

КРГГ.  
2024-6

u

**Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер Академиясынын  
математика Институту**

**Ж. Баласагын атындагы Кыргыз Улуттук университети**

**01.22.647 Диссертациялык кеңеши**

**Кол жазманын укугунда  
УДК 517.9**

**Алыбаев Анарбек Масалбекович**

**Вольтерраның биринчи түрдөгү туура эмес коюлган  
интегралдык теңдемелери пайда болгон тескери  
маселелерди регуляризациялоо**

**01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана  
оптималдык башкаруу**

**Физика-математикалык илимдердин доктору окумуштуулук  
даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын  
авторфераты**

**Бишкек – 2023**

Диссертациялык иш Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин акад. А. А. Бөрүбаев атындагы алгебра, геометрия, топология жана жогорку математиканы окутуу кафедрасында аткарылган.

**Илимий консультант:** Омуров Таалайбек Дардайылович, физика-математикалык илимдердин доктору, профессор, Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин математика жана информатика факультетинин математикалык анализ кафедрасынын профессору.

**Расмий оппоненттер:** Искадаров Самандар, физика-математикалык илимдердин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институтунун интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясы лабораториясынын башчысы.

**Анар Турмаганбет кызы Асанова**, физика-математикалык илимдердин доктору, профессор, Алматы шаарынын математика жана математикалык моделирлөө институтунун башкы илимий кызматкери.

**Алымбаев Асангул Темиркулович**, физика-математикалык илимдердин доктору, доцент, И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин жаңы информациядук технологиялар институтунун колдонмо информатика кафедрасынын доценти.

**Жетектөөчү мекеме:** Л. Н. Гумилёв атындагы Евразиялык улуттук университеттин механико-математикалык факультетинин жогорку математиканы окутуу кафедрасы, Казахстан, Астана шаары, Мунайтпасова, 5 көчөсү


Диссертацияны коргоо Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасына талаптануучулардын диссертациясын коргоо боюнча түзүлгөн Д 01.22.647 диссертациялык кеңешинин 2023-ж. 6-декабрында саат 14:00дө, Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек ш., Чүй проспекти 265-А, 374-дарскана дарегиндеги отурумунда болот.

Коргоонун идентификатору: <https://vcl.vak.kg/b/012-ltf-b7j-lgy>

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын китепканаларынан (720071, Бишкек ш., Чуй пр., 265-а) жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин китепканаларынан (720033, Бишкек ш., Фрунзе көч., 547), ошондой эле, [www.vak.kg](http://www.vak.kg) сайттарынан таанышууга болот.

Автореферат 2023-жылдын 5 ноябрында таркатылды.

Диссертациялык кеңештин окумуштуу катчысы,  
физика-математика илимдеринин кандидаты,  
доцент

 Шаршембиева Ф. К.

## ИЗИЛДӨӨЛӨРДҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Математикалык физиканын (МФ) жалпы теориясында тескери маселелердин (ТМ) айрым класстары кездешет, мында чыгарылыштары өзгөчөлөнгөн функциялардын (ӨФ) классындагы Вольтерранын жана Фредгольмдун биринчи жана үчүнчү түрдөгү туура эмес коюлган интегралдык теңдемелери пайда болот (1-ВИТ, 3-ВИТ, 1-ФИТ, 3-ФИТ). Жалпысынан алганда, бул теңдемелердин теориясы али иштелип чыга элек болгондуктан, бул областка байланыштуу, ал тургай интегралдык теңдемелери (ИТ) менен көрсөтүлгөн тескери маселелердин областындагы изилдөөлөр актуалдуу.

Белгилеп кетелик, туура эмес коюлган маселелердин теориясынын негиздөөчүлөрү А.Н. Тихонов (1963), М.М. Лаврентьев (1962) жана В.К. Иванов (1963) эсептелишет. Бул авторлор тарабынан иштелип чыккан проблемалар башка илимпоздор тарабынан онокторүлүп, илимдин түрдүү тармактарында колдонулуп келет. Анткени, жалпысынан алганда, көпчүлүк МФтин маселелери эквиваленттүү түрдө оператор теңдемелерине (ОТ) айландырылат, мисалы:  $Au = f, u \in X, f \in F$ .

Мында  $A$  оператору  $\rho_X$  метрикасынын кээ бир  $X$  метрикалык мейкиндигинин кур эмес көптүгүндө аныкталган деп эсептелсе (жалпы учурда көрсөтүлгөн оператор сызыктуу эмес болушу мүмкүн), анда бул ОТны чечүү үчүн аналитикалык, регуляризациялоо, сандык-регуляризациялоо алгоритмдери менен байланыштуу ж.б. методдору колдонулат.

Диссертациянын темасын илимий мекемелер жүргүзгөн негизги илимий программалар, ири изилдөө долбоорлору менен байланышы. Диссертациянын темасы боюнча изилдөөлөр Математика жана информатика факультетинин «Оператордук теңдемелер, бир калыптагы топология, компьютердик моделирлөө жана алардын колдонулушу» аттуу тематикасынын алкагында жүргүзүлгөн. Бул тематика Ж.Баласагын атындагы КУУнун Илимий-техникалык кеңешинин 2018-жылдын 30-майындагы №6 протоколу менен бекитилген.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери. Изилдөөнүн максаты катарында чектелген жана чектелбеген областтардагы (ЧБО), тескери маселелердин регуляризацияланышынын жана чыгарылыштарынын жалгыздыгына байланыштуу суроолор каралат. Мында пайда болуучу туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ интегралдоонун ар түрдүү пределдерине ээ жана чыгарылыштары Дирактын функциясы (ДФ) менен байланышкан.

Изилдөөнүн маселелерине чектелген областтагы (ЧО) коэффициенттик гиперболикалык типтеги оператордук, чектелбеген областтагы параболикалык мүнөздөгү жүктөлгөн оператордук ТМдер жана Кортвегга-Де

Фриза (КДФ) теңгемелери кирет, мында туура эмес коюлган сызыктуу эмес коюлган 1-ВИТ пайда болот, мисалы:  $A\varphi = \int_0^1 K(x,s)\varphi^n(s)ds = f(x), (n=2;3)$

мындагы туура эмес коюлгандык түшүнүгү Вольтерранын интегралдык операторунун эркин функция  $f(x)$  менен  $[0, T]$  кесипдисинин башталышында келишпегендиги менен түшүндүрүлөт, б.а.  $f(0) \neq 0$ , ал эми бул ИТнын чыгарылышы үзгүлтүксүз функциялардын классына таандык эместигин билгизет. Мында белгилүү функцияларга карата төмөнкү шарттар орундуу:  $C(D) \ni K(x,s), (K(x,s) \geq 0, D = \{(x,s): 0 \leq s \leq x \leq T\}), C^1[0, T] \ni f$ , ошону менен бирге  $\varphi(x)$  ДФ менен байланышкан терс эмес өзгөчө функция. Негизги изилдөө ыкмалары болуп төмөнкүлөр саналат: интегралдык өзгөртүүлөр ыкмасы, өзгөчөлөнгөн маанидеги регуляризациялоо ыкмасы, функционалдык жана математикалык анализдин элементтери.

**Изилдөөлөрдүн илимий жаңылыгы.** Төмөнкүдөй жыйынтыктар алынган:

- туура эмес коюлган сызыктуу эмес, интегралдоонун ар түрдүү пределдерине ээ болгон 1-ВИТ үчүн өзгөчөлөнгөн маанидеги атайын мейкиндикте регуляризациялоо методу иштелип чыккан;
- киргизилген мейкиндиктерде иштелип чыккан РМди модификациялоонун негизинде туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТтердин системасынын регуляризацияланышы далилденген;
- РМдин иштелип чыккан вариантына карата туура эмес коюлган, ар түрдүү интегралдоо пределдерине ээ болгон 1-ВИТ пайда болуучу гиперболикалык типтеги ТМ чыгарылган;
- туура эмес коюлган 1-ВИТти пайда кылуучу, чектелбеген областтагы параболикалык мүнөздөгү жүктөлгөн ТМ жана Картевега-Де Фриза түрүндөгү теңдемелер үчүн иштелип чыккан регуляризациялоонун алгоритмдери колдонулган.

**Теориялык жана практикалык баалуулугу.** Иш негизинен теориялык мүнөздө болуп, анын натыйжалары чектелген жана чектелбеген областтарда өзгөчөлөнгөн мааниде тескери маселелерди регуляризациялоо теориясын толуктайт. Иштин натыйжалары геофизика, нымдуулукту алып жүрүү жана динамикалык өнүгүп жаткан системаларды моделдештирүү маселелерине колдонулат.

**Диссертациянын коргоого коюлуучу негизги жоболору.**

- сызыктуу эмес туура эмес коюлган 1-ВИТ системасын изилдөө үчүн чыгарылыштардын мейкиндиктерин тандоо жана регуляризациялоонун алгоритмдерин иштеп чыгуу;
- туура эмес коюлган, интегралдоонун ар кандай пределдерине ээ болгон 1-ВИТти пайда кылуучу гиперболикалык типтеги теңдеме үчүн иштелип чыккан РМдин негизинде ТМдин регуляризацияланышынын далилдөө;

- иштелип чыккан РМдин модификациясын эске алуу менен, туура эмес коюлган көп өлчөмдүү 1-ВИТти пайда кылуучу ТМдин регуляризацияланышынын өзгөчө мааниде далилдөө;

- иштелип чыккан РМдин негизинде 1-ВИТтерди пайда кылуучу, чектелбеген областтагы параболикалык мүнөздөгү жүктөлгөн дифференциалдык операторлордуу жана Картевега-Де Фриза түрүндөгү ТМдердин регуляризацияланышынын далилдөө.

**Изденүүчүлүнүздүк салымы.** Диссертацияда изилденген 1-ВИТ жана ТМ боюнча берилген бардык илимий натыйжалар жана коргоого берилген жоболор диссертациянын автору тарабынан алынган.

Биргелешкен эмгектерде [2,3,6-10,12-15] проблемаларды түзүү илимий консультантка, иштин алкагындагы тыянактарды жана корутундуларды талкуулоо башка авторлошторго, ал эми эмгектердин бардык илимий корутундулары жана алардын далилдери диссертациянын авторуна таандык.

**Изилдөөнүн жыйынтыктарынын апробациясы.** Диссертациялык эмгектин негизги жыйынтыктары түрдүү даражадагы илимий конференцияларда (ИК) жана семинарларда баяндалган жана талкууланган, мисалы:

- VI Congress of the Turkic World Mathematical Society, Astana-Kazakhstan, October 2-5, 2017;
- II эл аралык «Математикадагы асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик методдор» -ЭИК, Бишкек, 2021-ж.;
- VII International TWMS Congress- 2023, September 20-23, Turkestan (Kazakhstan);
- 2023-ж. Ж. Баласагын ат. КУУнун «МЖИ» факультетинин «Алгебра, геометрия, топология жана жогорку математиканы окутуу» кафедрасынын семинарында (жетекчиси – ф.м.и.д., проф. Канатов Б.К.).

Диссертациянын жыйынтыктарын макалаларда чагылдыруунун толуктугу. КРдин, РКнын, РФтин, Украинаны жана Индиянын түрдүү журналдарында 16 эмгек жарыяланган. Алардын ичинен 1 монография [6], 12 илимий макала [1-5, 7-13], 3 тезис [14-16], анын ичинде 9 макала чет элдик басылмаларда [2-5, 9,10-13]. Аталган эмгектердин ичинен 5 эмгек жеке [1,4,5,11,16], ал эми 11 эмгек [2,3,6-10,12-15] биргелешип жазылган. Макалалар [1,7] КР РИИЦ дайындар базасына кирет, ал эми [2-5,9,10] макалалар РФ РИИЦ дайындар базасына кирет, [11-13] макалалар WOS дайындар базасына кирет.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Ушул эмгек киришүүдөн, 4 баптан, корутундудан жана 71 аталышты камтыган адабияттардын тизмесинен турат. Тексттин көлөмү 203 барак.

## ДИССЕРТАЦИЯНЫҢ НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Эмгек 4 баптан турат. 1-бапта математикалык физиканын түз жана тескери маселелери боюнча иштердин жыйынтыктары берилип, алар диссертациялык эмгектин маселелерине кошулган, ошондой эле изилдене элек койгойлор корсотулгон.

А) Тескери маселелер көбүнчө трансформацияланган системалардын чыгарылыштарынын туруксуздугунан туура эмес коюлгандыгы белгилүү. Аталган системалар түрдүү формаларга ээ: алгебралык, дифференциалдык, интегралдык ж.б. Мисалы, 1-ИТ системалары А.С. Апарциндин (1999), А. Асановдун (1998), И.М. Иманалиевдин (1981), М.М. Лаврентьевдин (1977), Н.А. Магницкийдин (1979), В.А. Морозовдун (1987), Ш.А. Наубетованын (1988), Т.Д. Омуровдун (2003), А. Саадабаевдин (2013), В.О. Сергеевдин (1971), Я. Яннунун (1987) ж.б. эмгектеринде кездешет. Анда бул тендемелердин регуляризациялануусу белгилүү бир мейкиндикте күчтүү же алсыз жыйналуучулук менен далилденген.

Белгилүү болгондой, туура эмес коюлган 1-ВИТтердин айрым класстарын изилдөөдө пайда болгон кыйынчылыктар изилденген ИТ оператордук тендеме катары кайра түзүлгөнүнөн турат. Маселен, А.Н.Тихоновдун эмгеги боюнча кыскача мисал келтиребиз (1974, кош автору: В.Я. Арсенин):

$$Au = f, \quad (1.1.1)$$

мында  $u \in X, f \in F; X, F$  - метрикалык мейкиндиктер, өзүнүн бүтүндөй  $AX \subset F$ , аныкталган областында берилген  $A^{-1}$  тескери оператору үзгүлтүксүз болуп саналбайт. Демек, туура эмес коюлган тендемелерде  $u_n = A^{-1}f_n$ , элементи болсо дагы ал болжолдуу чечим болуп эсептелбейт, анткени  $u_n$   $\delta$  кичине болгондо  $u$  так чыгарылышынан каалагандай түрдө алысташы мүмкүн.

Ушул сыяктуу кемчиликтер бул жааттагы окумуштуулардын башка эмгектеринде дагы корсотулгонун белгилей кетели. Мисалы, акад. М.И. Иманалиевдин (1981) туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ сингулярдуу өзгөчө функциялар (СӨФ) классында чыгарылган изилдөө эмгегинде, эч кандай сызыктуу эмес функцияны табигый түрдө СӨФ мейкиндигинде аныктоого болбой турганы белгиленген. Бул  $\delta$  - функциясын эске алган метод туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ үчүн түз мааниде колдонулбай турганын билдирет.

Буга мисал катары 1-ВИТ берилет:

$$\int_0^t K(t,s,y(s))ds = f(t) \quad (1.1.2)$$

а)  $C^{1,0,1}(D) \ni K(t,s,y); K_y(t,t,y) \geq \lambda > 0, (D = [0,T] \times [0,T] \times R)$ ,

б)  $C^1[0,T] \ni f(t); f(0) \neq 0$ , шарттары менен: мында параметрленген ИТ чыгарылышы:

$$\int_0^t K(t,s,y(s))ds = f(t) - e^{-\frac{1}{\epsilon}t} f(0), \quad (1.1.3)$$

келип чыккан интегралдык тендеменин чыгарылышына бир аз окшоосу мүмкүн (тагыраак айтканда  $L^1(0,T)$  маанисинде), мында бош мүчө кесиндинин башында интегралдык мүчө менен шайкеш келет. Бирок анын келип чыккан чыгарылышын ИТ (1.1.2)нин чыгарылышы катары кароого болбойт. Мына ошону корсотуу керек болчу.

Эгерде (1.1.2) ВИТинде (б) шарты менен озок диагоналда нолго барабар болсо, анда (1.1.3) алгоритмин колдонууга болбойт. Ошондуктан, Т.Д. Омуровдун (2003) эмгегинде маселени чыгаруу үчүн аталган шарттарды эске алуу менен  $L^1[0,T]$ нын бардык элементтерин жана кесиндинин башына топтолгон СӨФ:  $\varphi(t)$  ны камтыган  $Z^2(0,T)$  мейкиндиги иштелип чыккан. Муру менен бирге сунуш кылып РМ төмөнкү өзгөчө функцияны эске алат:

$$\Omega_\epsilon(t) = \frac{1}{\epsilon} f(0) e^{-\frac{1}{\epsilon}t} \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} \begin{cases} 0, & t \neq 0, \\ \infty, & t = 0, \end{cases} \quad (1.1.6)$$

ал  $Z^2(0,T)$ , мейкиндигинде чектелген, качан

$$(\varphi(t))^{-\beta} \in L^1(0,T), (2 < \beta; \varphi(t) = \int_0^t h(s)ds, 0 < h(t) \in L^1(0,T)) \quad (1.1.7)$$

Мында  $L^1[0,T] - u(t)$  квадраттуу интегралдануучу функциялардын Гильберт мейкиндиги. Ал  $[0,T]$ да төмөнкүдөй норма менен аныкталган:

$$\|u(t)\|_{L^2} = \left( \int_0^T |u(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}. \text{ Бул учурда (1.1.2) жана (1.1.3) (а,б) шарттары менен}$$

корсотулгон окшош фактылар бар. Бул фактылар  $L^1(0,T)$  маанисинде гана эмес, ал эми  $Z^2(0,T)$  да дагы жалпыланган.

1-ВИТ жаатында А. Асановдун (1998) дагы эмгегин белгилей кетүү керек. Бирок жогоруда корсотулгон эмгектерден айырмаланып, мында регуляризациялуулук күчтүү жана алсыз жыйналуучулук мейкиндиктеринде, изилденүүчү функция кесиндинин башында аныкталганда, параметрленген жана баштапкы ИТ (1.1.2)нин чыгарылыштарынын жакындыгын тургузуу аркылуу далилденген. 1-ВИТтин регуляризацияланышы өзгөчө мааниде (б) шарты менен бул эмгекте каралган эмес.

А.С. Апарциндин эмгегинде (1999) интегралдоонун классикалык эмес пределдерине ээ ИТ изилденген, мисалы 1-ИТ үчүн:

$$\int_{a(x)}^{b(x)} K(x,s)\varphi(s)ds = f(x), x \in [x_0, T], \varphi(x) = \varphi^0(x), x \in [a(x_0), b(x_0)]. \quad (1.1.11)$$

кубатуранын өзүн өзү регуляризациялоочу методдорунун (ӨРМ) тууралыгы жана аларды түзүү маселелери баштапкы дайындардын бузулушун ж.б. эске алуу менен каралган.

Аталган ИТда (1.1.11)  $f(x)$  функциясы менен шайкеш келүү болбосо, анда (1.1.11) туура эмес коюлган 1-ВИТ болуп санала турганы белгилүү.

Мындан тышкары, (1.1.11) тибиндеги 1-ВИТ жаатындагы койгойлуу маселелер озок төмөнкүдөй абалда болгон учурда пайда болот:

$$K(x, s) \in C(D) \cap Lip(x|L_K), 0 \leq K(x, x) \in C[0, T], \quad (1.1.12)$$

ал эми эркин функция (б) шартына жол берет. Жада калса (1.1.12) шартына ээ классикалык 1-ВИТ дэрлик изилденбегенин билсиз.

Б) 1-ИТ келип чыккан көптөгөн колдонмо тескери маселелер бар экендигин жогоруда белгиледик. Мисалы Ю.Е. Аниконовдун (1978), А.Л. Бухгеймдин (1983), П.Р. Вабищевичтин (1981), А.М. Денисовдун (1980), В.И. Дмитриевдин (1987), С.И. Кабаньихиндин (2009), М.М. Лаврентьевдин (1969), кош авторлор: В.Г. Васильев, В.Г. Романов), Т. Тобиостун (1984) ж.б. эмгектери. Бирок, биздин учурда 1-ВИТ СӨФ классындагы чыгарылыштар менен келип чыккан тескери маселелер боюнча кыскача серепти беребиз. Анткени РМди бул маселелерге колдонгон учурда жогоруда аталган кемчиликтер пайда болот (А п. кара). Мисалы, Т.Д. Омуровдун жана Т.Т. Каракеевдин (2006) эмгектеринде тескери маселени изилдоодо СӨФ классындагы атайын өзөктөрү жана чыгарылыштары бар туура эмес коюлган 1-ВИТ (жана 3-ВИТ) пайда болот. Регуляризациялоо  $Z'(0, T)$  да (1.1.6) түрдөгү  $\Omega_2(t)$  өзгөчө функциясы менен төмөнкү шартта каралат:

$$(\varphi(t))^{-p} \in L^1(0, T), p < \beta, \quad (1.1.15)$$

муну менен бирге  $Z'(0, T)$  – бардык  $L^1[0, T]$  ны ошондой эле  $[0, T]$  кесиндисиинин башына топтолгон СӨФ ж.б. камтыган мейкиндик.

В.И. Дмитриевдин (1987) эмгегинде геофизиканын электромагниттик методдорунда магнитотеллуриялык зондоонун (МТЗ) тескери маселелери изилденгени белгилүү:

$$\begin{cases} u'(z) + iw\mu_0 \sigma(z)u(z) = 0, & z \in (0, H), \\ u(z=0) = 1, & u'(z=H) - i\sqrt{w\mu_0 \sigma_H} u(z=H) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$Y(w) = \frac{H, (z=0)}{E_s(z=0)} = \frac{1}{E_s(z=0)} \left( -\frac{i}{w\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial z} \right)_{z=0}, \quad (2)$$

мында  $Y(w)(2)$  – электромагниттик талаанын адмитансы (өткөргүчтүк), муну менен бирге вектор функция:  $P=(u, \sigma)$  белгисиз болуп саналат (биринчи функция Жердеги салыштырмалуу электрдик аянтча (ЭА), ал эми экинчи функция электрооткөргүчтүккү болуштүрүү), бирок негизинен изилденген тескери маселе туруксуз.

Чындыгында, жогоруда баяндалган белгилүү адмитанс боюнча интегралдык өткөргүчтүк (ИӨ) бир мааниде жана туруктуу аныкталат:

$$S(z) = \int_0^z \sigma(s) ds, z \in [0, H], \quad (1.1.16)$$

жана бул шартта:  $\|Y_1(w) - Y_2(w)\|_{L^2} \rightarrow 0$ , бул келип чыгат:  $\|S_1(z) - S_2(z)\|_{L^2} \rightarrow 0$ . Бирок, тишелүү  $\sigma_1(z), \sigma_2(z)$  чыгарылышы туруксуз болгон 1-ВИТтен аныкталат. Бул эң жакын  $S_1(z), S_2(z)$  абдан күчтүү айырмаланган  $\sigma_1(z)$  жана  $\sigma_2(z)$  терге шайкеш келиштери мүмкүн ((1.1.1) корутундусун кара).

Бул тескери маселени изилдоодо, айрым болуштүрүүлөр табылганы айтылган корутундулар кызыктуу:  $\hat{\sigma}(z) \in \Sigma_s$ , бирок  $\hat{\sigma}(z)$  электрооткөргүчтүк

чыныгы болуштүрүүдөн абдан айырмаланышы мүмкүн, муну менен бирге, эгер ИӨнү эсептесек:

$$\bar{S}(z) = \int_0^z \hat{\sigma}(s) ds, \quad (1.1.18)$$

ал эми  $S(z)$  (1.1.16) эрежеси боюнча туруктуу аныкталгандыктан,

$$\left\| \bar{S}(z) - \int_0^z \sigma(s) ds \right\|_{L^2} \leq \varepsilon(\delta), \delta \in \Sigma_s. \quad (1.1.19)$$

$\hat{\sigma}(z) \in \Sigma_s$  аныктамасы туруктуу методду колдонууну талап кылбайт, анткени ал болжолдуу  $\bar{S}(z)$ , ти алуу үчүн арадагы жыйынтык болуп саналат. Болбосо аталган мейкиндикте (1.1.19) барабарсыздыгы аткарылган  $\hat{\sigma}(z), \sigma(z)$  жакындыгын көрсөтө албайбыз.

Жыйынтыгында электрооткөргүчтүн болжолдуу болуштүрүүсү Тихоновдун стандарттык схемасы боюнча минимизация маселесинен эсептеп чыгарылат:

$$\hat{\sigma} = \left\{ \sigma_s : \inf_{\sigma} \left[ \left\| \bar{S}(z) - \int_0^z \sigma(s) ds \right\|_{L^2}^2 + \alpha \left\| q(z)(\sigma(z) - \sigma^0(z)) \right\|_{L^2}^2 \right] \right\}$$

$\alpha$  регуляризациясынын параметри тандоо менен, айырмачылык принцибине ылайык, априордук дайындар боюнча түзүлгөн  $\sigma^0(z)$  – электрооткөргүчтүктү гипотетикалык болуштүрүү, ( $0 < q(z) < 1$ ) түрдүү тереңдиктеги  $q(z) > 0$  априордук маалыматтын тактыгын эске алат.

Биздин абалда, каралган тескери маселелерде Дирактын функциясы менен байланышкан чечимдерге ээ, туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыккандыктан аталган маселеден абдан айырмаланат. Ошондуктан бул ВИТтердин  $Z^2(0, T)$  дагы регуляризациялуулугу (1.1.19) шарты менен өзгөчө мааниде түшүнүлөт, болгону  $L^1$  ордуна  $Z^2(0, T)$  болот (же  $Z^3(0, T), (p=3)$ ), мында (1.1.7) жана (1.1.15) шарттары эске алынбайт ж.б.

В) Жогоруда белгиленгендей, изилденген 1-ВИТ жана тескери маселелердин чыгарылыштары СӨФ менен байланышкандыктан, ОФ боюнча кыскача сереп беребиз. Аныктамага ылайык (В.С. Владимировдун (1976) жана А.Р. Колмогоровдун (1976, кош автору: С.В. Фомин) жалпысынан ОФ катары негизги функциялар мейкиндигиндеги ар-кандай сызыктуу үзгүлтүксүз функционал аталат. Бирок СӨФтү бир дагы локалдык интегралдануучу функция менен аныктоого болбойт, анткени:

$$\langle f, \varphi \rangle = \int f(x) \varphi(x) dx, \varphi \in D \quad (1.2.6)$$

эрежеси боюнча  $R$  де локалдуу интегралданган ОФ регулардуу ОФ деп аталат. Мында бул функционал  $D$  мейкиндигинде сызыктуу жана үзгүлтүксүз.  $D$  – негизги функциялардын мейкиндиги.

СӨФтүн классикалык мисалы болуп  $\delta$ -Дирактын функциясы эсептелгени белгилүү (ДФ), б.а.:  $\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x=0, \\ 0, & x \neq 0. \end{cases}$

бирок, функционал катары аныкталат жана  $\varphi(x) \in D$ , функциясына төмөнкү эреже боюнча таасир этет:

$$\langle \delta, \varphi \rangle = \varphi(0), \quad (1.2.8)$$

$\delta \in D'_0$  - СӨФ мейкиндиги, анткени мында регулярдуу  $\Theta\Phi$  камтылбайт, муну менен бирге (1.2.8) функционалынын сызыктуулугу жана үзгүлтүксүздүгү белгилүү.

Ошондуктан  $D'_0$   $\Theta\Phi$ түн жалпы мейкиндигинен айырмаланат, ал символикалуу  $D'$  түрүндө белгиленет - бул бардык  $\Theta\Phi$ түн (регулярдуу жана сингулярдуу) сызыктуу мейкиндиги. Мында  $D'$ теги жыйналуучулук функционалдардын удаалаштыгынын алсыз жыйналуучулугу катары каралат, б.а.  $D'$ теги  $\Theta\Phi$  удаалаштыгы  $\{f_n\}'$   $\Theta\Phi$ ко жыйналат,  $f \in D'$ , эгерде каалаган  $\varphi \in D$  үчүн:

$$\langle f_n, \varphi \rangle \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \langle f, \varphi \rangle. \quad (1.2.9)$$

Бул учурда символикалык үлгүдө дагы жаза алабыз:  $n \rightarrow \infty$  кезде  $f_n \xrightarrow{\sigma} f$  муну алсыз жыйналуучулук деп аташат.

**Эскертүү 1.2.2.** Кээде  $f_n \in D'$  удаалаштыгынын ордуна  $\{f_n\}$  функционалдар тобу каралат,  $\varepsilon$ -кичине параметр. Бул учурда  $f_n \xrightarrow{\sigma} f$  формуласы  $\varepsilon \rightarrow +0$  кезде төмөнкүгү билдирет:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \langle f_n, \varphi \rangle \xrightarrow{\sigma} \langle f, \varphi \rangle, \quad \forall \varphi \in D. \quad (1.2.10)$$

Кобүнчө:  $f_n \xrightarrow{\sigma} \delta$  жазуусу  $\varepsilon \rightarrow +0$  кезде төмөнкүгү билдирет:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \langle f_n, \varphi \rangle \xrightarrow{\sigma} \langle \delta, \varphi \rangle = \varphi(0), \quad \forall \varphi \in D. \quad (1.2.11)$$

Г) Жогоруда белгиленгендей, бул ИТ келип чыккан, изилденген 1-ВИТ жана тескери маселелердин чыгарылышы СӨФ менен байланыштуу болсо, анда аталган ИТга карата атайын мейкиндиктер киргизилген, мисалы:  $Z'(0, T)$  (А жана Б п. кара). Ошондуктан, 1.2 параграфында (1-бап) ушул эмгекке байланышкан мейкиндиктер боюнча айрым түшүнүктөр кыскача формада келтирилген.

Топологиялык мейкиндиктер жана алардын касиеттери түшүнүгү А.А. Борубаевдин (1990), В.С. Владимировдун (1976), А.Н. Қолмогоровдун жана С.В. Фоминдин (1976), В.А. Треногиндин (1980), Х.Л. Массердин (1970, кош автору: Х.Х. Шеффер) жана жогоруда аталган параграфта белгиленген башкалардын эмгектеринде так берилген.

2-бап киришүү мүнөзүнө ээ, анткени туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыккан тескери маселелер боюнча иштерди изилдөө үчүн алгач киргизилген мейкиндиктерде аталган ИТтердин регуляризацияланышын далилдөө үчүн РМди иштеп чыгуу зарыл.

Ошондуктан, 2-бапта белгилүү озокко ээ ДФ менен байланышкан чыныгы (терс эмес) чыгарылыштары бар туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ изилденет, мисалы 2.1-параграфта төмөнкү ВИТ каралат:

$$H\theta = \int_0^x K(x, \tau) \theta^2(\tau) d\tau = F(x), \quad (2.1.1)$$

мында белгилүү функциялар төмөнкү шарттарга жол берет:

$$\begin{cases} K(x, \tau) \in C(D_0) \cap Lip(x|L_x); K(\cdot) \geq 0; K(0, 0) \neq 0, |K(\cdot)| \leq C_{01}, \\ D_0 = \{(x, \tau): 0 \leq \tau \leq x \leq X\}; C[0, X] \ni F(x) \cap Lip(x|L_F), \\ |F(x)| \leq C_{02}; F(x) \geq \alpha > 0, \forall x \in [0, X], (0 < L_x, L_F = const). \end{cases} \quad (2.1.2)$$

Ошондо бул ИТтин регуляризацияланышы жана чыгарылышынын жалгыздыгы  $Z^2(0, X)$  те далилденет ((1.1.7) эске алынбастан).

**Эскертүү.** Эгер функция:  $K(x, \tau) = 1, F(x) = 1$ , анда  $\theta = (\delta(x))^{1/2}$ , б.а., бул эмгекте ДФ менен байланыштуулук сөз айкашы ушул мааниде түшүнүлөт.

**§2.1.1. 1-ВИТте регуляризациялоочу алгоритмдер.** (2.1.2) шарттарында (2.1.1)дин регуляризацияланышын далилдөө үчүн, биринчи берилген функциялардын негизинде айрым математикалык өзгөртүп туюнтууларды келтиребиз, тагыраак айтканда лемма далилденет:

**Лемма 2.1.1.** (2.1.2) шарттарында берилген дайындар боюнча төмөнкү функциялар бар:  $h(x), h_0(x), \phi_0(x), F_0(x)$ , булар төмөнкүдөй шарттар менен аныкталат:

$$\begin{cases} h(x) = [\gamma + \frac{1}{\alpha} \lambda(x)] F(x) \geq m > 0, (1 < \gamma = const), \\ h_0(x) = \gamma + \frac{1}{\alpha} \lambda(x); 0 \leq \lambda(x) \in L^1(0, X), \\ \phi_0(x) = \int_0^x [\gamma + \frac{1}{\alpha} \lambda(\tau)] F(\tau) d\tau = \int_0^x h(\tau) d\tau, \\ F_0(x) = F(x) - F(0), F_0(0) = 0, \\ h_0(x) \leq \alpha^{-1} h(x); 0 < \max C_{0j} = C_0, (j = 1, 2), \\ |F_0(x) - F_0(\tau)| \leq L_{F_0} M_0 (\phi_0(x) - \phi_0(\tau)), (\tau \leq x; \gamma > 1; M_0 = (\gamma\alpha)^{-1}), \\ x \in [0, X]: x = (x^{\frac{2}{\gamma}})^{\frac{\gamma}{2}} \leq (\phi_0(x))^{\frac{\gamma}{2}}, (\lambda(x) = \frac{2}{7\sqrt{x^{\frac{2}{\gamma}}}}), \\ x \leq M_1 (\phi_0(x))^2, (M_1 = \sup_{[0, X]} (\phi_0(x))^{\frac{1}{2}}). \end{cases} \quad (2.1.3)$$

Андан ары, (2.1.2), (2.1.3) шарттарынын жана Вольтерранын операторунун алкагында, б.а.:

$$\langle h, \theta \rangle_{[0, x]} = \int_0^x h(\tau) \theta(\tau) d\tau \quad (*)$$

1-ВИТ (2.1.1) төмөнкүдөй түргө эквиваленттүү өзгөртүлүп туюнтулат:

$$\begin{cases} \int_0^x h(\tau)\theta(\tau)d\tau = (Q\theta)(x) + F(x), \\ Q\theta = \int_0^x h_0(\tau)\theta(\tau)(H\theta)(\tau)d\tau - (H\theta)(x). \end{cases} \quad (2.1.4)$$

Андан ары кичине параметр  $\varepsilon$  менен теңдемени карап көрөбүз, б.а.:

$$\begin{cases} \varepsilon\theta_\varepsilon(x) + (\Phi\theta_\varepsilon)(x) = F_\varepsilon(x), \\ (\Phi\theta_\varepsilon)(x) = \int_0^x h(\tau)\theta_\varepsilon(\tau)d\tau - (Q\theta_\varepsilon)(x), \end{cases} \quad (2.1.5)$$

төмөнкүдөй шарт менен

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(0) = \frac{1}{\varepsilon}F(0), \\ C[0, X] \ni F_\varepsilon(x) : \|F_\varepsilon(x) - F(x)\|_C \leq \Delta_\varepsilon(\varepsilon), (F_\varepsilon(0) = F(0)). \end{cases} \quad (2.1.6)$$

Бул ИТтин чыгарылышын төмөнкү эреже боюнча издейбиз:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(x) + \nu(x) + \xi_\varepsilon(x), \\ \Pi_\varepsilon(0) = F(0), \nu(0) = 0, \xi_\varepsilon(0) = 0, \end{cases} \quad (2.1.7)$$

бирок, белгисиз функцияларга салыштырмалуу төмөнкүлөр орун алат:

$$\Pi_\varepsilon(x) = -\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x h(\tau)\Pi_\varepsilon(\tau)d\tau + F(0), \quad (2.1.8)$$

$$\int_0^x h(\tau)\nu(\tau)d\tau = (Q\nu)(x) + F_0(x), \quad (2.1.9)$$

$$\varepsilon\xi_\varepsilon + \int_0^x h(\tau)\xi_\varepsilon(\tau)d\tau = (Q(\frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon + \nu + \xi_\varepsilon))(x) - (Q\nu)(x) + F_\varepsilon(x) - F(x) - \varepsilon\nu(x), \quad (2.1.10)$$

мында: а)  $\Pi_\varepsilon(x)$  - (2.1.8)тин чыгарылышы болуп саналат, ал (2.1.7) камтылган  $\Omega_\varepsilon(x)$  өзгөчө функциясын аныктайт, б.а.:

$$\begin{cases} \Omega_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(x), \\ |\Omega_\varepsilon(x)| \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \begin{cases} 0, x \neq 0, \\ \infty, x = 0; \end{cases} \end{cases} \quad (2.1.11)$$

б)  $\nu(x)$  - көрүнүшү өзгөртүлгөн, (2.1.9) теңдемесинин чыгарылышы;

в) бул ажыратууда  $\xi_\varepsilon(x)$  калдык мүчөнүн ролун аткарат.

Чындыгында, (а) абалында (2.1.8)тен

$$\begin{cases} \Pi_\varepsilon(x) = F(0) \exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(x)), \\ |\Pi_\varepsilon(x)| \leq C_{01} \exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(x)) \leq C_0 \exp(-\frac{1}{\varepsilon}\phi_0(x)), \end{cases} \quad (2.1.12)$$

айткени  $(-\varepsilon^{-1}h(\tau))$  өзөгү үчүн төмөнкү револьвента бар:

$$R(x, \tau, \varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon} h(\tau) \exp(-\frac{1}{\varepsilon} \int_\tau^x h(s)ds), (\tau \leq x). \quad (**)$$

Буга ылайык, чындыгында ИТ (2.1.8) (2.1.12) ге өзгөртүп туюнтулат, мында ошол жерде эле көрсөтүлгөн баалоого жол берилет, ошондуктан (2.1.11) ли алабыз.

Демек, (2.1.12)пн негизинде төмөнкү түрдөгү лемманы карайбыз:

Лемма 2.1.2. лемманын 2.1.1 шарттарында (2.1.11) жана (2.1.12)ден төмөнкү баалоо чыгат:

$$\begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{Z^2(0, X)} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, (\gamma_1 = C_0 2^{-\frac{1}{2}} [7^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + \frac{105}{16} \sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}}), \\ \|\Omega_\varepsilon(x)\|_{Z^2(0, X)} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}. \end{cases}$$

Далилдоо. Чындыгында, (2.1.12) баалоосунан төмөнкүгү алабыз

$$\begin{cases} \int_0^x |\Pi_\varepsilon(\tau)|^2 d\tau \leq C_0^2 \int_0^x \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))d\tau = C_0^2 [\tau \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))]_0^x + \\ + \int_0^x \tau \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau)) d(\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau)) = C_0^2 [x \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(x)) + \int_0^x 2^{-\frac{1}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} (\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))^{\frac{1}{2}} \times \\ \times \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau)) d(\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(\tau))] \leq C_0^2 2^{-\frac{1}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} [(\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(x))^{\frac{1}{2}} \exp(-\frac{2}{\varepsilon}\phi_0(x)) + \int_0^x e^{-\rho} \rho^{\frac{1}{2}} d\rho] \leq \\ \leq C_0^2 2^{-\frac{1}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} [(2^{-1}7)^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + 2^{-1}105\sqrt{\pi}] = C_0^2 2^{-7} \varepsilon^{\frac{1}{2}} [7^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + 2^{-1}105\sqrt{\pi}], \\ \rho = \varepsilon^{-1}\phi_0(x); \chi(\rho) = \rho^{\frac{1}{2}} \exp(-\rho); \sup_{\rho \in \mathbb{R}^+} \chi(\rho) = k^{\frac{1}{2}} \exp(-k), (k = 1, 2, 2^{-1}7), \\ \rho = 0: \chi(0) = 0; \rho \rightarrow \infty: \chi \rightarrow 0, \end{cases}$$

же  $Z^2(0, X)$  норма маанисинен төмөнкү келип чыгат:

$$\|\Pi_\varepsilon\|_{Z^2(0, X)} \leq C_0 2^{-\frac{1}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} [7^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + \frac{105}{16} \sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}} = \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}.$$

Ошондуктан

$$\|\Omega_\varepsilon(x)\|_{Z^2(0, X)} = \frac{1}{\varepsilon} \|\Pi_\varepsilon\|_{Z^2(0, X)} \leq \frac{1}{\varepsilon} \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}} = \gamma_1 \varepsilon^{-\frac{1}{2}}. \text{ Ушуну далилдоо керек болчу.}$$

Ал эми (б, в) шарттарында төмөнкү лемма келип чыгат:

Лемма 2.1.3. Жол берилген шарттардын алкагында:

1)  $\nu(x)$  функциясы ИТ (2.1.9) чыгарылышы болуп саналат жана параметрленген ИТнын:

$$\delta\nu_\varepsilon(x) + \int_0^x h(\tau)\nu_\varepsilon(\tau)d\tau = (Q\nu_\varepsilon)(x) + F_\varepsilon(x), \quad (2.1.13)$$

$C[0, X]$ те предели болуп саналат жана бир мааниде аныкталат.

2)  $\xi_\varepsilon$  функциясы  $C[0, X]$ те бир мааниде аныкталган, муну менен бирге  $\varepsilon \rightarrow 0$  бардык  $x \in [0, X]$  үчүн бир калыпта нөлгө жыйналат.

Корутундулар:

А) Эгерде 2.1.2; 2.1.3 леммаларынын шарттары аткарылса, анда ИТ (2.1.5)тин чыгарылышы жалгыз (2.1.7) түрүндө гана берилет, муну менен бирге  $\forall x \in (0, X]$ те (2.1.5) теңдемесинин чыгарылышы  $\varepsilon \rightarrow 0$  (2.1.9) теңдемесинин чыгарылышына жыйналат (бир калыптагы эмес жыйналуучулук), төмөнкүдөй баалоо менен:

$$\begin{cases} |\theta_\varepsilon - \nu| \leq \Delta_2(\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} |\Pi_\varepsilon(x)| \leq \Delta_2(\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} C_0 \exp(-\frac{1}{\varepsilon} \phi_0(x)), \\ |\Pi_\varepsilon(x)| \leq C_0 \exp(-\frac{1}{\varepsilon} \phi_0(x)), \\ |\Omega_\varepsilon(x)| \leq \frac{1}{\varepsilon} C_0 \exp(-\frac{1}{\varepsilon} \phi_0(x)). \end{cases} \quad (2.1.24)$$

Б) Ошону менен бирге, (2.1.7), (2.1.11) лердин негизинде келип чыгат:  
 $x=0: \theta_\varepsilon(0) = \varepsilon^{-1} F(0).$

§2.1.2.  $Z^2(0, X)$  те 1-ВИТги регуляризациялоо. Бул пунктта

төмөнкүлөр далилденет:

**Теорема 2.1.1.** 2.1.1-2.1.3 леммаларынын шарттары аткарылсын жана (2.1.24) орун алсын. Анда келип чыгат:

$$1) \begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{L^1(0, X)} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, (\gamma_1 = C_0 2^{\frac{1}{2}} [7^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + \frac{105}{16} \sqrt{\pi}^{\frac{1}{2}}]), \\ \|\Omega_\varepsilon\|_{L^1(0, X)} = \frac{1}{\varepsilon} \|\Pi_\varepsilon\|_{L^1(0, X)} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \quad (2.1.25)$$

$$2) \|\theta_\varepsilon - \nu\|_{L^1(0, X)} \leq 2[\Delta_2(\varepsilon) \sqrt{X} + \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}] = \tilde{M}_0(\varepsilon), \quad (2.1.26)$$

$$\|\theta_\varepsilon\|_{L^1(0, X)} \leq r_\varepsilon = \text{const}, \quad (2.1.27)$$

$$3) \|(\Phi \theta_\varepsilon)(x) - F(x)\|_{L^1(0, X)} \leq \tilde{M}(\varepsilon), (\tilde{M}_0(\varepsilon), \tilde{M}(\varepsilon) \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0). \quad (2.1.28)$$

2.1.1; 2.1.2 пункттарынан алынган жыйынтыктардан алабыз:

**Ырастамта 2.1.2.** 2.1.1 теоремасынын шарттарында 1-ВИТ (2.1.1)  $Z^2(0, X)$  те (2.1.5) эрежеси боюнча өзгөчө мааниде регуляризацияланат.

2.2-параграфта 1-ВИТ сызыктуу эмес туура эмес коюлган системасы вектордук-матрица формасында изилденет:

$$H\theta = \int_0^x \int_0^b K(x, y, \tau, \nu) \theta^2(\tau, \nu) d\nu d\tau = F(x, y) \quad (2.2.1)$$

төмөнкү шарт менен

$$\begin{cases} K(x, y, \tau, \nu) \in C_{m,n}(D_0) \cap Lip(x|L_x); K(\cdot) \geq 0; \|K(\cdot)\| \leq C_{01}, \\ K(0, y, 0, \nu) \neq 0, \forall y \in [0, b], (D_0 = [0, X] \times [0, b] \times \{0 \leq \tau \leq x \leq X, 0 \leq \nu \leq y \leq b\}), \\ (x, y) \in \bar{D}_1, (D_1 = (0, X) \times (0, b)); F(x, y) \in C_{n,1}(\bar{D}_1) \cap Lip(x|L_x); F(0, y) \neq 0, \\ F(x, 0) = 0; F(x, y) > 0, \forall x \in [0, X], y \in (0, b); \|F(x, y)\| \leq C_{02}, \forall (x, y) \in \bar{D}_1, \end{cases} \quad (2.2.2)$$

$F, K$  - белгилүү дайындар, б.а.  $n$  - өлчөмдүү вектордук функция (мамыча), ага ылайык  $n \times n$  -матрицалык функция. Муну менен бирге,  $Z^2(D_1)$ , мейкиндигинен  $\theta$  - белгисиз, чыгарылыштары терс эмес  $n$  - өлчөмдүү вектордук функция, б.а.  $L^1(\bar{D}_1)$  бардык элементтерин, ошондой эле  $x$  аргументи боюнча ДФ менен байланышкан  $z(x, y)$  чыгарылыштары терс эмес элементтерин камтыган  $Z^2(D_1)$  де компоненттерге ээ бардык  $n$  -өлчөмдүү вектор-функциялар.

$Z^2(D_1)$  де өзгөчө мааниде (2.2.1) системасынын регуляризацияланышын изилдөө үчүн, алгач ИТ (2.2.1)дин негизинде төмөнкүлөргө ээ болобуз:

$$(H\theta)(x, b) = \int_0^x \int_0^b K(x, \tau, b, \nu) \theta^2(\tau, \nu) d\nu d\tau = F(x, b). \quad (2.2.3)$$

Андан кийин, белгилүү функцияларга карата (2.2.2), (2.2.3) шарттары аткарылганын божомолдоп, муну менен бирге  $H_0(x, b)$  диагоналдык-матрицалык функциясы бар экенине жол берип, төмөнкү шарттарга ээ болобуз (б.а. 2.1.1 леммасынын жыйынтыктары матрицалык жана вектордук функцияларга жалпыланат):

$$\begin{cases} H_0(x, b) = G(x)F(x, b); G(x) = \gamma + \frac{1}{\alpha} \lambda(x), \\ H_0(x, b) = \text{diag}(H_{01}(x, b), \dots, H_{0n}(x, b)), \\ H_{0i}(x, b) = [\gamma + \frac{1}{\alpha} \lambda_i(x)] F_i(x, b), (i = \overline{1, n}; 1 < \gamma = \text{const}), \\ 0 < \lambda_0(x) = \min_{1 \leq i \leq n} \lambda_i(x) \in L^1(0, X); \phi(x) = \int_0^x \lambda_0(\tau) d\tau, \\ \min_{1 \leq i \leq n} F_i(x, b) = \tilde{F}(x, b) \geq \alpha > 0, \forall x \in [0, X]; F_0(x, y) = F(x, y) - F(0, y), \\ F_0|_{x=0} = 0, \forall y \in [0, b]; \|F_0(x, y) - F_0(\tau, y)\| \leq L_k |x - \tau|, \\ \|H_0(x, b)\| \leq C_{03} h(x); \|G(x)\| \leq C_{04} h(x), (h_0(x) = \gamma + \frac{1}{\alpha} \lambda_0(x)), \\ h = h_0(x) \tilde{F}(x, b); 0 < \max C_{0j} = \tilde{C}_1 = \text{const}, (j = \overline{1, 4}), \\ C_1 = \max(1, \sqrt{n^m} \tilde{C}_1^{\frac{1}{2}}), (m = \overline{0, 4}; k = \overline{1, 6}), \\ \phi_0(x) = \int_0^x h(\tau) d\tau = \int_0^x [\gamma + \frac{1}{\alpha} \lambda_0(\tau)] \tilde{F}(\tau, b) d\tau. \end{cases} \quad (2.2.4)$$

Ошондо, (2.2.1) системасына карата математикалык амалдарды жүргүзүп, төмөнкү формула менен берилген  $H_0$  операторунун негизинде:

$$H_0 \theta = \int_0^x H_0(\tau, b) \theta(\tau, y) d\tau, \quad (*)$$

көрсөтүлгөн система эквиваленттүү түрдө төмөнкүчө өзгөртүлөт:

$$\begin{cases} \int_0^x H_0(\tau, b) \theta(\tau, y) d\tau = (Q\theta)(x, y) + F(x, y), \\ Q\theta = (\tilde{Q}\theta)(x, y) - (H\theta)(x, y); \tilde{Q}\theta = \int_0^x G(\tau) (Q_0 \theta)(\tau, y) d\tau, \end{cases} \quad (2.2.5)$$

мында:

$$\begin{cases} Q_0 \theta = \text{colon}\{Q_{01} \theta, \dots, Q_{0n} \theta\}; Q_{0i} \theta = \theta_i(x, y) (H_i \theta)(x, b), (i = \overline{1, n}), \\ (H\theta)(x, b) = \int_0^x \int_0^b K(x, \tau, b, \nu) \theta^2(\tau, \nu) d\nu d\tau, \theta \in R^n. \end{cases}$$



(2.2.5) системасынан  $H_0(x, b)$  матрицалык функциясы үчүн (2.2.4) негизинде  $\lambda_i(x)$  жеке маанилери бар экени белгилүү, бирок:  $0 < \lambda_0(x) = \min\{\lambda_i(x) | i=1, \dots, n\}$ .

Андан кийин, 1-ВИТ теориясында изилдөөнүн мүмкүн болгон методдорунун бири регуляризациялоочу алгоритмдер болгондуктан, биздин учурда (2.2.5) системасы 1-ВИТ тургандыктан, төмөнкү параметрленген системаны киргизебиз:

$$\begin{cases} \varepsilon \theta_\varepsilon(x, y) + (\Phi \theta_\varepsilon)(x, y) = F_\varepsilon(x, y), \\ (\Phi \theta_\varepsilon)(x, y) = \int_0^1 H_0(\tau, b) \theta_\varepsilon(\tau, y) d\tau - (Q \theta_\varepsilon)(x, y), \end{cases} \quad (2.2.6)$$

төмөнкү шартка жол берилген кичине параметр боюнча өзгөчөлүккө ээ:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(0, y) = \frac{1}{\varepsilon} F(0, y), \\ C_\varepsilon(\bar{D}_\varepsilon) \ni F_\varepsilon(x, y) : \|F_\varepsilon(x, y) - F(x, y)\| \leq \Delta_0(\varepsilon), (F_\varepsilon(0, y) = F(0, y)). \end{cases} \quad (2.2.7)$$

Бул системанын чыгарылышын 2.1-параграфтагыдай эле асимптотикалык мүнөздөгү берүүнүн жардамы менен издейбиз:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(x, y) = \frac{1}{\varepsilon} \Pi_\varepsilon(x, y) + \nu(x, y) + \xi_\varepsilon(x, y), \\ \Pi_\varepsilon(0, y) = F(0, y), \nu(0, y) = 0, \xi_\varepsilon(0, y) = 0, \end{cases} \quad (2.2.8)$$

мында аталган вектор-функциялар боюнча ИТтердин тиешелүү системаларын алабыз:

$$\Pi_\varepsilon(x, y) = -\frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 H_0(\tau, b) \Pi_\varepsilon(\tau, y) d\tau + F(0, y), \quad (2.2.9)$$

$$\int_0^1 H_0(\tau, b) \nu(\tau, y) d\tau = (Q \nu)(x, y) + F_0(x, y), (F_0 = F(x, y) - F(0, y)), \quad (2.2.10)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \xi_\varepsilon + \int_0^1 H_0(\tau, b) \xi_\varepsilon(\tau, y) d\tau &= (Q[\frac{1}{\varepsilon} \Pi_\varepsilon + \nu + \xi_\varepsilon])(x, y) - (Q \nu)(x, y) + \\ &+ F_\varepsilon(x, y) - F(x, y) - \varepsilon \nu(x, y). \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

Аталган шарттардын алкагында 2.1.2, 2.1.3 леммаларынын жана 2.1.1 теоремасынын натыйжаларына окшош эле жыйынтыктар алынган, б.а. төмөнкү баалар алынган (2.2.1 теоремасынын натыйжалары):

$$1) \begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{Z_\varepsilon^2(\Omega)} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, (\gamma_1 = C_1 \sqrt{b} 2^{-1} [7^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + \frac{105}{16} \sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}}), \\ \|\Omega_\varepsilon\|_{Z_\varepsilon^2(\Omega)} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}. \end{cases} \quad (2.2.25)$$

$$2) \begin{cases} \|\theta_\varepsilon - \nu\|_{Z_\varepsilon^2(\Omega)} \leq 2[\Delta_2(\varepsilon) \sqrt{\lambda b} + \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}] = \bar{M}_0(\varepsilon), \\ \|\theta_\varepsilon\|_{Z_\varepsilon^2(\Omega)} \leq r = const, \end{cases} \quad (2.2.26)$$

$$3) \|(\Phi \theta_\varepsilon)(x, y) - F(x, y)\|_{Z_\varepsilon^2(\Omega)} \leq \bar{M}(\varepsilon), (\bar{M}_0(\varepsilon), \varepsilon \rightarrow 0, \bar{M}(\varepsilon) \rightarrow 0). \quad (2.2.27)$$

Жыйынтыгында (2.2.1) системасы  $Z_\varepsilon^2(D_1)$  де өзгөчө мааниде регуляризацияланат.

3-бап үч параграфтан турат. 3.1; 3.2-параграфтарда изилденген тескери маселелерде каралган теңдемелер Аллер теңдемелеринин, Шредингер-Уиземинин бир тексиз сызыктуу эмес теңдемелеринин жана ЧБОдогу мурункудан калган чөйрөнүн деформациясынын теңдемелеринин ж.б. түрлөрү болуп саналат. Ушул сыяктуу теңдемелери бар түз маселелер М. Аллердин (1966), А.М. Нахушевдин (1979), С.В. Нерпиндин (1975, кош автору: А.Ф. Чудновский), А. Ньюэллдин (1989), П.И. Наумкиндин (1992), Дж. Уиземинин (1977), М.А. Шхануковдун (1983) жана башкалардын эмгектеринде жолугары белгилүү.

3.1-параграфта көрсөтүлгөн класстын теңдемесине ээ тескери маселелер изилденет, б.а.:

$$\begin{aligned} V_\varepsilon - b^2 V_\varepsilon + K_0(x) \Phi(V) + \int_0^1 \Psi(t-s) V(s, x - b(t-s)) \frac{\partial}{\partial x} [V_\varepsilon(s, x) - b V_\varepsilon(s, x)] ds = \\ = (J\theta)(t), \forall (t, x) \in \bar{D}_0. \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

$$\begin{cases} V(t, x)|_{t=0} = 0, V(t, x)|_{x=0} = \psi(x), \forall x \in R, \\ (V_t - b V_x)|_{x=x_0} = g(t), \forall t \in [0, T], (D_0 = (0, T) \times R, x_0 \in R), \end{cases} \quad (3.1.2)$$

макулдашуу шарты менен

$$(V_t - b V_x)|_{t=0} = \psi(x); g(0) = \psi(x_0). \quad (3.1.3)$$

$$(J\theta)(t) \equiv \lambda \int_0^{M(t)} K(t, \eta) \theta^2(\eta) d\eta \quad (*)$$

муну менен бирге белгилүү функцияларга карата:

$$\begin{aligned} 0 < b, 0 < \lambda < 1, (b, \lambda = const); K_0(x) \in C^1(R); \Phi(V) \in C^2(R); \Psi(t) \in C^1[0, T], \\ g(t) \in C^1[0, T], \psi(x) \in C^2(R), M(t), K(t, s) \end{aligned}$$

төмөнкү шарттар келип чыгат:

а)  $\sup |\Phi^{(j)}| \leq \beta_j, (j=0, 1); \Phi_j(V) \in C(R) \cap Lip(V|L_{\beta_j})$ .

б)  $|g^{(j)}(t)| \leq \beta_j; |\Psi^{(j)}(t)| \leq \beta_j, \forall t \in [0, T], (j=0, 1); |\psi^{(i)}(x)| \leq \beta_i, (i=0, 1, 2)$ .

в)  $\begin{cases} 0 \leq K_0(x) \leq \bar{K}_{01} < \infty; \int_R K_0(x) dx \leq \bar{K}_{02} = const, (|K_0'(x)| \leq \bar{K}_{03} = const), \\ \bar{K}_0 = \max(\bar{K}_{01}, \bar{K}_{02}, \bar{K}_{03}); \text{мисалы: } K_0(x) = e^{-\beta x^2} (\beta > 0; \lim_{x \rightarrow \pm\infty} K_0(x) = 0). \end{cases}$

г)  $K(t, s) \in C(D) \cap Lip(t|L_K), 0 < L_K = const; 0 \leq K(t, t), K(0, 0) \neq 0; |K(\cdot)| \leq C_{01}$ .

$D = \{(t, s) : 0 \leq s \leq t \leq T\}$ ,

д)  $0 \leq M(t) \leq t \leq T, M(0) = 0, M(t) \in C[0, T] \cap Lip(t|L_M), 0 < L_M = const$ ,

$P = (V, \theta)$  белгисиз вектор функция болуп саналат, киргизилген мейкиндикте өзгөчө мааниде тескери маселелердин регуляризацияланышынын далилдөө талап кылынат. Анткени (3.1.1)-(3.1.3) тескери маселесинен ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ пайда болот.

§3.1.1. Тескерн маселенин интегрлизациясы. Бул максатта,  $P_0 = (Q, \theta)$

вектордук функциясынын негизинде төмөнкүдөй болжолдойбуз:

$$\begin{cases} V_t - bV_x = \psi(x-bt) + (J\theta)(t, x), & (\psi(x_0) = g(0)), \\ J[\theta] = \int_0^t [(J\theta)(s) + \int_{x-b(t-s)}^{x+b(t-s)} K_0(\tau)Q(s, \tau)d\tau]ds, \end{cases} \quad (3.1.4)$$

муну менен бирге төмөнкү келип чыгат:

$$\begin{cases} V = \int_0^t \psi(x+b(t-s)-bs)ds + \int_0^t \int_0^{x+b(t-s)} [(J\theta)(s) + \int_{x+b(t-s)-b(t-s)}^{x+b(t-s)} K_0(\tau)Q(s, \tau)d\tau]ds'ds = \\ = (A_0[Q, \theta])(t, x), \\ V_t - bV_x = -b\psi_t(x-bt) + (J\theta)(t) + b \int_0^t K_0(x-b(t-s))Q(s, x-b(t-s))ds = A_1[Q, \theta], \\ V_x - bV_t = \psi_t(x-bt) + \int_0^t [K_0(x)Q(s, x) - K_0(x-b(t-s))Q(s, x-b(t-s))]ds = \\ = (A_2Q)(t, x), (t = x-bt), \\ V_t - b^2V_x = (J\theta)(t) + \int_0^t K_0(x)Q(s, x)ds. \end{cases} \quad (3.1.5)$$

Ошондо, (3.1.4), (3.1.5) жана баштапкы ИДТдан айрым математикалык өзгөртүп туюнтууларды эске алып, төмөнкү интегралдык катнаштар келип чыгат:

$$\begin{cases} \int_0^t (J\theta)(s) = g(t) - (\psi(x_0 - bt) + \int_0^t \int_{x_0-b(t-s)}^{x_0} K_0(\tau)Q(s, \tau)d\tau)ds = (BQ)(t, x_0), \\ (A_0[Q, \theta])(t, x) = \int_0^t \psi(x+b(t-s)-bs)ds + \int_0^t (BQ)(s, x_0)ds + \\ + \int_0^t \int_0^{x+b(t-s)} \int_{x+b(t-s)-b(t-s)}^{x+b(t-s)} K_0(\tau)Q(s, \tau)d\tau ds' ds = (\tilde{A}_0Q)(t, x) \text{ жана} \end{cases} \quad (3.1.7)$$

$$\begin{aligned} Q(t, x) &= -(\Phi_t, ((\tilde{A}_0Q)(t, x))[\psi(x-bt) + \int_0^t b\psi_t(x+b(t-s)-bs)ds + (BQ)(t, x_0) + \\ &+ \int_0^t \int_{x-b(t-s)}^{x+b(t-s)} K_0(\tau)Q(s, \tau)d\tau ds + \int_0^t \int_0^{x+b(t-s)} [K_0(x+b(t-s))Q(s, x+b(t-s)) - K_0(x + \\ &+ b(t-s) - b(s-s'))Q(s, x+b(t-s)-b(s-s'))]ds'ds] + \Psi(0)(\tilde{A}_0Q)(t, x) \times \\ &\times (A_2Q)(t, x) + \int_0^t \Psi_t(t-s)(\tilde{A}_0Q)(s, x-b(t-s)) \times (A_2Q)(s, x)ds + \int_0^t \Psi(t-s) \times \\ &\times [\int_0^t (-b\psi_t(x-b(t-s)+b(s-s'))-hs') - b \int_0^t [K_0(x-b(t-s)+b(s-s'))Q(s, x-b(t-s) + \\ &+ b(s-s')) - K_0(x-b(t-s)+b(s-s'))Q(s, x-b(t-s)+b(s-s')-b(s'-s))]d\bar{s}] \times \\ &\times ds'] (A_2Q)(s, x)ds = (A_2Q)(t, x). \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

(3.1.4) менен сунушталган вариант (3.1.7)ни эске алуу менен алабыз:

$$V_t - bV_x = \psi(x-bt) + (BQ)(t, x_0) + \int_0^t \int_0^{x+b(t-s)} K_0(\tau)Q(s, \tau)d\tau ds = (\tilde{J}Q)(t, x), \quad (3.1.4)^*$$

мында изделүүчү функция боюнча төмөнкү келип чыгат:

$$V = (\tilde{A}_0Q)(t, x), \quad (3.1.9)$$

муну менен бирге ИДТ (3.1.1) сызыктуу эмес 2-ВИТ (3.1.8) өзгөрмө  $t \in [0, T]$  боюнча азаят. Иштелип чыккан интегралдык операторлор ыкмасынын (ИОЫ) артыкчылыгы болуп ИДТ чыгарылышы изилдоонун теориялары жакшы өнүктүрүлгөн 2-ВИТ чыгарылышы ИДТнын чыгарылышына келет, ал үчүн изилдоолор теориясы абдан жакшы өнүктүрүлгөн.

Лемма 3.1.1.  $A$  оператору төмөнкү шарттарга жол берсе:

$$\begin{cases} A: L_A < 1, \\ \|AQ\|_C \leq r(1-L_A). \end{cases} \quad (3.1.10)$$

анда ИТ (3.1.8)  $C(\bar{D}_0)$ дө бир маанилүү чыгарылат, муну менен бирге  $Q_t(t, x) \in C(\bar{D}_0)$  келип чыгат. Ошондуктан (3.1.9)дун негизинде  $V$  функциясы жалгыз гана түрдө  $C^{1,2}(\bar{D}_0)$  жашайт.

$Q_t$  тин бир калыптагы чектелиши төмөнкүгө жол берилгенин белгилей кетели:

$$\begin{cases} \|U(t, x)\|_C \leq (1-L_A)^{-1}[T_0 + C_0\|Q\|_C] \leq (1-L_A)^{-1}[T_0 + C_0r_0] = \bar{r}_0, \\ Q_t = U(t, x); 0 < L_A < 1. \end{cases} \quad (3.1.14)$$

Буга ылайык, 3.1.1 леммасынын далилденген шарттарынын негизинде жана (3.1.9)ду эске алуу менен  $V$  функциясы дагы жалгыз гана  $C^{1,2}(\bar{D}_0)$  аныкталат, анткени:  $V, V_t, V_x, V_{tt}, V_{tx}, V_{xx}, V_{xt}$  функциялары  $Q, Q_t \equiv U$  функциялары менен байланышкан. Демек, төмөнкү келип чыгат:

$$\|V\|_{C^{1,2}(\bar{D}_0)} = \sum_{j=0}^1 \|V^{(j)}\|_{C^1(\bar{D}_0)} + \sum_{j=1}^2 \|V^{(j)}\|_{C^2(\bar{D}_0)} \leq N_0 = const. \quad (**)$$

Эскертүү 3.1.1. Эгерде түз маселе изилденсе, анда 3.1.1 леммасынын жыйынтыгы көрсөтүлгөн мейкиндикте (\*\*) нормасы менен жетишээрлик болмок. Бирок, туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыккан тескерн маселе каралып жаткандыктан, алсыз жыйналуучу мейкиндик зарыл. Ошондуктан, 3.1.1 леммасынын шарттарын эске алып, К.Фридрихстин теоремасынын негизинде (1980), В.А. Треногиндин китеби  $V$  функциясына карата салмак мейкиндигин киргизүүгө болот. Мисалы:  $A_1$  в  $\tilde{W}_{K_0(x)}^2(D_0)$  (тескериси жок).

Муну менен бирге,  $Q, U$  функцияларына карата чектөөлөрдү эске алып:

$$|Q| \leq r_0; |U| \leq \bar{r}_0, \forall (t, x) \in \bar{D}_0 \quad (3.1.16)$$

$\tilde{W}_{K_0(x)}^2(D_0) = \{(t, x) \in \bar{D}_0 : V \in C^{1,2}(\bar{D}_0), V_x \in L_{K_0(x)}^2(D_0)\}$  мейкиндигинде

$$\begin{cases} \|V\|_{W_{K_0(x)}^2(D_0)} = \|V\|_{C^{1,2}(D_0)} + \|V_x\|_{L_{K_0(x)}^2(D_0)} \leq N_0, \\ \|V_x(t, x)\|_{L_{K_0(x)}^2} = \left( \int_{D_0} K_0(\tau) |V_x(t, s, \tau)|^2 d\tau ds \right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (3.1.17)$$

ченемн менен  $\tilde{W}_{K_0(x)}^2(D_0)$  ылайыктуу баалоосуна э болобуз.

Эгерде (3.1.16) ордуна  $Q, U$  пун  $L_{K_0}^2(D_0)$ дө чектелгенни талап кылсак,

б.а.:

$$\begin{cases} \|Q(t, x)\|_{L^2_{x_0}} = \left( \int_{D_0} K_0(\tau) |Q(s, \tau)|^2 d\tau ds \right)^{\frac{1}{2}} \leq N_{01} = const, \\ \|U(t, x)\|_{L^2_{x_0}} = \left( \int_{D_0} K_0(\tau) |U(s, \tau)|^2 d\tau ds \right)^{\frac{1}{2}} \leq N_{02} = const, \end{cases} \quad (3.1.19)$$

анда  $V, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5$  функциялары дагы  $\tilde{W}_{K_0(t)}^2(D_0)$  маанисинде чектелет.

Демек, тескери маселенин чыгарылышы  $P = (V, \theta)$  вектор-функциясы болгондуктан, тескери маселенин регуляризацияланышы  $\tilde{G}_{\{\tilde{W}_{K_0(t)}^2(D_0), Z^2(0, T)\}}^2$  вектордук мейкиндигинде (3.1.17)ни эске алсак, далилдейбиз:

$$\|P\|_{\tilde{W}_{K_0(t)}^2(D_0), Z^2(0, T)} = \|V\|_{\tilde{W}_{K_0(t)}^2(D_0)} + \|\theta\|_{L^2(0, T)}. \quad (3.1.20)$$

**§3.1.2. 1-ВИТтин регуляризациясы.** Биринчи пунктта  $V$  функциясына карата 3.1.1 леммасы далилденгендиктен, (3.1.7) жана (\*) эске алуу менен,  $t$  боюнча дифференциалдоонун негизинде ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыгат, б.а.:

$$(J\theta)(t) = \lambda \int_0^{M(t)} K(t, \eta) \theta^2(\eta) d\eta = F(t), \quad (3.1.21)$$

мында белгилүү функциялар төмөнкү шарттарды канааттандырышат:

$$\begin{cases} F(t) = g'(t) - \{-b\psi(x_0 - bt) + b \int_0^t [K_0(x_0 - b(t-s))Q(s, x_0 - b(t-s))] ds\}, \\ F(t) \in C[0, T] \cap Lip(t|L_p); F(t) \geq \alpha > 0, \forall t \in [0, T], \\ |F(t)| \leq C_{02} = const, \end{cases} \quad (3.1.22)$$

жана (г, д). Муну менен бирге,  $Z^2(0, T)$  да (3.1.21) ИТнын регуляризацияланышын далилдөө үчүн 2.1-параграфтын методун колдонобуз, б.а. (3.1.21)ди төмөнкүдөй түргө өзгөртүп туюнтабыз:

$$\begin{cases} \int_0^t h(\tau)\theta(\tau)d\tau = (H\theta)(t) + F(t), \\ H\theta = \int_0^t h_0(\tau)\theta(\tau)(J\theta)(\tau)d\tau - (J\theta)(t), \end{cases} \quad (3.1.23)$$

мында (3.1.23)тө камтылган белгилүү функциялар 2.1.1 леммасы сыяктуу эле аныкталат. Ошондуктан, (3.1.23) ИТ менен катары эле  $\varepsilon$  кичине параметри менен теңдеме киргизилет:

$$\begin{cases} \varepsilon\theta_\varepsilon(t) + (\Phi\theta_\varepsilon)\chi(t) = F_\varepsilon(t), \\ (\Phi\theta_\varepsilon)\chi(t) = \int_0^t h(\tau)\theta_\varepsilon(\tau)d\tau - (H\theta_\varepsilon)\chi(t), \end{cases} \quad (3.1.25)$$

жана бул теңдеменин чыгарылышы төмөнкү эреже боюнча берилет:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(t) = \frac{1}{\varepsilon} \Pi_\varepsilon(t) + \nu(t) + \xi_\varepsilon(t), \\ \Pi_\varepsilon(0) = F(0), \nu(0) = 0, \xi_\varepsilon(0) = 0. \end{cases} \quad (3.1.26)$$

Ошондо, (3.1.25) негизинде белгисиз функциялар:  $\Pi_\varepsilon(t), \nu(t), \xi_\varepsilon(t)$  төмөнкү система менен аныкталат:

$$\begin{cases} \Pi_\varepsilon(t) = -\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t h(\tau)\Pi_\varepsilon(\tau)d\tau + F(0), \\ \int_0^t h(\tau)\nu(\tau)d\tau = (H\nu)(t) + F_0(t), \\ \varepsilon\xi_\varepsilon + \int_0^t h(\tau)\xi_\varepsilon(\tau)d\tau = (H[\frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon + \nu + \xi_\varepsilon])(t) - (H\nu)(t) + F_\varepsilon(t) - F(t) - \varepsilon\nu(t). \end{cases} \quad (3.1.27)$$

Аталган шарттардын алкагында төмөнкүлөр далилденген:

**Лемма 3.1.2.** Эгер 3.1.1 жана ((г,д), (3.1.22)) леммаларынын шарттарына жол берилсе, анда (3.1.27) системасына карата төмөнкүлөр келип чыгат:

$$A) \Pi_\varepsilon(t) = F(0) \exp(-\frac{1}{\varepsilon} \Phi(t)). \quad (3.1.28)$$

$$\text{төмөнкү баалоо менен } |\Pi_\varepsilon(t)| \leq C_1 \exp(-\frac{1}{\varepsilon} \Phi(t)); \quad (3.1.29)$$

Б) параметрленген ИТ чыгарылышы

$$\delta\nu_\varepsilon(t) + \int_0^t h(\tau)\nu_\varepsilon(\tau)d\tau = (H\nu_\varepsilon)(t) + F_0(t) \quad (3.1.30)$$

$\delta \rightarrow 0$  (3.1.27) системасынын экинчи теңдемесинин чыгарылышына бирдей жакындайт, анткени аталган ИТ  $C[0, T]$  да чыгарылышка ээ болот.

В) (3.1.27) системасындагы үчүнчү ИТ  $C[0, T]$  да бир мааниде чыгарылат, анын үстүнө  $\varepsilon \rightarrow 0$  ал нөлгө жыйналат.

**Теорема 3.1.1.** Эгерде 3.1.2 леммасынын шарттарына жол берилсе, анда (3.1.26)нын негизинде төмөнкү келип чыгат:

$$1) \begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{L^2(0, T)} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, (\gamma_1 = c_1 2^{-\frac{1}{2}} [7^{\frac{1}{2}} c^{-\frac{1}{2}} + \frac{105}{16} \sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}}), \\ \|\Omega_\varepsilon\|_{L^2(0, T)} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}. \end{cases} \quad (3.1.49)$$

$$2) \begin{cases} \|\theta_\varepsilon - \nu\|_{L^2(0, T)} \leq 2[\Delta_3(\varepsilon)\sqrt{T} + \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}] = \tilde{M}_\varepsilon(\varepsilon), \\ \|\theta_\varepsilon\|_{L^2(0, T)} \leq c = const, \end{cases} \quad (3.1.50)$$

$$3) \|(\Phi\theta_\varepsilon)(t) - F(t)\|_{L^2(0, T)} \leq \tilde{M}(\varepsilon), (\tilde{M}_\varepsilon(\varepsilon), \tilde{M}(\varepsilon) \rightarrow 0 \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0). \quad (3.1.51)$$

**§3.1.3.**  $\tilde{G}_{\{\tilde{W}_{K_0(t)}^2(D_0), Z^2(0, T)\}}^2$  вектордук мейкиндигинде тескери маселенин регуляризациясынын жалпы чыгарылышы (3.1.20) нормасы менен (3.1.5)тин негизинде 3.1.1 леммасынан жана 3.1.1 теоремасынан алынган жыйынтыктардан төмөнкүлөргө ээ болубуз:

$$\begin{cases} \|(\Phi\theta)(t) - F(t)\|_{L^1(0,T)} \leq \tilde{M}(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0, \text{ (см. (3.1.51))} \\ \tilde{\Delta}_\varepsilon(\varepsilon) = 3h\tilde{K}_0 T \Delta_{01}(\varepsilon) + T^2 h^2 \tilde{K}_c [\Delta_{01}(\varepsilon) + \Delta_{02}(\varepsilon)], (\tilde{\Delta}_\varepsilon(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0), \\ \|V_{r,\varepsilon} - V_r\|_{L^1(0,T)} = \left( \int_0^T K_\nu(\tau) |V_{r,\varepsilon}(t,\tau) - V_r(t,\tau)|^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \quad (3.1.58)$$

$$\begin{cases} \|V_{r,\varepsilon} - V_r\|_{L^1(0,T)} \leq 2\sqrt{\tilde{K}_0} \|(\Phi\theta)(t) - F(t)\|_{L^1(0,T)} + \sqrt{T} \tilde{\Delta}_\varepsilon(\varepsilon) < 2\sqrt{\tilde{K}_0} [\tilde{M}(\varepsilon) + \sqrt{T} \tilde{\Delta}_\varepsilon(\varepsilon)]. \\ \|V_\varepsilon - V\|_{C(\bar{D}_0)} \leq \frac{2}{3} \sqrt{T^3} \tilde{M}(\varepsilon) + \frac{1}{2} T^2 \tilde{K}_0 \Delta_{01}(\varepsilon) = \Delta_{03} \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0, \end{cases} \quad (3.1.59)$$

$$\begin{cases} \|V_\varepsilon - V\|_{C(\bar{D}_0)} \leq \sqrt{T} \|(\Phi\theta)(t) - F(t)\|_{L^1(0,T)} + \tilde{K}_0 T(1+bT) \Delta_{01}(\varepsilon) \leq \sqrt{T} \tilde{M}(\varepsilon) + \tilde{K}_0 T(1+bT) \Delta_{01}(\varepsilon) = \Delta_{04}(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0, \end{cases} \quad (3.1.60)$$

ошондой эле

$$\begin{cases} \|V_\varepsilon - V\|_{C(\bar{D}_0)} \leq \Delta_{05}(\varepsilon), \\ \|V_\varepsilon - V\|_{C(\bar{D}_0)} \leq \Delta_{06}(\varepsilon); \|V_\varepsilon - V\|_{C(\bar{D}_0)} \leq \Delta_{07}(\varepsilon). \end{cases} \quad (3.1.61)$$

Ошондо, (3.1.58) - (3.1.61) негизинде жогоруда көрсөтүлгөн жыйынтыктар менен төмөнкүлөр келип чыгат:

$$\|V_\varepsilon - V\|_{\tilde{G}_{\tilde{K}_0(1+bT), Z^1(0,T)}^2} \leq \sum_{i=1}^7 \Delta_{0i}(\varepsilon) + 2\sqrt{\tilde{K}_0} [\tilde{M}(\varepsilon) + \sqrt{T} \tilde{\Delta}_\varepsilon(\varepsilon)] = \tilde{\Delta}(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0. \quad (3.1.62)$$

Ырастама 3.1.1. 3.1.1; 3.1.2 леммаларынын, 3.1.1 теоремасынын жана (3.1.62)нин шарттарында (3.1.1), (3.1.2) тескери маселеси  $\tilde{G}_{\tilde{K}_0(1+bT), Z^1(0,T)}^2(D_0)$

до өзгөчө мааниде регуляризацияланат.

3.2-параграфта ЧОдо үчүнчү тартиптеги гиперболалык түрдөгү сызыктуу эмес дифференциалдык операторлуу локалдык эмес тескери маселе изилденет, анда 3.1-параграфта көрсөтүлгөн, өзөккө ээ, туура эмес коюлган, сызыктуу эмес 1-ВИТ пайда болот, б.а. локалдык эмес тескери маселе каралат:

$$\frac{\partial}{\partial x} [\lambda D(U) \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}] = \lambda \frac{\partial U}{\partial t} + f(x)(J\theta)(t), \quad (3.2.1)$$

$$\begin{cases} U|_{x=0} = \varphi(x), \forall x \in [0, H], \\ U_x|_{x=0} = \psi_1(t); U_x|_{x=H} = \psi_2(t), \forall t \in [0, T], \\ \psi_0(0) = \varphi(H), \psi_1(0) = \varphi_x(0), \end{cases} \quad (3.2.2)$$

$$U_\nu(x_0, t) + \sum_{i=1}^2 \lambda_i U_\nu(x_i, t) = g(t), \forall t \in [0, T], ((x_0; x_i) \in (0, H)), \quad (3.2.3)$$

$$J\theta = \int_0^1 K(t, s) \theta^3(s) ds, \quad (3.2.4)$$

мында белгилүү функциялар:  $\lambda = \lambda^{-1}, \lambda_i (i=1, 2); D(U), f(x), \varphi(x), \psi_0(t), \psi_1(t), g(t)$  изилденген тескери маселеде төмөнкү шарттарга жол берет:

a<sub>1</sub>)  $0 < \lambda, \lambda_i = const; C^2(R) \supset D(U); C[0, H] \supset f(x); C^1[0, H] \supset \varphi(x); \psi_0(t), \psi_1(t), g(t) \in C^1[0, T],$

a<sub>2</sub>)  $K(t, s) \in C(D_1) \cap Lip(t|L_K), 0 < L_K = const; 0 \leq K(t, t), K(0, 0) \neq 0; |K(\cdot)| \leq C_{01},$

$D_2 = \{(t, s) : 0 \leq s \leq t \leq T\}$ . Вектор-функция  $P = (U, \theta)$  белгисиз болуп саналат, ошондуктан баштапкы тескери маселени регуляризацияланышын өзгөчө мааниде далилдөө талап кылынат, анткени  $\theta$  функциясына карата баштапкы тескери маселеден ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган сызыктуу эмес 1-ВИТ эркин функцияга карата төмөнкү шарт менен пайда болот (төм. кара (3.2.16)):

a<sub>3</sub>)  $F(t) \in C[0, T] \cap Lip(t|L_F), 0 < L_F; F(t) \geq \alpha > 0, |F(t)| \leq C_{02}, \forall t \in [0, T].$

Муну менен бирге, бул ИТтин регуляризацияланышы  $Z^1(0, T)$  да каралат (1-бапты кара,  $p=3$ , мында (1.1.15) эске алынбайт).

§3.2.1. Тескери маселени интегрлизиациясы. Баштапкы тескери маселени интегрлизиациялоо үчүн  $U$  изделүүчү функциясы төмөнкү барабардыктын негизинде  $P_0 = (Q, \theta)$  вектордук функциясы менен байланышкан катнашты колдонуу ыңгайлуу:

$$U_\nu(x, t) = \varphi_\nu(x) + \int_0^t [Q(x, s) + f(x)(J\theta)(s)] ds = (A_1[Q, \theta])(x, t), \quad (3.2.5)$$

мындан тышкары, өзгөрүлмө  $x$  боюнча эки жолу интегралдап төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\begin{cases} U_\nu = \psi_1(t) + \int_0^t \{\varphi_\nu(\tau) + \int_0^\tau [Q(\tau, s) + f(\tau)(J\theta)(s)] ds\} d\tau = (A_2[Q, \theta])(x, t), \\ U = \psi_0(t) - \psi_1(t)H - \int_0^H (H-\tau) \{\varphi_\nu(\tau) + \int_0^\tau [Q(\tau, s) + f(\tau)(J\theta)(s)] ds\} d\tau + \\ + \psi_1(t)x + \int_0^x (x-\tau) \{\varphi_\nu(\tau) + \int_0^\tau [Q(\tau, s) + f(\tau)(J\theta)(s)] ds\} d\tau = (A_3[Q, \theta])(x, t), \end{cases} \quad (3.2.6)$$

мында  $Q(x, t)$  – жаңы белгисиз функция. Бул (3.2.3)түн негизинде (3.2.5), (3.2.6)ларды эске алып жана айрым математикалык өзгөртүүлөрдү жүргүзүп (3.2.1)ден төмөнкүлөр келип чыкканын билебиз:

$$\begin{cases} \int_0^1 (J\theta)(s) ds = \beta_0^{-1} [g(t) - (\varphi_\nu(x_0) + \sum_{i=1}^2 \lambda_i \psi_i(t)) - \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int_0^t \varphi_\nu(\tau) d\tau - \int_0^t Q(x_0, s) ds - \\ - \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int_0^t \int_0^s Q(\tau, s) ds d\tau] = (A_4 Q)(t), \\ \frac{\partial}{\partial t} (A_4 Q)(t) = \beta_0^{-1} [g'(t) - \sum_{i=1}^2 \lambda_i \psi_i'(t) - Q(x_0, t) - \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int_0^t Q(\tau, t) d\tau], \\ \beta_0 = f(x_0) + \sum_{i=1}^2 \lambda_i \int_0^1 f(\tau) d\tau \neq 0; \tilde{g}(t) = g(t) - (\varphi_\nu(x_0) + \sum_{i=1}^2 \lambda_i \psi_i(t)) - \sum_{i=1}^2 \lambda_i (\varphi_\nu(x_i) - \\ - \varphi_\nu(0)), (\tilde{g}(t)|_{t=0} = 0), \text{ жана} \end{cases} \quad (3.2.7)$$

$$\begin{aligned}
Q(x,t) = & \lambda\{\psi'_0(t) + \psi'_1(t)(x-H) - \int_0^H (H-\tau)Q(\tau,t)d\tau + [-\int_0^H (H-\tau) \times \\
& \times f(\tau)d\tau + \int_0^x (x-\tau)f(\tau)d\tau]\beta_0^{-1}[g'(t) - \sum_{i=1}^2 \lambda\psi'_i(t) - Q(x_0,t) - \\
& - \sum_{i=1}^2 \lambda \int_0^x Q(\tau,t)d\tau] + \int_0^x (x-\tau)Q(\tau,t)d\tau - \lambda[D_\rho[(BQ)(x,t)]\{\psi_1(t) + \varphi_x(x) - \\
& - \varphi_x(0) + \int_0^x Q(\tau,s)dsd\tau + (A_1Q)(t) \int_0^x f(\tau)d\tau]^2 + D[(BQ)(x,t)] \times [\varphi_x(x) + \\
& + \int_0^x Q(x,s)ds + f(x)(A_1Q)(t)]\} \equiv (\bar{B}Q)(x,t),
\end{aligned}
\tag{3.2.9}$$

мында (3.2.9) 2-ИТ болуп саналат. Эгерде Банахтын шарттары орун алса:

$$\begin{cases}
0 < L_2 < 1, \\
\bar{B}: S_1 \rightarrow S_2 = \{Q: |Q - Q_0| \leq r, \forall (x,t) \in \bar{D}_0\}, \\
\|\bar{B}Q_0 - Q_0\|_C \leq (1 - L_2)r, \|Q\|_C \leq r_0 = const, \forall (x,t) \in \bar{D}_0,
\end{cases}
\tag{3.2.10}$$

мында ИТ (3.2.9)  $Q \in C(\bar{D}_0)$  до бир мааниде чыгарылат, демек  $U(x,t)$  функциясы дагы жалгыз гана  $C^{2,1}(\bar{D}_0)$  до аныкталат, анда:

$$\|U\|_{C^{2,1}(\bar{D}_0)} = \|U\|_{C^1(\bar{D}_0)} + \|U_t\|_{C^1(\bar{D}_0)} + \|U_x\|_{C^1(\bar{D}_0)} + \|U_{xx}\|_{C^1(\bar{D}_0)} + \|U_{xt}\|_{C^1(\bar{D}_0)} + \|U_{xt}\|_{C^1(\bar{D}_0)} \leq M_0.$$

Ушул сыяктуу корутундуларды (3.1-параграфта белгиленген сымал), К. Фридрихстин теоремасынын негизинде мында дагы алабыз. Эгерде функция  $U \in C^{2,1}(\bar{D}_0)$ , анда көрсөтүлгөн теорема боюнча  $U \in \tilde{W}^3(D_0)$  мейкиндигинде (тескериси жок) чамаланат, качан гана  $Q$  функциясы томонку шартка жол бергенде:

$$|Q| \leq r_0, \forall (x,t) \in \bar{D}_0. \tag{3.2.13}$$

Мында:  $\tilde{W}^3(D_0) = \{(x,t) \in \bar{D}_0: U, U_x, U_{x^2} \in C(\bar{D}_0); U_t, U_{xt}, U_{xt^2} \in L^2(D_0)\}$

$$\begin{cases}
\|U\|_{L^2(\bar{D}_0)} = \sum_{i=0}^2 \|U^{(i)}\|_{L^2(\bar{D}_0)} + \|U_t\|_{L^2(\bar{D}_0)} + \|U_{xx}\|_{L^2(\bar{D}_0)} + \|U_{xt}\|_{L^2(\bar{D}_0)} \leq N_0, (U_t^{(0)} = U), \\
\|U_x(t,x)\|_{L^2} = \left(\int_{D_0} |U_x(\tau,s)|^2 d\tau ds\right)^{\frac{1}{2}}, \|U_{xx}(t,x)\|_{L^2} = \left(\int_{D_0} |U_{xx}(\tau,s)|^2 d\tau ds\right)^{\frac{1}{2}}, \\
\|U_{xt}(t,x)\|_{L^2} = \left(\int_{D_0} |U_{xt}(\tau,s)|^2 d\tau ds\right)^{\frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1: p=3, q=\frac{3}{2}\right),
\end{cases}
\tag{3.2.14}$$

нормасы менен бааланат, эгерде (3.2.13)түн ордуна  $L^2(D_0)$  до  $Q$  функциясын талап кылсак, анда:

$$\|Q(x,t)\|_{L^2} = \left(\int_{D_0} |Q(\tau,s)|^2 d\tau ds\right)^{\frac{1}{2}} \leq N_{01} = const,$$

анда, бул учурда (3.2.14) формуласы боюнча көрсөтүлгөн баалоолор орун алат. Мындан тышкары, баштапкы тескери маселенин чыгарылышы  $P = (U, \theta)$  вектор функциясы болгондуктан, тескери маселенин регуляризацияланышы  $\tilde{G}_{(W^3(D_0), L^2(0,T))}^3(D_0)$  та төмөнкү нормалар менен жүргүзүлөт:

$$\|P\|_{\tilde{G}_{(W^3(D_0), L^2(0,T))}^3(D_0)}} = \|U\|_{L^2(D_0)} + \|\theta\|_{L^2(0,T)}. \tag{3.2.15}$$

§3.2.2. 1-ВИТ регуляризацияланышы. 3.2.1 леммасынан алынган жыйынтыктардын жана (\*), (3.2.7) формулаларын эске алуу менен төмөнкү түрдөгү сызыктуу эмес 1-ВИТ келип чыгат:

$$\begin{cases}
J\theta = \int_0^T K(t,s)\theta'(s)ds = F(t), \\
F(t) = \beta_0^{-1}[g'(t) - \sum_{i=1}^2 \lambda\psi'_i(t) - Q(x_0,t) - \sum_{i=1}^2 \lambda \int_0^x Q(\tau,t)d\tau],
\end{cases}
\tag{3.2.16}$$

анын үстүнө,  $(a_2, a_1)$  шарттарына жол берилсе, анда  $C[0,T]$  да (3.2.16) туура эмес коюлган 1-ВИТ болуп саналат.

Өзгөчө мааниде  $(a_3)$  шартында (3.2.16)нын регуляризацияланышын далилдөө үчүн, алгач бул ИТти төмөнкү түргө өзгөртүп туюнтабыз:

$$\begin{cases}
\int_0^t h(\tau)\theta(\tau)d\tau = (\Phi\theta)(t) + F(t), \\
\Phi\theta = \int_0^t h_0(\tau)\theta(\tau)(J\theta)(\tau)d\tau - (J\theta)(t),
\end{cases}
\tag{3.2.17}$$

анткени 3.1-параграфтагы сыяктуу эле төмөнкү өзгөртүүлөрдү жүргүзө алабыз:

$$\begin{cases}
h(t) = [\gamma + \frac{1}{\alpha}\mu(t)]F(t) \geq m > 0, (1 < \gamma = const); h_0(t) = \gamma + \frac{1}{\alpha}\mu(t), \\
0 \leq \mu(t) \in L^1(0,T); h_0(t) \leq \alpha^{-1}h(t); F_0(t) = F(t) - F(0); F_0(0) = 0, \\
\phi_0(t) = \int_0^t [\gamma + \frac{1}{\alpha}\mu(\tau)]F(\tau)d\tau = \int_0^t h(\tau)d\tau, \\
|F_0(t) - F_0(\tau)| \leq L_2 M_0 (\phi_0(t) - \phi_0(\tau)), (\tau \leq t, M_0 = \frac{1}{\gamma\alpha}), \\
0 < \max C_{0j} = C_0, (j=1,2; c.w.(a_1, a_2)), \\
t \in [0,T]: t = (t^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} \leq (\phi_0(t))^{\frac{3}{2}}, (\mu(t) = \frac{2}{9\sqrt{t^3}}); t \leq M_1 (\phi_0(t))^2, (M_1 = \sup_{[0,T]} (\phi_0(t))^{\frac{1}{2}}).
\end{cases}
\tag{3.2.18}$$

Ошондо, (3.2.17) теңдемеси менен катар кичине параметрге ээ ИТти киргизебиз:

$$\begin{cases}
\varepsilon\theta_\varepsilon(t) + \int_0^t h(\tau)\theta_\varepsilon(\tau)d\tau = (\Phi\theta_\varepsilon)(t) + F_\varepsilon(t), \\
(\Phi_\varepsilon\theta_\varepsilon)(t) = \int_0^t h(\tau)\theta_\varepsilon(\tau)d\tau - (\Phi\theta_\varepsilon)(t),
\end{cases}
\tag{3.2.19}$$

жана бул ИТтин чыгарылышын төмөнкү эреже боюнча издейбиз:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(t) = \frac{1}{\varepsilon} \Pi_\varepsilon(t) + \nu(t) + \xi_\varepsilon(t), \\ \Pi_\varepsilon(0) = F(0), \nu(0) = 0, \xi_\varepsilon(0) = 0. \end{cases} \quad (3.2.20)$$

Буга ылайык, белгисиз функцияларга карата төмөнкү системага ээ болобуз:

$$\begin{cases} \Pi_\varepsilon(t) = -\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t h(s) \Pi_\varepsilon(s) ds + F(0), \\ \int_0^t h(s) \nu(s) ds = (\Phi \nu)(t) + F_0(t), \\ \varepsilon \xi_\varepsilon(t) + \int_0^t h(s) \xi_\varepsilon(s) ds = (\Phi[\frac{1}{\varepsilon} \Pi_\varepsilon + \nu + \xi_\varepsilon])(t) - (\Phi \nu)(t) - \varepsilon \nu(t) + F_\varepsilon(t) - F(t), \end{cases} \quad (3.2.21)$$

анда 3.1.2 леммасынын жана 3.1.1 теоремасынын учурларындагыдай эле жыйынтыктарды алабыз. Демек төмөнкү бааларга ээ болобуз (3.2.1 теоремасынын натыйжалары):

$$1) \begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{L^2(0,T)} \leq \gamma_4 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, (\gamma_4 = C_0 [3^{\frac{1}{2}} (2e)^{\frac{1}{2}} + \frac{945}{32} \sqrt{\pi}^{\frac{1}{2}}]), \\ \|\Omega_\varepsilon\|_{L^2(0,T)} \leq \gamma_4 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \quad (3.2.39)$$

$$2) \begin{cases} \|\theta_\varepsilon - \nu\|_{L^2(0,T)} \leq \bar{M}_0(\varepsilon), (\bar{M}_0(\varepsilon) = 2\Delta_0(\varepsilon) \sqrt{T} + \gamma_4 \varepsilon^{\frac{1}{2}}), \\ \|\theta_\varepsilon\|_{L^2(0,T)} \leq r, r = const, \end{cases} \quad (3.2.40)$$

$$3) \|\Phi_0(\theta_\varepsilon)(t) - F(t)\|_{L^2(0,T)} \leq \bar{M}(\varepsilon), (\bar{M}_0(\varepsilon), \bar{M}(\varepsilon) \rightarrow 0 \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0). \quad (3.2.41)$$

§3.2.3.  $\bar{G}_{|\mathbb{R}^3(D_0), Z^3(0,T)}(D_0)$  мейкиндигинде (3.2.15) нормасына ээ

тескери маселени регуляризациялоонун жалпы жыйынтыктары. (3.2.6), (3.2.7) негизинде 3.2.1 леммасынан жана 3.2.1 теоремасынан алынган жыйынтыктардан жана төмөнкү шартты эске алып:

$$|Q - Q_\varepsilon| \leq \bar{\Delta}(\varepsilon), \forall (x, t) \in \bar{D}_0, \quad (3.2.46)$$

натыйжада алабыз:

$$\|U_\varepsilon - U_\varepsilon\|_{L^2(D_0)} \leq [cm.(3.2.41)] \leq 2[H^2 \sqrt{T} \bar{\Delta}(\varepsilon) + \gamma_3 \sqrt{H} \bar{M}(\varepsilon)] = Y_{01}(\varepsilon), \quad (3.2.47)$$

$$\begin{cases} \|U_\varepsilon - U_{\varepsilon_0}\|_{L^2(D_0)} \leq Y_{02}(\varepsilon), \\ \|U_{\varepsilon_0} - U_{\varepsilon_0}\|_{L^2(D_0)} \leq Y_{03}(\varepsilon), (Y_{02}, Y_{03} \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0), \end{cases} \quad (3.2.48)$$

$$\|U - U_\varepsilon\|_{L^2(D_0)} \leq N_{01}(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0, \quad (3.2.49)$$

$$\begin{cases} \|U_\varepsilon - U_\varepsilon\|_{L^2(D_0)} \leq N_{02}(\varepsilon), \\ \|U_{\varepsilon_0} - U_{\varepsilon_0}\|_{L^2(D_0)} \leq N_{03}(\varepsilon). \end{cases} \quad (3.2.50)$$

Ошондуктан, (3.2.47) - (3.2.50) лөрдү эске алып  $\bar{W}^3(D_0)$  маанисинде төмөнкү баалоого ээ болобуз, б.а.:

$$\|U_\varepsilon - U\|_{\bar{W}^3(D_0)} \leq \sum_{i=1}^3 (N_{0i}(\varepsilon) + Y_{0i}(\varepsilon)) = \bar{\Delta}(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0. \quad (3.2.51)$$

Алынган натыйжалардын негизинде (3.2.1)-(3.2.3) тескери маселени  $\bar{G}_{|\mathbb{R}^3(D_0), Z^3(0,T)}(D_0)$  да өзгөчө мааниде регуляризацияланат.

3.3-параграфта гиперболалык түрдөгү төртүнчү тартиптеги дифференциалдуу операторго ээ, көп олчомдүү тескери маселе изилденет:

$$u_{x^2 y} + \lambda u_{x^2 y} = \lambda_1 u_y + \Phi_0(u, u_x, u_{x^2}) + f(t)(H\theta)(x, y), \quad (3.3.1)$$

$$\begin{cases} u(0, y, t) = u_x(0, y, t) = 0, \\ u(x, 0, t) = 0; u(x, y, 0) = \varphi(x, y), \forall (x, y, t) \in \bar{\Omega}, (\Omega = (0, X) \times (0, b) \times (0, \infty)), \\ \varphi(0, y) = \varphi(x, 0) = \varphi(0, 0) = 0, (\varphi_x(0, y) = 0; u(t, 0, 0) = 0; u(0, 0, 0) = 0), \end{cases} \quad (3.3.2)$$

$$\begin{cases} (u + \lambda u)|_{t=T} = g(x, y), \forall (x, y) \in \bar{D}_1, \\ g|_{t=0} = g|_{x=0} = 0, (g(0, 0) = 0; D_1 = (0, X) \times (0, b); T \in (0, \infty)), \end{cases} \quad (3.3.3)$$

мында

$$H\theta = \int_0^T \int_0^b K(x, \tau, y, \nu) \theta^2(\tau, \nu) d\nu d\tau, \quad (*)$$

муну менен бирге  $\lambda, \lambda_1, \Phi_0, f, \varphi, g, K$  белгилүү функцияларына карата:

$$\begin{cases} C(D_0) \ni K(x, \tau, y, \nu) : |K(\cdot)| \leq C_{01}, \forall (x, \tau, y, \nu) \in D_0, \\ D_0 = \{(x, \tau) : 0 \leq \tau \leq x \leq X\} \times [0, b] \times [0, b], \\ K(\cdot) \geq 0; K(0, 0, y, y) \neq 0, \forall y \in [0, b], \\ C^{1,1,1}(D_2) \ni \Phi_0(u_1, u_2, u_3), (D_2 = R \times R \times R); |\Phi_{01}| \leq \beta_1, |\Phi_{02}| \leq \beta_2, \\ (i = \overline{1,3}); C^{2,1}(\bar{D}_1) \ni \varphi(x, y); \sup_{\bar{D}_1} [|\varphi(\cdot)|, |\varphi_x(\cdot)|, |\varphi_{x^2}(\cdot)|, |\varphi_y(\cdot)|, |\varphi_{xy}(\cdot)|, |\varphi_{x^2 y}(\cdot)|] \leq \beta_3, \\ C^{1,1}(\bar{D}_1) \ni g(x, y); \sup_{\bar{D}_1} [g(\cdot), |g_x(\cdot)|, |g_y(\cdot)|, |g_{xy}(\cdot)|] \leq \beta_4, \\ C(R_+) \ni f(t) : 0 \leq f(t) \leq f_{01} < \infty; \int_R f(t) dt \leq f_{02} = const; f(T) \neq 0, \\ \|f(t)\|_C |f^{-1}(T)| \leq \beta_5, (f_0 = \max(f_{01}, f_{02}), \beta_0 = \max \beta_i, (i = \overline{1,5})). \end{cases} \quad (3.3.4)$$

$P = (u, \theta)$  вектор-функциясы эки компоненттүү белгисиз болуп саналат, анткени ТМ (3.3.1)-(3.3.3) ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган 1-ВИТ пайда болсо, бул ИТтин регуляризацияланышы  $Z^2(D_1)$  де каралат.

§3.3.1. (3.3.1)-(3.3.3) тескери маселени интегрлизациялоо методу Изилденген тескери маселени интегрлизациялоо үчүн, изделген функцияга карата төмөнкү түрдөгү өзгөртүүлөрдү киргизе алабыз:

$$\begin{aligned} u &= \varphi(x, y) \exp(-\lambda t) + \int_0^t \exp(-\lambda(t-s)) \int_0^b (x-\tau) [f(s)(H\theta)(\tau, \nu) + \\ &+ Q(\tau, \nu, s)] d\nu d\tau ds = (A(\theta, Q))(x, y, t). \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

Ошондо,  $u(x, y, t)$  ны эске алуу менен (3.3.5) жана

$$\int_0^T \int_0^b (x-\tau) (H\theta)(\tau, \nu) d\nu d\tau = (f(T))^{-1} [g - \int_0^T \int_0^b (x-\tau) Q(\tau, \nu, T)] d\nu d\tau = (B, Q)(x, y), \quad (3.3.7)$$

боюнча төмөнкү келип чыгат:

$$u = \varphi(x, y) \exp(-\lambda t) + \int_0^t \exp(-\lambda(t-s)) f(s) ds (B_1 Q)(x, y) + \int_0^t \exp(-\lambda(t-s)) \int_0^s (x-\tau) Q(\tau, v, s) dv d\tau ds = (A_1 Q)(x, y, t). \quad (3.3.8)$$

Ошондуктан,  $u(x, y, t)$  функциясына карата, талап кылынган тартипке чейин аргументтердин жыйындысы боюнча айрым туундуларды эске алып жана (3.3.1)ге коюп, төмөнкү ИТке ээ болобуз:

$$Q(x, y, t) = \Phi_1(A_1 Q)(x, y, t), (A_1 Q)(x, y, t), (A_1 Q)(x, y, t) + \lambda_1(A_1 Q)(x, y, t) = (BQ)(x, y, t). \quad (3.3.11)$$

мында  $Q$ -жаңы изделген функция, анын үстүнө бардык операторлор:  $(A_1 Q)(x, y, t); (A_2 Q)(x, y, t); (A_3 Q)(x, y, t); (A_4 Q)(x, y, t)$ -интегралдык операторлор, ал эми (3.3.11) теңдемеси  $(x, y)$  өзгөрмөсү боюнча 2-ВИТ болуп саналат. Ошондуктан ИТ (3.3.11)  $C(\bar{\Omega})$  да бир маанилүү чыгарылат. Демек (3.3.8)ди

эске алуу менен  $u \in C^{2,1,1}(\bar{\Omega})$  жалгыз функциясы жашаарын көрсөк болот.

Жогорудагы параграфтар сыяктуу эле К. Фридрихстин теоремасынын негизинде, эгерде функция  $u \in \tilde{C}^{2,1,1}(\bar{\Omega})$ , анда  $u$  функциясы  $\tilde{W}_{k_0}^2(\Omega)$  сызыктуу мейкиндигинде чамаланат (тескериси жок), мында  $Q$  төмөнкүгө жол берет:

$$|Q| \leq r_0, \forall (x, y, t) \in \bar{\Omega}. \quad (3.3.18)$$

Муну менен бирге:

$$\tilde{W}_{k_0}^2(\Omega) = \{(x, y, t) \in \Omega; u, u_x, u_x \in C(\bar{\Omega}); u_y, u_{x^2}, u_{x^2 y}, u_{x^2 y} \in L_{k_0}^2(\Omega)\}$$

томонку ченем менен:

$$\begin{cases} \|u\|_{W_{k_0}^2(\Omega)} = \|u\|_{C(\bar{\Omega})} + \|u_x\|_{C(\bar{\Omega})} + \|u_y\|_{C(\bar{\Omega})} + \|u_{x^2}\|_{L_{k_0}^2(\Omega)} + \|u_{x^2 y}\|_{L_{k_0}^2(\Omega)} + \|u_{x^2 y}\|_{L_{k_0}^2(\Omega)} + \|u_{x^2 y}\|_{L_{k_0}^2(\Omega)} \leq N_0, \\ \text{мисалы: } \|u(t, x)\|_{L_{k_0}^2(\Omega)} = \left( \int_{\Omega} k_0(s) |u(\tau, v, s)|^2 dv d\tau ds \right)^{\frac{1}{2}}, \\ \theta \leq k_0(t) \leq \bar{k}_0 = \text{const}; \int_0^t k_0(s) ds \leq \bar{k}_0 = \text{const}, (\bar{k}_0 = \max(\bar{k}_0, \bar{k}_0)). \end{cases} \quad (3.3.19)$$

Натыйжада, тескери маселенин чыгарылышы болуп  $P = (u, \theta)$  функциясы эсептелгендиктен, тескери маселенин регуляризациялуулугу төмөндөгү ченем менен  $\tilde{C}_{[W_{k_0}^2(\Omega), Z^2(I_1)]}^2(\Omega)$  да каралат:

$$\|P\|_{\tilde{C}_{[W_{k_0}^2(\Omega), Z^2(I_1)]}^2(\Omega)} = \|u\|_{W_{k_0}^2(\Omega)} + \|\theta\|_{Z^2(I_1)}. \quad (3.3.20)$$

§3.3.2. Изилденген тескери маселеден келип чыккан туура эмес коюлган 1-ВИТтин регуляризациясы. (3.3.7) ИТтен 3.3.1 леммасынын шарттарында, аргументтердин жыйындысы боюнча дифференциялоону эске алуу менен, ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыгат, б.а.:

$$H\theta = \int_0^x \int_0^y K(x, \tau, y, \nu) \theta^2(\tau, \nu) d\nu d\tau = F(x, y), \quad (3.3.21)$$

мында

$$\begin{cases} F(x, y) = (f(T))^{-1} [g_{x,y}(x, y) - Q(x, y, T)], \\ F(x, y) \in C^{0,1}(\bar{D}_1) \cap Lip[x] L_F, 0 < L_F = \text{const}; |F(x, y)| \leq C_{02}, \forall (x, y) \in \bar{D}_1, \\ F(0, y) \neq 0; F(x, 0) = 0; F(x, b) \geq \alpha > 0, \forall x \in [0, X]. \end{cases} \quad (3.3.22)$$

(3.3.21) ИТтин өзгөчө мааниде регуляризациялуулугун далилдоо үчүн алгач томонку математикалык өзгөртүүлөрдү жүргүзөбүз, б.а. эгерде

$$(H\theta)(x, b) = \int_0^x \int_0^b K(x, \tau, b, \nu) \theta^2(\tau, \nu) d\nu d\tau = F(x, b), \quad (3.3.23)$$

жана (3.3.22) шарты аткарылса, ошондой эле (2.2.4) түрдөгү шартка жол берсек (бул жерде скалярдык түрдө гана болот), анда (3.3.21) 1-ВИТ эквиваленттүү түрдө томонкудой өзгөртүлөт:

$$\begin{cases} \int_0^x h(\tau) \theta(\tau, y) d\tau = (\Psi\theta)(x, y) + F(x, y), \\ \Psi\theta = \int_0^x h_0(\tau) \theta(\tau, y) (H\theta)(\tau, y_0) d\tau - (H\theta)(x, y). \end{cases} \quad (3.3.25)$$

Андан кийин, томонку түрдөгү  $\varepsilon$  кичине параметрлүү теңдемени киргизсебиз

$$\begin{cases} \varepsilon \theta_\varepsilon(x, y) + (\Phi\theta_\varepsilon)(x, y) = F_\varepsilon(x, y), \\ (\Phi\theta_\varepsilon)(x, y) = \int_0^x h(\tau) \theta_\varepsilon(\tau, y) d\tau - (\Psi\theta_\varepsilon)(x, y), \end{cases} \quad (3.3.26)$$

томонку шарт менен

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(0, y) = \frac{1}{\varepsilon} F(0, y), \\ C(\bar{D}_1) \ni F_\varepsilon(x, y): \|F_\varepsilon(x, y) - F(x, y)\|_\varepsilon \leq \Delta_0(\varepsilon), (F_\varepsilon(0, y) = F(0, y)). \end{cases} \quad (3.3.27)$$

Ошондо ИТ (3.3.26)нын чыгарылышы томонку эреже боюнча корсотүлөт:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon(x, y) = \frac{1}{\varepsilon} \Pi_\varepsilon(x, y) + \nu(x, y) + \xi_\varepsilon(x, y), \\ \Pi_\varepsilon(0, y) = F(0, y), \nu(0, y) = 0, \xi_\varepsilon(0, y) = 0. \end{cases} \quad (3.3.28)$$

$\Pi_\varepsilon(x, y), \nu(x, y), \xi_\varepsilon(x, y)$  функцияларына карата ИТлардын системасына ээ болобуз, б.а.:

$$\begin{cases} \Pi_\varepsilon(x, y) = -\frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 h(\tau) \Pi_\varepsilon(\tau, y) d\tau + F(0, y), \\ \int_0^1 h(\tau) v(\tau, y) d\tau = (\Psi v)(x, y) + F_0(x, y), \\ \varepsilon \xi_\varepsilon + \int_0^1 h(\tau) \xi_\varepsilon(\tau, y) d\tau = (\Psi[\frac{1}{\varepsilon} \Pi_\varepsilon + v + \xi_\varepsilon])(x, y) - (\Psi v)(x, y) + F_\varepsilon(x, y) - \\ - F(x, y) - \varepsilon v(x, y). \end{cases} \quad (3.3.29)$$

Аталган шарттардын алкагында параграф 2.2деги алынган жыйынтыктарга окшош эле натыйжаларды алабыз (анда натыйжалар эки өлчөмдүү 1-ВИТтердин системасына салыштырмалуу алынган), б.а. жыйынтыгында төмөнкү түрдөгү баалар келип чыгат:

$$1) \begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{C^1(\bar{\Omega})} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, (\gamma_1 = C_0 \sqrt{b} 2^{-\frac{1}{2}} [7^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + \frac{105}{16} \sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}}), \\ \|\Omega_\varepsilon\|_{C^1(\bar{\Omega})} \leq \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \quad (3.3.43)$$

$$2) \begin{cases} \|\theta_\varepsilon - v\|_{C^1(\bar{\Omega})} \leq 2[\Delta_1(\varepsilon) \sqrt{\lambda b} + \gamma_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}}] = \bar{M}_0(\varepsilon), \\ \|\theta_\varepsilon\|_{C^1(\bar{\Omega})} \leq r = const, \end{cases} \quad (3.3.44)$$

$$3) \|\Phi \theta_\varepsilon(x, y) - F(x, y)\|_{C^1(\bar{\Omega})} \leq \bar{M}(\varepsilon), (\bar{M}_0(\varepsilon), \bar{M}(\varepsilon) \rightarrow 0 \text{ качан } \varepsilon \rightarrow 0). \quad (3.3.45)$$

§3.3.3. (3.3.20) нормасы менен  $\tilde{G}_{W_{\varepsilon_0}^2(\Omega), Z^2(\Omega)}(\Omega)$  мейкиндигинде

тескерин маселенин регуляризацияланышынын жалпы жыйынтыгы. 3.3.1 леммасынан жана 3.3.1 теоремасынан алынган жыйынтыктардан, (3.3.5) жана (3.3.7)лердин негизинде (3.3.25)ти эске алуу менен жана

$$|Q - Q_\varepsilon| \leq \bar{\Delta}(\varepsilon), \forall (x, y, t) \in \bar{\Omega}, \quad (3.3.50)$$

жыйынтыгында төмөнкү келип чыгат:

$$\|u_\varepsilon - u\|_{C(\bar{\Omega})} \leq \frac{1}{\lambda} f_0 X \sqrt{\lambda b} \bar{M}(\varepsilon) + \frac{1}{2\lambda} f_0 X^2 b \bar{\Delta}(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0. \quad (3.3.51)$$

Ошол эле сыяктуу далилденет:  $\|u_\varepsilon - u\|_{C(\bar{\Omega})}, \|u_{x\varepsilon} - u_x\|_{C(\bar{\Omega})}$ .

Андан кийин төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\begin{cases} \|u_{x\varepsilon} - u_x\|_{C(\bar{\Omega})} \leq 2 \frac{1}{\lambda} f_0 \left( \int_{\bar{\Omega}} k_\varepsilon(s) |(\Phi \theta_\varepsilon)(\tau, v) - F(\tau, v)|^2 d\tau dv ds \right)^{\frac{1}{2}} + \\ + \bar{\Delta}(\varepsilon) \sqrt{h \lambda k_0} \leq 2 \frac{1}{\lambda} f_0 (\bar{M}(\varepsilon) \sqrt{k_0} + \bar{\Delta}(\varepsilon) \sqrt{h \lambda k_0}) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0, \\ \int_{\bar{\Omega}} k_\varepsilon(s) ds \leq \bar{k}_0 = const. \end{cases} \quad (3.3.53)$$

Мындан тышкары, ошол эле сыяктуу төмөнкү туюнтмалар далилденет:

$$u_y - u_{y\varepsilon}; u_x - u_{x\varepsilon}; u_{y^2} - u_{y^2\varepsilon}; u_{xy} - u_{xy\varepsilon} \text{ в } L_{k_0}^2(\bar{\Omega}).$$

Жыйынтыгында ээ болобуз:

$$\|u_\varepsilon - u\|_{W_{\varepsilon_0}^2(\Omega)} \leq \Delta_\varepsilon(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0. \quad (3.3.54)$$

Демек, жыйынтыгында (3.3.1)-(3.3.3) тескерин маселени  $\tilde{G}_{W_{\varepsilon_0}^2(\Omega), Z^2(\Omega)}(\Omega)$

да өзгөчө мааниде регуляризацияланат

4-бап эки параграфтан турат, анда ЧБОдо КДФтин теңдемеси жана параболиктык түрдөгү жүктөлгөн дифференциалдык операторлорго ээ болгон, коэффициенттүү тескерин маселелер изилденет. Бул тескерин маселелерди изилдөө үчүн белгилүү мейкиндиктерде Фурьенн өзгөртүүлөрүн (ФӨ) жана РМди колдонуз.

Толкундар теориясы жаатында КДФ тибиндеги түз маселелер Р.М. Миурдун (1968), А. Ньюэлдин (1989), Л.Д. Фалдесвдин (1985, кош автору: Л.А. Тахтаджян), М.И. Иманалиевдин (1995, кош автору: П.С. Панков, Т.М. Иманалиев) ж.б. эмгектеринде изилденген.

§4.1-параграфта жогоруда белгиленгендей, ФӨ жана РМдин негизинде тескерин маселелер Банах жана Гильберттин мейкиндиктеринде изилденет, б.а. коэффициенттүү тескерин маселени (КТМ)ди карайбыз:

$$U_t + \lambda_1 U(U_x(x_0, t))^2 + \lambda_2 U = (\Upsilon \theta)(t) U(x, 0), \quad (4.1.1)$$

$$U(x, 0) = \varphi(x), \forall x \in R, \quad (4.1.2)$$

$$U|_{t=0} = g(t), \forall t \in [0, T], (x_0 \in R), \quad (4.1.3)$$

мында А)  $\Upsilon \theta = f(t)$  же

$$\text{Б) } \begin{cases} \Upsilon \theta = \int_0^1 h(s) \Phi(s, \theta(s)) ds, \\ \Phi \in C^{0,1}(D_0 = [0, T] \times R), \Phi_0 \geq \alpha > 0, (\theta(0) = q_0, \theta \in C[0, T]), \end{cases}$$

$$\text{же В) } \Upsilon \theta = \int_0^1 h(s) \theta(s) ds, (\theta(0) = 0, \theta \in L^1[0, T]),$$

белгилүү функцияларга карата төмөнкү шарттарга жол берилет:

$$\text{а) } q_0, \lambda_1, 0 < \lambda_2, \alpha = const, \varphi(x) \in C^2(R), g(t) \in C^1[0, T], \\ t \in [0, T], x \in R, \forall (x, t) \in \bar{D}, (D = R \times (0, T)),$$

$$\text{б) } 0 < h(t) \in L^1(0, T), \phi(t) = \int_0^1 h(s) ds. \text{ Ошондо, аталган шарттардын алкагында}$$

вектордук функцияны калыбына келтирүү талап кылынат, (А,Б) учурларында:  $P_0 = (U(x, t), f(t))$ , (же  $P = (U(x, t), \theta(t))$ ) төмөнкү мейкиндикте:

$$\begin{cases} W_C(\bar{D}) = \{(U, f) : U \in C^{2,1}(\bar{D}), f(t) \in C[0, T]\} \\ \text{же } W_C(\bar{D}) = \{(U, \theta) : U \in C^{2,1}(\bar{D}), \theta(t) \in C[0, T]\} \end{cases}$$

норма менен

$$\begin{cases} \|P_0\|_{W_C} = \|U\|_{C^{2,1}(\bar{D})} + \|f\|_{C[0, T]} \\ \text{или } \|P\|_{W_C} = \|U\|_{C^{2,1}(\bar{D})} + \|\theta\|_{C[0, T]}, \end{cases} \quad (4.1.4)$$

ал эми (В) учурунда:  $P = (U(x, t), \theta(t))$  в  $W^2(\bar{D})$  төмөнкү норма менен:



$$\begin{cases} \|P\|_{C^1(D)} = \|U\|_{C^1(D)} + \sum_{i=1}^2 \|U_i^{(i)}\|_{C^1(D)} + \|U\|_2 + \|\theta\|_{L^1(0,T)}, \\ \|U\|_2 = (\sup_R \int_0^T |U_s(x,s)|^2 ds)^{\frac{1}{2}}; \|\theta\|_{L^1(0,T)} = (\int_0^T |\theta(s)|^2 ds)^{\frac{1}{2}}. \end{cases} \quad (4.1.5)$$

Ушул баптын §4.1.1 жана §4.1.2-пункттарында ФӨ жана РМдин негизинде Банахтын мейкиндигинде (А,Б) шарттары менен (4.1.1) - (4.1.3) тескери маселесинин регуляризациялануусу далилденген, мисал келтирилген. Андан кийин, §4.1.3-пунктта (В) шарты менен (4.1.1) - (4.1.3) тескери маселесинин регуляризациялануусу Гильберт мейкиндигинде далилденген, мында сызыктуу 1-ВИТ келип чыгат. Эки учурда тең М.М. Лаврентьевдин (1977) РМ үчүн классикалык варианты колдонулган.

4.2-параграфта Кортвега Де Фриза тибиндеги жүктөлгөн операторго ээ КТМ ЧБОдо изилденет, б.а.:

$$U_t + \lambda U(U, t, x_0) + U_z = \varphi(x)(J\theta)(t), \forall (t, x) \in \bar{D}, (D = (0, T) \times R), \quad (4.2.1)$$

$$U(0, x) = \varphi(x), \forall x \in R, \quad (4.2.2)$$

$$(U_t + U_z)|_{t=0} = g(t), \forall t \in [0, T], \quad (4.2.3)$$

$$J\theta = \sum_{i=0}^1 (\lambda_i \int_0^1 K_0(t, s) \theta(s) ds)^{i+1}, (\lambda_0 = 1), \quad (*)$$

жана  $\lambda, \lambda_i, \varphi(x), g(t), K_0(t, s)$  - белгилүү функциялар төмөнкү шарттарды канааттандырат:

- а)  $\lambda < 1, 0 < \lambda_i; \lambda, \lambda_i = const; \varphi(x) \in C^1(R); g(t) \in C^1[0, T]$ ,  
 б)  $K_0(t, s) \in C(D_0) \cap Lip(t|L_x), (D_0 = \{(t, s): 0 \leq s \leq t \leq T\}), K_0(t, s) \geq 0$ ,

$$K_0(t, 0) = q = const; |K_0(t, s)| \leq C_{01} = const.$$

Муну менен бирге,  $\tilde{G}_{[0^1(m, x^1, 0, T)]}^1(D) = \{(U, \theta): U \in \tilde{W}^1(D), \theta \in Z^1(0, T)\}$

мейкиндигиндеги  $P = (U, \theta)$  вектор-функциясы төмөнкү норма менен белгисиз болуп саналат:

$$\begin{cases} \|U\|_{C^1(m, x^1, 0, T)} = \|U\|_{C^1(m)} + \|\theta\|_{L^1(0, T)}, \\ \|U\|_{\tilde{W}^1(m)} = \|U\|_{W^1(m)} + \|U\|_2; \|U\|_2 = \sup_R \int_0^T |U_s(t, x)| dt. \end{cases} \quad (4.2.4)$$

Ошондо, тескери маселесинин регуляризациялануусу аталган мейкиндикте өзгөчө мааниде далилденет, анткени изилденген тескери маселе ДФ менен байланышкан, терс эмес чыгарылышка ээ, туура эмес коюлган 1-ВИТ келип чыгат, б.а.:

$$J\theta = \int_0^1 K_0(t, s) \theta(s) ds + \lambda_1 \left( \int_0^1 K_0(t, s) \theta(s) ds \right)^2 = F(t)$$

төмөнкү шарт менен: в)  $F(t) \in C[0, T] \cap Lip(t|L_x); F(t) > 0, (F(0) \neq 0); |F(t)| \leq C_{02}$ .

§4.2.1. (4.2.1)-(4.2.3) тескери маселесинин интегрализациясы. Бул үчүн төмөнкү ФӨ колдонулат:

$$\begin{cases} U(t, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x} z(t, 0, \omega) \hat{\varphi}(\omega) d\omega, \\ \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x} \hat{\varphi}(\omega) d\omega, \end{cases} \quad (4.2.5)$$

муну менен бирге, (4.2.1) деген U функциясынын айрым туундуларын эске алуу менен алабыз:

$$\begin{cases} z_t(t, 0, \omega) - \lambda z(t, 0, \omega) \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \omega z(t, 0, \omega) \hat{\varphi}(\omega) d\omega \right)^2 - i\omega^2 z(t, 0, \omega) = (J\theta)(t), \\ z|_{t=0} = 1. \end{cases} \quad (4.2.7)$$

мында  $z$ -жаңы изделүүчү функция. Ошондо, айрым математикалык озгортүүлөрдү жүргүзүп, төмөнкүгө ээ болобуз:

$$d = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\varphi}(\omega) d\omega \neq 0, \quad (4.2.9)$$

$$(J\theta)(t) = d^{-1} \{g(t) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \lambda z(t, 0, \omega) \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \omega z(t, 0, \omega) \hat{\varphi}(\omega) d\omega \right)^2 \hat{\varphi}(\omega) d\omega\} = (B_0 z)(t), \quad (4.2.10)$$

$$z_t(t, 0, \omega) = \lambda z(t, 0, \omega) \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \omega z(t, 0, \omega) \hat{\varphi}(\omega) d\omega \right)^2 + i\omega^2 z(t, 0, \omega) + (B_0 z)(t) \quad (4.2.11)$$

же

$$z(t, 0, \omega) = e^{i\omega^2 t} + \int_0^t e^{i\omega^2(t-s)} \{ \lambda z(s, 0, \omega) \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \omega z(s, 0, \omega) \hat{\varphi}(\omega) d\omega \right)^2 + (B_0 z)(s) \} ds = (Bz)(t, 0, \omega), \quad (4.2.12)$$

мында (4.2.12) 2-ВИТ болуп саналат, анда алабыз:

Лемма 4.2.1. Төмөнкү шарттарда:

$$\begin{cases} L_n < 1, \\ B: S_r(z_0) \rightarrow S_r(z_0) = \{z: |z - z_0| \leq r = const, \forall (t, 0, \omega) \in \bar{D}\} \end{cases} \quad (4.2.13)$$

(4.2.12) ИТ  $C(\bar{D})$  да бир мааниде чечилет, анын үстүнө чыгарылыш ПМге карата түзүлөт:  $z_{n+1} = Bz_n, (n = 0, 1, \dots)$  төмөнкү баалоо менен

$$\begin{cases} \|z_{n+1} - z\| \leq L_n^{n+1} r \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0, \\ \|z\| \leq r, \forall (t, 0, \omega) \in \bar{D}, \end{cases} \quad (4.2.14)$$

мында  $z_0$  - баштапкы жакындоо, муну менен бирге  $z$  функциясы (4.2.11) деген ДГны канааттандырган  $t$  боюнча туундуга ээ. Ошондо, (4.2.5) тин негизинде U функциясы  $\tilde{W}^1(D)$  де гана жалгыз аныкталат жана төмөнкү баалоо менен:

$$\|U\|_{\tilde{W}^1(D)} \leq (|d| + \sum_{i=0}^2 d_i) r_1 + N_0 = N_1. \quad (4.2.15)$$

§4.2.2. (4.2.10) дун негизинде келип чыккан 1-ВИТти регуляризациясы

4.2.1 леммасынын шарттары орун алгандыктан, анда (\*) жана (4.2.10) ду эске алуу менен, туура эмес коюлган 1-ВИТке ээ болобуз:

$$J\theta = \int_0^1 K_0(t, s) \theta(s) ds + \lambda_1 \left( \int_0^1 K_0(t, s) \theta(s) ds \right)^2 = F(t), \quad (4.2.20)$$

мында (б, в) шарттары орун алат жана:

$$C[0, T] \ni F(t) = d^{-1} \{g(t) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \lambda \Psi(t, 0, \omega) \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \omega \Psi(t, 0, \omega) \hat{\varphi}(\omega) d\omega \right)^2 \hat{\varphi}(\omega) d\omega\}. \quad (4.2.21)$$

Ошондуктан, (4.2.20) ИТинин регуляризациясы  $Z^1(0, T)$  да (2.1.3) түрүндөгү шарттарга жол берилген учурда 2.1-параграфтын сингулярдуу козголуулар методун модификациялоонун негизинде далилденет.

Бул үчүн (4.2.20)нү томонку түргө озгортуп

$$\begin{cases} \int_0^t h(s)\theta(s)ds = (H\theta)(t) + F(t), \\ (H\theta)(t) = \int_0^t h_0(s)\theta(s)(J\theta)(s)ds - (J\theta)(t) \stackrel{(4.2.20)}{=} \int_0^t h_0(s)\theta(s) \left\{ \int_0^s K_0(s, \bar{s})\theta(\bar{s})d\bar{s} + \right. \\ \left. + \lambda_1 \left( \int_0^s K_0(s, \bar{s})\theta(\bar{s})d\bar{s} \right)^2 \right\} ds - \int_0^t K_0(t, \bar{s})\theta(\bar{s})d\bar{s} - \lambda_1 \left( \int_0^t K_0(t, \bar{s})\theta(\bar{s})d\bar{s} \right)^2, \end{cases} \quad (4.2.23)$$

параметрленген ИТти киргизебиз:

$$\begin{cases} \varepsilon\theta_\varepsilon(t) + (\Phi\theta_\varepsilon)(t) = F_\varepsilon(t), \\ (\Phi\theta_\varepsilon)(t) = \int_0^t h(s)\theta_\varepsilon(s)ds - (H\theta_\varepsilon)(t). \end{cases} \quad (4.2.24)$$

Ошондо чыгарылыштар томонку эреже боюнча корсотүлөт:

$$\begin{cases} \theta_\varepsilon = v(t) + \xi_\varepsilon(t) + \frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon(t), (\Pi_\varepsilon(0) = F(0), v(0) = 0, \xi_\varepsilon(0) = 0), \\ F_\varepsilon(0) = F(0); F_\varepsilon(t): |F_\varepsilon(t) - F(t)| \leq \Delta_\varepsilon(\varepsilon), \forall t \in [0, T]. \end{cases} \quad (4.2.25)$$

томонку системаны алабыз:

$$\begin{cases} \varepsilon\Pi_\varepsilon(t) + \int_0^t h(s)\Pi_\varepsilon(s)ds = F(0), \\ \int_0^t h(s)v(s)ds = (Hv)(t) + F_0(t), (F_0(t) = F(t) - F(0)), \\ \varepsilon\xi_\varepsilon(t) + \int_0^t h(s)\xi_\varepsilon(s)ds = (H[v + \xi_\varepsilon + \frac{1}{\varepsilon}\Pi_\varepsilon])(t) - (Hv)(t) + F_\varepsilon(t) - F(t) - \varepsilon v(t). \end{cases} \quad (4.2.26)$$

Анлан кийин томонку ырастамалар далилденген:

Лемма 4.2.2. (б, в, (4.2.21)) шарттарынын аткарылышынында (4.2.26) системасынан келип чыгат:

$$1) |\Pi_\varepsilon(t)| \leq C_0 \exp\left(-\frac{1}{\varepsilon}\phi(t)\right), \quad (4.2.27)$$

2)  $v(t) \in C[0, T]$  функциясы параметрленген ИТтин пределин катары аныкталат:

$$\delta v_\delta + \int_0^t h(s)v_\delta(s)ds = (Hv_\delta)(t) + F_0(t) \quad (4.2.28)$$

мында  $(0, 1) \ni \delta$  - кичине параметр,

3)  $\xi_\varepsilon(t)$  калдык функциясы (4.2.26) системасынын үчүнчү ИТинен бир мааниде аныкталат, анын үстүнө  $\varepsilon \rightarrow 0$  нолго бир калыпта  $C[0, T]$  да жыйналат.

**Теорема 4.2.1.** Эгерде 4.2.2 леммасынын шарттары аткарылса, анда (4.2.25)тин негизинде келип чыгат:

$$1) \begin{cases} \|\Pi_\varepsilon\|_{Z^1(0, T)} \leq \gamma_1 \varepsilon^2, (\gamma_1 = 6C_0 M_1), \\ \|\Omega_\varepsilon\|_{Z^1(0, T)} \leq \gamma_1 \varepsilon. \end{cases} \quad (4.2.46)$$

$$2) \begin{cases} \|\theta_\varepsilon - v\|_{Z^1(0, T)} \leq E_1(\varepsilon)T + \gamma_1 \varepsilon = \bar{M}_\varepsilon(\varepsilon), \\ \|\theta_\varepsilon\|_{Z^1(0, T)} \leq r_1 = const, \end{cases} \quad (4.2.47)$$

$$3) \|(\Phi\theta_\varepsilon)(t) - F(t)\|_{Z^1(0, T)} \leq \bar{M}(\varepsilon), (\bar{M}_0(\varepsilon), \bar{M}(\varepsilon) \rightarrow 0 \text{ качан } \varepsilon \rightarrow 0). \quad (4.2.48)$$

§4.2.3. (4.2.4) нормасы менен  $\bar{G}_{[W^1(D), Z^1(0, T)]}^{(D)}$  мейкиндигинде тескери маселени регуляризациялоонун жалпы жыйынтыктары.

4.2.1 леммасынан, 4.2.1 теоремасынан алынган жыйынтыктардан, ошондой эле (4.2.5), (4.2.7) жана  $z, z_i(t, 0, \omega)$  функцияларынын негизинде, (4.2.23)тү эске алсак, жыйынтыгында төмөнкү баалар келип чыгат:

$$\begin{cases} \|z_\varepsilon - z\| \leq \Delta_{01}(\varepsilon), \forall (t, 0, \omega) \in \bar{D}, \\ \|z_i, |z_i| \leq r_1, \forall (t, 0, \omega) \in \bar{D}; \Delta_{01}(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0, \end{cases} \quad (4.2.54)$$

$$\|U_\varepsilon - U\| \leq d, \Delta_{01}(\varepsilon)T + \bar{M}(\varepsilon) = Y_0(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0, \quad (4.2.55)$$

$$\|U_\varepsilon - U\|_{C(\bar{D})} \leq Y_1(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0. \quad (4.2.56)$$

Ошол сыяктуу эле төмөнкү баалоолорго дагы жол бере алабыз:

$$\begin{cases} \|U_\varepsilon - U\|_{C(\bar{D})} \leq Y_2(\varepsilon), \\ \|U_{\varepsilon_1} - U_{\varepsilon_2}\|_{C(\bar{D})} \leq Y_3(\varepsilon); \|U_{\varepsilon_1} - U_{\varepsilon_2}\|_{C(\bar{D})} \leq Y_4(\varepsilon). \end{cases} \quad (4.2.57)$$

Буга ылайык, төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\|U_\varepsilon - U\|_{W^1(D)} \leq \sum_{i=0}^4 Y_i(\varepsilon) = Y_*(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0. \quad (4.2.58)$$

Жыйынтыгында, жогоруда көрсөтүлгөн чыгарылыштарды эске алып алабыз:

$$\|V_\varepsilon\|_{\bar{G}_{[W^1(D), Z^1(0, T)]}^{(D)}} \leq Y_*(\varepsilon) + \bar{M}_0(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0, (V_\varepsilon = U_\varepsilon - U, \theta_\varepsilon - v). \quad (4.2.59)$$

**Ырастама 4.2.1.** 4.2.1 леммасынын, 4.2.1 теоремасынын жана (4.2.59)тун шарттарында ТМ (4.2.1)-(4.2.3)  $\bar{G}_{[W^1(D), Z^1(0, T)]}^{(D)}$  де озгочо мааниде регуляризацияланат.

## КОРУТУНДУ

Бул эмгекте интегралдоо пределдери ар-түрдүү болгон Вольтеррдин туура эмес коюлган сызыктуу эмес интегралдык тендемелери, ошондой эле чыгарылыштары Дирактын функциясы менен байланышкан Вольтеррдин сызыктуу эмес биринчи тартиптин интегралдык тендемелери (1-ВИТ) пайда болуучу гиперболикалык операторлордуу жана чектелбеген областтагы жүктөлгөн параболикалык мүнөздөгү операторлордуу жана Кортевега-Де Фриза тибиндеги тескери маселелер изилденген. Ошол эле учурда киргизилген мейкиндиктерде изилденүүчү туура эмес коюлган 1-ВИТтердин жана ТМдердин озгочолонгон мааниде регуляризацияланышынын ыкмалары көрсөтүлгөн.

Диссертациялык иште берилген бардык илимий натыйжалар каралып жаткан мейкиндиктерде математикалык жактан дыкат негизделген жана озгочолонгон мааниде 1-ВИТтерди регуляризациялоонун теориясын гана эмес,

ошондой эле чыгарылыштары сингулярдуу өзгөчөлөнгөн функциялардын классындагы көп өлчөмдүү I-ВИТтерди пайда кылуучу көп өлчөмдүү тескерин маселелер теориясын дагы толуктайт. Иштин натыйжаларын магистранттар, аспиранттар жана ушул областтагы адистер пайдалана алышат.

Диссертационная работа носит теоретический характер, а полученные результаты дополняют теорию регуляризации не только интегральных уравнений Вольтерра первого рода в обобщенном смысле, но и теорию многомерных обратных задач. А также могут быть использованы при чтении спецкурсов в высших учебных заведениях.

#### ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Диссертациялык иш теориялык мүнөзгө ээ жана алынган натыйжалар жалпыланган маанидеги I-ВИТ-инин гана эмес, көп өлчөмдүү ТМ-дин дагы регуляризация теориясын толуктайт. Жогорку окуу жайларында дагы атабын курстарды окутууда да колдонсо болот.

#### ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. Алыбаев, А. М. Решение смешанной системы уравнений с условиями типа Гурса с обратным временем [Текст] / Т. Д. Омуров, А. М. Алыбаев // Вестник КГНУ: ЕТН – Бишкек, Серия 3. 2005. – Вып. 3. – С. 96-102.
2. Алыбаев, А. М. Обратно-нелокальная задача в неограниченной области, где вырождается неклассическое интегральное уравнение Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Д. Омуров, А. М. Алыбаев, К. Р. Джумагулов // –Москва. Наука, техника и образование, 2017. № 1(31). – С.10-15.
3. Alybaev, A. M. Solving of multidimensional inverse problem for differential equation of the third order in unbounded domain [Текст] / Т. D. Omurov, A. M. Alybaev, M. T. Omurov // VI Congress of the Turkic World Mathematical Society, Astana-Kazakhstan. October 2-5, 2017, P. 108.
4. Алыбаев, А. М. Двухскоростные задачи с обратным временем для уравнений переноса типа Каца [Текст] / Т. Д. Омуров, А. М. Алыбаев, Ж. Саркелова // Журнал – Переяслав-Хмельницкий, 2019. – Вып. 11(55). ч. 8. – С.31-39.
5. Алыбаев, А. М. Решение многомерной обратной задачи для нелинейного дифференциального уравнения в неограниченной области [Текст] / А. М. Алыбаев, М. Т. Омуров, Бузурман кызы Ж., Г. Ж. Белгожоева // Актуальные научные исслед. в современном мире. – Переяслав-Хмельницкий, 2020. – Вып. 2(58). ч. 2. – С. 107-116.
6. Alybaev, A. M. Solution of multidimensional inverse problem for third-order differential equation [Текст] / Т. D. Omurov, A. M. Alybaev, M. T. Omurov // Advances in Differential Equations and Control Processes, 2020. Vol. 23 (2). – С 125-137.

7. Alybaev, A. M. Regularization method in conditionally well-posed inverse problems degenerating in the first kind volterra equations [Текст] / A. M. Alybaev // Advances in Differential Equations and Control Processes, 2021. Vol. 24(2). – С 187-198.
8. Alybaev, A. M. Regularization of conditionally well-posed inverse problems degenerating in the first kind Volterra equations [Текст] / Т. D. Omurov, A. M. Alybaev // KMS: Theses of International Scientific Conference “Problems of Modern Mathematics and ITS Applications” Kyrgyzstan, Bishkek-Issyk-Kul, 16-19 June. 2021, P. 94.
9. Алыбаев, А. М. Регуляризация обратных задач в неограниченной области посредством преобразования Фурье [Текст] / А. М. Алыбаев, Д. Н. Шабданов // Актуальные научные исследования в современном мире. – Переяслав-Хмельницкий, 2021. №2-8(70). – С. 9-13.
10. Alybaev, A. M. Regularization of a system of the first kind Volterra incorrect two-dimensional equations [Текст] / Т. D. Omurov, A. M. Alybaev // Advances in Differential Equations and Control Processes, 2022. Vol. 27/ – С. 149-162.
11. Алыбаев, А. М. Регуляризация некорректного интегрального уравнения Вольтерра первого рода [Текст] / А. М. Алыбаев // Бюллетень науки и практики. – Нижневартовск, 2022. – Т. 8. № 7. – С. 29-40.
12. Алыбаев, А. М. Регуляризация обратной задачи с оператором гиперболического типа, где вырождается некорректное уравнение Вольтерра первого рода [Текст] / А. М. Алыбаев // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – М.: Акад. Естествознания, 2022. № 7. – С. 57-71.
13. Алыбаев, А. М. Регуляризация обратной задачи в неограниченной области, вырождающая некорректное уравнение Вольтерра первого рода с неклассическим пределом интегрирования [Текст] / А. М. Алыбаев // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. – Бишкек, 2023. №3(111). – С. 366-385.
14. Алыбаев, А. М. Методы регуляризации обратных задач, где вырождаются некорректные интегральные уравнения Вольтерра первого рода [Текст] / Т. Д. Омуров, А. М. Алыбаев / КНУ им. Ж. Баласагына. – Бишкек, 2023. – 196 с.
15. Алыбаев, А. М. Регуляризация обратной задачи типа Аллера, где вырождается нелинейное уравнение Вольтерра первого рода [Текст] / Т. Д. Омуров, А. М. Алыбаев // Изв. НАН КР. – Бишкек: Илим, 2023. № 3. – С. 7-28.
16. Alybaev, A. M. Regularization in the generalized sense of the loaded inverse problem of Korteweg De Vries type degenerating to the incorret Volterra equation of the first kind [Текст] / А. М. Alybaev // VII. International TWMS Congress. Turkestan (Kazakhstan). September 20-23, 2023. P. 1

Алыбаев Анарбек Масалбековичтин 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер адистиги боюнча физика - математикалык илимдердин доктору окумуштуу даражасын изденип алуу үчүн "Вольтеррдин биринчи түрдөгү туура эмес коюлган интегралдык теңдемелери пайда болуучу, тескери маселелерди регуляризациялоо" темасындагы диссертациялык ишинин

### РЕЗЮМЕСИ

**Негизги сөздөр:** өзгөчө маанидеги регуляризациялоо, Вольтеррдин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемеси, дифференциалдык теңдеме, тескери маселе, туура эмес коюлган маселе, сингулярдуу өзгөчө функция.

**Изилдөөнүн объектиси:** гиперболалык, параболалык типтеги тескери маселелер жана Кортвега-Де Фриза теңдемелери.

**Изилдөөнүн предмети:** диссертациялык иште интегралдоо пределдери ар-түрдүү болгон Вольтеррдин биринчи түрдөгү туура эмес коюлган сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин жана чыгарылыштары терс эмес болгон Дирактын функциясы менен байланышкан Вольтеррдин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелери пайда болуучу тескери маселелердин чыгарылыштарынын жалгыздыгынын жана регуляризацияланышынын суроолору изилденген.

**Изилдөөнүн максаты:** көрсөтүлгөн суроолор Вольтеррдин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелерине карата эквивалентүүлүктөрү эсепке алынып киргизилген Вольтеррдин биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелеринин параметрленген интегралдык теңдемелеринин негизинде далилденген. Мында параметрленген интегралдык теңдеменин чыгарылышы кичине параметрге салыштырмалуу атайын сингулярдуу функцияны камтыган асимптотикалык мүнөздөгү көрүнүш түрүндө изделет.

**Изилдөөнүн ыкмалары:** интегралдык өзгөртүүлөр ыкмасы, өзгөчөлөнгөн маанидеги регуляризациялоо ыкмасы, функционалдык жана математикалык анализдин элементтери.

**Изилдөөнүн илимий жаңылыгы:** изилдөөлөрдүн сунушталган алгоритмдери резольвенталар теориясынын негизинде операторлордун жарым-жартылай кайрылууларынын мүмкүнчүлүктөрүн гана жаратпастан, алар интегралдык теңдемелердеги кичине параметрге салыштырмалуу сингулярдуулуктарды жымсалдоочу бааларды аныктоону кепилдешет.

**Колдонуу боюнча сунуштар:** Алынган илимий натыйжаларды, корректүү эмес 1-ВИТ келип чыкканда, тескери маселелерди изилдөөдө колдонууну сунуштайбыз.

**Колдонуу чөйрөсү:** натыйжалар жалпыланган маанидеги 1-ВИТ-инин гана эмес, СӨФ-лар классында чыгарылышы менен көп өлчөмдүү 1-ВИТ-лер келип чыккан көп өлчөмдүү ТМ-дин регуляризация теориясын дагы толуктайт.

### РЕЗЮМЕ

диссертации Алыбаева Анарбека Масалбековича на тему «Регуляризация обратных задач, где вырождаются некорректные интегральные уравнения Вольтерра первого рода», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

**Ключевые слова:** регуляризация в обобщенном смысле, интегральное уравнение Вольтерра первого рода, дифференциальное уравнение, обратная задача, некорректная задача, сингулярная обобщенная функция.

**Объект исследования:** обратные задачи гиперболического, параболического типов и уравнение Кортвега-Де Фриза.

**Предмет исследования:** в диссертационной работе исследованы вопросы единственности решения и регуляризуемости в обобщенном смысле некорректных нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода (ИУВ-1) с различными пределами интегрирования, и обратные задачи (ОЗ), вырождающиеся в ИУВ-1 с неотрицательными решениями, связанные с функцией Дирака.

**Цель работы:** Исследования вопросов единственности решения и регуляризуемости в обобщенном смысле некорректных нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода с различными пределами интегрирования, и обратные задачи.

**Методы исследования и аппаратура:** метод интегральных преобразований, метод регуляризации в обобщенном смысле, элементы функционального и математического анализа.

**Полученные результаты и новизна:** доказаны на основе параметризованных ИУ, введенные с учетом эквивалентных ИУВ-1, которые следуют из заданных ИУВ-1. При этом решение параметризованного ИУ ищется в виде представления асимптотического характера, где содержится специальная сингулярная функция относительно малого параметра.

**Рекомендации по использованию:** Рекомендуем использовать полученные научные результаты при исследовании обратных задач, где вырождаются некорректные интегральные уравнения Вольтерра первого рода.

**Область применения:** полученные результаты работы дополняют теорию регуляризации не только ИУВ-1 в обобщенном смысле, но и теорию многомерных ОЗ, где вырождаются многомерные ИУВ-1 с решениями в классе СОФ.

## SUMMARY

**Dissertation of Alybaev Anarbek Masalbekovich on the topic "Regularization of inverse problems where non-correct Volterra integral equations of the first kind degenerate" submitted for the degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences on specialty 01.01.02 – Differential equations, dynamical systems and optimal control.**

**Keywords:** regularization in the generalized sense, Volterra integral equation of the first kind, differential equation, inverse problem, incorrect problem, singular generalized function.

**Object of research:** inverse problems of hyperbolical, parabolic types and Corteveg-DE Vries equations.

**Subject of research:** the doctoral thesis researches the questions of uniqueness of the solution and regularizability in the generalized sense of incorrect nonlinear Volterra integral equations of the first kind (VIE-1) with different limits of integration, and inverse problems (IPs) degenerating to VIE-1 with solutions in the class of singular generalized functions (SGFs).

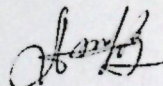
**Aim of research:** method of integral reorganization, method of regularization in general sense, elements of functional and math analysis.

**Research methods:** method of integral transformations, method of regularization in the generalized sense, elements of functional and mathematical analysis.

**The obtained results and novelty:** the above questions proved on the basis of parametrized integral equation (IEs), introduced by considering equivalent VIE-1s that follow from the given VIE-1s. In result, the solution of the parameterized IEs is sought in the form of presentation of asymptotic character, which contains a special singular function with respect to a small parameter. Notably, the proposed research algorithms create not only possibilities of partial operator reversal based on the resolvent theory, but also guarantee to carry out evaluations smoothing singularities with respect to a small parameter in the IEs which follow from transformed IEs with a small parameter, taking into account the method of singular perturbations in those spaces which are introduced in the research. Thus, on the basis of the proposed regularization method the regularizability of the studied non-correct VIE-1s and IPs in the introduced spaces can be proved in a generalized sense.

**Recommendations for use:** We recommend to use the obtained scientific results in the study of inverse problems where non-correlated Volterra integral equations of the first kind degenerate.

**Scope:** The obtained results complement the theory of regularization not only for the SIV-1 in the generalized sense, but also for the theory of multivariate OZ, where multivariate SIV-1 with solutions in the SOF class degenerate.



Басмадан чыгууга 03.11.23 кол коюлган.  
Формат 148x210  
Офистик басма. Колуму 2,8 б.б.  
Тираж 20 экз. Буйрутма 15  
«CastlePrint.kg», басмаканасынан чыккан,  
ЖИ Отаназаров Санжар  
Бишкек ш., пр. Чуй 254