\left(t, -\frac{n}{2}\right)}{\frac{n}{2} + z} - \frac{1}{4i} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n^+ f\left(x, \frac{n}{2}\right) \bar{f}\left(t, \frac{n}{2}\right)}{\frac{n}{2} - z}.$$

Далее, если перейти к пределу при $\varepsilon \rightarrow +0$, получим спектральное разложение ядра резольвенты оператора L :

$$R(x, t, z) = \frac{1}{4\pi} V.p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x, \kappa) \bar{\varphi}(t, \kappa) - \varphi(x, -\kappa) \bar{f}(t, -\kappa)}{\kappa - z} d\kappa +$$

$$+ \frac{i}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n^- \varphi\left(x, -\frac{n}{2}\right) \bar{\varphi}\left(t, -\frac{n}{2}\right)}{\frac{n}{2} + z} +$$

$$+ \frac{i}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n^+ f\left(x, \frac{n}{2}\right) \bar{f}\left(t, \frac{n}{2}\right)}{\frac{n}{2} - z}. \quad (10)$$

Здесь $\text{Im} z > 0$ и интеграл понимается в смысле главного значения в полюсах $\kappa = \frac{n}{2}$, $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ по пути интегрирования подынтегральной функции.

Из (10) вытекает следующая

Теорема 3. Пусть вектор-функция $g(x)$ финитна и имеет непрерывную первую производную. Тогда $g(x)$ разлагается по собственным функциям непрерывного спектра оператора L :

$$g(x) = \frac{1}{4\pi} V.p. \int_{-\infty}^{\infty} [f(x, \kappa) \bar{\varphi}(\kappa) - \varphi(x, -\kappa) \bar{f}(-\kappa)] d\kappa +$$

$$+ \frac{i}{4} \sum_{n=1}^{\infty} s_n^- \varphi\left(x, -\frac{n}{2}\right) \hat{\varphi}\left(-\frac{n}{2}\right) + \frac{i}{4} \sum_{n=1}^{\infty} s_n^+ f\left(x, \frac{n}{2}\right) \hat{f}\left(\frac{n}{2}\right).$$

где

$$\varphi(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \varphi(t, \kappa) dt, \quad \hat{\varphi}(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) f(t, \kappa) dt. \quad (11)$$

3. Обратная задача

Из формулы (11) видно, что числа $\{s_n^{\pm}\}$ играют роль "нормировочных" чисел для функций, отвечающих спектральным особенностям $\pm \frac{n}{2}$, $n = 1, 2, \dots$

Обратная задача для оператора L формулируется следующим образом:

1) можно ли, зная $\{s_n^{\pm}\}$, восстановить оператор L , т. е. найти $\Omega(x)$?

2) какими свойствами должна обладать $\{s_n^{\pm}\}$, чтобы она была "нормировочным" числом оператора типа L ?

Ответ на первый вопрос дают следующие уравнения, которые получаются из формулы (8) приравниванием коэффициентов при e^{imx} :

$$v_{mm} = S_m$$

$$v_{m,m+a} = \sum_{n=1}^a \frac{v_{nn}}{m+n} S_m, \quad \text{где } S_m = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} s_m^+ + s_m^- & s_m^- - s_m^+ \\ s_m^- - s_m^+ & -s_m^+ - s_m^- \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Эти соотношения являются основными уравнениями типа М. Г. Гасимова (см. [1]) и играют главную роль при определении $\Omega(x)$ по $\{s_n^{\pm}\}$. Действительно, если известно $\{s_n^{\pm}\}$, сначала из (12) рекуррентным образом определим $\{v_{na}\}$, а затем, используя формулу (6), найдем $\{\Omega_a\}$. Имеет место

Теорема 4. Для того чтобы $\{s_n^{\pm}\}$ были "нормировочными" числами оператора типа L с потенциалом $\Omega(x)$ вида (2), для которого ряд (3) сходится, достаточно выполнение следующих условий:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \|S_m\| < \infty, \quad \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\|S_m\|}{m+1} < 1,$$

где

$$S_m = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} s_m^+ + s_m^- & s_m^- - s_m^+ \\ s_m^- - s_m^+ & -s_m^+ - s_m^- \end{pmatrix}.$$

Доказательство проводится, как и в работе [1].

Автор глубоко благодарен проф. М. Г. Гасимову за внимание к работе.

Литература

Гасимов М. Г. Функциональный анализ и его приложения, т. 14, вып. 1, 1980, 14—19.

Институт математики
и механики

Поступило 23. 1 1981

h. M. Husejnov

БИР СИНИФ БИРИНЧИ ТЭРТИБ ДИФЕРЕНЦИАЛ ТЭНЛИКЛЭР СИСТЕМИНИН СПЕКТРАЛ ТЭДГИГИ

Мэгалэдэ бир синиф периодик эмсаллы биринчи тэртиб диференциал тэнлик-лэр системини жаратдыгы операторун спектрал хэссэлэри өрөнгилир нэ нормаллашдырчы эдэдлэрэ корэ тэрс мөсөлэ нэлэ едилир.

I. M. Husejnov

SPECTRAL ANALYSIS OF A CLASS OF SYSTEM OF THE DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE FIRST ORDER

The paper is on the investigation of the spectrum, expansion on its own functions of the operator L , which is generated by the differential expression

$$l(y) = By' + \Omega(x)y, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \Omega(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n e^{inx}$$

in the space $L_2(-\infty, \infty; R^2)$.

УДК 517. 944

МАТЕМАТИКА

Ю. А. АБИЛОВ

О РЕГУЛЯРНОСТИ ГРАНИЧНЫХ ТОЧЕК ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ 2-го ПОРЯДКА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)

Пусть D — ограниченная область в $(n+1)$ -мерном евклидовом пространстве R_{n+1} точек. Рассмотрим в D следующее вырождающееся уравнение:

$$Lu = \varphi(\rho) \left(\sum_{i,k=1}^n a_{ik}(t,x) u_{x_i x_k} - u_t \right) + \sum_{i=1}^n b_i(t,x) u_{x_i} + C(t,x) u = 0, \quad (1)$$

где $a_{ik}(t,x)$ — равномерно положительно определенная матрица, $b_i(t,x)$ — ограничены, а функция $\varphi(\sqrt{|t-t_0|+|x-x_0|^2})$ может стремиться к нулю при приближении точки (t,x) к граничной точке (t_0, x_0) .

Хорошо известно, что первая краевая задача для такого уравнения

$$Lu = 0, \quad u|_{\Gamma(D)} = f, \quad f \in C(\Gamma(D)) \quad (2)$$

может не иметь решения, даже если L — оператор теплопроводности ($\Gamma(D)$ — собственная граница области D) [1]. Пусть $u_t(t,x)$ — обобщение по Винеру решение задачи (2).

Определение 1. Точка (t_0, x_0) называется регулярной по Винеру относительно задачи Дирихле (2), если, какова бы ни была непрерывная на $\Gamma(D)$ функция f , имеет место равенство

$$\lim_{(t,x) \rightarrow (t_0, x_0)} u_t(t,x) = f(t_0, x_0).$$

Необходимое и достаточное условия регулярности граничной точки относительно задачи Дирихле для уравнения теплопроводности в случае произвольной ограниченной области $D \subset R_{n+1}$ было дано Е. М. Ландисом [1].

После этой работы А. А. Новрузов в [2] показал, что если коэффициенты $a_{ik}(t,x)$ невырождающегося параболического уравнения в недивергентной форме удовлетворяют равномерно условию Дини с логарифмическим весом, то условия регулярности граничных точек для данного уравнения и уравнения теплопроводности совпадают.

Позже логарифмический вес в условии Дини был снят И. Т. Мамедовым [3]. Была получена оценка модуля непрерывности решения в регулярной граничной точке: А. А. Новрузовым [2] — в терминах тепловой емкости, И. Т. Мамедовым [3] — в терминах теплового потенциала. В настоящей работе изучается поведение на границе решений уравнения (1) с равномерно непрерывными по Дини коэффициентами $a_{ik}(t,x)$, допускающего слабое вырождение в точке (t_0, x_0) . В работе показывается, что при выполнении условия $\int_0^{\tau} \frac{d\tau}{\varphi(\tau)} < \infty$ граничная точка (t_0, x_0)

будет регулярна для уравнения (1) тогда и только тогда, когда она регулярна для уравнения теплопроводности.

Предположим, что выполнены следующие условия относительно коэффициентов уравнения (1):

$$\alpha \cdot |\zeta|^2 \leq \sum_{i,k=1}^n a_{ik}(t,x) \zeta_i \zeta_k \leq \beta \cdot |\zeta|^2 \quad (3)$$

$$|a_{ik}(t,x) - a_{ik}(\tau,y)| \leq \omega(\sqrt{|t-\tau|+|x-y|^2}), \quad \int_0^{\rho} \frac{\omega(\tau)}{\tau} d\tau < \infty \quad (4)$$

$$|b_i(t,x)| \leq b_0, \quad |C(t,x)| \leq b_0, \quad (5)$$

где α, β и b_0 — положительные константы, а $\omega(\rho)$ — неубывающая функция от ρ такая, что $\omega(\rho) > 0$ при $\rho > 0$.

Примем следующие обозначения; $CD = R_{n+1} \setminus D$, ∂D — граница области D , $U_{x_0, R}^{t_1, t_2}$ — цилиндр, определенный неравенствами

$$t_1 \leq t \leq t_2, \quad |x - x_0| < R,$$

$O_\varepsilon(t_0, x_0)$ — ε — окрестность точки (t_0, x_0) .

Пусть класс Π параболических операторов вида L , определенных в D , удовлетворяет условиям (3)–(5).

Определение 2. Точка $(t_0, x_0) \in \Gamma(D)$ называется равномерно регулярной для задачи Дирихле относительно этого класса Π , если существует положительная функция $\varrho(\rho)$, $0 < \rho < \rho_0$, стремящаяся к нулю при $\rho \rightarrow 0$, со свойством: для любого $\varepsilon > 0$ найдется $\delta > 0$ такое, что каковы бы ни были область $D' \subset D$, лежащая целиком в полупространстве $t < t_0$, и оператор $L' \in \Pi$, для ограниченного в D решения $u(t,x)$ уравнения (1) из

$$u|_{\Gamma(D) \cap O_\varepsilon(t_0, x_0)} \leq 0 \quad (6)$$

следует

$$u|_{D' \cap O_\varepsilon(t_0, x_0)} < \varrho(\sqrt{|t-t_0|+|x-x_0|^2}). \quad (7)$$

Рассмотрим функцию

$$G(t-\tau, x-y) = \begin{cases} (t-\tau)^{-n/2} \cdot \exp\left[-\frac{|x-y|^2}{4(t-\tau)}\right], & \text{при } t > \tau \\ 0 & \text{при } t \leq \tau \end{cases}$$

Пусть $E \subset B$ — множество из R_{n+1} , целиком лежащее в полупространстве $t < t_0$. Назовем меру μ на E допустимой, если

$$\int_E G(t-\tau, x-y) d\mu(\tau, y) \leq 1 \quad \text{при } (t,x) \in E \quad (8)$$

Число

$$\gamma(E, t_0, x) = \text{Sup} \int_E G(t-\tau, x-y) d\mu(\tau, y),$$

где верхняя грань берется по всем допустимым мерам, называется потенциалом множества E относительно точки (t_0, x_0) .

Определим две последовательности чисел $\{\gamma_m\}$ и $\{\tau_m\}$:

$$\rho_0 = \frac{1}{2}, \quad \gamma_{m+1} = \frac{\gamma_m}{\sqrt{|e_n \gamma_m|}} \quad (9)$$

$$4 \text{ и } \tau_m |e_n \tau_m| = \tau_m^2. \quad (10)$$

Пусть

$$(t_0, x_0) \in \Gamma(D), \bar{n} = \max(n, 3)$$

$$U_m - \text{цилиндр } |x - x_0| < \varphi_{m-\bar{n}}, t_0 - \tau_m \leq t \leq t_0;$$

$$U_m^1 - \text{цилиндр } |x - x_0| < \varphi_m, t_0 - \tau_m \leq t \leq t_0 - \tau_{m+1};$$

$$U_m^2 - \text{цилиндр } |x - x_0| < \varphi_{m+\bar{n}}, t_0 - \tau_{m+\bar{n}} \leq t \leq t_0.$$

Пусть, далее, D^0 — область, содержащаяся в D , пересекает собственную границу цилиндра U_m ,

$$D_m^0 = D^0 \cap U_m, L_m^2 = D^0 \cap U_m^2, E_m = CD \cap U_m^1$$

$$\gamma_m^0 = \gamma(E_m, t_0, x_0).$$

Лемма. Пусть в D_m^0 определено положительное решение $u(t, x)$ уравнения (1), непрерывное в \bar{D}_m^0 , обращающееся в нуль на той части собственной границы D_m^0 , которая лежит строго внутри.

Тогда

$$\sup_{D_m^0} u \geq (1 + \eta \cdot \gamma_m^0) \cdot \sup_{D_m^2} u \quad (11)$$

при $m > m_0$, где $\eta > 0$ и $m_0 > 0$ зависят только от коэффициентов уравнения и n .

Эта лемма доказывается с помощью барьеров, которые являются более общими, чем барьеры, построенные в [4].

Обозначим через A_m слой $t_0 - \tau_m \leq t < t_0 - \tau_{m+1}$ и пусть

$$H_m = CD \cap A_m, \gamma_m = \gamma(H_m, t_0, x_0).$$

Теорема 1. Пусть точка $(t_0, x_0) \in \Gamma(D)$ и в D определен оператор L , удовлетворяющий условиям (3)–(5). Для того чтобы точка (t_0, x_0) была регулярной по Винеру относительно задачи Дирихле необходимо и достаточно, чтобы ряд $\sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m$ расходился.

Теорема 2. Пусть в условиях теоремы 1 ряд $\sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m$ расходится. Тогда точка $(t_0, x_0) \in \Gamma(D)$ будет равномерно регулярной в смысле определения 2, и качестве $\Omega(\rho)$ можно выбрать функцию

$$\Omega(\rho) = \exp[-N_1 \cdot S(\ln|\ln \rho|)], \quad (12)$$

где

$$S(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m.$$

а N_1 — константа, зависящая от n .

Эти теоремы доказываются с помощью приведенной выше леммы.

2. Рассмотрим квазилинейное уравнение

$$L_1 u = \varphi(\rho) \left(\sum_{i,k=1}^n a_{ik}(t, x) \cdot u_{x_i x_k} - u_i \right) + b(x, u, \nabla u) = 0, \quad (13)$$

где коэффициенты $a_{ik}(t, x)$ удовлетворяют условиям (3)–(5), а относительно нелинейности предполагаются

$$b(x, u, z) \leq a(z, u) \cdot |z|^2 + d, \quad (14)$$

где $a(z) > 0$ и $\int_{\alpha_0}^{\beta_0} a(z) dz < \infty$, $\alpha_0 = \inf_D u$, $\beta_0 = \sup_D u$, $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_n)$,
 $-\infty < \eta_i < \infty$.

Рассмотрим для уравнения (13) задачу Дирихле и введем определения регулярности граничных точек, аналогичные определениям 1 и 2.

Теорема 3. Пусть точка $(t_0, x_0) \in \Gamma(D)$ и в D определен оператор L_1 , удовлетворяющий условиям (3)–(5), (14) и (15). Для того чтобы точка (t_0, x_0) была регулярной по Винеру, необходимо и достаточно, чтобы ряд $\sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m$ расходился, где γ_m имеет тот же смысл, что и в теореме 1.

Теорема 4. Пусть в условиях теоремы 3 ряд $\sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m$ расходится. Тогда точка $(t_0, x_0) \in \Gamma(D)$ будет равномерно регулярной и в качестве $\Omega(\rho)$ можно выбрать функцию

$$\Omega(\rho) = \exp[-N_2 \cdot S(\ln|\ln \rho|)],$$

где $S(t)$ имеет тот же смысл, что и в теореме 2, а $N_2 > 0$ — константа, зависящая только от n .

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность А. А. Новрузову за руководство и И. И. Ибрагимову за полезное обсуждение данной работы.

Литература

1. Ландис Е. М. ДАН СССР, т. 185, № 3, 1969. 2. Новрузов А. А. ДАН СССР, т. 209, № 4, 1973. 3. Мамедов И. Т. ДАН СССР, т. 223, № 3, 1975. 4. Мамедов И. Т. Уч. зап. Азерб. ин-та нефти и химии им. М. Азизбекова, № 6, 1974.

АЗИНЕФТЕХИМ им. М. Азизбекова

Поступило 3. XII 1981

Ж. А. Абилов

2-чи ТЭРТИБ ЧЫРЛАШАН ПАРАБОЛИК ТЭНЛИКЛЭР ҮЧҮН СЭРҲЭД НӨГТЭЛЭРИНИН МҮНТЭЗЭМЛИЖИ ҲАГҒЫНДА

Областин сэрхэддинда чырлашан 2-чи тэртиб параболлик тэнликлэрин халли тэдгир едилмишидир. Дирихле мäsälәсинә нәзәрән сэрхэд нөгтэлэрини мүнтәзәмлик критериясы верилимишидир.

Мүнтәзәм сэрхэд нөгтәсиндә халлини кәсиммәлик модулу гиймәтләндирилмишидир

Yu. A. Abilov

ON REGULARITY OF THE BOUNDARY POINTS FOR THE SECOND ORDER DEGENERATIVE PARABOLIC EQUATIONS

The article deals with some boundary properties of solutions of the second order degenerative parabolic equations. The criterion of boundary point to be regular is obtained. The estimate for the module of continuity of solutions near the boundary point is given.

Член-корр. Ю. А. АМЕНЗАДЕ, В. Н. МАЙДЕЛЬМАН, Г. Д. ТЕПЛОВ

**РАСЧЕТ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ
ОБОЛОЧЕК, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ВНУТРЕННИМ
ДАВЛЕНИЕМ**

В статье дан расчет системы однородных оболочек, состоящих из достаточно длинных пересекающихся цилиндрических оболочек (рис. 1). Линии пересечения их приближенно принимаются за окружность (отверстия „средних“ размеров [1,2]). Расчет проведен по прикладному методу расчета оболочек [1,2].

В статье приняты следующие обозначения:

q — внутреннее давление; $(\sigma_{\varphi 0}, W_{00})$, (σ_{t0}, W_{00r}) — окружные напряжения и радиальные перемещения основной системы соответственно в основной оболочке и горловине; δ , δ_r — толщины соответственно основной оболочки и горловины; E — модуль упругости; (x_φ, x_x) , (x_t, x_z) — изменение кривизны соответственно в окружном и продольном направлении основной оболочки и горловины; $(\epsilon_\varphi, \epsilon_x)$, (ϵ_t, ϵ_z) — относительная деформация основной оболочки и горловины; D , D_r — цилиндрическая жесткость основной оболочки и горловины; (W, U, V) , (W_r, U_r, V_r) — радиальные, продольные и окружные перемещения основной оболочки и горловины; m_φ , m_r , Q_φ , N_φ — изгибающий и крутящий моменты, приведенная перерезывающая сила и нормальная сила, действующие в основной оболочке в месте стыка с горловиной на контуре отверстий; $Q_{\varphi 0}$ — приведенная перерезывающая сила основной системы в овальной оболочке на контуре отверстий; b , a — большая и малая полуось овальной оболочки.

Сначала ищется решение для основной оболочки с отверстиями и для горловин без учета условий на контуре отверстий.

В качестве основной системы для оболочки с отверстиями и горловины принимаются элементарные кольца, выделенные плоскостями, перпендикулярными продольным осям оболочек. Для основной оболочки, так же как и в работах [1,2], на данном этапе не учитывается наличие отверстий, поэтому рассматриваются замкнутые элементарные кольца, нагруженные внутренним давлением. Из расчета кругового кольца находим:

$$\sigma_{\varphi 0} = q \frac{R_0}{\delta}, W_{00} = q \frac{R_0^2}{E \delta} \text{ — для основной оболочки,}$$

$$\sigma_{t0} = q \frac{R_r}{\delta_r}, W_{00r} = q \frac{R_r^2}{E \delta_r} \text{ — для горловины,}$$

В месте стыка возникают дополнительные силы взаимодействия: изгибающие моменты $m_{\varphi g}$, m_{xg} , m_t , m_z ; перерезывающие силы $Q_{\varphi g}$, Q_{xg} , Q_t , Q_z ; напряжения от нормальных сил $\sigma_{\varphi g}$, σ_{xg} , σ_t , σ_z ; касатель-

ные усилия, действующие в срединной поверхности $q_{\varphi g}$, q_{xg} , q_t , q_z и крутящие моменты $m_{x\varphi g}$, m_{tz} .

Раскрытие статической неопределимости проводится с учетом этих внутренних силовых факторов.

В качестве основных неизвестных функций для обеих оболочек принимаются полные радиальные перемещения:

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} W_n(x) \cos n\varphi \text{ — для основной оболочки,}$$

$$W_r = \sum_{n=0}^{\infty} W_{nr}(z) \cos nt \text{ — для горловины.}$$

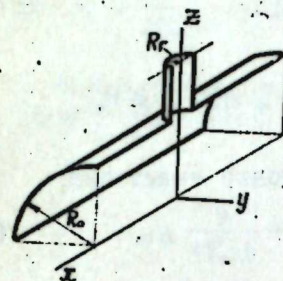


Рис. 1.

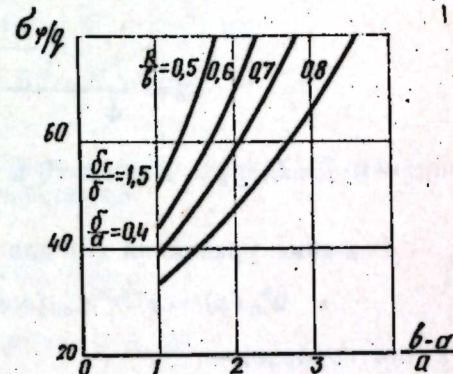


Рис. 2.

Далее выражения, имеющие одинаковую структуру записываются только для основной оболочки. Для горловины они заменяются введением соответствующих индексов и аргументов: например, вместо R_0 записывается R_r ; $D - D_r$; $x_\varphi - x_t$; $x_x - x_z$ и т. д. Первая гармоника W_0 , W_{0r} представляет собой радиальные перемещения осесимметричной задачи.

Потенциальная энергия на единицу длины основной оболочки определяется по формуле*:

$$\Gamma = \oint \left(\frac{1}{2} m_\varphi x_\varphi + \frac{1}{2} m_x x_x + \frac{\delta}{2} \sigma_\varphi \epsilon_\varphi + \frac{\delta}{2} \sigma_x \epsilon_x - q W \right) R_0 d\varphi. \quad (1)$$

Здесь коэффициент Пуассона μ принимается равным нулю [1,2]. После раскрытия статической неопределимости моменты и усилия определяются с учетом заданного значения μ . При выражении кольцевых и продольных напряжений от нормальных сил и изменения кривизны через функциональную неизвестную W находятся [2]:

$$\sigma_\varphi = E \frac{W_0}{R_0}, \sigma_x = E \frac{\partial u}{\partial x} = -E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_0}{n^2} W_n'(x) \cos n\varphi,$$

$$x_\varphi = \frac{1}{R_0} \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - 1) W_n(x) \cos n\varphi, x_x = - \sum_{n=0}^{\infty} W_n'(x) \cos n\varphi. \quad (2)$$

* В подынтегральную функцию не вошли члены, связанные с касательными силами и крутящим моментом, так как они не дают заметной поправки на величину потенциальной энергии.

При подстановке соотношения (2) в (1) получается выражение потенциальной энергии основной оболочки, зависящее от радиального перемещения W и ее производных. Аналогично через радиальное перемещение W_r и ее производные выражается потенциальная энергия горловин.

Таким образом, решение сводится к определению функций $W_n(x)$ и $W_{nr}(z)$. Уравнения Эйлера вариационной задачи приводят к независимым уравнениям вида:

$$\frac{d^4 W_n(x)}{dx^4} + 4\kappa_n^4 W_n(x) = \frac{q}{D} g_n; \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (3)$$

где

$$\kappa_n^4 = \frac{1}{4} \frac{D \left(\frac{n^2 - 1}{R_0^2} \right)^2 + \frac{\delta E}{R_0^2} g_n}{D + f_n},$$

причем $f_n=0$, $g_n=1$ при $n=0$ и $f_n=\frac{\delta ER_0^2}{n^4}$; $g_n=0$ при $n \neq 0$.

Решение уравнений (3) для основной оболочки имеет вид:

$$W_n(x) = e^{-\kappa_n x} C_{0n} (\cos \kappa_n x + \sin \kappa_n x) + \frac{q}{4\kappa_n^4 D} g_n, \quad (4)$$

а для горловин—

$$W_{nr}(z) = e^{-\kappa_{nr} z} (C_{1n} \cos \kappa_{nr} z + C_{2n} \sin \kappa_{nr} z) + \frac{q}{4\kappa_{nr}^4 D_r} g_n. \quad (5)$$

Постоянные C_{jn} ($j=0, 1, 2$) находятся из следующих силовых и геометрических условий на контуре отверстий [3]:

$$m_p = m_z, \quad Q_p^* = \sigma_z \delta_r, \quad N_p = Q_z; \quad (6)$$

$$U = W_r \cos t - V_r \sin t,$$

$$V = W_r \sin t + V_r \cos t. \quad (7)$$

$$W' = -W_r,$$

$$W = U_r,$$

где $Q_p^* = C_p + \frac{dm_{pr}}{d\tau}$ — приведенная перерезывающая сила,

W' , W_r — производные перемещений соответственно по ρ и z .

Выражения окружных и продольных перемещений с учетом гипотез нерастяжимости средней линии кольца и отсутствия сдвигов записываются в виде:

$$V = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} W_n(x) \sin n\varphi, \quad U = -R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} W_n(x) \cos n\varphi.$$

Формулы преобразования для величин m_p , C_p , m_{pr} , N_p , аналогичные формулам преобразования компонентов напряжений при повороте координатных осей, приводят условия (6,7) к виду [1,2]:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=0}^2 C_{jn} \xi_{jn}^{(n)}(t) = \zeta^{(n)}(t), \quad (8)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=0}^2 C_{jn} \eta_{jn}^{(n)}(t) = \chi^{(n)}(t),$$

($i=0, 1, 2$; $\kappa=0, 1, 2, 3$)

Условие на контуре отверстия удовлетворяется методом среднего квадратического приближения.

Постоянные C_{ji} определяются из минимизации суммы средних квадратических ошибок.

$$S = \int_0^{\pi/2} [A_0 (m_p - m_z)^2 + A_1 (Q_p^* - \sigma_z \delta_r)^2 + A_2 (N_p - Q_z)^2 + B (U - W_r \cos t + V_r \sin t)^2 + B_1 (V - W_r \sin t - V_r \cos t)^2 + B_2 (W' + W_r)^2 + B_3 (W - U_r)^2] dt.$$

где $A_0 = \frac{1}{ER_0^2}$, $A_1 = A_2 = \frac{1}{E}$, $B_0 = B_1 = B_3 = E$, $B_2 = ER_0^2$.

В результате получается линейная алгебраическая система из $3(n+1)$ уравнений с $3(n+1)$ неизвестными

$$\sum_{j=0}^n \sum_{\kappa=0}^2 C_{jk} \Delta_{ji}^{\kappa l} = \Delta_j^l \quad (9)$$

($j=0, 1, 2, \dots, n$; $l=0, 1, 2$),

где

$$\Delta_{ji}^{\kappa l} = \int_0^{\pi/2} \left[\sum_{m=0}^2 A_m \xi_{ij}^{(m)}(t) \xi_{\kappa j}^{(m)}(t) + \sum_{m=0}^3 B_m \eta_{ij}^{(m)}(t) \eta_{\kappa l}^{(m)}(t) \right] dt,$$

$$\Delta_j^l = \int_0^{\pi/2} \left[\sum_{m=0}^2 A_m \xi_{ij}^{(m)}(t) \zeta^{(m)}(t) + \sum_{m=0}^3 B_m \eta_{ij}^{(m)}(t) \chi^{(m)}(t) \right] dt.$$

Результаты данного решения достаточно хорошо совпадают с данными экспериментов [4].

Аналогично проведено решение для овальной оболочки, пересеченной круговым цилиндром с осью, совпадающей с малой осью овала. Линия пересечения оболочек представляет собой окружность диаметром, соизмеримым с осями овала. Круговой цилиндр-горловина имеет на концах крышки-заглушки, что обуславливает возникновение в нем осевой растягивающей силы $q \pi R_r^2$. Учет осевой растягивающей силы в данной задаче связан непосредственно с необходимостью расчета конкретных деталей (корпусов плащечных превенторов устьевого противовыбросового оборудования).

В овальной оболочке в качестве неизвестной, как и в [1,2], принимается полный окружной изгибающий момент m_z . Схема решения остается такой же, как и в предыдущей задаче.

В потенциальной энергии для овальной оболочки напряжение от нормальных сил σ_r не учитывается, так как оно дает слагаемое $\frac{\delta}{2} \sigma_r \varepsilon_r$, являющееся сравнительно малоэнергоемким членом. В то же время учет σ_r увеличивает порядок дифференциальных уравнений.

Решение для овальной оболочки без учета условий на контуре отверстий имеет вид [1, 2]:

$$\psi_n(x) = e^{-\kappa_n x} C_{on} (\cos \kappa_n x + \sin \kappa_n x) + \psi_{no}, \quad (10)$$

а для горловины — вид (5).

Для нахождения постоянных интегрирования в (10) и (5) решается система (9) при учете в граничных условиях (8) осевой растягивающей силы, действующей вдоль горловины [2]:

$$\gamma^{(1)} = -Q_{r0} - q \frac{R_r}{2\delta_r}.$$

Полученное решение хорошо совпадает с результатами серии экспериментов, проведенных электротензометрическим методом на моделях из органического стекла [5].

По результатам вычислений на ЭЦВМ построены графики напряжений в наиболее напряженной точке овальной оболочки для широкого диапазона геометрических параметров горловины и овальных оболочек (рис. 2).

Литература

1. Алнев Ш. М., Майдельман В. Н., Теплов Г. Д. Тезисы докладов XI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Харьков, 1977.
2. Алнев Ш. М., Майдельман В. Н., Теплов Г. Д. "Строительная механика и расчет сооружений", № 5, 1978, 19—24.
3. Савин Г. Н., Флейшман Н. П. Пластинки и оболочки с ребрами жесткости. "Наукова думка", К., 1964.
4. ASME, 1967, NWA/RVP—7.
5. Алнев Ш. М., Майдельман В. Н., Теплов Г. Д. "Химическое и нефтяное машиностроение", № 3, 1972, 17—20.

Машиностроительный завод
им. лейт. Шмидта

Поступило 29. XII 1981

Ю. А. Амэнзаде, В. Н. Майделман, Г. Д. Теплов

ДАХИЛИ ТЭЗЈИГИН ТЭСИРИНЭ МЭРУЗ ГАЛАН КЭСИШЭН ӨРТҮКЛЭРИН НЕСАБАТЫ

Мэгалэдэ кэсишэн даирэви өртүклэрин, даирэви өртүклэ кэсишэн овалшэкилли өртүклэрин несабаты верилмишидир. Гэллэр С. Н. Канн тэтбиги өртүклэр нэзэри-јэсинэ эсасэн гурулуб. Деформасијанын биркэлик шэрти вэ сэрһэд шэртлэри орта квадратик јахынлашма методу илә өдэнир.

Даирэви өртүк үчүн кэсишмэ хэтги тэгриби олараг чеврэ гэбул олунур. Алынган һэллэр есспериментин нэтичэси илә ујеунлашыр.

Yu. A. Amenzade, V. N. Maidelman, G. D. Teplov

SOLUTION FOR INTERSECTIONAL CYLINDRIC SHELLS UNDER INTERNAL PRESSURE

In this article the solution for intersectional cylindric shells of the following types is presented: 1) two circular shells; 2) flat-oval shell and circular shell. The problem is solved with the help of theory of shells by S. N. Cann. The hole outline conditions are satisfied by means of square approach method.

М. А. МАМЕДОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОНИКАЮЩЕГО В ПЛАЗМЕ ПОЛЯ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ В ПЕРЕХОДНОЙ ОБЛАСТИ С РАЗМЫТОЙ ГРАНИЦЕЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ч. М. Джуварлы)

Интерес к изучению проникновения поля электромагнитной волны в плазму связано с ее высокочастотным нагревом и диагностикой, преобразованием волн, а также распространением радиоволн в ионосфере и далеких плазменных образованиях.

В настоящее время имеется обширная литература [1], посвященная теории проникновения электромагнитного поля в плазму и трансформации высокочастотных волн на резкой границе раздела от окружающей среды [2—5]. Однако, во всех существующих теоретических работах граница между плазмой и окружающей средой (воздух в межпланетарной плазме, диэлектрик — стекло в газоразрядных трубках, вакуум в термоядерной плазме и т. д.) считается резкой.

В действительности плазма с резкой границей является идеализированной моделью полуграниченной плазмы. Только в твердотельной плазме реализуются предположения о резкости границы перехода. Между газовой плазмой и окружающей ее средой всегда существует более или менее плавная переходная область с конечным размером a . Она имеет место особенно когда толщина переходной области неоднородного входного слоя плазмы значительно больше длины проникающей в нее электромагнитной волны $a \gg \lambda$.

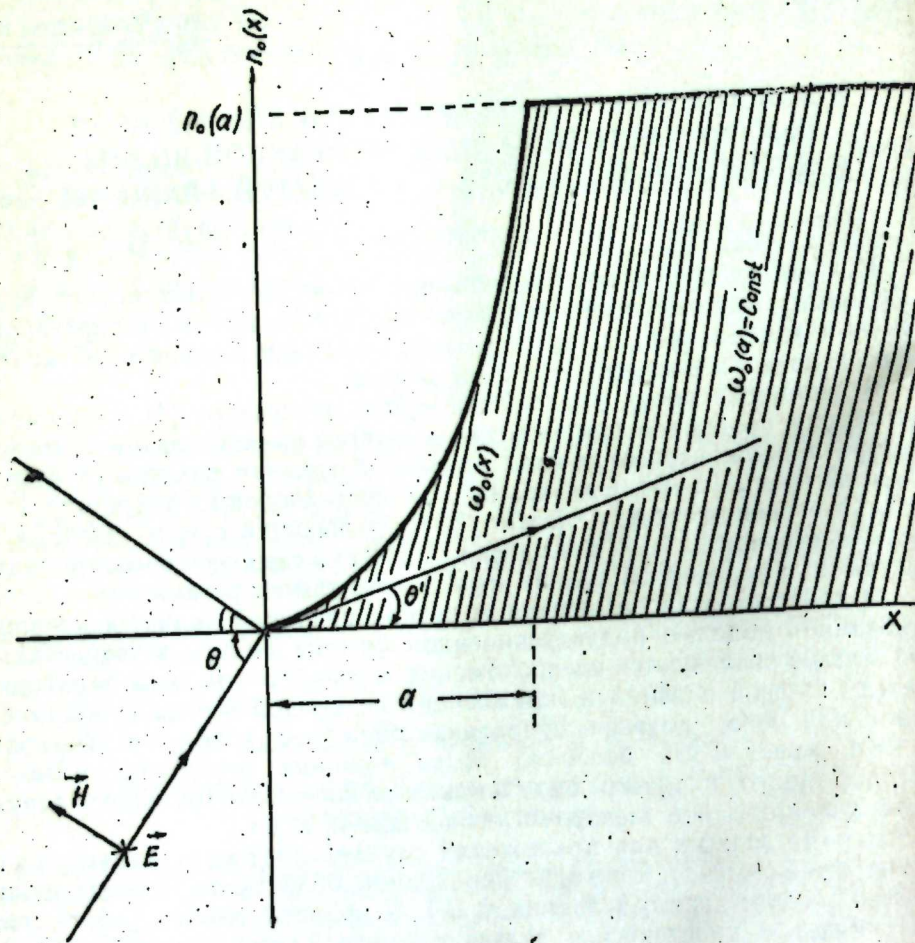
В ряде важных для приложений случаев плотность плазмы медленно изменяется в конечной переходной области от нуля до некоторого максимального значения $n_0(a)$. В представленной работе рассматривается кинетическая задача об определении высокочастотной поляризованной волны в размытой граничной области изотропной плазмы. Исследуются влияния степени параметрической неоднородности переходного слоя на коэффициент линейной трансформации высокочастотных поляризованных электромагнитных волн в продольной высокочастотной плазменной волне.

В большинстве практических случаев неоднородность концентрации $n_0^{(a)}(x)$ плазмы в переходной области монотонно нарастает от границы раздела и имеет вид кривой, показанной на рисунке. Поэтому целесообразно интерпретировать граничный профиль плотности для каждого сорта заряженных частиц в виде функции:

$$n_0^{(a)}(x) = n_0^{(a)}(a) \cdot \exp[p(x-a)h(x)], \quad h(x) = \begin{cases} 1 & x \leq a \\ 0 & x > a \end{cases} \quad (1)$$

где p — малый эмпирический параметр, характеризующий темп нарастания плотности в переходной области $0 < x \leq a$.

Рассмотрим изотропную и свободную полуограниченную плазму, на которую под углом θ падает s -поляризованная высокочастотная волна частотой ω . Систему координат выбираем таким образом, чтобы ось x была нормальна к границе, плазма располагалась в области $x > 0$, а ось z легла бы в плоскости падения волны (рисунки). Падая



Наклонное падение поляризованной электромагнитной волны на полуограниченную изотропную плазму с неоднородным профилем плотности в переходной области $0 < x < a$. Плазма занимает заштрихованную область.

ющая электромагнитная волна частично отражается от плазмы и частично в ней преломляется, распространяясь под углом θ' . Предполагаем, что равновесная функция распределения в отсутствие электромагнитного поля волны является максвелловской функцией энергии частиц. Учитываем, что заряженные частицы плазмы могут отражаться от границы окружающей среды как зеркально, так и диффузно [6,7].

Исходная система уравнений, позволяющих определить поле электромагнитной волны в плазме, состоит из уравнений Максвелла и связанного с ними линейризованного кинетического уравнения для возмущенной функции распределения. Зависимость всех электромаг-

нитных переменных величин, в том числе и возмущенной функции распределения частиц плазмы сорта α от координаты z и времени t представляем в виде: $f_\alpha(x, v) \cdot \exp[i(\kappa z \cdot \sin \theta - \omega t)]$. Неизвестную возмущенную функцию распределения $f_\alpha(x, v)$ находим непосредственно решением линейризованного уравнения. Постоянные интегрирования, появляющиеся при решении кинетического уравнения, определяем из граничных условий для возмущенной функции распределения на плоскости $x = 0$ и ее исчезновения на бесконечности. При этом, следуя методике работы [1], для определения поля высокочастотной волны в изотропной плазме с размытой границей плотности вида (1) получаем следующее интегро-дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2}{dx^2} E(x) + \eta^2(\theta) E(x) = -i \frac{4\kappa}{c} \sum_{\alpha} \frac{\omega_{0\alpha}^2}{V_{T\alpha}^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_x^2}{v_{T\alpha}^2}} \frac{dv_x}{v_x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{v_z^2}{v_{T\alpha}^2}} dv_z \times$$

$$\times \left\{ \int_0^x p(x'-a) h(x' | \Omega(x-x')) \int_0^{\infty} p(x'-a) h(x') i \Omega(x-x') + \right.$$

$$\left. + \int_x^{\infty} p(x'-a) h(x') - i \Omega(x-x') \right\} \quad (2)$$

где

$$\Omega_\alpha = \frac{\omega + i\nu_\alpha - \kappa v_z \cdot \sin \theta}{v_x}, \quad \eta = \kappa \cdot \cos \theta, \quad \kappa = \frac{\omega}{c}, \quad 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2},$$

ν_α — частота столкновений, $v_{T\alpha} = \left(\frac{2RT_\alpha}{m_\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}$ — тепловая скорость и $\omega_{0\alpha} = \left(\frac{4\pi e^2 n_{0\alpha}(a)}{m_\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}$ — плазменная частота заряженных частиц сорта α .

Здесь суммирование производится по всем сортам заряженных частиц плазмы. Через σ обозначен коэффициент диффузного отражения заряженных частиц плазмы от границы окружающей среды $x = 0$; $E(x) = E_y(x)$ — компонент вектора напряженности электрического поля s -поляризованной волны.

Уравнение (2) в общем случае не решается. Его можно решить методом последовательных приближений в случае, когда сверхвысокочастотное поле проникает в разреженную горячую плазму. Это возможно при выполнении условия

$$\frac{\omega a \omega_0^2}{c^2 v_T} \ll \eta^2 \quad \text{или же} \quad \epsilon = \frac{a \omega_0^2}{\omega v_T} \ll 1. \quad (3)$$

Здесь и всюду в дальнейшем через ω_0 обозначена электронная плазменная частота, через v_T — тепловая скорость электронов плазмы. Разлагая поступающее в плазму поле $E(x)$ по степеням малого параметра ϵ и учитывая, что поле на бесконечности отсутствует, в первом приближении решение уравнения (2) можно представить в следующем виде [9]:

$$E(x) = E_0 \cdot \exp(i\eta x) + \frac{1}{\eta} \int_0^x \Psi(x') \cdot \sin[\eta(\theta)(x-x')] dx', \quad (4)$$

где

$$\Psi(x) = \frac{4\kappa E_0}{c} \sum_a \frac{\omega_{0a}^2}{v_{Ta}^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_x^2}{v_{Ta}^2}} \frac{dv_x}{v_x} \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_z^2}{v_{Ta}^2}} dv_z \times$$

$$+ \left\{ \frac{\exp(-pa + i\Omega x) - \exp[p(x-a)h(x)]}{p + i\eta - \Omega} + \frac{\sigma \cdot \exp(-pa + i\Omega x) + \exp[p(x-a)h(x) + i\eta x]}{p + i\eta - \Omega} + \frac{\exp[p(x-a)h(x) + i\eta x]}{p + i\eta + i\Omega} \right\}, \quad (5)$$

E_0 — неизвестное амплитудное значение компоненты электрического поля волны на плоскости входа $x=0$.

Подставляя (5) в (4), интегрирование по x можно произвести скалчательно.

$$E(x) = E_0 \cdot \exp(i\eta x) - \frac{2\kappa E_0}{c\eta} \sum_a \frac{\omega_{0a}^2}{v_{Ta}^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_x^2}{v_{Ta}^2}} \frac{dv_x}{v_x} \int_0^{\infty} e^{-\frac{v_z^2}{v_{Ta}^2}} dv_z \times$$

$$\times \left\{ \frac{S(x) - \overset{+}{s}(x)}{p \overset{+}{\varphi}(v_a)} - \frac{S(x) - \bar{s}(x)}{\mu_2 \overset{+}{\varphi}(v_a)} + \frac{S(x) - \overset{+}{s}(x)}{p \overset{-}{\varphi}(v_a)} + \frac{S(x) - \bar{s}(x)}{\mu_2 \overset{-}{\varphi}(i v_a)} + \right.$$

$$\left. + i \frac{\mu_a(v_x)}{\overset{-}{\varphi}(i v_a)} (e^{-i\eta x} - e^{i\eta x}) \right\}, \quad (6)$$

где

$$\mu_1 = p + i\eta, \quad \mu_2 = p + 2i\eta, \quad \mu_a(v_x) = \frac{(1 + \sigma) v_x}{i v_a - \eta v_x} \exp(-pa)$$

$$S(x) = \exp[i\eta x + p(x-a)h(x)], \quad \overset{\pm}{s}(x) = \exp(-pa \pm i\eta x),$$

$$\overset{\pm}{\varphi}(v_a) = v_a (p + i\eta) \pm v_a,$$

множитель $\exp[i(\kappa z \sin \theta - \omega t)]$ в выражениях для полей здесь и далее опущен.

В общем случае интегрирование по скоростям в (6) представляет определенные трудности, поэтому проведем интегрирование по скоростям в некоторых практически важных частных случаях.

В случае нормального падения волны $\theta = 0$ и $\Omega_a = \frac{\omega + i v_a}{v_x}$ интегрирование по скоростям в (6) можно произвести к табулированной функции Крампа:

$$E(x) = E_0 e^{i\frac{\omega}{c}x} - i \frac{\pi^{3/2} \cdot E_0}{c} \sum_a \frac{\omega_{0a}^2}{V_{Ta}} \left[\frac{W\left(\frac{v_a - i\omega}{\mu_1 v_{Ta}}\right)}{p \mu_1 \mu_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{W\left(-\frac{\omega + i v_a}{\kappa v_{Ta}}\right)}{i \kappa p \mu_2} \right] \times [\mu_2 S(x) - \mu_2 \overset{+}{s}(x) - p S(x) + p \bar{s}(x)] +$$

$$+ \frac{i + \sigma}{\kappa^2} [s(x) - \bar{s}(x)] \left[\left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_1 - \kappa} \right) W\left(\frac{i\omega - v_a}{\kappa v_{Ta}}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\sigma \kappa}{\mu_1 - \kappa} W\left(-\frac{\omega + i v_a}{\kappa v_{Ta}}\right) \right],$$

где $W(\beta) = \exp(-\beta^2) \left[1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\beta} \exp(-\tau^2) d\tau \right]$ — функция Крампа.

Остальные две компоненты магнитного поля s -поляризованной электромагнитной волны можно легко определить через найденное решение (7) для $E(x)$:

$$H_x(x, \omega, T) = -\sin \theta \cdot E(x, \omega, T), \quad H_z(x, \omega, T) = \frac{1}{i\kappa} \frac{\partial}{\partial x} E(x, \omega, T).$$

Из полученного решения (7) следует, что поле в переходной области плазмы имеет вид суперпозиции поперечно-электромагнитной и продольно-плазменной волн. Падающая высокочастотная электромагнитная волна может частично преобразоваться в продольно-плазменную, т. е. происходит так называемая трансформация волны.

Электромагнитное поле в окружающей среде (в области воздуха $x < 0$) состоит из падающей и отраженной волн:

$$E(x) = E_0 \cdot e^{i\kappa x \cdot \cos \theta} + \chi \cdot E_0 e^{-i\kappa x \cdot \cos \theta} \quad (8)$$

Коэффициент отражения χ и E_0 можно определить из граничных условий непрерывности тангенциальных составляющих электромагнитного поля. При этом из (7) и (8) получаем:

$$\chi = -i \frac{\pi^{3/2}}{c p} \sum_a \frac{\omega_{0a}^2}{\mu_2 v_{Ta}} (\mu_a - p) (1 - e^{-pa}) \times \left[\frac{1}{\mu_1} W\left(\frac{v_a - i\omega}{\mu_1 v_{Ta}}\right) - \right.$$

$$\left. + \frac{i}{\kappa} W\left(-\frac{\omega - i v_a}{\kappa v_{Ta}}\right) \right]. \quad (9)$$

В условиях скинирования поперечной электромагнитной волны и при пренебрежении столкновениями частиц коэффициент поглощения $\gamma = 1 - |\chi|^2$ определяет часть плотности потока энергии электромагнитной волны, которая перешла в энергию волны. Величина γ в этом случае называется коэффициентом трансформации. Исходя из

(9) и пользуясь асимптотическим значением функции W при $\frac{\omega}{\kappa v} \gg 1$ для горячей бесстолкновительной электронной плазмы $v_a = 0$ можно определить коэффициент трансформации:

$$\gamma \approx 1 - \left(\frac{2\pi\omega_0^2}{c\omega} \right)^2 \cdot \frac{(\kappa + p)^2}{p^2 + 4\kappa^2} \cdot \left(\frac{1 - e^{-pa}}{p} \right)^2.$$

Как видно, степень трансформации существенным образом зависит от параметра p -характеристики неоднородности профиля плотности в переходной области $0 < x < a$.

Теперь проанализируем решение (6) при произвольном значении угла падения θ , когда фазовая скорость волны близка скорости движения электронов вдоль направления распространения волны $\frac{\omega}{\kappa} \sim$

$\sim v_z \sin \theta$. В этом случае, полученные выражения для поля в переходной области имеют вид (7), в котором следует всюду заменить выражение $v_z - i\omega$ выражением v_z . Проводя вычисление аналогично предыдущему случаю, для коэффициента трансформации в переходной области электронной плазмы получаем:

$$\gamma \approx 1 - \pi^2 \left(\frac{\omega_0^2}{c p v_T \cos \theta} \right)^2 \cdot \frac{(1 - e^{-p a})^2}{p^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \cos^2 \theta} \quad (10)$$

Расчеты, проведенные по формуле (10) при падении волны частотой $\omega \approx 30 \cdot 10^{10}$ гц под углом 16° на плазму с параметрами $\omega_0 = 4 \cdot 10^3$ гц, $v_T = 5,56 \cdot 10^8$ см/сек и $a = 10$ см, показывают, что при рассмотренном приближении с ростом степени неоднородности переходной области p коэффициент трансформации γ увеличивается и достигает наибольшего значения — единицы.

Литература

1. Кондратенко А. Н. Проникновение поля в плазму. М., Атомиздат, 1979
2. Tidman D. A. Phys. Rev., 1960, 117, 366. 3. Kriz A. H., Mintred D. Phys. Rev., 1960, 117, 382. 4. Федорченко А. М. ЖТФ, 1962, 32, 589. 5. Лоладзе Ц. Д., Цицадзе Н. Л. Радиофизика, 1964, 7, 374. 6. Ruter H., Zondheilmer H. E. Proc. Roy. Soc., 1949, 155, 336. 7. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред. М., Гостехиздат, 1961.
8. Mamedov M. A., Shukla P. K., Jr. Plasma Physics, 1977, N36, 714, PLA 724.
9. Камке Э. К. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., 1961, стр. 420.

Азгосуниверситет им. С. М. Кирова

Поступило 18. IV 1981

М. А. Мамедов

ПЛАЗМАНЫН ГЕЈРИ-БИРЧИНС ПРОФИЛЛИ КЕЧИД ОБЛАСТЫНА ДАХИЛ ОЛМУШ ЈУКСЭК ТЕЗЛИКЛИ ПОЛЈАРИЗЭЛЭНМИШ ЕЛЕКТРОМАГНИТ ДАЛҒАСЫ САҒЭСИНИН ТЭДГИГИ

Мәгаләдә физики кинетика бахымындан изотроп плазманын гејри-бирчинс профилли кечид областына дахил олмуш јуксәк тезликли полјаризәләнмиш електромагнит далғасы сағәси тәјини едилмишдир. Кәстәрилмишдир ки, гејри-бирчинс кечид областында полјаризәләнмиш јуксәк тезликли енинә електромагнит далғасы јуксәк тезликли узунуна плазма далғасына чеврилә биләр.

М. А. Mamedov

STUDYING THE PENETRATING IN PLASMA HIGHFREQUENCY POLARIZED WAVE FIELD IN TRANSITIONAL FIELD WITH DIFFUSED BORDER

The highfrequency polarized wave field in diffused border field of isotropic plasma is determined in this work. It is shown that transformation of highfrequency polarized electromagnetic wave into longitudinal plasma wave can take place in transitional field of plasma with heterogeneous profile of density.

УДК 621

ФИЗИКА

М. Н. АБДУЛЛАЕВ, член-корр. Ю. М. СЕНДОВ

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В ФЕРРОМАГНИТНЫХ КРИСТАЛЛАХ С ВНЕЦЕНТРИРОВАННОЙ ПРИМЕСЬЮ

Изучению влияния примесей на энергетические спектры немагнитных и магнитных кристаллов посвящено много работ [1,2]. В этих работах примесный атом характеризуется массой (M') и параметром взаимодействия его с ближайшими соседями ϕ' , а также со спином S' и обменным интегралом между ними J' , которые отличаются от этих величин для замещенного им атома основной решетки. Кроме того считалось, что центр массы примесного атома совпадает с центром массы замещенного атома. В последние годы по немагнитным кристаллам появились работы, в которых центр массы примесного атома не совпадает с центром массы атома основной решетки [3-5]. Благодаря этому симметрия окружения примесного атома понижается и параметры взаимодействия его со своими соседями отличаются друг от друга.

Такая задача представляет интерес и для магнитных кристаллов. Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию локализованных спиновых мод в ферромагнитном кристалле с внецентрированной примесью. Она состоит из двух частей. В первой части работы рассматривается ферромагнитное, а во второй части антиферромагнитное взаимодействия примесного атома со своими соседями.

Уравнения движения для амплитуд локальных колебаний

Рассмотрим ферромагнитный кристалл, в котором внецентрированная примесь связана со своими соседями с положительным обменным взаимодействием. Расположение атомов такой системы относительно системы координат показано на рис. 1. Для простоты здесь предполагается, что примесный атом расположен на плоскости (110). Ввиду этого между примесным атомом и его соседями $J'(\rho_1)$, $J'(\rho_2)$ и $J''(\rho_3)$, как видно из рис. 1, возникают три типа обменных интегралов. Используя расположение атомов, представленное на рисунке, простым вычислением можно определить расстояния примесного атома от своих соседей:

$$\rho_1 = \rho_2 = \sqrt{a^2 + a^2 - 2ad \cos \varphi}$$

$$\rho_3 = \rho_4 = \sqrt{a^2 + d^2 + 2ad \cos \varphi}$$

$$\rho_5 = \rho_6 = \sqrt{a^2 + d^2}$$

При $d = 0$ мы получаем обычную примесную задачу

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = \rho_6 = a$$

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид:

$$H = - \sum_{ll} J(l, l) \vec{S}_l \vec{S}_l + 2 \sum_{\delta} J(\delta) \vec{S}_0 \vec{S}_{\delta} - 2 \sum_{\rho} J(\rho) \vec{S}_a \vec{S}_{\rho}, \quad (1)$$

где δ —номера ближайших соседей, а ρ —номера соседей примесного атома.

При выполнении суммирования по ρ последняя сумма в (1) распадается на три члена, которые отличаются друг от друга по значениям обменного интеграла между примесным атомом и его соседями (J', J'', J''').

Для того чтобы привести гамильтониан системы к диагональному виду, необходимо перейти от спиновых операторов к бозе операторам, и от последних к новым операторам

$$a' = \sum L_i a_i; \quad \sum L_i L_i' = \delta_{ii}, \quad (2)$$

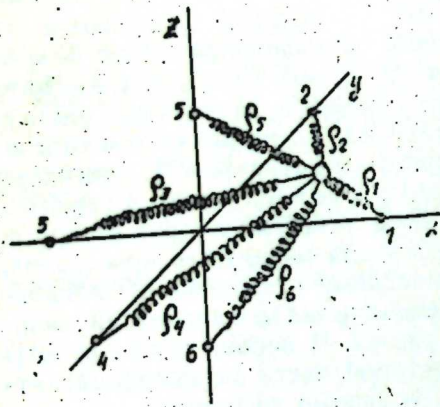


Рис. 1.

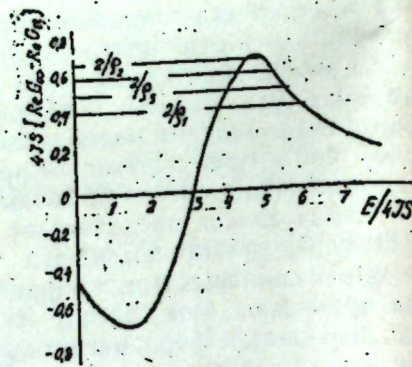


Рис. 2.

Подставляя (1) и (2) в уравнение движения для оператора a' , получаем уравнение для определения амплитуд L_i :

$$2JS \sum_{l=1}^6 \sum_{l'=1}^6 (L_{l+l'} - L_l) a_l + 2 \sum_{\rho=1}^6 J(d, \rho) (L_{\rho} a_d + L_d a_{\rho}) \sqrt{SS'} - SL_d a_d - S' L_{\rho} a_{\rho} = -E \sum_{l=1}^6 L_l a_l \quad (3)$$

Как и в (6) систему уравнений (3) можно разбить на три системы для различных значений l (d, ρ, l'), учитывая это обстоятельство, мы можем переписать (3) в матричной форме—в более удобной для решения:

$$\begin{pmatrix} \hat{1} & -\hat{G}^0 \hat{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{L}_1 \\ \hat{L}_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (4)$$

Записывая функции Грина для идеального кристалла \hat{G}^0 и возмущение

ния \hat{V} в виде блоков

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} \hat{V} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{G}^0 = \begin{pmatrix} \hat{G}_{11}^0 & \hat{G}_{12}^0 \\ \hat{G}_{21}^0 & \hat{G}_{22}^0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

получаем, что уравнение (4) распадается на два уравнения

$$\hat{L}_1 = \hat{G}_{11}^0 \hat{G} \hat{L}_1; \quad \hat{L}_2 = \hat{G}_{21}^0 \hat{V} \hat{L}_1 \quad (6)$$

здесь \hat{L}_1 и \hat{G}_{11}^0 принадлежит пространству возмущения \hat{V} . Явный вид \hat{G}_{11}^0 и \hat{V} определяется из уравнения (3)

Условие существования нетривиального решения первого уравнения (6) состоит в равенстве нулю его детерминанта.

$$\det | \hat{1} - \hat{G}^0 \hat{V} | = 0 \quad (7)$$

Как известно, что решение дает частоты нормальных колебаний кристалла, возмущенного наличием примесей.

Используя расположение атомов, приведенную на рисунке 1, для унитарной матрицы, которая факторизует детерминант получаем [7]

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ A_1 \\ B_1 \\ B_2 \end{matrix} \quad (8)$$

В результате для (7) имеем

$$U^+ \det | \hat{1} - \hat{G}^0 \hat{V} | U = D_{A_1}(E) D_{B_1}(E) D_{B_2}^2(E), \quad (9)$$

где

$$D_{A_1}(E) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$-2JS \begin{vmatrix} C_{00}^0 & \sqrt{2}G_{01}^0 & \sqrt{2}G_{01}^0 & \sqrt{2}G_{01}^0 \\ \sqrt{2}G_{10}^0 & G_{11}^0 + G_{12}^0 & 2G_{23}^0 & 2G_{23}^0 \\ \sqrt{2}G_{10}^0 & 2G_{23}^0 & G_{11}^0 + G_{12}^0 & 2G_{23}^0 \\ \sqrt{2}G_{10}^0 & 2G_{23}^0 & 2G_{23}^0 & G_{11}^0 + G_{12}^0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -s & \sqrt{2}\gamma_1 & \sqrt{2}\gamma_2 & \sqrt{2}\gamma_3 \\ \sqrt{2}\gamma_1 & -\rho_1 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}\gamma_2 & 0 & -\rho_2 & 0 \\ \sqrt{2}\gamma_3 & 0 & 0 & -\rho_2 \end{vmatrix} \quad (10)$$

$$D_{B_1}(E) = 1 - 2JS \rho_3 (G_{11}^0 - G_{12}^0)$$

$$D_{B_2}(E) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 2JS \begin{vmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} G_{11}^0 - G_{12}^0 & 0 \\ 0 & G_{11}^0 - G_{12}^0 \end{vmatrix}$$

Такое разбиение позволяет установить связь между амплитудами:

$$L_{p_1} = L_{p_2} \quad L_{p_3} = L_{p_4} \quad L_{p_5} = L_{p_6} \quad (11)$$

Учитывая последнее соотношение из уравнений (6), после линеаризации получаем

$$L_{p_1} (1 - a_{22} - a_{33} - a_{44}) = L_d \cdot a_{21} \quad L_{p_5} (1 - a_{22} - a_{33} - a_{44}) = L_d \cdot a_{42} \quad (12)$$

$$L_{p_3} (1 - a_{22} - a_{33} - a_{44}) = L_d \cdot a_{31} \quad L_{12} = \sum G_{12j}^0 V_{jd} L_d$$

Для определения амплитуды L_d следует использовать условие нормировки

$$1 = \sum_{11} |L_{11}|^2 + \sum_{12} |L_{12}|^2 \quad (13)$$

Используя выражение для амплитуды L_{11} , находим уравнение для определения L_d :

$$1 = |L_d|^2 + 2 \left| \frac{L_d}{1 - a_{22} - a_{33} - a_{44}} \right|^2 (|a_{21}|^2 + |a_{31}|^2 + |a_{41}|^2) + \left| \sum_j G_{12j}^0 V_{jd} L_d \right|^2 \quad (14)$$

где

$$a_{21} = 2JS \left\{ - \sum_p (J'(\rho) J) G_{10}^0 + \frac{J'}{J} \sqrt{\frac{S'}{S}} (G_{11}^0 + G_{12}^0) + 2 \left(\frac{J'}{J} + \frac{J''}{J} \right) \sqrt{\frac{S'}{S}} G_{23}^0 \right\} \sqrt{2}$$

$$a_{31} = 2JS \left\{ - \sum_p (J'(\rho) J) G_{10}^0 = \frac{J'}{J} \sqrt{\frac{S'}{S}} (G_{11}^0 + G_{12}^0) - 2 \left(\frac{J'}{J} + \frac{J''}{J} \right) \sqrt{\frac{S'}{S}} G_{23}^0 \right\} \sqrt{2}$$

$$a_{41} = 2JS \left\{ - \sum_p (J'(\rho) J) G_{10}^0 + \frac{J''}{J} \sqrt{\frac{S'}{S}} (G_{11}^0 + G_{12}^0) + 2 \left(\frac{J'}{J} + \frac{J''}{J} \right) \sqrt{\frac{S'}{S}} G_{23}^0 \right\} \sqrt{2}$$

$$a_{22} = 2JS \left\{ 2 \frac{J'}{J} \sqrt{\frac{S'}{S}} G_{10}^0 - \frac{J'}{J} \frac{S'}{S} (G_{11}^0 + G_{12}^0) \right\} \quad (15)$$

$$a_{33} = 2JS \left\{ 2 \frac{J'}{J} \sqrt{\frac{S'}{S}} G_{10}^0 - \frac{J'}{J} \frac{S'}{S} (G_{11}^0 + G_{12}^0) \right\}$$

$$a_{44} = 2JS \left\{ 2 \frac{J''}{J} \sqrt{\frac{S'}{S}} G_{10}^0 - \frac{J''}{J} \frac{S'}{S} (G_{11}^0 + G_{12}^0) \right\}$$

Зная L_d из (14), с помощью соотношений (12) можно выразить амплитуды атомов, соседних к примесному, через параметры возмущения. Представить графическое решение уравнений (10) (рис. 2)

можно, используя численные значения функций Грина для идеального кристалла [8]. Сплошная кривая изображает правые части уравнения в единицах $(E/4JS)$, а прямые линии — левые части. Точки пересечения кривой с прямыми линиями дают значения энергий резонансных состояний. Как видно из рисунка, каждая линия не пересекает кривую дважды. С уменьшением значения примесного параметра эти точки сближаются и при $\rho = 3$ они совпадают. При дальнейшем уменьшении значения параметра возмущения резонансные состояния отсутствуют.

Рассмотрим теперь антиферромагнитную связь примесного атома с основной решеткой. Такая система описывается гамильтонианом:

$$H = -J \sum_{1\delta} \vec{S}_1 \vec{S}_{1+\delta} + 2 \sum_p J' (d, d+p) \vec{S}_d \vec{S}_{d+p} = -JS \sum_{1\delta} (a_1 a_{1+\delta}^+ + a_1^+ a_{1+\delta} - a_1^+ a_1 - a_{1+\delta}^+ a_{1+\delta}) + 2 \sum_p J' (\rho) (\sqrt{S S'} (a_d^+ a_p^+ + a_d a_p) + S a_d^- a_d + S' a_p^+ a_p) \quad (16)$$

Штрих в сумме означает, что отсутствуют слагаемые $l=0$, $l+\delta=0$. Диагонализация гамильтониана (16) осуществляется переходом от операторов спиновых отклонений к новым операторам α , α^+

$$\alpha = L_d a_d^+ + \sum_l L_l a_l \quad (17)$$

Подставляя (16) и (17) в уравнение

$$[H, \alpha] = -E \alpha, \quad (18)$$

можно получить соотношение, связывающее амплитуды L_d и L_l .

Применяя способ, использованный при выводе уравнений (6) для амплитуд, можно получить аналогичные уравнения для \hat{L}_1 и \hat{L}_2

$$\hat{L}_1 = \hat{G}_{11}^0 \hat{V} L_1 \quad \hat{L}_2 = \hat{G}_{21}^0 \hat{V} L_1 \quad (19)$$

Действие унитарной матрицы на первое уравнение (19) приводит к результату, аналогичному (10):

$$\begin{pmatrix} L_d \\ \frac{L_{p_1} + L_{p_2}}{\sqrt{2}} \\ \frac{L_{p_3} + L_{p_4}}{\sqrt{2}} \\ \frac{L_{p_5} + L_{p_6}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = 2JS \begin{pmatrix} G_{00}^0 & \sqrt{2} G_{01}^0 & \sqrt{2} G_{01}^0 & \sqrt{2} G_{01}^0 \\ \sqrt{2} G_{10}^0 G_{11}^0 + G_{122}^0 & 2 G_{23}^0 & & 2 G_{23}^0 \\ \sqrt{2} G_{10}^0 & 2 G_{23}^0 & G_{11}^0 + G_{12}^0 & 2 G_{23}^0 \\ \sqrt{2} G_{10}^0 & 2 G_{23}^0 & 2 G_{23}^0 & G_{11}^0 + G_{12}^0 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} -\sum_p \left(\frac{J'(p)}{J} + 1 \right) - \sqrt{2} \left(\frac{J'}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 1 \right) - & & & \\ & -\sqrt{2} \left(\frac{J'}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 1 \right) - \sqrt{2} \left(\frac{J''}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 1 \right) & & \\ \sqrt{2} \left(\frac{J'}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 1 \right) & \frac{J's}{Js} - 1 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} \left(\frac{J'}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 1 \right) & 0 & \frac{J's}{Js} - 1 & 0 \\ \sqrt{2} \left(\frac{J''}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 1 \right) & 0 & 0 & \frac{J's}{Js} - 1 \end{vmatrix} \cdot L \quad (20)$$

$$\frac{L_{p_2} - L_{p_1}}{\sqrt{2}} = 2JS \left(\frac{J''s}{Js} - 1 \right) (G_{11}^0 - G_{12}^0) (L_{p_2} - L_{p_1})$$

$$\begin{pmatrix} \frac{L_{p_1} - L_{p_2}}{\sqrt{2}} \\ \frac{L_{p_2} - L_{p_1}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = 2JS \begin{pmatrix} G_{11}^0 - G_{12}^0 & 0 \\ 0 & G_{11}^0 - G_{12}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{J's}{Js} - 1 & 0 \\ 0 & \frac{J's}{Js} - 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{L_{p_1} - L_{p_2}}{\sqrt{2}} \\ \frac{L_{p_2} - L_{p_1}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Решение последних уравнений сводится к определению спектра элементарных возбуждений в ферромагнитном кристалле с антиферромагнитной примесью. Кроме того, с помощью этих решений можно выразить амплитуды L через L_d .

$$L_{p_1} (1 - a_{22} - a_{33} - a_{41}) = L_d a_{31} \quad L_{p_2} (1 - a_{22} - a_{33} - a_{41}) = L_d \cdot a_{41} \quad (21)$$

$$L_{p_2} (1 - a_{22} - a_{33} - a_{31}) = L_d \cdot a_{31}$$

учитывая правило умножения матриц, из второго уравнения (19) получаем линеаризованное выражение для

$$L_{1i} = \sum_j G_{ij}^0 V_{jd} L_d \quad (22)$$

Из условия нормировки для L_d имеем

$$L_d = \left\{ 1 + 2 \frac{|a_{21}|^2 + |a_{31}|^2 + |a_{41}|^2}{|1 - a_{22} - a_{33} - a_{41}|^2} + \sum_j G_{ij}^0 V_{jd} \right\}^{-1/2} \quad (23)$$

где

$$a_{21} = 2JS \left\{ -\sum_p \left(\frac{J'(p)}{J} + 1 \right) G_{10}^0 + \left(\frac{J'}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 1 \right) (G_{11}^0 + G_{12}^0) + \right.$$

$$\left. + 2 \left(\frac{J' + J''}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 2 \right) G_{23}^0 \right\} \sqrt{2}$$

$$a_{31} = 2JS \left\{ -\sum_p \left(\frac{J'(p)}{J} + 1 \right) G_{10}^0 + \left(\frac{J'}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 1 \right) (G_{11}^0 + G_{12}^0) + \right.$$

$$\left. + 2 \left(\frac{J' + J''}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 2 \right) G_{23}^0 \right\} \sqrt{2}$$

$$a_{41} = 2JS \left\{ -\sum_p \left(\frac{J'(p)}{J} + 1 \right) G_{10}^0 + \left(\frac{J''}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 1 \right) (G_{11}^0 + G_{12}^0) + \right.$$

$$\left. + 2 \left(\frac{J' + J''}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} + 2 \right) G_{23}^0 \right\} \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2JS} a_{23} = -2 \left(\frac{J'}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} - 1 \right) \left(G_{10}^0 + \left(\frac{J's}{Js} - 1 \right) (G_{11}^0 + G_{12}^0) \right)$$

$$\frac{1}{2JS} a_{32} = -2 \left(\frac{J'}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} - 1 \right) G_{10}^0 \left(\frac{J's}{Js} - 1 \right) (G_{11}^0 + G_{12}^0) \quad (24)$$

$$\frac{1}{2JS} a_{44} = -2 \left(\frac{J''}{J} \sqrt{\frac{s}{S}} - 1 \right) G_{10}^0 + \left(\frac{J''s}{Js} - 1 \right) (G_{11}^0 - G_{12}^0)$$

Полученные выражения позволяют вычислить интенсивность поглощаемого поля примесном магнетиком.

Литература

1. Марадудин А. Дефекты и колебательный спектр кристаллов. М., 1968.
2. Изюмов Ю. А., Медведев М. В. Теория магнитоупорядоченных кристаллов с примесями. М., 1970.
3. Bernad J. Mokross and Dick B. G. Phys. Rev., В 15, 5938, 1977.
4. Mokross B. J., Dick B. G. and John B. Page. J. Phys. Rev., В 15, 5946, 1977.
5. Bradley Bobbs. Phys. Rev., В 24, 526, 1981.
6. Hiroumi Ishii, Капатогі J., Nakamura T. Progr. Theor. Phys., 33, 793, 1935.
7. Хейне В. Теория групп в квантовой механике. ИЛ, 1963.
8. Wolfram T. Callaway J. Phys. Rev., 130, 2207, 1963.

Институт физики

Поступило 17. V 1982

М. Н. Абдуллаев, Ж. М. Сеидов

ГЕЈРИ-МӘРКӘЗИ АШГАР АТОМЛУ ФЕРРОМАГНИТ КРИСТАЛЛАРДА ЛОКАЛЛАШМЫШ СПИН ДАЛГАЛАРЫ

Гејри-мәркәзи ферромагнит вә антиферромагнит ашгар атомлу садә ферромагнит кристалларда, Грин техникәсәһини көмәһи илә, локаллашмыш далгалар тәдгиг едилмишдир. Көстәрилән ашгар атомларын кристалда јаратдығы һәјәчанланманын оператору үчүн унитар матриса гурулмуш вә оһун әһәһинда ајры-ајры локаллашмыш спин далгаларынын еһержиләри үчүн аналитик ифадәләр мүәјјәнләшдирилмишдир.

M. N. Abdullayev, Zh. M. Seidov

LOCALISED SPIN WAVES IN FERROMAGNETS WITH AN OFF-CENTRED IMPURITY

The localised spin waves in Heisenberg ferromagnets with an off-centred ferromagnetic and antiferromagnetic impurities were investigated. Expressions for the localised S , p , d -like states are obtained. Ferromagnetic resonance in such system is considered.

Р. З. САДЫХОВ, член-корр. И. Г. КЕРИМОВ, Д. А. ГУСЕЙНОВ,
Э. М. ИМАМКУЛИЕВ, А. О. ИСМАИЛОВ

МАГНИТНЫЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА $Fe_{3-x}In_xSe_4$
($x = 0,05; 0,1$)

Сложность состава и структуры магнитных полупроводников и большое разнообразие этих веществ позволяет варьировать их физические свойства в очень широких пределах с помощью сравнительно простых технологических приемов. Это открывает новые перспективы в отношении исследования и практического применения этих материалов.

Исследованию кристаллической структуры, магнитных и электрических свойств соединения Fe_3Se_4 посвящены работы [1—3]. Показано, что данное соединение кристаллизуется в структуре типа NiAs [1] и в магнитном отношении является ферромагнетиком с магнитным моментом насыщения $1,17 \mu_B$ и точка Кюри $T_c = 350 \text{ K}$ [2].

Электрические измерения [3] показали, что электропроводность Fe_3Se_4 изменяется от $1,3 \cdot 10^3$ при 300 K до $1,5 \cdot 10^3 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ при 1000 K и характерна для полуметаллических материалов.

Как видно, благоприятное с точки зрения технического применения значение точки Кюри Fe_3Se_4 не сочетается с ярко выраженными полупроводниковыми характеристиками.

В связи с этим с целью выяснения факторов, обуславливающих изменение электрических и магнитных свойств в зависимости от содержания In, были получены составы $Fe_{3-x}In_xSe_4$ ($x = 0,05; 0,1$) и исследованы их намагниченность, электросопротивление, термоэдс и эффект Холла. Образцы получены в предварительно откачанной и запаянной кварцевой ампуле непосредственным взаимодействием исходных компонентов чистотой Fe—99,98%; Se—99,999%; In—99,999%. Синтез проведен в следующей последовательности.

Ампула с исходными компонентами помещалась в электропечь, в которой температура медленно поднималась до 850°C . При этой температуре ампула выдерживалась двое суток, после чего медленно охлаждалась до комнатной. Полученные порошкообразные соединения тщательно измельчались, спрессовывались под давлением 22 т, см^2 , затем отжигались в вакууме в течение 10 суток. Рентгеноструктурный анализ установил однофазность образцов и близость их параметров к параметрам исходного соединения [1]. Намагниченность измерена на маятниковом магнитометре типа Доменикалли в магнитных полях 6,25; 7,6; 8,7; 10 кЭ. Электрические измерения произведены компенсационным методом.

Методом экстраполяции на нулевое магнитное поле определена спонтанная намагниченность соединений, температурная зависимость которой приведена на рис. 1. Здесь же приведена зависимость удельной намагниченности $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ и $Fe_{2,9}In_{0,1}Se_4$ от магнитного поля при 80 K , из которой видно, что процесс технического намагничивания последнего заканчивается при более слабых полях.

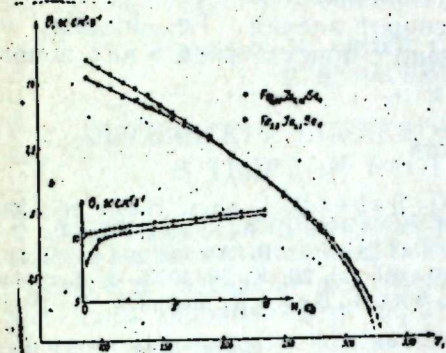


Рис. 1. Зависимость удельной намагниченности $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ ($x=0,05; 0,1$) от температуры и магнитного поля.

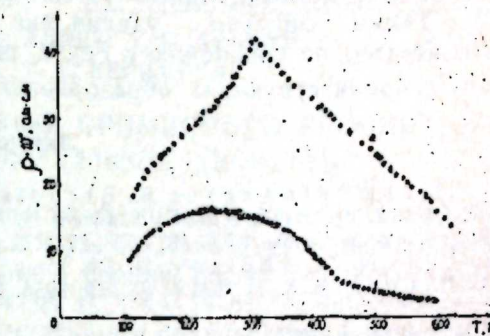


Рис. 2. Температурная зависимость удельного сопротивления $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ (1) и $Fe_{2,9}In_{0,1}Se_4$ (2).

Методом термодинамических коэффициентов [4] определена точка Кюри исследуемых составов, которая оказалась равной 330 и 325 K соответственно для $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ и $Fe_{2,9}In_{0,1}Se_4$. Как видно, незначительное замещение в Fe_3Se_4 железа индием приводит к некоторому понижению точки Кюри. Абсолютное значение удельной намагниченности $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ и $Fe_{2,9}In_{0,1}Se_4$ при соответствующих температурах также несколько ниже, чем для Fe_3Se_4 .

На рис. 2 представлена температурная зависимость удельного электросопротивления $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ и $Fe_{2,9}In_{0,1}Se_4$. Видно, что в области магнитного превращения металлический ход электросопротивления меняется на полупроводниковый, что говорит о существенном влиянии спонтанной намагниченности на поведение электронов проводимости. Это влияние проявляется также на характере температурной зависимости термоэдс $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ — в области магнитного превращения коэффициент термоэдс претерпевает излом. Из измерений эффекта Холла в $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ в парамагнитной области произведена оценка концентрации и подвижности носителей тока. Оказалось, что при 450 K концентрация носителей тока равна $2,8 \cdot 10^{10}$, с повышением температуры она несколько растет. Подвижность носителей тока растет от $2,2 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{сек}$ при 350 K , принимая значение $55 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{сек}$ при 560 K .

Из сравнения $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ и $Fe_{2,9}In_{0,1}Se_4$ с исходным соединением Fe_3Se_4 видно, что с увеличением содержания In электросопротивление составов увеличивается.

Так, удельное сопротивление $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ приблизительно на порядок превышает сопротивление Fe_3Se_4 . Влияние ионов In, по-видимому, можно определить, предположив идентичность механизма проводимости в Fe_3Se_4 и Fe_3O_4 , в котором, как известно [5], электропроводность осуществляется за счет перескока электронов между ионами железа различной валентности, находящимися в эквивалентных

узлах. Незначительное замещение железа индием, ионы которого могут быть как в двух-, так и трехвалентном состоянии, может обеспечить уменьшение концентрации трехвалентных ионов железа, и тем самым, увеличение сопротивления образца. Описанный процесс можно представить формулой $Fe^{3+} + In^{2+} \rightarrow Fe^{2+} + In^{3+}$. С энергетической точки зрения этот процесс возможен, так как при переходе от In к Fe второй ионизационный потенциал увеличивается.

Таким образом, увеличение сопротивления $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ и $Fe_{2,9}In_{0,1}Se_4$ по сравнению с Fe_3Se_4 связано с присутствием в них ионов In^{2+} , препятствующих образованию Fe^{3+} .

Литература

1. Lambert-Andron B., Verodias G., Babet D. J. phys. chem. sol., 33, 87, 1972. 2. Керимов И. Г., Алиев Н. Г., Гусейнов Д. А., Садыхов Р. З., Курбанов М. М. ФТТ, 18, 3328, 1976. 3. Abdullaev G. B., Akhmedov N. R., Jalilov N. Z., Abdinov D. Ch. Phys. stat. sol. (a), 20, K 29, 1973. 4. Белов К. П., Горяга А. Н. ФММ, 2, 441, 1956. 5. Смит Я., Вейн Х. Ферриты. М., 1932.

Институт физики

Поступило 12 VI 1981

Р. З. Садыхов, И. К. Керимов, Ч. Э. Гусейнов,
Е. М. Имамгулиев, А. О. Исмаилов.

$Fe_{3-x}In_xSe_4$ ($x = 0,05; 0,1$) БИРЛЭШМЭЛЭРИНИН МАГНИТ ВЭ ЭЛЕКТРИК ХАССЭЛЭРИ

$Fe_{3-x}In_xSe_4$ ($x = 0,05; 0,1$) бирлэшмэлэринин магнитләнмәси, электрик кечиричилији, термо *e. h. z.* һә һәллә эффектләр тәдгиг олунмушдур. Әлчмәләр кәстәрмишдир ки $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ вә $Fe_{2,9}In_{0,1}Se_4$ бирлэшмэлэринин күри температурлары ујгун оларак 330 К вә 325 К-дир. Ашкар едилмишдир ки, бу бирлэшмәләр магнит дүзүлүшүнә малик олдуғлары температур областында метал кечиричилијинә, парамагнит областында исә јарымкечиричилијә маликдирләр.

R. Z. Sadykhov, I. G. Kerimov, D. A. Guseinov, E. M. Imamkuliev, A. O. Ismailov
MAGNETIC AND ELECTRIC PROPERTIES OF $Fe_{3-x}In_xSe_4$ ($x = 0,05; 0,1$)

An investigation has been made of the magnetization, electroresistance, thermoelectromotive force, Hall effect of $Fe_{3-x}In_xSe_4$ ($x = 0,05; 0,1$). Curie temperature of $Fe_{2,95}In_{0,05}Se_4$ and $Fe_{2,9}In_{0,1}Se_4$, which turned out to amount to 330 and 325 K, respectively, has also been determined. Within the region of the magnetic ordering the compounds in question are shown to exhibit metallic conductivity, while in the paramagnetic region the semiconducting one.

УДК 621.315.592.

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Акад. М. И. АЛИЕВ, С. А. АЛИЕВ, Д. Г. АРАСЛЫ,
Р. Н. РАГИМОВ, Т. Г. КЕРИМОВА

ОПТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРИМЕСНОГО УРОВНЯ В ТВЕРДОМ РАСТВОРЕ $(2InSb)_{1-x}(In_2GeTe)_x$

В работе [1] сильное изменение коэффициента Холла с температурой в твердом растворе $(2InSb)_{1-x}(In_2GeTe)_x$ объяснено предположением об образовании квазилокального уровня, расположенного выше дна зоны проводимости на величину $0,21 \pm 0,19$ эВ. Существование такого уровня можно подтвердить изучением оптических свойств. При этом в спектре поглощения возможно выявление дополнительного поглощения, связанного с переходом примесный уровень—зона проводимости [2, 3]. В статье приводятся результаты исследования

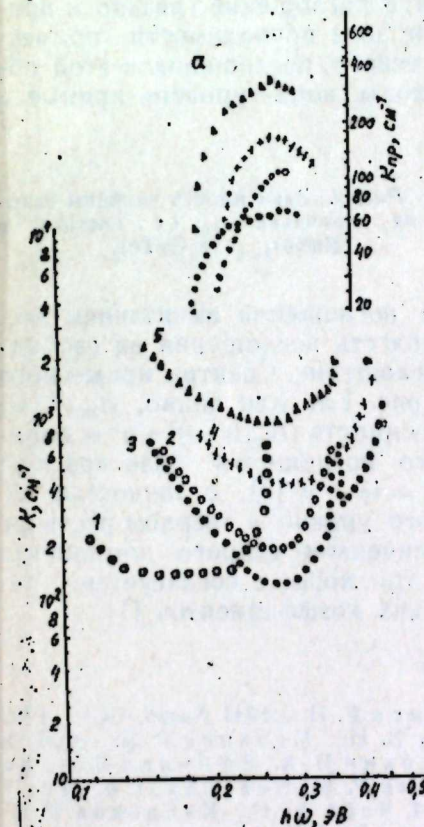


Рис. 1. Зависимость коэффициента поглощения от энергии падающего света в $(2InSb)_{1-x}(In_2GeTe)_x$.
а — спектры примесного поглощения в $(2InSb)_{1-x}(In_2GeTe)_x$; 1—0,0003; 2—0,004; 3—0,01; 4—0,02; 5—0,04.

оптических свойств твердого раствора $(2InSb)_{1-x}(In_2GeTe)_x$ при температуре 300 К. Исследования были проведены на полукристаллических образцах, полученных методом быстрого охлаждения расплава с пос-

ледующим гомогенизирующим отжигом. Концентрация электронов изменялась в пределах $n = 4 \cdot 10^{18} \div 7 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$.

Спектр пропускания снят на приборе UR=20. Коэффициент поглощения определялся по спектру пропускания в области длин волн $2 \div 25 \text{ мкм}$.

На рис. 1 представлены зависимости коэффициента поглощения от энергии падающего света для образцов $(2\text{InSb})_{1-x}(\text{In}_2\text{GeTe})_x$, где $x = 0,004; 0,1; 0,02; 0,04$. Можно полагать, что в исследуемых твердых растворах так же, как в InSb, оптическое поглощение в области края фундаментального поглощения формируется прямыми оптическими переходами. Как видно из рис. 1 а, край фундаментального поглощения изменяется с составом. Вычисление показало, что сдвиг края собственного поглощения связан с эффектом Бурштейна—Мосса. При энергиях меньше 0,23 эВ поглощение растет с длиной волны и связано с поглощением на свободных носителях. Следует обратить внимание на проявление дополнительного поглощения в длинноволновой области от края фундаментального поглощения. При этом величина коэффициента поглощения растет с увеличением содержания In_2GeTe в InSb. Кроме того, в образце с содержанием $x = 0,01$ наблюдается четкий пик при энергии 0,36 эВ. В других составах четкого пика не наблюдается, однако имеется слабое искажение спектра. По-видимому, пик указывает на существование квазилокального уровня примеси в зоне проводимости и наблюдаемое добавочное поглощение связано с примесным поглощением, т. е. с переходом: зона проводимости—примесный уровень. Большие значения примесного поглощения в этой области позволяют допустить, что переходы зона—уровень прямые и

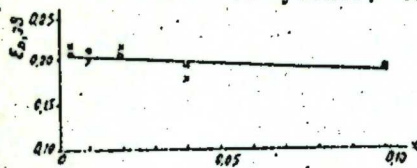


Рис. 2. Зависимость глубины залегания примесей ϵ_D от состава в $(2\text{InSb})_{1-x}(\text{In}_2\text{GeTe})_2$.

разрешенные. Из спектров оптического поглощения вычитанием экстраполированного в коротковолновую область поглощения на свободных носителях определено примесное поглощение. Спектры примесного поглощения изображены отдельно на рис. 1 а. Как видно, $K_{пр}(h^*\omega)$ имеют резкую красную границу. Из зависимости $(K_{пр} h^*\omega)^2 \sim h^*\omega$ определена красная граница $E_{кр}$ примесного поглощения. Зная красную границу $E_{кр}$ и пользуясь формулой $E_{кр} = \epsilon_D - \mu$ [4], с точностью кТ определена глубина залегания примесного уровня в твердом растворе $(2\text{InSb})_{1-x}(\text{In}_2\text{GeTe})_x$ (рис. 2). С увеличением второго компонента глубина залегания ϵ_D уменьшается, и это хорошо согласуется с результатами, полученными из кинетических коэффициентов [1].

Литература

1. Алиев М. И., Араслы Д. Г., Рагимов Р. Н. ДАН Азерб. ССР, 1982 № 3, с. 21—23.
2. Аверкин А. А., Кайданов В. И., Мельник Р. Б. Физ. и техн. полупр., 1971, т. 5, № 1, с. 91—95.
3. Дабкин И. А., Ефимова Б. А., Захарюгина Г. Ф., Кайданов В. И., Мельник Р. Б., Нельсон И. В. Физ. и техн. полупр., 1973, т. 7, № 4, с. 794—797.
4. Вейс А. Н., Кайданов В. И., Костылева И. А., Мельник Р. Б., Уханов Ю. И. Физ. и техн. полупр. 1973, т. 7, № 5, с. 928—930.

Институт физики

Поступило 26. XII 1981.

h^* —постоянно Планка; h/Π .

М. И. Әлијев, С. А. Әлијев, Д. Г. Араслы, Р. Н. Раһимов, Т. Г. Кәримова

$(2\text{InSb})_{1-x}(\text{In}_2\text{GeTe})_x$ БӘРК МӘҖЛУЛУНДА АШГАР СӘВИҖЛӘРНИ ОПТИК ТӘДГИГИ

$(2\text{InSb})_{1-x}(\text{In}_2\text{GeTe})_x$ бәрк мәҗлулуна оптик удулма әмсалм тәдгиг олуимушдур. Алынмыш тәчрүби нәтичәләр кечиричи зонада 0,1—0,19 эВ енержили квазилокал ашгар сәвиҗләрни јаранмасы илә изаи олуиур.

M. I. Aliyev, S. A. Aliyev, D. H. Arasly, R. N. Rahimov, T. G. Kerimova

OPTICAL INVESTIGATIONS OF IMPURITY LEVEL IN SOLID SOLUTION $(2\text{InSb})_{1-x}(\text{In}_2\text{GeTe})_x$

Optical absorption of $(2\text{InSb})_{1-x}(\text{In}_2\text{GeTe})_x$ has been investigated. The experimental results are explained by the existence of quasi-local level in the conductivity band. The value of its energy is equal to 0.21—0.19 eV.

Ф. А. ЗАИТОВ, Ф. К. ИСАЕВ, А. Я. ПОЛЯКОВ

К ВОПРОСУ О ПОВЕДЕНИИ ХРОМА В АНТИМОНИДЕ ИНДИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ч. М. Джуварлы)

Исследование поведения примесей переходных элементов в соединениях $A^{III}B^{IV}$ представляет большой интерес, поскольку при таком легировании нередко получается материал, обладающий необычными свойствами. Применительно к хромуму в антимониде индия впервые исследования такого рода проведены в работе [1]. Оказалось, что легирование одним только хромом практически не приводит к изменению электрофизических характеристик материала. В условиях же, когда «тон» мелких остаточных доноров закомпенсирован какой-либо акцепторной примесью, вводимой совместно с хромом, удается получить высокоомный материал n -типа, в котором при низких температурах наблюдается область ионизации (или деионизации) глубоких центров, которые авторы связывают с примесными атомами хрома. В работе [1] наблюдаемые явления объяснялись тем, что хром в антимониде индия — глубокий донор, который проявляется только тогда, когда нейтрализован вклад в концентрацию свободных носителей, даваемый мелкими донорами. Таким образом, поведение хрома в $InSb$ должно было быть несколько необычным, ведь в соответствии с теоретическими представлениями (см., например, обзор [2]) атомы переходных элементов группы железа в соединениях $A^{III}B^{IV}$ должны быть глубокими акцепторами. В ряде работ [3—5] было показано, что характер зависимости глубины обнаруженного в $InSb$ ($Zn + Cr$) уровня от давления, а также характер распределения донорных и акцепторных примесей по длине выращенного кристалла можно лучше описать в предположении об акцепторной природе центра. Положение осложняется тем, что экспериментальные температурные зависимости концентрации электронов в образцах $n-InSb$ (Cr) одинаково хорошо удается подогнать как с донорными уровнями $E_c - 0,07$ эВ [6], так и с акцепторным уровнем при той же энергии [5]. Тем не менее во всех работах [1, 3—6] считается несомненным, что глубокие центры в $n-InSb$ (Cr) связаны именно с примесными атомами хрома. Как нам кажется, такой вывод вряд ли можно сделать однозначно.

Действительно, с ним вполне можно было бы согласиться, если бы компенсированный высокоомный материал можно было получить только при легировании хромом. Но положение совсем иное. В работах [7—9] изучались свойства сильно компенсированного германием $n-InSb$ и при низких температурах обнаружена область ионизации глубоких центров, которые авторы считали донорами с уровнем $E_d = E_c - (0,1 \div 0,128) - (6,1 \div 9,3) \cdot 10^{-4} T$ (T — абсолютная температура).

Для получения удовлетворительного согласия с экспериментом в [7] пришлось принять очень большим температурный коэффициент изменения глубины уровня (он в 3—5 раз превышает температурный коэффициент для ширины запрещенной зоны), и вполне возможно, что удалось бы добиться лучшего согласия с экспериментом в предположении об акцепторном характере уровня.

Так или иначе, а область ионизации этого центра лежит в том же интервале температур, что и для уровня хрома в [3—6], а измераемые при $T \sim 77$ К энергии ионизации близки между собой.

Кроме того, в работах [10, 11] показано, что в нелегированном $n-InSb$ практически всегда присутствуют акцепторные уровни около $E_c - 0,05 \div 0,06$ эВ с концентрацией $10^{13} \div 10^{14} \text{ см}^{-3}$, т. е. примерно такое же, как для центров $E_c - 0,07$ эВ в $n-InSb$ (Cr). Нет никаких особых причин заранее предполагать, что эти акцепторы исчезают при легировании хромом. А ведь разделить их вклад и вклад уровней хрома было бы очень трудно. Проведенная нами экспериментальная проверка показала, что для нескольких имевшихся у нас образцов $n-InSb$, легированных совместно акцепторной примесью (цинк или марганец) и хромом, температурные зависимости концентрации электронов можно вполне удовлетворительно описать с учетом только этих «врожденных» уровней. Исследованные образцы имели при 77 К концентрацию носителей на уровне $10^{11} \div 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Температурные зависимости коэффициента Холла (R_x) и удельного сопротивления (ρ) снимались для них в диапазоне 4,2—300 К обычным компенсационным методом на постоянном токе. Использовались магнитные поля $(0,2 \div 0,5) \cdot 10^3 \text{ Г}$. В изученных кристаллах при температурах ниже 65 К коэффициент Холла имел положительный знак и был примерно постоянным по величине, а подвижность носителей (точнее, отношение $R_x(\rho)$ — аномально низким, что связано с изменением преобладающего механизма проводимости при низких температурах [3, 6, 12]. В области температур 65—90 К коэффициент Холла менял знак и его значение проходило через максимум, обусловленный переходом к обычной проводимости электронов по зоне проводимости. При более высоких температурах на фоне начала собственной ионизации материала проявлялся глубокий уровень. Температурные зависимости концентрации электронов в этой области удалось очень хорошо описать с помощью уравнения электронейтральности, учитывающего мелкие доноры и акцепторы концентрацией $N_A - N_D$ и «врожденные» акцепторы с уровнем $E_c - 0,05$ эВ (M_1), а также с учетом собственной концентрации. Число центров M_1 во всех образцах находилось в пределах $10^{13} \div 10^{14} \text{ см}^{-3}$, т. е. было не больше, чем в обычном нелегированном $n-InSb$.

Таким образом, мы видим, что в антимониде индия, специально не легированном хромом, всегда присутствуют дефекты с энергией ионизации и концентрацией, близкими к тем, которые наблюдаются в материале, легированном хромом. Температурные зависимости концентрации электронов в последних удается описать с помощью одних только «врожденных» глубоких центров, всегда присутствующих в $n-InSb$. В этих условиях нужны весьма веские (и отсутствующие в настоящее время) основания для того, чтобы связать центры, обнаруженные в $n-InSb$ (Cr), с примесными атомами хрома. Возможно, что атомам хрома соответствует в запрещенной зоне антимонида индия более глубокий уровень, который не удается обнаружить из-за того,

что растворимость хрома в этом материале, по-видимому, невелика [13].

В заключение мы хотели бы поблагодарить А. Н. Попкова, В. С. Ивлеву и В. И. Селянину за предоставленные образцы для исследований и за полезное обсуждение результатов.

Литература

1. Омеляновский Э. М., Фистуль В. И., Балагуров Л. А., Ивлева В. С., Каратаев В. В., Мильвидский М. Г., Попков А. Н. ФТП, 1975, т. 9, вып. 3, с. 576.
2. Мастеров В. Ф., Саморуков Б. Е. ФТП, 1978, т. 12, вып. 4, с. 625.
3. Попов В. В., Шубников М. Л., Шалыт С. С., Косарев В. В., ФТП, 1977, т. 11, вып. 10, с. 1914.
4. Purov V. V., Kosarev V. V. "Chromium Impurity in Indium Antimonide". Phys. St. Sol. (a), 1980, 58, № 1, p. 231.
5. Косарев В. В., Попов В. В. Физико-химические основы легирования полупроводниковых материалов. М., АН СССР, 1979, с. 14.
6. Блаут—Блачев А. Н., Ивлева В. С., Омеляновский Э. М., Селянина В. И. Физико-химические основы легирования полупроводниковых материалов. М., АН СССР, 1979, с. 40.
7. Яременко Н. Г., Потапов В. Т., Ивлева В. С., ФТП, 1972, т. 6, вып. 7, с. 1238.
8. Трифонов В. И., Яременко Н. Г. ФТП, 1971, т. 5, вып. 5, с. 953.
9. Яременко Н. Г. ФТП, 1975, т. 9, вып. 5, с. 840.
10. Блаут—Блачев А. Н., Ивлева В. С., Корогин В. Г., Кривонозгов С. И., Селянина В. И., Сметаникова Ю. С. ФТП, 1975, т. 9, вып. 11, с. 2176.
11. Абдувахидов Х. М., Галаванов В. В., Одиог В. Г. ФТП, 1975, т. 10, вып. 2, с. 403.
12. Петровский В. И., Соловьева Н. И., Омеляновский Э. М., Ивлева В. С. ФТП, 1978, т. 12, вып. 10, с. 1904.
13. Хашимов Ф. Р., Приходько Е. И., Ольховикова Т. И., Ивлева В. С., Селянина В. И., Попков А. Н. "Электронная техника", серия 6. Материалы, 1979, вып. 3 (128), с. 103.

АМИ им. Н. Нариманова

Поступило 3. III 1982

Ф. А. Заидов, Ф. К. Исаев, А. Я. Полиakov

JnSb НУМУНЭЛЭРИНДЭ ХРОМ АТОМЛАРЫНЫН ӨЗЛЭРИНИ АПАРМАСЫ НАГГЫНДА

Магаләдә көстәриямишдир ки, әдәби]атда JnSb нүмүнэләриндә хром атомларының ашгар сәви]еләринин вәзи]әтй һаггында верилән мәлүмат доғрудан да електрон типли кечиричили]ә малик материалда һәмшә мөвчуд олан вә хром атомлары илә әләгәдәр олма]ан кристаллин өзүнә мәхсус акцептор мәркәлләринә анд ола биләр.

F. A. Zaitov, F. K. Isaev, A. Ya. Polyakov

THE BEHAVIOUR OF THE CHROMIUM IN THE INDIUM ANTIMONIDE

It has been shown in the paper that literature data on location of impurity chromium atoms levels in the indium antimonide in fact can be regarded to the inherent acceptor centres always presenting in materials with the electron conductivity type and not relating with the chromium atoms.

УДК 539. 194. 01.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ

Т. С. АБИЛОВА, И. С. ТЕРЕШИНА, Р. М. АХМЕДОВ, А. М. ШЕХЗАМАНОВА
ИК-СПЕКТРЫ И НОРМАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ АЛЛИЛАМИНА

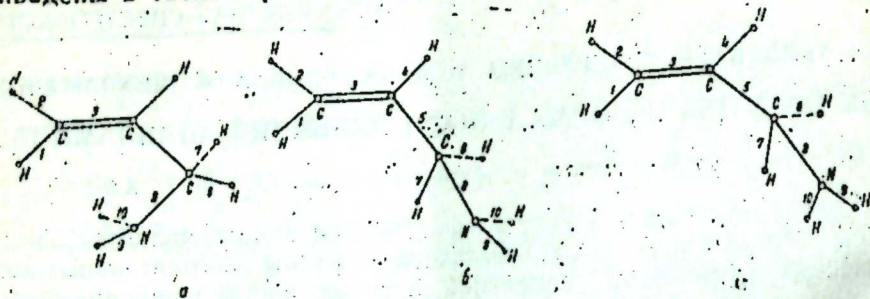
(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. И. Алиевым)

Аллиламин, как и другие алифатические амины, является ценным химическим соединением. Алифатические амины находят применение в качестве органических оснований, а также при реакции аминирования. Они могут применяться как селективные растворители для извлечения урана из сернокислотных растворов [1]. Эти амины используются при синтезе алифатических аминонитрилов, которые применяются для получения красителя ей, пластических материалов, биологически активных веществ и лекарственных препаратов [2]. Алифатические аминонитрилы обладают также противолучевой активностью [3]. Всестороннее изучение свойств аллиламина представляет научный и практический интерес. Важной характеристикой вещества являются его ИК-спектры. Будучи тесно связанными со структурой молекулы, ИК-спектры широко используются при решении практических задач типа "ИК-спектры—структура—свойство". Созданный в последние десятилетия комплекс программ по колебательной спектроскопии позволяет произвести на основании расчета частот и форм нормальных колебаний строгую интерпретацию ИК-спектра.

В настоящей работе приводятся результаты такого расчета для различных конформационных изомеров молекулы аллиламина. Существование пространственных изомеров аллиламина было доказано путем анализа его ИК-спектров при разных температурах в газообразном, жидком и твердом состояниях вещества [4]. Вращательная изомерия создается в результате вращений группы— CH_2NH_2 как целого вокруг C—C -связи, а также вращения аминогруппы вокруг C—N -связи. В работе [4] на основании качественного конформационного анализа было отдано предпочтение так называемым "цис-транс" и "гош-транс" формам. С помощью микроволновой спектроскопии [5] было доказано существование одной формы типа "цис-транс" и двух форм типа "гош-гош" и "гош-транс". В статье [6] были даны ИК-спектры аллиламина в области $4000—100\text{ см}^{-1}$ и проведена идентификация ИК-спектров различных изомеров с помощью спектров изотопозамещенных молекул аллиламина. Однако подобная интерпретация, очевидно, не является строгой, она возможна лишь на основании расчета полного набора частот и форм нормальных колебаний.

Нами был проведен расчет нормальных колебаний трех изомеров, называемых соответственно, "гош-гош" формой (I), "гош-транс" формой (II) и "цис-транс" (III) формой (гош-изомеры обусловлены поворотом соответствующих групп на $\pm 120^\circ$). На рисунке (а, б, в) изображены все три изомера. Расчет проводился по методике, проведенной

в [7]. Значения равновесных длин связей и углов между связями были взяты из [5]. В нулевом приближении при расчетах использовалось силовое поле пропилена и этиламина [8]. Из-за неудовлетворительного совпадения экспериментальных и рассчитанных частот некоторые силовые постоянные варьировались. Окончательные их значения приведены в табл. 1 (использованы общепринятые обозначения [8]).



Поворотные изомеры аллиламина.
а—форма „цис-транс“; б—форма „гош-гош“; в—форма „гош-транс“.

В табл. 2 даны результаты расчета частот указанных изомеров аллиламина с уточненным силовым полем. (Разумная вариация силовых постоянных с учетом различия изомеров не привела к существенному

Таблица 1

$K_{80} \approx K_{810}$	K_{910}	K_8	K_{22}	$K_6 = K_7$
1.0	0.80	9.2	0.38	7.76
$K_1 = K_2$	1.54_{35}	1.57_{35}	1.57_{45}	1.56_{45}
8.55	-0.02 -0.02^*	-0.02 0.02^*	-0.02 -0.02^*	-0.02 0.02^*

Примечание: числа со знаком* относятся к цис-транс-конформеру.

сдвигу частот). Рассчитанные частоты сравниваются с экспериментальными значениями для газообразного и жидкого состояния вещества (столбцы 1 и 2). В крайнем правом столбце дано отношение частот, причем в скобках указаны колебательные координаты в более слабой степени, чем основные, участвующие в данном колебании.

Анализируя данные табл. 2, мы можем выделить характеристические полосы поглощения, связанные с метиленовой [6, 7, 14], винильной [3, 4, 5, 13] и аминогруппами [1, 2, 10]. Остальные колебания не являются характеристическими, хотя и можно отдать предпочтение тем или иным группам атомов при оценке участия в таком колебании. Расчет позволил установить ошибочность отнесения полос при 1470 см^{-1} к метиленовой группе [4], в большей степени за это колебание ответственна аминогруппа.

Анализ приводит к выводу, что „гош“-формы незначительно различаются по частотам (2—3 полосы не более чем на $\pm 20 \text{ см}^{-1}$

Таблица 2

№ пп.	ν_9 (г)	ν_9 (ж)	ν_p (I)	ν_p (II)	ν_p (III)	Отнесение
1	2	3	4	5	6	7
1.	3441 3430 3420	3390	3428	3428	3428	ν_9, ν_{10}
2.	3360 3340	3312	3371	3371	3371	ν_9, ν_{10}
3.	3096 3087 3077	3083	3080	3080	3080	ν_1, ν_2
4.	3012	3010	3014	3014	3014	ν_4
5.	2996 2982	2982	3002	3002	3002	ν_1, ν_2
6.	2920 2912 2904	2910	2910	2910	2910	ν_6, ν_7
7.	2864 2855 2845	2852	2867	2867	2867	ν_6, ν_7
8.	1654 1644	1640	1644	1641	1642	$\nu_3, \alpha_{13}, \alpha_{23}, \alpha_{34}, \alpha_{45}$
9.	1637 1627 1618	1605	1612	1616	1615	$\omega_{80}, \omega_{810}, \beta_{910}$
10.	1478 1467 1458	1450	1479	1460	1461	$\nu_2, \beta_{910}, \omega_{80}, \omega_{810}$
11.	1440 1431 1420	1420	1410	1399	1398	$\beta_{910}, \omega_{80}, \omega_{810}, \nu_2$
12.	1369 1360 1350	1365	1395	1384	1340	$\beta_{910}, \alpha_{13}, \alpha_{23}, \alpha_{34}, \alpha_{45}$
13.	1300 1291 1281	1285	1301	1294	1317	$\alpha_{34}, \alpha_{45}, \alpha_{13}, \alpha_{23}$
14.	1274	1275	1283	1273	1273	$\delta_{35}, \delta_{78}, \alpha_{66}, \alpha_{57}$
15.	1210	1208	1191	1182	1196	$\alpha_{50}, \alpha_{57}, \delta_{78}, \alpha_{31}, \alpha_{45}, \delta_{35}$
16.	1152 1139	1132	1119	1139	1153	$\beta_{910}, \alpha_{45}, \alpha_{58}, \alpha_{57}, \delta_{35}, \delta_{78}$
17.	1116	1105		1082		} $\nu_{13}, \alpha_{23}, \alpha_{45}, \alpha_{34}, \nu_{35}$
18.	1060 1042	1048	1059		1022	
19.	997 994 982	995	1005	1006	1004	ν_2, ν_1
20.	926 916 913	918	901	907	901	} ν_1
21.	901	892		893	896	
22.		860	864			} $\alpha_{13}, \alpha_{23}, \alpha_{66}, \nu_1, \alpha_{45}, \nu_2$
23.		843		821	836	

1	2	3	4	5	6	7
24.	788 780 771		804			$\left. \begin{array}{l} \alpha_{13}, \alpha_{23}, \alpha_{30}, \alpha_{57}, \alpha_{68}, \alpha_{78} \\ \omega_{89}, \omega_{810}, \rho_{910}, \rho_1, \rho_2 \end{array} \right\}$
25.	658 650 639	645	674	696	704	$\omega_{89}, \omega_{810}, \rho_{910}, \alpha_{56}, \alpha_{57}$
26.	581 576	578	562			$\left. \begin{array}{l} \alpha_{58}, \rho_2, \gamma_1, \gamma_2 \end{array} \right\}$
27.	568 561 550	556		548	541	
28.	450 438 425	445	420	421	492	$\alpha_{13}, \alpha_{23}, \alpha_{34}, \gamma_{35}, \alpha_{45}, \gamma_2$
29.	340 330 321	355	377	343	368	$\rho_2, \rho_1, \gamma_2, \alpha_{58}$
30.	321 275	280	260	331	235	γ_2

Примечание: в таблице использованы общепринятые обозначения колебательных координат; γ_1, γ_2 — крутильные координаты относительно связей 3 и 8 соответственно.

что совпадает с результатами статьи [6]. Отметим, что три такие полосы [17 и 18, 23 и 24, 26 и 27] присутствуют в спектре, что подтверждает существование обеих форм. Что касается третьей изомерной формы, то, по-видимому, она энергетически менее выгодна. Подтверждением сказанного могут служить следующие факты: полоса [11] 1410 см^{-1} „гош“-формы лучше согласуется с экспериментальным значением, чем соответствующая полоса 1398 см^{-1} „цис-транс“-формы. То же самое можно сказать о полосах $1301, 1060 \text{ см}^{-1}$. Очень чувствительны к конформационным изменениям полосы в области ниже 800 см^{-1} . Полосы $674, 420, 260 \text{ см}^{-1}$ „гош“-форм согласуются лучше с экспериментальными частотами, нежели соответствующие частоты „цис-транс“-формы.

В заключение можно сказать, что сочетание экспериментального и теоретического методов ИК-спектроскопии позволяет различить конформационные изомеры аллиламина и оценить их относительную устойчивость.

Литература

1. Петров А. А., Бальян Х. В. Органическая химия. М., 1969.
2. Кондратов О. И., Абилова Т. С., Ахмедов Р. М., Мехтиев С. И. ДАН Азерб. ССР, т. XXXIII, № 12, 29, 1977.
3. Бабаев Р. А., Ахмедов Р. М. „Радиобиология“, т. XX, вып. 5, 750, 1980.
4. Verma A. L., Venkateswarlu P. J. Molec. Spectroscopy, 39, 227, 1971.
5. Risi R. J. Molec. Spectroscopy, 38, 535, 1971.
6. Sylvi B. X. et al. Spectrochimica acta, 32A, 23, 1976.
7. Грибов Л. А., Деметьев В. А. Методы и алгоритмы вычислений в теории колебательных спектров молекул. Наука, 1981.
8. Волькенштейн М. В., Грибов Л. А., Ельяшевич М. А., Степанов Б. И. Колебания молекул. „Наука“, М., 1972.

Азгосуниверситет им. С. М. Кирова

Поступило 7. XII 1981

Т. С. Эбилова, И. С. Терешина, Р. М. Эмедов, А. М. Шејхзаманова

АЛЛИЛАМИНИН ИГ-СПЕКТРИ ВЭ НОРМАЛ РЭГСЛЭРИ

Мәгаләдә дојмамыш алифатик аминләр сырасындан олан аллиламин мелокудунун 3 изомеринини нормал рэгс тезликләри һесабатынын нәтичәләри верилмишдир. һесабатын нәтичәләри әсасында аллиламин ИГ-спектри дәгиг шәри едилмиш вә ајры-ајры изомерләрини сәчијјәви золағлары ајдынлашдырылмышдыр.

T. S. Abilova, I. S. Tereshina, R. M. Ahmedov, A. M. Shekhzamanova

IR-SPECTRA AND THE NORMAL VIBRATIONS OF ALLYLAMINE

Calculation of the normal vibration for possible conformers of the allylamine has been carried out. The results obtained give an exact interpretation of the IR-spectra for this molecule. Characteristic bands for some conformers have been revealed.

Член-корр. Б. К. ЗЕЙНАЛОВ, Р. Л. АБАСОВА, Э. Н. ШАГИДАНОВ,
С. А. ИСКЕНДЕРОВА

**СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ
ДИГИДРОДИЦИКЛОПЕНТАДИЕНИЛОВЫХ ЭФИРОВ
2-ДИГИДРОДИЦИКЛОПЕНТАДИЕНИЛ-2-АЛКИЛУКСУСНЫХ
КИСЛОТ**

Из литературы известно, что сложные эфиры дициклопентадиенового ряда могут быть применены в качестве пластификаторов полимеров [1—3].

Настоящая статья посвящена дальнейшим исследованиям в области синтеза сложных эфиров на основе дициклопентадиена и 2-дигидродициклопентадиенил-2-алкилукусных (2-ДЦПД-2-алкилукусные) кислот. Применение дициклопентадиена в качестве исходного сырья обусловлено его высокой реакционной способностью и легкостью выделения из продуктов пиролиза нефти [4, 5].

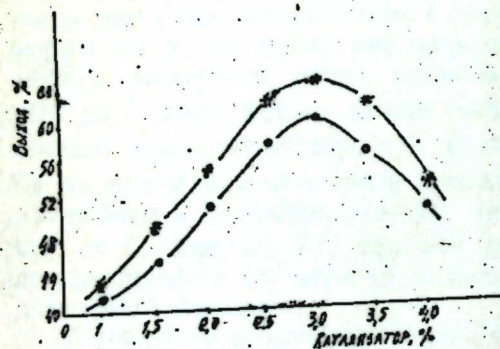


Рис. 1. Зависимость выхода дигидродициклопентадиениловых эфиров от количества катализатора.
1—эфир 2-ДЦПД-2-метилукусной кислоты; 2—эфир 2-ДЦПД-2-бутилукусной кислоты.

Катализатором процесса циклоалкилирования служила 57%-ная хлорная кислота, которая является более эффективной в реакциях образования эфиров дициклопентадиенового ряда.

В процессе синтеза дигидродициклопентадиениловых эфиров было изучено влияние отдельных параметров, таких как количество катализатора, соотношение реагирующих компонентов, температура и продолжительность реакции на выход целевых продуктов. Как следует из данных рис. 1, малая дозировка хлорной кислоты слабо катализирует процесс циклоалкилирования, что не позволяет достичь количественных выходов целевых продуктов. С другой стороны, применение хлорной кислоты в количестве больше 3% способствует полимеризации исходного доциклопентадиена. Наибольшие выходы эфиров наблюдаются при применении 3% катализатора, в связи с чем это количество принято за оптимальное.

Некоторые физико-химические показатели дигидродициклопентадиениловых эфиров 2-дигидродициклопентадиенил-2-алкилукусных кислот

R	Выход от теории, %	Температура кипения при 2 мм рт. ст., °С	n _D ²⁰	d ₄ ²⁰	M _{RD}		Элементный состав, вес. %				Число омыления, мг. КОН/г		Температура вспышки, °С	Температура застыв., °С	Летучесть за 6 час. при 100°С, %
					найд.	выч.	C		H		найд.	выч.			
CH ₃	85,0	135—136	1,4935	1,0416	94,66	95,93	81,12	81,60	8,43	8,94	165,5	165,9	185	-72	0,03
C ₂ H ₅	83,8	149—151	1,4916	1,0343	99,22	100,55	81,17	81,76	9,43	9,16	158,5	159,3	186	-70	0,02
C ₃ H ₇	82,1	176—177	1,4900	1,0291	103,67	105,17	81,44	81,91	9,63	9,36	152,0	253,2	189	-65	0,01
C ₄ H ₉	81,0	180—181	1,4895	1,0110	108,66	109,79	82,56	82,04	9,92	9,54	146,1	147,5	190	-63	0,01
C ₅ H ₁₁	77,4	189—190	1,4843	1,0072	112,54	114,41	82,65	82,17	9,21	9,71	141,7	142,3	191	-60	0,01

Как удалось установить (рис. 2), циклоалкирование дает приемлемые выходы целевых продуктов, в том случае если один из компонентов берется в двойном количестве по отношению к другому. Значительно больший избыток дидициклопентадиена ведет к полимеризации последнего, а увеличение в исходной смеси мольной доли 2-ДЦПД-2-алкилукусной кислоты затрудняет выделение образующегося эфира.

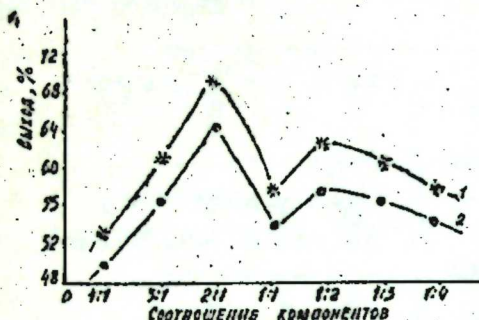


Рис. 2. Зависимость выхода дигидродидициклопентадиениловых эфиров от соотношения дидициклопентадиена и кислоты.
1—эфир 2-ДЦПД-2-метилукусной кислоты; 2—эфир 2-ДЦПД-2-бутилукусной кислоты.

Проведенными исследованиями было установлено, что оптимальными температурами являются 50—60°C, при которых выход эфиров почти идентичен и достигает высокого значения.

Таким образом, оптимальными условиями получения дигидродидициклопентадиениловых эфиров 2-ДЦПД-2-алкилукусных кислот являются следующие: катализатор—57%-ная хлорная кислота (3% к смеси компонентов), температура 50—60°C, соотношение дидициклопентадиена и кислоты—2:1, продолжительность—3—4,5 часа.

Как удалось установить (рис. 2), циклоалкирование дает приемлемые выходы целевых продуктов, в том случае если один из компонентов берется в двойном количестве по отношению к другому. Значительно больший избыток дидициклопентадиена ведет к полимеризации последнего, а увеличение в исходной смеси мольной доли 2-ДЦПД-2-алкилукусной кислоты затрудняет выделение образующегося эфира.

Состав и строение синтезированных эфиров 2-дигидродидициклопентадиенил-2-алкилукусных кислот были подтверждены встречным синтезом и спектральным анализом.

Литература

1. Зейналов Б. К., Искендерова С. А., Джафарова А. А., Сулейманова З. Г., Кадыров М. Ш. «Азерб. нефт. хоз-во», № 9, 32—33, 1972.
2. Зейналов Б. К., Малинин А. И., Кулакова А. Е., Искендерова С. А., Шишкчина И. Н., Джафарова А. А. «Пластические массы», № 11, 43—44, 1976.
3. Зейналов Б. К., Сулейманова З. Г., Мамедова Р. А., Дадашева Т. Г., Искендерова С. А., Касимова М. М., Джафарова А. А. «Пластические массы», № 6, 44—45, 1973.
4. Марданов М. А., Велнев К. Г., Зейналова Л. Г. «Азерб. нефт. хоз-во», № 10, 39—40, 1963.
5. Марданов М. А., Велнев К. Г., Мир-Гашимова Л. М. «Азерб. нефт. хоз-во», № 10, 34—35, 1965.

Институт нефтехимических процессов

Поступило 28. VII 1981

Б. Г. Зейналов, Р. Л. Абасова, Е. Н. Шакиданов, С. А. Искендерова

2-ДИГИДРОДИЦИКЛОПЕНТАДИЕНИЛ-2-АЛКИЛСИРКЭ ТУРШУЛАРЫНЫН МҮРӘККӘБ ЭФИРЛӘРИНИН АЛЫНМАСЫ ВӘ ТӘДГИГИ

2-дигидродидициклопентадиенил-2-метил-, этил-, пропил-, бутил-, амил-сиркэ туршуларынын 57%-ли хлорид туршусунун катализтик иштиракы илә дидициклопентадиенил васитәсилә алкилләшмәси реаксиясы өҗрәнилмишдир.

Реаксияја тәсир едән амилләрдән катализаторун мигдары, реаксияја кирән маддәләрнн чисбәти, температура, реаксия мүддәти өҗрәнилмишдир. Алынмыш эфирләрнн гурулушу кимјәви вә физики-кимјәви спектрал анализ васитәсилә субут едилмишдир.

B. K. Zeinalov, R. L. Abasova, E. N. Shagidanov, S. A. Iskenderova

SYNTHESIS AND STUDY OF DIHYDRODICYCLOPENTADIENYL ESTERS OF 2-DIHYDRODICYCLOPENTADIENYL-2-ALKYL ACETIC ACIDS

The authors carried out the study on development of the method for the preparation of 2-dihydrodicyclopentadienyl-2-alkyl acetic acid esters via cycloalkylation of the latter with dicyclopentadiene in the presence of 57% perchloric acid at amount of 3% to component mixture, at 50—60°C, the ratio of dicyclopentadiene to acid 2:1 and reaction duration 3—4.5 hours.

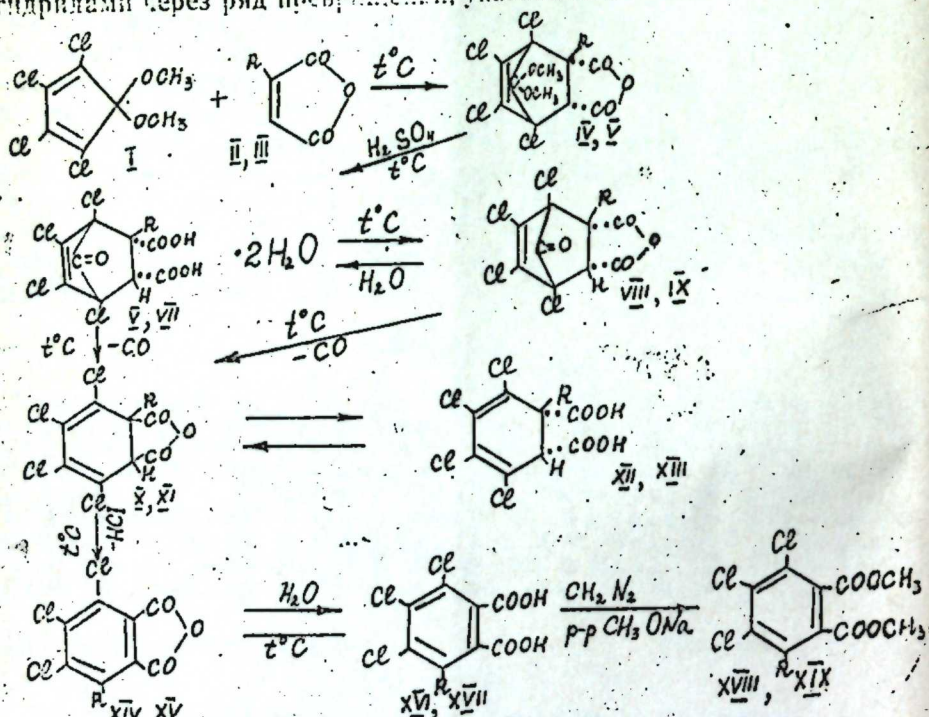
УДК 547.582.2

Член-корр. М. М. ГУСЕЙНОВ, С. Г. БЕКТАШИ, Н. Ф. МУСЛЕВА

СИНТЕЗ 3,4,5-ТРИХЛОР- И 4,5,6-ТРИХЛОР-3-МЕТИЛФТАЛЕВЫХ АНГИДРИДОВ

Хлорирование фталевого ангидрида в олеуме обычно приводит к 3,6-дихлор- и тетрахлорфталевым ангидридам [1—4]. Получение же трихлорфталевых кислот этим методом затруднительно из-за протекания реакции исчерпывающего хлорирования [2—5].

В связи с этим в настоящей работе сообщаются результаты наших исследований по синтезу трихлорзамещенных фталевых ангидридов—3,4,5-трихлорфталевого и 4,5,6-трихлор-3-метилфталевого ангидрида,—а также их кислот и эфиров из аддуктов 5,5-диметокси-1,2,3,4-тетрахлорциклопентадиена (5,5-ДМОГХЦПД) с маленовым и цитраконовым ангидридами через ряд превращений, указанных на схеме:



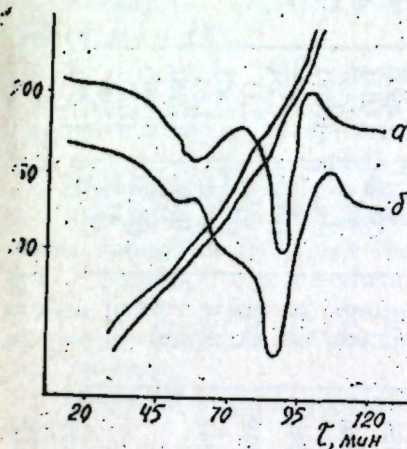
Первоначально были получены аддукты (IV, V) по известной методике [6, 7]. Обработка аддуктов (IV, V) концентрированной серной

кислотой приводит к гидролизу метоксигрупп с образованием кетокислот (VI, VII) с двумя молекулами гидратной воды. Гидраты (VI, VII) при нагревании теряют кристаллизационную воду, превращаясь в кетоангидриды (VIII, IX), которые при дальнейшем нагревании декарбонилируют к соединениям (XXI).

Реакцию декарбонилирования (VI, VII) осуществляли при 150—170°C до прекращения выделения окиси углерода и получали ангидриды (X, XI) с выходом 90—92%. Образование соответствующих кислот (XII, XIII) а также обратный переход их в ангидриды (X, XI) подтверждает получение этих соединений.

Ангидриды (X, XI) выше 180°C подвергаются дегидрохлорированию, приводящему к ароматизации цикла с образованием 3,4,5-трихлорфталевого (XIV) и 4,5,6-трихлор-3-метилфталевого (XV) ангидридов. Структура ангидридов (XIV) и (XV) установлена ИК, УФ-спектрами. Наличие частоты 1766 см⁻¹ характеризует карбонильные группы. Имеется характеристическая частота для группы С—О—С (1219 см⁻¹) и частота 1433 см⁻¹ —пентазамещенного бензольного кольца.

Термогравиметрическое исследование (VI) показало наличие на термограмме (рисунок) эндотермических максимумов при 100° и 180°C. Первый объясняется наличием кристаллизационной воды, которая отщепляется с образованием ангидрида (VIII), второй эндотермический эффект показывает отщепление карбонильной группы и образование ангидрида (X).



Кривые дифференциально-термического анализа кето-карбоновых кислот: а—кето-кислота (VII); б—кето-кислота (VI).

Кроме того, наблюдается экзотермический эффект при 225°C, соответствующий отщеплению HCl от ангидрида (X) и образованию ангидрида (XIV).

Примечателен тот факт, что процесс дегидрохлорирования ангидрида (XI) сопровождается миграцией метильной группы в положение 3 с образованием ангидрида (XV). Ангидрид (XV) был охарактеризован в виде соответствующей кислоты (XVII) и ее диметилового эфира (XIX). Строение ангидридов (XV) подтверждается УФ-спектрами, которые характеризуются соответственно max=6800 и max=4500.

Физико-химические и спектральные характеристики синтезированных соединений приведены в таблице.

№ соединения	Выход, %	Т. пл., °C	R _f	Найдено, % (вычислено, %)				Формула	ИК-спектр (Δν, см ⁻¹)
				C	H	Cl			
VI	94,8	110—115	0,18	31,09 (30,08)	1,36 (1,37)	40,88 (40,34)	C ₉ H ₂ Cl ₄ O ₆	C=O 1731; C=C 1604 C—Cl 687—915	
VII	99,7	115—120	0,33	33,25 (32,78)	2,19 (2,19)	38,79 (38,79)	C ₁₀ H ₂ Cl ₄ O ₆	C=O 1725; C=C 1587 C—Cl 715—903	
VIII	99,8	166—169	0,52	35,11 (34,17)	0,89 (0,63)	45,34 (44,93)	C ₉ H ₂ Cl ₄ O ₄	C=O 1710; C=C 1603 C—O—C 1234; C—Cl 690—135	
XIX	99,6	140—143	0,66	37,11 (36,36)	1,10 (1,21)	44,01 (43,03)	C ₁₀ H ₂ Cl ₄ O ₄	C=O 1721; C=C 1600 C—O—C 1197	
X	92,0	78—80	0,57	34,17 (33,33)	1,07 (0,60)	49,87 (49,31)	C ₃ H ₂ Cl ₄ O ₃	C=C 1848; C=C 1604 C—Cl 716—862	
XI	96,0	138—142	0,78	36,18 (35,76)	1,48 (1,32)	46,88 (47,02)	C ₉ H ₂ Cl ₄ O ₃	C=O 1785; C=C 1611	
XII	98,0	157	0,71	32,13 (31,37)	2,02 (1,31)	47,27 (46,40)	C ₃ H ₂ Cl ₄ O ₄	C=O 1706; C=C 1604 C—Cl 716—862	
XIII	96,5	149—150	0,61	34,11 (33,73)	2,06 (1,87)	44,58 (44,38)	C ₉ H ₂ Cl ₄ O ₅	C=O 1735; C=C 1617 C—Cl 690—909	
XIV	90,0	148—150	0,74	37,81 (38,17)	0,43 (0,89)	43,15 (42,35)	C ₄ HCl ₅ O ₂	C=O 1766; C=C 1587 C—O—C 1219	
XV	82,0	238—240	0,80	39,95 (40,68)	1,23 (1,13)	41,05 (40,11)	C ₉ H ₂ Cl ₅ O ₂	C=O 1770; C—O—C 1331 C—Cl 731	
XVI	99,8	208—210	0,62	36,42 (35,62)	2,11 (2,38)	40,41 (39,52)	C ₃ H ₂ Cl ₅ O ₄	OH 2870; C=O 1728	
XVII	95,0	241—241	0,68	37,86 (38,09)	1,85 (1,76)	38,13 (37,57)	C ₉ H ₂ Cl ₅ O ₄	CH ₃ 2845; C=O 1726 C—Cl 716	
XVIII	99,0	48—52	0,76	41,01 (40,34)	2,44 (2,35)	36,27 (36,79)	C ₁₀ H ₂ Cl ₅ O ₄	C=O 1737; C—O—C 1245 C—Cl 687	
XIX	99,8	89—91	0,78	41,98 (42,37)	3,05 (2,88)	35,11 (34,18)	C ₁₁ H ₂ Cl ₅ O ₄	C=O 1744; C—Cl 725 C—O—C 1262—	

Гидраты *цис*-1,2,3,4-тетрахлор-7-ОН-бицикло(2.2.1)гептен-2-дикарбоновой-5,6-кислоты (VI, VII).

Раствор 20 г ангидрида (IV, V), синтезированного по [8—10] в 50 мл концентрированной серной кислоты, нагревали на кипящей водяной бане в течение 5—7 минут. Кристаллический продукт из смеси экстрагировали хлороформом, экстракт отделяли от кислоты и выпаривали. Остаток растворяли в воде для отделения от исходного продукта, а водный фильтрат экстрагировали серным эфиром, эфирный раствор упаривали, а полученное соединение (18,2 г) перекристаллизовывали из смеси бензол-гептан (1:1) и сушили при комнатной температуре.

Ангидриды *цис*-1,2,3,4-тетрахлор-7-ОН-бицикло(2.1.1)гептен-1-дикарбоновой-5,6-кислоты (VIII) и ее 5-метилзамещенного производного (XIX).

Навеска 0,3—0,5 г вещества (VI, VII) сушилась при температуре 60°C под вакуумом до постоянного веса. Разница в весе позволила определить количество связанной воды.

Ангидрид *цис*-1,2,3,4-тетрахлоргексадиен-1,3-дикарбоновой-5,6-кислоты (X).

10 г *цис*-кислоты (VI) помещали в широкую пробирку с отводной трубкой и нагревали на сухой бане до 140°C. После прекращения выделения газа вещество промывали водой для отделения исходной кислоты, сушили, перекристаллизовывали из эфира и сушили под вакуумом.

Ангидрид *цис*-1,2,2,4-тетрахлоргексадиен-1,3,5-метилдикарбоновой-5,6-кислоты (XI).

10 г гидрата (VII) нагревали на сухой бане в широкой пробирке с отводной трубкой при 160°C до полного удаления окиси углерода. Коричневый продукт промыли водой для удаления исходного соединения, перекристаллизовывали из ацетона.

Цис-1,2,3,4-тетрахлоргексадиен-1,3-дикарбоновая-5,6-кислота (XII).

5 г ангидрида (XI) нагревали в 50 мл воды и добавляли небольшими порциями 50%-ный NaOH до полного растворения и установления в растворе слабощелочной среды. После охлаждения смесь осторожно нейтрализовали концентрированной серной кислотой. Выпавшие при этом кристаллы отфильтровывали, промывали несколько раз водой, сушили.

Цис-1,2,3,4-тетрахлоргексадиен-1,3,5-метилдикарбоновая кислота (XXX).

5 г ангидрида (XI) нагревали в 30 мл воды, добавляя постепенно 50%-ный раствор NaOH до полного растворения ангидрида и щелочной реакции. Затем раствор охлаждали и нейтрализовывали 5 н. HCl. Выпавший при этом осадок белого кристаллического вещества отфильтровывали, промывали несколько раз водой и сушили.

3,4,5-трихлорфталеый ангидрид (XIV). 10 г ангидрида (X) нагревали при температуре 170—190°C до прекращения выделения хлористого водорода. Продукт несколько раз промывали горячим гептаном, перекристаллизовывали из эфира.

4,5,6-трихлор-3-метилфталеый ангидрид (XV). 10 г ангидрида (XI) нагревали до 210°C до полного выделения газов. Когда расплавленный продукт в пробирке закристаллизовывался, нагревание прекра-

щали, пробирку с веществом охлаждали, а кристаллы перекристаллизовывали из ацетона.

3,4,5-трихлорфталевая кислота (XVI). К 5 г ангидрида (XIV) в 50 мл воды при нагревании добавляли 50%-ный раствор NaOH до полного растворения ангидрида. Охлажденную смесь нейтрализовывали 5 н. HCl, а выпавшие при этом кристаллы отфильтровывали, промывали несколько раз водой и перекристаллизовывали из эфира.

4,5,6-трихлор-3-метил-фталевая кислота (XVII). 10 г ангидрида (XV) в 100 мл воды нагревали, добавляя 50%-ный раствор NaOH до полного растворения ангидрида. Охлажденный раствор фильтровали и нейтрализовали 5 н. HCl, выпавшие кристаллы отделяли, промывали водой и перекристаллизовывали из бензола.

Диметилловый эфир 3,4,5-трихлорфталевой кислоты (XVIII). 5 г кислоты (XIV) в метаноле подвергали действию эфирного раствора диазометана. Конец реакции определяли по установлению слабозелтой окраски раствора. После выпаривания растворителей кристаллический продукт перекристаллизовывали из гептана, сушили под вакуумом.

Диметилловый эфир 4,5,6-трихлор-3-метилфталевой кислоты (XIX). На 4 г кислоты (XVIII) в 30 мл метанола действовали эфирным раствором диазометана до установления желтой окраски раствора. Растворитель выпаривали при комнатной температуре, кристаллический осадок перекристаллизовывали из смеси бензол: гексан (1:1).

Выводы

1. Описано получение трихлорфталевых кислот и ангидридов из аддуктов 5,5-диметокси-1,2,3,4-тетрахлорциклопентадиена с малеиновым и цитраконовым ангидридами кислотным гидролизом и дальнейшим декарбонилированием и дегидрохлорированием.

2. Структура синтезированных соединений доказана элементарным, дифференциально-термическим анализом и ИК-спектроскопией.

Литература

1. Гурвич Д.А. Фталевый ангидрид. Изд-во "Химия", М., 1968, стр. 14.
2. Newcomer T. S. Mc Bee. J. Amer. Chem. Soc., 71, 952, 1949.
3. Mc Bee E. J. Dively W.R., Birch P.E. J. Amer. Chem. Soc., 77, 385, 1955.
4. Chang W. H. J. Chem. Soc., 8, 4646, 1955.
5. Авт. св. СССР №825497, бюллетень №16, 1981 г., Г. М. Гасанов, М.М. Гусейнов, Ф. А. Исмаилов и М. Г. Велиев. ИХОС АН Азерб. ССР.
6. Салахов М.С., Гусейнов М. М., Исмаилова Э. Ж. Уч. зап. АГУ им С. М. Кирова, серия хим. наук, №3, 94, 1970.
7. Салахов М. С., Гусейнов М. М., Исмаилова Э. М., Гасанова Ф. А. "Азерб. хим. ж.", №2, 1969.
8. Салахов М. С., Гусейнов М. М., Алекперов Н. А., Кучеров В. Ф. ЖОРХ 7, 1402, 1971.
9. Fleischinger H., Sinden H. Chem. Ber., 97, 2704, 1964.
10. Салахов М. С., Мусаева Н. Э., Алекперов Н. А. "Уч. зап. АГУ", 1973.

Институт хлорорганического синтеза

Поступило 9, IV 1982

М. М. Гусейнов, С. Н. Бекташи, Н. Ф. Мусаева

3,4,5-УЧХЛОРЛУ- ВӘ 4,5,6-УЧХЛОРЛУ-3-МЕТИЛ ФТАЛ АНГИДРИДЛӘРИНИИ СИНТЕЗИ

Мәгаләдә үчхлорлу фтал туршулары вә ангидридләрини 5,5-диметокси-1,2,3,4-тетрахлор тсиклопентадијенин малејин вә ситракон ангидридләри илә аддуктларындан гуршу гидролизин, декарбонилләшмә вә дигидрохлорлашдырма вәситәсилә алынмасындан бәһс олуиур. Алынмыш бирләшмәләрини гурулушу элемент, дифференциал термикки анализ вә инфрагирмызы спектрләшмә вәситәсилә сүбүт едилмишдир.

M. M. Guseinov, S. G. Bektashi, N. F. Musaeva

SYNTHESIS OF 3,4,5-TRICHLORO- AND 4,5,6-TRICHLORO-3-METHYLPHTHALIC ANHYDRIDES

This paper deals with a preparation of trichlorophthalic acids and anhydrides from adducts of 5,5-dimethoxy-1,2,3,4-tetrachlorocyclopentadiene and maleic and citraconic anhydrides via acidic hydrolysis and subsequent decarbonylation and dehydrochlorination.

Structures of the compounds synthesized are proved by elemental and differential thermal analyses and by IR-spectroscopy.

УДК 633.35:581.19

Акад. Д. А. АЛИЕВ, Т. Т. ИБРАГИМОВ

ФРАКЦИОННЫЙ И КОМПОНЕНТНЫЙ СОСТАВ СУММАРНЫХ БЕЛКОВЫХ ЭКСТРАКТОВ СЕМЯН ФАСОЛИ

Изучение топографии белковых комплексов семян различных видов и сортов сельскохозяйственных культур представляет интерес при их разнообразии и особенностях. Это дает возможность найти условия предварительной очистки отдельных компонентов, входящих в состав суммарных белковых экстрактов (СБЭ) семян.

С другой стороны, сосредоточенные в составе СБЭ основные и минорные компоненты очень трудно отделяются друг от друга. Многие минорные компоненты, содержащиеся в небольшом количестве, могут оставаться необнаруженными в присутствии избытка основных компонентов. Поэтому целесообразно провести предварительное фракционирование, которое позволит сконцентрировать минорные компоненты в тех или иных фракциях. В связи с этим в настоящем сообщении изложены данные электрофоретического и фракционного состава СБЭ семян, осаждаемых при различных насыщениях исходного суммарного солевого экстракта семян сернистым аммонием (СА).

Для исследования были взяты семена фасоли (*Ph. vulgaris*) сорта Галибиат местная, выращенные на Апшероне на экспериментальных участках Азербайджанского научно-исследовательского института земледелия. Подготовку семян и муки, получение СБЭ производили так, как это описано нами ранее [1].

Фракционное высаливание белков семян проводили по Кайлу, добавляя к СБЭ сухой СА [2]. Насыщенный раствор полученных белковых фракций хранили при 4—5°C и использовали для дальнейшего исследования.

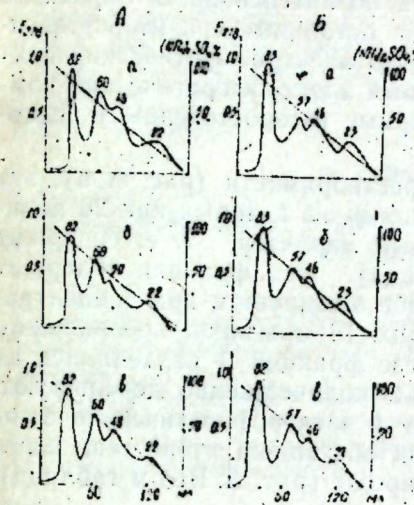
Градиентную экстракцию на колонке проводили по варианту этого метода, разработанного Алексеевой [3]. В качестве носителя осадка белка применяли целит-545 (Англия, 100—150 меш). Полученный белок (из солевого экстракта) растворяли в 8 мл воды и смешивали с 3 г целита-545 в соотношении белок:носитель 1:40 (по весу). К полученной смеси добавляли при постоянном перемешивании со скоростью 25 мл/мин насыщенный раствор СА, доведенного раствором аммиака до pH 7, до 96% насыщения.

Суспензию белка с целитом переносили в колонку размером 0,9 × 18 см, снабженную удлинительной трубкой. Белок элюировали при температуре 20—22° линейно-понижающимся градиентом концентрации СА. Элюент подавали микронасосом постоянной производительности (16 мл/час) [4].

Отбор фракций производили временным коллектором [5], концентрацию белка измеряли по поглощению при 278 нм, отношение экстинк-

ций E_{260}/E_{278} хроматографических фракций измеряли на спектрометре СДФ-2.

Степень насыщения СА определяли по коэффициенту рефракции [6]. Электрофорез в полиакриламидном геле ПАГ проводили в плоском блоке геля в приборе, предложенном Григорчем [7].



Кривые растворимости (А), схемы электрофореграмм (Б) СБЭ семян фасоли и их фракций, извлекаемых различными концентрациями сернистого аммония. а—фракции 0—30% (А); б—фракции 30—70% (Б); в—фракции 70—100% (В). На ординатах слева—экстинкция при 278 нм, справа от кривых растворимости—схемы электрофореграмм в полиакриламидном геле СБЭ и их фракций. Цифрами над пиками кривой растворимости и на схеме электрофореграмм обозначены концентрации СА, при которых элюируются фракции (пики).

Основываясь на данных градиентной экстракции на колонке (рисунки), провели фракционное разделение СБЭ семян фасоли на фракции, пределы высаливания которых для удобства обозначим следующим образом: фракции 0—30% насыщения СА (А), 30—70% (Б), 70—100% (В).

Отношение экстинкций E_{260}/E_{278} фракций (пиков), элюирующихся при различных концентрациях СА (%)

Суммарные белковые экстракты и фракции	Градиентная экстракция на колонке	
	Пик	E_{260}/E_{278}
СБЭ	82	0,52
	57	0,68
	46	0,83
0—30	21	1,09
	71	0,75
	26	1,00
30—70	16	1,30
	54	0,74
70—100	47	0,66
	82	0,85
	57	0,75
	22	1,00

СБЭ. Кривые растворимости СБЭ семян фасоли представлены на рисунке А, а, фракции А, Б, В.—на рис. А, б, в, а отношение экстинкций E_{260}/E_{278} фракций—в схемах электрофореграмм СБЭ в полиакриламидном геле ПАГ на рис. Б, а.

Как видно, из рис. А, а, максимальное количество белка элюируется во фракциях 57—82, а по мере снижения концентрации СА фракции уменьшаются количественно, достигая минимума 21% насыщения СА.

Данные отношений экстинкций кривых растворимости. (таблица)

указывают на то, что фракции, элюирующиеся минимальными концентрациями СА, содержат белки, сопровождаемые значительным количеством небелковых веществ, тогда как белки остальных фракций практически не содержат небелковые вещества.

При электрофорезе в ПАГе СБЭ (рис. Б, а) разделились на 9 электрофоретических компонентов, причем по интенсивности окраски 3 компонента можно отнести к основным, а остальные — к второстепенным. Приведенные данные показывают, что электрофоретические компоненты СБЭ (Ба) не однородны и главный электрофоретический компонент менее подвижен, чем другие минорные (второстепенные) белковые компоненты СБЭ.

Фракция А. Как видно из кривых растворимости (рис. А, б), эта фракция разделилась на три пика (фракции), из которых пик 26 количественно доминирует и носит смешанный характер, т. е. содержит белковые и небелковые вещества (таблица). Эта фракция содержит малое количество запасного белка, которое элюируется при концентрации 71% насыщения СА (рис. А, б). Пик 16 обогащен небелковыми веществами (таблица). При электрофорезе фракция А разделилась на 6 электрофоретических зон, из которых 2 количественно доминируют. Пик 16 разделился на 5, а пик 26 — на 4 электрофоретические зоны (рис. Б, б). Таким образом, эта фракция обогащена второстепенными компонентами белковой и небелковой природы (рис. А, Б, б и таблица).

Фракция Б. Эта фракция на кривой растворимости представлена двумя пиками, которые элюируются при концентрациях СА 54% и 47% насыщения и носят белковый характер. В этих пиках содержатся минорные компоненты и запасные белки семян фасоли. При электрофорезе фракция Б разделилась на 8 электрофоретических компонентов, из которых три основные, а пик 47 — на 5 электрофоретических компонентов более подвижных). Судя по кривой растворимости (рис. А, в) во фракции Б сосредоточены запасные белки семян фасоли.

Приведенные данные по кривой растворимости показывают, что фракция по свойствам растворимости в растворах различного насыщения СА носит менее сложный характер, чем фракция А, однако по своему электрофоретическому поведению она является более гетерогенной (рис. Б, б, в).

При электрофорезе белки этой фракции разделились на 5 компонентов, из которых одна основная, а остальные второстепенные.

Таким образом, приведенные данные показывают, что СБЭ и его фракции А, В, Б имеют достаточно сложную природу. Основные запасные белки вицилины и легумины сосредоточены во фракциях В и Б, которые содержат и второстепенные белковые компоненты. По данным кривых растворимости и электрофореза (рис. А, Б, в) основным белкам сопутствует большое число минорных компонентов (до 6), поэтому из этих фракций основные по количеству глобулиновые компоненты выделить очень трудно.

В итоге можно заключить, что все фракции многокомпонентны и представляют собой более гетерогенные системы, а белки запаса в основном сосредоточены во фракциях Б и В. Более подходят для выделения в однородном виде запасных белков семян фасоли фракции (70—100% насыщения СА).

Литература

1. Ибрагимов Т. Т., Клименко В. Г. „Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук“, № 6, 36, 1976.
2. Keil В., Sorptova Z. и kol. *Laboratorni technika biochemie*, Praha, 1959.
3. Алексеев М. В. „Биохимия“, 30, 60, 1965.
4. Леонов Г. Б. Труды по химии природных соединений, КГУ, вып. 7, 77, 1968.
5. Шутов А. Д. Труды по химии природных соединений, вып. 5, 45, 1962.
6. Whitaker L., Hughes R. *Nature*, 183, 603, 1959.
7. Григорча П. Д. „Изв. АН МССР, серия биол. и хим. наук“, 4, 90, 1976.
8. Саянова В. В. Растительные белки, изд. „Штинца“, Кишинев, 1972, стр. 35.
9. Саянова В. В. „Биохимия“, 37, 1215, 1972.
10. Саянова В. В., Чайка Т. С. „Изв. АН МССР, серия биол. и хим. наук“, 1, 18, 1973.

АзНИИ земледелия

Поступило 2. I 1982

Ч. Э. Элиев, Т. Т. Ибрагимов

ЛОБЖА ДЭНИ ҮМУМИ ЗУЛАЛИ ЕКСТРАКТЫНЫН ФРАКСИЈА ВЭ КОМПОНЕНТ ТЭРКИБИ

Лобжа дэни үмуми зулалы экстракты (ҮЗЕ) во онун аммоний-сульфатын (АС) мұхталыф гатылыгы мөлүлү илэ чөкөн фраксијалары колонкада градиент экстраксиясы во полиакриламид кели үзэриндэ электрофорез методлары илэ тэдгиг олунмушдур.

Мүэјјөн олунмушдур ки, бүтүн фраксијалар чохкомпонентли олуб гетерокен систем тәшкил едир. Ештијат зулаллары исэ 70%-ли (Б) во 100%-ли (В) АС мөлүлү илэ чөкөн фраксијалардадыр. Бирчисли шәкилдэ ештијат зулалын ајрылмасы үчүн В фраксијасы төвснјјэ олунур.

D. A. Aliev, T. T. Ibragimov

THE FRACTIONAL AND COMPONENT COMPOSITION OF THE TOTAL PROTEIN OF THE BEANS SEEDS

The fractional salinity by the acid-sulfuric-ammonia was conducted and the nature of recipient fractions was studied by the method of gradient extracts and by the electrophoresis in polyacrilamide gel. It is shown that all fractions are manycomponent and represent the heterogeneous systems. The supply proteins are concentrated in fractions Б (30—70 % SA) and В (70—100 % SA). For this secretion in homogeneous species the most suitable proteins of the seeds of the beans are in В fractions.

Акад. А. А. АЛИ-ЗАДЕ

О ЦИКЛИЧНОСТИ РАЗВИТИЯ АНТРОПОГЕНОВЫХ БАССЕЙНОВ И ИХ ФАУН В КАСПИЙСКОЙ ОБЛАСТИ

О цикличности развития неогеновых морей Понто-Каспия и их фауны впервые высказался Н. И. Андрусов, который еще в 1918 г. писал: «В фаунистическом отношении эти отложения можно разделить на три цикла, в каждом из которых можно отметить постепенное объединение фауны снизу вверх» [2]. Первый цикл охватывает время от тарханского горизонта до караганских слоев включительно. Н. И. Андрусов проследживает изменение фауны во времени и указывает, что в тарханский век фауна имела морской облик, в чокраке несколько обеднела, а в карагане сильно обеднела.

Второй цикл включает конкский, бессарабский и херсонский горизонты. В конкское время в море жили чисто морские формы, в бессарабское время существовала обедненная фауна начала сарматского яруса, а в конце сармата в херсонское время фауна сильно обеднела.

Третий цикл состоит из нижне, средне-и верхнемиотических пластов, где жили в начале века полуморская фауна, затем обедненные морские элементы, вплоть до опреснения бассейна. Н. И. Андрусов писал, что каждый из этих циклов начинается отложениями с более богатой фауной, а к концу в результате опреснения происходит ее обеднение. Прослеживая физико-географические условия четвертичных бассейнов Каспийской области, можно наблюдать подобное изменение условий среды обитания антропогеновых моллюсков.

К началу антропогена апшеронский бассейн сильно опресняется [3] и состав фауны обедняется: многие типичные формы апшеронского яруса вымирают, остаются лишь самые эвригальные элементы, составляющие ядро будущей фауны бакинского горизонта. К ним относятся *Meo didaspona*, *Neodacna*, а также пресноводные формы *Dreissena*, *Micromelania*, *Melanopsis*, *Planorbis* и др. *Neodidaspona didaspoides* (Andrus) вне всякого сомнения, является предковой формой всей *Didaspona* Каспийской области. Вот что об этой фауне пишет П. В. Федоров: «Род *Didaspona*, по многим признакам (плоские ребра, характер зубного аппарата, общий облик) весьма близок к четвертичным каспийским *Didasna*. Было бы ошибочно считать, что в своеобразных условиях Каспия не могли возникать новые виды моллюсков в результате приспособления апшеронских форм к новым условиям бакинского и последующих веков» [4].

После апшеронского цикла, в результате регрессии и сильного опреснения происходит значительное обеднение фауны и в депрессионных участках формируются пресноводные, т. н. тюркянские осадки, ознаменовавшие начало нового, бакинского цикла развития антропогеновых

бассейнов. Вслед за тюркянскими осадками с пресноводными моллюсками следуют слои собственно бакинского горизонта, содержащие первые типично четвертичные остатки солоноватоводных, но еще угнетенных и хрупких форм из группы плоскореперных *Didasna*—*D. parvula* NaI., *D. satillus* Расцвет бакинской фауны начинается со второй половины этапа развития бассейна, когда широкое распространение получают и толстостенные формы *Didasna rudis* NaI., *D. carditoides* Eichw. К верхам бакинского цикла в физико-географических условиях бассейна снова происходят изменения, приведшие к опреснению водной среды. Этот этап бакинского бассейна получил в Азербайджане наименование мингечаурские слои, а в Туркмении — урунджукские слои. Как те, так и другие содержат своеобразную фауну — *Didasna sulachia* Bog., широко распространившуюся в Каспийской области после опреснения верхнебакинского бассейна. Таким образом, и в бакинское время четко наблюдается цикличность развития фауны и бассейна — в начале опреснение с обедненной фауной, затем богатое развитие фауны и, наконец, снова опреснение и обеднение фауны.

С началом нового хазарского цикла развития антропогеновых бассейнов в Каспии имело место опреснение обширных областей, в связи с чем характерные бакинские элементы — *Didasna parvula* NaI., *D. carditoides* исчезают и появляется новый вид *Didasna parvula* NaI., *D. carditoides* выдерживает сильное опреснение моря. Переходной толщей между верхнебакинским и нижнехазарским циклами являются т. н. гюргянские пресноводные слои, ингрессивно залегающие в депрессионных зонах прикаспийских областей. П. В. Федоров пишет, что «существенное изменение фауны моллюсков на рубеже бакинского и хазарского веков и господство группы *Didasna trigonoides* нижнехазарском комплексе, несомненно, связано с общим опреснением Каспия» [5].

Во второй половине хазарского цикла с появлением благоприятных биомических условий начинается расцвет хазарской фауны и формирование новых видов: *Didasna pallasi* Prov., *D. subpyramidata* Prov., *D. paleotrigonoides* Fed., *D. vulgaris* Andrus., *D. de'enda* Bog., *D. palivkini* Wass., *D. surachania* Andrus. и др.

В конце цикла, как в предыдущие века, в биомических условиях верхнехазарского бассейна снова происходит изменение. «Хазарский век — пишет П. В. Федоров, — закончился довольно глубокой и, видимо, продолжительной регрессией моря» [4].

К началу нового хвалынского цикла в фауне хазарского горизонта отмечается резкий упадок и многие характерные для этого горизонта виды вымирают и не переходят в следующий бассейн. К таковым относятся *Didasna palivkini*, *D. pallasi*, *D. paleotrigonoides*, *D. surachania*, *D. sulachia* и др.

Таким образом, цикличность в развитии хазарского бассейна подчинена закономерному изменению биомических обстановок водной среды, вызванных как тектоническими, так и климатическими условиями.

Новый хвалынский цикл также начинается с опреснения бассейна, начатого еще в конце хазарского цикла. Об этом этапе развития раннехвалынского бассейна П. В. Федоров пишет: «С моментом максимального распространения хвалынского моря (первая половина хвалынского века) связано широкое развитие мелких килеватых моллюсков из группы *Didasna trigonoides* Pall., вызванное новым, весьма сильным относительно общим опреснением моря» [4]. Следовательно, и хвалынский цикл начинался с опреснения бассейна.

С начала второй половины века, когда биомические условия становятся благоприятными, значительный расцвет получает *Didacna trigonoides*, захватывая все береговые зоны Каспийского моря. Кроме того здесь же появляются такие формы, как *D. protracta*, *D. parallela* которые к концу цикла вымирают, но продолжают существовать такие виды, как *D. trigonoides*, *D. praetrigonoides*, *D. crassa*, *D. baeri*. Исчезновение указанных форм до новокаспийской трансгрессии, по-видимому, также связано с некоторым опреснением моря перед мангышлакской регрессией. В пользу такого заключения говорит факт изоляции позднехвалынского бассейна от Черного моря, когда воды р. Волги и других рек впадали в этот бассейн, не имея стока по Манычу. Известно, что в раннехвалынского время опресненные воды раннехвалынского бассейна через Маныч перетекали в Азовское море.

Если учесть, что размеры позднехвалынского бассейна были значительно меньшими, чем раннехвалынский, и последний в начальный этап был опресненным, то прекращение стока по Манычу в позднехвалынского время должно было привести к опреснению бассейна в конце цикла и как следствие — к обеднению фауны.

Таким образом, цикличность в развитии бассейна и его фауны в хвалынского время подтверждается всем ходом геотектонических и палеогеографических процессов в конце плейстоцена, когда в составе фауны наблюдается сперва обеднение, затем расцвет и в конце снова обеднение.

О новом цикле в антропогене Каспия — в голоценовое время сказать что-либо определенно пока трудно, так как этот цикл только начался (в геологическом смысле) и, каково будет его дальнейшее развитие, трудно предугадать, так как на это развитие, вне всякого сомнения, будет воздействовать человек. Так или иначе, начальный этап и этого цикла начался обеднением фауны и вымиранием ряда видов, живших в позднехвалынского бассейне. В голоцене в Каспии из группы *Didacna* живут лишь *D. trigonoides*, *D. baeri*, *D. crassa*. Каким путем *Cardium edule* попал в Каспий, вопрос особый.

Подытоживая все сказанное, следует подчеркнуть, что при непрерывном процессе развития плейстоценовых бассейнов и их фаун отмечается определенная закономерность в изменении состава обитателей этих бассейнов. Каждый цикл начинается с опреснения, вызвавшего угнетение, обеднение фауны, затем наблюдается пышное развитие ее и к концу цикла снова происходит обеднение фауны.

Открытая Н. И. Андрусовым цикличность в развитии неогеновых фаун, целиком и полностью имеет место и в фауне антропогена Н. И. Андрусов писал, что последовательное сравнение нижних отделов циклов указывает на прогрессивное обеднение фауны, которое, очевидно сводится к общему постепенному опреснению бассейна. Однако далее он указывал, что полной непрерывности в фаунах не наблюдается. Развитие их прерывается каждый раз появлением в верху цикла отложений с весьма бедной фауной. Анализируя неогеновый отрезок времени развития фаун, Н. И. Андрусов указывал, что в первом цикле в караганское время мы имеем обедненную фауну, состоящую исключительно из видов *Sponiodontella* и *Mohrensternia*. Во втором цикле после богатой среднесарматной конхилиофауны появляется обедненная херсонская фауна, состоящая почти исключительно из видов *Mascra* (*caspia*, *bulgarica*) и др. Наконец, третий цикл заканчивается слоями с мелкими конгерия-

ми, гидробиями и перитинами, из которых морской элемент почти совершенно исчезает. Но несмотря на эти перерывы, далее мы видим новое появление более богатой фауны и притом морского или полуморского типа, конечно, отличающейся от предыдущей, но тем не менее с рядом форм, близких, даже общих с последней [2].

Н. И. Андрусов в качестве примера цикличности в развитии фаун брал сравнительно большой отрезок геологического времени. Как явствует из нашего обзора, эта цикличность прослеживается и в таких стратиграфических единицах, как горизонты плейстоцена, охватывающие в общей сложности всего около одного миллиона лет.

Заканчивая наш обзор, мы должны еще раз подчеркнуть, что в закономерном непрерывно-прерывистом развитии антропогеновой фауны Каспия родоначальными формами были апшеронские моллюски, которые в свою очередь формировались за счет фауны акчагыльского яруса [1]. В развитии как акчагыльской и апшеронской фауны, так и фауны антропогеновых бассейнов четко прослеживается цикличность в тесной связи с палеогеографическими и геотектоническими условиями развития бассейнов и окружающих их участков суши. В каждом стратиграфическом интервале антропогена вначале прослеживаются опреснение бассейна и обеднение фауны, затем восстановление оптимальных условий в бассейне для пышного развития фауны и в конце века снова происходит опреснение моря и обеднение фауны. Такая цикличность в развитии бассейна и его фауны имела место во всех антропогеновых морей Каспийской области.

Выявление закономерной цикличности в развитии фауны имеет важное значение в определении филогении ископаемых остатков и изменении биомических условий минувших бассейнов.

Литература

1. Али-заде А. А. Апшерон Азербайджана. Изд-во «Наука», 1973, стр. 66.
2. Андрусов Н. И. Взаимоотношения Эвксинского и Каспийского бассейнов в неогеновую эпоху. Избранные труды, т. II, 1963, стр. 292—293.
3. Голубятников Д. В. Биби-Эйбат. Труды Геол. ком., новая серия, вып. 106, 1914, стр. 103.
4. Федоров П. В. Стратиграфия четвертичных отложений и история развития Каспийского моря. Труды Геологического ин-та АН СССР, вып. 10, 1957, стр. 219, 273, 221.
5. Федоров П. В. Плейстоцен Понто-Каспия. Изд-во «Наука», 1978, стр. 50.

Институт геологии

Поступило 10. II 1982

Э. Э. Элизаде

ХЭЗЭР ДЭНИЗИ ВИЛАЈЭТЛЭРИНДЭ АНТРОПОКЕН ҺӨВЗЭЛЭРИ ВЭ ОНЛАРЫН ФАУНАСЫНЫН ДӨВРИЛИК ИНКИШАФЫ ЫАГГЫНДА

Кеотектоник вэ палеогеографи инкишаф тарихи илэ сых элагэдэ олараг Хэзэр дэнизи вилајэтлэриндэ антропокен һөвзэлэринин физики-географи шэрайтлэринин дэјишмэсиндэ вэ орада јашајан фауналарын инкишафында дөврилик гејд едилир. Һэр бир стратиграфик интервалда эввэлчэ дэниз сују ширинлэшир — дузу азалыр вэ фаунасы јохсуллашыр, сонра дэниздэ фаунасынын кэскин инкишафы үчүн оптимал шэраит јараныр вэ дөврин ахырында јенидэн дэниз сују ширинлэшир вэ фауна јохсуллашыр.

Һөвзэлэр вэ онларын фаунасынын инкишафында бу кими дөврилик антропокен дэнизлэринин һамысында баш вермишдир.

A. A. Ali-zade

ON CYCLIC RECURRENCE EVOLUTION OF ANTHROPOGEN BASINS AND THEIR FAUNA IN THE CASPIAN AREA

The cyclic recurrence change of physiographic conditions in Anthropogen seas and of their fauna evolution is noted in close connection with geotectonic and paleogeographical history in the Caspian Area evolution. Every stratigraphic interval is followed first by basin desalting and depauperation of fauna and then by restoration of optimum conditions in the basin for luxuriant fauna evolution, and at the end of the stage the desalting of sea and depauperation of fauna take place again. Such cyclic recurrence in basin and fauna evolution occurred in all Anthropogen seas of the Caspian Area.

АЗЕРБАЙДЖАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 10

1982

ПОЧВОВЕДЕНИЕ

УДК 631.55:001.18

Б. Г. ЗАСЛАВСКИЙ, А. Т. НАГИЕВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВЛАГИ И СОЛЕЙ В ПОЧВЕННОЙ ТОЛЩЕ ХЛОПКОВОГО ПОЛЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. Р. Волобуевым)

Динамика почвенной влаги засоленного поля в основном определяется процессом поглощения воды корнями, испарением с поверхности почвы, подпиткой из грунтовых вод, поливами, а также передвижением солей в почвенном горизонте.

В свою очередь изменение профиля засоленности определяется потоками воды в почвенной толще. Таким образом, задача определения водного режима засоленного хлопкового поля может быть решена при совместном моделировании транспорта воды и солей в почве.

Предполагается, что посев является однородным и изотропным в горизонтальной плоскости. В связи с этим процессы движения воды и солей считаются одномерными. Все переменные рассчитываются на единицу площади поля.

Влияние корневой системы растений на влагообмен поля сводится к дифференцированному поглощению воды корнями из разных слоев почвенного горизонта. Поступление влаги в корень считается пропорциональным перепаду водного потенциала на границе почва—корень.

В работе представлены дифференциальные уравнения и граничные условия, описывающие динамику изучаемых процессов. Их дискретные аналоги реализованы в виде комплекса программ, написанных на языке ФОРТРАН для ЭВМ Минск-32. Предлагаемая модель может функционировать либо автономно, либо как подблок в рамках комплексной имитационной модели формирования урожая [1], разработанной в лаборатории математического моделирования агроэкосистем Агрофизического института.

В дальнейшем будем считать, что ось x направлена вертикально вниз и значение $x = 0$ соответствует поверхности почвы. Одномерное движение почвенной влаги задается следующим нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных:

$$\frac{\partial WW}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(WAF \frac{\partial WP}{\partial x} - WAF \cdot k \cdot T \frac{\partial SAL}{\partial x} \right) - WF \quad (1)$$

где WW —объемная влажность почвы, WP —водный потенциал почвы, $WAF = FILT \cdot WA$ —гидравлическая проводимость почвы, $FILT$ —коэффициент фильтрации, являющийся функцией концентрации солей [2], k —постоянный коэффициент, задающий влияние засоленности на водный потенциал почвы, T —абсолютная температура почвенного раствора, SAL —концентрация солей в почвенной толще и WF —скорость поглощения воды корнями.

A. A. Ali-zade

ON CYCLIC RECURRENCE EVOLUTION OF ANTHROPOGEN BASINS AND THEIR FAUNA IN THE CASPIAN AREA

The cyclic recurrence change of physiographic conditions in Anthropogen seas and of their fauna evolution is noted in close connection with geotectonic and paleogeographical history in the Caspian Area evolution. Every stratigraphic interval is followed first by basin desalting and depauperation of fauna and then by restoration of optimum conditions in the basin for luxuriant fauna evolution, and at the end of the stage the desalting of sea and depauperation of fauna take place again. Such cyclic recurrence in basin and fauna evolution occurred in all Anthropogen seas of the Caspian Area.

АЗЕРБАЙДЖАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 10

1982

ПОЧВОВЕДЕНИЕ

УДК 631.55:001.18

Б. Г. ЗАСЛАВСКИЙ, А. Т. НАГНОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВЛАГИ И СОЛЕЙ В ПОЧВЕННОЙ ТОЛЩЕ ХЛОПКОВОГО ПОЛЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. Р. Волобуевым)

Динамика почвенной влаги засоленного поля в основном определяется процессом поглощения воды корнями, испарением с поверхности почвы, подпиткой из грунтовых вод, поливами, а также передвижением солей в почвенном горизонте.

В свою очередь изменение профиля засоленности определяется потоками воды в почвенной толще. Таким образом, задача определения водного режима засоленного хлопкового поля может быть решена при совместном моделировании транспорта воды и солей в почве.

Предполагается, что посев является однородным и изотропным в горизонтальной плоскости. В связи с этим процессы движения воды и солей считаются одномерными. Все переменные рассчитываются на единицу площади поля.

Влияние корневой системы растений на влагообмен поля сводится к дифференцированному поглощению воды корнями из разных слоев почвенного горизонта. Поступление влаги в корень считается пропорциональным перепаду водного потенциала на границе почва—корень.

В работе представлены дифференциальные уравнения и граничные условия, описывающие динамику изучаемых процессов. Их дискретные аналоги реализованы в виде комплекса программ, написанных на языке ФОРТРАН для ЭВМ Минск-32. Предлагаемая модель может функционировать либо автономно, либо как подблок в рамках комплексной имитационной модели формирования урожая [1], разработанной в лаборатории математического моделирования агроэкосистем Агрофизического института.

В дальнейшем будем считать, что ось x направлена вертикально вниз и значение $x = 0$ соответствует поверхности почвы. Одномерное движение почвенной влаги задается следующим нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных:

$$\frac{\partial WW}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(WAF \frac{\partial WP}{\partial x} - WAF \cdot k \cdot T \frac{\partial SAL}{\partial x} \right) - WF \quad (1)$$

где WW —объемная влажность почвы, WP —водный потенциал почвы, $WAF = FILT \cdot WA$ —гидравлическая проводимость почвы, $FILT$ —коэффициент фильтрации, являющийся функцией концентрации солей [2], k —постоянный коэффициент, задающий влияние засоленности на водный потенциал почвы, T —абсолютная температура почвенного раствора, SAL —концентрация солей в почвенной толще и WF —скорость поглощения воды корнями.

Уравнение решается при начальных условиях

$$WP(x, 0) = WP(x) \quad (2)$$

и граничных условиях

$$WAF \cdot \left(\frac{\partial WP}{\partial x} + \kappa \cdot T \frac{\partial SAL}{\partial x} - 1 \right) \Big|_{x=0} = DWSW \quad (3)$$

$$WP(x)|_{x=H} = \text{const}$$

где $DWSW$ — поток влаги на верхней границе, H — глубина проникновения корней.

Зная интенсивность испарения с поверхности почвы HES , интенсивность осадков или полива PR и максимальную возможную при данной влажности скорость инфильтрации воды почвой WKF , можно вычислить $DWSW$ по следующей формуле:

$$DWSW = -HES + \min(PR, WKF) \quad (4)$$

Связь объемной влажности почвы с ее водным потенциалом определяется основной гидрофизической характеристикой почвы [3]:

$$WW = f(WP)$$

Совместно с динамикой влаги в почве проводится расчет транспорта солей в вертикальном направлении. Поскольку хлопковое поле в период вегетации характеризуется высокой влажностью порядка 60–70% от предельной полевой влагоемкости, мы предполагаем, что конвективный поток солей значительно превосходит диффузионный. Вкладом диффузии на транспорт солей мы пренебрегаем.

Динамика солей в почве задается уравнением [4]:

$$\frac{\partial SAL}{\partial t} = WFL \cdot \frac{\partial}{\partial x} COE \cdot SAL, \quad (5)$$

где WFL — вертикальный поток влаги, COE ($0 \leq COE < 1$) — коэффициент осмотической эффективности [5], задающий долю солей, движущуюся с почвенной влагой, COE является функцией концентрации солей. Нами использована следующая интерполяционная зависимость

$$COE = \begin{cases} 1 & \text{если } SAL < 0,0001 \\ 1 - SAL/0,0079 & \text{если } 0,0001 < SAL < 0,003 \\ 0 & \text{если } SAL > 0,003 \end{cases} \quad (6)$$

Уравнение (5) решается при следующих начальных условиях:

$$SAL(x, 0) = SAL_0(x) \quad (7)$$

и граничных условиях

$$\frac{\partial SAL(0, t)}{\partial x} = 0 \text{ и } SAL(H, t) = SAL(t). \quad (8)$$

Если нижняя граница счета достигает уровня грунтовых вод, то $SAL(H, t)$ задает концентрацию солей в грунтовых водах.

Вклад растения в динамику почвенной влаги представлен в виде функции стока в корень $W_r(x)$ в уравнении (1). Предполагается, что скорость поглощения воды корнями пропорциональна разности водных потенциалов корня P и почвы WP :

$$WF(x) = ASR(x) \cdot WKRO(x) \cdot (P - WP(x)),$$

где $ASK(x)$ — функция распределения проводящей поверхности корней по высоте; $WKRO(x)$ — проводимость корней, зависящая от температуры почвы на глубине x . Если предположить, что скорость погло-

щения воды корнями равняется скорости ее испарения с листовой поверхностью, то можно воспользоваться формулой [6], связывающей ее с интенсивностью транспирации и величинами ASK и $WKRO$.

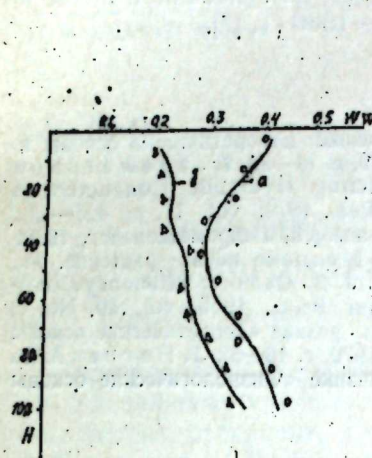


Рис. 1. Профиль влажности почвенной толщи (g/cm^3). a — на следующий день после полива; b — через 10 дней после полива. Черточки — расчетные данные; кружочки и треугольники — экспериментальные данные.

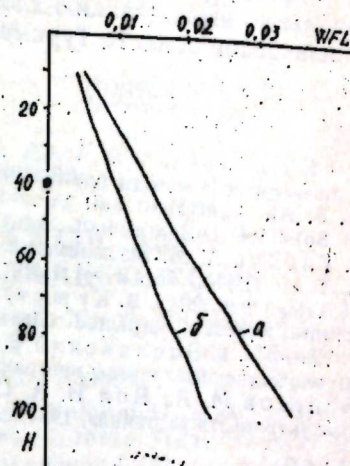


Рис. 2. Профиль тока $WFL = dWW/dt$. a — на следующий день после полива; b — через 10 дней после полива. Черточки — расчетные значения.

В модели использованы следующие регрессионные формулы, определяющие архитектуру корневой системы [7]:

$$M_r = \begin{cases} 6,51 \ln t - 22,04 & \text{при } 20 < t \leq 60 \\ 11,12 \ln t - 43,6 & \text{при } 60 < t \leq 120 \end{cases}$$

$$l_r = \begin{cases} 6,64 + 11,5 M_r - 0,6 M_r^2 & \text{при } 0,1 < M_r \leq 5 \text{ г} \\ -9 + 12,3 M_r - 0,4 M_r^2 & \text{при } M_r > 5 \text{ г} \end{cases} \quad (9)$$

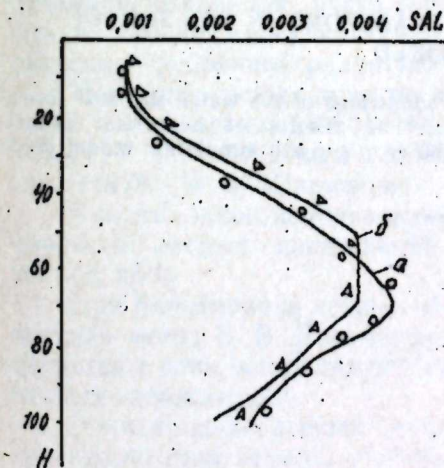


Рис. 3. Профиль содержания солей (ионов Cl) в почвенной толще (g/cm^3). a — на следующий день после полива; b — через 10 дней после полива. Черточки — расчетные данные; кружочки и треугольники — экспериментальные данные.

где M_r — сухая биомасса корней, l_r — глубина проникновения корней, t — номер дня от появления всходов.

Дискретные аналоги приведенных выше уравнений отлажены в виде комплекса программ, имеющих блочную организацию, и написаны на языке ФОРТРАН. Результаты счета представлены на рис. 1, 2, 3. Для идентификации модели использованы экспериментальные материалы по выращиванию хлопчатника сорта 149-Ф на супесчаной почве в Ташаузской области Туркменской ССР в 1978—1980 гг. [7].

Литература

1. Полуэктов Р. А. Сб. трудов по агроном. физике. «Теоретические основы и количественные методы программирования урожая», 1979, с. 14—23. 2. Jagawa rdane N. S. An Equivalent Salt Solutions Method for Predicting Hydraulic Conductivities of Soils for Different Salt Solutions. Aust. J. Soil Res., vol. 17, p. 423—428. 3. Глобус А. М. Экспериментальная гидрофизика почвы. Л., Гидрометеониздат, 1969. 4. Най П. Х., Тинкер П. Б. Движение растворов в системе почва—растение. М., «Колос», 1980, 264 с. 5. Kemper W. D. and Rollins J. B. Osmotic Efficiency Coefficients Across Compacted Clays. Soil. Sci. Soc. Amer. Proc., 1966, vol. 30, No. 5, p. 529—534. 6. Заславский Б. Г. Сб. тр. по агроном. физике «Теоретические основы и количественные методы программирования урожая», 1979, с. 46—52. 7. Нагиев А. Т., Ненесов М. А., Вол И. А. Сб. тр. по агроном. физике «Физиологические основы продуктивности растений», 1981, с. 141—147.

ЛАФИ

Институт почвоведения и агрохимии

Поступило 5. IV 1982

Б. Г. Заславски, Э. Т. Нагиев

ПАМБЫГ ЭКИНИ САҲЭСИНДЭ ТОРПАГДА СУЈУН ВЭ ДУЗЛАРЫН ҺЭРЭКЭТИНИН РИЈАЗИ МОДЕЛИ

Магаләдә памбыг экини саһэсини торпаг гатларында сујун вэ дуз галығынын һэрэкетини вэ памбыг биткисини торпагдан сују мәннәмәсини рижазини модели, дифференциал тәкликләр вэ сәриһэд шәртләри вәснәтәси илә верилмишдир.

Модел һасасында апарылмыш машин һесабамаларынын нәтиҷәси илә саһэ тәҷрүбәләрини нәтиҷәси мугајисәли шәкилдә графикләрдә кәстәрилимишдир.

Магаләдә верилән модел Ленинград Агрофизика институтунда гурулмуш «Мәһсулдарлығын програмлашдырылмасынын комплекс нәзәри модели» имканлары чәрчивәсиндә памбыг биткисини суварма режимини идарә олунмасы мәсәләсини һәлдә истифадә олуна биләр.

B. G. Zaslavsky, A. T. Nagiev

MODELLING THE WATER AND SALT TRANSPORT IN THE SOIL OF A COTTON FIELD

The differential equations and the boundary conditions of the water and salt transport in the soil of a cotton field are formulated. The results of numerical experiments are presented. The model is a block of the crop growth simulation model made of the Agrophysical Institute.

ПОЧВОВЕДЕНИЕ

УДК 631.4

Г. Ш. МАМЕДОВ, Ф. Л. ПИРНЕВА

БОНИТИРОВКА ЛЕСНЫХ ПОЧВ В СОСТАВЕ ЛЕСНОГО КАДАСТРА АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. А. Алиевым)

Постановление Верховного Совета СССР от 17 июня 1977 г. «О мерах по дальнейшему улучшению охраны лесов и рациональному использованию лесных ресурсов», а также Постановление Совета Министров Азербайджанской ССР «Лесной кодекс Азербайджанской ССР» от 16 декабря 1978 г. требует от работников лесного хозяйства рационального использования лесных земель, повышения продуктивности и качества лесов.

Основные массивы лесов Азербайджана расположены в горах Большого и Малого Кавказа, а в Ленкорани большей частью на крутых склонах. Хозяйственное значение лесов, влажных субтропиков прежде всего агрономическое. Они выполняют огромную почвозащитную, водоохранную, снегозащитную, климатоохранную роль, и в этом состоит их основная ценность.

Площадь лесных насаждений в Азербайджане составляет 1,038 043 тыс. га, или 12,0% всей территории республики. Несмотря на значительные площади, биологическая продуктивность лесных насаждений низкая, недостаточно обеспечивает потребности лесопроизводства республики.

Все это создает необходимость проведения глубоких и всесторонних научных исследований как в лесном почвоведении, географии почв, так и в лесоведении. В перечень научно-исследовательских проблем входит усовершенствование учета и оценки лесных насаждений, разработка научно обоснованных методик бонитировки лесных почв с учетом экологических требований различных фитоценозов и всей биогеоценологии.

Изучение лесных почв республики для различных целей проводилась Г. А. Алиевым (1964), М. Э. Салаевым (1966), К. А. Алекперовым (1957), Р. Г. Мамедовым (1961), Х. Н. Гасановым (1964), Г. А. Саламовым (1978), Э. Ф. Шарифовым (1974), С. А. Алиевым (1973) и др.

Рациональное использование лесных угодий и повышение продуктивности лесных насаждений тесно связаны с правильной оценкой лесных почв.

При бонитировке лесных почв мы опирались на «естественно-исторический» метод В. В. Докучаева. При этом различали баллы бонитета по свойствам почв, коррелирующие с баллами бонитета по продуктивности лесных насаждений.

Бонитировка лесных почв — это уточненная лесохозяйственная инвентаризация земель, учет качества почв по их плодородию, дающие характеристику продуктивности почв как среды для жизни насаждений, выраженную в баллах, вычисленных по свойствам самих почв и сопоставленных с баллами по средней многолетней продуктивности на этих поч-

вах лесных насаждений. Сущность разработанных нами принципов бонитировки лесных почв заключается в следующем: критериями являются природные и приобретенные в процессе окультуривания свойства и диагностические признаки почв, которые в данных местных условиях республики коррелируют с продуктивностью лесных насаждений; коррелятивные связи между свойствами почвы и продуктивностью устанавливаются с помощью методов математической статистики.

При этом составляются две параллельные оценочные шкалы в баллах: первая — замкнутая — по природным и приобретенным свойствам почв с учетом климата в богаре и вторая по продуктивности лесонасаждений.

Шкалы балла бонитета по природным и приобретенным свойствам (почв и по продуктивности насаждений Азербайджанской ССР)

№№ пп.	Почвы и насаждения	Бонитет леса	Балл бонитета по продуктивности в одном возрасте (100 лет)	Балл бонитета по природным и приобретенным свойствам почв
1.	Горно-лесные буроые (бук восточный)	II	87	94
2.	Горно-лесные коричневые (дуб каштановый)	Ia	100	100
3.	Горно-лесные желтоземные (дуб + граб + железное дерево)	III	68	57
4.	Слабопodzольные желтоземные (железное дерево)	II	77	64
5.	Тугайные (пойменно-лесные) (ольха сердцелистая)	I	90	78

При сравнении вычисленных данных по плодородию самые высокие показатели оказались у широко распространенных горно-лесных коричневых почв, которые были приняты в качестве «эталонных» и оценены в 100 баллов. Данные других почв рассматриваемой территории рассчитываются в процентах к эталону (таблица). По этой шкале проводится бонитировка почв в конкретных лесхозах.

Для определения общей биологической продуктивности лесных насаждений наряду со шкалой бонитета по природным и приобретенным свойствам почв нами для сопоставления составлена шкала по продуктивности.

Продуктивность травостоя вычислялась (таблица) по данным Л. И. Прилипко (1854, 1970), Г. А. Алиева, Х. Н. Гасанова (1973), Г. А. Алиева, М. Ю. Халилова (1976), И. С. Сафарова (1979) и др.

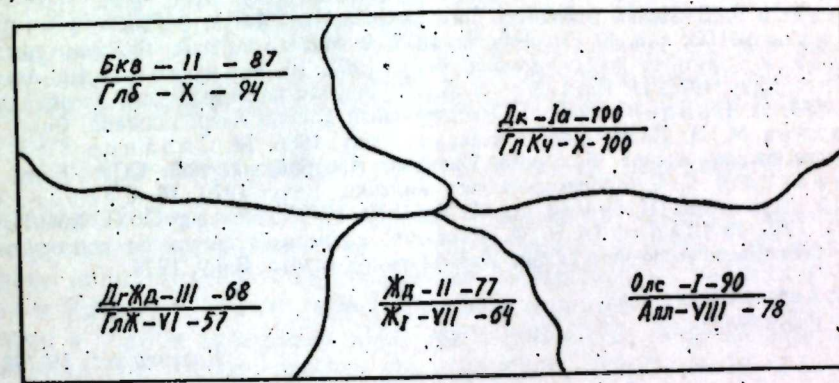
Известно, что нельзя бонитировать почвы в отрыве от продуктивности выращиваемых на них растений. Для одной культуры (растения) почва, обладающая определенными свойствами, может быть оценена выше, а для другой ниже. Поэтому бонитировочные шкалы разрабатываются отдельно для природных и приобретенных свойств лесных почв и

по продуктивности лесных насаждений в сопоставимом возрасте. Аналогично принципам бонитировки почв в сельском хозяйстве, где бонитировку проводят для отдельных сельскохозяйственных культур (хлопчатник, чай, виноградник и т. п.), в лесном хозяйстве почвы бонитируют для главных пород — сосны, дуба, ели, железного дерева, бука и т. п.

В лесном хозяйстве бонитировка почв должна заканчиваться сопоставлением и взаимной корректировкой величин баллов, вычисленных по свойствам почв, с баллами продуктивности лесных насаждений (высота, запас, прирост, бонитет насаждений), полученных из таксационных описаний и пробных площадей для насаждений, произрастающих на этих почвах.

Математическая обработка данных проводимых исследований на лесных угодьях республики показывает, что между баллами по природным и приобретенным свойствам почв, с одной стороны, и продуктивностью насаждений — с другой, существует тесная коррелятивная зависимость, выраженная коэффициентом корреляции ($r = 0,73$).

На завершающем этапе работ с учетом всех сведений по почвам, по составу лесных насаждений, разрабатывается картограмма бонитета лесных почв. На ней нами показаны эколого-бонитировочные группы лесных почв со всеми необходимыми бонитировочными характеристиками: в числителе — названия деревьев, класс бонитета насаждений и балл бонитета насаждений по продуктивности; в знаменателе — индексы почв, их плодородие в классах и баллах бонитета (рисунок).



Фрагмент картограммы бонитета почв лесных угодий Азербайджана.
Бкв — бук восточный (индекс главных пород);
II — класс бонитета насаждений;
87 — балл бонитета насаждений по продуктивности;
Глб — горно-лесные буроые;
X — класс бонитета почв;
94 — балл бонитета почв по природным и приобретенным свойствам.

Исходя из эколого-бонитировочной группировки почв лесных угодий составлена формула (Г. Ш. Мамедов, 1976) для определения коэффициента их биологической производительности. $K_{бп} = \frac{Бпр}{Бп}$

где $K_{бп}$ — коэффициент биологической производительности бонитета почв лесных угодий; $Бпр$ — балл бонитета по продуктивности насаждений; $Бп$ — балл бонитета по природным и приобретенным свойствам почв.

При $K_{бп} = 1$ условия лесных угодий средние, т. е. продуктивность лесных угодий соответствует нормальному почвенному плодородию

($B_{пр} = B_{п}$). Если балл продуктивности лесных угодий больше балла почв по плодородию ($B_{пр} > B_{п}$), то $K_{бп} > 1$. Это означает, что лесное угодье обладает наилучшими условиями (окультуренность, гидроморфность и пр.). Если балл продуктивности лесных насаждений почв лесных угодий ($B_{пр} < B_{п}$), то $K_{бп} < 1$, т. е. производительность почв лесных угодий понижена (засоленность, солонцеватость и пр.) и необходимо принятие соответствующих лесотехнических и лесомелиоративных мероприятий.

Коэффициент биологической продуктивности почв лесных насаждений дает ясное представление о потенциальных возможностях лесных угодий, т. е. какой степени продуктивности лесных насаждений соответствует величина естественного и приобретенного плодородия лесной почвы.

Все эти данные позволяют работникам лесного хозяйства судить о степени хозяйственной ценности лесных угодий, их экономической эффективности, а также помогут прогнозировать эксплуатацию лесных почв и выявлять пути их улучшения.

Литература

1. Алекперов К. А. «Почвоведение», № 1, 1957.
2. Алиев Г. А. Лесные и лесостепные почвы северо-восточной части Большого Кавказа. Баку, 1964.
3. Алиев Г. А., Гасанов Х. Н. Влияние лесов на почвенные процессы. Баку, 1973.
4. Алиев Г. А., Халилов М. Ю. Прикуринские тугайные леса Азербайджана. Баку, 1976.
5. Алиев С. А. Экология и энергетика биохимических процессов превращения органического вещества почв. Баку, 1978.
6. Гасанов Х. Н. Автореф. канд. дисс. Баку, 1964.
7. Зелников В. Д. Почвы и бонитет насаждений. М., 1971.
8. Зелников В. Д. Научные труды МЛТИ, вып. 40, стр. 150, М., 1972.
9. Мамедов Р. Г. Структура почв Азербайджана и пути ее восстановления. Баку, 1961.
10. Мамедов Г. Ш. Автореф. канд. дисс. Баку, 1978.
11. Прилипко Л. И. Лесная растительность Азербайджана. Баку, 1970.
12. Прилипко Л. И. Растительный покров Азербайджана. Баку, 1970.
13. Салаев М. Э. Почвы Малого Кавказа. Баку, 1966.
14. Саламов Г. А. Лесные почвы южного склона Большого Кавказа Азербайджанской ССР. Баку, 1978.
15. Сафаров И. С. Субтропические леса Талыша. Баку, 1979.
16. Соболев С. С. Научные труды МЛТИ, вып. 40, стр. 4, М., 1972.
17. Соболев С. С. Бонитировка почв. М., 1965.
18. Шарифов Э. Ф. Динамика почвенных процессов под основными типами леса северо-восточного склона Карабахского хребта. Баку, 1974.

Институт почвоведения
и агрохимии

Поступило 9. IV 1982

Г. Ш. Мамедов, Ф. Л. Пириева

МЕШӘ ТОРПАГЛАРЫНЫН БОНТИРОВКАСЫ АЗӘРБАЙҠАН ССР МЕШӘ КАДАСТРЫНЫН ТӘРКИБ ИССӘСИДИР

Мәгаләдә мешә торпаглары бонтировкасынын әсас принципләри верилмишдир. Белә ки, мешә торпагларынын комплекс шәкилдә гүмәтләндирилмәси (торпаг-битки-инглим амилләри) идејасы елми дәлилләрдә вә ријази јолларла әсасландырылар.

G. Sh. Mamedov, F. L. Pirieva

SOIL RATING OF FOREST SOILS IN THE STRUCTURE OF FOREST CADASTRE OF THE AZERBAIJAN SSR

The basing principle of soil rating of forest soils is given in the article. The complex estimation of forest soils (soil-plant-climatic factor) is done by means of scientific methods of mathematical statistics.

УДК 987.879.

ИСТОРИЯ

С. Ю. КАСУМОВА

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ РАБОВ В САСАНИДСКОМ ГОСУДАРСТВЕ И ИХ ОСОБЕННОСТИ

(на материале Сасанидского судебника)

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Э. М. Бунятовым)

Наличие рабовладельческих отношений в сасанидский период (III—VII вв. н. э.) засвидетельствовано для всех известных нам конфессиональных групп населения государства. О наличии лично несвободных зороастрийцев можно судить как по пехлевийским, так и по другим источникам, причем правовому положению этой части населения уделено много внимания в правовых насаках Авесты в «Maḍaуaṇī hazar (dadedastan)» («Книга тысячи судебных решений»).¹ О рабах-христианах, живших на территории Сасанидского государства, свидетельствуют сирийские и армянские судебники, а также сборник Ишобохта и сочинения руководителей христианской церкви Ирана раннеисламской эпохи. О рабах-иудеях и их правовом положении мы знаем прежде всего по талмудической литературе (а об особенностях — по решениям Вавилонской Гемары).

Основную массу рабов, терминологически выделенных специальным обозначением *ansahrig* (букв. «чужеземец» «раб»)², первоначально составляли военнопленные. Отправляемые в глубь державы, они широко использовались на трудоемких общественных работах (плотина Банд-и Кайсар и другие ирригационные сооружения, построенные римлянами в период правления Шапура I (240—272). Можно полагать, что в сасанидское время, как и в ахеменидское, существовали целые поселения рабов, эксплуатируемых на царских землях³.

Прежде всего рабами обрабатывались крупные поместья сасанидской землевладельческой знати — об этом есть прямые свидетельства в трактатах Вавилонской Гемары.

В категорию аншахриг входили рабы, объединенные особым экономическим и правовым положением. Использовались они преимущественно в сельском хозяйстве, труд другой категории рабов — бандагов — использовался, кроме того, в рудниках и храмах⁴.

Помимо военнопленных, существовали и рабы-иранцы. Сасанидский Судебник (ст. 33, 13—14) прямо указывает на возможность продажи детей в рабство: «детей в рабство правомочен продать только отец». Для составителей Сасанидского Судебника термины основных категорий рабов — аншахриг и бандаг, по мнению Н. В. Пигулевской, не имели различия. Исследователь полагал, что использование обоих терминов указывает на одновременность их происхождения. Эта точка зрения, вероятно, опирается на данные сирийского перевода юри-

дического сборника Ишобохта, где рабы обозначены единым термином *abda*⁵. Однако следует учитывать и то обстоятельство, что митрополит Ишобохт, составляя свой законодательный сборник в качестве руководства для епископального суда (сборник составлен, вероятно, во второй половине VIII в. на пехлевийском языке; сирийский перевод осуществлен в первой четверти IX в.).

Поскольку различие в терминах устанавливается в конструкциях, определяющих рабство по отношению к храму огня, как это будет показано ниже, в законодательном сборнике, составленном для христианского епископального суда, не могло быть места для терминов, характерных для зороастризма.

При внимательном рассмотрении статей Сасанидского Судебника напрашивается вывод, что словом *аншахриг* называли любого человека, но только не зороастрийского вероисповедания. Этот термин в сасанидской юридической практике сохранился для определения раба-незороастрийца. «Если у храма огня имеется два раба-неродула (*ātāxs-e bandag*) и два раба-аншахрига (*ansahrig*) и некто делает относительно имущества (вещи) распоряжение: «Я (это) имущество рабам-неродулам этого храма передал», то, поскольку раб-аншахриг не является неродулом, рабам-аншахригам храма он ничего не передает» (Сасанидский Судебник, ст. 1, 7—10).

Само содержание статьи достаточно недвусмысленно указывает на разницу в значении терминов в сасанидскую эпоху. Когда в Судебнике речь идет о передаче раба в храм огня, раб всегда обозначается термином *б а н д а г*, а храмовое рабство — *bandagih ī ātāxs*, или *bandagih ī ādur* (эти обозначения синонимичны). Применительно к рабскому статусу вообще термины *bandagih* и *ansahrigih* «рабство», равно как и *bandag* и *ansahrig* «раб», равнозначны. Это устанавливается по контекстам ст. 1, 1—2; 33, 9—11; 33, 13—17.

А. Г. Периханиян определяет неродула следующим образом: «неродулы, наряду с обслуживанием культа, широко использовались в храмовом хозяйстве, особенно для обработки храмовой земли». И хотя речь идет о положении неродулов Малой Азии и Армении, автор подчеркивает, что «общее положение малоазийских неродулов в принципе не отличалось от положения храмовых рабов других переднеазиатских государств»⁶.

При рассмотрении положения сасанидских неродулов возникают сомнения относительно того, что их можно вообще приравнивать к рабам. Цена раба зависела от возраста, пола и профессиональной обученности, равно как и от рыночной конъюнктуры — *arg ī sahr* «рыночная цена»⁷. В качестве «вещи» раб был объектом «вещного права», мог быть предметом любой сделки. Для юридически закрепленного положения раба как «вещи» важны и предусмотренная Судебником возможность продажи раба одновременно с земельным участком господина, и заранее определенный статус раба для ребенка, находящегося в утробе матери-рабыни, и многое другое.

С храмовыми рабами, как нам кажется, дело обстоит иначе. Здесь следует различать рабов, которые работали в храмовых хозяйствах, и «рабов огня» (*ātāxs bandag*, *ādur* или *ādurān bandag*). Эти «рабы огня» были неродулами, они были посвящены храму, но не были по существу

рабами — их связь с храмом была религиозной, и функции, которые они несли в храме, были функциями религиозными, откуда и различия в употреблении терминов *б а н д а г* и *аншахриг*. Согласно Сасанидскому Судебнику, такие храмовые рабы — рабы по отношению «к огню» (т. е. к храму), но не по отношению к человеку. Передача любого лица в храм огня предполагала, что он становился пожизненным рабом храма, сохраняя, однако, статус свободного человека по отношению к другим людям (см. ст. А 39, 8—11). История с вузург-фрамадаром Михр-Нарсе (ст. А 39, 11—17; А 40, 3—6) показывает, каким, на наш взгляд, было в действительности положение сасанидского неродула. При нем были жена и раб. Дело тут не столько в высоком положении Михр-Нарсе, сколько в самом статусе неродула. Даже будучи сосланным за проступок в царский оастан, Михр-Нарсе и там сопровождали жена и раб. Последующая передача его в другой храм огня не изменила его положения неродула. В первых двух храмах огня Михр-Нарсе был адурвахшем, т. е. храмовым служкой, в обязанности которого входило следить за священным огнем; жена его также была священной рабыней храма огня, неродулой (*paristār*). Судя по Сасанидскому Судебнику, вся история с Михр-Нарсе приведена, чтобы проиллюстрировать положение, сформулированное в ст. А 39, 8—11.

Именно в функции как служителя культа и зороастрийца кроется причина использования в Судебнике двух терминов.

Некоторые статьи Судебника прямо указывают на различие в религиозной принадлежности двух категорий рабов. В ст. 1, 10—13 говорится о переходе в зороастризм и в услужение к зороастрийцам раба, принадлежащего христианам (*ansahrig ī tarsāg xwēs*, т. е. «раб, собственность христианина»). Ст. 1, 16—17: «Раб-иноверец (букв. плоховец; *ansahrig ī agdēn*) независимо от того, перешел ли он в иную веру (не зороастрийскую; (*agdēnīh*) одновременно с господином или после него, всегда раб (*ansahrig*)».

Сопоставление этих статей приводит к заключению, что термином *аншахриг* обозначался незороастриец. Не случайно и употребление разных терминов в ст. 33, 11—13, где ответственность за раба-аншахрига в суде несет его хозяин, и в ст. 106, 9—11, где раб-бандаг, отстаивая свою свободу в суде, может дать показания под клятвой, т. е. допускается к ордальной процедуре⁸. Такое преимущество бандага связано с его принадлежностью к зороастрийской церкви, тем более, что необходимым элементом любой ордалии был священный огонь, перед которым давали показания и призывали участие божества⁹.

Подтверждение этому мы находим в ст. А 13, 2—3, где сохранилась цитата из недошедших до нас юридических насков Авесты: *Vo. hva. dā ēna* (пехл. *ēg hūden*) *pad kas o kardag kard ēstēd ud pad ābārig hīst ēstēd* — «Зороастриец (т. е. исповедующий истинную веру — *hūden*)¹⁰ и по поводу малого (проступка) должен быть подвергнут судебной процедуре, а в отношении других (т. е. иноверцев) — снимается (т. е. дело не рассматривается в рамках судебной процедуры)».

Таким образом, наличие двух терминов для обозначения раба в Судебнике объясняется не тем, что один из них — *аншахриг* — для сасанидского времени архаичен, а тем, что для сасанидской юридической практики каждый из терминов нес реальную смысловую нагрузку в силу различия религиозной принадлежности.

Примечания

1. Статьи из «Книги тысячи судебных решений» приводятся по изданию А. Г. Периханяна. Сасанидский судебник. Ереван, 1973.

2. Эти термины рассматривались советскими исследователями. См. С. Т. Еремян. О рабстве и рабовладении в древней Армении. ВДИ, № 1, 1950; Ф. Мамедова. «История Албани» Моисея Каланкатуйского как источник по общественному строю раннесредневековой Албании. Баку, 1977, с. 75—76, 176; А. Г. Периханян. К вопросу о рабовладении и землевладении в Иране парфянского времени. ВДИ, № 4, 1952.

3. Kitta O. Maz'ak. Geschichte einer sozialen Bewegung im sassanidischen Persien. Praha, 1957, S. 70.

4. А. Г. Периханян. К вопросу..., с. 16—17.

5. Н. В. Пигулевская. Города Ирана в раннем средневековье: М. — Л., 1956, с. 192—193.

6. А. Г. Периханян. Иеродулы и иеро храмовых объединений Малой Азии и Армении. ВДИ, № 2, 1957, с. 64.

7. А. Г. Периханян. Сасанидский Судебник, с. 440.

8. Об этом см., А. Г. Периханян. Орадлия и клятва в судопроизводстве доисламского Ирана. «Переднеазиатский сборник», III, М., 1979, с. 182—192.

9. Там же, с. 186.

10. В Авесте здесь было: «исповедующий свою веру», т. е. единоверец, исповедующий ту же веру, что и община.

Институт истории

Поступило 4. XII 1980

С. Я. Гасимова

САСАНИ ДӨВЛЭТИНДЭ ГУЛГАРЫН ЭСЭЭ КАТЕГОРИЈАЛАРЫ
ВЭ ОНЛАРЫН ХҮСУСИЈЛЭТЛЭРИ (САСАНИ МЭЧЭЛЛЭСИНИН
МАТЕРИАЛЛАРЫ ЭСАСЫНДА)

Сасани мөчөллэснндэ гул мө'насында чох ишлэмннш бандаг вэ аншахриг терминлэриннн мөвчуд олмасы бу һүгүг мөчмүэсиннн мувафиг мөгалэлэринн мүгәјисэ сдәркөн мүэјјөн едилдијинэ көрө бу гулларын һәр бириннн дини е'тигады илэ изаһ едилир.

Бандаг-зәрдүшт дининэ е'тигад едэн, аншахриг исэ зәрдүшт дининэ е'тигад ет-мәјөн гуллар адланырды.

S. Yu. Kasumova

THE PRINCIPAL CATEGORIES OF SLAVES IN THE SASSANIAN STATE
AND THEIR PECULIARITIES (ON THE MATERIAL OF THE SASSANIAN
CODE OF LAWS)

The presence of two most wide-spread terms for the designation of „slave“ in the Sassanian code of laws (bandag and ansahrig) is explained, as it was established when comparing the corresponding articles from this law collection, by the difference of confession of each of them. Bandag is zoroastrian, ansahrig is not zoroastrian.

МҮНДЭРИЧАТ

Ријазиијат

- Ч. Е. Аллахвердијев, Р. М. Чаббарзаде. Бир чох параметрли системнн хусуси элементлэриннн тамлығы һаггында 3
Г. К. Намазов. Гејри-мәһдуд областа бир интегро-дифференциал тәһлик үчүн биринчи сәрһәд мәсәләсиннн һәллини јеканәлији һаггында 8
Һ. М. һусејнов. Бир синиф биринчи тәртиб дифференциал тәһликләр системиннн спектрал тәдгиги 13
Ј. А. Абилов. 2-чи тәртиб чырлашан параболик тәһликләр үчүн сәрһәд һөгалэриннн мүнтәзәмлији һаггында 18

Механика

- Ј. Ә. Әмәнзаде, В. Н. Мајделман, К. Д. Теплов. Дахили тәзјигин тәсиринэ мә'руз галан кәсншән өртүклэрин һесабаты 22

Плазма физикасы

- М. А. Мәммәдов. Плазмаын гејри-бирчннс профилли кечид областына дахил олмуш јүксәк тезликли полјаризәләнмиш електромагнит далғасы саһәсиннн тәдгиги 27

Физика

- М. Н. Абдуллајев, Ј. М. Сејидов. Гејри-мәркәзи ашгар атомлу ферромагнит кристалларда локаллашмыш спин далғалары 33

Јарымкечиричиләр вэ диелектрикләр физикасы

- Р. З. Садыхов, И. К. Кәримов, Ч. Ә. һусејнов, Е. М. Имамгулијев, А. О. Исмајылов. $Fe_{3-x}In_xS_4$ ($x=0,05; 0,1$) Бирләшмәлэриннн магнит вэ електрик хәссәләри 40

Јарымкечиричиләр физикасы

- М. И. Әлијев, С. А. Әлијев, Д. Һ. Араслы, Р. Н. Рәһимов, Т. Г. Кәримова. $(2InSb)_{1-x}(In_2GeTe)_x$ бәрк мәһлулуида ашгар сөвијјәлэрин оптик тәдгиги 43
Ф. А. Заһидов, Ф. К. Исајев, А. Ј. Полјаков. InSb нүмунәлэриндә хром атомларыннн өзлэриннн апармасы һаггында 46

Молекулјар спектроскопија

- Т. С. Әбалова, И. С. Терешина, Р. М. Әһмәдов, А. М. Шејхзаманов. Аллиламиннн ИГ-спектри вэ нормал рәгеләри 49

Үзви кимја

- Б. Г. Зејналов, Р. Л. Абасова, Е. Н. Шакиданов, С. А. Искәндәрова. 2-днһидродисклопентадиенил-2-алкилсиркә туршуларыннн мүрәккәб ефирлэриннн алынмасы вэ тәдгиги 54
М. М. һусејнов, С. Һ. Бәкташи, Н. Ф. Мусајева. 3,4,5-үчхлорлу вэ 4,5,6-үчхлорлу-3-метил фтал аһһидридлэриннн синтези 58

Биокимја

Ч. Э. Элијев, Т. Т. Ибрагимов. Лобја дэни үмуми зүлалн екстрактн-
нын фраксија вэ компонент тэркиби 64

Палеонтологија вэ стратиграфија

Э. Э. Элизаде. Хэзэр дэнизи вилајэтлэриндэ антропоген һөвзэлэри вэ
онларын фаунасынын доврилик инкишафы һаггында 68

Торпагшүнаслыг

Б. Г. Заславски, Э. Т. Нагыјев. Памбыг экини саһэсиндэ торпагда
сујуи вэ дузларын һэрэкэтинин ријази модели 74
Г. Ш. Мэммэдов, Ф. Л. Пирријева. Мешэ торпагларыннын бонитироу-
касы Азэрбајчан ССР мешэ кадастрынын тэркиб һиссэсидир 77

Тарих

С. Л. Гасымова. Сасани дәвлэтиндэ гулларын эсас категоријалары вэ
онларын хуеусијэтлэри (Сасани мәчәллэсинин материаллары эсасында) 81

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

Член-корр. Дж. Э. Аллахвердиев, Р. М. Джабарзаде. О полноте
системы собственных элементов многопараметрической системы операторов 3
Г. К. Намазов. О единственности решения первой краевой задачи в не-
ограниченной области для одного интегро-дифференциального уравнения 8
И. М. Гусейнов. Спектральный анализ одного класса системы дифферен-
циальных уравнений первого порядка 13
Ю. А. Абилов. О регулярности граничных точек для вырождающихся пара-
болических уравнений 2-го порядка 18

Механика

Член-корр. Ю. А. Амензаде, В. Н. Майдельман, Г. Д. Теплов.
Расчет пересекающихся цилиндрических оболочек, находящихся под внутренним
давлением 22

Физика плазмы

М. А. Мамедов. Исследование проникающего в плазме поля высокочастот-
ной поляризованной волны в переходной области с размытой границей 27

Физика

М. Н. Абдуллаев, член-корр. Ю. М. Сеидов. Локализованные спиновые
волны в ферромагнитных кристаллах с вращенной примесью 33

Физика полупроводников и диэлектриков

Р. З. Садыгов, член-корр. И. Г. Керимов, Д. А. Гусейнов, Э. М.
Имамкулиев, А. О. Исмаилов. Магнитные и электрические свойства Fe_{1-x}
 In_xSe_4 ($x=0,05; 0,1$) 40

Физика полупроводников

Акад. М. И. Алиев, С. А. Алиев, Д. Г. Арислы, Р. Н. Рагимов, Т. Г.
Керимова. Оптические исследования примесного уровня в твердом растворе
 $(2InSd)_{1-x}(In_2GeTe)_x$ 43

Ф. А. Зантов, Ф. К. Исаев, А. Я. Поляков. К вопросу о поведении
хрома в антимониде индия 46

Молекулярная спектроскопия

Т. С. Абилова, И. С. Терешина, Р. М. Ахмедов, А. М. Шехзама-
нова. ИК-спектры и нормальные колебания аллиамина 49

Органическая химия

Член-корр. Б. К. Зейналов, Р. Л. Аббасова, Э. Н. Шагиданов,
С. А. Искендеров. Синтез и исследование дигидроциклопентадиениловых
эфиров 2-дигидроциклопентадиенил 2-алкил-уксусных кислот 54

Член-корр. М. М. Гусейнов, С. Г. Бекташи, Н. Ф. Мусаева. Синтез
3,4,5-трихлор-и 4,5,6-трихлор-3-метилфталевых ангидридов 58

Биохимия

Акад. Д. А. Алиев, Т. Т. Ибрагимов. Фракционный и компонентный
состав суммарных белковых экстрактов семян фасоли 64

Палеонтология и стратиграфия

Акад. А. А. Али-заде. О цикличности развития антропогенных бассейнов и их фауны в Каспийской области

Почвоведение

Б. Г. Заславский, А. Т. Нагиев. Моделирование движения влаги и солей в почвенной толще хлопкового поля

Г. Ш. Мамедов, Ф. Л. Пириева. Бонитировка лесных почв в составе лесного кадастра Азербайджанской ССР

История

С. Ю. Касумова. Основные категории рабов в сасанидском государстве и их особенности

81

9. Текст статьи печатается на белой бумаге через два интервала на одной стороне листа стандартного размера, с полями с левой стороны (не более 28 строк на одной странице по 58—60 знаков в строке). В тексте нельзя делать рукописные вставки и вклейки.

Статьи, напечатанные на портативной машинке, не принимаются.

10. Текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан авторами в печать. В математических статьях желательно избегать доказательств теорем, лемм и т. п. При использовании в тексте сокращенных названий (кроме общепринятых) необходимо давать их расшифровку.

11. Математические и химические формулы и символы в тексте должны быть написаны четко. Следует избегать громоздких обозначений, применяя, например, дробные показатели степени вместо радикалов, а также сюр. Заномерованные формулы обязательно выключаются в красную строку, номер формулы ставится у правого края страницы. Желательно нумеровать лишь те формулы, на которые имеются ссылки. Подстрочные и надстрочные индексы и степени следует отмечать карандашом, дугами сверху и снизу:

R^n, r_n

Греческие буквы нужно обводить (в кружок) красным карандашом. Буквы готического шрифта и рукописные в рукописях не использовать, векторные величины — подчеркивать черным, буквы латинского рукописного шрифта следует отметить на полях (например, H рукоп.).

Во избежание ошибок следует четко обозначать прописные (заглавные) и строчные буквы латинского алфавита, имеющие сходное начертание (Cc; Kk; Pp; Oo; Ss; Uu; Vv; и т. д.), буквы I(i) и J(j), букву I и римскую единицу I, а также арабскую цифру 1 и римскую I, (вертикальная черта), 1 и штрих в индексах, l (латинское эль) и e. Прописные буквы подчеркивают карандашом двумя черточками снизу (C), а строчные — сверху (c.)

Следует избегать знаков типа \sim (волна), \odot , \oplus , \otimes ; \square , \square , \square , \square , \square , \square (кр. шки) над и под буквами, а также знаков:

\mathbb{X} , \mathbb{E} , \mathbb{f} , \mathbb{f} , \mathbb{f} , \mathbb{E}

Латинские названия вписываются на машинке.

Слова «теорема», «лемма», «следствие», «определение», «замечание» и т. п. следует подчеркивать штриховой чертой, а текст утверждений типа теорем — волнистой чертой (исключая математические символы).

При выборе единиц измерения рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

12. При описании методики исследования следует ограничиваться оригинальной ее частью. При элементном анализе приводить только усредненные данные.

13. Необходимо тщательно проверить написание местных географических названий.

14. Цитируемая литература приводится общим списком на отдельной странице: ссылки в тексте даются порядковым номером в круглых скобках над строкой (например, 1). Список литературы оформляется следующим образом:

для книг: инициалы и фамилии авторов, полное название книги, место и год издания;

для журнальных статей: инициалы и фамилия авторов, название журнала, номер тома, номер выпуска, страница и год издания.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

15. Все статьи должны иметь резюме на английском языке, кроме того статьи написанные на русском и азербайджанском языках должны иметь резюме на азербайджанском и на русском соответственно.

Публикация статьи в «Докладах» не препятствует напечатанию расширенного ее варианта в другом периодическом издании.

Сдано в набор 20. 10. 1982 г. Подписано к печати 19. 01. 1983 г. ФГ 120-49.

Формат бумаги 70×100^{1/16}. Бумага типографская № 1.

Гарнитура шрифта литературная. Печать высокая. Печ. лист. 7,70.

Уч. изд. лист. 5,90. Тираж 585. Заказ 518. Цена 70 коп.

Издательство «Элм». 370143 Баку-143, проспект Нариманова, 31,

Академгородок, Главное здание.

Типография «Красный Восток» Государственного комитета

Азербайджанской ССР по делам издательств, полиграфии

и книжной торговли. Баку, ул. Ази Асланова, 80.

