

ISSN 0002-3078

АЗƏРБАЙҶАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫ  
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МƏРУЗƏЛƏР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXVII ЧИЛД

1981 • 9

ЦНБ

ДАН Азерб. ССР публикует краткие сообщения об оригинальных, нигде не печатанных ранее, результатах научных исследований, представленные академиками АН Азерб. ССР, которые, тем самым берут на себя ответственность за научные достоинства представляемой статьи.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов, без определенных выводов и обобщений, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особо интересных для науки находок).

Будучи органом срочной информации, журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает и отбирает к печати статьи, объем которых допускает их публикацию в установленные решением Президиума АН Азерб. ССР сроки.

В связи со всеми перечисленными ограничениями отклонение статьи редакцией «Доклады АН Азерб. ССР» означает только, что она не согласуется с требованиями и возможностями этого журнала и не исключает ее публикации в других изданиях.

### ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Доклады АН Азерб. ССР» просит авторов руководствоваться приведенными правилами и надеется, что авторы ознакомятся с ними прежде, чем пришлют статью в редакцию.

Статьи, присланные в нарушение этих правил, к рассмотрению не принимаются.

1. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

2. Статьи с приоритетом принимаются редакцией по специальному разрешению Президиума АН Азерб. ССР. Статьи с приоритетом принимаются редакцией по специальному разрешению Президиума АН Азерб. ССР.

3. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

4. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

5. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

6. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

7. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

8. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

9. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

10. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

11. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

12. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

13. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

14. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

15. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

16. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

17. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

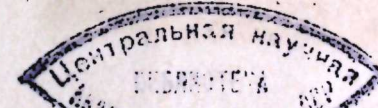
18. Статьи, представленные членами АН Азерб. ССР или академиками АН Азерб. ССР, принимаются редакцией без предварительного рассмотрения.

# МƏ'РУЗƏЛƏР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXVII ЧИЛД

№ 9

„ЕЛМ“ НƏШРИЈАТЫ—ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЭЛМ“  
БАКЫ—1981—БАКУ



Ш. К. БЛИМОВ

ОБ ОДНОЙ НЕСАМОСОПРЯЖЕННОЙ ЗАДАЧЕ СТЕКЛОВА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. И. Гусейновым)

Целью настоящей статьи является изучение свойств функции Грина и асимптотики собственных значений одной несамосопряженной задачи Стеклова (обзор по тематике—см. в [1]—[3]).

Пусть  $D \subset R^3$ —ограниченная или неограниченная область с кусочно-гладкой границей  $\Gamma$ , для которой выполняется теорема о следе [4]).

Рассмотрим, задачу

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} = 0, \tag{1}$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial n} + p(x)u - \lambda u \right) \Big|_{\Gamma} = 0, \tag{2}$$

где  $\lambda$ —спектральный параметр,  $p(x) = p_1(x) + ip_2(x)$ —комплекснозначная непрерывная функция, удовлетворяющая некоторым условиям, которые мы укажем далее. Из формулы Грина следует, что

$$\lambda \int_{\Gamma} |u|^2 ds = \int_D |\text{grad } u|^2 dx + \int_{\Gamma} p(s) |u|^2 ds \tag{3}$$

Таким образом

$$\text{Re } \lambda \int_{\Gamma} |u|^2 ds = \int_D |\text{grad } u|^2 dx + \int_{\Gamma} p_1(s) |u|^2 ds, \tag{4}$$

$$J_m \lambda \int_{\Gamma} |u|^2 ds = \int_D p_2(s) |u|^2 ds$$

Следовательно, знак мнимой части собственных значений определяется знаком мнимой части функции  $p(x)$  и при  $p_1(x) \geq p_2(x) \geq 0$  спектр расположен в области  $0 \leq \arg \lambda < \frac{\pi}{4}$ . В случае ограниченной области из соотношений (4) следует, что спектр расположен внутри некоторой полосы  $|J_m \lambda| \leq p_0$

Пусть  $u = u_1 + iu_2$ ,  $\lambda = \lambda_1 + i\lambda_2$ . Тогда

$$\Delta u_1 = 0, \quad \Delta u_2 = 0, \quad x \in D, \tag{5}$$

$$\left[ \frac{\partial u_1}{\partial n} - (\lambda_1 - p_1)u_1 + (\lambda_2 - p_2)u_2 \right] \Big|_{\Gamma} = 0, \tag{6}$$

$$\left[ \frac{\partial u_2}{\partial n} - (\lambda_2 - p_2)u_1 - (\lambda_1 - p_1)u_2 \right] \Big|_{\Gamma} = 0 \tag{7}$$

С помощью параметрикса построим функцию Грина для полупространства  $x_3 > 0$ . Решение задачи (5) с „замороженными“ коэффициен-

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Г. Б. Абдуллаев (главный редактор), М. Т. Абасов, Ал. А. Ализаде, (зам. главного редактора), В. С. Алиев, Г. А. Алиев, Дж. А. Алиев, И. Г. Алиев, Дж. Б. Гулиев, Н. А. Гулиев, М. З. Джафаров, Ф. Г. Максудов, А. А. Надиров, Ю. М. Сендов (зам. главного редактора), М. А. Топчибашев, М. А. Усейнов, Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

© Издательство „Элм“ 1981 г.

Адрес: г. Баку, Коммунистическая, 10. Редакция „Известий Академии наук Азербайджанской ССР.“

тами в точке  $x = \xi$  будем искать в виде (на плоскости  $x_3=0$  задаются условия вида (6)–(7) с правыми частями  $b_k(\xi')$ ,  $k=1, 2$ )

$$u(x) = \int_{R^2} \Gamma(x, \xi, \lambda) b(\xi') d\xi', \quad \text{где } \xi' = (\xi_1, \xi_2, 0)$$

С помощью методики работы [7] нетрудно показать, что функции  $u_k(x)$  имеют вид

$$u_k(x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{R^2} \int_{R^2} \exp[i(\alpha', x' - \xi') - |\alpha'| x_3] \frac{\Delta_k}{\Delta} d\alpha' d\xi',$$

где

$$\begin{aligned} \Delta(\xi) &= (\lambda_1 - p_1(\xi) + |\alpha'|)^2 + (\lambda_2 - p_2(\xi))^2, \\ \Delta_1(\xi) &= (\lambda_1 - p_1(\xi) + |\alpha'|) B_1 + (\lambda_2 - p_2(\xi)) B_2, \\ \Delta_2(\xi) &= (\lambda_1 - p_1(\xi) + |\alpha'|) B_2 - (\lambda_2 - p_2(\xi)) B_1, \end{aligned}$$

$|\alpha'|^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2$ ,  $B_k$  — преобразование Фурье функций  $b_1(x')$  и  $b_2(x')$ ,  $b(x') = (b_1(x'), b_2(x'))$ . Таким образом,

$$\begin{aligned} u(x) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{R^2} \int_{R^2} \frac{(\bar{\lambda} - \bar{p}(\xi') + |\alpha'|)}{\Delta(\xi')} \exp[i(\alpha', x' - \xi') - |\alpha'| x_3] b(\alpha') d\xi' d\alpha' = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{R^2} \int_{R^2} \frac{(\bar{\lambda} - \bar{p}(\xi') + |\alpha'|)}{|\lambda - p(\xi') + |\alpha'||^2} \times \\ &\times \exp[i(\alpha', x' - \xi') - |\alpha'| x_3] b(\alpha') d\xi' d\alpha'. \end{aligned} \quad (8)$$

Введем обозначение

$$H(x', x_3, \kappa) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{R^2} \frac{(\bar{\kappa} + |\alpha'|)}{|\kappa + |\alpha'||^2} \exp[i(\alpha', x') - |\alpha'| x_3] d\alpha', \quad (9)$$

где  $\kappa = \lambda - p(\xi)$ .

Тогда функция Грина задачи типа (5)–(7) с постоянными коэффициентами в полупространстве имеет вид (см. [6])

$$\begin{aligned} \Gamma(x, y, \kappa) &= \frac{1}{4\pi |x - y|} - \frac{1}{4\pi |x - \bar{y}|} + \\ &+ \int_{R^2} \frac{x_3^{(0)}}{(|x' - \xi'|^2 + |x_3^{(0)}|^2)^{3/2}} H(x' - \xi', x_3, \kappa) d\xi', \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$y = (x_1, x_2, x_3^{(0)}), \quad \bar{y} = (x_1, x_2, -x_3^{(0)})$$

Функция Грина с „замороженными“ коэффициентами в точке  $x = \xi$  для области  $D$  представляется в виде

$$G(x, y, \kappa) = \Gamma(x, y, \kappa) - \gamma(x, y, \kappa),$$

$$|\gamma(x, y, \kappa)| \leq \frac{c}{\rho(y, \Gamma)}, \quad \rho(y, \Gamma) = \text{dist}(y, \Gamma). \quad (11)$$

Пусть  $\varphi_m(\xi)$  — собственная функция соответствующая собственному значению  $\lambda_m$  задачи

$$\Delta_\xi \varphi_m(\xi) = 0,$$

$$\left( \frac{\partial \varphi_m}{\partial n} - \lambda_m \varphi_m(\xi) + p(\xi) \varphi_m(\xi) \right) \Big|_\Gamma = 0, \quad (12)$$

а функция  $g(x, \xi, \mu)$  при  $x \neq \xi$  удовлетворяет условиям

$$\Delta_\xi g(x, \xi, \mu) = 0,$$

$$\left( \frac{\partial g(x, \xi, \mu)}{\partial n} - \mu g(x, \xi, \mu) + p(x) g(x, \xi, \mu) \right) \Big|_\Gamma = 0 \quad (13)$$

Тогда из формулы Грина следует тождество

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_m(x)}{\lambda_m + \mu} &= \int_\Gamma g(x, \xi, \mu) \varphi_m(\xi) d\xi + \\ &+ \frac{1}{\lambda_m + \mu} \int_\Gamma [p(\xi) - p(x)] g(x, \xi, \mu) \varphi_m(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (14)$$

Из представлений (9)–(11) следует, что оператор  $(L + \lambda)^{-\Gamma}$  имеет след, где  $L$  — оператор соответствующий задаче (1)–(2) в  $L_2(D)$  при некоторых условиях относительно функции  $p(x)$ . Тогда по известной теореме В. Б. Лидского спектральный и матричные следы принимают конечные значения и справедливо равенство

$$S_p(L + \lambda)^{-\Gamma} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda + \lambda_n)^\Gamma} \quad (15)$$

(К этому результату можно было прийти и путем дифференцирования тождества (14), см. [8]).

Теперь предположим, что  $\lambda_m = \xi_m + i\eta_m$ ,  $|\eta_m| \leq \varepsilon |\xi_m|$  при больших  $m$ , где  $\varepsilon > 0$  — достаточно малое число.

**Теорема 1.** Пусть  $D$  неограниченная область с гладкой границей  $\Gamma$ , функция  $p(x)$  удовлетворяет условиям для  $|\xi - x| \leq 1$ ,  $c > 0$ ,  $0 < \alpha < \frac{3}{2}$ .

$$|p(\xi) - p(x)| < c p_1^2(x) |x - \xi|, \quad |p(\xi)| < c p_1(x)$$

и существует такое число  $A > 0$ , что при  $|\xi - x| > 1$

$$|p(x)| \leq A \exp \left[ \frac{1}{2} |x - \xi| \sqrt{p_1(x)} \right]$$

Тогда оператор  $(L + \lambda)^{-\Gamma}$  имеет след и

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(\lambda + \lambda_n)^\Gamma} - \frac{1}{(\lambda + \xi_n)^\Gamma} \right\} = 0 \quad (16)$$

**Теорема 2.** Пусть  $N(\lambda) = \sum_{\text{Re } \lambda_m < \lambda} 1$ . Тогда при сделанных предположениях

$$N(\lambda) \sim \int_\Gamma |H(\xi', \xi', \lambda)|^2 d\xi' \quad (17)$$

**Замечание 1.** Условие  $|\eta_m| < \varepsilon |\xi_m|$  удовлетворяется, если  $D$  ограниченная область или  $|p_2| < c |p_1|^{1-\sigma}$ ,  $0 < \sigma < 1$ .

**Замечание 2.** Накладывая определенные условия на рост функции  $p_1(x)$ , можно доказать дискретность спектра оператора  $L$ .

Доказательство теорем 1–2 приводится методами, изложенными в [5]–[8].

Литература

1. Бирман М. Ш., Соломяк М. З. Итоги науки и техники. Матем. анализ, 14, стр. 5—58, ВИНТИ, 1977. 2. Березанский Ю. М. Труды семинара по функциональному анализу, вып. 2. Киев, 1970. 3. Clark C. SIAM Rev., vol. 9, № 4, p.p. 627—648, 1967. 4. Мизохата С. Теория уравнений с частными производными. „Мир“, М., 1977. 5. Костюченко А. Г. Четвертая летняя математическая школа. Киев, 1968. 6. Баимов Ш. К. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-тех. и матем. наук, 2, стр. 98—103, 1976. 7. Баимов Ш. К. Дифференц. уравнения, XIV, № 4, стр. 724—727, 1978. 8. Титчмарш Е. Ч. Разложения по собственным функциям, т. 2, М., 1961.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 3. VII 1989

Ш. К. Баймов

ӨЗ-ӨЗҮНЭ ГОШМА ОЛМАЖАН БИР СТЕКЛОВ МЭСЭЛЭСИ ҢАГГЫНДА

Икинчи тэртиб эллиптик тэнлик үчүн сөрһөд шэртинэ спектрал параметр вэ комплексијмөдди функсија дахил олан мөсөлөһини Грин функсијасы, мөхсуси гнјмөтлэрин хөссөлэри тэдгиг едиллр. Эмсаллар үзэринэ мүхтөлиф шэртлэр гојмагла тэрс операторун мүсбөт гүввэлэринэ ујгун спектрал из өјрөһилмиш, мөхсуси эдөдлэрин јерлөшдији област мүэјјөнлөшдирилмишдир. Исбат едиллр ки, мөсөлэ мөһдуд областа өјрөһилдикдө спектр мүэјјөн золагда јерлөшир.

Sh. K. Baimov

ON A NONSELF-ADJOINT PROBLEM OF STEKLOV TYPE

Boundary value problems of Steklov type are considered in a bounded domain for nonself-adjoint operators. The Green's functions are constructed and the asymptotic formula for a number of eigenvalues is obtained.

УДК 517.946

МАТЕМАТИКА

И. С. ЗЕЙНАЛОВ

ОБ ОДНОЙ НЕКОРРЕКТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ АБСТРАКТНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Au, \quad (1)$$

где  $A$  — замкнутый оператор в банаховом пространстве  $E$ , со всюду плотной областью определения  $D(A)$  и его спектр  $\text{Re Sp}(A) < 0$ . Такие уравнения мы будем называть абстрактными параболическими.

Пусть задано  $U_0$  такое, что  $U_0 \in E$ . Требуется найти функцию  $U_i(t) \in D(A)$ , удовлетворяющую (1) и условию

$$\|U_i(T) - U_0\| < \epsilon, \quad (2)$$

где  $\epsilon > 0$ ,  $T > 0$  — любые заданные числа.

Аналогичная задача для гильбертова пространства методом квазиобращения решена в [1]. При этом существенно использована специфика гильбертова пространства.

И. В. Мельниковой эта задача решена в банаховом пространстве тем же методом при условии  $|\text{Im Sp}(A)| < \rho$ , [6]. В данной работе исследуется уравнение (1), спектр оператора  $A$  которого находится повсюду в левой полуплоскости либо  $1^\circ$  в секторе  $\frac{3}{4}\pi \arg \text{sp}(A) <$

$< \frac{5}{4}\pi$ , либо  $2^\circ$  вне его пределов.

К решению задачи (1), (2) применен более рациональный метод, представляющий собой комбинацию метода регуляризации [2, 3] и метода контурного интеграла [4]. Пусть выполняется условие  $1^{**}$ .

Обозначим:  $R_\delta$  — область значений, удовлетворяющих неравенства

$$|\lambda| \geq R, \quad |\arg \lambda| \leq \frac{3\pi}{8} + \delta,$$

где  $\delta > 0$  достаточно малое, а  $R$  достаточно большое положительное число;  $S$  — бесконечный разомкнутый контур, расположенный в области  $R_\delta$ , причем часть контура  $S$ , находящегося вне круга достаточно большого радиуса с центром в начале координат  $\lambda$  — плоскости, совпадает с продолжениями лучей

$$\arg \lambda = \pm \left( \frac{3\pi}{8} + \delta \right).$$

Доказывается

Теорема. Пусть  $U_0 \in D(A^2)$ , тогда

$$U_\varepsilon(t) = \frac{-1}{\pi \sqrt{-1}} \int_S \exp[\lambda^2(t-T) - \varepsilon\lambda^4] \lambda R(\lambda^2, A) U_0 d\lambda \quad (3)$$

является решением уравнения (1), и при  $t=T$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} U_\varepsilon(T) = U_0,$$

где  $R(\lambda^2, A)$  резольвента оператора  $A$ .

Доказательство проведем непосредственной проверкой.

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_\varepsilon}{\partial t} - AU_\varepsilon &= \frac{1}{\pi \sqrt{-1}} \int_S \exp[\lambda^2(t-T) - \varepsilon\lambda^4] \lambda [A - \lambda^2 J] R(\lambda^2, A) U_0 d\lambda = \\ &= \frac{U_0}{\pi \sqrt{-1}} \int_S \exp[\lambda^2(t-T) - \varepsilon\lambda^4] \lambda d\lambda = 0, \end{aligned}$$

(так как подынтегральная функция на контуре  $S$  убывает быстрее  $\lambda^{-2}$ ).

Для полного доказательства теоремы покажем, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} U_\varepsilon(T) = U_0.$$

Известно [5], что если  $U_0 \in D(A)$ , то

$$\|R(\lambda^2, A) U_0\| \rightarrow 0, \text{ при } |\lambda| \rightarrow \infty (\lambda \in R_\varepsilon).$$

Кроме того,

$$R(\lambda^2, A) U_0 = -\frac{U_0}{\lambda^2} + \frac{R(\lambda^2, A) AU_0}{\lambda^2} \quad (4)$$

Согласно условию теоремы

$$U_0 \in D(A^2) \subset D(A).$$

Поэтому, при  $|\lambda| \rightarrow \infty (\lambda \in R_\varepsilon)$

$$\|R(\lambda^2, A) AU_0\| \rightarrow 0.$$

Принимая во внимание (4), из (3) получаем:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} U_\varepsilon(T) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-1}{\pi \sqrt{-1}} \int_S \exp(-\varepsilon\lambda^4) \lambda R(\lambda^2, A) U_0 d\lambda = \\ &= \frac{U_0}{\pi \sqrt{-1}} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_S \frac{\exp(-\varepsilon\lambda^4)}{\lambda} d\lambda - \frac{1}{\pi \sqrt{-1}} \int_S \frac{R(\lambda^2, A) AU_0}{\lambda} d\lambda \quad (5) \end{aligned}$$

Поскольку подынтегральная функция второго слагаемого в правой части (5) убывает с ростом  $|\lambda|$  быстрее, чем  $\lambda^{-2}$  и является аналитической по  $\lambda$  в области  $R_\varepsilon$ , то второй интеграл в правой части (5) равен нулю, и мы приходим к соотношению:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} U_\varepsilon(T) = \frac{U_0}{\pi \sqrt{-1}} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_S \lambda^{-1} \exp(-\varepsilon\lambda^4) d\lambda = U_0.$$

Что и требовалось доказать.

При выполнении условия 2° область  $R_\varepsilon$  выбирается по-другому.

Таким образом, доказана сходимость функции  $U_\varepsilon(T)$  к заданной  $U_0$ , при условии, что  $U_0 \in D(A^2)$ . Но для замкнутого оператора  $A$  со всюду плотной в пространстве  $E$  областью определения все  $D(A^n)$ ,  $n=1, 2, \dots$  плотны в  $E$  [5].

Следовательно, для любой функции  $U_0 \in E$  можно построить последовательность  $U_{0n} \rightarrow U_0$  ( $U_{0n} \in D(A^2)$ ) и последовательность приближенных решений рассматриваемой задачи  $U_{\varepsilon n}(t)$ , для которых  $U_{\varepsilon n}(T)$  сходятся к  $U_0$  при  $\varepsilon \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ .

#### Литература

1. Латтес Р., Лионс Ж. Л. Метод квазиобращения и его приложения. Мир. М., 1970.
2. Тихонов А. Н. ДАН СССР, 151, № 3, стр. 503-504, 1963.
3. Тихонов А. Н. ДАН СССР, 153, № 1, стр. 49-52, 1963.
4. Расулов М. Л. Применения метода контурного интеграла. Наука, 1975.
5. Крейн С. Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. Наука. М., 1967.
6. Мельникова И. В. Методы решения условнокорректных задач. Сб. статей Свердловск, 1970.

Институт математики и механики

Поступило 5. V 1980

И. С. Зеиналов

#### БАНАХ ФЭЗАСЫНДА МҮЧЭРРЭД ПАРАБОЛИК ТЭНЛИК ҮЧҮН ГОЈУЛМУШ КОРРЕКТ ОЛМАЖАН БИР МЭСЭЛЭ ЫАГГЫНДА

Мэгалэдэ Е банах фэзасында мүчэррэд параболік тэнлік үчүн гојулмуш коррект олмажан мэсэлэнин хусуси сечилмиш контур үзрэ сүр'этлэ јыгылаи интеграл шэклиндэ һөллинин варлыгы исбат олуиумшдур.

I. S. Zeinalov

#### OF ONE INCORRECT PROBLEM FOR ABSTRACT PARABOLIC EQUATION IN BANACH SPACE

In this paper Cauchy problem with back stream of time for abstract parabolic equation in Banach space is proved.

Т. М. КЕРИМОВ

**КРИТЕРИЙ РЕГУЛЯРНОСТИ ГРАНИЧНОЙ ТОЧКИ  
ОТНОСИТЕЛЬНО СМЕШАННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ  
ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

В [1] была рассмотрена смешанная краевая задача для равномерно эллиптического уравнения второго порядка в неливергентной форме с гельдеровыми коэффициентами. В [1] найдены достаточные условия существования классического решения такой задачи. В настоящей статье изучается смешанная краевая задача (задача Зарембы) для дивергентного равномерно эллиптического уравнения второго порядка с измеримыми ограниченными коэффициентами. Данные Дирихле заданы на произвольном замкнутом подмножестве  $F$  границы, имеющем положительную емкость Винера. На оставшейся части границы конормальная производная обращается в нуль в обобщенном смысле. Цель настоящей работы — доказательство принципа максимума модуля (теорема 1) и вывод необходимого и достаточного условия непрерывности любого решения в точке границы множества  $F$ -условия регулярности точки по Винеру (теорема 2).

Рассмотрим ограниченную область  $G$  в  $R^n$  с границей  $\Gamma$ . Предполагаем, что поверхность  $\Gamma$  принадлежит классу Липшица. Пусть

$$Lu \equiv - \sum_{i,j=1}^n (a_{ij}(x) u_{x_j})_{x_i} + \sum_{i=1}^n a_i(x) u_{x_i} + a(x) u$$

— равномерно эллиптический оператор в  $G$  с измеримыми вещественными ограниченными коэффициентами. Будем считать, что для всех  $\xi \in R^n$  и почти всех  $x \in G$

$$\alpha \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \geq a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \geq \beta \sum_{i=1}^n \xi_i^2, \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

$$\sum_{i=1}^n |a_i(x)| + |a(x)| \leq A.$$

Допустим, что на  $\Gamma$  выделено замкнутое подмножество положительной емкости в смысле Винера  $\text{Cap}(F)$  (см. [2]). Как обычно, через  $W_2^1(G)$  обозначается пространство С. Л. Соболева, содержащее функции, квадратично суммируемые в  $G$  вместе со своими обобщенными градиентами. Так как  $\Gamma$  принадлежит классу  $C^{0,1}$ , то любая функция  $W_2^1(G)$  может быть приближена в норме пространства  $W_2^1(G)$  последовательностью функций из  $C^\infty(\bar{G})$ . Существует огра-

ниченный линейный оператор продолжения  $W_2^1(G) \rightarrow W_2^1(R^n)$  (см. [3]).

Известно [4], что каждая функция  $u \in W_2^1(G)$  почти всюду совпадает с функцией  $u^*$ , обладающей следующим свойством квазинепрерывности. Для любого  $\epsilon > 0$  существует открытое множество  $\omega \subset R^n$ ,  $\text{Cap}(\omega) < \epsilon$  такое, что суждение  $u^*$  на  $\bar{G} \setminus \omega$  непрерывно. Это свойство позволяет говорить о следе  $u|_F$  функции  $u$  на множестве  $F$ , подразумевая под этим след квазинепрерывной функции  $u^*$ . Пространство следов на  $F$  функций из пространства  $W_2^1(G)$  обозначим через  $W_2^{1/2}(F)$ .

Обозначим еще через  $W_2^1(G^-)$  пространство пространства  $W_2^1(G)$ , содержащее функции с нулевым следом на  $F$ . В [4] показано, что  $W_2^1(G, F)$  совпадает с пополнением пространства гладких функций на  $\bar{G}$ , равных нулю в окрестности множества  $F$ . Введем пространство  $[W_2^1(G, F)]^*$  линейных функционалов на  $W_2^1(G, F)$ .

Поставим задачу Зарембы следующим образом.

Пусть  $f \in [W_2^1(G, F)]^*$  и  $\varphi \in W_2^{1/2}(F)$ . Требуется определить функцию  $u \in W_2^1(G)$  такую, что: (а) для всех  $v \in W_2^1(G, F)$  справедливо тождество

$$\int_G \left[ \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) u_{x_j} v_{x_i} + \left( \sum_{i=1}^n a_i(x) u_{x_i} + a(x) u + \lambda u \right) v \right] dx = \int_G f v dx, \quad (1)$$

где  $\lambda = \text{const}$ .

$$(\beta) \quad u|_F = \varphi$$

Это — обобщенная постановка классической краевой задачи

$$(L + \lambda) u = f \quad \text{в } G \quad (2)$$

$$u = \varphi \quad \text{на } F, \quad \partial u / \partial \nu = 0 \quad \text{на } \Gamma \setminus F, \quad (3)$$

где  $\nu$  — конормаль к  $\Gamma$ .

В последующем, говоря о  $W_2^1$ -решении задачи (2)–(3), будем подразумевать функцию  $u \in W_2^1(G)$ , удовлетворяющую условиям (а), (б).

Однозначная разрешимость в  $W_2^1(G)$  задачи (2)–(3) при больших положительных  $\lambda$  следует из леммы Лакса — Мильграма (см. [5], гл. 2, § 9). По известной схеме доказывается дискретность спектра оператора  $L$  и теоремы Фредгольма для задачи (2)–(3).

Теорема 1. (Принцип максимума). Пусть  $a(x) \geq 0$  и  $\varphi \in W_2^{1/2}(F) \cap L_\infty(F)$ . Для решения задачи

$$Lu = 0 \quad \text{в } G, \quad u = \varphi \quad \text{на } F, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 \quad \text{на } \Gamma \setminus F \quad (4)$$

имеют место оценки

$$\|u_+\|_{L_\infty(G)} \leq \|\varphi_+\|_{L_\infty(F)} \quad (5)$$

$$\|u_-\|_{L_\infty(G)} \leq \|\varphi_-\|_{L_\infty(F)}, \quad (6)$$

где  $W_+$ ,  $W_-$  — неотрицательная и неположительная части функции  $W$ .

Доказательство. Пусть  $M$  и  $N$  — любые числа, удовлетворяющие неравенствам  $\|\varphi_+\|_{L_\infty(F)} < M < N$  и  $u_N = \min\{u, N\}$ . Так как  $u|_F = \varphi$ , то  $u_N|_F = \varphi$  и  $(u_N - M) \in \overset{\circ}{W}_2^1(G, F)$ . Поскольку  $(u_N - M)_+$  — ограниченная функция, то  $(u_N - M)_+^{2\kappa-1} \in \overset{\circ}{W}_2^1(G, F)$  для любого целого  $\kappa > 0$ . Пусть сначала  $C(x) > \varepsilon = \text{const} > 0$ . Подставим в (1) функцию  $v = (u_N - M)_+^{2\kappa-1}$ . Тогда

$$(2\kappa-1) \int_G \sum_{i,j=1}^n a_{ij} u_{x_i} u_{x_j} (u_N - M)_+^{2\kappa-2} dx + \int_G \sum_{i=1}^n a_i u_{x_i} (u_N - M)_+^{2\kappa-1} dx + \varepsilon \int_G u (u_N - M)_+^{2\kappa-1} dx \leq 0 \quad (7)$$

В силу неравенства Буняковского

$$\left| \int_G \sum_{i=1}^n a_i u_{x_i} (u_N - M)_+^{2\kappa-1} dx \right| \leq C \left( \int_G \sum_{i,j=1}^n a_{ij} u_{x_i} u_{x_j} (u_N - M)_+^{2\kappa-2} dx \right)^{1/2} \times \left( \int_G u (u_N - M)_+^{2\kappa} dx \right)^{1/2} \quad (8)$$

и, так как  $u \geq u_N - M$  на множестве  $\{x : u_N \geq M\}$ , то левая часть (8) оценивается величиной

$$C\varepsilon^{-1} \int_G \sum_{i,j=1}^n a_{ij} u_{x_i} u_{x_j} (u_N - M)_+^{2\kappa-2} dx + \varepsilon/2 \int_G u (u_N - M)_+^{2\kappa-1} dx$$

Отсюда и из (7) следует неравенство

$$(2\kappa-1-C\varepsilon^{-1}) \int_G \sum_{i,j=1}^n a_{ij} u_{x_i} u_{x_j} (u_N - M)_+^{2\kappa-2} dx + \varepsilon/2 \int_G u (u_N - M)_+^{2\kappa-1} dx \leq 0 \quad (9)$$

Выберем число  $\kappa$  так, чтобы выполнялось неравенство  $2\kappa-1 > C\varepsilon^{-1}$ . Тогда из (9) получаем, что  $u (u_N - M)_+^{2\kappa-1} = 0$ . Следовательно,  $(u_N - M)_+ = 0$  или, что равносильно,  $u \leq M$  почти всюду на  $G$ . Итак, оценка (5) доказана при дополнительном условии  $a(x) \geq \varepsilon > 0$ . Повторяя те же рассуждения для функции  $u$ , выводим (6) при том же условии  $a(x) \geq \varepsilon > 0$ .

Пусть функция  $a(x)$  только неотрицательна. Рассмотрим решение задачи (4) для оператора  $L + \varepsilon$ . В силу альтернативы Фредгольма и оценок (5), (6) такое решение существует и единственно. Из (5) и (6) следует также, что семейство  $\{u^{(\varepsilon)}\}$  ограничено в  $W_2^1(G)$ . Отсюда и из интегрального тождества (1) вытекает, что это семейство ограничено в  $W_2^1(G)$  и, значит, слабо компактно в  $W_2^1(G)$ . Выделяя из  $\{u^{(\varepsilon)}\}$  слабо сходящуюся в  $W_2^1(G)$  последовательность и переходя к пределу в интегральном тождестве (1), получаем решение  $u \in W_2^1(G)$  задачи (2)–(3). Так как пространство  $W_2^1(G)$  компактно вложено в  $L_2(G)$ , то решение  $u$  есть предел в  $L_2(G)$  последовательности функций из  $\{u^{(\varepsilon)}\}$ . Переходя к пределу при  $\varepsilon \rightarrow 0$  при почти всех  $x$  в неравенствах

$$-\|\varphi_-\|_{L_\infty(F)} \leq u^{(\varepsilon)}(x) \leq \|\varphi_+\|_{L_\infty(F)}$$

получаем (5), (6) при  $a(x) \geq 0$ . Теорема доказана.

Неравенства (5), (6) позволяют расширить по непрерывности обратный оператор задачи (4), первоначально заданный при  $\varphi \in C^{0,1}$  на пространство непрерывных функций  $C(\cdot)$ . Функцию  $u$  из области значений упомянутого обратного оператора будем называть  $L_\infty$ -решением задачи (4).

Определение. Будем говорить, что точка множества регулярна для задачи Зарембы (4), если  $L_\infty$ -решение этой задачи непрерывно в точке  $O$ , какова бы ни была функция  $\varphi \in C(F)$ .

Из результатов работы [5] следует, что все внутренние точки множества  $F$  являются регулярными. Более того, если в такой точке функция  $\varphi$  удовлетворяет условию Гельдера, то  $L_\infty$ -решение также удовлетворяет условию Гельдера, но, возможно, с другим показателем. Гельдеровость решения на множестве  $\bar{G}/F$  — хорошо известный факт (см. [7]).

Далее найдено необходимое и достаточное условие регулярности точки.

Теорема 2. Пусть  $a(x) \geq 0$ . Точка  $O \in \partial F$  регулярна для задачи (4) в том и только в том случае, если

$$\sum_{\kappa=1}^n 2^{\kappa(n-2)} \text{cap}(F \cap D_{2^{-\kappa}}) = \infty, \quad (10)$$

где  $D_r$  — шар с центром в точке  $O$  радиуса  $r$ .

Доказательство. Из определения регулярной точки следует, что достаточно найти необходимое и достаточное условие непрерывности в точке  $O$  любого  $W_2^1$ -решения задачи (4) при  $\varphi \in C^{0,1}(F)$ . Так как  $\Gamma$  — липшицева поверхность, то в окрестности каждой своей точки она может быть отображена на гиперплоскость при помощи липшицева взаимно однозначного преобразования. После такого преобразования коэффициенты оператора  $L$  останутся ограниченными и измеримыми. Поэтому без ограничения общности можно считать, что пересечение области  $G$  с единичным шаром  $D_1$  есть полушар  $D_1^+ = \{x, x_n > 0, |x| < 1\}$ . Пусть  $D_1^- = D_1 \setminus D_1^+$  и  $x' = (x_1, \dots, x_n)$ . Продолжим решение  $u$  и коэффициенты  $a_{nn}, a_{ij}, a_i, a$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, n-1$ , на полушар  $D_1^-$  четным образом и полученные функции в шаре  $D_1$  обозначим  $U, A_{nn}, A_{ij}, A_i, A$ . Пусть  $A_{in}, A_{ni}, A_n$  ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) — нечетные продолжения функции  $a_{in}, a_{ni}, a_i$  на шар  $D_1$ . Так как  $u \in W_2^1(D_1^+)$ , то частные производные  $U$  функции абсолютно непрерывны на почти всех отрезках, содержащихся в  $D_1$  и параллельных осям координат. Поэтому  $U \in W_2^1(D_1)$  (см. [4]). Из тождества (1) следует, что для всех  $V \in \overset{\circ}{W}_2^1(D_1 \setminus F)$

$$\int_{D_1} \left[ \sum_{i,j=1}^n A_{ij}(x) U_{x_i} V_{x_j} + \left( \sum_{i=1}^n A_i(x) U_{x_i} + A(x) U \right) V \right] dx = 0$$

Кроме того, след функции  $U$  на  $F \cap D_1$  равен  $\varphi$ . Итак, на  $D_1 \setminus F$  функция  $U$  является  $W_2^1$ -решением уравнения

$$MU \equiv - \sum_{i,j=1}^n (A_{ij}(x) U_{x_i})_{x_j} + \sum_{i=1}^n A_i(x) U_{x_i} + A(x) U = 0$$



с ограниченными измеримыми коэффициентами и удовлетворяет условию Дирихле  $U = \varphi$  на  $D_1 \cap \Gamma$  в обобщенном смысле. Значит, точка  $O$  регулярна для задачи Зарембы в том и только в том случае, если она регулярна относительно задачи Дирихле для оператора  $M$ , рассматриваемого на  $D_1 \setminus \Gamma$ . Применяя критерий Винера регулярности граничной точки для задачи Дирихле (см. [6]), заканчиваем доказательство теоремы.

*Замечание.* Не изменяя доказательства, можно получить достаточность условия (10) без предположения  $\Gamma \in C^{0,1}$ . Грубо говоря, можно считать, что вне множества  $\Gamma$  граница  $\Gamma$  липщицева и ничего не требовать от множества  $\Gamma$ . Более точно доказательство проходит, если для некоторой окрестности  $U$  точки  $O$  существует взаимно однозначное отображение  $\mu: U \cap G \rightarrow R_+^n$  липщицево вместе с обратным и такое что  $\mu(U \cap (\Gamma \setminus F)) \subset R^{n-1}$ .

#### Литература

1. Керимов Т. М. УМН, т. 32, № 6, 193, 1977, 250—256. 2. Ландкоф Н. С. Основы современной теории потенциала. Наука, М., 1966. 3. Стейн И. Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций. Мир, М., 1973. 4. Делпю Т., Lions T. L. Am. Inst. Fourier, 5, 1955, 305—370. 5. Лионс Ж. Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. Мир, М., 1971. 6. Литтман У., Стампаккья Г., Вейнбергер Г. Ф. Сб. переводов "Математика", 9: 2, 1965, 74—97. 7. Ландис Е. М. Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов. Наука, М., 1971.

Институт народного хозяйства  
им. Д. Буниятзаде

Поступило 20. II 1981

Т. М. Керимов

#### ИКИНЧИ ТЭРТИБ ЕЛЛИПТИК ТЭНЛИКЛЭР ҮЧҮН ГАРЫШЫГ СЭРХЭД МЭСЭЛЭСИНИН СЭРХЭД НӨГТЭСИНЭ НЭЗЭРЭН РЕГУЛЈАРЛЫГ ЭЛАМЭТИ

Мөгаләдә икинчи тәртиб мөһдуд өлчүлү өмсәллы дивергент мүнәзәм елллиптик тәнликләр үчүн гарышыг сәрхәд мәсәләсинин истәнилән үмүмләшмиш һәллинин Дирихле вә Нейман шәртләринин уҗуғ олараг верилдикләри сәрхәд һиссәләринин чаландыгы нөгтәләрини әтрафында кәсилмәзлији үчүн зәрури вә кафи шәрт тапылыр.

T. M. Kerimov

#### THE CRITERION OF REGULARITY OF THE BOUNDARY POINT WITH RESPECT TO THE MIXED TYPE BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR ELLIPTIC SECOND ORDER EQUATION

The mixed boundary value problem (the Zaremba problem) for elliptic second order equation in divergence form with bounded measurable coefficients is considered. Necessary and sufficient condition for continuity of solutions in a boundary point is given.

С. Р. ОРУДЖЕВ

#### О СВЯЗИ МЕЖДУ $R$ -ПОРЯДКОМ И ТИПОМ ФУНКЦИИ И ЕЕ НАИЛУЧШИМИ ПРИБЛИЖЕНИЯМИ В СРЕДНЕМ НА ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПРЯМЫХ И ПОЛУПЛОСКОСТЯХ ПОСРЕДСТВОМ КВАЗИПОЛИНОМОВ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым.)

В работе [1] автором изучался вопрос о связи между  $R$ -порядком ( $R$ -типом) и ее наилучшими приближениями на вертикальных прямых и полуплоскостях посредством квазиполиномов в случае  $p = 2$ .

В настоящей статье сначала рассматривается аналогичная задача для произвольного  $p \geq 1$ , а затем изучается наилучшее приближение функции двух комплексных переменных на вертикальных прямых и октантах посредством квазиполиномов двух переменных.

Пусть  $\Lambda = \{\lambda_n\}$  — фиксированная последовательность действительных чисел, удовлетворяющая условию

$$0 < \lambda_2 < \lambda_1 < \dots < \lambda_n < \dots, \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \lambda_n = 0. \quad (1)$$

Обозначим через  $D(\Lambda, \bar{\sigma})$  множество всех функций  $f(z)$ , для которых в полуплоскости  $\operatorname{Re} z > \bar{\sigma}$  имеет место представление рядом Дирихле с показателями  $\Lambda$

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k e^{-\lambda_k z}, \quad z = \sigma + it, \quad (2)$$

где  $\bar{\sigma}$  постоянное.

В частности,  $D(\Lambda, -\infty)$  представляет собой множество всех функций  $f(z)$  определенных во всей комплексной плоскости ( $z$ ) рядом (2) с показателями  $\Lambda$ .

Пусть, далее  $K_n$  — всевозможные квазиполиномы

$$Q_n(z) = \sum_{k=1}^n a_k^{(n)} e^{-\lambda_k z}$$

с показателями  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). Ясно, что  $Q_n(z) \in D(\Lambda, -\infty)$ .

Пусть  $p \geq 1$  — фиксированное число. Введем в рассмотрение следующие величины

$$\|f(z)\|_{L_p(\sigma)}^{(1)} = \left( \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(\sigma + it)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} < \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| e^{-\lambda_n \sigma} < +\infty, \quad \sigma > \bar{\sigma}.$$

$$\|f(z)\|_{L_p(\sigma)}^{(2)} = \left( \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{\sigma}^{+\infty} \int_{-T}^T |f(\sigma + it)|^p dt d\sigma \right)^{\frac{1}{p}} <$$

$$\leq \left( \int_{\sigma}^{+\infty} \left( \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| e^{-\lambda_n \sigma} \right)^p d\sigma \right)^{\frac{1}{p}}.$$

В этом случае, в силу интегрального неравенства Минковского (см. [2], стр. 12), имеем

$$\|f(z)\|_{L_p(\sigma)}^{(2)} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \left( \int_{\sigma}^{+\infty} (|a_n| e^{-\lambda_n \sigma})^p d\sigma \right)^{\frac{1}{p}} \leq \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \cdot \frac{e^{-\lambda_n \sigma}}{\sqrt[p]{p \lambda_n}} < +\infty, \sigma > \bar{\sigma}.$$

Пусть

$$P_n(z) = \sum_{k=1}^n a_k e^{-\lambda_k z}, \Delta_n^{(1)}(f, \sigma, p) = \inf_{Q_n \in K_n} \|f(z) - Q_n(z)\|_{L_p(\sigma)}^{(1)},$$

$$\Delta_n^{(2)}(f, \sigma, p) = \inf_{Q_n \in K_n} \|f(z) - Q_n(z)\|_{L_p(\sigma)}^{(2)}, \sigma > \bar{\sigma}.$$

$$\Delta_n^{(1)}(f, \sigma, p) = \inf_{Q_n \in K_n} \left( \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - Q_n(\sigma + it)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} <$$

$$< \left( \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - P_n(\sigma + it)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} < \sum_{k=n+1}^{\infty} |a_k| e^{-\lambda_k \sigma},$$

следовательно,

$$\Delta_n^{(1)}(f, \sigma, p) < \sum_{k=n+1}^{\infty} |a_k| e^{-\lambda_k \sigma}, \sigma > \bar{\sigma}. \quad (3)$$

Далее

$$\Delta_n^{(2)}(f, \sigma, p) < \left( \int_{\sigma}^{+\infty} \left( \sum_{k=n+1}^{\infty} |a_k| e^{-\lambda_k \sigma} \right)^p d\sigma \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Применяя упомянутое неравенство Минковского, из последнего соотношения находим

$$\Delta_n^{(2)}(f, \sigma, p) < \left( \int_{\sigma}^{+\infty} \left( \sum_{k=n+1}^{\infty} |a_k| e^{-\lambda_k \sigma} \right)^p d\sigma \right)^{\frac{1}{p}} < \sum_{k=n+1}^{\infty} |a_k| \cdot \frac{e^{-\lambda_k \sigma}}{\sqrt[p]{p \lambda_k}}, \sigma > \bar{\sigma}. \quad (4)$$

$$f(z) - Q_n(z) = \sum_{k=1}^n (a_k - a_k^{(n)}) e^{-\lambda_k z} + \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k e^{-\lambda_k z}.$$

Умножая обе части этого равенства на  $\frac{1}{2T} e^{i\lambda_n t}$  и интегрируя на отрезке  $[-T, T]$ , получим

$$a_{n+1} e^{-\lambda_{n+1} \sigma} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [f(\sigma + it) - Q_n(\sigma + it)] e^{i\lambda_n t} dt \right\}.$$

Откуда, в силу интегрального неравенства Гельдера, заключаем

$$|a_{n+1}| e^{-\lambda_{n+1} \sigma} \leq \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \left( \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - Q_n(\sigma + it)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} \cdot (2T)^{\frac{1}{q}} \right\} =$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - Q_n(\sigma + it)|^p dt \right\}^{\frac{1}{p}},$$

где  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ,  $\frac{1}{p} = 1 - \frac{1}{q}$ . Следовательно,

$$|a_{n+1}| e^{-\lambda_{n+1} \sigma} \leq \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - Q_n(\sigma + it)|^p dt \right\}^{\frac{1}{p}}. \quad (5)$$

Левая часть последнего неравенства не зависит от  $Q_n$  и поэтому

$$|a_{n+1}| e^{-\lambda_{n+1} \sigma} \leq \inf_{Q_n \in K_n} \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - Q_n(\sigma + it)|^p dt \right\}^{\frac{1}{p}} <$$

$$< \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - P_n(\sigma + it)|^p dt \right\}^{\frac{1}{p}}.$$

Из последнего неравенства, в силу (3), окончательно находим

$$|a_{n+1}| e^{-\lambda_{n+1} \sigma} < \Delta_n^{(1)}(f, \sigma, p) < \sum_{k=n+1}^{\infty} |a_k| e^{-\lambda_k \sigma}, \sigma > \bar{\sigma}. \quad (6)$$

Считая  $\sigma > \bar{\sigma}$  и возводя обе части неравенства (5) в  $p$ -ую степень, и проинтегрировав на интервале  $[\sigma, +\infty[$ , имеем

$$\frac{|a_{n+1}|^p e^{-\lambda_{n+1} p \sigma}}{\lambda_{n+1} p} \leq \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{\sigma}^{+\infty} \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - Q_n(\sigma + it)|^p dt d\sigma \right\}.$$

Заметим, что левая часть последнего неравенства не зависит от  $Q_n$ , следовательно,

$$\left( \frac{|a_{n+1}|^p e^{-\lambda_{n+1} p \sigma}}{\lambda_{n+1} p} \right)^{\frac{1}{p}} < \inf_{Q_n \in K_n} \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{\sigma}^{+\infty} \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - Q_n(\sigma + it)|^p dt d\sigma \right\}^{\frac{1}{p}} <$$

$$< \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{\sigma}^{+\infty} \int_{-T}^T |f(\sigma + it) - P_n(\sigma + it)|^p dt d\sigma \right\}^{\frac{1}{p}}.$$

Отсюда, учитывая неравенство (4), получим

$$\frac{|a_{n+1}| e^{-\lambda_{n+1} \sigma}}{\sqrt[p]{p \lambda_{n+1}}} < \Delta_n^{(2)}(f, \sigma, p) < \sum_{k=n+1}^{\infty} |a_k| \cdot \frac{e^{-\lambda_k \sigma}}{\sqrt[p]{p \lambda_k}}, \sigma > \bar{\sigma}. \quad (7)$$

Положим

$$M(\sigma) = \sup_{-\infty < t < +\infty} |f(\sigma + it)|, \rho = \overline{\lim}_{\sigma \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln M(\sigma)}{-\sigma}, \tau = \overline{\lim}_{\sigma \rightarrow +\infty} \frac{\ln M(\sigma)}{e^{-\rho \sigma}}.$$

$\rho, \tau$  — называют соответственно  $R$ -порядком  $\rho$  и  $R$ -типом  $\tau$  функции  $f(z) \in D(\Lambda, -\infty)$ .

Известно (см. [3], стр. 175—178), что если  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \ln n / \lambda_n = H < \infty$ ,

то  $R$ -порядок  $\rho$  вычисляется по формуле  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \ln |a_n| / \lambda_n \ln \lambda_n = -\frac{1}{\rho}$ ,

а при условии  $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln n / \lambda_n = 0$ ,  $R$ -тип  $\tau$  вычисляется по формуле

$$\tau = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda_n}{e \rho} |a_n| \sqrt[n]{\lambda_n}.$$

Неравенства (6) и (7) являются основными для установления следующих утверждений.

**Теорема 1.** Для того, чтобы функция  $f(z) \in D(\Lambda, \bar{\sigma})$  принадлежала классу  $D(\Lambda, -\infty)$ , необходимо и достаточно выполнение одного из следующих условий:

$$1^\circ. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \Delta_n^{(1)}(f, \sigma, \rho) / \lambda_{n+1} = -\infty, \quad (8)$$

$$2^\circ. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \Delta_n^{(2)}(f, \sigma, \rho) / \lambda_n = -\infty, \quad (9)$$

хотя бы для одного конечного  $\sigma$  большего  $\bar{\sigma}$ .

**Теорема 2.** Для того, чтобы функция  $f(z) \in D(\Lambda, \bar{\sigma})$  принадлежала классу  $D(\Lambda, -\infty)$  и имела  $R$ -порядок  $\rho$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно из следующих равенств

$$1^\circ. \quad \rho = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{n+1} \ln \lambda_{n+1}}{-\ln \Delta_n^{(1)}(f, \sigma, \rho)}, \quad 2^\circ. \quad \rho = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{n+1} \ln \lambda_{n+1}}{-\ln \Delta_n^{(2)}(f, \sigma, \rho)}$$

хотя бы для какого-нибудь одного  $\sigma$ ,  $\sigma > \bar{\sigma}$ .

**Теорема 3.** Для того, чтобы функция  $f(z) \in D(\Lambda, \bar{\sigma})$  принадлежала классу  $D(\Lambda, -\infty)$  и имела  $R$ -порядок  $\rho$  ( $0 < \rho < \infty$ ) и  $R$ -тип  $\tau$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно из следующих равенств

$$1^\circ. \quad \tau = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{n+1}}{\rho e^{1-\sigma\rho}} [\Delta_n^{(1)}(f, \sigma, \rho)]^{\frac{\rho}{n+1}}$$

$$2^\circ. \quad \tau = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{n+1}}{\rho e^{1-\sigma\rho}} [\Delta_n^{(2)}(f, \sigma, \rho)]^{\frac{\rho}{n+1}}$$

хотя бы для одного конечного  $\sigma$  большего  $\bar{\sigma}$ . Приведем доказательство теоремы 1.

Пусть  $f(z) \in D(\Lambda, -\infty)$ . Тогда, в силу условия (1), абсциссы абсолютной и простой сходимости ряда (2) совпадают, причем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |a_n|}{\lambda_n} = -\infty.$$

Отсюда имеем

$$|a_n| < e^{-\lambda_n M}, \quad \forall n \geq N(M),$$

где  $M > 0$  любое наперед заданное число. Учитывая это неравенство в соотношении (3), для  $\Delta_n^{(1)}(f, \sigma, \rho)$  находим оценку сверху

$$\Delta_n^{(1)}(f, \sigma, \rho) \leq \sum_{k=n+1}^{\infty} |a_k| e^{-\lambda_k \sigma} \leq \sum_{k=n+1}^{\infty} e^{-\lambda_k M - \lambda_k \sigma} \leq A e^{-\lambda_{n+1} M},$$

где  $A$  — постоянное, не зависящее от  $n$ . Отсюда заключаем, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \Delta_n^{(1)}(f, \sigma, \rho) / \lambda_{n+1} = -\infty.$$

Необходимость условия (8) доказана. Необходимость условия (9) доказывается аналогично.

Пусть теперь условие (8) выполняется для некоторого  $\sigma_0$ ,  $\sigma_0 > \bar{\sigma}$ . На основании условия (8) получим неравенство

$$\Delta_n^{(1)}(f, \sigma_0, \rho) \leq e^{-\lambda_{n+1} M}, \quad n \geq N(M),$$

где  $M$  — любое положительное число. Используя левую часть неравенства (6), получаем

$$|a_{n+1}| e^{-\lambda_{n+1} \sigma_0} \leq e^{-\lambda_{n+1} M}.$$

Отсюда, в силу произвольности числа  $M$ , выводим

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln |a_{n+1}| / \lambda_{n+1} = -\infty,$$

которое завершает доказательство теоремы 1 (достаточность условия (9) доказывается аналогично).

Пусть  $\Lambda_\kappa = \{\lambda_n^{(\kappa)}\}$ ,  $0 < \lambda_1^{(\kappa)} < \lambda_2^{(\kappa)} < \dots < \lambda_n^{(\kappa)} < \dots$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n^{(\kappa)} = +\infty$  ( $\kappa = 1, 2$ ) — фиксированная последовательность действительных чисел, удовлетворяющих условию

$$\lim_{m+n \rightarrow \infty} \frac{\ln(m+n)}{\lambda_m^{(1)} + \lambda_n^{(2)}} = 0.$$

Обозначим через  $L(\Lambda_1, \Lambda_2, \bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2)$  множество всех функций  $f(z_1, z_2)$ , для которых в октантах  $\operatorname{Re} z_\kappa > \bar{\sigma}_\kappa$  ( $\kappa = 1, 2$ ) имеет место представление двойным рядом Дирихле с показателями  $\Lambda_1, \Lambda_2$

$$f(z_1, z_2) = \sum_{m, n=1}^{\infty} a_{m, n} \exp(-\lambda_m^{(1)} z_1 - \lambda_n^{(2)} z_2), \quad (10)$$

где  $\bar{\sigma}_\kappa$  ( $\kappa = 1, 2$ ) — фиксированные постоянные.

В частности,  $D(\Lambda_1, \Lambda_2, -\infty, -\infty)$  представляет все функции  $f(z_1, z_2)$ , определенные во всем пространстве  $C^2$  рядом (10) с показателями  $\Lambda_1, \Lambda_2$ . Пусть далее  $K_{m, n}$  — всевозможные квазиполиномы

$$C_{m, n}(z_1, z_2) = \sum_{k, v=1}^{m, n} a_{k, v}^{(m, n)} \exp(-\lambda_k^{(1)} z_1 - \lambda_v^{(2)} z_2) \quad (m, n = 1, 2, \dots).$$

Введем следующие величины

$$\|f(z_1, z_2)\|_{L_p^{(1)}}(\sigma_1, \sigma_2) = \left( \lim_{T_1, T_2 \rightarrow \infty} \frac{1}{4T_1 T_2} \int_{-T_1}^{T_1} \int_{-T_2}^{T_2} |f(\sigma_1 + it_1, \sigma_2 + it_2)|^p dt_1 dt_2 \right)^{\frac{1}{p}},$$

$$\|f(z_1, z_2)\|_{L_p^{(2)}}(\sigma_1, \sigma_2) = \left( \lim_{T_1, T_2 \rightarrow \infty} \frac{1}{4T_1 T_2} \int_{\sigma_1}^{+\infty} \int_{\sigma_2}^{+\infty} \int_{-T_1}^{T_1} \int_{-T_2}^{T_2} |f(\sigma_1 + it_1, \sigma_2 + it_2)|^p dt_1 dt_2 d\sigma_1 d\sigma_2 \right)^{\frac{1}{p}},$$

$$\Delta_{m, n}^{(1)}(f, \sigma_1, \sigma_2, \rho) = \inf_{Q_{m, n} \in K_{m, n}} \|f(z_1, z_2) - Q_{m, n}(z_1, z_2)\|_{L_p^{(1)}}(\sigma_1, \sigma_2),$$

$$\Delta_{m, n}^{(2)}(f, \sigma_1, \sigma_2, \rho) = \inf_{Q_{m, n} \in K_{m, n}} \|f(z_1, z_2) - Q_{m, n}(z_1, z_2)\|_{L_p^{(2)}}(\sigma_1, \sigma_2).$$

Доказана следующая теорема

**Теорема 4.** Для того, чтобы функция  $f(z_1, z_2) \in D(\Lambda_1, \Lambda_2, \bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2)$  принадлежала классу  $D(\Lambda_1, \Lambda_2, -\infty, -\infty)$ , необходимо и достаточно выполнение одного из следующих условий:

$$1^\circ. \quad \Delta_{m, n}^{(1)}(f, \sigma_1, \sigma_2, \rho) < C (e^{-\lambda_m^{(1)} M} + e^{-\lambda_n^{(2)} M}) \quad \text{при } m+n > N(M),$$

$$2^\circ. \quad \Delta_{m, n}^{(2)}(f, \sigma_1, \sigma_2, \rho) < C (e^{-\lambda_m^{(1)} M} + e^{-\lambda_n^{(2)} M}) \quad \text{при } m+n > N(M),$$

для любого  $M > 0$  и хотя бы  $\sigma_1 = \sigma_1^0, \sigma_2 = \sigma_2^0 (\sigma_1^0 > \bar{\sigma}_1, \sigma_2^0 > \bar{\sigma}_2)$ , где  $C$  — некоторая положительная постоянная.

### Литература

1. Оруджев С. Р. Научные труды АГУ, серия физ.-матем. наук, 18—28, № 1, 1979.
2. Ахмедов Н. И. Лекции по теории аппроксимации. Изд-во «Наука», М., 1965.
3. Леонтьев А. Ф. Ряды экспонент. Изд-во «Наука», М., 1976.

АИИ им. В. И. Ленина

Поступило 13. I 1981

С. Р. Оруджев

### ТАМ ФУНКЦИЈАНИН R-ТӨРТИБИ ВӘ ТИПИ ИЛӘ ОНУИ ШАГУЛИ ДУЗ ХӘТТ ВӘ ЈАРЫММУСТӘВИ ҮЗРӘ КВАЗИПОЛИНОМЛАРЛА ОН ЈАХИНЫ ОРТА ЈАХЫНЛАШМАСЫ АРАСЫНДАКЫ ӘЛАТӘ

Әввалча там функцијанын R-тәртиби вә типин илә онуи шагули дуз хәтт вә јарыммустәви үзрә он јахыны орта јахынлашмасы арасында блатә әввалча әввалча дуз хәтт вә октаит үзрә икидәјиниәли квазиполиномларла он јахыны јахынлашмадан кәмәли илә икидәјиниәли функцијанын вериләи енифә дәхилә олмағы үчүн әввалча кәфи шәрт вериләи.

С. Р. Оруджев

### ON A CONNECTION AMONG R-ORDER AND THE TYPE OF FUNCTION AND ITS BEST APPROXIMATIONS ON AN AVERAGE ON VERTICAL LINES AND HALF-PLANES BY MEANS OF QUASI-POLYNOMIALS

In the given paper we study the connection among R-order, the type of function and its best approximations on an average on vertical lines and half-planes by means of quasi-polynomials. It is reduced, as well as the necessary and sufficient condition of adjunct function of two variables, to the given set with the help of best approximations on vertical lines and octants by means of quasi-polynomials of two variables.

УДК 537.311.31

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Х. М. ПАШАЕВ, А. П. ЖЕРНОВ, А. М. АЛИЕВ

### КОЭФФИЦИЕНТ ХОЛЛА МЕТАЛЛА КАЛИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. В. Абдуллаевым)

При низких температурах для щелочных металлов при введении примесей или при наложении сильного магнитного поля электросопротивление  $\rho$  претерпевает существенные изменения. Эти изменения связаны, как хорошо известно, с подавлением тонкой структуры неравновесной электронной функции распределения  $\delta f_n$ . Специфическая структура  $\delta f_n$ , на первый взгляд, должна обуславливать заметное изменение с температурой и поперечных гальваномангнитных коэффициентов, например, коэффициента Холла  $K$ . В действительности, однако,  $K$  практически оказывается постоянной величиной [1].

Выполненные конкретные расчеты электросопротивления для микроскопических моделей [2] позволили непосредственно выявить масштаб влияния  $\delta f_n$  на  $\rho$ . Оказалось, в частности, что  $\delta \rho$  одинаково чувствительно к угловой и энергетической структурам  $\delta f_n$  (и зависит еще от меры неравновесности фононной подсистемы). Для коэффициента Холла  $K$  микроскопические расчеты были выполнены в [3]. Однако в [3] неправильное поведение  $K(T)$  связывалось только с угловой зависимостью  $\delta f_n$ , причем класс функции, на котором методом моментов определялась  $\delta f_n$ , был неполным. Влияние же энергетической зависимости, которая здесь должна играть важную роль [4], не исследовалось вовсе. Поэтому картина реальной температурной зависимости  $K(T)$  остается невыясненной, а причина разного проявления структуры  $\delta f_n$  в  $\rho$  и  $K$  не установлена. Принимая во внимание сказанное, в рамках модели [2] в настоящей работе прецизионно методом моментов решается система кинетических уравнений, определяющих  $\delta f_n$  и  $K$ .

### ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

При наличии электрического  $E_x$  и слабого магнитного  $H_z$  полей система кинетических уравнений, задающих неравновесные функции распределения электронов  $\delta f_n(g_x, g_y)$  и фононов  $\delta n_n(\chi_x, \chi_y)$  может быть представлена в следующей форме

$$\begin{aligned} N_x^{(e)} E_x &= P(g_x, \chi_x) + D^{(e)}(g_x), \\ 0 &= P'(g_x, \chi_x) + D^{(ph)}(\chi_x) \\ \text{и } N_y^{(e)} E_y + M(g_x) &= P(g_y, \chi_y) + D^{(e)}(g_y), \\ 0 &= P'(g_y, \chi_y) + D^{(ph)}(\chi_y) \end{aligned} \quad (2)$$

В (1) и (2) свободные члены задаются соотношениями

$$N_x = v_x \frac{\partial f_k^{(0)}}{\partial \epsilon_k} \quad (3)$$

$$M(g) = \frac{e}{hc} \left( v_y \frac{\partial g}{\partial k_x} - v_x \frac{\partial g}{\partial k_y} \right) \cdot \frac{\partial f_k^{(0)}}{\partial \epsilon_k}$$

Для интегралов столкновений имеем выражения вида

$$P(g, \chi) = \frac{1}{2\kappa T} \left\{ \sum_{k'qj} [P_{kqj}^{k'}(g_k + \chi_{qj} - g_{k'}) + P_{k'qj}^{k'}(g_k - \chi_{qj} - g_{k'})] \right\} \quad (4)$$

$$P'(g, \chi) = \frac{1}{2\kappa T} \sum_{kk'} P_{kqj}^{k'}(g_k - g_{k'} + \chi_{qj}),$$

$$L^{(e)}(g) = \frac{1}{\kappa T} \frac{g_k f_k^{(0)} (1 - f_k^{(0)})}{\tau_k^{(e)}}, \quad L^{(ph)}(\chi) = \frac{1}{\kappa T} \frac{\chi_{qj} n_{qj}^{(0)} (1 + n_{qj}^{(0)})}{\tau_{qj}^{(ph)}} \quad (5)$$

В (4)

$$P_{kqj}^{k'} = f_k^{(0)} (1 - f_{k'}^{(0)}) W_{kqj}^{k'}$$

где  $W_{kqj}^{k'}$  — вероятность электрон-фононного рассеяния. Через  $\tau_k^{(e)}$  и  $\tau_{qj}^{(ph)}$  обозначены времена жизни электронов и фононов, обусловленные другими механизмами рассеяния. (Остальные обозначения общепринятые).

Магнитное поле „закручивает“ движущиеся вдоль направления  $x$  электроны. Возникающее электрическое поле  $E_y$  компенсирует электрический ток  $J_y$  вдоль оси  $y$ . Поэтому систему (1) и (2) следует дополнить уравнением

$$J_y = 0 \quad (6)$$

Системы (1) и (2) могут быть решены методом моментов. Положим

$$g = \sum_l C_l g_l, \quad \chi = \sum_l C_l \chi_l$$

После ряда преобразований, используя (6), можно представить выражение для коэффициента Холла в форме

$$R(T) = R_0 \left( 1 + \sum_{ij} \frac{\lambda_{ij} \tilde{P}_{ij}}{\tilde{P}_{ij}^2} \right), \quad R_0 = -\frac{1}{\text{пес}} \quad (7)$$

Здесь приняты такие обозначения:

$$\lambda_{ij} = \int \frac{\vec{\partial} f_k^{(0)}}{\partial \epsilon_k} g_y^{(i)} \left( v_y \frac{\partial g_x^{(i)}}{\partial k_x} - v_x \frac{\partial g_x^{(i)}}{\partial k_y} \right) \left| \int d\kappa \frac{\partial i_k^{(0)}}{\partial \epsilon_k} \tau_y g_y^{(j)} \right| \quad (8)$$

$\tilde{P}_{ij}$  — миноры определителей, составленных из матричных элементов вида

$$\langle g^{(i)} | P | g^{(j)} \rangle = \langle g^{(i)} | P^{(e,ph)} + L^{(e)} | g^{(j)} \rangle - \frac{\langle g^{(i)} | P^{(e,ph)} | \chi_L \rangle^2}{\langle \chi_L | P^{(e,ph)} + L^{(ph,ph)} | \chi_L \rangle} \quad (9)$$

где  $P^{(e,ph)}$  — оператор электрон-фононного рассеяния, а  $L^{(e)}$  и  $L^{(ph,ph)}$  — операторы электрон-примесного и фонон-фононного рассеяний.

Несколько замечаний о том, как конкретно вычислялись матричные элементы оператора  $P$ . Начнем с того, что величины, фигурирующие в соотношении для  $W$  задавались в рамках модели, принятой

в [2]. Затем, для  $g$  в качестве базисных функций использовались функции

$$g_a^{(a,1)} = \kappa_a; \quad g_a^{(a,2)} = \kappa_a^3 - \frac{3}{5} \kappa_a; \quad g_a^{(a,3)} = \kappa_a (\kappa_x^4 + \kappa_y^4 + \kappa_z^4) - \frac{3}{5} \kappa_a; \quad g_a^{(a,4)} = \kappa_a^5 - \frac{3}{7} \kappa_a; \quad (10)$$

$$g_a^{(e,1)} = \kappa_a; \quad g_a^{(e,2)} = \kappa_a \left[ \left( \frac{\epsilon_k - \epsilon_F}{\kappa T} \right)^2 - \frac{1}{3} \right]; \quad g_a^{(e,3)} = \kappa_a \left[ \left( \frac{\epsilon_k - \epsilon_F}{\kappa T} \right)^4 - \frac{7}{15} \right]; \quad g_a^{(e,4)} = \kappa_a \left[ \left( \frac{\epsilon_k - \epsilon_F}{\kappa T} \right)^6 - \frac{31}{21} \right]$$

По определению набор  $g^{(a)} = \{g^{(a,1)}, g^{(a,2)}, g^{(a,3)}, g^{(a,4)}\}$  описывает угловую структуру  $\delta f_k$ , а набор  $g^{(e)} = \{g^{(e,1)}, g^{(e,2)}, g^{(e,3)}, g^{(e,4)}\}$  воспроизводит тонкую энергетическую зависимость  $\delta f_k$ . Что касается  $\chi_q$ , то для этой функции использовалось представление из [2]. Наконец, двухкратные интегралы по фермиевской поверхности находились с помощью сеток, приведенных в [5] (см. Приложение).

#### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты расчетов для коэффициента Холла представлены на рис. 1—3. На рис. 1 приводятся кривые, иллюстрирующие точность вычисления  $R$  при решении кинетического уравнения методом моментов. А именно, показано, как изменяется фактор  $r = R/R_0 - 1$  при варьировании числа дополнительных моментов из наборов  $g^{(a)}$  и  $g^{(e)}$ . Оказывается, аномальная перестройка энергетической зависимости  $\delta f_k$  вблизи  $\epsilon_F$  при низких температурах практически схватывается при использовании уже двух дополнительных энергетических моментов. Что касается описания угловой зависимости  $\delta f_k$ , то ситуация следующая. Наборы  $\{g^{(a,1)}, g^{(a,3)}\}$  и  $\{g^{(a,1)}, g^{(a,2)}, g^{(a,4)}\}$  приводят к поправкам разного знака [4]. Однако для удовлетворительного задания вида  $\delta f_k$  здесь достаточно учесть только три дополнительных угловых момента.

На рис. 2 фигурируют кривые для факторов  $r^{(a)}$  и  $r^{(e)}$ , полученные как в пренебрежении неравновесностью фононной подсистемы, так и с учетом этой неравновесности. Оказывается, масштаб величины  $r^{(e)}$  при  $\chi_q \neq 0$  уменьшается. В то же время, абсолютная величина  $r^{(a)}$  увеличивается, а  $r_{11}^{(a)}$  — снова уменьшается.

На рис. 3 приведены результирующие кривые для фактора  $r$  при учете угловой и энергетической структурах  $\delta f_k$  и при  $\chi_q = 0$  и  $\chi_q \neq 0$ . Как уже указывалось в [4], для одновалентного металла со сферической поверхностью Ферми зависимость  $r(T)$  является сложной (знакопеременной) функцией.

При самых низких температурах  $r < 1$  и проходит через минимум, а при температурах  $T/\theta \sim 0,3 - r > 1$  — через максимум. При низких температурах поведение  $r(T)$  диктуется, в первую очередь, угловой зависимостью  $\delta f_k$ , а при более высоких температурах существенным становится и энергетическая структура  $\delta f_k$ . Отметим, что максимум  $r^{(a)}$  имеет место при температурах, когда вымерзают электрон-фононные переходы с перебросом. В то же время максимум  $r^{(e)}$  приходится на

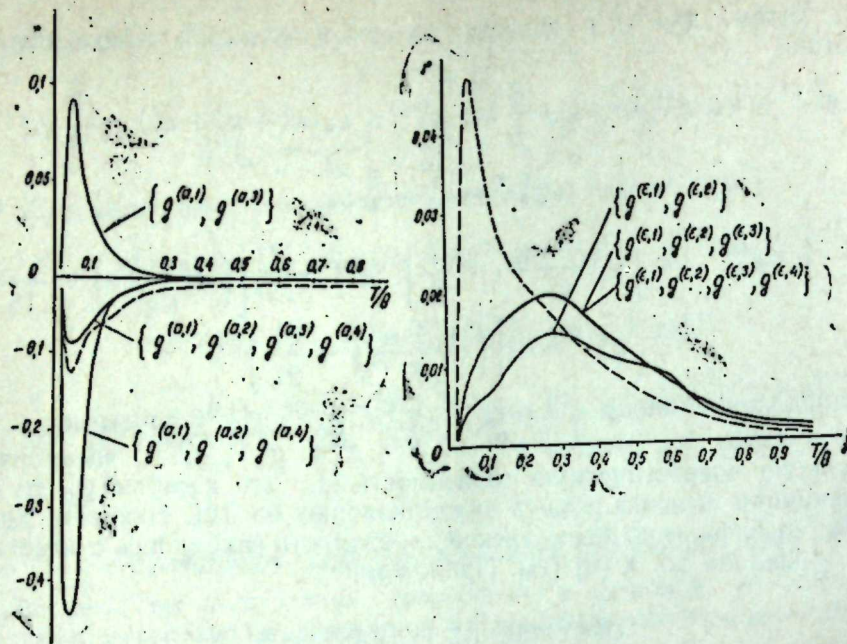


Рис. 1. Температурное изменение фактора  $r$  при различном наборе угловых и энергетических моментов. Пунктирные кривые характеризуют выбор потенциала Тойго—Вудрофта

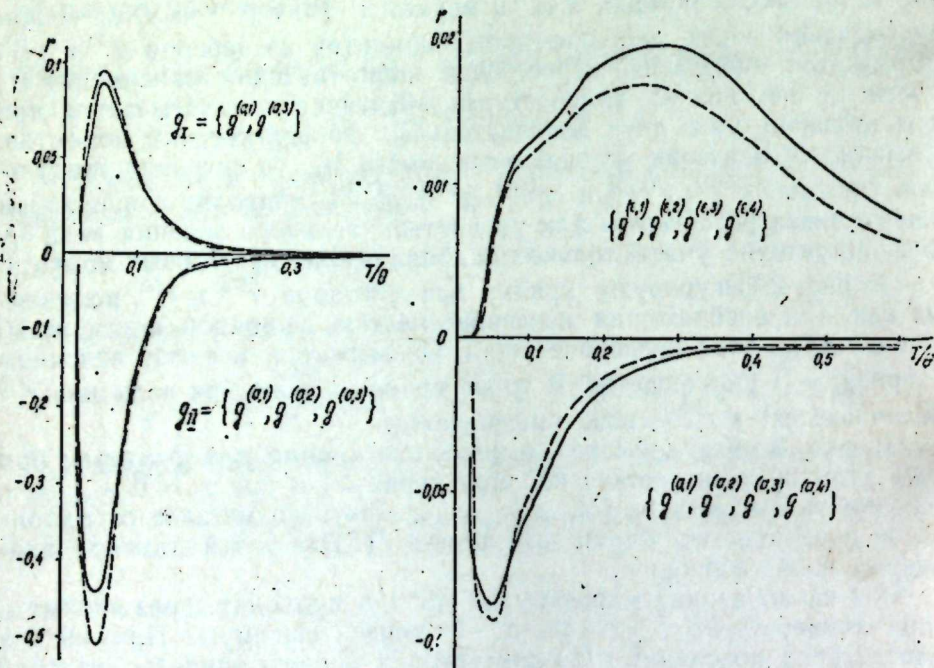


Рис. 2. Температурное изменение фактора  $r$  с учетом неравновесности фононной подсистемы. Сплошная кривая соответствует  $\chi_q = 0$ , пунктирная —  $\chi_q \neq 0$

интервал температур, где вымерзают  $N$ -процессы рассеяния на большие углы (см. [4]).

Как выяснилось, учет процессов увлечения не меняет качественно вида зависимостей  $r(T)$ . Конкретный масштаб изменения  $r$  при  $\chi_q \neq 0$  виден на рис. 3.

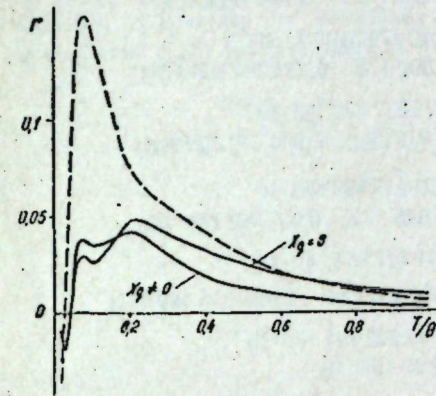


Рис. 3. Результирующие кривые для фактора  $r$ . Пунктирная кривая соответствует потенциалу Тойго—Вудрофта

Прямое сравнение экспериментальных и расчетных данных для  $K$  показывает, что имеется качественное совпадение.

Причины, приводящие к существенно более слабому влиянию тонкой структуры  $\delta f_k$  на температурное поведение  $R$  по сравнению с  $r$  такие. По сравнению

$$R \sim \int dk g_x(k) g_y(k) \frac{\delta f_k^{(0)}}{\delta \epsilon_k}$$

В случае, когда учитывается только угловая структура  $\delta f_k$  вследствие (6)  $g_y(k)$  заведомо знакопеременная функция. Кроме того, поправки к  $R$  при учете в разложении для  $g_a$  базисных функций  $g_I^{(a)}$  и  $g_{II}^{(a)}$  разного знака. В результате  $r_a$  относительно мало по абсолютной величине.

Если  $\delta f_k$  определяется только видом энергетической зависимости, то интервал температур, где  $\varphi_x^{(k)}$  и  $\varphi_y^{(k)}$  заметно отличны от  $\varphi^{(1)}$ , приходится на значения  $T/\theta \sim 0,1$ . Однако, поскольку  $\varphi_y^{(k)}$  из-за (6) снова знакопеременная функция ( $\varphi_y^{(k)}$  меняет знак при  $T/\theta \sim 0,1$ ), то и  $r^{(k)}$  оказывается малым.

На рис. 1—3 результирующие кривые получены при описании электронного поляризационного оператора  $\Pi_q$  и самосогласованным образом выбранного модельного экранированного псевдопотенциала в приближении Гирдерт—Тейлора [6] и Тойго—Вудрофта [7]. Из рис. 1—3 видно, что при переходе для  $\Pi_q$  от представления [6] к [7] имеет место только количественное изменение соответствующих кривых.

#### Приложение

Координаты  $\kappa$  и веса  $\alpha$  шестнадцати точек на фермиевской поверхности, по которым проводилось интегрирование, следующие:

$$\kappa_1 = (1, 0, 0), \alpha_1 = 52.660711917 \cdot 10^{-3}$$

$$\kappa_2 = (2^{-1/2}, 2^{-1/2}, 0), \alpha_2 = 254.822067342 \cdot 10^{-2}$$

$$\kappa_3 = (3^{-1/2}, 3^{-1/2}, 3^{-1/2}), \alpha_3 = 251.231747026 \cdot 10^{-2}$$

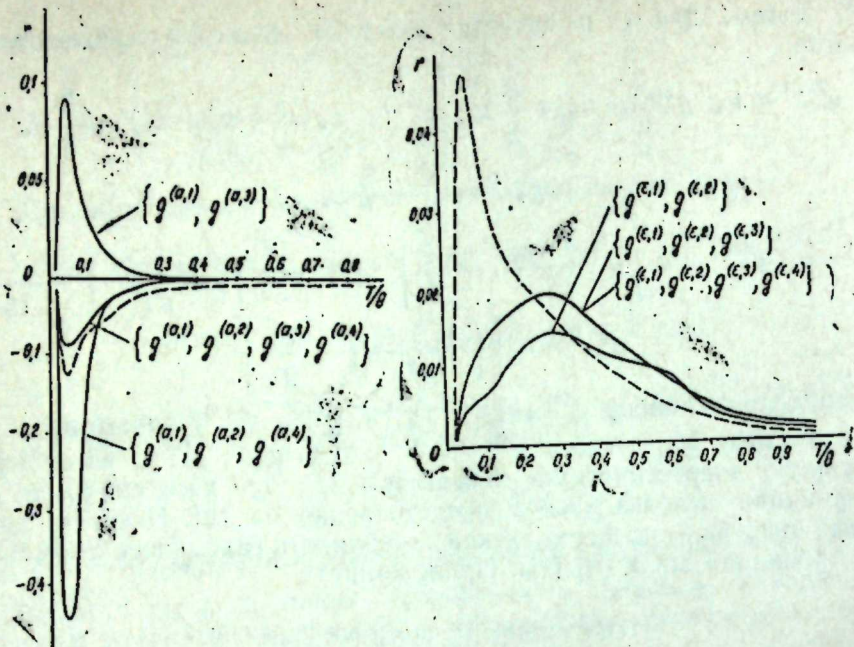


Рис. 1. Температурное изменение фактора  $r$  при различном наборе угловых и энергетических моментов. Пунктирные кривые характеризуют выбор потенциала Тойго—Вудрофта

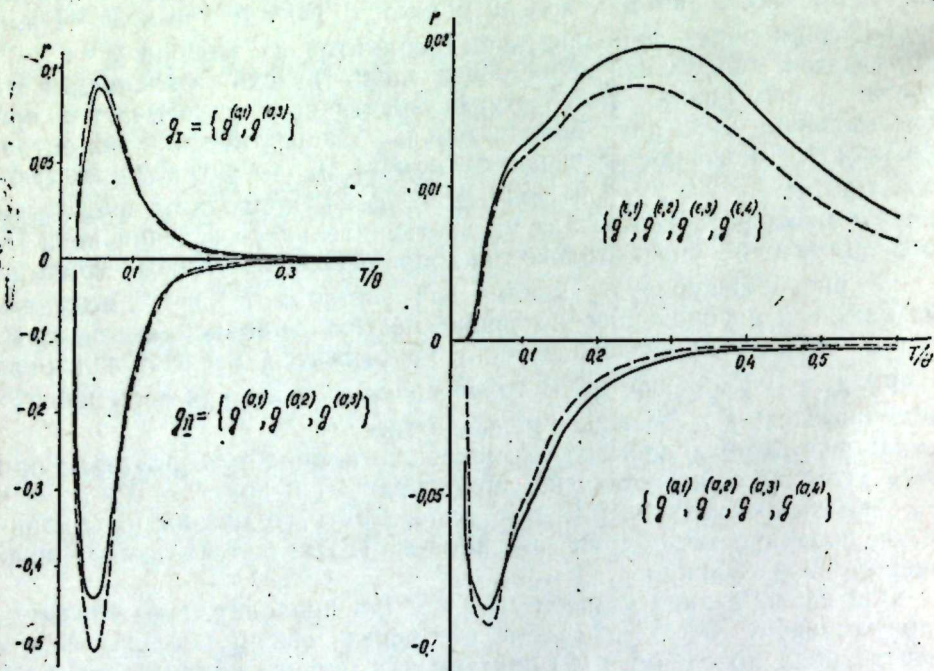


Рис. 2. Температурное изменение фактора  $r$  с учетом неравновесности фоновой подсистемы. Сплошная кривая соответствует  $\chi_q = 0$ , пунктирная —  $\chi_q \neq 0$

интервал температур, где вымерзают  $N$ -процессы рассеяния на большие углы (см. [4]).

Как выяснилось, учет процессов увлечения не меняет качественно вида зависимостей  $r(T)$ . Конкретный масштаб изменения  $r$  при  $\chi_q \neq 0$  виден на рис. 3.

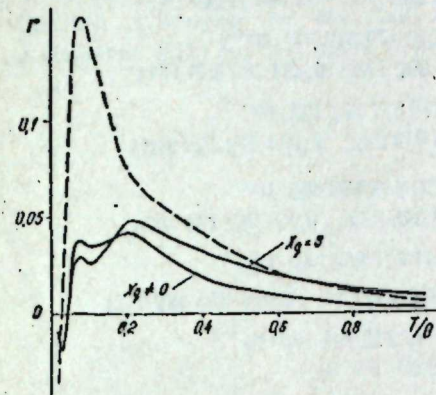


Рис. 3. Результирующие кривые для фактора  $r$ . Пунктирная кривая соответствует потенциалу Тойго—Вудрофта

Прямое сравнение экспериментальных и расчетных данных для  $K$  показывает, что имеется качественное совпадение.

Причины, приводящие к существенно более слабому влиянию тонкой структуры  $\delta f_k$  на температурное поведение  $R$  по сравнению с  $r$  такие. По сравнению

$$R \sim \int dk g_x(k) g_y(k) \frac{\partial f_k^{(0)}}{\partial \epsilon_k}$$

В случае, когда учитывается только угловая структура  $\delta f_k$  вследствие (6)  $g_y(k)$  заведомо знакопеременная функция. Кроме того, поправки к  $R$  при учете в разложении для  $g_a$  базисных функций  $g_i^{(a)}$  и  $g_{ii}^{(a)}$  разного знака. В результате  $r_a$  относительно мало по абсолютной величине.

Если  $\delta f_k$  определяется только видом энергетической зависимости, то интервал температур, где  $\varphi_x^{(e)}$  и  $\varphi_y^{(e)}$  заметно отличны от  $\varphi^{(1)}$ , приходится на значения  $T/\theta \sim 0,1$ . Однако, поскольку  $\varphi_y^{(e)}$  из-за (6) снова знакопеременная функция ( $\varphi_y^{(e)}$  меняет знак при  $T/\theta \sim 0,1$ ), то и  $r^{(e)}$  оказывается малым.

На рис. 1—3 результирующие кривые получены при описании электронного поляризаационного оператора  $\Pi_q$  и самосогласованным образом выбранного модельного экранированного псевдопотенциала в приближении Гирдерт—Тейлора [6] и Тойго—Вудрофта [7]. Из рис. 1—3 видно, что при переходе для  $\Pi_q$  от представления [6] к [7] имеет место только количественное изменение соответствующих кривых.

#### Приложение

Координаты  $\kappa$  и веса  $\alpha$  шестнадцати точек на фермиевской поверхности, по которым проводилось интегрирование, следующие:

$$\kappa_1 = (1, 0, 0), \alpha_1 = 52.660711917 \cdot 10^{-3}$$

$$\kappa_2 = (2^{-1/2}, 2^{-1/2}, 0), \alpha_2 = 254.822067342 \cdot 10^{-2}$$

$$\kappa_3 = (3^{-1/2}, 3^{-1/2}, 3^{-1/2}), \alpha_3 = 251.231747026 \cdot 10^{-2}$$

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= (0,690\ 934\ 630\ 477; 0,690\ 345\ 304; 0,212\ 646\ 826\ 487), \\ &\alpha_1 = 0,253\ 040\ 228\ 828 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_5 &= (0,645\ 666\ 470\ 687; 0,645\ 666\ 470\ 687; 0,407\ 712\ 665\ 07), \\ &\alpha_5 = 0,251\ 326\ 717\ 721 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_6 &= (0,491\ 434\ 260\ 701; 0,491\ 431\ 260\ 701; 0,719\ 016\ 505\ 247) \\ &\alpha_6 = 0,250\ 172\ 540\ 315 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_7 &= (0,392\ 725\ 992\ 478; 0,392\ 725\ 992\ 478; 0,831\ 584\ 385\ 173) \\ &\alpha_7 = 0,244\ 537\ 392\ 125 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_8 &= (0,286\ 128\ 918\ 582; 0,286\ 128\ 918\ 282; 0,914\ 472\ 790\ 326) \\ &\alpha_8 = 0,230\ 269\ 459\ 658 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_9 &= (0,177\ 483\ 645\ 532; 0,177\ 483\ 645\ 532; 0,957\ 987\ 144\ (97)) \\ &\alpha_9 = 0,201\ 427\ 834\ 49 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_{10} &= (0,0756\ 809\ 951\ 734; 0,0756\ 809\ 951\ 734; 0,994\ 255\ 889\ 52) \\ &\alpha_{10} = 0,146\ 249\ 191\ 186 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_{11} &= (0,977\ 642\ 811\ 118; 0,210\ 272\ 521\ 857,0) \\ &\alpha_{11} = 0,191\ 095\ 193\ 375 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_{12} &= (0,881\ 813\ 241\ 779; 0,471\ 598\ 691\ 151,0) \\ &\alpha_{12} = 0,241\ 744\ 213\ 033 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_{13} &= (0,0992\ 176\ 963\ 644; 0,334\ 435\ 314\ 534; 0,937\ 180\ 985\ 855) \\ &\alpha_{13} = 0,223\ 630\ 776\ 014 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_{14} &= (0,20\ 548\ 335\ 964; 0,450\ 233\ 038\ 258; 0,863\ 945\ 032\ 28) \\ &\alpha_{14} = 0,241\ 693\ 034\ 432 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_{15} &= (0,105\ 801\ 826\ 076; 0,590\ 515\ 704\ 892; 0,799\ 927\ 851\ 386) \\ &\alpha_{15} = 0,251\ 223\ 854\ 55 \cdot 10^{-2} \\ \kappa_{16} &= (0,310\ 48\ 365\ 883; 0,555\ 015\ 72\ 846; 0,771\ 746\ 51\ 489) \\ &\alpha_{16} = 0,249\ 664\ 418\ 594 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

#### Литература

1. Fletcher R. J. Phys. F. Metal. Phys., 10, 477, 1980. 2. Жернов А. П., Каран Ю. М. ФТТ, 20, 3303, 1978; Жернов А. П., Пашаев Х. М. ФММ, 40, 471, 2975. 3. Hasegawa A. J. Phys. F.: Metal. Phys., 4, 1021, 1974. 4. Жернов А. П., Пашаев Х. М. ФММ, 39, 937, 1975. 5. Лебедев В. И. ЖВМ и МФ, 16, 293, 1976. 6. Gerdart D. I. W., Taylor R. Can. J. Phys., B1, 4312, 1971. 7. Tolgo F., Woodruff T. N. Phys. Rev., B4, 4312, 1971.

Институт физики

Поступило 1. IV 1981

И. М. Пашаев, А. П. Жернов, Э. М. Алиев

#### КАЛИУМ МЕТАЛЫНЫН ҺОЛЛ ЭМСАЛЫ

Мәгаләдә һолл эмсалы үчүн гејри-таразлы электрон пайланма функцијасынын бу-  
чаг вә енергетик иңчә гурулушунун ролу арашдырылып, һәмчинин калиум металында  
һолл эмсалынын реал температур асылыгы изаһ едилир.

Kh. M. Pashayev, A. P. Zhernov, A. M. Aliyev

#### HALL COEFFICIENT FOR POTASSIUM

Role of the angular and energetic structures of the non-equilibrium distribution  
function is analyzed for the Hall coefficient  $R$  in simple metals. Real temperature  
dependence  $R(T)$  for potassium is presented.



Чл.-корр. АН Азерб. ССР Ю. М. СЕИДОВ, М. Б. ГУСЕЙНОВ,  
Н. Г. ГУСЕЙНОВ

**ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР СЛАБЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ  
ДИЭЛЕКТРИКОВ С АНИЗОТРОПИЕЙ ТИПА „ЛЕГКАЯ  
ПЛОСКОСТЬ“ С УЧЕТОМ МУЛЬТИПЛЕТНОСТИ  
АТОМНЫХ СОСТОЯНИЙ**

В последние годы при экспериментальных исследованиях магнитных диэлектриков в спектре элементарных возбуждений обнаруживались дополнительные линии поглощений [1, 2], помимо тех, которые предсказываются феноменологической теорией спиновых волн [3]. Одной из возможных причин появления дополнительных линий поглощения может быть вырождение спиновых состояний атомов кристалла (мультиплетность атомных состояний). Феноменологическая теория не учитывает мультиплетность атомных состояний, поэтому необходимо построить такую теорию спиновых возбуждений, которая учитывала бы это.

В работе [4] разработан общий квантомеханический подход — метод стандартных базисных операторов (СБО) в технике функции Грина для учета мультиплетности атомных состояний.

Целью настоящей работы является исследование энергетического спектра слабых ферромагнитных диэлектриков с анизотропией типа „легкая плоскость“ (ЛП) и спином  $S=1$  в рамках метода СБО в технике функции Грина.

В работе [5] методом СБО в технике функции Грина были получены частоты элементарных возбуждений в слабых ферромагнетиках с анизотропией типа ЛП (плоскость ХУ) и спином  $S=1$ . Эти частоты

имеют следующий вид ( $\frac{h}{2\pi} = 1$ ,  $h$  — постоянная Планка):

$$\omega_+(k, h) = \{ [b(0) D_{13} - h]^2 + [b_1^2(k) - b_2^2(k)] D_{13}^2 + 2 [b(0) D_{13} - h] b_1(k) D_{13} \}^{1/2}, \quad (1)$$

$$\omega_-(k, h) = \{ [b(0) D_{13} - h]^2 + [b_1^2(k) - b_2^2(k)] D_{13}^2 - 2 [b(0) D_{13} - h] b_1(k) D_{13} \}^{1/2}, \quad (2)$$

$$\omega_0(h) = -b(0) D_{13} + h, \quad (3)$$

$$\omega_3(h) = -2 [b(0) D_{13} - h]. \quad (4)$$

Здесь  $\omega_+(k, h)$  и  $\omega_-(k, h)$  — частоты спиновых волн,  $\omega_0(h)$  — частота, соответствующая локальному переходу спина между уровнями триплетта (так как в нашем случае  $S=1$  и  $2S+1=3$  — триплет) с изменением  $z$ -компоненты оператора спина  $S_z$  на единицу, а  $\omega_3(h)$  — с изменением  $S_z$  на два. Частоты  $\omega_0(h)$  и  $\omega_3(h)$  связаны с учетом триплетности атомных состояний и поэтому отсутствуют в обычной теории

спиновых волн [3]. В (1)–(4)  $b=J \cos 2\varphi - d \sin 2\varphi$ ,  $b(0)=b(k=0)$ ,  $\kappa$  — волновой вектор,  $b_1 = \frac{1}{2} (b + J - A)$ ,  $b_2 = \frac{1}{2} (b - J + A)$ ,  $J$  — параметр

обменного взаимодействия между подрешетками,  $A$  — параметр двухионной анизотропии,  $d$  — параметр, ответственный за слабый ферромагнетизм,  $h = H \cos \varphi$ ,  $H = H_x$  — внешнее постоянное магнитное поле (в единицах  $g\mu_B$ ,  $g$  — фактор Ланде,  $\mu_B$  — магнетон Бора), направленное по оси  $X$ ,  $D_{13} = D_1 - D_3 = \langle S_z \rangle$ ,  $D_a = \langle L_{aa}^1 \rangle$  — величина вероятности занятости уровня  $a$  ( $a=1, 2, 3$ ) триплетта,  $L_{a3}^1$  — СБО,  $\varphi$  — угол между осью  $X$  и направлением намагниченности подрешеток ( $\varphi_1 = -\varphi_2 = \varphi$ ,  $|S_i| = |S_j|$ , индексы  $i$  и  $j$  относятся к разным подрешеткам).

Величины  $D_a$  и  $\sigma = \langle S_z \rangle$  для рассмотренного слабого ферромагнетика (спином  $S=1$ ) определены в [6].

При слабых полях угол  $\varphi$  определяется из уравнения:

$$\cos \varphi = \frac{d\sigma + H}{2J(0)\sigma}. \quad (5)$$

Именно этот случай был рассмотрен в работах [5, 6], где принято  $\sigma \approx S_0$  ( $S_0$  — равновесное значение спина, не зависящее от температуры).

В общем случае угол  $\varphi$  определяется уравнением:

$$[J(0) \sin 2\varphi + d \cos 2\varphi] \sigma - H \sin \varphi = 0 \quad (6)$$

Теперь переходим к обсуждению полученных результатов.

Рассмотрим частные случаи.

Сперва заметим, что как видно из (6), при  $d \neq 0$  отсутствует критическое поле схлопывания. Кроме того, при  $d \neq 0$  угол  $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$ , даже если  $H=0$ .

Теперь рассмотрим некоторые предельные случаи [магнитного поля].

1. Пусть магнитное поле отсутствует ( $H=0$ ).

Тогда из (6) получим:

$$\operatorname{tg} 2\varphi_d = -\frac{d}{J(0)} \quad (7)$$

В этом случае частоты имеют следующий вид:

$$\omega_+(k, d) = \left\{ \sqrt{1 + \frac{d^2}{J^2(0)}} [ \sqrt{J^2(0) + d^2} - J(k) + A ] [ J(0) + J(k) ] \right\}^{1/2} \sigma, \quad (8)$$

$$\omega_-(k, d) = \left\{ \sqrt{1 + \frac{d^2}{J^2(0)}} [ \sqrt{J^2(0) + d^2} + J(k) - A ] [ J(0) - J(k) ] \right\}^{1/2} \sigma, \quad (9)$$

$$\omega_0(d) = \sqrt{J^2(0) + d^2} \sigma, \quad (10)$$

$$\omega_3(d) = 2 \sqrt{J^2(0) + d^2} \sigma, \quad (11)$$

Из (8)–(11) видно, что акустическая ветвь является бесщелевой (как и должно быть при отсутствии анизотропии в базисной плоскости), а параметр слабого ферромагнетизма  $d$  увеличивает щели остальных мод. Для  $\text{NiCO}_3$  оценим значения этих щелей. Для этого кристалла  $J = 320$  кэ,  $d = 140$  кэ и  $A = 40$  кэ [7]. Тогда получим, что щели колебательных мод  $\omega_+(d)$ ,  $\omega_0(d)$  и  $\omega_3(d)$  соответственно равны 350,6, 701,2 и 257 кэ в полевых или 981,68, 1963,36 и 719,6 Гц в частотных единицах.

2.  $H \neq 0$ ,  $H \ll J$  (случай слабых полей).

Тогда угол  $\varphi$  определяется как (5), с учетом которого из (1)–(4) получим:

$$\omega_+(\kappa, H) = \{J^2(0) [1 + \varphi(d, H)] [1 + \varphi(d, H) + A] - J(\kappa) [J(\kappa) - A] (1 + \eta(d, H)) - J(0) \eta(d, H) (1 + \varphi(d, H))\}^{1/2} \sigma, \quad (12)$$

$$\omega_-(\kappa, H) = \{J^2(0) [1 + \varphi(d, H)] [1 + \varphi(d, H) - A] - J(\kappa) [(J(\kappa) - A)(1 + \eta(d, H)) + J(0) \eta(d, H)(1 + \varphi(d, H))]\}^{1/2} \sigma, \quad (13)$$

$$\omega_0(H) = J(0) [1 + \varphi(d, H)] \sigma, \quad (14)$$

$$\omega_3(H) = 2J(0) [1 + \varphi(d, H)] \sigma, \quad (15)$$

где  $\varphi(d, H) = \frac{1}{2J^2(0)} \left( d^2 + \frac{dH}{\sigma} \right)$ ,  $\eta(d, H) = \frac{1}{2J^2(0)} \left( d^2 - \frac{H^2}{\sigma} \right)$ .

Полагая  $\kappa = 0$  и  $T = 0$  из (12)–(15), получим:

$$\omega_+(0, H) = \left\{ d(d+H) + 2J(0)A + [\varphi_0(d, H) + \eta_0(d, H)] J(0)A + \varphi_0(d, H)d^2 + \frac{1}{2} \eta_0(d, H)Hd \right\}^{1/2}, \quad (16)$$

$$\omega_-(0, H) = \left\{ H(H+d) \left[ 1 + \frac{1}{2} \varphi_0(d, H) - \frac{A}{2J(0)} \right] \right\}^{1/2}, \quad (17)$$

$$\omega_0(H) = J(0) [1 + \varphi_0(d, H)], \quad (18)$$

$$\omega_3(H) = 2J(0) [2 + \varphi_0(d, H)], \quad (19)$$

где  $\varphi_0 = \varphi(T=0)$ ,  $\eta_0 = \eta(T=0)$ .

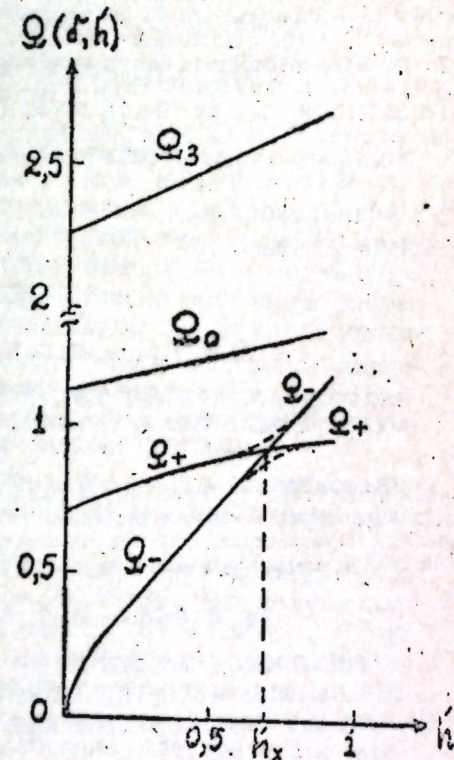
В (16) и (17) последними двумя членами под корнем ( $[\varphi_0(d, H) + \eta_0(d, H)] J(0)A$  и  $\varphi_0(d, H)d^2 + \frac{1}{2} \eta_0(d, H)Hd$  в (16) и  $[\varphi_0(d, H) - \eta_0(d, H)] J(0)A$  и  $[\varphi_0(d, H) - \eta_0(d, H)] J^2(0)$  в (17)) пренебрегают в феноменологической теории спиновых волн [3]. Однако, как отмечено в работе [8], экспериментальные данные для высокочастотной моды АФМР количественно не согласуются с выражением  $\omega_+(H) = \sqrt{d(d+H) + 2JA}$  и необходимо наличие члена с  $H^2$ . В нашем случае, такой член входит в (16) в виде  $\left( -\frac{A}{2J(0)} H^2 \right)$ . В некото-

рых слабых ферромагнитных кристаллах, в том числе и в  $\text{NiCO}_3$ , поле Дзялошинского и анизотропное поле сравнимы с обменным полем и поэтому нельзя пренебречь последними членами в (16) и (17).

На рисунке показаны полевые зависимости частот  $\Omega_+(\delta, h')$ ,  $\Omega_-(\delta, h')$ ,  $\Omega_0(\delta, h')$  и  $\Omega_3(\delta, h')$  ( $\Omega_1 = \frac{\omega_1}{J(0)}$ ,  $h' = \frac{H}{J(0)}$ ,  $a = \frac{A}{J(0)}$ ,

$\delta = \frac{d}{J(0)}$ ) при  $T = 0$  в случае слабых полей. Как видно из этого рисунка, спин-волновые моды пересекаются при  $h' = h'_x$ . Значение этого поля определяется из условия  $\Omega_+(\delta, h') = \Omega_-(\delta, h')$ :

$$h'_x = \frac{1}{2(2 + \delta^2)} \left\{ (2a + \delta^2)\delta + \sqrt{(2a + \delta^2)\delta^2 + 4(2 + \delta^2)^2(2a + \delta^2)} \right\}. \quad (20)$$



Полевые зависимости частот  $\Omega_+(\delta, h')$ ,  $\Omega_-(\delta, h')$ ,  $\Omega_0(\delta, h')$  и  $\Omega_3(\delta, h')$  в слабом ферромагнетике с анизотропией типа «легкая плоскость» при  $T=0$  в случае слабых полей,  $a=0,1$ ,  $\delta=0,5$ ,  $h'_x=0,7$ .

В [2] отмечено, что если вывести поля из базисной плоскости, то как и в случае антиферромагнетика, около точки  $h' = h'_x$  происходит расщепление ветвей. Таким образом, наличие слабого ферромагнетизма качественно не меняет картину расщепления. Для кристалла  $\text{NiCO}_3$  из (20) получим  $H_x = J(0)h'_x = 231$  кэ.

3.  $H = 0$ ,  $H \gg J(0)$  (случай сильных полей).

В этом случае угол  $\varphi$  определяется уравнением:

$$\sin \varphi \approx \frac{d}{H} \sigma. \quad (21)$$

Заметим, что так как намагниченность  $\sigma$  также зависит от параметра слабого ферромагнетизма  $d$ , то зависимость  $\sin \varphi$  от  $d$  будет не линейная, а более сложная.

С учетом (21) получим следующие выражения для частот:

$$\omega_+(\kappa, H) \approx \{ [H - (J(0) - J(\kappa))\sigma] [H - (J(0) - J(\kappa) + A)\sigma] \}^{1/2}, \quad (22)$$

$$\omega_-(\kappa, H) \approx \{ [H - (J(0) + J(\kappa))\sigma] [H - (J(0) + J(\kappa) - A)\sigma] \}^{1/2}, \quad (23)$$

$$\omega_0(H) \approx H - J(0)\sigma, \quad (24)$$

$$\omega_3(H) \approx 2[H - J(0)\sigma]. \quad (25)$$

Таким образом, в сильных полях частоты линейно возрастают с ростом поля.

#### Литература

1. Кутько В. И., Науменко В. М., Звягин А. И., ФТТ, 14, 3436, 1972. 2. Боровик-Романов А. С. Антиферромагнетики с анизотропией типа "легкая плоскость". В сб. "Проблемы магнетизма", Изд-во "Наука", М., 1972. 3. Туров Е. А. Физические свойства магнитоупроченных кристаллов. Изд-во АН СССР, 1963. 4. Haley S. B., Erdős P. Phys. Rev., B. 5, 1106, 1972; Haley S. B. Phys. Rev. B. 17, 337, 1978. 5. Гусейнов М. Б., Гусейнов Н. Г., Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-тех. и матем. наук, № 4, стр. 25, 1978. 6. Гусейнов М. Б. ФММ, 49, 965, 1980. 7. Бажан А. Н. ЖЭТФ, 66, 1086, 1974. 8. Науменко В. М., Еременко В. В., Масленников А. И., Коваленко А. В. Письма в ЖЭТФ, 27, 20, 1978.

Институт физики

Поступило 13. III 1981

Ј. М. Сејидов, М. В. Гусейнов, Н. Г. Гусейнов

#### АТОМ ҺАЛЛАРЫНЫН МУЛТИПЛЕТЛИНИН НЭЗЭРЭ АЛДЫГДА «ЈУНКҮЛ МУСТӘВИ» ТИП АНИЗОТРОПИЈАЛЫ ЗӘИФ ФЕРРОМАГНИТ ДИЕЛЕКТРИКЛӘРИН ЕНЕРЖИ СПЕКТРИ

Мәгаләдә стандарт базис операторлар методу илә атом һалларынын мултиплетлинин нәзәрә алдыгда «јункүл мустәви» тип анизотропијалы вә спини ваһид олан зәиф ферромагнит диелектрикләрин енержи спектри арашдырылар. Бирчисли рөгә тезликләринин саһә асылылыларынын графикләри гурулар.

Yu. M. Seidov, M. V. Guseinov, N. G. Guseinov

#### THE ENERGY SPECTRUM OF THE WEAK FERROMAGNETIC DIELECTRICS WITH THE ANISOTROPY OF "EASY PLANE" TYPE TAKING INTO ACCOUNT THE MULTIPLICITY OF THE ATOMIC STATES

The energetic spectrum of the weak ferromagnetic dielectrics has been studied in the present work by using the method of standard basis operators in the Green's function technique. The graphics of the frequencies of the homogeneous vibrations in the functions of field were built for the case of weak field.

ДК 641.315.592

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

С. Г. АБДУЛЛАЕВА, С. С. АБДИНБЕКОВ, И. Г. АКСЯНОВ

#### ЭЛЕКТРОПОГЛОЩЕНИЕ МОНОКРИСТАЛЛОВ $TiGaSe_2$ И $TiGaS_2$

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)

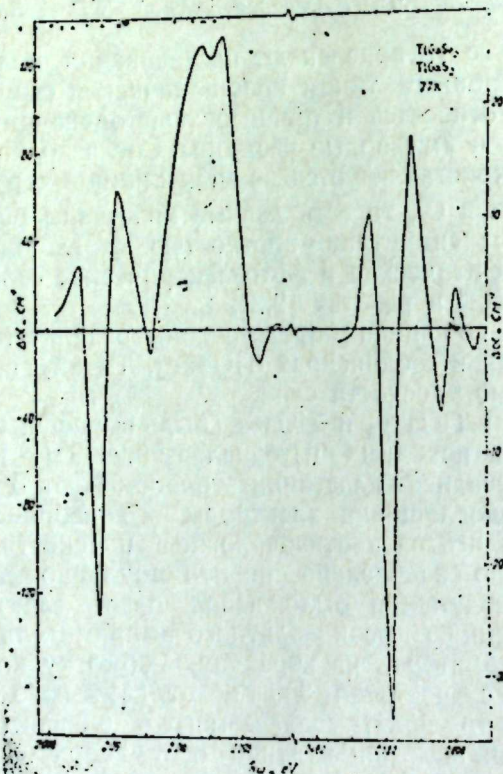
В последние годы привлекают исследования полупроводников с предельно анизотропным типом кристаллической структуры. К числу таких соединений относятся и тройные слоистоцепочечные соединения  $TiGaSe_2$ ,  $TiGaS_2$  и их твердые растворы. Согласно последней работе Хана [1]  $TiGaS_2$  кристаллизуется в моноклинной структуре с пространственной группой  $C_2^1$ , то есть данные кристаллы обладают единственным элементом симметрии — плоскостью отражения  $\sigma$ , перпендикулярной слоям. Оптические и фотоэлектрические свойства этих соединений исследованы в работах [2,3].

В настоящем сообщении представлены результаты исследования электропоглощения в соединениях  $TiGaSe_2$ ,  $TiGaS_2$  при падении света перпендикулярно плоскости слоя.

Монокристаллы  $TiGaSe_2$  и  $TiGaS_2$  были выращены методом Бриджмена с чистотой исходных материалов 99,9999%. Из полученных кристаллов скальвались пластинки толщиной от 3 до 5  $\mu$ . В измерениях электропоглощения электроды из серебряной пасты "Electrodag-915" наносились на противоположные плоскости и в этом случае поле ( $E^2$ ) было направлено перпендикулярно плоскости слоя кристалла. Для модуляции было использовано электрическое поле, создаваемое с помощью высоковольтного выпрямителя ВС-23 и повышающего трансформатора, на первичную обмотку которого подавалось напряжение с частотой 800 Гц от звукового генератора ГЗ-56/1. Напряженность поля, создаваемого в образце, была  $10^4$  В/см. Измерения проводились при падении света перпендикулярно слою кристалла. Использованная оптическая система состояла из лампы в 400 Вт и монохроматора МДР-23. Приемником света служил фотоэлектронный умножитель ФЭУ-79, сигнал с которого регистрировался узкополосным усилителем У2-8 с выходом на самописец КСП-4. Разрешение при регистрации спектров не хуже 2 мэВ.

На рисунке 1 представлены дифференциальные спектры электропоглощения  $TiGaSe_2$  и  $TiGaS_2$  при  $T=77^\circ\text{C}$ . Вектор  $\vec{E}$  для кристалла  $TiGaSe_2$  в данном случае лежит в плоскости симметрии  $\sigma$ . Спектр электропоглощения характеризуется резкими пиками. Эта структура обусловлена прямыми оптическими переходами в экситонные состояния с  $n=1$  и энергией  $E_{экс}=2,125$  эВ, которая совпадает с положением экситонной линии, определенной из спектров поглощения  $TiGaSe_2$  [2]. С увеличением напряженности электрического поля положение этого пика незначительно смещается в длинноволновую сторону, а

амплитуда растет по степенному закону  $\delta\alpha \sim E^m$ , где  $m = 1$  (в случае межзонных переходов  $m = 1/3$ ). Для  $\text{TlGaSe}_2$  характерна сильная поляризационная зависимость спектра. С изменением поляризации основной отрицательный пик смещается в сторону больших энергий. В отличие от  $\text{TlGaSe}_2$  спектры электропоглощения  $\text{TlGaS}_2$  не обнаруживают поляризационной зависимости. На том же рисунке дан спектр электропоглощения  $\text{TlGaSe}_2$ , в случае, когда  $\vec{E}$  лежит в плоскости отражения. Энергия прямого экситона, определенная по положению первого отрицательного пика, оказалась равной 2,61 эв, что согласуется с энергетическим значением экситонного уровня из оптических и фотоэлектрических измерений [2,3]. Второй отрицательный пик, по-видимому, обусловлен прямыми межзонными переходами.



Аналогичная ситуация наблюдается и в спектрах электропоглощения смешанных кристаллов  $\text{TlGaS}_x\text{Se}_{2(1-x)}$  ( $0 \leq x \leq 1$ ), т. е. регистрируется интенсивный отрицательный пик, связанный с основным состоянием экситона. В этом случае с изменением поляризации вид спектров не меняется. Зависимость энергетического положения прямой экситонной зоны от состава описывается прямой при 77-К. Как видно, вид спектров электропоглощения и их поляризационная зависимость для  $\text{TlGaSe}_2$  и  $\text{TlGaS}_2$  ( $x \geq 0,1$ ) отличаются, что коррелирует с предыдущими исследованиями по оптическому поглощению этих соединений.

Как уже обсуждалось в [2], такая ситуация может наблюдаться в случае структурного фазового перехода в области 10%. Однако как показали исследования дифрактограмм порошков  $\text{TlGaSe}_2$ ,  $\text{TlGaS}_2$

эти соединения являются изоструктурными. По-видимому, здесь происходит перестройка энергетических зон с изменением концентрации.

#### Литература

1. Müller Diter, Hahn. Zs. anorg. allgém. Chem., 1978, 438, № 1, 258.
2. Abdullayeva S. G., Belenki G. J., Mamedov N. T. Phys. Stat. Sol., № 1, 1981, 3. Бахышев А. Э., Лебедев А. А., Халафов З. Д., Якобсон М. Я. ФТП, 12, 3, стр 555, 1978.

Институт физики

Поступило 16. III 1981

С. Г. Абдуллаева, С. С. Абдинбеков, И. Г. Аксjanов  
 $\text{TlGaSe}_2$  ва  $\text{TlGaS}_2$

#### МОНОКРИСТАЛЛАРЫНЫН ЭЛЕКТРИК УДУЛМАСЫ

Мәгаләдә  $\text{TlGaSe}_2$  ва  $\text{TlGaS}_2$  кристалларының электрик удулмасының тәдгигинин кәтичәләри кәстәрилмишдир. Бурада электрик удулмасының спектралы  $n=1$  енержиси 2.125 eV олан  $\text{TlGaSe}_2$  ва 2.610 eV— $\text{TlGaS}_2$  [үчүн экситон вәзи]јәт дүзкүн оптик нечидлә шәртләндирилди.

S. G. Abdullayeva, S. S. Abdinbekov, I. G. Aksjanov

#### ELECTROABSORPTION OF $\text{TlGaSe}_2$ AND $\text{TlGaS}_2$ SINGLE CRYSTALS

The paper deals with the results of studying the electroabsorption in  $\text{TlGaSe}_2$  and  $\text{TlGaS}_2$  compounds. The electroabsorption spectrum is observed to be due to direct optical junctions in exciton states with  $n = 1$  and energy 2.125 eV for  $\text{TlGaSe}_2$  and 2.61 eV for  $\text{TlGaS}_2$ .

Чл.-корр. Э. Ю. САЛАЕВ, А. Г. БАГИРОВ, С. Ю. БАГИРОВ

**ЭЛЕКТРОЛЮМИНЕСЦЕНТНЫЕ И ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОНОКРИСТАЛЛОВ GaSe И InSe**

Среди полупроводников типа  $A^{III}B^{VI}$  наиболее перспективным для практических целей является GaSe и InSe. На селениде галлия можно создать источник света, работающий при 77 и 300 К, а на основе селенида индия фотоприемники излучения. Электролюминесцентные и фотоэлектрические свойства монокристаллов GaSe и InSe изучены в ряде работ [1—8]. При исследовании электролюминесценции GaSe при 77 К нами обнаружен наряду с однородным свечением вблизи катода и отдельные более ярко светящиеся точки. Следует отметить, что цвета этих светящихся точек сильно отличаются друг от друга.

В данной статье приведены спектры отдельно светящихся точек в монокристаллах GaSe при 77 К и распределение fotocувствительности по поверхности GaSe и InSe при 300 К с целью получения информации о неоднородной электролюминесценции и об однородности использованных монокристаллов.

Известно, что монокристаллы GaSe и InSe имеют слоистую структуру. Слабая связь (типа Ван-дер-Ваальса) между слоями позволяет нам путем скалывания получить чрезвычайно совершенные и сверхчистые поверхности. Для проведения экспериментов нами из полученных слитков монокристаллов GaSe и InSe вырезаны образцы нужного размера. Контакты наносили смачиванием эвтектики InGa на свежесколотую поверхность. Необходимо отметить, что InGa очень хорошо смачивается на свежесколотой поверхности монокристаллов селенида галлия и селенида индия. Контакты наносились на одну и ту же поверхность кристалла, что позволяет наблюдать отдельно светящиеся точки между электродами и фокусировать по отдельности эти точки на входную щель монохроматора и исследовать их спектры.

Электролюминесценция образцов InGa—GaSe исследована по методу, описанному в [6]. Для исследования распределения fotocувствительности по поверхности кристаллов изготовленные образцы были вмонтированы на манипуляторе, позволяющим смещать образцы относительно светового зонда. Образцы освещались монохроматическим светом с  $\lambda = 0,63$  мкм лазера ЛГ-126. Для регистрации фототока образец коротко замыкался микроамперметром типа М-195/3.

Для исследования спектров отдельно светящихся точек были подобраны такие образцы, в которых при возбуждении электрическим полем в отдельных местах кристалла появляются отдельные сильно светящиеся точки.

При изучении спектров этих точек нами обнаружено, что их спектры значительно отличаются друг от друга. На рис. 1 приведены спек-

тры свечения двух точек, появляющихся на одном и том же образце при возбуждении электрическим полем. Как видно из рис. 1, максимум полосы свечения для одной точки находится при  $\lambda = 0,5925$  мкм, т. е. соответствует экситонной линии излучения, а другой точки —  $\lambda = 0,612$  мкм, который соответствует примесному излучению при 77 К.

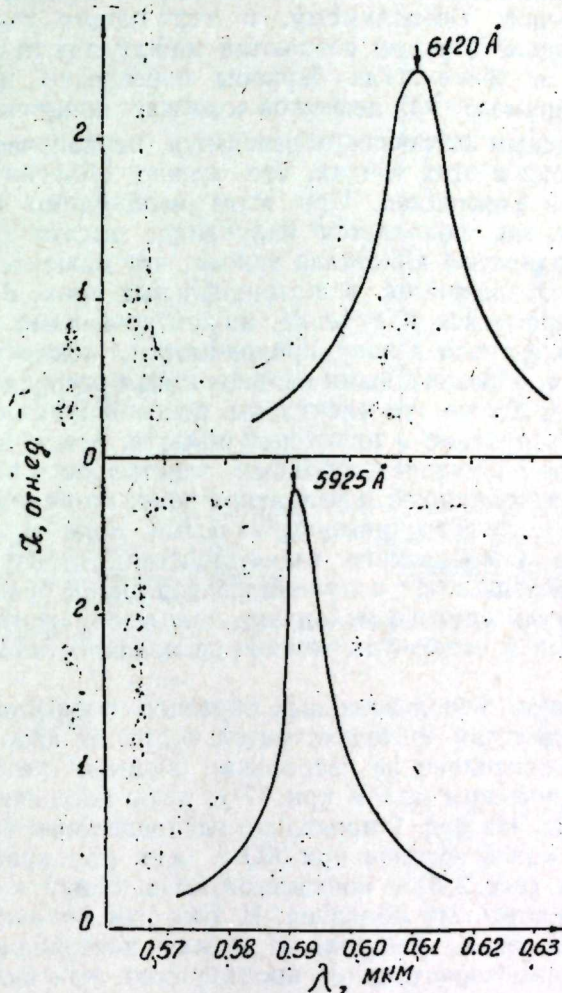


Рис. 1. Спектры электролюминесценции отдельных точек, появляющиеся в одном образце при 77 К

Интенсивности в максимуме этих полос изменяются с током возбуждения квадратично и линейно соответственно. Такую неоднородную электролюминесценцию в GaSe при 77 К можно объяснить неоднородностью исследуемого монокристалла. Неоднородность может возникать из-за неравномерного распределения неконтролируемых примесей и дефектов в кристаллической решетке. Кроме того, известно, что GaSe является политипным соединением и может кристаллизоваться в трех ( $\beta, \epsilon, \gamma$ ) модификациях [9]. Если полученные монокристаллы состоят из смеси этих модификаций, то возможно неоднородность связана и с этим. Так как монокристаллы GaSe имеют  $p$ -тип

проводимости, то такие неоднородности могут создавать в объеме кристалла отдельные  $p-p^+$ - или  $p-n$ -переходы.

Даже, если неоднородности в монокристаллах GaSe вызывают такую точечную электролюминесценцию, непонятно, почему в одной точке кристалла появляется свечение в области экситона, а в другой—примесной. По-видимому, в тех местах, где появляется экситонное излучение барьеры создаются между двумя чистыми модификациями, а в точках, где барьеры образованы неоднородным распределением примесей или дефектов возникает примесное излучение.

Остается неясным механизм образования неравновесных свободных носителей тока в этих точках, что можно объяснить инжекцией носителей тока из электродов. При этом необходимо предполагать, что в тех точках, где появляется излучение, высота барьера, вызванного неоднородностью кристалла такова, что инжектированные носители заряда локализируются в потенциальных ямах. В тех точках, где появляется примесное излучение, инжектированные электроны из металлического электрода в зону проводимости, локализируются в потенциальных ямах, образованных неоднородным распределением примесей и дефектов. Далее эти электроны, рекомбинируя с примесными центрами, дают излучение в примесной области. А в точках, где появляется экситонное излучение свободных электронов в зоне проводимости и дырок, находящихся в валентной зоне, по-видимому, локализируются в барьерах, образованных различными модификациями GaSe. Затем вследствие кулоновского взаимодействия образуют экситоны, которые из-за распада дают излучение в указанной области. Не исключена возможность другого механизма появления экситонного и примесного излучений в отдельных точках в монокристаллах GaSe при 77 К.

Неоднородность использованных образцов подтвердилась исследованием распределения фоточувствительности от координат. Такое измерение было проведено на нескольких образцах, которые при возбуждении электрическим полем при 77 К дают неоднородную электролюминесценцию. На рис. 2 приведено распределение тока короткого замыкания ( $i_{к.з.}$ ) вдоль образца при 300 К для монокристаллов GaSe (рис. 2, а) и InSe (рис. 2, б) с контактами InGa. Внизу каждого рисунка дан вид исследованных образцов. В этих измерениях размер светового пятна был равен расстоянию между электродами, т. е. полностью освещено межэлектродное пространство. Как видно из приведенных кривых, значение  $i_{к.з.}$  зависит от места освещения кристалла. В некоторых местах он имеет максимумы в зависимости от координаты. Более сложное изменение обнаружено при исследовании  $i_{к.з.}$  монокристаллов InSe (рис. 2, б). Как видно из рис. 2б, в некоторых местах кристалла  $i_{к.з.}$  меняет знак. Следует отметить, что изменение полярности  $i_{к.з.}$  при смещении светового пятна по поверхности образца обнаружено также в некоторых образцах GaSe. На основе приведенных результатов можно сказать, что использованные монокристаллы GaSe и InSe действительно являются неоднородными. Эти характеристики меняются от образца к образцу. Изменение формы зависимости  $i_{к.з.}$  от координаты от образца к образцу показывает, что неоднородности в кристаллах носят случайный характер.

Изменение полярности  $i_{к.з.}$  при смещении светового пятна по поверхности образца указывает на то, что неоднородности в этих кри-

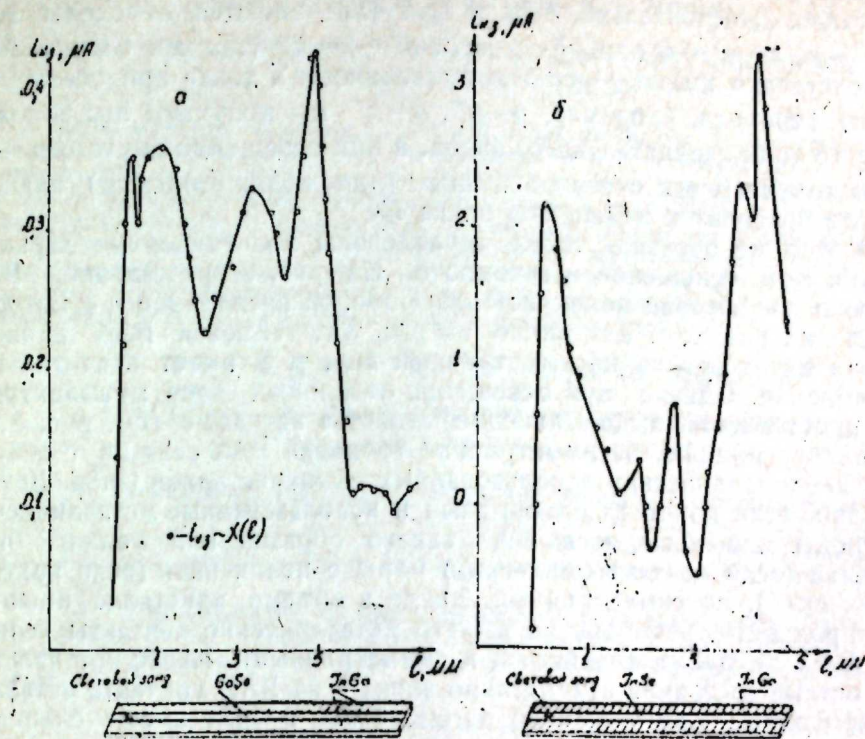


Рис. 2. Распределение тока короткого замыкания по поверхности образца: а—GaSe; б—InSe.  $T = 300$  К

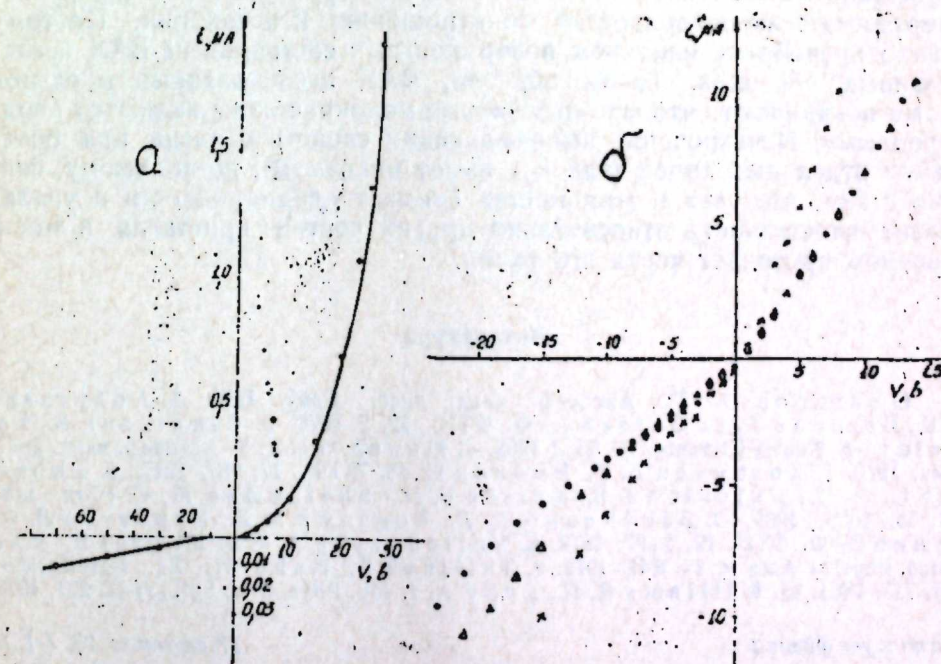


Рис. 3. Вольтамперные характеристики образца GaSe при 300 К: а—темновая; б—при освещении лазером ЛГ—126 отдельных точек образца

сталла связаны с наличием отдельных барьеров в объеме кристалла. Действительно, если в кристалле имеются переходы типа  $p-p^+-p$ ,  $n-n^+-n$  или  $p^+-p-p^+$ ,  $n^+-n-n^+$  (так как GaSe и InSe соответственно имеют  $p$ - и  $n$ -тип проводимости), тогда при освещении одного перехода, например,  $p-p^+$ ,  $n-n^+$  мы получаем эдс положительного (или отрицательного) знака, а при освещении другого  $p^+-p$ ,  $n^+-n$  получаем эдс с отрицательным (или положительным) знаком, которое приводит к изменению знака  $i_{к.з.}$

В этих же образцах также исследованы вольтамперные характеристики при освещении и в темноте. На рис. 3 представлены ВАХ для того же образца монокристалла GaSe, распределение  $i_{к.з.}$  которой показан на рис. 2, а. Как видно из рис. 3а, темновая ВАХ данного образца имеет резкий несимметричный вид, т. е. имеет значительное выпрямление. Однако при освещении отдельных мест межэлектродного пространства выпрямляющие свойства исчезают (см. рис. 3, б). По нашему мнению, несимметричная темновая ВАХ связана с объемными неоднородностями использованных монокристаллов GaSe. Действительно, если кристалл однородный и использованные металлические электроды одинаковы, тогда ВАХ такого образца или должна быть линейной (если контакт омический) или же нелинейной (если контакт неомический), но симметричной. Когда в объеме кристалла имеются неоднородности, несмотря на то, что металлические контакты одинаковы ВАХ не будут линейными и симметричными. Известно, что поверхностные состояния значительно влияют на ВАХ контакта металл-полупроводник. Как отмечено выше, GaSe и InSe имеют слоистую структуру. Слабая связь между слоями дает возможность получить чрезвычайно совершенную поверхность скалывания. Согласно [10], особенности химической связи в слоистых структурах обуславливают инертность этих поверхностей по отношению к адсорбции. Поэтому можно пренебречь влиянием поверхностных состояний на ВАХ исследованных образцов. Таким образом, ВАХ исследованных образцов также показывают, что использованные монокристаллы являются неоднородными. Исчезновение выпрямляющих свойств образца при освещении отдельных точек (где  $i_{к.з.}$  имеет максимум), по-видимому, связано с тем, что свет в этих местах снимает неоднородности и увеличивает проводимость относительно других частей кристалла и ток в основном протекает через эти точки.

#### Литература

1. Багиров А. Г., Автореф. канд. дисс. Баку, 1973.
2. Абдуллаев Г. Б., Багиров А. Г., Салаев Э. Ф. ФТП, 12, 2, 1978.
3. Gingolani A., Levialdi A. Nuovo Cimento, B, 55, 1, 1968.
4. Мамедова А. З. Автореф. канд. дисс. Баку, 1970.
5. Коломиец Б. Т., Рыбкин С. М. ЖТФ., 17, 987, 1947.
6. Akhundov G. A., Esmolovich J. B., Kaziev F. N., Sheinkman M. K. Phys. Stat. Sol. 35, 1055, 1969.
7. Бакуменко В. Л., Ковалюк З. Д., Курбатов Л. И., Чижко В. Ф. ФТП, 12, 2197, 1978.
8. Voitchovsky J. P. et Mooser E. Helvetica Physica Acta v. 45, 841, 1972.
9. Tellinek F., Hahn H. Zs. Naturforsch., 66, 713, 1961.
10. Williams R. H., Evey A. J. Mc. Phys. Stat. Sol. (a) 12, 227, 1972.

Е. Ж. Салаев, Э. Б. Багиров, С. Ж. Багиров,

#### GaSe ВЭ InSe МОНОКРИСТАЛЛАРЫН ЕЛЕКТРОЛҮМИНЕСЕНСИЈА ВЭ ФОТОЕЛЕКТРИК ХАССЭЛЭРИ

InGa контакты чэкилмиш бэ'зи GaSe монокристаллары 77 К-дэ електрик саһэсинин тэ'сири илэ гејри-бэрабэр ишыгланыр. Бу чүр монокристалда даһа парлаг ишыгланан нөгтэлэрин һэр биринин ајрылыгда спектри тэдгиг олуимушдур. Гејри-бэрабэр электролүминесенсијанын сәбәбини билмәк үчүн, 300 К температурда GaSe вэ InSe нүмунэлэриндэ фотоһессаслыгын сәһни пәјланмасы тэдгиг олуимушдур. һәмчинин, гејри-бэрабэр ишыгланан GaSe нүмунэлэринин гаранлыгда вэ ишыгда волтампер характеристикалары да өјрәнилмишдир. Алынан тәчрүби нәтичэлэрин тәһлилиндән белә бир фикрә кәлмишик ки, бэ'зи GaSe монокристалларынын гејри-бэрабэр ишыгланмасы истифадә олуимуш нүмунэлэрин гејри-бирчинслији илэ әләгәдардыр

E. Yu. Salayev, A. G. Bagirov, S. Yu. Bagirov

#### ELECTROLUMINESCENT AND PHOTOELECTRIC PROPERTIES OF GaSe AND InSe SINGLE CRYSTALS

The electroluminescence spectra of isolated points of inhomogeneously lighting single crystals of GaSe with InGa-contacts were investigated at 77 K. To get information about inhomogeneity of electroluminescence spectra of used crystals, the photosensitivity distribution on GaSe and InSe crystals surfaces at 300 K was investigated as well.

The VA characteristics of inhomogeneously lighting specimens of GaSe at 300 K were also studied. The obtained results allowed us come to the conclusion that inhomogeneous electroluminescence in GaSe was due to inhomogeneity of investigated crystals.

Акад. М. И. АЛИЕВ, Ю. Г. АСАДОВ, З. А. ДЖАФАРОВ, Ф. З. ГУСЕЙНОВ,  
З. С. ГАСАНОВ

ПОЛУЧЕНИЕ И РЕНТГЕНОГРАФИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ  
СОЕДИНЕНИЙ  $AgCrSe_2$ ,  $AgCrTe_2$ ,  $AgNiSe_2$ ,  $AgNiTe_2$

В последние годы необычайно возрос интерес к многокомпонентным полупроводникам—тройным и более сложным соединениям, твердым растворам и эвтектическим сплавам. Это обусловлено развитием полупроводниковой электроники, предъявляющей все новые и новые требования к полупроводниковым материалам. К таким сложным полупроводникам относятся тройные соединения с общей стехиометрической формулой  $AgMX_2$ , где  $M—Fe, Ni, Cr$ ;  $X—S, Se, Te$ .

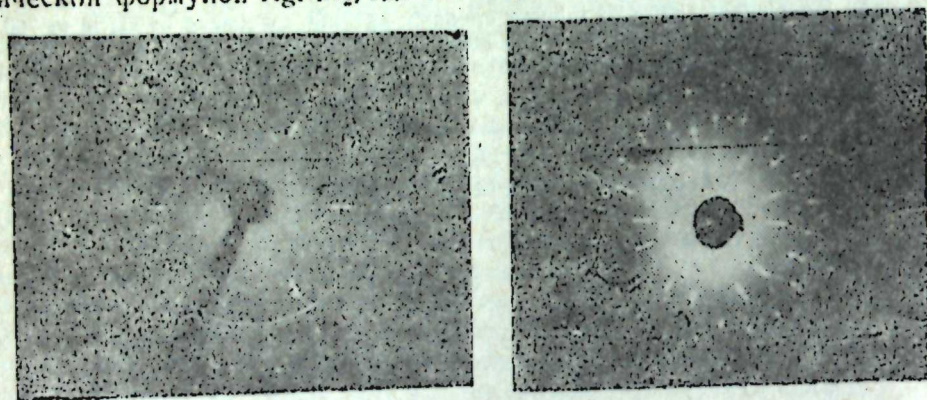


Рис. 1. Лауэграммы монокристалла  $AgCrTe_2$  (а) и  $AgNiTe_2$  (б). Дебаевские кольца на лауэграмме (а) от держателя образца

Ранние исследования физико-химических и физических свойств некоторых из этих соединений обнаружили в них ряд уникальных особенностей [1—4]. Многие из них обладают свойством полиморфизма и фазовый переход сопровождается скачкообразными изменениями электрических, тепловых и других свойств. Некоторые соединения имеют узкую ширину запрещенной зоны, малую эффективную массу и высокую подвижность электронов, другие обнаруживают структуры, содержащие двумерные слои.

Сочетание перечисленных свойств в соединениях типа  $AgMX_2$  делает их весьма интересными объектами как для исследования некоторых вопросов физики полупроводников, так и для выяснения возможностей их практического применения.

До настоящего времени из соединений  $AgCrX_2$  были известны лишь  $AgCrS_2$  и  $AgCrSe_2$  [5, 6]. О соединениях  $AgCrTe_2$  и их аналогах  $AgNiSe_2$  и  $AgNiTe_2$  в литературе никаких сведений не было.

Поэтому представляло интерес получение этих соединений и исследование их физико-химических свойств.

Результаты термографических исследований и электрических свойств полученных нами кристаллов были опубликованы в [8, 9].

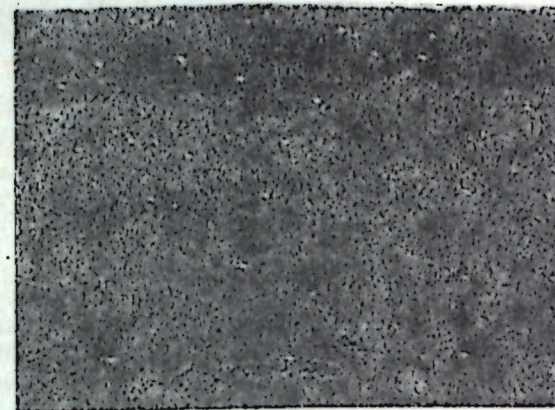


Рис. 2. Вайсенбергограмма от монокристалла  $AgCrTe_2$

Данная работа посвящена технологии получения соединений  $AgMX_2$  ( $M—Cr, Ni$ ;  $X—Se, Te$ ) и их рентгенографическим исследованиям.

Синтез соединений  $AgCrSe_2$ ,  $AgCrTe_2$ ,  $AgNiSe_2$  и  $AgNiTe_2$  производился непосредственным сплавлением компонентов, взятых в стехиометрическом соотношении. Для синтеза соединений использовались материалы с чистотой: серебро—99,990%; селен—99,9999%; теллур—99,999%; никель—99,99%; хром—99,98%.

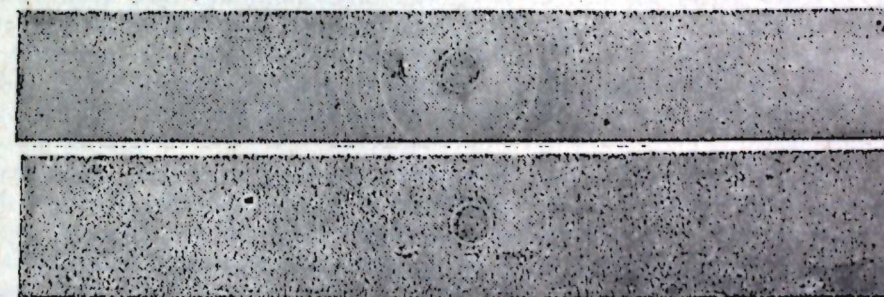


Рис. 3. Дебаеграммы: а—от  $AgCrSe_2$ ; б—от  $AgNiSe_2$

Необходимое количество материала загружалось в предварительно очищенную кварцевую ампулу и создавался вакуум  $1,33 \cdot 10^{-2}$  Па. Синтез проводился в печи, представляющей собой кварцевый цилиндр, снабженный двумя нагревательными секциями, состоящими из совокупности равномерно распределенных витков.

На первой стадии синтеза нижняя секция печи нагревается до 1473—1573 К, а верхняя—до 573 К. Появляющиеся при этих условиях пары халькогенов легко конденсируются в верхней части печи и стекают вниз. В этом месте печи имеется окошко для наблюдения за процессом конденсации паров. По прекращении конденсации



температура верхнего участка ампулы повышается также до 1473—1573 К.

Реакция во всех соединениях идет медленно, поэтому для предотвращения взрыва ампул, вследствие большой упругости насыщенных паров селена или теллура, необходимо было температуру печи повышать равномерно и медленно. Температура повышалась до 1473—1573 К со скоростью 0,922 К/с.

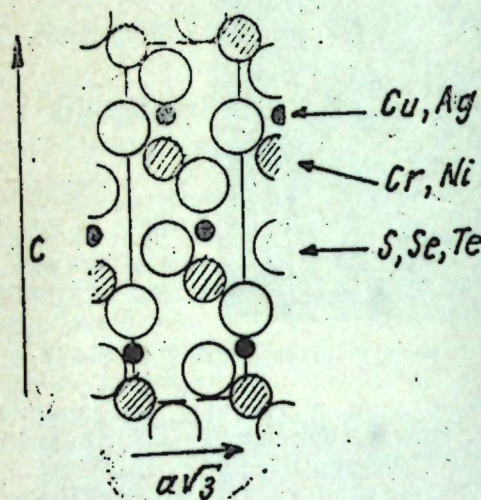


Рис. 4. Проекция структуры  $\text{CuCrS}_2(\text{Se}_2)$ ,  $\text{AgCrS}_2(\text{Se}_2, \text{Te}_2)$  и  $\text{AgNiSe}_2(\text{Te}_2)$  на плоскости (1120).

При температуре плавления каждого элемента, входящего в состав соединения, ампула выдерживалась в течение 3—4 ч. Ввиду того, что соединения получают при температурах гораздо ниже температуры плавления хрома и никеля (1888 и 1725 К, достаточно было температуру смеси повышать до 1573 К и выдерживать при этой температуре около 8—10 ч. Затем до температуры плавления соединения охлаждались постепенно. С целью ускорения синтеза и получения образцов без пор производилась вибрация ампулы с помощью вибрационного мотора, который соединялся с ампулой посредством стеклянной палочки.

После синтеза материалы подвергались направленной кристаллизации методом Бриджмена со скоростью перемещения ампулы 0,41 М/с.

Были получены монолитные крупноблочные образцы темно-серого цвета. В  $\text{AgNiSe}_2$  имелись плоскости раскола, а кристаллы  $\text{AgCrTe}_2$  имеют слоистую структуру, где слои расположены вдоль оси выращивания.

С целью получения однофазности образцы отжигались в режиме для  $\text{AgNiSe}_2(\text{Te}_2)$  при 673 К в течение 50 ч, а для  $\text{AgCrSe}_2(\text{Te}_2)$  при 623 К в течение 80—100 ч.

Для определения сингонии и констант решетки всех синтезированных образцов были проведены рентгенографические исследования. Для примера на рис. 1 представлены лауэграммы соединений  $\text{AgCrTe}_2$  (а) и  $\text{AgNiTe}_2$  (б), снятые в направлении кристаллографической оси шестого порядка, а на рис. 2—вайсенбергограммы типа (hol) от монокристалла  $\text{AgCrTe}_2$ . На рис. 3 приведены дебаеграммы, полученные от образца соединений  $\text{AgCrSe}_2$  (а) и  $\text{AgNiSe}_2$  (б).

Расчитанные по вайсенбергограммам и дебаеграммам значения па-

раметров элементарной ячейки указанных соединений приведены в таблице.

Результаты хорошо согласуются с литературными данными [6, 7], где показано, что  $\text{AgCrSe}_2$  и  $\text{AgCrS}_2$  изоструктурны и кристаллизуются в ромбической сингонии с пространственной группой  $R\bar{3}m$ . На рис. 4 показана проекция структуры на плоскости (1120), характерная для всех указанных изоструктурных соединений.

Соединения	Сингония	Тип структур	a, нм	c, нм	c/a
$\text{AgCrSe}_2$	Гексаг.	$\text{AgCrS}_2$	0,370	2,123	5,74
$\text{AgCrTe}_2$	.	.	0,394	2,465	6,26
$\text{AgNiSe}_2$	.	.	0,372	2,130	5,73
$\text{AgNiTe}_2$	.	.	0,398	2,474	6,22

Таким образом, можно заключить, что замена Cr на Ni и S на Se или Te несущественно меняет общий структурный мотив, т. е. все тройные соединения  $\text{AgMX}_2$  (где  $M = \text{Cu, Ni, Cr}$  и  $X = \text{S, Se, Te}$ ) кристаллизуются в структурном типе  $R\bar{3}m$ .

#### Литература

1. Жузе В. И., Сергеева В. М., Штрум Е. Л. ЖТФ, т. XXVIII, вып. 2, 233—236, 1958.
2. Алиев М. И., Гасанов З. С., Гусейнов Ф. З. Изв. АН СССР, серия „Неорг. мат-лы“, т. X, № 10, 1897, 1974.
3. Алиев М. И., Мирзабабаев Р. М., Гасанов З. С., Султанов Г. Д., Гусейнов Ф. З. ДАН Азерб. ССР, т. XXXII, № 8, 16—19, 1976.
4. Алиев М. И., Гасанов З. С. ДАН Азерб. ССР, т. XXXIII, № 11, 36, 1977.
5. Murphy D. W., Sehm M. C. and Tall B. J. Electrochem. Soc., 1977, v. 124, № 8, 1268—1271.
6. Engelsman, F. M. R., Wieggers G. A., Jellinek F. and Van Laar Van B. J. Solid. State Chem., 1973, 6, 574.
7. Bongers P. F., Van Bruggen C. F., Koopstra J., Omloo W. P. F., Wieggers G. A. and Jellinek F. Phys. Chem. Solids, 1968, v. 29, 977—984.
8. Алиев М. И., Сулейманов З. И., Гусейнов Ф. З., Гасанов З. С. ДАН Азерб. ССР, т. XXXV, № 2, 18—91, 1979.
9. Алиев М. И., Гусейнов Ф. З. Изв. АН СССР, серия „Неорган. мат-лы“, т. 15, № 10, 1874—1875, 1979.

Институт физики

Поступило 18. XII 1980

М. И. Элијев, Ј. Г. Эсədов, З. Ə. Чəфəров, Ф. З. Гусейнов və З. С. Гəсəнов

$\text{AgCrSe}_2$ ,  $\text{AgCrTe}_2$ ,  $\text{AgNiSe}_2$  və  $\text{AgNiTe}_2$

БИРЛƏШМƏЛƏРИНИН АЛЫНМАСЫ ВƏ РЕНТКЕНОГРАФИК ТƏДГИГАТЛАРЫ

Мəгəлəдə Јени  $\text{AgCrSe}_2(\text{Te}_2)$  və  $\text{AgNiSe}_2(\text{Te}_2)$  Јарымкечиричи бирлəшмəлəрини алынма технолокијасы вə оилардй ренткенографик тəдгигатларын пəтичелəри верилмишидр. Бу кристаллардан чəкилмиш лауэграммларын, дебаэграммларын вə вайсенбергограммларын кəмэклији илэ гəфəс сабитлэри һесаблинмишидр. Кəстəрилмишидр ки,  $\text{AgMX}_2$  ( $M = \text{Ni, Cr}$ ;  $X = \text{S, Se, Te}$ ) бирлəшмəлəриндэ хромул никеллэ вə кукүрдүн селэн Јахуд теллура эвəз едилмəsi үмуми гəфəс гурлушунда эсəсли дэјишиклик етияр вə кəстəрилэн үчгəт бирлəшмəлəрини һамысы  $R\bar{3}m$  типли гəфəсдэ кристаллашырлар.

M. I. Allyev, Yu. G. Asadov, Z. A. Dzhatfarov, F. Z. Guseinov, Z. S. Gasanov  
PRODUCTION AND X-RAY STUDIES OF  $\text{AgCrSe}_2$ ,  $\text{AgCrTe}_2$ ,  $\text{AgNiSe}_2$  AND  
 $\text{AgNiTe}_2$  COMPOUNDS

The paper deals with the synthesis of new semiconductors  $\text{AgCrSe}_2(\text{Te}_2)$  and  $\text{AgNiSe}_2(\text{Te}_2)$  and their X-ray study. The Layer, Debye and Wasenberg diagrams of the compounds have been taken off. The results of the above mentioned diagrams are used to estimate the lattice parameters.

It is shown that the replacement of Cr by Ni and S by Se, or Te in  $\text{AgMX}_2$  compounds (where M—Ni, Cr and X—S, Se, Te) does not essentially change the general scene of structure, i. e. all the triple compounds of the system in question crystallize in R3m structure type.

Чл.-корр. АН СССР Г. Б. АБДУЛЛАЕВ, С. А. АБАСОВ, В. А. АЛЕКПЕРОВ,  
С. И. МЕХТИЕВА, Я. Г. РАГИМОВ, И. М. ИСМАИЛОВ

ВЛИЯНИЕ СЕЛЕНА НА КИНЕТИКУ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО  
РАЗРУШЕНИЯ ПОЛИЭТИЛЕНА

В работе [1] изучено влияние селена (Se) на электрическую прочность полиэтилена (ПЭ). Показано, что электрическая прочность полиэтилена в зависимости от содержания селена сначала увеличивается, проходит четко выраженный максимум, соответствующий количеству 0,3 вес. ч. Se, а затем падает с дальнейшим увеличением содержания селена. Однако эти данные получены при кратковременном

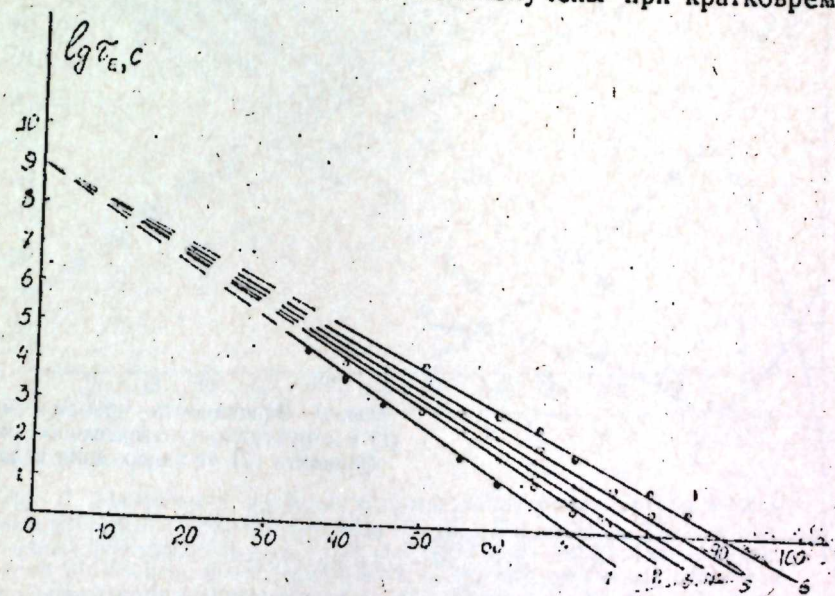


Рис. 1. Зависимость времени жизни исходного полиэтилена (1) и полиэтиленов, содержащих 1,0; 0,1; 0,7; 0,5 и 0,3 вес. ч. селена (2, 3, 4, 5 и 6 соответственно) от напряженности электрического поля при 293 К.

воздействия электрического поля и не позволяют прогнозировать срок службы и судить о механизме электрического разрушения полиэтилена. Поэтому задача изучения изменений времени жизни, т. е. кинетики электрического разрушения полиэтилена с добавкой селена, несомненно, представляет как научный, так и практический интерес. Исходя из этого в данной работе изучены временные зависимости электрической прочности ПЭ с добавкой селена в различных содер-

жаниях (0 ÷ 1 вес. ч.), а также температурно-временные зависимости электрической прочности исходного ПЭ и ПЭ с добавкой оптимального количества (0,3 вес. ч) Se. Время жизни (время, прошедшее от момента приложения электрического поля к образцу до его пробоя) определялось по методике, описанной в работе [2]. Для исключения краевых эффектов пробой производился в трансформаторном масле. Введение селена осуществлялось механическим перемешиванием на вальцах.

На рис. 1 представлены зависимости логарифма времени жизни  $\lg \tau_E$  от напряженности электрического поля  $E$  для полиэтилена, содержащих различные количества селена, при 293 К (на рис. 1 не указаны зависимости  $\lg \tau_E$  от  $E$  для содержаний селена 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 и 0,9 вес. ч). Из рис. 1 видно, что во всех содержаниях селена время жизни  $\tau_E$  полиэтиленовой композиции экспоненциально уменьшается с увеличением напряженности электрического поля  $E$ , т. е. выполняется формула

$$\tau_E = \text{Вехр}(-\beta E), \quad (1)$$

где  $B$  и  $\beta$  — параметры, определяющие электрические прочностные свойства материала. С изменением содержания селена параметр  $B$  в (1) не изменяется, а изменяется  $\beta$ .

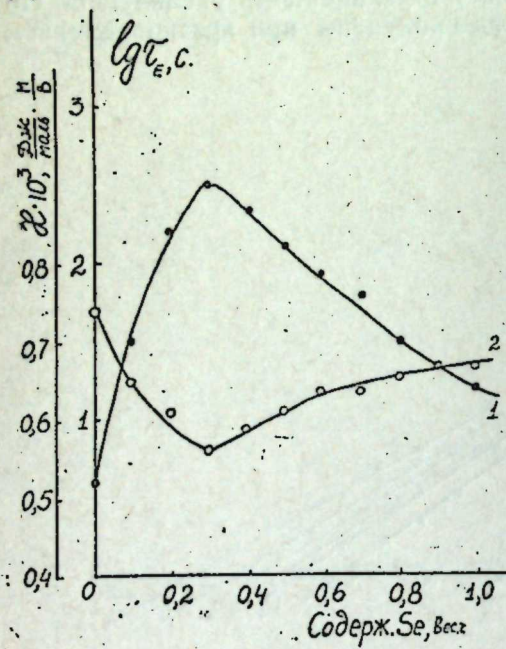


Рис. 2. Зависимость времени жизни (1) и структурно-чувствительного коэффициента (2) от содержания селена

Из рис. 1 также видно, что время жизни ПЭ, при заданном значении  $E$ , в зависимости от содержания селена аналогично изменениям электрической прочности [1] сначала увеличивается, проходит максимум, соответствующий количеству селена 0,3 вес. ч., а затем падает с дальнейшим увеличением содержания селена (рис. 2).

С целью установления влияния селена на кинетические характеристики процесса электрического разрушения, в частности, на энергию активации, была изучена температурно-временная зависимость электрической прочности (т. е. зависимость времени жизни от напряженности электрического поля при различных температурах) для исходного ПЭ и ПЭ, содержащего 0,3 вес. ч Se.

На рис. 3 приведены зависимости логарифма времени жизни ПЭ и ПЭ + 0,3 вес. ч Se от напряженности электрического поля  $E$  при различных температурах (213, 273, 323 К). На рис. 3 не указаны зависимости  $\lg \tau_E$  от  $E$  при промежуточных температурах 253 и 293 К. Каждая точка на этих графиках получена при усреднении 5—8 повторных опытов. Видно, что во всех температурах для ПЭ и ПЭ + 0,3 вес. ч Se выполняется формула для времени жизни (1), т. е. сохраняется линейное уменьшение  $\lg \tau_E$  от  $E$ , причем с уменьшением температуры параметры  $B$  и  $\beta$  в формуле (1) увеличиваются и наоборот. При экстраполяции прямых в координатах  $\lg \tau_E$  от  $E$ , соответствующим различным температурам, в сторону больших напряженностей и малых времен жизни, эти прямые пересекаются в одной точке — полюсе при значении времени жизни  $\tau_E = 10^{-12}$  с.

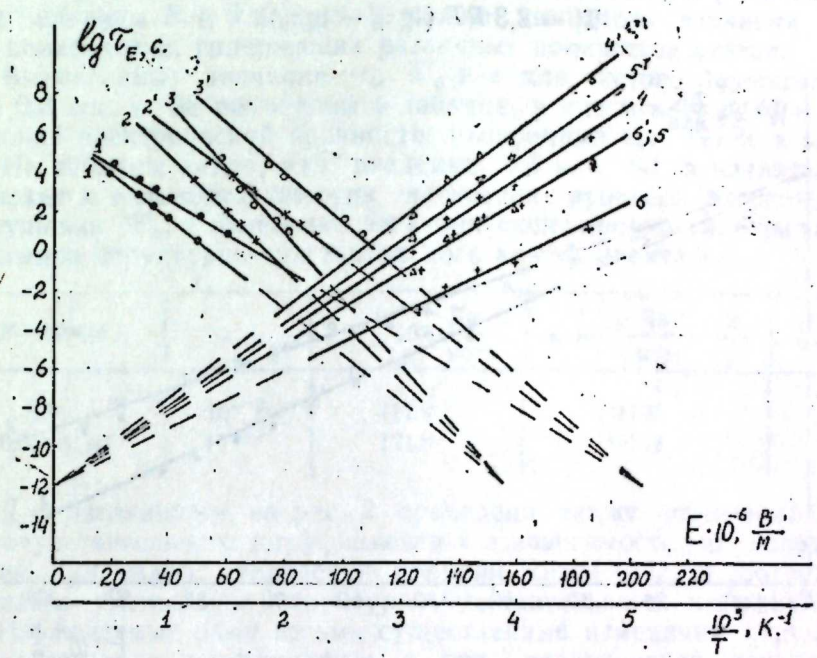


Рис. 3 Зависимости времени жизни полиэтилена от напряженности электрического поля (1—3—исх.; 1'—3'—ПЭ + 0,3 в.ч. Se) при различных температурах (1,1'—323; 2,2'—273; 3,3'—213 К) и от температуры (4—6—исх.; 4'—6'—ПЭ + 0,3 в. ч. Se) при различных значениях напряженности электрического поля: 4,4'—55; 5,5'—65; 6,6'—85 кв/мм

Опытные данные, представленные на рис. 3, позволяют при  $E = \text{const}$  построить зависимость времени жизни от температуры в координатах  $\lg \tau_E = f\left(\frac{1}{T}\right)$ . На рис. 3. для ПЭ и ПЭ + 0,3 вес. ч Se показаны такие зависимости  $\lg \tau_E$  от  $\frac{1}{T}$  при различных постоянных значениях  $E$ . Видно, что зависимость  $\tau_E = f(T)$  описывается эмпирическим соотношением

$$\tau_E = \tau_0 \exp\left(\frac{W}{RT}\right), \quad (2)$$

где: предэкспоненциальный множитель  $\tau_0$  принимает значение  $10^{-12}$ , а величина  $W$  является энергией активации процесса электрического разрушения и зависит от напряженности электрического поля.

Следует отметить, что в работах [2,3], посвященных изучению температурной зависимости времени жизни ПЭ, наблюдается „смещение полюса“ в зависимости  $\lg \tau_E = f\left(\frac{1}{T}\right)$ , что затрудняло вычисление энергии активации. Любопытно отметить, что в данном случае „смещение полюса“ не наблюдается, что можно связать с технологией получения ПЭ или же с исключением краевых разрядов. При отсутствии „смещения полюса“ значения энергии активации, определяемые из наклона прямых на рис. 3 и из формулы (2) совпадают и являются более достоверными. Для определения зависимости  $W$  от  $E$  выражение (2) перепишем в следующем виде:

$$W = 2,3 RT (\lg \tau_E - \lg \tau_0).$$

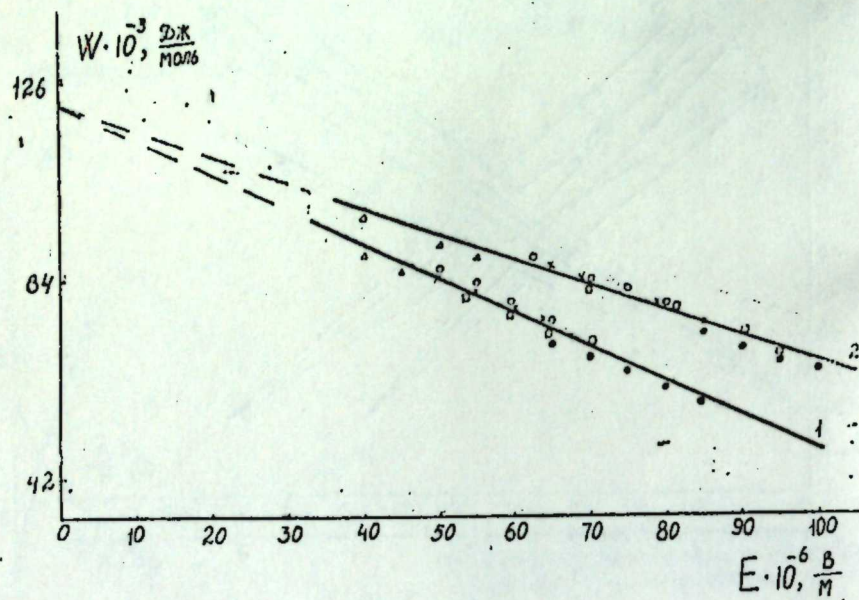


Рис. 4. Зависимость энергии активации процесса электрического разрушения полиэтилена от напряженности электрического поля: 1—исх.; 2—ПЭ+0,3 в.ч. Se

Учитывая, что предэкспоненциальный множитель  $\lg \tau_0$  принимает значения—12, можно вычислить  $W$  для всех значений  $\lg \tau_E$  и температуры  $T$ , приведенных на рис. 3. Результаты этих вычислений показаны на рис. 4, из которого следует, что для ПЭ и ПЭ+0,3 вес. ч Se  $W$  линейно уменьшается с ростом  $E$ , т. е. выполняется формула  $W = W_0 - xE$  ( $W_0$ —начальный потенциальный барьер, характеризующий процесс электрического разрушения, а  $x$ —структурно-чувствительный коэффициент).

Из экспериментальных данных, приведенных на рис. 3 и 4, следует, что температурно-временная зависимость электрической проч-

ности для ПЭ и ПЭ+0,3 вес. ч Se выражается формулой, установленной в работах [2—4]:

$$\tau_E = \tau_0 \exp\left(\frac{W_0 - xE}{RT}\right). \quad (3)$$

Легко видеть, как коэффициенты  $\tau_0$ ,  $W_0$  и  $x$  формулы (3) связаны с коэффициентами формулы (1): для коэффициентов  $B$  и  $\beta$  можно написать

$$B = \tau_0 \exp\left(\frac{W_0}{RT}\right), \quad (4)$$

$$\beta = \frac{x}{RT}. \quad (5)$$

Зная величины  $B$  и  $\beta$  из рис. 1, можно вычислить значения  $W_0$  и  $x$  для полиэтилена, содержащих различные количества селена.

Вычисленные значения  $\tau_0$ ,  $W_0$  и  $x$  для чистого полиэтилена и ПЭ+0,3 вес. ч. Se приведены в таблице, в которую включены также значения электрической прочности, измеренные при 293 К и  $\tau_E = 1$  с.

Из таблицы видно, что введение 0,3 в.ч. Se в полиэтилен не приводит к изменению энергии активации процесса электрического разрушения  $W_0$ , а изменение электрической прочности отражается в изменении структурно-чувствительного коэффициента  $x$ .

Материал	$\tau_0$ , с	$W_0$ , $10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$	$x$ , $10^{-3} \frac{\text{Дж}}{\text{моль}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{В}}$	$E$ , $10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}}$
ПЭ	$10^{-12}$	121,8	0,735	70
ПЭ+0,3 в.ч. Se	$10^{-12}$	121,8	0,562	90

Для наглядности, на рис. 2 приведено также изменение структурно-чувствительного коэффициента  $x$  в зависимости от содержания селена. Как видно, увеличению времени жизни (рис. 2) соответствует симбатное уменьшение структурно-чувствительного коэффициента  $x$ .

Наблюдаемые нами весьма существенные изменения структурно-чувствительного коэффициента  $x$  при практической неизменности величины  $W_0$  указывают на интегральный характер воздействия на него целого ряда факторов, отличающихся от дифференцируемых, которые в чистом виде не представляются возможным. В то же время можно констатировать, что неизменность  $W_0$  свидетельствует о том, что при механическом перемешивании полиэтилена с селеном не наблюдается перехода из одного класса соединений в другой, т. е. электрическое разрушение ПЭ до и после добавки, в основном, идет по одним и тем же химическим связям.

Результаты исследования по влиянию добавок селена на электрические прочностные свойства (время жизни  $\tau_E$  и электрическая прочность  $E$ ) ПЭ, приведенные на рис. 1—4, показывают, что изменение этих свойств в зависимости от содержания добавок отражаются в изменениях одного лишь структурно-чувствительного коэффициента  $x$  (причем росту прочностных свойств соответствует уменьшение  $x$ , а их спаду—увеличение  $x$ ).

С целью объяснения причин изменения электрических прочностных

свойств ПЭ при введении добавок селена, прежде всего, следует обратить внимание на поведение коэффициента  $\lambda$ .

Всестороннее изучение изменений механической прочности полиэтилена при введении добавок селена показало [1], что введение селена приводит к существенным изменениям механических прочностных свойств полиэтилена, причем максимальное улучшение прочностных и деформационных свойств наблюдается также при содержании селена 0,3 в. ч. В работе [1] на основе изучения кинетики механического разрушения установлено, что изменения механической прочности ПЭ при введении добавок связано с изменением уровня загрузки несущих молекул вследствие изменения числа последних, т. е. с изменением структурно-чувствительного коэффициента пропорционального локальным перенапряжениям.

В [3—10] указывается, что во всяком реальном диэлектрике имеются нарушения структуры, вакансии, трещины, пор и т. д. Необходимо учитывать неравномерность распределения свободной энергии. В [9, 10] микроскопическими исследованиями показано наличие таких микродефектов в полиэтилене, а в [3] установлено, что действительно изменение числа этих дефектов воздействием ориентационной вытяжки, электрических разрядов, механической нагрузки и т. д. приводит к изменениям времени жизни (электрической прочности) и эти изменения отражаются в изменении коэффициента  $\lambda$ , т. е. в изменении коэффициента электрического перенапряжения.

Таким образом, учитывая неизменность начальной энергии активации  $W_0$  процесса электрического разрушения полиэтилена, изменение в основном коэффициента  $\lambda$  после введения селена, можно предполагать, что вводимый до 0,3 в. ч. селен заполняет (устраняет) дефекты (пустоты, вакансии, трещины), тем самым приводит к уменьшению коэффициента перенапряжения, т. е. к более равномерному распределению внешнего электрического поля и увеличению электрической прочности. Увеличение содержания селена после 0,3 в. ч. ведет к разрушению его структуры, создает неоднородности. Это указывает на то, что в разрушенной структуре внешнее электрическое поле распределяется неравномерно, что отражается на уменьшении времени жизни (электрической прочности).

Исходя из электротермофлуктуационного механизма [3, 4, 11] сказанное можно дополнить тем, что „залечивание“ дефектов в полиэтилене приводит к уменьшению вероятности возникновения ионизационных процессов, являющихся причиной электрического разрушения, а следовательно и к уменьшению степени возмущений химических связей под действием бомбардировки заряженными частицами и затруднению разрывов этих возмущенных связей тепловыми флуктуациями.

#### Литература

1. Исмаилов И. М. Канд. дисс. ИФАН Азерб. ССР, 1979.
2. Багиров М. А., Рагимов Я. Г., Аббасов Т. Ф., Абасов С. А. ФТТ, т. 15, вып. 5, 1579, 1973.
3. Багиров М. А., Абасов С. А., Рагимов Я. Г., Аббасов Т. Ф. Высокомолекуляр. соед., т. А(20), 1109, 1978.
4. Рагимов Я. Г. Канд. дисс. ИФАН Азерб. ССР, 1979.
5. Дмитриевский В. С., Графов В. Ф. «Изв. Томского политехнич. ин-та» 267, 41, 1975.
6. Сканави Г. И. Физика диэлектриков (область сильных полей). Физматгиз, 1958.
7. Вершинин Ю. Н. Электрический пробой твердых диэлектриков. Изд.

«Наука», Сибирское отделение. Новосибирск, 1968. 8. Багир В. В., Вахов В. А., Сотников В. Г., Ушаков В. Я. «Электричество», № 5, 79, 1977. 9. Fischer P. App. Rept. Conf. Electr. Insul. and Dielec. Phenomena, Downingtown, Pa, 1974, D. C. 661, 1975. 10. K r a n s Z. Hans—Gerd, Electrotechn. Z. A. 98, № 7, 477, 1977. 11. Абасов, Автореф. докт. дисс. АГУ. Баку, 1975.

Институт физики

Поступило 21. I 1981

Н. Б. Абдуллаев, С. А. Абасов, В. Э. Элэкбаров, С. И. Мехдиева,  
Я. Г. Рагимов, И. М. Исмаилов.

#### ПОЛИЭТИЛЕНИН ЭЛЕКТРИК ДАҒЫЛМАСЫНЫН КИНЕТИКАСЫНА СЕЛЕНИН ТӘСИРИ

Мәғаләдә селен әләвәсинин (0÷1 җәки һиссәси) полиэтиленни јашама мүддәтинә тәсирни өјрәнилмишидр. Ашкар едилмишидр ки, селенин миғдарыны 0,3 җәки һиссәсинә гәдәр артырдыгда полиэтиленни јашама мүддәти артыр. Селенин миғдары 0,3 җәки һиссәси гәдәр олдугда јашама мүддәти өзүнүн максимум гијмәтинни алып. Кәстәрилмишидр ки, полиэтиленә селен әләвәси вурулдугда онун електрик дағылмасынын активасија енерҗиси дәјишмир. Јашама мүддәтинин мүшаһидә олунаң дәјишмәси әсәсиң структураја һәссәс олан кәмијјәтин дәјишмәсиндә әкс олуңур.

G. B. Abdullayev, S. A. Abasov, V. A. Alekperov, S. I. Mekhtiyeva,  
Ya. G. Ragimov, I. M. Ismailov

#### THE EFFECT OF SELENIUM ON THE KINETICS OF POLYETHYLENE ELECTRICAL DESTRUCTION

The paper represents the results of studying the effect of selenium addition (0÷1 weight part) on the life-time of polyethylene. The increase of the selenium addition up to 0,3 weight parts is established to increase the life-time. At 0,3 weight parts of selenium the life-time amounts to its maximum value. The activation energy of the electric destruction process  $W_0$  after the introduction of selenium into polyethylene is shown to remain unchanged. The changes in life-time (electric strength) are manifested as the changes in the structural-sensitive coefficient  $\lambda$ .

Акад. Т. Н. ШАХТАХТИНСКИЙ, О. И. ДЖАФАРОВ,  
К. А. КАРАШАРЛИ, А. М. КУЛИЕВ

ТЕПЛОЕМКОСТЬ И ПОВОРОТНАЯ ИЗОМЕРИЯ  
ГЕКСАМЕТИЛДИФЕНИЛТРИСИЛОКСАНА

Среди многочисленных методов исследования твердого состояния органических и, в частности, кремнийорганических веществ нашел широкое применение метод низкотемпературной калориметрии.

Для измерения теплоемкости гексаметилдифенилтрисилоксана нами применен адиабатический вакуумный калориметр, конструкция которого и методика работы аналогичны описанным в [1]. Преимуществом нашей установки перед [1] является автоматическая система регулирования адиабатичности условий измерений. Точность поддержания температуры составляла 0,001 град.

Исследованный нами образец синтезирован в ГОСНИИ химии и технологии элементоорганических соединений. В интервале температур 12—300 К впервые измерена теплоемкость образца гексаметилдифенилтрисилоксана.

Экспериментальные значения теплоемкости были графически выравнены. Среднее отклонение от сглаженной кривой не превышало 0,2%.

По депрессии температуры тройной точки оценена чистота образца, соответствовавшая 99,41%. Температуры тройных точек реального и чистого образцов равны  $270,49 \pm 0,08$  и  $270,65 \pm 0,11$  К соответственно, а теплота плавления —  $22753 \pm 110$  дж/моль.

Поскольку кривая теплоемкости образца не подчинялась предельному закону Дебая, экстраполяция кривой теплоемкости к 0°К проведена по методике, описанной в [2]. По выравненным и экстраполированным данным теплоемкости численным интегрированием кривых  $C_p(\lg T)$  и  $C_p(T)$  были вычислены неизвестные ранее стандартные значения энтропии и изменения энтальпии. В результате получены следующие значения термодинамических параметров при стандартных условиях:  $C_p^0(298) = 648 \pm 2$  дж/моль. К,  $S^0(298) = 769 \pm 3$  дж/моль. К и  $H^0(298) - H^0(0) = 122830 \pm 370$  дж/моль.

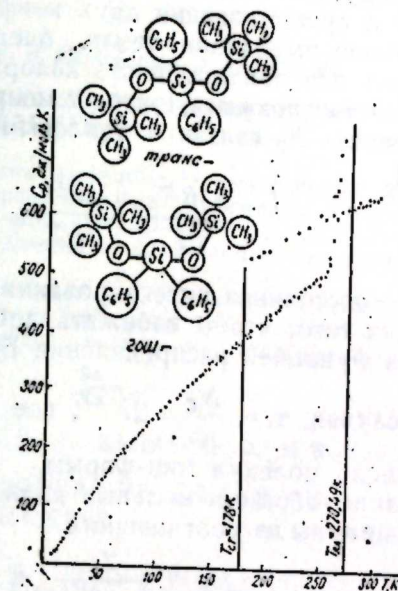
Зависимость теплоемкости от температуры приведена на рисунке. Из рисунка видно, что образец при 178 К стеклует, а при 270,49 К происходит процесс плавления. В результате исследования было установлено, что при охлаждении образца со скоростью менее 6 град/мин происходит кристаллизация, а более 6 град/мин он стеклует.

Известно, что температура стеклования определяется следующей эмпирической формулой [3]:

$$T_{ст.} = \frac{2}{3} T_{кр.}$$

где  $T_{кр.}$  — температура кристаллизации, °К.

Поскольку у нас имеются значения обеих температур, то представляет определенный интерес сравнить вычисленные и экспериментальные данные температур стеклований. Сравнение показывает, что эти данные сходятся удовлетворительно. Расчетное значение температуры стеклования равно 180 К, что на 2 градуса больше экспериментального.



Зависимость теплоемкости гексаметилдифенилтрисилоксана от температуры

Представляет особый интерес и тот факт, что при нагревании образца в аморфном состоянии на 29 градусов выше температуры стеклования начинается спонтанное выделение тепла и через определенное время образец переходит в кристаллическое состояние. Опыты проводились многократно с хорошей сходимостью результатов.

На наш взгляд, этот факт объясняется тем, что, по-видимому, образец имеет две гош- и транс- пространственные конформации (см. рисунок). Устойчивая при комнатной температуре гош-конформация при охлаждении со скоростью более 6 град/мин не успевает перейти в энергетически выгодную низкотемпературную транс-конформацию, гош-конформация замораживается в твердом состоянии и образец стеклует. Это объясняется тем, что молекулы гексаметилдифенилтрисилоксана в гош-форме антисимметричны, а антисимметричность является одним из главных факторов образования аморфного состояния.

Как отмечено, устойчивая при комнатной температуре энергетически невыгодная гош-конформация, замороженная в твердом состоянии, при нагревании вследствие роста амплитуды крутильных колебаний заместителей ( $-C_6H_5$  относительно  $-CH_3$ ) преодолевает потенциальный барьер и переходит в энергетически выгодную транс-конформацию. При образовании симметричной молекулы (в транс-форме) образец легко кристаллизуется, вследствие чего происходит спонтанное выделение тепла.

Поскольку гош-транс-переход сопровождается выделением тепла, то нужно выделить тепловой эффект, связанный с этим переходом,

от теплоты кристаллизации. Для этого из общего теплового эффекта вычиталась теплота плавления и эта разница, значение которой оказалась  $51 \pm 10$  дж/образец, принята за разность энергии гош- и транс-поворотных изомеров. Величина теплового эффекта определена с точностью  $\pm 20\%$ .

Следует отметить, что калориметрическими методами выяснить вопрос о существовании двух конформаций в области, где происходит спонтанное выделение тепла, очень трудно. Нами сделана попытка выяснить эти вопросы чисто калориметрическим методом.

Можно показать, что температурный коэффициент константы равновесия— $K_p$  связан с тепловым эффектом реакции соотношением [4]

$$\frac{d \ln K_p}{dT} = \frac{\Delta H}{RT^2}, \quad \ln K_p = \frac{\Delta H}{RT} + C,$$

где  $C$ —постоянная интегрирования,  $\Delta H$ —тепловой эффект реакции.

Для того, чтобы избежать постоянной интегрирования воспользуемся функцией распределения Больцмана и применим ее для данного случая, т. е.  $\frac{N_g}{N_t} = 2l^{-\frac{\Delta E}{RT}}$ , где  $N_t$ —число молекул транс-формы,

$N_g$ —число молекул гош-формы.

Таким образом, мольные доли гош- и транс- конформаций могут быть оценены из соотношения

$$N_g = \frac{2}{2 + l^{\frac{\Delta E}{RT}}} \quad \text{и} \quad N_t = \frac{1}{1 + 2l^{-\frac{\Delta E}{RT}}}$$

На основании калориметрических данных мы подсчитали, что для одного моля гексаметилдифенилтрисилоксана тепловой эффект гош-транс-перехода, который совершается при 207 К составляет 280 дж/моль. С помощью этих данных можно определить мольные доли повторных изомеров. На основании изложенного найдено, что при 207 К мольные доли гош- и транс- поворотных изомеров принимают соответственно следующие значения:

$$N_g = 0,63 \quad \text{и} \quad N_t = 0,37.$$

Величину 51 дж/образец, которая наблюдалась непосредственно при калориметрических измерениях, нужно отнести к 63% гош-изомера. В этом случае разность энергии поворотных изомеров мы оценили по тепловому эффекту конформационного перехода, рассматривая тепловой эффект перехода как разность двух энергетических величин  $E_g - E_t$ , относящихся соответственно к гош- и транс- изомерам. Таким образом, найдено, что  $\Delta E = 81$  дж/моль.

#### Литература

1. Стрелков П. Г., Ицкевич Е. С., Кострюков В. Н., Мирская Г. Г., Самойлов Б. Н. «Жур. физ. химии», 28, 459, 1954.
2. Нагиев М. Ф., Джафаров О. И., Карашарли К. А., Кострюков В. Н. «ДАН СССР», 184, 648, 1969.
3. Внтер-Клайн А. Стеклообразное состояние. Труды IV Всесоюзн. совещ. 45. «Наука», М., 1965.
4. Киреев В. А. Курс физической химии. Госхимиздат, М., 1956.

Б. Джафаров О. И., Карашарли К. А., Кострюков В. Н., Мосин А. М. «Азерб. хим. ж.», № 12, 11, 1972. Б. Джафаров О. И., Карашарли К. А., Кострюков В. Н. «Жур. физ. химии», 45, 1244, 1971.

Институт теоретических проблем  
химической технологии

Поступило 4. VI 1980

Т. Н. Шахтахтински, Н. И. Чэфаров, К. Э. Гарашарлы, Э. М. Гулиев

#### ГЕКСАМЕТИЛДИФЕНИЛТРИСИЛОКСАНЫН ИСТИЛИК ТУТУМУ ВЭ ДӨНМЭ ИЗОМЕРИ

Гексаметилдифенилтрисилоксанын адиабатик калориметрдә термодинамик хассәләри 12—300 К температур интервалында өйрәнилмишдир. Көстәрилмиш интервалда истилик тутумунун температурдан асыллыгы өлчәлмүшдүр. Әримо истилији вә әримо температуру, шүшәләниә температуру тәјин едилмиш вә сләчә дә әсас термодинамик функцияларың гиймәтләри һесаблинмишдүр.

Тәдғигат нәтижәсиндә ајдын олмушдүр ки, гексаметилдифенилтрисилоксанын ики гош—вә транс-фәза конформасиясы вар вә сојума сүр'әтиндә әсәли олараг бир изомер о биринә кечир. Дөнмә изомерләринини миғдар һисәбәти вә онларың енержиләр фәрги гиймәтләндирилмишдир.

T. N. Shakhhtakhtinsky, O. I. Dzhafarov, K. A. Karashariy, A. M. Kuliev

#### HEAT CAPACITY AND ROTARY ISOMERY OF HEXAMETHYL DIPHENYL TRISILOXANE

Thermodynamic properties of hexamethyl diphenyl trisiloxane have been studied within the temperature range of 12—300 K. Temperature dependence of heat capacity has been measured within the above indicated range. Heat and temperature of fusion, temperature of glass formation have been estimated and values of the principal thermodynamic functions have been calculated as well.

As a result of the study it has been cleared up that hexamethyl diphenyl trisiloxane has two gauche- and trans-spatial conformations, and one isomer converts to another depending on the cooling velocity. The conformational ratio of rotary isomers and difference of their energies have been evaluated.

Чл.-корр. М. М. МОВСУМЗАДЕ, Г. Х. МАМЕДОВ, Ф. Ч. АЛИЕВ,  
А. Л. ШАБАНОВ

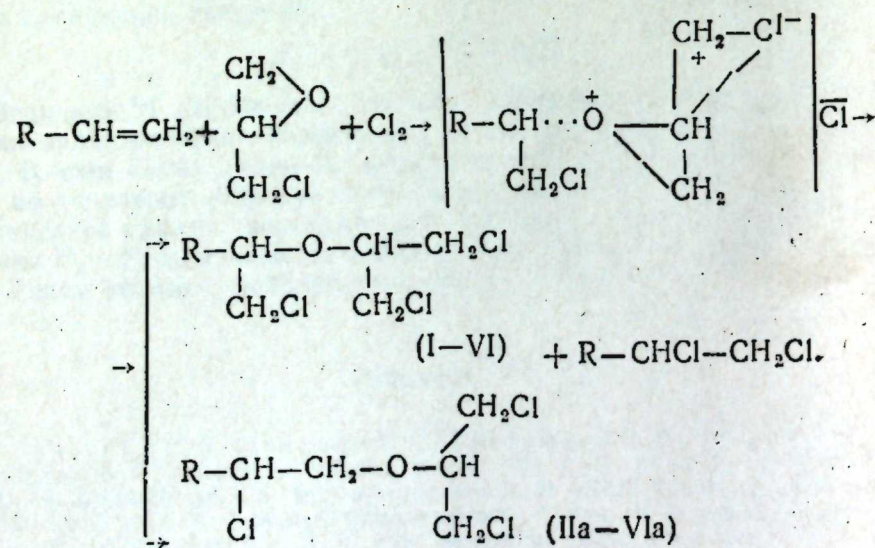
### СОПРЯЖЕННОЕ ХЛОРИРОВАНИЕ 1-АЛКЕНОВ В ПРИСУТСТВИИ ЭПИХЛОРИГИДРИНА

Избирательное протекание реакции сопряженного галогенирования органических оксидов с алкенами представляет большое препаративное значение в органическом синтезе.

В свете ранее известных работ [1] представлял интерес изучить реакцию сопряженного хлорирования эпихлоргидрина с алкенами, так как ранее было показано, что при трехкомпонентном бромировании эпихлоргидрина с алкенами разрыв оксиранового кольца протекает исключительно с незамещенной стороны [2].

Благодаря этому разработан удобный и простой способ получения тригалогенэфиров, которые являются исходными продуктами в синтезе макроциклических лигандов и их линейных аналогов [3].

Исходя из ранее предложенного механизма, допускающего образование ионной пары [1] при сопряженном галогенировании эпигалогенгидринов с алкенами становится понятным избирательное размыкание оксиранового кольца с незамещенной стороны, ориентирующее участие β-атома галогена в делокализации положительного заряда центрального углеродного атома в промежуточном комплексе за счет образования оиевой структуры.



I R=H; II и IIa R=CH<sub>3</sub>; III и IIIa R=(H)-C<sub>4</sub>H<sub>9</sub>  
IV и IVa R=(H)-C<sub>5</sub>H<sub>11</sub>; V и Va R=(H)-C<sub>6</sub>H<sub>13</sub>; VI и VIa R=(H)-C<sub>8</sub>H<sub>17</sub>.

С целью выделения индивидуальных продуктов (I-VI) нами проведено хлорирование эпихлоргидрина с этеном, пропеном, 1-гексеном, 1-гептеном, 1-октеном и 1-деценом.

Смеси нормальных и аномальных изомеров отделены нами от соответствующих 1,2-дихлоралканов простой перегонкой через дефлегматор и методами ЯМР и ГЖХ определены их соотношения.

Общий выход продуктов сопряженного присоединения к алкенам составляет 72-84%.

Изомеры (I-VI), соответствующие нормальному присоединению по кратной связи образуются с высокими выходами. Процентное соотношение продуктов нормального и аномального трехкомпонентного присоединения по кратной связи составляет примерно 85 : 15%.

Методом ЯМР точно установлено соотношение изомеров II и IIa, основанное на измерении соотношения интегральных интенсивностей метильных протонов, проявляющихся в виде дублетов при δ 1,15 и δ 1,43 м. д., соответственно.

Эти константы совпадают с ранее установленными константами метильных протонов в фрагментах CH<sub>3</sub>-CH-O и CH<sub>3</sub>-CH-Cl [1].

С целью отделения изомеров нормального присоединения по кратной связи (II-VI) от соответствующих аномальных изомеров (IIa-VIa) мы использовали методы колоночных хроматографий и вакуумной ректификации. Смесь изомеров пропускали через колонку, заполненную силикагелем кислой формы. Элюентом служил нетролейный эфир. Выделенная фракция подвергается вакуумной ректификации.

Следует отметить, что отделение нормальных изомеров от аномальных может быть достигнуто без колоночной хроматографии.

Физико-химические константы полученных веществ, а также ИК-характеристики каждого изомера приведены в таблице.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

ГЖХ-анализ проводился на приборе ЛМХ-7А газ-носитель-водород, скорость подачи 0,70 л/ч, сорбенты: эластомер Е-301 и Апиэзон. ИК-спектры веществ сняты на приборе UR-20, ЯМР-спектры на приборе Varian T-60 с рабочей частотой 60 мгц в качестве внутреннего стандарта применялся ГМДС. Исходные продукты ЭПХГ и алкены-1 применялись в свежеперегнанном виде.

#### Сопряженное хлорирование гексен-1 в присутствии эпихлоргидрина

В раствор 46 (0,5 моль) ЭПХГ и 60 г четыреххлористого углерода при энергичном перемешивании одновременно пропускалось 17 г (0,75 моль) сухого хлора и прикапывался раствор 21 г (0,25) гексена-1 в растворе 40 г ССl в течение 2 ч. Температура реакционной среды поддерживалась -10°C.

По окончании реакции растворитель (CCl<sub>4</sub>), избыток ЭПХ и образовавшийся 1,2-дихлоргексан отгоняли; остаток перегоняли в вакууме. Получено 42 г (70%) смеси изомеров (III и IIIa) с т. кип. 120-125 (3 мм), из которой колоночным хроматографированием заполненной



Физико-химические характеристики β, β'-трихлорэфиров

№ В-ВЭ	R	Выход, %	Т. кип., °C (P, мм)	d <sub>4</sub> <sup>20</sup>	n <sub>D</sub> <sup>20</sup>	MRD		Найд. выт., %			ИК-характеристики и. л. см. <sup>-1</sup>
						найд.	вычисл.	C	H	Cl	
I	H	52	80-82 (6)	1,3500	1,4820	41,89	41,52	32,48 31,41	4,31 4,61	55,42 55,61	700, 740, 1000, 1100, 1130, 2900
II	CH <sub>3</sub>	50	93-94 (6)	1,2612	1,4730	45,48	46,15	35,61 35,03	5,02 5,35	51,01 51,82	690, 710, 1030 1120, 2900
IV	C <sub>3</sub> H <sub>11</sub>	70	130-132 (3)	1,1398	1,4720	64,12	64,63	45,21 43,90	6,72 7,26	46,66 40,72	700, 720, 2020 1120, 3000
V	C <sub>6</sub> H <sub>13</sub>	72	140-142 (3)	1,1190	1,4720	68,81	69,24	47,01 47,91	7,11 7,62	37,22 38,65	630, 750, 1140
VI	C <sub>8</sub> H <sub>17</sub>	74	162-170 (2)	1,0887	1,4710	77,77	77,47	52,30 51,40	7,91 8,24	34,45 35,09	720, 740, 1000 1120, 3000

силикагелем выделено 36 г (60%). (III)—2-хлорметил-4-(н)-бутил-1,5-дихлор-3-оксапентан с т. кип. 121—122°C (3 мм), n<sub>D</sub><sup>20</sup> 1,4740, d<sub>4</sub><sup>20</sup> 1,1522. Найдено, %: C 44,21, H 6,03, Cl 43,28, MR<sub>D</sub> 60,23. Вычислено, %: C 42,72, H 6,88 Cl 42,91, MR<sub>D</sub> 60,02. C<sub>9</sub>H<sub>17</sub>OCl<sub>3</sub>.

## Выводы

1. Сопряженным хлорированием эпихлоргидрина с 1-алкенами синтезированы и охарактеризованы 6 новых β<sub>1</sub>β<sub>2</sub>β'-трихлорэфиров. Выяснено, что выход нормальных продуктов сопряженного присоединения хлора к олефинам с повышением молекулярной массы последних увеличивается.

## Литература

1. Шабанов А. Л. Докт. дисс. Баку, 1973. 2. Мамедов Г. Х. Сб. ст., стр. 2. АЗИНЕФТЕХИМ, 1973. 3. Pedersen C. J. J. Am. Soc., 92, 386, 1970.  
АЗИНЕФТЕХИМ и. м. М. А. Азизбекова

Поступило 17. XII 1980

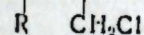
М. М. Мовсумзаде, Г. Х. Мамедов, Ф. Ч. Алиев, А. Л. Шабанов  
АЛКЕНЛАРИН (АЛКЕН-1) ЕПИХЛОРГИДРИН ИШТИРАКЫ ИЛЭ  
ЭЛАГЭЛИ ХЛОРЛАШМАСЫ

Мәгаләдә, етән, пропен, гексен-1, гептен-1, октен-1 вә дөсән-1 карбоһидрокенләрини эпихлоргидрини иштиракы илэ элагэли хлорлашмасы әдрәнилмиш вә β, β', β''-трихлорэфирләр синтез едилмишир. Мүәҗҗән едилмишир ки, карбоһидрокенни күтләси бәүдүкчә, трихлорэфирини чыхымы артыр.

M. M. Movsumzade, G. Kh. Mamedov, F. Ch. Aliev, A. L. Shabanov

THE CONJUGATE CHLORINATION OF 1-ALKENES WITH EPICHLORHYDRINE

The conjugate chlorination of 1-alkenes with epichlorhydrine has been studied. As a result of these reactions three chlorcontaining ethers of general structural formulas



Г. М. ТАЛЫШИНСКИЙ

### ИЗУЧЕНИЕ СОДЕРЖАНИЯ НУКЛЕИНОВЫХ КИСЛОТ В СУБКЛЕТОЧНЫХ СТРУКТУРАХ ЛИСТЬЕВ ИСХОДНЫХ ДИПЛОИДНЫХ СОРТОВ И ПОЛИПЛОИДНЫХ МУТАНТОВ ШЕЛКОВИЦЫ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. К. Абдуллаевым)

Изменение химического состава листьев шелковицы тесно связано с протекающими в них обменными процессами и в первую очередь с возрастными изменениями нуклеинового обмена. Большой интерес при этом представляет выявление связи между степенью плоидности и содержанием нуклеиновых кислот.

Результаты исследований М. А. Али-заде и Э. М. Ахундовой [1, 2] показывают, что в процессе полиплоидизации шелковицы содержание ДНК в пересчете на одну клетку у тетраплоида по сравнению с диплоидной формой возрастает в 3 раза, а у 168-хромосомного гибрида — в 4 раза. Возрастание содержания нуклеиновых кислот в процессе повышения степени плоидности наблюдалось рядом авторов в различных органах многих культур при исследовании, но без фракционирования на субклеточном уровне образцов сахарной свеклы [5], ячменя [9] и гороха [6].

Конечно, необходимо более детальное выяснение механизма изменения содержания нуклеиновых кислот в процессе полиплоидизации шелковицы, и в этом плане важное значение имеет изучение содержания ДНК и РНК и их нуклеотидного состава на субклеточном уровне.

В данной статье сообщаются только результаты исследований изменения содержания нуклеиновых кислот.

#### МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА

Методика получения полиплоидных мутантов шелковицы приводилась в наших предыдущих работах [3, 4].

Процесс выделения ядер, хлоропластов и митохондрий протекает при 0—4°C.

Собранные 20-дневные листья из апекса побегов промывали 0,5%ным хлорексом в течение 3 мин и дистиллированной водой 3 раза по 5 мин. После высушивания на фильтровальной бумаге листья измельчали хромированными ножницами, перемешивали, взвешивали 15 г и растирали 10 мин в фарфоровой ступке в смеси А (0,5 м раствор сахарозы 0,025 М раствор трис-НСI с рН 8,0; 0,001 М раствор хлористого магния и 0,004 М раствор меркаптоэтанола) при соотношении между смесью и навеской 3:1. Однородность гомогената проверяли микроскопически. Гомогенат пропускали через двойную ткань полотна. Фильтрат центрифугировали при 100g в течение 3—5 мин, в результате чего полу-

чали ядра. Надосадочную жидкость центрифугировали при 1000 g в течение 15—20 мин. Выпавшие в осадок хлоропласты суспендировали 3—4 раза по 10 мл в смеси В (0,025 М раствор сахарозы, 0,025 М раствор трис-НСI с рН 8,0; 0,0011 М раствор хлористого магния и 0,004 М раствор меркаптоэтанола). Полученный чистый осадок хлоропластов сохраняли на холоде в боксе. Оставшуюся после выделения хлоропластов надосадочную жидкость центрифугировали при 10 000 g в течение 15—20 мин. Осадок митохондрий 3 раза промывали в смеси В по 10 мл и сохраняли на холоде. Каждый раз после фракционирования чистоту фракций ядер, хлоропластов и митохондрий проверяли микроскопически.

Экстракция ДНК и РНК. Замороженные пробы каждую в отдельности гомогенизировали в течение 5 мин в фарфоровой ступке с 5 мл смеси В<sub>1</sub> (0,15 М раствор хлористого натрия; 0,1 М раствор ЭДТА; 0,05 М раствор трис-НСI буфер с рН 8,0; 2%-ный раствор додецилсульфатнатрия). Гомогенат взбалтывали на механической мешалке в течение 30 мин и нагревали на водяной бане до 50°C в течение 10 мин. После охлаждения до комнатной температуры к нему добавляли равный объем 80%-ного фенола в смеси В<sub>2</sub> (0,1 м раствор трис-НСI буфер рН 8,0; 0,01 М раствор ЭДТА и 0,1 М раствор хлористого натрия), взятых в соотношении 4:1. После перемешивания взбалтывали на механической мешалке в течение 30 мин при +4°C, центрифугировали при 10 000 g в течение 15 мин. Водный слой отбирали стеклянным шприцем, в фенольном слое осадок промывали той же смесью. Собранный водно-солевой слой обрабатывали 2 раза равным объемом смеси хлороформа и изоамилового спирта (24:1) и центрифугировали при 10 000 g в течение 15 мин. Для определения содержания ДНК на каждый миллилитр экстракта добавляли 100 мкг РНК-азы (рибонуклеаза) и инкубировали в термостате при 37°C в течение 30 мин (РНК-азу предварительно нагревали 10 мин при 80°C в 0,15 М растворе хлористого натрия, чтобы инактивировать возможную примесь ДНК-азы). Определение содержания РНК проводилось аналогично. После инкубации к водно-солевому экстракту вновь добавляли равный объем смеси хлороформа и изоамилового спирта (24:1), затем встряхивали и центрифугировали при 10 000 g в течение 15 мин. Водно-солевой слой отбирали стеклянным шприцем, а органический отбрасывали. Депротенинизацию повторяли до тех пор, пока на границе между водно-солевой и органической фазами при центрифугировании не образовывался слой денатурированного белка.

Таким методом определяли содержание ДНК и РНК в хлоропластах и митохондриях. Измеряли объем водно-солевого экстракта. Плотность растворов определяли на спектрофотометре «Спектромом-202» при экстинкции 270 и 290 мкм [10].

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ОПЫТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты исследований показывают (таблица), что в ядрах триплоидов ДНК содержится больше (в среднем за 2 года 198,05—244,48 мг%), чем диплоидов (152,49—163,59 мг%) и тетраплоидов (181,02—181,40 мг%). Такая же закономерность наблюдается в хлоропластах и митохондриях. У высокоплоидных форм в процессе полиплоидизации наблюдается возрастание содержания ДНК в ядрах, тогда как в хлоропластах оно заметно падает по сравнению с диплоидным сортом Зарифтут. Увеличение количества ДНК в ядрах отмечается у всех полиплоидных мутантов, что, несомненно, свидетельствует о важнейшей роли

ядра в изменении генома мутантов. Наименьшее количество ДНК в наших опытах у всех полиплоидных мутантов установлено во фракции митохондрий. При этом оно сильнее уменьшается у высокоплоидных, чем у ди-, три- и тетраплоидных форм. Так, если у ди- и триплоидных форм количество ДНК в митохондриях по сравнению с ядрами падает в 1,2—1,5 раза, то у высокоплоидных форм — более чем в 2 раза. Это свидетельствует об эффективности синтеза белка у триплоидных и тетраплоидных мутантов.

Содержание нуклеиновых кислот в субклеточных структурах листьев исходных диплоидных сортов и полиплоидных мутантов шелковицы (мг % на абсолютно сухой вес, среднее за 1976—1977 гг.)

Сорт и форма	ДНК			РНК		
	Ядра	Хлоропласты	Митохондрий	Ядра	Хлоропласты	Митохондрий
Сыхгезтут (диплоид)	152,49	156,02	110,76	154,29	268,81	265,80
АзТ 59—6 (триплоид)	198,05	172,78	147,41	189,29	300,96	332,92
АзТ 58—15 (тетраплоид)	181,02	164,37	123,63	177,39	235,39	465,82
Закиртут (диплоид)	163,59	145,34	132,56	174,38	199,81	474,43
АзТ 59—7 (триплоид)	244,48	199,17	196,23	189,38	192,56	440,75
АзТ 58—33 (тетраплоид)	181,40	147,46	132,42	151,02	163,76	437,25
Зарифтут (диплоид)	281,46	185,13	135,41	211,73	214,20	307,96
168-хромосомный гибрид (додекаплоид)	308,21	150,12	180,47	261,44	174,30	527,56
Хартут (декаплоид)	390,68	152,05	126,30	408,14	180,35	543,70

РНК в ядрах содержится значительно меньше, чем ДНК, что характерно как для исходных сортов, так и для полученных из них полиплоидных мутантов. В ядрах триплоидных форм содержание РНК больше, чем у ди- и тетраплоидов. Такую же закономерность в отношении РНК мы наблюдали во фракции хлоропластов у полиплоидного ряда Сыхгезтут. В митохондриях же наблюдается увеличение количества РНК с повышением степени плоидности. Что касается полиплоидного ряда Закиртут, то здесь содержание РНК во фракциях хлоропластов и митохондрий при повышении степени плоидности падает. В отношении полиплоидных форм Зарифтут наблюдается коррелятивное возрастание содержания ДНК в ядрах и РНК в митохондриях с изменением степени плоидности. У 168-хромосомного гибрида содержание РНК во фракции хлоропластов значительно ниже, чем у родительских сортов (Зарифтут и Хартут).

При сравнении содержания РНК в различных фракциях в разрезе полиплоидных рядов Сыхгезтут и Закиртут, а также диплоидного сорта Зарифтут обнаружено, что РНК в хлоропластах и митохондриях заметно больше, чем в ядрах. В хлоропластах высокоплоидных форм выявлено падение количества РНК, тогда как в митохондриях в процессе полиплоидизации оно возрастает. Здесь содержание ее заметно больше, чем в других фракциях изученных полиплоидных форм.

Таким образом, содержание как ДНК, так и РНК в субклеточных фракциях разновозрастных листьев варьирует в широких пределах в зависимости от степени плоидности растений шелковицы. Наибольшее количество ДНК содержится в ядрах, наименьшее — в митохондриях. Содержание ДНК в субклеточных фракциях триплоидных форм выше, чем у диплоидных и тетраплоидных форм. Отношение содержания ядерной

ДНК к таковой митохондрий у высокоплоидных форм выше, чем у ди-, три- и тетраплоидных мутантов. По содержанию РНК в ядрах триплоидные формы опережают как диплоиды, так и тетраплоиды, тогда как в митохондриях содержание ДНК коррелирует со степенью плоидности. Содержание РНК в митохондриях возрастает более значительно у тетраплоидных мутантов, по сравнению с высокоплоидными формами шелковицы. По мнению ряда авторов [6, 7, 8], увеличение содержания нуклеиновых кислот связано с возрастанием активности ферментов, участвующих в синтезе этих высокомолекулярных соединений.

#### Литература

1. Ализаде М. А., Ахундова Э. М. В сб. «Полиплоидия у шелковицы». М., ВАСХНИЛ, 1970, 75—81.
2. Ализаде М. А., Ахундова Э. М. «ДАН СССР», 1975, 178, № 3, 725—727.
3. Талышинский Г. М. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», 1975, 5, с. 54—60.
4. Талышинский Г. М. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», 1976, № 4, 39—45.
5. Турбин Н. В., Бормотов В. Е., Савченко В. К., Матюшко И. В. «ДАН СССР», 1965, 161, № 2, 463—468.
6. Hof V. J. Cell Res., 1967, 45, № 3, p. 368—376.
7. Krue V. R., Leopold A. C. Plant Physiology, 1935, 40, № 3, p. 287—293.
8. Li P. H., Andersen V. R. Nature, 1967, 214, № 5083, p. 86—87.
9. Skult H. Acta Acad. Aboensis (ser. B), 1969, 18, № 4, p. 12—19.
10. Takaya K., Sasaki K. Plant cell physiol., 1973, 14, p. 237—248.

Институт генетики и селекции

Поступило 25. IV 1980

Г. М. Талышинский

#### АНА ДИПЛОИД ВЭ ПОЛИПЛОИД ТУТ МУТАНТЛАРЫНЫН СУБМИКРОСКОПИК НУКЛЕИН ТУРШУЛАРЫНЫН ӨЖРЭНИЛМЭСИ

Мәғаләдә 1976—1977-чи илләрдә мұхтәлиф диплоид вә олардан алынмыш полиплоид тут мутантларынын субһүчәрә гурулушунда нуклеин туршуларынын дәһишмә механизми өжрәнилмишдир. Мәлүм олмушду ки, ДНТ ән чох нүвәдә, ән аз исә митохондриләрдә јерләшир. ДНТ вә РНТ-нин миғдары триплоидләрин һүчәрә һиссәсиндә ди- вә тетраплоидләрә нисбәтән чохдур. РНТ-нин миғдары митохондриләрдә плоидлиликлә әләғәдәр оларағ артыр.

G. M. Talysinsky

#### THE STUDY OF NUCLEIC ACIDS CONTENT IN SUBCELLULAR STRUCTURES OF LEAVES OF INITIAL DIPLOID AND POLYPLOID MUTANTS OF MULBERRY

Nucleic acids content in subcellular structures in the leaves of diploid and grown from them polyploid mutants of mulberry was studied in 1976—1977. The highest DNA content was observed in nucleus, the least in mitochondrion. As a rule DNA and RNA content in the cells of triploid mutants is more than in di- and tetraploid mutants. A high RNA content is observed in mitochondrion and its concentration increases in the process of ploidy.

А. А. НАСУДАРИ, Б. А. КРИВУТ

### ХРОМАТОСПЕКТРОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ РУТИНА В ТРАВЕ СЕКУРИНЕГИ ПОЛУКУСТАРНИКОВОЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. Р. Волобуевым)

Секуринага полустарникова — *Securinega suffruticosa* (Pall.) Rhed семейства молочайных (Euphorbiaceae) используется для получения алкалоида секуринина, который применяется в медицине в виде азотно-кислой соли, обладающей стрихниноподобным действием [4, 7]. С этой целью секуринег полустарникова широко культивируется в Молдавии, на Украине и Краснодарском крае, где ежегодно заготавливается около 30 т сухого сырья.

При фитохимическом исследовании секуринег полустарниковой попутно было выделено из листьев этого растения вещество, которое идентифицировано как рутин [6].

Нами обнаружено и выделено значительное количество рутина из секуринег полустарниковой, выращенной в коллекционном участке Ботанического сада АН Азерб. ССР в Баку, где растение очень хорошо растет и развивается.

Одновременно разработан новый способ получения рутина из этого растения, который защищен авторским свидетельством [5]. Рутин обладает свойствами витамина «Р», который широко применяется при заболеваниях, сопровождающихся повышенной хрупкостью и проницаемостью капилляров [2, 3].

Рутин в нашей стране получают из импортного сырья — сафоры японской. Медицинская промышленность остро нуждается в отечественном сырье, содержащем рутин.

Учитывая сравнительно высокий выход рутина из секуринег и большие запасы ее в СССР, на наш взгляд, секуринег полустарникова может быть новым источником получения рутина. В связи с необходимостью оценки качества растительного сырья на содержание рутина, нами был разработан метод количественного определения рутина в траве секуринег полустарниковой.

Экспериментальная часть. В УФ-спектре рутина, выделенного из секуринег полустарниковой, наиболее интенсивный максимум поглощения находится при 363 нм, он и использовался для количественного определения рутина в сырье.

Для отделения рутина от хлорофилла и других жирорастворимых веществ нами проводилась экстракция сырья диэтиловым эфиром в аппарате Сокслета до обеспечения последнего. Экстракцию целевого продукта также проводили в аппарате Сокслета. В качестве экстрагентов использовали этиловый и метиловый спирты.

Опыты показали, что наиболее полное извлечение рутина достигается при экстракции сырья метиловым спиртом в течение 5 ч. (около 70 сливов). Для доказательства полноты экстракции, шрот дополнительно экстрагировали метиловым спиртом в аппарате Сокслета в течение 5 ч. Полуколичественное определение рутина по свечению в УФ-свете на ТСХ показало, что в сырье после 5-часовой первичной экстракции метанолом практически не остается целевого продукта. Таким образом, в указанных условиях имеет место практически полное извлечение рутина из сырья.

Таблица 1

№ об.	Дата сбора	Место сбора	Влажность, %	Содержание рутина на абс. сух. вес сырья, %
1/79	3.07/1979	Украинская ЗОС ВИЛР	6,47	2,08
2/79	21.07/1979	Молдавский с/х "Победа"	7,19	1,43
3/79	24.08/1979	Ботанический сад ВИЛР	5,82	1,39

Для отделения рутина от сопутствующих веществ была использована тонкослойная хроматография. В качестве сорбентов испытаны различные марки силикагеля и целлюлозы. Наиболее пригодным оказалась целлюлоза марки „Filtrax“, „Merke“ и приготовленная по методу ХНИХФИ [1].

Таблица 2

№ обр.	f	x	S <sup>2</sup>	S	P	t (p, f)	Δx	ε	ε <sub>3</sub>
1	5	2,005	0,00197	0,03174	95	2,57	0,08154	4,07	2,35
2	4	1,482	0,00057	0,02339	95	1,78	0,0664	4,48	2,58
3	5	1,407	0,00046	0,0216	95	2,57	0,0555	3,94	2,28
Обобщен.	14	—	0,000711	0,02668	95	2,15	0,057	—	—

В работе использовались пластинки с незакрепленным слоем целлюлозы. Индивидуальность зоны рутина при хроматографировании суммы флавоноидов была доказана идентичностью УФ- и ИК-спектров вещества полученного путем элюирования пятна и стандартного рутина.

Для элюирования рутина использовали смесь диоксан—вода 1:1. Проверка различных способов элюирования (настаивание при 50°C и извлечение при постоянном взбалтывании) показала, что они приводят практически к совпадающим результатам.

В дальнейшем элюирование проводили путем постоянного взбалтывания на качалке при комнатной температуре в течение 2 ч.

С целью исключения ошибок, связанных с зависимостью коэффициента десорбции вещества от условий хроматографирования и элюирования, а также результатов спектрофотометрического определения от используемых приборов и кювет, в методе предусмотрено применение стандартного вещества, в качестве которого используется стандартный рутин.

Метрологические характеристики метода рассчитаны из результатов анализа трех образцов сырья с различным содержанием рутина.

Данные о сырье приведены в табл. 1.  
Каждый образец был проанализирован в шести повторностях.  
Метрологическая характеристика представлена в табл. 2.

Таблица 3

Содержание рутина в 10,0 мг сырья	Добавлено рутина, мг	Найдено рутина, мг	Относительная ошибка
21,80	20,42	42,30	+0,19
21,80	25,21	44,09	-1,59
21,80	22,98	46,15	-2,25

Из таблицы следует, что доверительный интервал единичного определения метода составляет  $\pm 0,057$ .

Отсутствие систематической ошибки доказано опытами с добавками. Относительная ошибка опытов с добавками находится в пределах случайной ошибки разработанного метода, что свидетельствует об отсутствии систематической ошибки.

Таблица 4

№ обр.	Дата сбора	Место сбора	Фазы вегетации	Дата анализа	Влж-ность, %	Содержание рутина на абс. сух. сырье, %
1	10.05 1979	Баку, Ботанический сад	Бутонизация и нач. цветения	VIII. 1979	6,36	1,57
2	10.07 1979	Украинск. ЗОС ВИЛР	Цветение	VIII. 1979	6,18	1,46
3	23.07 1979	Ботанический сад ВИЛР	Начало бутонизации	VIII. 1979	7,12	1,92

Метод разработан на секуринеге полукустарниковой, собранной на Украине в период бутонизации и начала цветения. Содержание рутина 2,18%.

Указанным методом были проанализированы образцы секуринеге, выращенной в разных районах СССР, и собранные в разные фазы вегетации.

#### МЕТОДИКА КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Около 1 г (точная навеска) измельченной травы секуринеге полукустарниковой (размер частиц 1—2 мм) экстрагируют диэтиловым эфиром в аппарате Сокслета (рабочий объем 150 мл) до бесцветного диэтилового эфира (форэкстракция). Эфирный экстракт отбрасывают и проводят экстракцию метанолом в том же аппарате в течение 5 ч (70 сливов). Метанольный экстракт упаривают под вакуумом в круглодонной колбе емкостью 250 мл досуха. Сухой остаток растворяют в 5 мл смеси диоксан—вода 1:1.

На хроматографическую пластинку размером 18×20 см с незакрепленным слоем целлюлозы наносят микропипеткой три полосы (длиной по 2 см) по 0,02—0,03 мл предварительно профильтрованного через бу-

мажный фильтр метанольного экстракта, три полосы (по 0,02; 0,04 и 0,06 мл) раствора рутина стандарта и оставляют полосу для контрольного опыта. Пластинки подсушивают на воздухе в течение 25 мин. Хроматографию проводят при 20—23° в предварительно насыщенной в течение 20 мин вертикальной камере. Подвижная фаза этилацетат — уксусная кислота—вода (4:1:2).

После того, как фронт растворителей пройдет 17 см, пластинки вынимают и сушат на воздухе в течение 30 мин. Затем просматривают в УФ-свете при 360 нм и отмечают зоны, содержащие рутин (темные пятна на светлом фоне целлюлозы). Целлюлозу с отмеченных зон и зоны контрольного опыта количественно переносят в колбы со шлифами емкостью 25 мл, приливают по 10 мл смеси диоксан—вода 1:1 и содержимое колб взбалтывают в течение 2 ч. Элюаты фильтруют через беззольные фильтры с синей полосой или через хроматографическую бумагу марки М. Оптическую плотность фильтратов определяют на спектрофотометре при длине волны 363 нм в кювете толщиной слоя 10 мм на фоне элюата контрольного опыта.

Используя значение оптической плотности элюатов зон стандартного раствора строят калибровочный график зависимости оптической плотности от количества нанесенного на хроматограмму стандартного раствора.

По данному графику определяют количество рутина в остальных хроматографических зонах.

Содержание рутина в растительном сырье рассчитывают в процентах на абсолютную сухую массу.

Приготовление стандартного раствора. Около 0,150 г субстанции рутина (точная навеска в пересчете на 100% содержания) растворяют в мерной колбе емкостью 25 мл в 20 мл смеси диоксан—вода 1:1 при периодическом встряхивании. После растворения рутина объем раствора доводят этой же смесью до смеси и перемешивают. Срок годности стандартного раствора 25 суток.

#### Вывод

Разработан хроматоспектрофотометрический метод количественного определения рутина в траве секуринеге полукустарниковой с доверительным интервалом единичного определения  $\pm 0,057$ .

#### Литература

1. Гаевский А. В., Лошкарев П. М. «Химико-фармацевтический журнал», № 7, стр. 54, 1972.
2. Ключев М. А., Бабаян Э. А. Лекарственные препараты, разрешенные к применению в СССР. Изд-во «Медицина», М., стр. 51, 1979.
3. Машковский М. Д. Лекарственные средства, т. I. Изд-во «Медицина», М., стр. 502, 1977.
4. Муравьева В. И., Баньковский А. И. «Медицинская промышленность СССР», № 2, стр. 27, 1956.
5. Насудари А. А. Авт. свид. № 628922, 1979. Бюл. изобр. № 39, 25. X 1978.
6. Теслов С. В., Мухитдинов М. Труды Ташкентск. фармацевт. ин-та, стр. 52, т. 3, 1962.
7. Турова А. Д., Алешкина Я. А. Секуринеге — как новое лечебное средство. «Медицинская промышленность СССР», № 2, стр. 54, 1957.

АМИ им. Н. Нариманова

Поступило 26. IX 1980

Ә. Ә. Нәсүдәри, Б. А. Кривут

ЖАРЫМКОЛ СЕКУРИНЕГА БИТКИСИНДЕ  
ХРОМАТОСПЕКТРОФОТОМЕТРИК МЕТОДЛА РУТИНИН МИГДАРЫНЫН  
ТӘҖИНИ

Тәркибинде рутин сахлаган битки хаммалыны кеҗфијјәтче гижәтләндирмәк үчүн, жарымкол секуринега биткисинде рутинни хроматоспектрофотометрик мигдарынын тәҗини методу ишләниб һазырланмышдыр.

Методун метероложи хәсусијјәтләри, тәркибинде мұхтәлиф мигдар рутин олан үч нүмунә хаммалын анализ тәһлили нәтичәләриндән һесабланылып мұәјјән едилмишдир ки, методун дәгиглик хәтәсы  $\pm 0,057$  тәшкил едир.

Тәчрүбә заманы мәлүм мигдар рутинни екстракта әләвә едилмәси кестәрир ки, методун систематик сәһвләри јохдур.

Ишләнилиб һазырланмыш метод гәнаәтбәхш нәтичәләр вердијиндән жарымкол секуринега биткисиндән рутин аларкән, техноложи процесләр заманы бу методдан истифадә етмәк олар.

A. A. Nasudary, B. A. Crivut

CHROMATOSPECTROSCOPHOTOMETRIC METHOD OF QUANTITATIVE  
ASSAYS OF RUTIN IN THE SECURINEGA SUFFRITICOSA (PALL.) RHED

To value the quality of plant raw material on rutin content in the *Securinega suffruticosa* (Pall.) Rhed chromatospetrophotometric method of quantitative assays of this substance is worked out.

Metrological characteristic of the method is calculated on the basis of analysis of 3 plant raw material samples with various rutin contents. Confidence interval of the individual assay of the method is  $\pm 0.057$ .

The assays, in which the determinate quantity of rutin in extract is investigated show the absence of systematical error of the method.

The devised method gives satisfactory results and can be used in analysis of the *Securinega suffruticosa* (Pall.) Rhed during technological processes of rutin production.

АЗӘРБАЈҶАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРҪУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVII ЧИЛД

№ 9

1981

УДК 564.329.46.(924.76)

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

Г. А. АЛИЕВ, Н. И. ЛЫСЕНКО

НОВЫЕ ДАННЫЕ О РАННЕМЕЛОВОМ РОДЕ  
NERINEA BALKANELLA

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. А. Ализаде)

Г. А. Алиев [1, 2] при описании вида *Multiplexis* (?) *garthiisensis* из нижнемеловых отложений азербайджанской части Малого Кавказа обратил внимание на своеобразие этой формы и условно отнес его к роду *Multiplexis* Pcelincev. По мнению автора, новый вид следовало бы выделить в самостоятельную родовую единицу, однако недостаточность фактического материала заставила воздержаться от этого. Характеризуя семейство *Polyptyxidae* В. Ф. Пчелинцев [4] также указал на необходимость выделения нового рода *Balkanella* с типовым видом *Nerinea foetterlei* Toula из баррема Балканского полуострова, но не дал его описания. Позднее Г. А. Алиевым из нижнего мела юго-восточной части Малого Кавказа была собрана достаточно богатая коллекция брюхоногих, среди которой оказалось несколько раковин, принадлежащих этому роду. В результате специального их изучения и сравнения с экземплярами из коллекции В. Ф. Пчелинцева [3] (г. Ленинград, ВСЕГЕИ, Геологический музей им. Чернышева) представилась возможность подтвердить валидность нового рода и предложить его диагноз. Данные онтогенетического развития представителей этого рода представляют значительный интерес с точки зрения эволюции признаков и выявления филогенетических связей между юрско-раннемеловыми и позднемеловыми представителями семейства

Сем. POLYPTYXIDAE PCELINCEV, 1965.

Род *Balkanella* Pcelincev emend. Lyssenko et K. Aliev

Типовой вид *Nerinea foetterlei* Toula (1882, табл. 4, фиг. 3) из баррема Балканского полуострова.

Диагноз. Раковина средней величины башенковидная, многооборотная. Обороты вогнутые. Шовный валик выдающийся бугорчатый. Скульптура продольная, представлена тонкими зернистыми ребрами. Основание уплощенное или слабовыпуклое, резко отграничено бугорчатым килем. Пупок отсутствует. Устье высокое, ромбовидное, заканчивающееся сифональным каналом и с 5 основными внутренними спиральными складками—две на столбике; одна в париетальной части полости и две на внешней губе. Иногда присутствует зачаток донной складки.

Видовой состав. *Nerinea foetterlei* Toula, 1882, *Multiplexis garthiisensis* K. Aliev, 1963, *Balkanella cubatliensis* sp. n.

Сравнение. Формой раковины *Balkanella* близко напоминает род *Triptyxis* Pcelincev, 1924, отличаясь от последнего, главным

образом, иным характером внутренней спиральной складчатости, а также зернистостью скульптуры. Отличительной особенностью складчатости раковин рода *Triptyxis* является наличие трех складок: одна на столбике, одна на парietальной части и одна на внешней губе. Характером спиральной складчатости род *Balkanella* обнаруживает большое сходство с родом *Multiptyxis* Pselincev, 1953, но резко отличается характером внешней скульптуры. По типу скульптуры, *Balkanella* ближе всего стоит к роду *Neortyxis* Pselincev, 1934.

З а м е ч а н и я. Новые материалы позволяют уточнить и дополнить диагноз рода, главным образом, за счет особенностей внутреннего строения. Род *Balkanella* имеет 5 отчетливо выраженных спиральных складок, а не 4 как на это указывал В. Ф. Пчелинцев. Даже на балканских экземплярах *Balkanella foetterlei* из коллекции В. Ф. Пчелинцева (Геологический музей им. Чернышева, ВСЕГЕИ, г. Ленинград) можно отчетливо видеть присутствие именно 5 складок, а также зачаток 6-й донной. Общим признаком для всех изученных представителей этого рода является топорovidный характер нижней складки внешней губы, глубоко вдающейся внутрь полости. И, наконец, у всех изученных видов постоянно присутствует вторая, верхняя складка внешней губы. Этими особенностями род *Balkanella* значительно отличается от триптиксид. Можно согласиться с мнением В. Ф. Пчелинцева [4] о возможной филогенетической связи *Balkanella* с валанжинскими представителями рода *Multiptyxis*.

Р а с п р о с т р а н е н и е. Баррем—апт. Баррем Балканского полуострова и Туркмении, баррем—апт Малого Кавказа.  
*Balkanella subatlensis* sp. n.

(рис. 1, 2)

Г о л о т и п № 186. Лаборатория палеонтологии и стратиграфии, мезозой ИГ АН Азерб. ССР, баррем, Азербайджанская ССР.  
Д и а г н о з. Раковина башенковидная, средних размеров с углом спирали  $17^\circ$ , слагается многочисленными вогнутыми оборотами, лестничного соединения. Шовный валик в верхней своей части бугорчатый. Пушок отсутствует. Устье ромбовидное с пятью складками.



Рис. 1. Внутренняя спиральная складчатость на аксиальном сечении через раковину рода *Balkanella subatlensis* sp. nov.  $1 \times 2.5$  (б)

М а т е р и а л. 3 экземпляра удовлетворительной сохранности.

О п и с а н и е. Раковина средней величины, башенковидная с углом спирали  $17^\circ$ , слагается многочисленными вогнутыми оборотами. Линия наибольшей вогнутости приходится на нижнюю часть оборотов, вследствие чего соединение оборотов друг с другом имеет отчетливый лестничный вид. Шовный валик выдающийся, по верхней половине его расположен ряд мелких частых бугорков. Основание раковины резко отграни-

чено бугорчатым килем. Пушок отсутствует. Устье ромбических очертаний с пятью внутренними спиральными складками. Среди них наибольшего развития достигает нижняя складка внешней губы с топорovidным расширением на дистальном конце, обращенным к донной части внутренней полости. Верхняя столбиковая складка менее выражена, чем нижняя; нижняя—узкая, длинная, язычкообразно изогнутая кверху на дистальном конце. Parietalная складка длинная, угловатая на дистальном окончании. Имеется зачаток донной складки (рис. 1).



Рис. 2. Онтогенетические изменения внутренней складчатости *B. subatlensis* sp. nov.

О н т о г е н е т и ч е с к и е изменения наиболее отчетливо выражены в характере внутренней спиральной складчатости (рис. 2), и соотношениях высоты к ширине оборотов на ранних и поздних стадиях роста раковины.

С р а в н е н и е. От близкого аптского *B. garthlensis* (К. Alley) (Г. Алев, 1963, табл. 6, рис. 18, 19) отличается большей выраженностью верхней складки внешней губы и наличием зачатка донной складки. От барремского *B. foetterlei* Pcel. (Toula, 1882, табл. 4, рис. 3) отличается отсутствием второй парietальной складки.

Р а с п р о с т р а н е н и е. Баррем Малого Кавказа (Азербайджанская ССР).

М е с т о н а х о ж д е н и е. Кубатлинский район, сел. Гурджили (Малый Кавказ), органогенные известняки баррема.

#### Л и т е р а т у р а

1. Алев Г. А. «Изв. АН Азерб. ССР, серия геол.-географ. наук», № 2, 1958.
2. Алев Г. А. Брюхоногие меловых отложений азербайджанской части Малого Кавказа и их стратиграфическое значение. Изд-во АН Азерб. ССР. Баку, 1963.
3. Пчелинцев В. Ф., Крымгольц Г. Я. Труды Всесоюз. геол. развед. объедин. НКПП СССР, вып. 210, 1934.
4. Пчелинцев В. Ф. Мурчсония мезозоя Горного Крыма. Изд-во «Наука» М.—Л., 1965.
5. Toula F. Grundlinien der Geologie des westlichen Balkan, Denkschrift. der Akad. der Wissenschaft. Math.-Nat. Classe, Bd. 44, Wien, 1882.

Институт геологии

Поступило 3. XII 1980

Г. Э. Элиев, Н. И. Лысенко

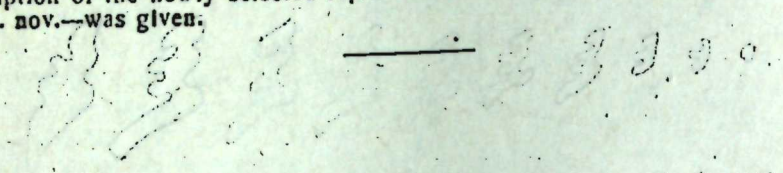
#### АЛТ ТЭБАШИР ИЕРИНЕЈАЛАРЫНА МЭНСУБ ОЛАН BALKANELLA ЧИИСИ БАГГЫНДА ЈЕНИ МЭЛУМАТЛАР

Мәгаләдә Базарча) һөвзәсинин (Кичик Гафгаз) баррем чөкүнтүләриндәи топламыш гастропод багыларнын дахили гурулушунун тәдғиги вә онларын онтогенетик ерекшеліктеринин тәдғиги үчүн «Balkanella» төрүнүн сәһифәсинин чиниси һәм дианогенетик сәһифәсинин верилмиши, бу чинсин һәм нумәјәндәси *Balkanella subatlensis* sp. nov. тәғәйир едилмишдир.

K. A. Aliev, N. I. Lysenko

NEW DATA OF THE EARLY-CRETACEOUS GENUS OF  
NERINEA BALKANELLA

In the article on the base of studying inner structure of shells collected in barremian deposits of the river Bazarchai (Minor Caucasus) and tracing their ontogenetic development new diagnosis of the genus *Balkanella* Pcel., 1965, was proposed. Description of the newly selected representative of this genus—*Balkanella cubatliensis* sp. nov.—was given.



В статье на основании изучения внутренней структуры раковин, собранных в баремских отложениях реки Базарчай (Малый Кавказ) и прослеживания их онтогенетического развития предложено новое определение рода *Balkanella* Pcel., 1965. Описан новый представитель этого рода — *Balkanella cubatliensis* sp. nov.

В статье на основании изучения внутренней структуры раковин, собранных в баремских отложениях реки Базарчай (Малый Кавказ) и прослеживания их онтогенетического развития предложено новое определение рода *Balkanella* Pcel., 1965. Описан новый представитель этого рода — *Balkanella cubatliensis* sp. nov.

УДК 6113.6:63:612.122.1

МЕДИЦИНА

Т. А. ЭИВАЗОВ

К ВОПРОСУ О НЕКОТОРЫХ ФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ СДВИГАХ  
В ОРГАНИЗМЕ У СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ РАБОТНИКОВ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. А. Топчибаевым)

Дальнейшее развитие сельского хозяйства республики характеризуется переходом многих его отраслей на промышленную основу, созданием укрупненных специализированных комплексов, совершенствованием организации производства, широкой механизацией трудоемких процессов. Все большее использование сельскохозяйственной техники значительно улучшает условия труда работающих, однако имеющиеся еще конструктивные недостатки в различных сельскохозяйственных машинах приводят к возможным воздействиям шума, вибрации, высоким психоэмоциональным нагрузкам [4, 6]. Еще сохранившийся ручной труд при выполнении отдельных производственных операций требует значительного физического напряжения, вынужденного положения тела, перенапряжения отдельных мышечных групп. Все это, наряду с воздействием неблагоприятных метеорологических условий, создает предпосылки для развития у работающих производственно обусловленной патологии [4, 8, 9].

Своеобразные сочетания указанных факторов производственной среды при возрастающей интенсификации сельского хозяйства могут оказать влияние на функциональное состояние центральной нервной системы, сердечно-сосудистой системы, перво-мышечного аппарата [1, 2, 3, 7, 10].

Проводя динамические массовые медицинские осмотры работников сельского хозяйства с учетом их профессионального состава, мы ставили перед собой задачу выявить ранние функциональные сдвиги в организме и во время наметить необходимые лечебно-профилактические мероприятия по предотвращению дальнейшего развития патологического процесса.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Проведенные нами медицинские осмотры 2038 практически здоровых хлопкоробов и виноградарей Агдамского района позволили отобрать для более углубленного и динамического обследования группу в количестве 446 человек (230 хлопкоробов и 216 виноградарей), у которых были выявлены различной степени выраженности функциональные сдвиги. Исследования у этой группы работающих проводились в динамике рабочего дня — в начале и в конце работы.

Принимая во внимание ведущую роль центральной нервной системы в генезе различных заболеваний, у этой группы обследованных нами проводилось изучение возбудимости коры больших полушарий головного мозга посредством оценки динамики латентного периода двигательного



процесса на световой раздражитель, а также подвижности основных нервных процессов по таблице Алфимова.

Функциональное состояние сердечно-сосудистой системы характеризовалось путем изучения таких показателей гемодинамики, как частота сердечных сокращений, систолическое, диастолическое, среднее динамическое давление, минутный объем крови.

Изучение нервно-мышечного аппарата проводилось при помощи силы и выносливости мышц к статическим нагрузкам по методу В. В. Розенблата.

Физиологические сдвиги у хлопкоробов и виноградарей в динамике рабочего дня ( $M \pm m$ )

Показатели	Хлопкоробы		P <	Виноградари		P <
	до работы	после работы		до работы	после работы	
Пульс, удары/мин.	74,2 ± 1,6	92,6 ± 2,2	0,001	68,6 ± 1,8	82,4 ± 2,0	0,01
Артериальное давление:						
а) систолическое	122,4 ± 3,0	134,6 ± 3,5	0,02	118,2 ± 2,4	130,4 ± 3,1	0,02
б) диастолическое	64,8 ± 1,8	78,6 ± 2,0	0,01	66,4 ± 1,2	72,8 ± 1,0	0,05
в) среднее динамическое	82,6 ± 1,4	92,4 ± 2,4	0,02	80,0 ± 2,0	88,0 ± 2,2	0,05
г) минутный объем крови	4,4 ± 0,2	5,6 ± 0,18	0,001	4,0 ± 0,21	5,2 ± 0,23	0,01
Латентный период двигательного рефлекса	100,0	+32,0	0,001	100,0	+26,4	0,01
Подвижность верх. процессов:						
а) число просмотрен. знаков	100,0	-28,2	0,02	100,0	-16,0	0,05
б) количество ошибок	100,0	+46,4	0,001	100,0	+22,2	0,02
Кисти к статическим усилиям	100,0	-18,6	0,01	100,0	-12,8	0,05
Выносливость мышц кисти к статическим усилиям	100,0	-26,6	0,001	13,8	-18,4	0,02

Примечание. + или -: увеличение или уменьшение в процентах к исходному уровню до работы.

### РЕЗУЛЬТАТЫ

Как следует из приведенной таблицы, у обследованных сельскохозяйственных работников отмечаются функциональные сдвиги в динамике рабочего дня (таблица). При этом обращает на себя внимание выраженное увеличение показателей сердечно-сосудистой системы. Необходимо отметить, что наиболее неблагоприятным признаком состояния гемодинамики является повышение уровня диастолического давления, свидетельствующее о снижении степени проходимости и величины оттока крови через прекапиллярное русло. Увеличение среднего динамического давления, отмечающегося, как известно, исключительным постоянством, говорит также о функциональных нарушениях в системе кровообращения.

Повышение уровня минутного объема крови, в наибольшей степени характеризующего интенсивность работы всего аппарата кровообращения, объясняется компенсаторным усилением кровоснабжения работающих мышц и увеличением общего объема циркуляции.

Обнаруженное у обследованных работников увеличение времени латентного периода двигательных реакций, являющегося одним из объективных критериев центральной нервной системы, может свидетельствовать о снижении возбудимости коры головного мозга к концу работы.

Преобладание тормозных процессов над возбуждающими подтверждает обнаруженное снижение подвижности нервных процессов, выражающееся в уменьшении количества просмотренных в таблице знаков и в увеличении допущенных при этом ошибок, что объясняется, по-видимому, высокой загруженностью рабочего дня и интенсивностью трудового процесса.

Воздействие высоких физических нагрузок, характерных для сельскохозяйственных работников, сказалось на снижении силы и выносливости мышц кисти к статическим усилиям, что свидетельствует о функциональных сдвигах в нервно-мышечном аппарате, выражающихся в уменьшении мышечной работоспособности и развитии утомления.

Из представленных в таблице данных наглядно видно, что обнаруженные функциональные сдвиги носят более выраженный характер у хлопкоробов, что, очевидно, связано с условиями труда и конкретными профессионально-производственными факторами.

Результаты проведенных исследований позволили разработать комплекс оздоровительных и лечебно-профилактических мероприятий, направленных не только на улучшение условий и режима труда, отдыха и питания, но и способствующих усилению защитно-приспособительных реакций к условиям производственной среды.

### Выводы

1. Динамическое медицинское обследование отдельных групп сельскохозяйственных работников позволило выявить функциональные сдвиги в центральной нервной системе, в системе кровообращения и нервно-мышечном аппарате. Выявленные сдвиги, находящиеся в прямой зависимости от профессиональных особенностей трудовой деятельности, могут рассматриваться как ранние признаки возможной патологии и служить основанием для приведения диспансерных наблюдений.

2. Применение указанных объективных методов исследования оказалось вполне эффективным для раннего выявления признаков функциональных нарушений в организме и может быть рекомендовано в силу простоты и достаточной информативности для массовых медицинских осмотров сельского населения.

### Литература

1. Аняльев Б. В., Тарасенко Н. Ю., Кучма В. Р., Миронов А. И., Мойкин Ю. З. Мат. IV съезда гигиенистов, санитарных врачей, эпидемиологов, микробиологов и инфекционистов Узбекистана. Ташкент, 1980. 2. Ахундов В. Ю., Амиров Р. О., Бочкарева А. И. «Азмеджурнал», 3, 1979. 3. Гвоздева Н. М. В сб. «Вопросы гигиены села», 1975. 4. Джумаев Ф. Т., Курбанов Ф. В сб. «Вопросы гигиены села», 1975. 5. Джумаев Ф. Т. Гигиена труда в хлопководстве. Душанбе, 1977. 6. Исхаков К. А., Хасинов В. Х. Мат. IV съезда гигиенистов, сан. врачей, эпидемиологов, микробиологов и инфекционистов Узбекистана. Ташкент, 1980. 7. Колпакова М. В. В сб. «Вопросы гигиены села», 1975. 8. Кундиев Ю. И., Максимов А. З., Болсукова М. Я. Гиг. труда и профзаболевания, 1977. 9. Махкамов М. Мат. III съезда гигиенистов, сан. врачей, эпидемиологов, микробиологов и инфекционистов Узбекистана. Ташкент, 1973. 10. Рудь Г. Г. В сб. «Гигиена труда в современном хозяйстве», 1978.

### КӘНД ТЭСЭРРУФАТЫ САҒЭСИНИИ ИШЧИЛӘРИНИИ ОРГАНИЗМИНДӘ БАШ ВЕРӘН БӘЗИ ДӘЈИШИКЛИКЛӘР ҺАГГЫНДА

Тибби тәдқиғат нәтиҗәсиндә 446 нәфәр кәнд тәсәрруфаты ишчисиндә (онлардан 230-у һамбығчы, 216-сы үзүмчү) мұхтәлиф функцијаларыи позғунлуғу ашқар едилмишдир. Алынған материалыи анализи көстөрмишдир ки, иш күнүһи сонунда бәзи ишчиләрии мәркәзи синир, үрәк-дамар вә дамар-әзәлә системиндә функционал дәјишиклик баш вермишдир. Ашқар едилмиш дәјишикликләр бирбаша әмәк шәрағти илә бағлы олмушдур.

Тәдқиғатыи нәтиҗәләри сағламлашдырма вә мүәличә-профилактик комплексе тәд-бирләр һазырламаға имкан вермишдир.

T. A. Eivasov

### TO THE QUESTION ON SOME PHYSIOLOGICAL SHIFTS IN THE ORGANISM OF AGRICULTURAL WORKERS

The medical investigation of agricultural workers, 446 of which (230 cotton-gathering workers and 216 vine-growers) were chosen having different functional shifts in was conducted. The analysis of received material showed that perceptible shifts in the functional state of the central nervous system, cardiovascular system and neuro-muscular apparatus were observed in the organisms of the workers to the end of the working-day.

Revealed changings were in the direct dependence on the character of working activity of examined workers. The results of the work allowed to elaborate the complex of health-improvement and prophylactic measures.

... (Faint, mostly illegible text in the lower half of the page) ...

И. Ахмедов, В. В. Тарасенко, Н. Ю. Кукин, Н. Р. Мухоморов, А. М. ... (Bibliography and references) ...

### АРХЕОЛОГИЯ

Р. Б. АРАЗОВА, Т. И. АХУНДОВ

### ЧАККАЛЛЫКТЕПЕ—ПОСЕЛЕНИЕ ЭПОХИ РАННЕЙ БРОНЗЫ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР З. М. Буниятовым)

Район исследуемого поселения Чаккаллыктепе расположен на низменной, примыкающей к предгорью, части Куба-Хачмасской зоны Азербайджана. Это место выхода древних рек из предгорий на равнину, где они, разливаясь, образовывали дельтовые заболоченные лиманы и заливные луга. Помимо этого, при выходе на равнину, они образовывали всераконусов выноса, связанные с дельтовыми руслами. Будучи насыщенными большим количеством взвешенного материала, откладывающегося на изменности и запруживающего сток, а также в связи с колебаниями Каспийского моря, реки часто меняли свои русла, что также влияло на рельеф зоны.

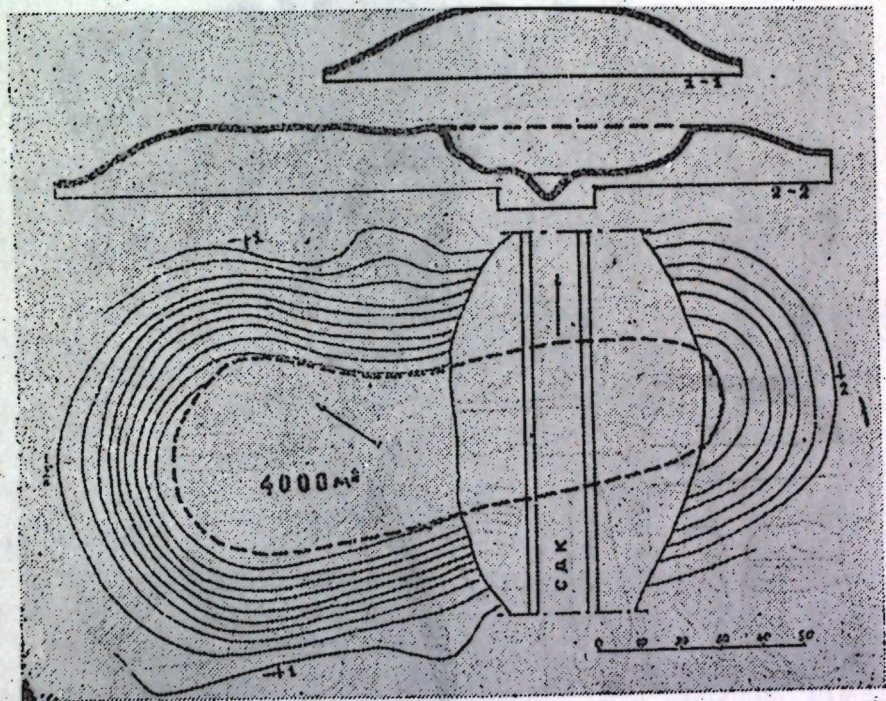


Рис. 1

Поселение Чаккаллыктепе расположено в русле древней, ныне усохшей реки, и примыкает к прибрежным холмообразным возвышениям. Сохранилось оно в виде высокого (12 м) холма овальной формы. Площадь поверхности его была 400 кв. м, основания более 1 га (рис. 1).

В 300 м. к СВ от него находится невысокий (6 м) овальный холм, площадью основания 2600 кв. м. При строительстве Самур-Дивичинского канала, первый (основной) холм был рассечен на две части и частично снесен.



Рис. 2

В месте среза и был заложен разведочный шурф. Мощность культурного слоя 3 м. Он мягкий, насыщен золой и кусочками угля, костями животных, обломками керамики и отдельными каменными орудиями. Из

шурфа и частично с поверхности холма была собрана коллекция, состоящая из керамики и каменных орудий.

В керамической коллекции с Чаккалыктепе, представленной фрагментарно, часто встречаются фрагменты мисок (рис. 2, 1—11). Исследования показали, что в керамике изучаемой зоны этот тип посуды широко представлен. На Чаккалыктепе найдены фрагменты от верхней части мисок. Они двух типов: глубокие чашеобразные и плоские. Все черепки имеют двухстороннее лощение. Цвет серый, разных оттенков, за исключением одного черного черепка (рис. 2, 6). Толщина стенок от 0,6 до 1,1 см. Большинство имеющихся фрагментов снабжены прикрепленными к верхнему краю петлевидно-втульчатыми ручками разных пропорций. В горизонтальном сечении они трапециевидной формы. Отверстия небольшого диаметра (0,5—1 см). Исключением является один фрагмент с «ручкой» в виде слабовыраженного утолщения с незначительным (0,2 см) отверстием (рис. 2, 5). Венчики мисок в основном рельефно выделены с внутренней стороны или утолщены и загнуты внутрь. Этот тип посуды характерен для северо-восточного Кавказа<sup>1</sup> и в частности для исследуемой зоны.

На Чаккалыктепе были собраны и многочисленные фрагменты кувшинов (рис. 2, 18—33). Они также представлены обломками верхних частей сосуда. При общей однородности сосуда имеют и свои особенности. Так определенная часть их относится к кувшинам с высоким цилиндрическим горлом, отделенным от тулова слабовыраженным уступом или вдавленной линией. Венчик слегка утолщен и откинут наружу (рис. 2, 18—20, 30). В месте перехода горловины к тулову имеются петлевидные или полусферовидные ручки. Поверхность сосудов серолощенная. Толщина стенок 0,8—1 см. Орнаментация отсутствует, за исключением одного фрагмента, имеющего черный цвет (рис. 2, 30). Поверхность его слегка залощена, излом крупнозернистый. Горловина от туловища отделена широкой вдавленной линией и украшена несложным врезным геометрическим орнаментом, характерным для поздних этапов Кура-араксинской культуры<sup>2</sup>.

Другая часть кувшинов отличается толщиной стенок (более 1 см), серо-бурым цветом и легким лощением. В изломе черепок в основном грубый, с примесью песка и толченой ракушки. Имеются фрагменты от стенок сосудов с петлевидными и полусферовидными ручками (рис. 2, 25—29). Украшение этой категории кувшинов также крайне редко. Так, имеется обломок от серолощенного сосуда с геометрическим врезным орнаментом (рис. 2, 33), а также фрагмент от венчика кувшина, со сглаженной поверхностью украшенного по краю наклепным волнистым валиком (рис. 2, 23).

Среди керамики памятника определенное место занимают фрагменты небольших горшков (рис. 2, 12—17). Они серого и розового цветов, чаще с лощением. Толщина стенок 0,4—1 см. Венчики слабовыражены и откинуты наружу. Интересен обломок, у которого венчик снаружи выделен широкой вдавленной линией (рис. 2, 15). Орнаментация этого типа сосудов также редка. Лишь один черепок украшен наклепной шишечкой (рис. 2, 17).

В отдельную группу можно выделить фрагменты колоколовидных ваз (рис. 2, 34). Они серого цвета, с хорошим лощением, на высоком расширяющемся поддоне. Аналогичные вазы отмечены и на других поселениях зоны<sup>3</sup>.

Среди керамических изделий с Чаккалыктепе имеется один небольшой фрагмент от жаровни. Поверхность его ровная, хорошо обожжена, темно-серого цвета. Нижняя часть с обмазкой, сильно обожжена. Такие жаровни характерны для раннебронзовых поселений Кавказа в целом, и в частности, исследуемой зоны<sup>4</sup>.

Суммируя сказанное, можно заключить, что керамика с Чаккалыктепе, несмотря на фрагментарность, характеризует культуру северо-восточного Азербайджана эпохи ранней бронзы. По типам она разнообразна, миски, кувшины, горшки, вазы, жаровни. Керамика формована от руки и моделирована очень тщательно. Цвет обжига, за исключением, серый, разных оттенков. Орнаментация используется редко—это, врезной геометрический орнамент, наклепная шишечка, волнистый наклепной валик. Имеется также один неопределенной формы черепок, с фрагментом выпукло-вогнутого орнамента в виде спиралей (рис. 2, 32). Ручки петлевидные, петлевидно-втульчатые, полусферовидные. Все указанные признаки характерны для памятников северо-восточного Азербайджана.

Помимо керамического материала, на поселении Чаккалыктепе была добыта коллекция каменных орудий. Она невелика, но достаточно выразительна. Это плоские зернотерки, песты из продолговатых галек со следами сработанности (рис. 2, 36), кремневый вкладыш из серого кремня четырехугольной формы, с двумя носящими следы полировки зубчатыми краями.

Наибольший интерес представляет оригинальный топор с округлым лезвием из плотного булыжника (рис. 2, 35). Поверхность его ровная, в верхней части имеется желобок для перехвата. Лезвие и обух имеют следы сработанности. Подобные два топора были обнаружены и на поселении Гяфле-тенелер<sup>5</sup>.

Суммируя все сказанное, можно заключить, что поселение Чаккалыктепе занимало, в основном, вершину холма-острова, образованного конусом отложения реки в вередельтовых руслах. Наличие водных потоков и болот создавало естественные защитные условия.

Одним из главных факторов возникновения и развития поселения явилось наличие заливных «лугов», благоприятствующих развитию земледелия. Поверхность второго холма, высота которого на несколько метров ниже первого, видимо, затоплялась во время паводков. Практическое отсутствие культурного слоя, при наличии незначительного подъемного материала, синхронного материалу, добытому с основного холма, показывает, что оно было одним из таких участков.

Насыщенность культурного слоя (на основном холме) костями животных указывает на то, что в хозяйстве определенное место занимало и скотоводство. В связи с этим, свою роль при выборе места для поселения, сыграло наличие близких (пастбищных) угодий, обеспечивающих кормовую базу, придомного содержания скота, а также близкое расположение горных пастбищ, способствующих развитию отгонного скотоводства.

В заключение изложенного можно констатировать, что поселение Чаккалыктепе характеризует прочную оседло-земледельческую культуру (и хозяйство которой значительную роль играло и скотоводство) племен северо-восточного Азербайджана и всего северо-восточного Кавказа в последней трети III тыс. до н.э.

#### Примечания

<sup>1</sup> Р. М. Мунчаев. Древнейшая культура северо-восточного Кавказа. МИА 100, стр. 92—93, М., 1961.

<sup>2</sup> Его же. Кавказ на заре бронзового века, стр. 185, М., 1975.

<sup>3</sup> Р. Б. Аразова. О поселениях эпохи ранней бронзы в Кусарском районе. «ДАН Азерб. ССР», № 1, стр. 98, 1980.

<sup>4</sup> Дж. А. Халилов, Г. П. Кесаманлы. Сб. Кавказ и Восточная Европа в древности, стр. 57—58, М., 1974.

<sup>5</sup> Там же, стр. 56.

<sup>6</sup> В. М. Массон. Первобытно-общинный строй на территории Туркмении. Труды ЮТАКЕ, т. VII, стр. 234. Ашхабад, 1956.

<sup>7</sup> Котович В. М. Верхнегунисское поселение, стр. 85, М., 1956.

<sup>8</sup> Буятов Т. А. Земледелие и скотоводство в Азербайджане в эпоху бронзы, стр. 119. Баку, 1957.

Сектор археологии и этнографии Института истории АН Азербайджанской ССР. Поступило 27. IV 1981

Р. Б. Аразова, Т. И. Ахундов

#### ЧАККАЛЛЫГТЭПЭ—ИЛК ТУНЧ ДӨВРҮ ЈАШАЈЫШ ЈЕРИ

Мағалатда јени ашкар олунмуш Чаккалыгтэпэ адлы јашајыш јери абидесинин елми дөвријэ дахил едилмесинден бэис олунур. Бурада абидени эһатэ еден вэ инкишафына тэсир кестэрин мүнһт, музјон тэсэрруфатын јарайма эминлери вэ элдэ едилмиш материалын анализини верилер.

Археоложи материалын эсас һиссесинин сахсы мәмулаты тэшкил едире. Булар функцијаларына керэ мухтэлифдир. Сахсы эл иле дүзэлдилеб, эсасэн боз рэнкли, үстү шүллэлэминиш нүмуналардан ибарэтдир.

Даш алатлар дә өз функцијаларына керэ мухтэлифдир. Булардан даш балта даһа чоһ марат доғурур.

Абидэ вэ ону эһатэ еден зонанын топографијасы тэбини торуымабы үчүн шэрант јаратр. Тэсэрруфатын эсасыны экинчилик тэшкил едирди ин бу да отураг һојат үчүн шэрант јаратмышдыр. Үч метр мәдэни тэбэгэ буна даһа бир сүбүтдур.

Бууула јанашы, тэсэрруфатда мәлдарлыг да мүнһм јер тутмушдур. Онун инкишафы үчүн һэр бир шэрант вар иди.

Абидэ с. э. III м. и. ахырыныч үчдэ бир һиссесинин анд едилер.

Р. Б. Аразова, Т. И. Ахундов

#### ЧАККАЛЛЫКТЕПЕ—EARLY BRONZE AGE SETTLEMENT

The aim of this article is to introduce in science the newly found settlement Chakkallyktepe. Conditions of environment in which this settlement appeared and developed, premises for the celintic economic activity are given as well as the analyzing of obtained material.

Ceramics is the base of archaeological material. It is accordingly divided into tureens, jugs, pots, braziers, bell-shaped vases. Manual ceramics is mainly grey-pollished.

Stone tools are introduced by grain graters, stampers, bush and axe. The most interesting is the axe with rounded blade.

Topography of settlement and its surroundings provide the natural protecting means. Water agriculture providing the firm settle way of life was the base of economy that is in live with 3 m cultural layer.

Considerable role in economy had cattle-breeding having all conditions for developing.

The settlement dates from the last third of the III millennium B. C.

МҮНДӘРИЧАТ

Ријазийят

Ш. К. Баймов. Өз-өзүнә гошма олмајан бир	3
И. С. Зейналов. Банах фазасында мүчәррәд	7
гојулмуш коррект олмајан бир мәсәлә һаггында	
Т. М. Керимов. Икинчи тәртиб эллиптик тәһликләр үчүн	10
мәсәләсини сәрһәд нөгтәсинә нәзәрән регуларлыг әләмати	
С. Р. Оручов. Там функцијанын R-тәртиби вә типн илә онун шагули	15
дүз хәтт вә јарыммүстәви үзрә квазиполиномларла ән јахшы орта јахынлашмасы	15
арасындакы әләгә	

Бәрк чисимләр физикасы

Һ. М. Пашајев, А. П. Жернов, Ә. М. Әлијев. Калиум металлынын	21
һолл әмсалы	

Магнит һадисәләри физикасы

Ј. М. Сејидов, М. Б. һүсејнов, Н. Г. һүсејнов. Атом һалларынын	28
мультиплетлијини нәзәрә алдыгда «јүнкүл мүстәви» тип анизотропијалы эңиф	
ферромагнит диелектрикләрини енержи спектри	

Јарымкечирчиләр физикасы

С. Г. Абдуллајева, С. С. Абдинбәјов, И. Г. Аксјанов.	33
TeGaSe <sub>2</sub> вә TeGaS <sub>2</sub> монокристалларынын електрик удулмасы	
Е. Ј. Салајев, Ә. Һ. Бағыров, С. Ј. Бағыров. GaSe вә JnSe	36
монокристалларын електродјуминесенсия вә фотоелектрик хәссәләри	
М. И. Әлијев, Ј. Г. Әсәдов, З. И. Чәфаров, Ф. З. һүсејнов вә	42
З. С. һәсәнов. AgCrSe <sub>2</sub> , AgCrTe <sub>2</sub> , AgNiSe <sub>2</sub> , AgNiTe <sub>2</sub> бирләшмәләрини	
алынамасы вә рентгенографик тәдгигатлары	

Полимерләр физикасы

Һ. Б. Абдуллајев, С. А. Абасов, В. Ә. Әлэкбәров, С. И. Мех-	47
лијева, Ј. Һ. Рәһимов, И. М. Исмајылов. Полиетиленин електрик	
дагылмасынын кинетикасына селәнини тәсирн	

Физики кимја

Т. Н. Шахтактински, Һ. И. Чәфаров, К. Ә. Гарашарлы, Ә. М.	54
Гулијев. Гексаметилдифенилтрисилоксанын истилик тутуму вә дөймә изо-	
мерн	

Узви кимја

М. М. Мөвсүмзадә, Һ. Х. Мәммәдов, Ф. Ч. Әлијев, А. Ј.	58
Шабанов. Алкенләрин (Алкен-1) эпихлорһидрин иштиракы илә әләгәли	
хлорлашмасы	

Биокимја

Һ. М. Талышински. Ана диплоид вә полиплоид тут мутантларынын	62
субмикроскопик һүчәјрә һиссәсиндә нуклеин туршуларынын өјрәнидмәси	
Ә. Ә. Нәсүдәри, Б. А. Кривут. Јарымкол секуринегә биткисиндә хро-	66
матоспектрофотометрик методла рутинини мигдарынын тәјини	

Палеонтолокија

Г. Ә. Әлијев, Н. И. Лысенко. Алт тәбашир перинејаларына мәнсуб	71
олан BALKANELLA чинси һаггында јени мәлүматлар	

Тибб

Т. А. Ејвазов. Кәнд тәсәррүфаты сәһәсини ишчиләрини организмидә	75
бащ верән бәзи дәјишикликләр һаггында	

Археолокија

Р. Б. Аразова, Т. И. Ахундов. Чаккаллыгтәпә—илк тунч дөврү јаша-	79
мыш јери	

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

Ш. К. Баймов. Об одной несамосопряженной задаче Стеклова	4
И. С. Зейналов. Об одной некорректной задаче для абстрактного парабо-	7
лического уравнения в банаховом пространстве	
Т. М. Керимов. Критерий регулярности граничной точки относительно сме-	10
шанной краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка	
С. Р. Оруджев. О связи между k-порядком и типом функции и ее наилуч-	15
шими приближениями в среднем на вертикальных прямых и полуплоскостях	
посредством квазиполиномов	

Физика твердого тела

Х. М. Пашаев, А. П. Жернов, А. М. Алиев. Коэффициент Холла	21
металла калия	

Физика магнитных явлений

Ю. М. Сеидов, М. Б. Гусейнов, Н. Г. Гусейнов. Энергетический	28
спектр слабых ферромагнитных диелектриков с анизотропией типа «легкая плос-	
кость» с учетом мультиплетности атомных состояний	

Физика полупроводников

С. Г. Абдуллаева, С. С. Абдинбеков, И. Г. Аксјанов. Электропо-	33
глощение монокристаллов	
Ә. Ю. Салаев, А. Г. Бағыров, С. Ю. Бағыров. Электролюминесцент-	36
ные и фотоэлектрические свойства монокристаллов	
М. И. Алиев, Ю. Г. Асадов, З. А. Джафаров, Ф. З. Гусейнов,	42
Ә. С. Гасанов. Получение и рентгенографические исследования соединений	
AgCrSe <sub>2</sub> , AgCrTe <sub>2</sub> , AgNiSe <sub>2</sub> , AgNiTe <sub>2</sub>	

Физика полимеров

Г. Б. Абдуллаев, С. А. Абасов, В. А. Алекперов, С. И. Мехти-	47
ева, Я. Г. Рагимов, И. М. Исмаилов. Влияние селена на кинетику элек-	
трического разрушения полиэтилена	

Физическая химия

Т. Н. Шахтактинский, О. И. Джафаров, К. А. Карашарли,	54
А. М. Кулиев. Теплоемкость и поворотная изомерия гексаметилдифенил-	
трисилоксана	

Органическая химия

М. М. Мөвсүмзаде, Г. Х. Мамедов, Ф. Ч. Алиев, А. Ј. Шабанов.	58
Сопряженное хлорирование 1-алкенов в присутствии эпихлоргидрина	

Биохимия

Г. М. Талышинский. Изучение содержания нуклеиновых кислот в суб-	62
клеточных структурах листьев исходных диплоидных сортов и полиплоидных	
мутантов шелковицы	
А. А. Нәсүдәри, Б. А. Кривут. Хроматоспектрометрический метод ко-	66
личественного определения рутина в траве секуринеге полкустарниковой	

Палеонтология

А. А. Алиев, Н. И. Лысенко. Новые данные о раннемеловом роде пернатой Balcanelia 71

Медицина

Т. А. Эйвазов. К вопросу о некоторых физиологических сдвигах в организме у сельскохозяйственных работников 75

Археология

Р. Б. Аразова, Т. И. Ахундов. Чаккалыктепе—поселение эпохи ранней бронзы 79

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

Сдано в набор 4/VI 1981 г. Подписано к печати 15/IX 1981 г. ФГ 33501. Формат бумаги 70x100<sup>1/16</sup>. Бумага типографская № 1. Гарнитура шрифта литерат. Печать высокая. Печ. лист. 7,70. Уч.-изд. лист. 5,4. Тираж 655. Заказ 289. Цена 40 коп.

Издательство „Элм“. 370143. Баку-143, проспект Нариманова, 31. Академгородок, Главное здание. Типография „Красный Восток“ Государственного комитета Азербайджанской ССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Баку, ул. Ази Асланова, 80.

9. Текст статьи печатается на белой бумаге через два интервала на одной стороне листа стандартного размера, с полями с левой стороны (не более 28 строк на одной странице по 58—60 знаков в строке). В тексте нельзя делать рукописные вставки и вклейки.

Статьи, напечатанные на портативной машинке, не принимаются.

10. Текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан авторами в печать. В математических статьях желательно избегать доказательств теорем, лемм и т. п. При использовании в тексте сокращенных названий (кроме общепринятых) необходимо давать их расшифровку.

11. Математические и химические формулы и символы в тексте должны быть вписаны четко. Следует избегать громоздких обозначений, применяя, например, дробные показатели степени вместо радикалов, а также ехр. Заномерованные формулы обязательно выключаются в красную строку, номер формулы ставится у правого края страницы. Желательно нумеровать лишь те формулы, на которые имеются ссылки. Подстрочные и надстрочные индексы и степени следует отмечать карандашом, дугами сверху и снизу:

$R^n, r_n$

Греческие буквы нужно обводить (в кружок) красным карандашом. Буквы готического шрифта и рукописные в рукописях не использовать, векторные величины — подчеркивать черным, буквы латинского рукописного шрифта следует отметить на полях (например,  $H$  рукоп.).

Во избежание ошибок следует четко обозначать прописные (заглавные) и строчные буквы латинского алфавита, имеющие сходное начертание (Cc; Kk; Pp; Oo; Ss; Uu; Vv; и т. д.), буквы I(i) и J(j), букву l и римскую единицу 1, а также арабскую цифру 1 и римскую I (вертикальная черта), 1 и штрих в индексах, l (латинское «эль») и e. Прописные буквы подчеркивают карандашом двумя черточками снизу (C), а строчные — сверху (c).

Следует избегать знаков типа  $\sim$  (волна),  $\odot$ ,  $\oplus$ ,  $\otimes$ ,  $\square$ ,  $\square$ ,  $\diamond$ ,  $\vee$ ,  $\wedge$  (крючки) над и под буквами, а также знаков:

$\hbar$   $\times$   $\text{€}$ ,  $\text{f}$ ,  $\text{f}$ ,  $\text{f}$ ,  $\text{€}$

Латинские названия пишутся на машинке.

Слова «теорема», «лемма», «следствие», «определение», «замечание» и т. п. следует подчеркивать штриховой чертой, а текст утверждений типа теорем — волнистой чертой (исключая математические символы).

При выборе единиц измерения рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

12. При описании методики исследования следует ограничиваться оригинальной ее частью. При элементном анализе приводить только усредненные данные.

13. Необходимо тщательно проверить написание местных географических названий.

14. Цитируемая литература приводится общим списком на отдельной странице: ссылки в тексте даются порядковым номером в круглых скобках над строкой (например, <sup>1</sup>). Список литературы оформляется следующим образом:

для книг: инициалы и фамилии авторов, полное название книги, место и год издания;

для журнальных статей: инициалы и фамилия авторов, название журнала, номер тома, номер выпуска, страница и год издания.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

15. Все статьи должны иметь резюме на английском языке, кроме того статьи написанные на русском и азербайджанском языках должны иметь резюме на азербайджанском и на русском соответственно.

Публикация статьи в «Докладах» не препятствует напечатанию расширенного ее варианта в другом периодическом издании.

40 гэл.  
коп.

Индекс  
76355

[Faint, illegible text covering the majority of the page, likely bleed-through from the reverse side.]