

1-168
44.5

Азәрбајҹан ССР
Елмләр Академијасы
Академия наук
Азербайджанской ССР

ISSN 0002—3078

МӘРУССЛӘР ДОКЛАДЫ

ЧИЛД

XLIV

ТОМ



1988

24/15

ДАН Азерб. ССР публикует краткие сообщения об оригинальных, нигде не опубликованных ранее, результатах научных исследований, представленные академиками АН Азерб. ССР, которые тем самым берут на себя ответственность за научные достоинства представленной статьи.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов, без определенных выводов и обобщений, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особо интересных для науки находок).

Будучи органом срочной информации, журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает и отбирает к печати статьи, объем которых допускает их публикацию в установленные решение Президиума АН Азерб. ССР сроки.

В связи со всеми перечисленными ограничениями отклонение статьи редакцией «Доклады АН Азерб. ССР» означает только, что она не согласуется с требованиями и возможностями этого журнала, не исключает ее публикации в других изданиях.

ПР

Редакция журнала «Доклады АН Азерб. ССР» принимает статьи, приведенные в правилах АН Азерб. ССР, опубликованные в Академии наук Азербайджанской ССР, прежде, чем пришлют статью.

Статьи, присланные без подписи, не рассматриваются.

1. Статьи, направляемые в Академию наук Азербайджанской ССР или академику АН Азерб. ССР, должны быть приведены в соответствии с правилами АН Азерб. ССР.

2. Статья должна быть направлена в Академию наук Азербайджанской ССР в виде рукописи на белой бумаге, с изображением на лицевой стороне заголовка, автора, названия статьи, места и времени выполнения работы, а также подписи автора.

3. Как правило, статьи должны быть напечатаны на белой бумаге, с изображением на лицевой стороне заголовка, автора, названия статьи, места и времени выполнения работы, а также подписи автора.

4. «Доклады АН Азерб. ССР» не распространяются на научные статьи, напечатанные в Академии наук Азербайджанской ССР.

5. Авторы должны указать в статье приглашенный ими научный руководитель, а также дать согласие на публикацию статьи в журнале.

6. В конверте должны быть указаны: фамилия, имя, отчество автора, место работы, телефон, адрес, номер телефона.

Кроме того, в конверте должны быть указаны: фамилия, имя, отчество автора, место работы, телефон, адрес, номер телефона.

7. Возвращение конверта к печати. Печатается в Академии наук Азербайджанской ССР.

8. В «Докладах» не публикуются статьи, напечатанные в Академии наук Азербайджанской ССР.

9. В «Докладах» не публикуются статьи, напечатанные в Академии наук Азербайджанской ССР.

10. В «Докладах» не публикуются статьи, напечатанные в Академии наук Азербайджанской ССР.

11. В «Докладах» не публикуются статьи, напечатанные в Академии наук Азербайджанской ССР.

12. В «Докладах» не публикуются статьи, напечатанные в Академии наук Азербайджанской ССР.

(Продолжение на третьей странице обложки)

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЯСЫ
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

МЭРҮЗЭЛЭР ДОКЛАДЫ

ТОМ XLIV ЧИЛД

№ 5

«ЕЛМ» НЭШРИЙЛТЭЙ-ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭЛМ»
БАКУ — 1988 — БАКУ



Н. А. РУСТАМОВ

ОБ АДИАБАТИЧЕСКИХ ИНВАРИАНТАХ ҚАНОНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

1. Одной из интересных задач механики является исследование адабатических инвариантов гамильтоновых систем с медленно меняющимися параметрами. Постановку задачи и обзор некоторых работ по этой проблеме можно найти в [1—3].

В настоящей статье изучена асимптотика полных изменений адабатических инвариантов канонических систем [1, с. 272] при наличии одной простой точки поворота. Точно выписаны первые члены асимптотических представлений.

2. Пусть в системе $2n$ уравнений

$$\epsilon y' = A(x) y, \quad (1)$$

с малым параметром $\epsilon > 0$ матрица $A(x)$ удовлетворяет следующим условиям:

1) $J A(x)$ —вещественная и симметричная матрица, где

$$J = \begin{pmatrix} O & I_n \\ -I_n & O \end{pmatrix},$$

I_n —единичная $n \times n$ -матрица;

2) $A(x) \in C^2(R)$;

3) собственные значения $P_j(x)$ матрицы $A(x)$ чисто мнимые.

Обозначим через $e_j(x)$ правые собственные векторы матрицы $A(x)$. Занумеруем собственные векторы и собственные значения так, что

$$e_{s+n}(x) = \overline{e_s(x)}, \quad P_{n+s}(x) = \overline{p_s(x)} = -p_{\bar{s}}(x), \quad s = \overline{1, n}.$$

Пусть еще выполняются условия:

4) $p_s(x) = i q_s(x)$, $q_s(x) > 0$ при всех $x \in R$, $s = \overline{1, n}$;

5) существуют конечные пределы $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} A(x) = A_{\pm}$, такие что, $A_+ - A(x) \in L_1[0, \infty)$, $A_- - A(x) \in L_1(-\infty, 0]$;

6) собственные значения p_j^{\pm} матриц A_{\pm} различны;

7) система уравнений (1) имеет одну простую точку поворота $x_0 = 0$, такую, что

$p_1(0) = p_2(0) = p_0$, $p_1(0) \neq p_j(0) \neq p_0$, $i \neq j \neq 1, 2$, $p_1'(0) \neq p_2'(0)$, а во всех остальных точках из R все собственные значения различны, и пусть $p_k(0) > 0$, $k = 1, 2$.

Возьмем левые собственные векторы матрицы $A(x)$ в виде

$$e_j^*(x) = e_j^T(x) J.$$

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Э. Ю. Салаев (главный редактор), Г. Б. Абдуллаев, М. Т. Абасов,
В. С. Алиев, Г. А. Алиев, Дж. А. Алиев, И. Г. Алиев, Дж. Б. Гулиев,
Н. А. Гулиев, М. З. Джазаров, Ф. Г. Максудов, А. А. Надиров,
Ю. М. Сенцов (зам. главного редактора), М. А. Усейнов,
Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

© Издательство «Элм», 1988 г.

Система уравнений (1) имеет n независимых адиабатических инвариантов [4]

$$J_s(x, \varepsilon) = \frac{(e_i^* y)(\bar{e}_s y)}{|e_i^* e_s|}, \quad s = \overline{1, h}, \quad (2)$$

где y — решение системы (1).

Полным изменением адиабатического инварианта $J_s(x, \varepsilon)$ называется разность

$$J_s(\infty, \varepsilon) - J_s(-\infty, \varepsilon) \stackrel{\text{def}}{=} J_s(\varepsilon).$$

Для того чтобы изучить асимптотику $J_s(s)$, необходимо знать асимптотическое поведение решений системы (1).

Известно, что при определенных условиях на матрицу $A(x)$ [1, с. 265] система (1) имеет фундаментальные матрицы $Y_{1,2}(x, \varepsilon)$, поведение которых описывается формулами:

$$Y_{1,2}(x, \varepsilon) = T(x) \exp \int_{\pm \infty}^x (i\varepsilon^{-1} \Lambda_0(t) + \Lambda^{(0)}(t)) dt (I_{2n} + \varepsilon U_{1,2}(x, \varepsilon)), \quad (3)$$

$$T(x) = \text{diag}(d_1(x), \dots, d_{2n}(x)),$$

$$d_s(x) = \frac{l_s(x)}{|l_s(x) \bar{l}_s(x)|^{1/2}}, \quad d_{s+n}(x) = \frac{\bar{l}_s(x)}{|l_s(x) \bar{l}_s(x)|^{1/2}}, \quad s = \overline{1, n},$$

$$\Lambda_0(t) = \text{diag}(q_1(t), \dots, q_n(t), -q_1(t), \dots, -q_n(t)),$$

$$\Lambda^{(0)}(t) = \text{diag}(p_1^{(0)}(t), \dots, p_{2n}^{(0)}(t)),$$

$$p_j^{(0)}(t) = -\frac{d_j^*(t) d_j'(t)}{d_j^*(t) d_j(t)}, \quad j = \overline{1, 2n},$$

причем

$$\|U_{1,2}(x, \varepsilon)\| < U_{1,2}(x), \quad U_{1,2}(x) \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \pm \infty,$$

соответственно. Следовательно асимптотические формулы (3) двойные.

В силу условий 5) и 6) из (3) вытекает, что система (1) имеет две фундаментальные матрицы $Y_{\pm}(x, \varepsilon)$ с асимптотикой

$$Y_{\pm}(x, \varepsilon) = T_{\pm} \exp(i\varepsilon^{-1} \Lambda_{\pm} x) (I_{2n} + O(1)) \quad (4)$$

при $x \rightarrow \pm \infty$. $T_{\pm} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} T(x)$, $\Lambda_{\pm} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \Lambda_0(x)$.

В окрестности точки поворота асимптотику решений дает следующая

Теорема 1. Пусть выполняются условия 1)–4) и 7), тогда система уравнений (1) имеет фундаментальную матрицу $\hat{Y}(x, \varepsilon)$, для которой при достаточно малых ε существуют x и δ , такие, что $x > \varepsilon > \delta > 0$ и при $x \in U_1 \setminus U_1$, где U_1 — окрестность точки $x^0 = 0$, асимптотика матрицы $\hat{Y}(x, \varepsilon)$ имеет вид:

$$\hat{Y}(x, \varepsilon) = T(x) M(x, \varepsilon) \exp \int_0^x (i\varepsilon \Lambda_0(t) - \text{diag} T^{-1}(t) T'(t)) dt (I_{2n} + O(\varepsilon)). \quad (5)$$

В формуле (5)

$$M(x, \varepsilon) = \begin{vmatrix} 1 & J_{12} \\ J_{21} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & J_{n+1, n+2} \\ J_{n+2, n+1} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \end{vmatrix}$$

(все невыписанные элементы, не стоящие на главной диагонали, равны нулю),

$$J_{12} = \varepsilon^{1/2} \Omega \exp(i\Delta) b_{12}(0) + O(\varepsilon),$$

$$J_{21} = \varepsilon^{1/2} \Omega \exp(-i\Delta) b_{21}(0) + O(\varepsilon),$$

$$J_{n+1, n+2} = \varepsilon^{1/2} \Omega \exp(-i\Delta) b_{n+1, n+2}(0) + O(\varepsilon),$$

$$J_{n+2, n+1} = \varepsilon^{1/2} \Omega \exp(i\Delta) b_{n+2, n+1}(0) + O(\varepsilon),$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{\pi}{2|q_2'(0) - q_1'(0)|}}, \quad \Delta = \frac{\pi}{4} \text{Sgn}(q_2'(0) - q_1'(0)),$$

$b_{ij}(0)$ — элементы матрицы $T^{-1}(0) T'(0)$.

Каждое решение y системы (1) можно представить в виде

$$y = Y^+ c^+ = Y^- c^-,$$

где c^{\pm} — векторы-столбцы, зависящие только от ε .

Теорема 2. Пусть решение y системы уравнений (1) имеет вид (6), тогда

$$J_s(\varepsilon) = c_{n+s}^+ c_s^+ - c_{n+s}^- c_s^-, \quad (7)$$

c_i^{\pm} — компоненты векторов c^{\pm} .

С помощью асимптотических формул (3)–(5) из представления (7) можно получить асимптотику для $J_s(\varepsilon)$.

Теорема 3. Пусть выполнены условия 1)–7) и решение y системы (1), имеющее вид (6) нормировано фиксированием постоянного вектора c^- , тогда асимптотика полных измерений адиабатических инвариантов $J_s(\varepsilon)$ системы (1) при $\varepsilon \rightarrow 0$ описывается формулами:

$$\begin{aligned} J_1(\varepsilon) &= 2 \left[\Theta c_2^- \hat{J}_{12} + \bar{\Theta} c_{n+2}^- \hat{J}_{n+1, n+2} \right] \varepsilon^{1/2} + O(\varepsilon), \\ J_2(\varepsilon) &= 2 \left[\bar{\Theta} c_1^- \hat{J}_{21} + \Theta c_{n+1}^- \hat{J}_{n+2, n+1} \right] \varepsilon^{1/2} + O(\varepsilon), \\ J_s(\varepsilon) &= O(\varepsilon), \quad s = \overline{3, n}, \\ \Theta &= \exp \left(i\varepsilon^{-1} \int_{-\infty}^0 (q_2(t) - q_1^-) dt - \right. \\ &\quad \left. - i\varepsilon^{-1} \int_{-\infty}^0 (q_1(t) - q_1^-) dt \right), \\ \hat{J}_{1j} &= \varepsilon^{-1/2} J_{1j}, \quad q_1^- = \lim_{x \rightarrow -\infty} q_1(x). \end{aligned} \quad (8)$$

Если точки поворота нет, то известна оценка $J_k(\varepsilon) = O(\varepsilon^\infty)$ [1, с. 326]. Формулы (8) показывают, что наличие точки поворота резко меняет структуру адиабатических инвариантов.

Литература

1. Федорюк М. В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.—М., 1983.
2. Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений.—М., 1978.
3. Wasow W. Intern. Conf. on Diff. Equat.—N. Y., 1975, p. 747–764.
4. Zeung A., Meyer K.-J. Diff. Equat., 1975, v. 17, № 1, p. 32–43.

Институт математики и механики АН АзССР

Поступило 6. VII 1987

Н. Э. Рустэмов

КАНОНИК СИСТЕМЛЭРИН АДИАБАТИК ИНВАРИАНТЛАРЫ НАГГЫНДА

Мэгдалэдэ јекаңа сада деңмә нөгтәсине малик олаң каноник системләрни адиабатик инвариантларыны там дәјишишмәләрини асимптотикасы тәдгиг едилишишdir.

N. A. Rustamov

ON THE ADIABATIC INVARIANTS OF THE CANONICAL SYSTEMS

The asymptotic behaviour of the complete changes of adiabatic invariants of the canonical systems is investigated.

Если точки поворота нет, то известна оценка $J_k(\varepsilon) = O(\varepsilon^\infty)$ [1, с. 326]. Формулы (8) показывают, что наличие точки поворота резко меняет структуру адиабатических инвариантов.

Литература

1. Федорюк М. В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.—М., 1983.
2. Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений.—М., 1978.
3. Wasow W. Intern. Conf. on Diff. Equat.—N. Y., 1975, p. 747–764.
4. Zeung A., Meyer K.-J. Diff. Equat., 1975, v. 17, № 1, p. 32–43.

Институт математики и механики АН АзССР

Поступило 6. VII 1987

Н. Э. Рустэмов

КАНОНИК СИСТЕМЛЭРИН АДИАБАТИК ИНВАРИАНТЛАРЫ НАГГЫНДА

Мэгдалэдэ јекаңа сада деңмә нөгтәсине малик олаң каноник системләрни адиабатик инвариантларыны там дәјишишмәләрини асимптотикасы тәдгиг едилишишdir.

N. A. Rustamov

ON THE ADIABATIC INVARIANTS OF THE CANONICAL SYSTEMS

The asymptotic behaviour of the complete changes of adiabatic invariants of the canonical systems is investigated.

АЗЭРБАЙЖАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЯСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XLIV ЧИЛД

№ 5

1988

УДК 517.977.52

МАТЕМАТИКА

М. Дж. МАРДАНОВ

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА В СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

В статье для задачи оптимального управления получены необходимые условия второго порядка в системах с запаздываниями при наличии ограничений в фазовых переменных и управлении. Рассматриваемая задача имеет вид:

$$\frac{dx}{dt}(t) = \sum_{i=1}^m -f_i(t, x(\tau_1(t)), \dots, x(\tau_s(t)), u), V(\Theta_1(t)) = 0, t \in [0, t_0]; \quad (1)$$

$$x(t) = \varphi_1(t), t < 0; u(t) = \varphi_2(t), t < 0; \quad (2)$$

$$g_j(t, u) \leq 0, j \in \tau; \quad (3)$$

$$g_r(x^0, x^1) \leq 0, r = \overline{1, r_1}; q_r(x^0, x^1) = 0, r = \overline{r_1 + 1, r_2}; \quad (4)$$

$$J(x^0, u(\cdot)) = q_0(x^0, x^1) \rightarrow \text{min}, \quad (5)$$

где $x \in E^n$, $u \in E^{n_u}$, $x^0 = x(0)$, $x^1 = x(t_0)$, t_0 —фиксированное число. Относительно запаздываний будем предполагать, что $\tau_1(\cdot)$, $\Theta_1(\cdot)$ —непрерывно-дифференцируемые функции, для которых $\tau_1(t) \leq t$, $\Theta_1(t) \leq t$, $\tau_1(t) > 0$, $\Theta_1(t) = 0$; $\varphi_1(t)$ непрерывна, а $\varphi_2(t)$ измерима и ограничена; τ —множество индексов.

В качестве допустимых управлений рассматриваются обобщенные управление [1]. Угловые скобки обозначают как применение меры [1], так и скалярное произведение. Минимум функционала (5) ищется на множестве всевозможных пар $(V(\cdot), x(\cdot))$, где $V(\cdot)$ —обобщенное управление, а $x(\cdot)$ —соответствующее ему решение (1), (2), удовлетворяющее (3).

Всюду в дальнейшем будем предполагать, что функции f_i , g_j дважды непрерывно-дифференцируемы по $\tilde{x} = (x_1, \dots, x_s)$, u ; f_i , g_j , $\frac{\partial f_i}{\partial (\tilde{x}, u)}$, $\frac{\partial g_j}{\partial u}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial (\tilde{x}, u)^2}$, $\frac{\partial^2 g_j}{\partial u^2}$ непрерывны по (\tilde{x}, u) , измеримы по t и ограничены на всяком ограниченном множестве; функции $q_r = \overline{0, r_2}$ дважды непрерывно-дифференцируемы, а функции $g_j(t, u)$ удовлетворяют следующему условию регулярности: градиенты $\frac{\partial g_j}{\partial u}(t, u)$ линейно независимы вблизи точек множества $(t, u) : g_j(t, u) = 0$ (подробнее в [2]).

Положим $U(t) = \{u \in E^{n_u} : g_j(t, u) \leq 0, j \in \tau, t \in [0, t_0]\}$;

$$H(t, \tilde{x}, u_1, \dots, u_m, \psi) = \sum_{i=1}^m H_i(t, \tilde{x}, u, \psi),$$

где $H_1(t, x, u, \psi) = \langle \psi, f_1(t, x, u) \rangle$, $\psi \in E^{n_1}$;

а $\tilde{x}(t) = (x(\tau_1(t)), \dots, x(\tau_s(t)))$.

Пусть V_0 —оптимальное управление, а $x_0(\cdot)$ —соответствующая ему траектория. Для простоты будем предполагать что мера $V_0(t)$ сосредоточена для п. в. t в единственной точке $u_0(t)$.

Положим

$$\gamma_1(t) = \begin{cases} \tau_1^{-1}(t), & 0 \leq t \leq \tau_1(t_0), \\ t_0, & \tau_1(t_0) \leq t \leq t_0, \end{cases} \quad p_1(t) = \begin{cases} \theta_1^{-1}(t), & 0 \leq t \leq \theta_1(t_0), \\ t_0, & \theta_1(t_0) \leq t \leq t_0, \end{cases}$$

$x_0 = (x_0(0), x_0(t_0))$. Через Q обозначим $(r_2 + 1)$ -мерную вектор-функцию с компонентами $(q_r(\cdot), r = \overline{0, r_2})$, а через $Q^R - |R|$ -мерную вектор-функцию с компонентами $q_r(\cdot)$, $r \in R$. Здесь $R = \{r : q_r(x_0) = 0\}$, а $|R|$ —количество элементов множества R . Через N обозначим множество таких пар $(v(\cdot), \delta x(\cdot))$, что $v(\cdot) \in L_2^{n_2}[0, t_0]$, а $\delta x(\cdot)$ —соответствующее ему решение уравнения

$$\begin{aligned} \dot{\delta x}(t) &= \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_i}{\partial x}(t) \tilde{\delta x}(t) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_i}{\partial u}(t) G(\theta_1(t)) v(\theta_1(t)), \\ \delta x(t) &= 0, \quad t < 0; \quad v(t) = 0, \quad t < 0, \end{aligned}$$

удовлетворяющее граничным условиям $(\delta x(0), \delta x(t_0)) \frac{\partial Q^R}{\partial(x^0, x^1)}(x_0) = 0$.

Здесь $G(t)$ —матрица ортогонального проектирования E^{n_2} на ортогональное дополнение к линейной оболочке векторов $\frac{\partial g_j}{\partial u}(t, u_0(t))$, $j : g_j(t, u_0 \times$

$\times(t)) = 0$. Здесь запись $\frac{\partial f_i}{\partial x_k}(t), \frac{\partial f_i}{\partial u}(t)$ и т. д. означает, что соответствующие производные вычислены в точке $(t, \tilde{x}_0(t), u_0(t))$, а $\delta \tilde{x}(t) = (\delta x(\tau_1(t)), \dots, \delta x(\tau_s(t)))$.

Пусть E —единичная матрица, а $Y(t, t')$, $0 \leq t' \leq t \leq t_0$ является решением уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial y(t, t')}{\partial t} &= \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{\partial f_i}{\partial x_k}(t) Y(\tau_k(t), t'), \quad 0 \leq t' \leq t \leq t_0, \\ Y(t, t) &= E, \quad Y(t, t') = 0, \quad t' > t. \end{aligned}$$

Сблизим через a размерность ядра блочной матрицы $\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$, где

$$A = \frac{\partial Q^R}{\partial x^0}(x_0) + \frac{\partial Q^R}{\partial x^1}(x_0) Y(t_0, 0);$$

$$\begin{aligned} B &= \int_0^{t_0} \frac{\partial Q^R}{\partial x^1}(x_0) \sum_{i=1}^m p_1(t) Y(t_0, p_1(t)) \frac{\partial f_i}{\partial u}(p_1(t)) G(t) \times \\ &\times G^*(t) \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f_i}{\partial u}(p_1(t)) \right)^* p_1(t) Y^*(t_0, p_1(t)) \left(\frac{\partial Q^R}{\partial x^1}(x_0) \right)^* dt. \end{aligned}$$

Справедлива следующая

Теорема. Пусть пара $(V_0(\cdot), x_0(\cdot))$ оптимальна. Тогда существует ненулевой вектор $e = (e_0, e_1, \dots, e_r)$, для которого найдется

абсолютно непрерывная вектор-функция $\psi(\cdot)$ и существенно ограниченные измеримые неотрицательные функции $\beta_j(\cdot)$, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$\dot{\psi}(t) = - \sum_{i=1}^s \dot{\gamma}_i(t) \frac{\partial H_i}{\partial x_i}(\gamma_i(t)), \quad t \in [0, t_0]; \quad (6)$$

$$\psi(0) = e \frac{\partial Q}{\partial x^0}(x_0), \quad \psi(t_0) = -e \frac{\partial Q}{\partial x^1}(x_0); \quad (7)$$

$$e_r \geq 0, \quad r = \overline{0, r_1}; \quad e_r q_r(x_0) = 0, \quad r = \overline{1, r_1}; \quad (8)$$

$$\max_{v \in U(t)} \sum_{i=1}^m \dot{\gamma}_i(t) H_i(p_1(t), \tilde{x}_0(p_1(t)), u, \psi(p_1(t))) \stackrel{n.b.}{=} \quad (9)$$

$$= \sum_{i=1}^m p_1(t) H_i(p_1(t), \tilde{x}_0(p_1(t)), u_0(t), \psi(p_1(t)));$$

$$\sum_{i=1}^m p_1(t) \frac{\partial H_i}{\partial u}(p_1(t), \tilde{x}_0(p_1(t)), u_0(t), \psi(p_1(t))) +$$

$$+ \sum_{j \in \tau} \beta_j(t) \operatorname{grad} g_j(t, u_0, (t)) \stackrel{n.b.}{=} 0,$$

$$\beta_j(t) g_j(t, u_0(t)) \equiv 0, \quad j \in \tau;$$

причем индекс квадратичной формы

$$\begin{aligned} \Pi(v(\cdot), \delta x(\cdot)) &= \frac{\partial^2(e Q)}{\partial(x^0, x^1)^2}(x_0) [(\delta x(0), \delta x(t_0))]^2 - \\ &- \int_0^{t_0} \frac{\partial^2 H}{\partial(x, u)^2}(t) [(\tilde{\delta x}(t), G(t)v(t))]^2 dt - \\ &- \sum_{j \in \tau} \int_0^{t_0} \beta_j(t) \frac{\partial^2 g_j}{\partial u^2}(t, u_0(t)) [G(t)v(t)]^2 dt \end{aligned}$$

на N не превышает числа α . Здесь квадратные скобки обозначают квадратичную форму, т. е. $A[x]^2 = \langle Ax, x \rangle$.

Доказательство. Рассмотрим семейство возмущенных задач со свободными концами, заключающихся в минимизации функционала

$$\begin{aligned} J_\mu(x^0, V) &= q_\mu(x^0, x^1) + \mu_2 \int_0^{t_0} \langle |u - u_0(t)|, V(t) \rangle dt + \\ &+ \mu_1 \int_0^{t_0} \sum_{j \in \tau} \sqrt{-g_j(t, u)} V(t) dt \end{aligned} \quad (11)$$

при ограничениях (1)–(3) и

$$|x - x_0(t)| \leq 1 \quad \forall t \in [0, t_0], \quad (12)$$

где

$$q_\mu(x^0, x^1) = q_0(x^0, x^1) + \mu_1^{-1} \sum_{i=1}^s (q_i^+(x^0, x^1))^4,$$

$$q_i^+(x^0, x^1) = \begin{cases} \max(0, q_r(x^0, x^1)), & r = \overline{1, r_1}, \\ q_r & r = \overline{r_1 + 1, r_2}. \end{cases}$$

Здесь $\mu = (\mu_1, \mu_2)$ — параметр, относительно которого будем предполагать, что $\mu_i, i = 1, 2$ принимают допустимые значения $1, \frac{1}{2}, \dots$. Для

любого допустимого μ в силу ограничений (12) и теоремы 2 из [3] оптимальное управление $V_\mu(\cdot)$ в μ -задаче существует. Через $x_\mu(\cdot)$ обозначим оптимальную траекторию.

Лемма. Для произвольного допустимого μ_2 имеет место

$$V_\mu(\cdot) \xrightarrow{\text{c.l.}} V_0(\cdot), \quad x_\mu(\cdot) \xrightarrow{\text{c.l.}} x_0(\cdot) \text{ при } \mu_1 \rightarrow 0.$$

Доказательство леммы проводится аналогично рассуждениям из [3]. В силу принципа максимума для задачи со свободными концами [4] существует абсолютно-непрерывная вектор-функция $\psi_\mu(\cdot)$, для которой

$$\dot{\psi}_\mu(t) = - \sum_{i=1}^s \dot{\gamma}_i(t) \frac{\partial H^\mu}{\partial x_i} (\gamma_i(t)); \quad (13)$$

$$\psi_\mu(0) = \frac{\partial q_\mu}{\partial x^0} (x_\mu), \quad \psi_\mu(t_0) = - \frac{\partial q_\mu}{\partial x^1} (x_\mu); \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \max_{u \in U(t)} \left(\sum_{i=1}^m \dot{p}_i(t) H_i(p_i(t), \tilde{x}_\mu(p_i(t)), u, \psi_\mu(p_i(t))) + \right. \\ & + \mu_2 |u - u_0(t)|^2 + \mu_1 \sum_{j \in I} \sqrt{-g_j(t, u)} \stackrel{\text{n.b.}}{=} < \sum_{i=1}^m \dot{p}_i(t) H(p_i(t), \right. \\ & \left. \tilde{x}_\mu(p_i(t)), u, \psi_\mu(p_i(t))), V_\mu(t) - \mu_2 < |u - u_0(t)|^2 + \right. \\ & \left. + \mu_1 \sum_{j \in I} \sqrt{-g_j(t, u)}, V_\mu(t) \right>. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь верхний индекс μ у функций H или их производных означает, что в эти функции вместо отсутствующих переменных x_i, u_j, ψ подставлены $x_\mu(\gamma_i(t)), u_\mu(\theta_j(t)), \psi_\mu(t)$. Далее с помощью приращения на основе условий первого порядка для μ -задачи вычисляется вторая вариация функционала (11). Из условий (13)–(15) в силу леммы, переходя к пределу при $\mu \rightarrow 0$, получаем справедливость условий (6)–(10). Последнее утверждение теоремы получается предельным переходом при $\mu \rightarrow 0$ из формулы второй вариации функционала (11). Теорема доказана.

Литература

1. Арутюнов А. В., Тынянский Н. Т.—Докл. АН СССР, 1934, т. 275, № 2, с. 268–272.
2. Гашкелидзе Р. В. Основы оптимального управления, Тбилиси, 1977.
3. Арутюнов А. В., Марданов М. Дж.—Дифф. уравнения, 1986, т. 22, № 8, с. 1291–1298.
4. Гадумадзе Т. А. Некоторые вопросы качественной теории оптимального управления.—Тбилиси, 1983.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 20. IV 1987

М. Ч. Мэрданов

КЕЧИКЭН АРГУМЕНТЛЫ МӘЙДУДИЈӘТИ ОЛАН СИСТЕМЛӘРДӘ ОПТИМАЛЛЫГ ҮЧҮН ИКИНЧИ ТӘРТИБ ЗӘРҮРИ ШӘРТЛӘР

Мәголәдә кечикэн аргументли системләрлә характеристика олунан, мәйдудијәти олап оптимал ишаретмә мәсэләсүнө баһылыш. Оптималллыг үчүн биринчи жана иккинчи тәртиб

зәрүри шәртләр ишбат едилемишdir. Иккинчи тәртиб онда ишарәтдиr ки, һамитониан виситасында тә'жи олунан квадратик форманын индекси мүәжжән һәнгиги әдәддән бөյүк дејил.

M. Dj. Mardanov

NECESSARY CONDITIONS FOR THE SECOND ORDER OPTIMALITY IN TIME-DELAY SYSTEMS WITH CONSTRAINTS

The main aim of this article is to obtain some necessary conditions of the first (in the maxima principle form) and the second order for the optimal problem in the time-delay systems with constraints.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПО ВРЕМЕНИ
ЗАДАЧИ ДЛЯ КВАЗИЛИНЕЙНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ
С СИЛЬНОЙ ДИССИПАЦИЕЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

В предлагаемой статье исследуется сходимость разностей задачи для нахождения периодических по времени решений квазилинейного волнового уравнения с сильным диссипативным членом. Растущее в настоящее время внимание к таким уравнениям обусловлено прежде всего их большой прикладной значимостью [1, 2]. Кроме того, возникающие для них начально-краевые задачи оказываются чрезвычайно своеобразными и неклассическими, что является дополнительным побудительным мотивом к их изучению. Аналогичная своеобразность проявляется и при численном решении этих задач.

Будем рассматривать задачу

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + L_1 \left[\frac{\partial u}{\partial t} \right] + L_0 u + f(x, t, u) = 0, \quad (1)$$

$$(t, x) \in D = (0, T) \times (0, l) \rightarrow (0, T) \times \Omega, \quad (2)$$

$$u(t, 0) = u(t, l) = 0, \quad t \in (0, T), \quad (3)$$

$$u(0, x) = u(T, x), \quad x \in \Omega, \quad (4)$$

где

$$L_1 \psi = -b \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + c \psi, \quad L_0 \psi = -\frac{\partial}{\partial x} \left(a(t, x) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + d(t, x) \psi,$$

a, b, c —положительные постоянные, $a(t, x) \geq a_* > 0$, $d(t, x) \geq 0$ —периодические по t функции, удовлетворяющие условиям:

$$\begin{aligned} a &\in L_\infty(0, T; W_\infty^1(\Omega)), \quad d \in L_\infty(D), \\ [a(t', x) - a(t'', x)](t' - t'')^{-1} &< a_T, \\ [d(t', x) - d(t'', x)](t' - t'')^{-1} &\leq d_T, \\ (a_T, d_T) &= \text{const}. \end{aligned}$$

Функция $f(t, x, p)$ определена в области $D \times (-\infty, \infty)$ и удовлетворяет условиям

$$|f(t, x, p) - f(t, x, \bar{p})|(p - \bar{p})^{-1} \geq K_*,$$

$$|f(t, x, p) - f(t, x, \bar{p})| \leq K|p - \bar{p}| \quad (K_*, K = \text{const}).$$

Способ построения разностной схемы идеально близок к вариационной форме интегрального тождества Г. И. Марчука [3] и состоит в следующем: в определении обобщенного решения в качестве элементов энергетического пространства берется некоторая система базисных функций с конечными носителями. Затем в полученном интегральном тождестве с использованием интерполяционных квадратурных формул с остаточными членами в интегральной форме и с весом [4] (причем порядок точности квадратурной формулы зависит от порядка гладкости подынтегральной функции) интегралы заменяются разностными отношениями. Точность схемы оценивается в сеточных нормах.

Под обобщенным решением задачи (1)–(4) будем понимать функции $u(t, x)$, $v(t, x)$, удовлетворяющие условиям

$$\begin{aligned} &\int_0^T \left(\frac{\partial v}{\partial t}, w \right)_{L_2(\Omega)} dt + \int_0^T \Lambda_1(v, w) dt + \\ &+ \int_0^T \Lambda_0(u, w) dt + \int_0^T (f, w) dt = 0, \\ &\int_0^T \frac{\partial u}{\partial t} w dt = \int_0^T v \cdot w dt, \\ &u(0, x) = u(T, x) \quad v(0, x) = v(T, x) \end{aligned}$$

$$\forall w(t, x) \in L_2(0, T; \dot{W}_2^1(\Omega)),$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda_0(v, w) &= \left(a(t, x) \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{L_2(\Omega)} + d(t, x) v, w)_{L_2(\Omega)}, \\ \Lambda_1(v, w) &= \left(b \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{L_2(\Omega)} + (cv, w)_{L_2(\Omega)}. \end{aligned}$$

В области D введем сетку $\omega_{\tau h} = \omega_\tau \times \omega_h$

$$(\omega_\tau = \{t_j = j\tau, j = \overline{1, M-1}; \tau = T/M\},$$

$$\omega_h = \{x_i = ih, i = \overline{1, N-1}; h = lN\})$$

и в качестве функции $w(t, x)$ возьмем

$$w(t, x) = \tau^{-1} h^{-1} \varphi_i(x) \chi_j(t) \quad (i = \overline{1, N-1}; j = \overline{1, M-1}),$$

где

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} \varphi_i^{(1)}(x) = \frac{\sinh(v(x - x_{i-1}))}{\sinh h}, & x_{i-1} < x < x_i, \\ \varphi_i^{(2)}(x) = \frac{\sinh(v(x_{i+1} - x))}{\sinh h}, & x_i < x < x_{i+1}, \\ 0, & x \in (x_{i-1}, x_{i+1}), \quad v = \sqrt{c/b}, \end{cases}$$

$\chi_j(t)$ —характеристическая функция отрезка (t_{j-1}, t_j) . Из этого интегрального тождества с помощью квадратурных формул, приведенных в [4], можно получить схему

$$\begin{aligned} l[\tau_1, v_2] &\equiv a \cdot v_{2\bar{x}} - B v_{2\bar{x}} + C v_2 - (Av_{4\bar{x}})_x + D v_1 + \\ &+ x f(t, x, v_1) = 0, \quad (t, x) \in \omega_\tau^+ \times \omega_h, \end{aligned} \quad (5)$$

$$v_{1\bar{x}} = v_2, \quad (t, x) \in \omega_\tau^+ \times \omega_h, \quad (6)$$

$$v_{\kappa}(t, 0) = v_{\kappa}(t, l) = 0 \quad (\kappa = 1, 2), \quad (7)$$

$$v_{\kappa}(0, x) = v_{\kappa}(T, x) \quad (\kappa = 1, 2), \quad (8)$$

где

$$x = \frac{2}{\sqrt{h}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{h}}{2}, \quad C = c x, \quad B = \frac{\sqrt{h}}{\sinh \sqrt{h}},$$

$$A_1^1 = \tau^{-1} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{x_{i-1}}^{x_i} a(t, x) \varphi_1^{(1)}(x) dx dt - \\ - \tau^{-1} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{x_{i-1}}^{x_i} d(t, x) (x_i - x) \varphi_1^{(1)}(x) dx dt,$$

$$D_1^1 = h^{-1} \tau^{-1} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} d(t, x) \varphi_1(x) dx dt, \quad (x_i, t_j) \in \omega_h$$

(для сеточных функций используются обозначения из [5]). В силу наших предложений

$$0 < A_* \leq A \leq A^*, \quad 0 \leq D \leq D^*,$$

$$A_{\bar{t}} < A_{\bar{T}}, \quad D_{\bar{t}} < D_{\bar{T}} \quad (A_*, A^*, D^*, A_{\bar{T}}, D_{\bar{T}} > \text{const})$$

Лемма. Пусть удовлетворяются условия

$$\frac{4B}{l^2} + C - \lambda_0 \alpha x \left(1 + \frac{1}{2} \lambda_0 \tau \right) - \frac{1}{2} x K > 0, \quad (9)$$

$$-\frac{1}{2} A_{\bar{T}} + \lambda_0 A_* + \gamma_*^{(1)} \cdot \frac{l^2}{8} > 0, \quad (10)$$

где

$$\gamma_*^{(1)} = \begin{cases} 0, & v_1 \geq 0 \\ v_1, & v_1 < 0, \quad v_1 = \min_{\omega_h^+ \times \omega_h} \left\{ -\frac{1}{2} D_{\bar{t}} + \lambda_0 (D + x K_*) - \frac{1}{2} x K \right\}. \end{cases}$$

λ_0 —число удовлетворяющее условиям

$$\lambda_0 < \min \{1, (\alpha x)^{-1} (1 + 0.5 \tau)^{-1} (4B/l^2 + C)\}, \quad A_* + \lambda_0 (B - \alpha x l^2/8) > 0.$$

Тогда при достаточно малом τ ($\tau \leq \tau_0$) для погрешностей приближенного решения $z_1 = v_1 - u$, $z_2 = v_2 - v$ справедлива оценка

$$\|z_1\|_0^2 + \|z_{\bar{x}}\|_0^2 + \|z_2\|_0^2 \leq \\ \leq C \left\{ \tau \sum_{\omega_h^+} \|R_1\|_{-1}^2 + \left(\tau \sum_{\omega_h^+} \|R_2\|_{L_1(\omega_h)} \right)^2 + \left(\tau \sum_{\omega_h^+} \|R_{\bar{x}}\|_{L_1(\omega_h)} \right)^2 \right\},$$

где R_1, R_2 —погрешности аппроксимации (5) и (6), соответственно, C —постоянная, не зависящая от h и τ , $\|z\|_0 = \|z\|_{L_2(\omega_h)}$, $\|z\|_1 = \|z_{\bar{x}}\|_0$ ($z_0 = z_N = 0$), $\|z\|_{-1}$ —соответствующая негативная норма.

Эта лемма доказывается энергетическим методом из тождества

$$h \sum_{\omega_h} (l[z_1 + u, z_2 + v] - l[u, v]) (z_2 + \lambda z_1) =$$

$$= h \sum_{\omega_h} R_1 (z_2 + \lambda z_1), \quad \lambda > 0.$$

Замечание. Условия (9), (10) будут выполнены, если, например, $a(t, x)$ и $d(t, x)$ —монотонно убывающие функции по t и

$$K < m_0 \frac{16 A_*}{l^2 x},$$

$$m_0 = \min \left\{ 1, \frac{4B + C l^2}{8 A_* + l^2 \alpha x (1 + T/2)}, \frac{A_*}{|B - \alpha x l^2/8|} \right\}.$$

Будет справедлива следующая

Теорема. Пусть удовлетворяются условия леммы и

$$\frac{\partial^m u}{\partial t^m} \in L_2(0, T; W_2^n(\Omega)), \quad m = 0, 1; \quad \frac{dv}{dt} \in L_2(0, T; W_2^1(\Omega)),$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} \in L_1(0, T; L_2(\Omega)), \quad \frac{\partial^{n+1} v}{\partial t \partial x^n} \in L_2(0, T; L_1(\Omega)),$$

$$\frac{\partial^n}{\partial x^n} f(\cdot) \in L_2(0, T; L_1(\Omega)), \quad \frac{\partial}{\partial t} f(\cdot) \in L_2(0, T; C(\Omega) \cap L_1(\Omega)).$$

Тогда для погрешности разностной схемы (5)–(8) справедлива оценка

$$\|z_1\| + \|z_{\bar{x}}\|_0 + \|z_2\|_0 \leq C(\tau + h^n), \quad n = 1, 2; \quad t \in \omega_h^+.$$

Литература

- Leopold Herrman.—Czechosl. Math. J., 1985, 35, 110, 278–293.
- Ларькин Н. А., Новиков В. А., Яненко Н. Н. Нелинейные уравнения переменного типа.—Новосибирск: Наука. Сиб. отд.-ние, 1983.
- Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в приведенно-сеточные методы.—М.: Наука, 1981.
- Амиралеев Г. М.—В сб.: Приближенные методы решения операторных уравнений. Баку: Изд. АГУ, 1985, 8–16.
- Самарский А. А. Теория разностных схем.—М.: Наука, 1983.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 1. VII 1987

Г. М. Эмиралеев

КҮЧЛҮ ДИССИПАСИЯЛ ҚӘДДИ ОЛАН ҚАЗИХӘТТИ ДАЛҒА ТӘҢЛИНИ
ҮЧҮН ЗАМАНА ҚӨРӨ ПЕРИОДИК МӘСӘЛӘНИН ӘДӘДИ ҚӘЛЛІ

Могаладэ адым чакылған мәсәләнин тәгриби һәлли үчүн солу фәрглөр схеми гурулур да бу схемин жынылма хатасы гијметләндирилтир.

G. M. Amiraliev

NUMERICAL SOLUTION OF THE PERIODICAL ON TIME PROBLEM FOR QUASI-LINEAR WAVE EQUATION WITH STRONG DISSIPATION

Finite difference technique can be applied to the numerical solution of the periodic problem of the one-dimensional nonlinear wave equation with strong dissipation. Making use of a discrete energy estimate each approximation is shown to converge to the exact solution with a determined rate.

М. Д. МАМЕДОВ, Ф. Т. АХМЕДОВ

КОМПОЗИЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В ОБЩУЮ СИСТЕМУ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ВИДЕ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ч. М. Джуварлы)

Рассматривается система элементов, подчинение между которыми образует иерархическую структуру (И-структур). Взаимовлияние элементов носит произвольный характер. Требуется ввести оценку влияния выбора поведения подчиненных элементов, на основании которой можно не учитывать этого влияния и, отбрасывая соответствующие уравнения, упрощать получение решения общей задачи.

Пусть система состоит из ($N+1$) элемента, которые образуют И-структур, т. е.

$$e_0 \rightarrow e_n \quad (\forall n \in [1, N]), \quad (1)$$

где e_0 —элемент высшего уровня, e_n —элемент низшего; в системе (1) бегутся всего два уровня, и функционал элемента высшего уровня есть контрольный функционал системы в целом. Будем рассматривать далее статический, конечномерный случай оптимизационных задач; тогда элементы системы описываются так:

$$\begin{aligned} e_0 &= \{L(u, U) - \max, \quad \Omega(U) < 0\}, \\ e_n &= \{J(u^n, U^n) - \max\}, \quad \forall n \in [1, N], \end{aligned} \quad (2)$$

и с условием подчинения (1) приведенные в (2) зависимости дают описание исходной системы. В (2) u^n —вектор управляющих параметров в элементе e_n , U^n —составная часть общего вектора U , u —общий вектор влияния нижних элементов, т. е.

$$u = \{u^1, u^2, \dots, u^N\}, \quad U = \{U^1, U^2, \dots, U^N\}. \quad (3)$$

Пусть вначале И-структура образует простейшую: подчиненным является только один элемент (т. е. $N=1$), тогда, опуская верхние индексы в (2), имеем:

$$U = \{U_r\}, \quad u = \{u_s\}, \quad r = \overline{1, R}, \quad s = \overline{1, S}, \quad (4)$$

где R, S —число компонентов векторов U, u , соответственно. Допустим, что оптимизационные задачи, сформулированные в элементах, решены и известны величины

$$\begin{aligned} U_r^* &= \arg \max_{U_r \in D_U} L(u, U), \\ u_s^* &= \arg \max_{u_s \in D_u(U)} J(u), \end{aligned} \quad (5)$$

$D_U, D_u(U)$ —области возможных значений для управляющих параметров, задаваемых ограничениями $\Omega \leq 0$ и $\omega \leq 0$ из (2). Наличие решения позволяет определить максимальное значение для L и J ; при этом, учиты-

вая зависимость ограничений для u , т. е. области $D_u(U)$, можно утверждать, что последнее из (5) представимо в виде функции

$$u_s^* = \arg \max_{u_s \in D_u(U)} J(u) = u_s^*(U), \quad (6)$$

тогда максимальное значение функционала для e_x равно

$$L^* = L_{\max}(U^*, u(U^*)) = L_{\max}(U^*). \quad (7)$$

Если u_s^* из (6) выражена через U явно, т. е. если функция $u^*(U)$ определена, то определены и зависимости приращений Δu_s от ΔU_r .

Пусть теперь зависимости в элементах носят вид, не позволяющий явно выписать зависимость (7), именно этому соответствует описание оптимизационных проблем в элементах и системы в целом из (2), что означает также возможность записи:

$$\begin{aligned} e_x &\rightarrow e_x, \\ e_x &= \{L(u, U) \rightarrow \max, \quad \Omega(U) < 0\}, \\ e_x &= \{J(u, U) \rightarrow \max\}, \end{aligned} \quad (8)$$

Следуя принятому в [1] способу определения критерия композиции для элемента e_x , т. е. определения величины κ_x , и сравнения его с заданной величиной порога $\epsilon=\text{fixe}$, равной

$$\kappa_x = \sum_{r=1}^R \sum_{s=1}^S \frac{\partial L / \partial u_s \cdot \partial u_s / \partial U_r}{\partial L / \partial U_r} \leq \epsilon, \quad (9)$$

получим

$$\Delta L_{\text{прям}} = \frac{\partial L}{\partial U_r} \Delta U_r,$$

но теперь по условию аналитическая зависимость, соответствующая второму равенству из (5), отсутствует, т. е. частные производные $\partial u_s / \partial U_r$. Для определения зависимости приращения u_s от U_r необходимо воспользоваться другим приемом. Будем разлагать в ряд $J(u, U)$ по переменным u, U . Беря соответствующие производные и удерживая только квадратичные члены, получим:

$$\begin{aligned} J(u, U) &= J(\bar{u} + \Delta u, \bar{U} + \Delta U) = J(\bar{u}, \bar{U}) + \\ &+ \left\langle \frac{\partial J}{\partial u}, \Delta u \right\rangle + \left\langle \frac{\partial J}{\partial U}, \Delta U \right\rangle + \frac{1}{2} \left\langle \Delta u, \frac{\partial^2 J}{\partial u^2} \Delta u \right\rangle + \\ &+ \frac{1}{2} \left\langle \Delta U, \frac{\partial^2 J}{\partial U^2} \Delta U \right\rangle + \left\langle \Delta u, \frac{\partial^2 J}{\partial u \partial U} \Delta U \right\rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

Теперь прямо воспользуемся предположением о строгой подчиненности, явно выраженным в первом условии из (1), из которого следует, что элемент e_x будет искать максимальное значение J , т. е. математически это означает приравнивание к нулю производной $\partial J / \partial u = 0$. Из (10), дифференцируя по Δu и записывая необходимое условие экстремальности, получим:

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u} = \frac{\partial J}{\partial u} + \frac{\partial^2 J}{\partial u^2} \Delta u + \frac{\partial^2 J}{\partial u \partial U} \Delta U = 0. \quad (11)$$

Сделаем предположение о том, что квадратная матрица $\frac{\partial^2 J}{\partial u^2}$ имеет обратную, тогда из (11) выразим явно зависимость приращений:

$$\Delta u = - \left(\frac{\partial^2 J}{\partial u^2} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial J}{\partial u} - \left(\frac{\partial^2 J}{\partial u^2} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial^2 J}{\partial u \partial U} \Delta U. \quad (12)$$

Продолжая определение критерия композиции, запишем выражение для косвенного влияния:

$$\Delta L_{\text{косв}} = \sum_s \frac{\partial L}{\partial u_s} \Delta u_s = \left\langle \frac{\partial L}{\partial u}, \Delta u \right\rangle \quad (13)$$

и, используя (12),

$$\Delta L_{\text{косв}} = \left\langle \frac{\partial L}{\partial u}, (A + B \Delta U) \right\rangle,$$

где вектор A и матрица B составлены из констант:

$$A = - \left(\frac{\partial^2 J}{\partial u^2} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial J}{\partial u}; \quad B = - \left(\frac{\partial^2 J}{\partial u^2} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial^2 J}{\partial u \partial U}. \quad (14)$$

Общее влияние на функционал L при изменении компоненты на величину U_r равно:

$$\Delta L_r = \Delta L_{\text{прям}} + \Delta L_{\text{косв}} = \frac{\partial L}{\partial U_r} \Delta U_r + \sum_s \frac{\partial L}{\partial u_s} (a_s + b_{rs} \Delta U_r), \quad (15)$$

где a_s — компонента вектора A , а b_{rs} — элемент матрицы B из (14). Критерий композиции элемента теперь явно зависит от величины самого приращения:

$$\begin{aligned} \Delta L_r &= \frac{\partial L}{\partial U_r} \Delta U_r (1 + \kappa_r), \\ &\sum_s \frac{\partial L}{\partial u_s} (a_s + b_{rs} \Delta U_r) \\ \kappa_r &= \frac{\sum_s \frac{\partial L}{\partial u_s} (a_s + b_{rs} \Delta U_r)}{\frac{\partial L}{\partial U_r} \Delta U_r} \end{aligned} \quad (16)$$

Определение оценки общего влияния можно производить способом, предложенным ранее в [1]:

$$\kappa_x = \sum |\kappa_r|.$$

3. Пусть теперь ситуация усложнится наличием совместных ограничений на u , U для e . Таким образом, от описания задач в элементах возвращимся к общему описанию из [1]:

$$\begin{aligned} e_x &\rightarrow e_x, \\ e_x &= \{L(u, U) \rightarrow \max, \Omega(U) \leq 0\}, \\ e_x &= \{J(u) \rightarrow \max, \omega(u, U) \leq 0\}, \end{aligned} \quad (17)$$

однако оставим в силе сделанную оговорку об отсутствии аналитической зависимости для u_s из (7). Тогда нельзя сразу перейти к разложению (10), так как необходимо дополнительно учитывать ограничения $\omega(u, U) \leq 0$ из (17). Для того, чтобы обойти эту трудность, воспользуемся обычным способом: введем вектор λ — вектор множителей Лагранжа и описание для элемента e_x представим так:

$$e_x = \{|J(u) + \lambda \cdot \omega(u, U)| \rightarrow \max\}. \quad (18)$$

Таким образом, учет ограничений на управляющие параметры не меняет указанного способа определения критерия композиции элемента e_x по сравнению с ранее описанным в [1]. Отметим, что в точке оптимума для компонент λ можно выписать условия:

$$\lambda_k = \begin{cases} > 0 & \text{при } \omega_k(u, U) = 0, \\ = 0 & \text{при } \omega_k(u, U) < 0, \end{cases} \quad (19)$$

$\omega = \{\omega_k\}$, $k = \overline{1, K}$, K — общее число ограничений, которые надо учитывать при определении критерия композиции.

Описанные для простейшей И-структурой процедуры легко обобщаются на случай произвольного числа подчиненных элементов, так как каждое из влияний анализируется порознь.

Литература

1. Мамедов М. Д., Ахмедов Ф. Т. — Докл. АН АзССР, 1987, № 11.

Бакинский филиал ЛФЭИ
им. Н. А. Вознесенского,
СКБ «Кибернетика»
ИК АН АзССР

Поступило 8.VIII 1987

М. Ч. Маммадов, Ф. Т. Э晦мадов

ЕЛЕМЕНТЛЭРИН ҮМУМИ СИСТЕМЭ СЭРВЭСТ ГАРШЫЛЫГЛЫ ТЭСИР ШЭКЛИНДЭ КОМПОЗИСИЯСЫ

Мэргэдэндүү элементлэрийн иерархик гурзулуши онларын аналитик тэ'жин олуннасан имкян верир.

Элементлэрийн гаршишгэлийн тэ'сир критерийн системэ композисијасы ашиг шэкильдэ верилмэдикдэ, онларын аллагалэрэнийн дэйншмакло тэ'жин етмэж олар. Бэхэйдэлд композиција критерийн аналитик тэ'жин юхдуур, лакин хөстөрүлэн асуултыглар магнижэт с'тибарило бууну тамамын мувазинштэйндирир.

M. D. Mamedov, F. T. Ahmadov

THE COMPOSITION OF ELEMENTS TO THE COMMON SYSTEM IN THE TIME OF ARBITRARY MUTUAL INFLUENCE

The hieratic structure of the purposeful elements gives a chance to define the criteria of composition in an analytical way. If the composition of mutual influential criteria of elements to the system is not given obviously, it is possible to define them by changing their relations. In this case the possibility of the analytical definition of criteria of composition is absent, but the offered dependence completely compensates for it.

А. М. МУРАДОВ, З. А. РАДЖАБОВ

РАСЧЕТ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРНА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ч. М. Джуварлы)

Задачи, связанные с рассмотрением неустановившегося движения вязкой жидкости в трубах, решались классическим методом Фурье, операционным методом, методом характеристик и т. д. При этом решения получаются в виде бесконечно-сходящегося тригонометрического ряда [1], что создает трудности при анализе подобных задач.

В статье решение задач, связанных с переходным режимом движения реальной жидкости, рассматривается с использованием модифицированного z -преобразования, называемого преобразованием Лорана, в частности, рассматривается переходный процесс, вызванный резким изменением давления, — гидравлический удар.

Дифференциальные уравнения движения капельной упругой жидкости при $p=\text{const}$, полученные в [1], имеют вид:

$$-\frac{\partial H}{\partial x} = 2ap + p \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (1)$$

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{pc^2} \cdot \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (2)$$

где H —среднее давление в сечении, ρ —плотность жидкости, V —продольная скорость в элементе поперечного сечения, c —скорость звука в капельной упругой жидкости, $2a$ —коэффициент затухания (потерь).

Для бесконечно длинной трубы круглого сечения

$$2a = \frac{32v}{d^2},$$

d —диаметр трубы, v —кинематический коэффициент вязкости.

Для капельной жидкости можно принять $2v=\text{const}$ не зависимо от давления.

Приводя (1) и (2) к операторному виду по переменным x и t [2, 3], получим:

$$F(s, p) = \int_0^\infty \int_0^\infty f(x, t) \cdot e^{-sx-pt} dx dt;$$

с учетом иенулевых начальных и граничных условий имеем:

$$H(s, p) = \frac{s \cdot H(0, p) - (2a + p)/c^2 \cdot H(0, s) - p(2a + p) \cdot V(0, p) + spV(s, 0)}{s^2 - H^2}, \quad (3)$$

$$V(s, p) = \frac{s \cdot V(0, p) - p/c^2 \cdot H(0, p) - p \cdot c^2 \cdot V(0, s) + s/p \cdot H(s, 0)}{s^2 - H^2}, \quad (4)$$

где $H(0, s)$, $V(0, s)$ —давление и скорость при $t=0$, $0 < x < l$, $H(0, p)$, $V(0, p)$ —изображение давления и скорости при $x=0$, $0 < t < \infty$.

Переход от s - к x -преобразованию дает:

$$H(x, p) = H(0, p) \operatorname{ch} kx - z_b V(0, p) \operatorname{sh} kx - \\ - \frac{z_b}{\rho c^2} \int_0^x H(0, y) \operatorname{sh} k(x-y) dy + p \int_0^x V(0, \varphi) \operatorname{ch} k(x-y) dy, \quad (5)$$

$$V(x, p) = V(0, p) \operatorname{ch} kx - \frac{H(0, p)}{z_b} \operatorname{sh} kx - \\ - \frac{p}{z_b} \int_0^x V(0, y) \operatorname{sh} k(x-y) dy + \frac{1}{\rho c^2} \int_0^x H(0, y) \operatorname{ch} k(x-y) dy, \quad (6)$$

z_b —характеристическое сопротивление

$$z_b = \rho c \sqrt{1 + \frac{2a}{p}}.$$

$$k\text{---коэффициент распространения } k = \frac{p}{c} \sqrt{1 + \frac{2a}{p}}.$$

Уравнения (5) и (6) содержат все начальные и граничные условия и являются полными решениями (1) и (2) в операторной форме.

Для решения уравнений (5) и (6) необходимо определить $H(0, p)$, $V(0, p)$, $H(0, x)$ и $V(0, x)$.

Пусть упругая жидкость движется в трубопроводе длиной l , бесконечно длиной в сравнении с радиусом, причем в сечении $x=0$ давление постоянно ($H(0, p)=H_0$, $p=\text{const}$), в сечении $x=l$ происходит мгновенное закрытие задвижки. Требуется определить повышение давления у задвижки в последующие моменты времени.

Установившиеся значения давления и скорости до закрытия задвижки равны

$$H(0, x) = H(0, 0) - [H(0, 0) - H(0, l)] \frac{x}{l}, \quad (7)$$

$$V(0, x) = \frac{H(0, 0) - H(0, l)}{2apl}. \quad (8)$$

При закрытии задвижки мгновенно ($t=0$, $V(l, p)=0$) (6) принимает вид:

$$V(0, p) = \frac{H(0, 0) - H(0, l)}{2apl \cdot p} \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} kl} \right). \quad (9)$$

Подставляя (7), (8), (9) в (5) и (6), получим уравнения, характеризующие распространение давления и скорости после гидравлического удара:

$$H(p, x) = \frac{1}{p} \left\{ H(0, 0) - [H(0, 0) - H(0, l)] \frac{x}{l} \right\} + \\ + \frac{z_b}{p} \cdot \frac{H(0, 0) - H(0, l)}{2apl} \cdot \frac{\operatorname{sh} kx}{\operatorname{ch} kl}, \quad (10)$$

$$V(p, x) = \frac{H(0, 0) - H(0, l)}{2apl \cdot p} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} kx}{\operatorname{ch} kl} \right). \quad (11)$$

Из-за трансцендентности (10) и (11) оригиналы их получаются в виде бесконечного тригонометрического ряда. Обойти эти трудности можно, используя модифицированное z -преобразование [3, 4], для чего необходимо аппроксимировать волновые параметры рассмотренной системы и определить период повторения T (фаза гидравлического удара), а также определить потерю (нет затухания, $2a = 0$), тогда

$$kl = \frac{p}{c} \cdot l = pT, \quad T = \frac{l}{c}.$$

При наличии затухания

$$kl = \frac{l}{c} p \sqrt{1 + \frac{2a}{p}} = T \sqrt{p^2 + 2ap}.$$

Разлагая в z_s и k подкоренную величину в бесконечный ряд, имеем:

$$\left(1 + \frac{2a}{p}\right)^{0.5} = 1 + \frac{2a}{2p} - \frac{(2a)^2}{8p^2} + \dots = 1 + \frac{a}{p}.$$

Тогда

$$k = \frac{p}{c} \left(1 + \frac{a}{p}\right) = \frac{1}{c} (p + a), \quad z_s = pc \left(1 + \frac{a}{p}\right) = \frac{pc}{p} (p + a).$$

На рис. 1 построены кривые аппроксимации значений k и z_s от оператора p , сплошные линии—точные, пунктирные—аппроксимированные;

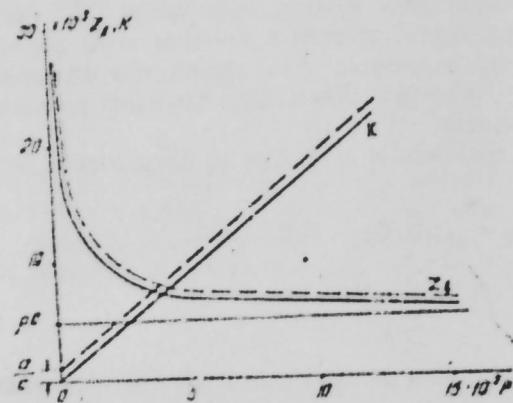


Рис. 1. Кривые аппроксимации значений k и z_s от оператора p

которые близки между собой. Уравнения (10) и (11) можно записать в показательной форме:

$$H(p, x) = \frac{1}{p} H(0, x) + pcV(0, x) \cdot e^{-at} \times \quad (12)$$

$$\times \left[\frac{p+a}{p^2} \cdot e^{ptm_x} \cdot \frac{e^{pt} \cdot e^{atm_x}}{e^{2pt} + e^{-2at}} - \frac{p+a}{p^2} \cdot e^{-ptm_x} \cdot \frac{e^{pt} \cdot e^{-atm_x}}{e^{2pt} + e^{-2at}} \right],$$

$$V(p, x) = \frac{1}{p} V(0, x) - V(0, x) \times \quad (13)$$

$$\times \left[\frac{e^{ptm_x}}{p} \cdot \frac{e^{pt} \cdot e^{atm_x}}{e^{2pt} + e^{-2at}} + \frac{e^{-ptm_x}}{p} \cdot \frac{e^{pt} \cdot e^{-atm_x}}{e^{2pt} + e^{-2at}} \right],$$

где

$$m_x = \frac{x}{l}, \quad m_x = 0 \div 1.$$

Непользуя метод модифицированного z -преобразования, с учетом $e^{pt} = z$ (12) и (13) можно представить в виде:

$$H(m, m_x, z) = H(0, x) \cdot \frac{1}{z - 1} + pcV(0, x) e^{-at} \times \times \left[\frac{A z^2 e^{atm_x} - B e^{-atm_x}}{(z - 1)(z^2 + e^{-2at})} + aT \cdot \frac{z^2 e^{atm_x} - e^{-atm_x}}{(z - 1)^2 (z^2 + e^{-2at})} \right], \quad (14)$$

$$V(m, m_x, z) = V(0, x) \left[\frac{1}{z - 1} - e^{-at} \cdot \frac{z^2 e^{atm_x} + e^{-atm_x}}{(z - 1)^2 (z^2 + e^{-2at})} \right], \quad (15)$$

где

$$A = 1 + aT(m + m_x - 1), \quad B = 1 + aT(m - m_x + 1), \quad m = 0 \div 1.$$

Оригиналы (14) и (15), полученные с применением теоремы разложения, исходя из эквивалентности обратного преобразования Лапласа и обратного преобразования Лорана имеют вид:

$$H(m, m_x, n) = H(0, x) + pcV(0, x) \left[(M \operatorname{sh} at - N) \cos \frac{\pi}{2} n - - (M - Ne^{-at}) \cos \frac{\pi}{2} (n - 1) \right] e^{-at(n-1)} + pcV(0, x) \times \times \left[aT(m + n) + 1 - e^{-at} \frac{aT}{\operatorname{ch} at} \right] \operatorname{sh} atm_x + aTm_x \operatorname{ch} atm_x \operatorname{ch} at, \quad (16)$$

$$V(m, m_x, n) = V(0, x) \left\{ 1 - \frac{\operatorname{ch} atm_x}{\operatorname{ch} at} \cdot e^{-atm_x} \cdot \frac{\operatorname{sh} at(m_x - 1)}{\operatorname{ch} at} \times \times \left[\cos \frac{\pi}{2} (n - 1) - e^{at} \cos \frac{\pi}{2} n \right] \right\}, \quad (17)$$

Здесь

$$M = \frac{aT}{\operatorname{ch}^2 at}, \quad N = \frac{(1 + aTm) \operatorname{ch} at(m_x - 1) + aT(m_x - 1) \operatorname{sh} at(m_x - 1)}{\operatorname{ch} at}.$$

На (16) следует, что максимальное давление у задвижки в момент $t=0$ при отсутствии потери

$$H_{\max} = H(0, t) + pcV(0, t) \quad (18)$$

имеет такой же вид, как и в [5].

На рис. 2 представлены расчетные значения временной зависимости давления (16) — прямоугольники 1, значение этой зависимости давления согласно [1] — прямоугольники 2, экспериментальные значения временной зависимости давления — кривая 3. Эти кривые согласуются между собой. Имеющееся некоторое расхождение объясняется наличием гидравлического сопротивления в реальной трубе.

Итак, применение преобразования Лорана в отличие от других методов к решению неуставновившегося движения реальной жидкости в трубах дает возможность получить решение в замкнутой форме, что

значительно облегчает анализ подобных задач. Этот результат может быть использован при решении различных задач, связанных с неуставновившимся движением реальной жидкости.

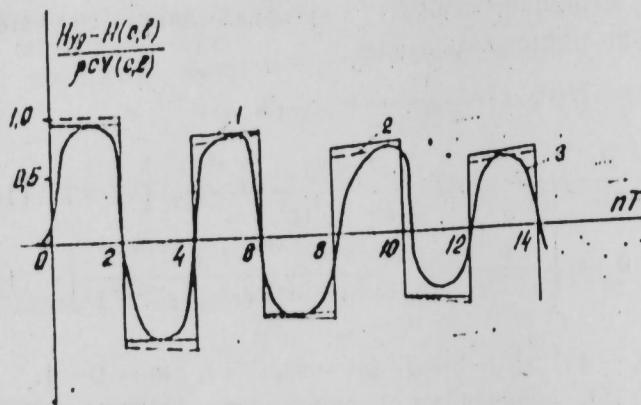


Рис. 2. Сопоставление экспериментальной и теоретической временной зависимости давления

Литература

- Чарныш И. А. Неуставновившееся движение реальной жидкости в трубах. — М.: Недра, 1975.
- Леонидов М. Л. Операционное исчисление в задачах электротехники. — Л.: Энергия, 1972.
- Джуварлы Ч. М., Мурадов А. М. Исследование переходных процессов в электрических цепях с помощью модифицированных Z-преобразований. — Изв. АН АзССР, 1967, № 1, с. 116—123.
- Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. — М.: Физматгиз, 1963.
- Труды Московского ин-та инженеров транспорта им. Ф. Э. Дзержинского. — М., 1929, вып. XI, с. 272.

АзИНЕФТЕХИМ им. М. Азизбекова

Поступило 19.XI 1986

Э. М. Мурадов, З. Э. Раджабов

БОРУДА РЕАЛ МАЈЕЛЭРИН ГӘРАРЛАШМАМЫШ ЫӘРӘКӘТИНИН ЛОРАН ЧЕВРИЛМЭСИ ВАСИТЭСИЛЭ ҮСАБЫ

Мәғаләдә Лоран чөврilmасини реал мајеләрин гәрарлашмамыш үәрәкәтләrinни тәдгигина тәтбигигини мүмкүнлүjү риjази вә тәчрүбى үсулла эссландырылыр вә анык үсаблама нөгөjи-иzzәрләндән бу методун дикәрләrinin изәрән үстүнлүjү костәрләir.

А. М. Muradov, Z. A. Radjabov

ANALYSIS OF NONSTEADY FLOW OF REAL LIQUID IN TUBES USING LORAN TRANSFORMATION

The possibility of using Loran transformation to analyse the nonsteady flow of real liquid in tubes is given. The method is more favourable than any other one from the point of view of complexity.

АЗӘРБАЙЖАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЯСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XLIV ЧИЛД

№ 5

1988

УДК 621.315.592

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

А. Ш. МЕХТИЕВ, Г. А. ГАЛАНДАРОВ, Т. Э. МЕХТИЕВ,
Р. Б. РУСТАМОВ, А. Г. ГАСАНОВ, Т. И. АЛИЕВ

ЭФФЕКТ ПЬЕЗОСОПРОТИВЛЕНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. И. Алиевым)

Интенсивные исследования физических свойств твердых растворов $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ связаны с тем, что в последнее время на их основе изготавливаются изопериодические гетероструктуры и инжекционные лазеры [1—3]. Изучены их фотоэлектрические [4, 5] и гальваномагнитные [6—8] свойства. В то же время исследования такого важного свойства, как пьезосопротивление, почти не проводились.

Изучение эффектов пьезосопротивления, т. е. изменений сопротивления при деформации, является одним из наиболее эффективных методов изучения зонной структуры полупроводников.

Настоящая статья посвящена исследованию пьезосопротивления твердых растворов $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$, 0 $\leq x < 1$, с различной концентрацией носителей заряда в интервале температур 77 \div 300 К.

Монокристаллические образцы получались методом Бриджмена-Стокбаргера и из газовой фазы n - и p -типа проводимости с концентрацией носителей заряда $\sim 10^{17} \div 5 \cdot 10^{18}$ см $^{-3}$ и подвижностью $\sim 10^3$ см $^2/\text{В} \cdot \text{с}$ при 77 К. Состав образцов контролировался с помощью микрорентгеноспектрального анализа. Для определения коэффициентов пьезосопротивления Π_{110} , Π_{11} и Π_{12} использовались монокристаллические образцы в виде прямоугольных параллелепипедов двух ориентаций: а) длина образца совпадает с направлением [100] (два других ребра параллелепипеда параллельны — [010] и [001]); б) длина образца совпадает с направлением [110] (два других ребра параллельны — [110] и [001]). Ориентация образцов после обработки проверялась рентгенографически. Материалами для омических контактов служили индий к n -типу и золото к p -типу проводимости. Присоединение электрических выводов осуществляли пайкой к металлизированным областям. Выводами служила золотая проволока диаметром 30 мкм, припаянная чистым индием. Температурные измерения проводились в криостате типа «Утрекс» со стабилизацией температуры.

Передача и измерение относительной деформации (ϵ) проводились по методике, описанной в [9]. Устройство обеспечивало напряжение на образце $\sim 10^8$ дин/ом 2 . На рис. 1 приведена зависимость сопротивления в n - и p - $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ от приложенного усилия. Как видно, сопротивление образца изменяется линейно как для растяжения, так и для сжатия. Напряжение сжатия приводит к уменьшению, а напряжение растяжения — к увеличению сопротивления образцов p -типа проводимости. Для образцов n -типа проводимости сжатие приводит к увеличению, а растяжение к уменьшению сопротивления. Кристаллографическая ориентация кристаллов приводит обычно к различию между значениями про-

дольного (κ_L) и поперечного (κ_T) коэффициентов преобразования. Как видно из рис. 1, для $n\text{-PbSe}_{0.08}\text{Te}_{0.92}$ $\kappa=40 \div 60$, а для $p\text{-PbSe}_{0.08}\text{Te}_{0.9}$: $\kappa_L \approx 15 \div 20$. Коэффициент преобразования (κ) является коиницией κ_L и κ_T и определяется как

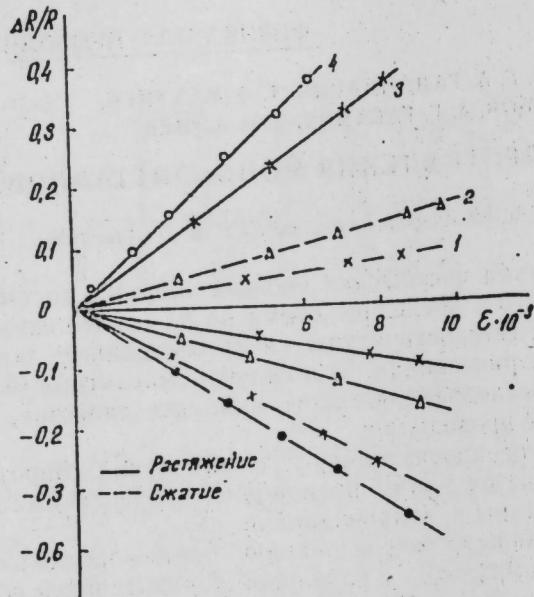


Рис. 1. Зависимость соотношения сопротивления $\text{PbSe}_{0.08}\text{Te}_{0.92}$ от приложенного усилия:
1, 2—n-типа; 3, 4—p-типа
($T = 300$ К)

$$\kappa = \kappa_L \cos^2 \alpha + \kappa_T \sin^2 \alpha,$$

где α — угол между направлением деформации и направлением тока, идущим через образец. Для образцов p -типа проводимости ($\kappa_L > \kappa_T$), для n -типа проводимости абсолютные значения коэффициентов преобразования различаются незначительно.

На рис. 2 приведены температурные зависимости коэффициента пьезосопротивления Π_{110} образцов $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ p -типа проводимости с разной концентрацией носителей заряда. Как видно, коэффициент Π_{110}

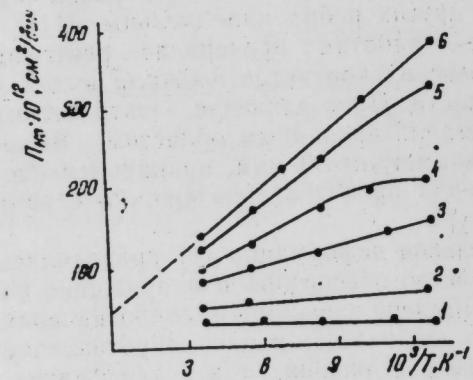


Рис. 2. Температурная зависимость коэффициента пьезосопротивления Π_{110} образцов $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ при $x=0.92$ (кр. 2, 6); $x=0.8$ (кр. 1, 5) и $x=0.6$ (кр. 3, 4);
1 — $p = 5.2 \cdot 10^{18}$; 2 — $p = 4.9 \cdot 10^{18}$; 3 — $p = 8.0 \cdot 10^{17}$; 4 — $p = 6.2 \cdot 10^{17}$; 5, 6 — $p = 3, 10^{17} \text{ см}^{-3}$

(кр. 2—6) возрастает обратно пропорционально температуре, как и в случае PbTe [10] и $\text{Pb}_{1-x}\text{Sn}_x\text{Te}$ [11]. В температурном интервале $77 \div 300$ К при фиксированном составе $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ температурная зависимость Π_{110} тем слабее, чем выше концентрация носителей за-

ряда, что обусловлено резкой степенью их вырождения. При определенных значениях концентрация носителей заряда коэффициент Π_{110} не зависит от температуры (рис. 2, кр. 1), что объясняется наступлением вырождения в образцах в исследованном температурном интервале.

Если учесть, что Π_{11} и Π_{12} не зависят от температуры, то продолжение прямолинейной части кривой $\Pi_{110}(T)$ до пересечения с осью ординат должно отсекать отрезок равный $\Pi_{11} + \Pi_{12}/2$ [12]. Эта величина для разных составов оказалась равной $\sim 40 \div 60$, что согласуется с результатами, полученными для PbTe [10] и PbSnTe [11]. Вычитая из $\Pi_{110}(T)$ часть, не зависящую от температуры, можно вычислить $\Pi_{44}(T)$, который, как и $\Pi_{110}(T)$, возрастает обратно пропорционально температуре, что характерно для эффектов перетекания [12, 13]. Эффект перетекания носителей заряда существенно зависит от расположения эллипсоидов в k -пространстве. Поскольку $\Pi_{44} > \Pi_{11} + \Pi_{12}$, то согласно [13] зона проводимости и валентная зона для $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ образованы эллипсоидами, расположенными на осях [111] k -пространства зоны Бриллюэна, что согласуется с результатами исследований, проводимых нами ранее [6].

Таким образом, соотношение полученных констант пьезосопротивления показывает, что валентная зона и зона проводимости в $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ образованы эллипсоидами вращения с центрами на осях [111].

Литература

1. Fonstad C. G.—Lect. Notes Phys., 1982, 152, p. 286—288.
2. Акопян Э. А., Галандаров Г. А., Мехтиев А. Ш., Николаев М. И., Фараджев Ф. Э.—Электронная техника. Сер. 6. Материалы, 1984, вып. 8 (193), с. 73—76.
3. Мехтиев А. Ш., Николаев М. И., Фараджев Ф. Э., Акопян Э. А., Галандаров Г. А., Алиев Т. И.—ФТП, 1986, т. 20, вып. 8, с. 1388—1391.
4. Фараджев Ф. Э., Тагиров В. И., Мехтиев А. Ш., Акопян Э. А., Галандаров Г. А.—ФТП, 1983, т. 17, вып. 1, с. 184.
5. Юсифов А. А., Акопян Э. А., Галандаров Г. А.—Тез. докл. II Всесоюз. конф. по физике и технологии тонких пленок, Ивано-Франковск, 1984, ч. II, с. 310.
6. Акопян Э. А., Галандаров Г. А., Мехтиев А. Ш., Фараджев Ф. Э.—ФТП, 1981, т. 15, вып. 10, с. 2012—2016.
7. Фараджев Ф. Э., Тагиров В. И., Мехтиев А. Ш., Галандаров Г. А.—ФТП, 1982, т. 2, вып. 4, с. 971—974.
8. Фараджев Ф. Э., Тагиров В. И., Мехтиев А. Ш., Акопян Э. А., Галандаров Г. А.—ФТП, 1982, т. 16, вып. 5, с. 908—910.
9. Todoroki S., Optica Y. J.—J. Appl. Phys., 1975, v. 14, p. 466—472.
10. Акименко Н. И., Панкевич З., Старик П. М.—УФЖ, 1967, т. 12, № 6, с. 977—980.
11. Старик П. М., Запкук Д. М., Панкевич З. В., Тимошук В. С., Богачев Г. Ю.—УФЖ, 1978, т. 23, № 9, с. 1517—1520.
12. Илисавский Ю. В.—ФТП, 1962, т. 4, вып. 4, с. 918—927.
13. Пикус Г. Е., Бир Г. Л.—ФТП, 1962, т. 4, вып. 9, с. 2090—2108.

Поступило 11. I 1988
ИПО космических исследований

А. Ш. Мендиев, Г. А. Геландаров, Т. Э. Мендиев, Р. Б. Рустамов,
А. И. Іасемов, Т. И. Элиев

$\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ МОНОКРИСТАЛЛЬНДА ПЛЕЗОМУГАВИМЭТ ЕФЕКТИ

$\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ монокристаллы в 77—300 К температуре интервала магнитного пьезомагнитного эффекта обнаружены. Эффекты характеризуются концентрацией носителей заряда.

А. Ш. Мехтиев, Г. А. Галандаров, Т. Е. Мехтиев, Р. В. Рустамов,
А. Г. Гасанов, Т. И. Алиев

SINGLE CRYSTALS $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ PIEZORESISTANCE EFFECTS

Piezoresistance of $\text{PbSe}_{1-x}\text{Te}_x$ ($0 < x < 1$) single crystals with various carrier concentration in 77—300 K temperature range is investigated.
Piezoresistance coefficients Π_{110} , Π_{11} , Π_{12} for various composition are calculated.

УДК 541.64:537.228

Чл.-корр. АН АзССР М. Г. ШАХТАХТИНСКИЙ, А. И. МАМЕДОВ,
М. А. КУРБАНОВ, М. А. РАМАЗАНОВ, Х. А. САДЫГОВ

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ НА ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИТОВ

Пьезоэффект в системе полимер-сегнетоэлектрик обусловлен в основном изменением дипольного момента ориентированных доменов в поле стабилизованных на границе раздела фаз, инжектированных в процессе электротермополяризации зарядов [1]. Естественно полагать, что при электротермополяризации может развиваться процесс разделения объемных зарядов в пьезочастице в ее пределах (миграционная поляризация). Если бы миграционная поляризация отсутствовала вообще, то энергия поля стабилизованных на границе инжектированных зарядов затрачивалась бы только на ориентацию доменов. В случае присутствия миграционной поляризации поле инжектированных зарядов частично компенсируется полем пространственно разделенных в пьезочастице зарядов. Это может привести к некоторому ослаблению ориентации доменов. Таким образом, в системе полимер-сегнетоэлектрик в результате электротермополяризации образуются две квазинейтральные системы: граничные заряды — ориентированные домены и граничные заряды — пространственно разделенные (миграционные) заряды, которые совместно определяют величину пьезоотклика системы. Пьезоэлектрический отклик, очевидно, существенно будет зависеть от изменения дипольного момента первой взаимосвязанной системы, т. е. при этом под действием внешнего возмущения изменяется дипольный момент доменов (180° и 90°-ных доменов в пьезочастицах тетрагональной структуры и 180, 109 и 71°-ных доменов в ромбоздрической фазе) и угол φ между вектором ориентации доменов и вектором электрического поля поляризации. Пьезоотклик за счет второй взаимосвязанной системы определяется изменением расстояния между миграционными зарядами за счет упругой деформации системы в целом. Поэтому его вклад в пьезоотклик композита будет незначительным. Определение роли второго типа взаимосвязанной системы в пьезоотклике было осуществлено путем проведения модельных экспериментов. В полимерную матрицу вводился непьезоэлектрический наполнитель CaTiO₃. При этом после поляризации пьезоотклик не наблюдался, хотя взаимосвязанная система миграционные заряды — граничные заряды, как показывают исследования методом ТСД, образуется. Отметим, что роль миграционной поляризации в пьезоотклике керамики может быть незначительной из-за прозрачности границы зерно-стеклофаза при температуре T_p и напряженности поля E_p поляризации, так как их диэлектрическая проницаемость ϵ и удельное сопротивление ρ_v практически соизмеримы. В случае композита роль этого фактора в ослаблении доменно-ориентированной поляризации и, следовательно, в пьезоотклике становится существенной.

из-за большого различия в ρ_v полимера и сегнетоэлектрика. С этой точки зрения представляет интерес исследование пьезоэлектрических свойств системы полимер—сегнетоэлектрик с использованием наполнителя с различной электропроводностью ρ_v . Электропроводность порошкообразного сегнетоэлектрического наполнителя измерялась в цилиндрической электродной системе с помощью тераомметра ЕК6-11 при постоянной скорости нагрева в интервале температур от 293 до 573°C при давлении на порошок 0,1 МПа. Наполнители имели различные пьезомодули и структуру. Варьирование электропроводности керамики осуществлялось также путем отжига ее при температурах ниже T_p и на 50 K выше T_p . В табл. 1 приведены пьезокоэффициенты d_{33}^k и удель-

Таблица 1

Параметр	Наполнитель			
	ПКР-3	ПКР-7М	ПКР-26	Э-24
d_{33}^k , пКл/Н	80	760	70	370
ρ_v^k , Ом·м	10^{12}	$3 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^{10}$	$3 \cdot 10^{10}$
d_{33} , пКл/Н	43	28	15	32

ное сопротивление порошкообразного наполнителя, а также пьезокоэффициент d_{33} композитов на основе полипропилена (ПП) с различными пьезонаполнителями. Значения ρ_v^k приведены при температуре поляризации композита (353 K). Объемное содержание пьезонаполнителя выбрано 50 %. Видно, что с увеличением удельного сопротивления пьезонаполнителя пьезокоэффициент композитов возрастает. К примеру, сопоставим композиты ПП+ПКР=3 и ПП+ПКР=7. Видно, что композиция на основе ПКР-3 обладает большим пьезокоэффициентом, хотя у него пьезомодуль заметно меньше, чем у ПКР-7М. Для выявления роли миграционной поляризации керамики отжигались при различных температурах в течение 1 ч, а затем измерялась электропроводность. Наблюдалось заметное уменьшение электропроводности с повышением температуры отжига. На основе отожженных керамик и ПП получены композиты, которые поляризовались при одинаковых условиях ($T_p=373$ K, $E_p=30$ кВ/см). Сопоставление полученных результатов приведено в табл. 2. Видно, что уменьшение электропроводности сегнеточастиц, вво-

Таблица 2

Композит	Неотожженная керамика		Отожженная керамика	
	ρ_v^k , Ом·м	d_{33} , пКл/Н	ρ_v^k , Ом·м	d_{33} , пКл/Н
ПП+ПКР-3	$4 \cdot 10^{11}$	85	$6 \cdot 10^{11}$	86
ПП+ПКР-7М	$2 \cdot 10^9$	10	$5 \cdot 10^{10}$	20
ПП+ПКР-26	$5 \cdot 10^{10}$	17	$5 \cdot 10^{13}$	46

димых в ПП, приводит к увеличению пьезохарактеристик композитов, полученных на их основе. Подтверждением этого эффекта является тот факт, что электропроводность ПКР-3 практически не изменяется после отжига и, соответственно, не изменяется и d_{33} композиции ПП+ПКР=3.

На рис. 1 приведены зависимости $\lg \frac{\rho_{\text{от}}^k}{\rho^k}$ и $\frac{d_{33}^{\text{от}}}{d_{33}}$ от температуры поляризации.

Здесь ρ^k и $\rho_{\text{от}}^k$ — электропроводность сегнеточастич до и после отжига, а $d_{33}^{\text{от}}$ — пьезоэффициенты композиций с неотожженной и ожженной керамикой.

Эти результаты показывают, во-первых, что величина $\lg \frac{\rho_{\text{от}}^k}{\rho^k}$ и характер изменения ее от температуры существенно зависят от структуры сегнеточастич; во-вторых, величина $\frac{d_{33}^{\text{от}}}{d_{33}}$ и характер изменения ее от T , хорошо согласуются с изменениями электропроводности керамики. Электропроводность сегнеточастич влияет на зарядовое состояние ком-

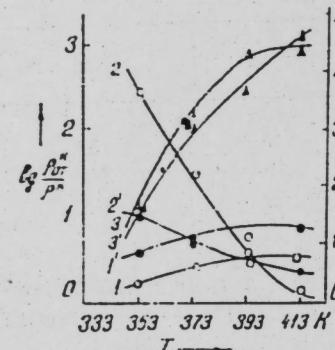


Рис. 1. Зависимости от температуры поляризации (1, 2, 3) и пьезоэффициентов (1', 2', 3') до и после отжига порошка пьезокерамики от температуры поляризации:
1, 1' — керамика ПКР = 3; 2, 2' — ПКР-7М; 3, 3' — ПКР-26; полимерная матрица ПП, $\Phi = 50\%$ об.

позиции в целом, которое является главным фактором формирования пьезоэффекта в системе полимер—сегнетоэлектрик [2]. Зарядовое состояние композитов исследовалось методом ТСД. На кривых ТСД наблюдаются два максимума, связанные со стабилизацией зарядов в полимерной матрице Q_1 и на границе раздела фаз полимер—сегнетоэлектрик Q_2 , причем к изменению электропроводности пьезочастич более чувствительна величина Q_2 . Изменения d_{33}^k и Q_2 в зависимости от

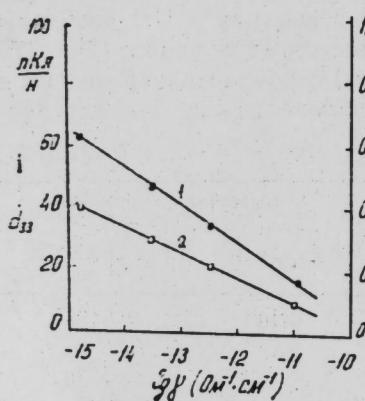


Рис. 2. Зависимость d_{33} (1) и заряда Q_2 (2) от электропроводности пьезонаполнителя в композите ПП + ПКР = 26, $\Phi = 50\%$ об.

электропроводности сегнеточастич типа ПКР-26 представлены на рис. 2. Изменение электропроводности частич ПКР-26 осуществлялось отжигом в интервале температур от 373 до 573 К в течение одного часа. Эти результаты также подтверждают вклад электропроводности и связан-

ной с ней миграционной поляризации в пьезоотклике, так как наблюдаются симбатные изменения Q_2 и d_{33} с изменением электропроводности.

ОКБ «Регистр» ИФАН АзССР

Поступило 28.VII 1987

Литература

- Шахтахтинский И. Г., Курбанов М. А., Гусейнов Б. А., Газарян Ю. Н., Рамазанов М. А., Кулиев М. М., Гарагашов А. А. — ВМС, 1987, XXXI, Б, № 1, с. 3—5.
- Шахтахтинский М. Г., Мамедов А. И., Курбанов М. А., Газарян Ю. Н., Рамазанов М. А., Кулиев М. М., Атакишиев И. Г. — Докл. АН АзССР, 1986, № 11, с. 40—44.

М. Г. Шахтахтинский, Э. И. Мамедов, М. Э. Гурбанов,
М. Э. Рамазанов, Х. Э. Садыхов

КОМПОЗИСИАЛАРЫН ПЛЕЗОЕЛЕКТРИК ХАССАСИНӘ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИК ҮССӨЧИКЛӘРИН ҚЕЧИРИЧИЛИЙНИН ТӘСИРИ

Мәгалауда көстәрілмешdir ки, полимер-сегнетоэлектрик системинде сегнетоэлектрик әлавәсінниң электрик кеңиричилікі вә онула бағыттың миграция поліаризасісының артмасы композитләрдин пле зоэлектрик d_{33} әмсалының күчілмәсінә қәтирир. Композитләрдин ТСД әйриләрпенде электрик жүктәринин полимердә вә полимер-сегнетоэлектрик сәрнәддинде жығымасы илә әлагәдәр олар икілік мушаһидә олшуп вә пле зоицесінкәрән электрик кеңиричилікінин дәйшмәсінә сәрнәддә жығылан жүклөр дағы һассасды.

М. Г. Shakhtakhtinsky, A. I. Mamedov, M. A. Kurbanov,
M. A. Ramazanov, Kh. A. Sadygov

THE INFLUENCE OF FERROELECTRIC PARTICLES CONDUCTIVITY ON PIEZOELECTRIC PROPERTIES OF COMPOSITES

The increase of conductivity of ferroelectric particles and migration polarization are shown to contribute to the piezoelectric coefficient in composites. TSD curves have two peaks connected with the charge stabilization in polymer matrix and at the polymer—ferroelectric interface. The conductivity of ferroelectric particles affects the value of charge stabilized at the polymer—ferroelectric interface.

К. М. СУЛТАНОВ, Ш. А. КУЛИЕВ, Н. Г. АБДУЛЛАЕВ

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МАГНОНОВ И ФАНОНОВ
В АСПЕРОМАГНЕТИКАХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Н. А. Гулиевым)

В настоящее время большое внимание уделяется изучению энергетического спектра неупорядоченных магнитных материалов, в частности, асперомагнетиков. Отличительной чертой таких магнетиков является то, что в них направления магнитных моментов меняются от точки к точке, вообще говоря, не совсем случайно, и поэтому существует вероятность локального упорядочения в ограниченных областях. Магнитный спектр асперомагнетиков был изучен в [1, 2], где была использована модель случайной магнитной анизотропии. В рамках этой модели гамильтониан асперомагнетика имеет вид:

$$H_m = - \sum_{i,j} J_{ij} (R_{ij}) \vec{S}_i \vec{S}_j - D \sum_i S_{iz_i}^2, \quad (1)$$

где J_{ij} — интеграл обмена между i -м и j -м магнитными ионами, \vec{S}_i — спин i -го магнитного иона, S_{iz_i} — проекция i -го спина на ось локальной анизотропии z_i , D — константа анизотропии (предполагается, что $D_i = D = \text{const}$), $D > 0$.

Настоящая статья посвящена изучению спин-фононного взаимодействия в кристаллических асперомагнетиках. При выводе гамильтониана взаимодействия H_{int} мы будем учитывать только механизм, связанный с изменением обменного интеграла при колебаниях решетки. Рецепт вывода гамильтониана спин-фонового взаимодействия в упорядоченных ферромагнетиках был дан в [3]. Придерживаясь модели случайной магнитной анизотропии мы также найдем H_{int} разлагая обменный интеграл в ряд по малым смещениям атомов.

Полный гамильтониан запишем в следующем виде:

$$H = H_m + H_f, \quad (2)$$

где взаимодействие между магнонами и фононами в неявном виде содержится в H_m , а

$$H_f = H_{of} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar \omega_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^+ b_{-\mathbf{k}},$$

где $\omega_{\mathbf{k}}$ — частота фононов, а $b_{\mathbf{k}}^+$ и $b_{-\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения фононов, $\omega_{\mathbf{k}} = |\mathbf{k}| v$, v — скорость фонона.

Направим вектор внешнего магнитного поля \vec{H}_0 , по оси z , локальные спины — по осям z_i , а направления локальной анизотропии — по осям

z'_i и будем считать эти оси лежащими в одной плоскости. Пусть $\vec{z} \cdot \vec{z}'_i = \cos \theta_i$, $\vec{z} \cdot \vec{z}'_j = \cos \theta'_j$, $\vec{z}'_i \cdot \vec{z}'_j = \cos \psi_{ij}$.

Проведя в гамильтониане H_m преобразования $S_x, S_y, S_z \rightarrow S_{x_i}, S_{y_i}, S_{z_i}$ и $S_{x'_i}, S_{y'_i}, S_{z'_i} \rightarrow S_{x_j}, S_{y_j}, S_{z_j}$, а затем перейдя с помощью преобразования Гольдштейна—Примакова к операторам рождения a_i^+ и уничтожения a_i магнонов, получим:

$$\begin{aligned} H_m = E_0 + H'_m, \quad E_0 = -s^2 \sum_{i,j} J_{ij} \cos \theta_{ij} - \\ - S^2 D \sum_i \cos^2 \psi_i - g\mu_B H S \sum_i \cos \theta_i, \quad (3) \\ H'_m = - \sum_{i,j} J_{ij} (R_{ij}) \left[\frac{S}{2} (\cos \theta_{ij} - 1) (a_i a_j + a_i^+ a_j^+) + \right. \\ + S (\cos \theta_{ij} + 1) a_i a_j^+ - 2 S a_i^+ a_i \cos \theta_{ij} - \sqrt{2} S^{1/2} (a_i + a_i^+) \sin \theta_{ij}] - \\ - D \sum_i \left[-2 S a_i^+ a_i \cos^2 \psi_i + \frac{S}{2} (a_i^+ a_i^+ + a_i z_i + a_i^+ a_i + \right. \\ \left. + a_i a_i^+) \sin^2 \psi_i + \sqrt{2} S^{1/2} (a_i^+ + a_i) \sin \psi_i \cos \psi_i \right] + \\ + g\mu_B H_0 \sum_i \left[a_i^+ a_i \cos \theta_i + \sqrt{2} S (a_i^+ + a_i) \frac{\sin \theta_i}{2} \right], \end{aligned}$$

где E_0 — энергия основного состояния, а H'_m — энергия возмущения,

$$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j, \quad a_i = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\lambda} e^{i \vec{\lambda} \cdot \vec{R}_i} a_{\lambda},$$

$$[a_i a_j] = [a_i^+ a_j^+] = 0, \quad [a_i a_j^+] = \delta_{ij}.$$

Пусть $\vec{R}_i = \vec{R}_i^0 + \Delta \vec{R}_i$, где \vec{R}_i^0 — равновесное положение i -го атома, а $\Delta \vec{R}_i$ — малое смещение этого атома, которое представим в виде

$$\Delta \vec{R}_i = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{r}} \left(\frac{h}{2m\omega_{\vec{r}}} \right)^{1/2} p_{\vec{r}} (b_{\vec{r}} e^{i \vec{r} \cdot \vec{R}_i} + b_{\vec{r}}^+ e^{-i \vec{r} \cdot \vec{R}_i}),$$

где N — число атомов кристалла, m — масса атомов, h — постоянная Планка, $p_{\vec{r}}$ — единичный вектор поляризации фононов.

Разложим обменный интеграл в ряд по малым смещениям:

$$J(R_{ij}) = J(R_{ij}^0) + \text{grad } J(R_{ij})|_{R_{ij}} = R_{ij}^0 \Delta \vec{R}_{ij}, \quad \Delta \vec{R}_{ij} = \Delta \vec{R}_i - \Delta \vec{R}_j. \quad (4)$$

Поскольку в состоянии термодинамического равновесия энергия минимальна, то $\frac{\partial E_0}{\partial \theta_i} = 0$, т. е.

$$2 \sum_j J_{ij} \sin \theta_{ij} - D \sin 2\psi_{ij} = 0. \quad (5)$$

Используя (4) и (5) и произведя преобразование Фурье, получим

$$H_m' = H_{om} + H_{int}, \quad H_{om} = -S \sum_{\vec{k}} \left\{ \frac{A_1 - 1}{2} J(\vec{k}) (a_{\vec{k}}^+ a_{-\vec{k}}^- + a_{\vec{k}}^- a_{-\vec{k}}^+) + \right. \\ \left. + [(A_1 + 1) J(\vec{k}) - 2A_1 J(0)] a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}^- - SD \sum_{\vec{k}} \times \right. \\ \left. \times [(A_1 + 1) J(\vec{k}) - 2A_1 J(0)] a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}^- - SD \sum_{\vec{k}} \times \right. \quad (6)$$

$$\times \left[\frac{1-B}{2} (a_{\vec{k}}^+ a_{-\vec{k}}^- + a_{\vec{k}}^- a_{\vec{k}}^+) + (1-3B) a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}^- \right] + g\mu_B H_0 c \sum_{\vec{k}} a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}^-,$$

$$H_{int} = \sqrt{2} S^{1/2} A_2 \sum_{h, \vec{k}, \vec{l}} \left(\frac{\hbar}{2m \omega_h} \right)^{1/2} (\vec{p}_{\vec{l}} \cdot \nabla J(R_h)) \times \\ \times \left\{ b_{\vec{l}}^+ a_{\vec{k}}^+ (1 - e^{-i\vec{l}\vec{R}_h}) \delta_{\vec{k}, -\vec{l}} + b_{\vec{l}}^+ a_{\vec{k}}^+ (1 - e^{-i\vec{l}\vec{R}_h}) \delta_{\vec{k}, -\vec{l}} \right\} + \\ + b_{\vec{l}}^+ a_{\vec{k}}^+ (1 - e^{i\vec{l}\vec{R}_h}) \delta_{\vec{k}, -\vec{l}} + b_{\vec{l}}^+ a_{\vec{k}}^+ (1 - e^{i\vec{l}\vec{R}_h}) \delta_{\vec{k}, -\vec{l}},$$

где

$$J(\vec{k})' = \sum_h J(R_h) e^{i\vec{k}\vec{R}_h}, \quad \frac{1}{N} \sum_l e^{i(\vec{k}-\vec{l})\vec{R}_l} = \delta_{\vec{k}, \vec{l}}, \\ R_h = \vec{R}_{lj}, \quad J(\vec{k}) = J(-\vec{k}).$$

Величины A_1 , A_2 , B , C представляют следующие средние по углам:

$$A_1 = \overline{\cos \theta_{lj}}, \quad A_2 = \overline{\sin \theta_{lj}}, \quad B = \overline{\cos^2 \psi_l}, \quad C = \overline{\cos \theta_l}.$$

Перейдя от суммы по h к интегралу, затем проинтегрировав этот интеграл по частям, найдем окончательное выражение для гамильтониана на спин-фононного взаимодействия:

$$H_{int} = i \sqrt{2} S^{1/2} A_2 \sum_{\vec{k}} \left(\frac{\hbar}{2m \omega_{\vec{k}}} \right)^{1/2} J(\vec{k}) \vec{p}_{\vec{k}} \cdot \vec{a}_{\vec{k}} \times \\ \times (-b_{-\vec{k}}^- a_{\vec{k}}^+ + b_{-\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}^+ - b_{\vec{k}}^- a_{\vec{k}}^+ + b_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}^-), \quad (7)$$

где $J(\vec{l}) = \frac{1}{a^3} \int J(k) e^{-i\vec{l}\vec{R}} d\vec{R}$, a — среднее расстояние между атомами.

Отметим, что в упорядоченном кристаллическом и ферромагнетике $A_2=0$ (так как направления спинов во всех узлах одинаковы), поэтому гамильтониан взаимодействия типа (7) в этом случае не возникает.

Представим исходный гамильтониан (2) в виде

$$H = E_0 + H',$$

где

$$H' = H_{om} + H_{of} + H_{int}.$$

Гамильтониан H' удобно записать следующим образом.

$$H' = a_1 a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}^- + a_2 a_{\vec{k}}^+ b_{\vec{k}}^- + a_3 a_{\vec{k}}^+ b_{\vec{k}}^- + a_3^* b_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}^- + \\ + \frac{1}{2} \beta_1 a_{\vec{k}}^+ a_{-\vec{k}}^- + \frac{1}{2} \beta_1^* a_{\vec{k}}^- a_{-\vec{k}}^+ + \beta_2 a_{\vec{k}}^+ b_{-\vec{k}}^- + \beta_2^* a_{\vec{k}}^- b_{-\vec{k}}^+,$$

где

$$\alpha_1 = S [2A_1 J(\vec{0}) - (A_1 + 1) J(\vec{k})] + SD (3B - 1) + g\mu_B H_0 c, \quad \alpha_2 = h \omega_k, \\ \alpha_3 = -i S^{1/2} A_2 \sqrt{\frac{\hbar}{m \omega_k}} J(\vec{k}) (\vec{p}_{\vec{k}} \cdot \vec{k}),$$

$$\beta_1 = S(1 - A_1) J(\vec{k}) - S(B - 1) D, \quad \beta_2 = \alpha_3.$$

Энергетический спектр этого квадратичного гамильтониана будет иметь вид:

$$\epsilon(\vec{k}) = \frac{1}{2} (\alpha_1^2 - \beta_1^2 + \alpha_2^2) \pm \sqrt{-\frac{1}{2} (\alpha_1^2 - \beta_1^2 - \alpha_2^2) + 4 \alpha_2 |\alpha_3|^2 (\beta_1 + \beta_2)}. \quad (8)$$

Для конкретизации вида спектра асперомагнетика необходимо знать значения величин A_1 , A_2 , B . Эти средние величины, обменный интеграл и константа анизотропии связаны друг с другом уравнением основного состояния (5). Методика их машинного расчета основана на методе Монте-Карло с использованием приближения среднего поля [2]. Однако в некоторых частных случаях эти средние удается вычислить аналитически. Так, например, когда $D \gg J(0)$, т. е. в случае асперомагнетика, подобного спиновому стеклу, распределение направлений локальных спинов и осей анизотропии совершенно случайно и слабо зависит от величин J и D . Тогда легко найти, что $A_1 \approx 0$, $A_2 \approx \frac{\pi}{2}$, $B_1 \approx 0$ (при $H_0 = 0$), и закон испарсии имеет вид:

$$\omega^2 = \frac{1}{2} (\omega_s^2 + \omega_f^2) \pm \sqrt{\frac{1}{2} (\omega_s^2 - \omega_f^2) + 8SDJ^2 \frac{1}{m} \left(\frac{\vec{p}_{\vec{k}} \cdot \vec{\lambda}}{\hbar} \right)^2 A_2^2}, \quad (9)$$

где частота спиновой волны $\omega_s = \frac{2SD}{\hbar}$.

Разложив в ряд подкоренное выражение в (9), вычислим расстройку частоты. Для продольных фононов $(\vec{p}_{\vec{k}} \uparrow \uparrow \vec{\lambda})$, считая, что $\omega = \omega_s + \xi$, $\omega_s - \omega_f = \xi$, где $\xi \ll \omega_s$, ω_f , получим

$$\frac{\xi}{\omega_s} = \sqrt{\frac{\pi \hbar S}{mv} \lambda} \cdot \frac{J}{2D} A_2. \quad (10)$$

Оценка расстройки дает при $\frac{J}{D} \sim 10^{-1}$, $s=1$, $m \approx 10^{-22}$ г, $v \sim 3 \cdot 10^5$ см/с $\lambda \approx 10^7$ см

$$\frac{\xi}{\omega_s} \sim 10^{-2} \div 10^{-3},$$

т. е. расстройка частоты такая же, как и в случае упорядоченных магнетиков.

В заключение авторы выражают признательность Ю. М. Сенцову за постановку задачи и плодотворное обсуждение результатов работы.

Литература

- Brattacharjee A. K., Coqblin B., Jullien R., Plischke M., Zobin D., Zuckermann M. J. — J. Phys. F: Metal Phys., 1978, vol. 8, № 8, 1793—1804.
- Harris R., Zobin D. — J. Phys. F: Metal Phys., 1977, vol. 7, № 2, 337—350.
- Akhieser A. — J. Phys., 1946, vol. X, № 3, 217—230.

К. М. Султанов, Ш. А. Гулиев, Н. Г. Абдуллаев

АСПЕРОМАГНИТЛӘРДӘ МАГНОНЛАРЫН ВӘ ФОНОНЛАРЫН
ГАРШЫЛЫГЛЫ ТӘ'СИРИНӘ ДАИР

Кристаллик асперомагнитләрдә мүбадилә енержисинин гәфәсии рәгсләри иәтичәсийн дә дајишимәси несабына яранан спин-фонон гарышылыглы тә'сиринә баҳылышыдыр. Тәсадуғи магнит анизотропијасы модели эсасында бу гарышылыглы тә'сирин һамилтон опператору вә онун мәхсуси гијмәти тапылышыдыр.

K. M. Sultanov, Sh. A. Kuliev, N. G. Abdullaev

ABOUT INTERACTION BETWEEN THE MAGNONS AND
PHONONS IN ASPEROMAGNETICS

The spin-phonon interaction in crystallic asperomagnetics within the framework of random magnetic anisotropy model is studied. The couple of local spins oscillations with phonons is due to the change of exchange integral. The hamiltonian of spin-phonon interaction and the energy spectrum are found.

АЗӘРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОП ССР

ТОМ XLIV ЧИЛД

№ 5

1988

МАГНИТ ҺАДИСӘЛӘРИНИН ФИЗИКАСЫ

Л. М. ВӘЛИЈЕВ, Р. З. САДЫХОВ, Э. Л. НАМАЗОВ

$Zn_{1-x}Co_xCr_2S_4$ СИСТЕМИНИН МАГНИТ ХАССӘЛӘРИ

(Азәрбајчан ССР ЕА академики М. И. Әлијев тәгдим етмишидир)

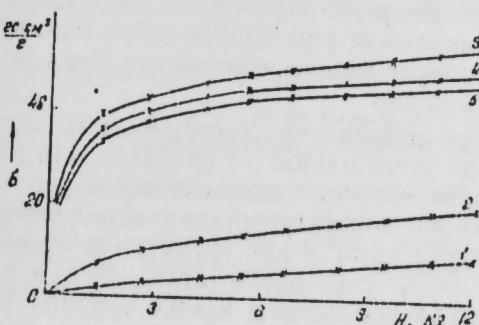
$ZnCr_2S_4$, $CoCr_2S_4$ бирләшмәләри ујғун олараг антиферро-вә феррин магнит низамлылығына маликдир [1, 2]. Zn ионларыны Co ионлары илә әвәзетмәни магнит хассасият тә'сирине мүәյҗән етмәк үчүн $ZnCr_2S_4$ — $CoCr_2S_4$ системинин магнитләймәси тәдгиг едилмишdir.

Тәдгигат үчүн нүмүнәләр јүксәк тәмиз компонентләри кварт ампулаларда гарышылыглы тә'сире иәтичәсийдә алышыышыдыр. Маддәләрин алымасы ашағыдақы ардычылыгыла һәјата кечирилмишdir: 15 күн әрзиндә илkin маддәләр гарышыбынын температурату отаг температурурндан 850° С-дәк јуксәлдилмиш, 7 күн һәмин температурда сахланылыш сонра исә отаг температурурнадәк сојудулмушдур.

Алыйан маддәләр тоз һалына салынараг 0,1 ГПа тәзјиги алтында просесләнмиш вә 10 күн мүддәттүндә вакуумда таблашдырылышыдыр. Рентгенгурулуш анализинин иәтичәләринә көрә бүтүн тәркибләрин бирфазалы вә шпишел гурулушунда кристаллашдыры мүәйҗән едилмиш, гәфес параметрләринин исә $a=9,982$ ($x=0,1$), $a=9,976$ ($x=0,2$), $a=9,965$ ($x=0,4$), $a=9,953$ ($x=0,6$), $a=9,942$ Å ($x=0,8$) олдуғу ашкар едилмишdir. Нәтичә Вегард гануунуна ујғундур.

Маддәләрин магнитләймәси 6,7; 9,5; 10,8 ке интенсивликли магнит саһәләриндә Доменикалли үсулу илә рәггаслы магнитометрдә өлчүлүшдүр. Спонтан магнитләймәни гијмәти екстрополјасија методу илә тә'јин едилмишdir.

1-чи шәкилдә маје һелиум температурурнда $Zn_{1-x}Co_xCr_2S_4$ ($0 < x < 1$) бирләшмәләринин хүсуси магнитләймәсийн магнит саһәсийдән асылы-



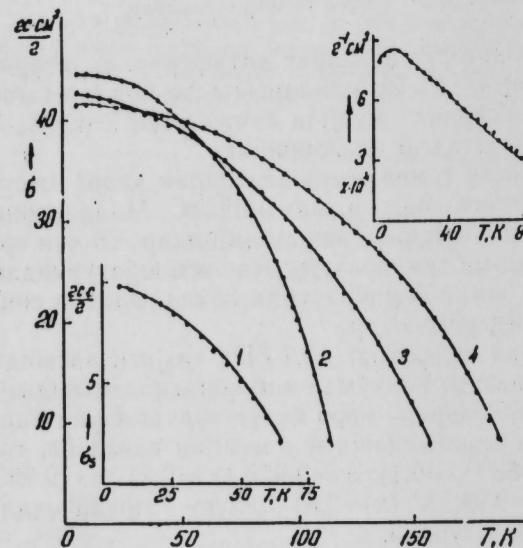
1-чи шәкил. $Zn_{1-x}Co_xCr_2S_4$ үис-
теминин хүсуси магнитләймәсийн 4,2
К-дә магнит саһәсийдән асылылышы.

лыгы верилмишdir. Көрүндүјү кими $x \geq 0,2$ бирләшмәләри үчүн магнитләймәни изотермләри, спонтан магнит моментинә малик олар маддәләрә ујғундур.

Бу тәркибләрин техники магнитләймә просеси 1,5 ке саһәсийдә гуртарыр вә соңра исә мүәйҗән парапрөсес мүшәнидә олунур.

$X=0,1$ тәркиби үчүн σ (Н) асылылыг хәттидир, $X=0,2$ тәркиби үчүн исә σ (Н) асылылығы антиферромагнитләрә хас олан хүсусијјэт бүрзә рөвермәклә кичик спонтан магнит моментинә маликдир. Бу налда әсас рөвермәклә кичик спонтан магнит моментинә маликдир. Бу налда әсас рөвермәклә кичик спонтан магнит моментинә маликдир.

$Zn_{0,9}Co_{0,1}Cr_2S_4$ бирләшмәсінин магнит гаврајычылыгының (χ) тәддиги көстәрир ки, 4,2 К-дән башлајараг χ мүэйжән максимум гијмәтә гәдәр артыр, сонара исә хәтти оларалар азалып. χ (Т) асылылығында магнит гаврајычылыгының максимум гијмәт алдығы температур Нөел температуруна уйғундуру вә 10 К-да бәрабәрдир (2-чи шәкил).



2-чи шәкил. $Zn_{1-x}Co_xCr_2S_4$ системинин спонтан магнитләнмәсі вә магнит гаврајычылыгының температур асылылығы.

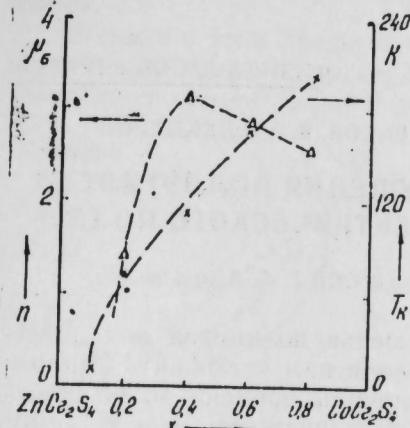
2-чи шәкилдә һәмчии $X=0,4; 0,6; 0,8$ тәркибләри үчүн спонтан магнитләнмәсінин температур асылылығы верилмишидир.

Бүтүн нүмүнәләрни дојма магнит моментләри (n) һесабланыш вә уйғун оларалар $1,42$ ($X=0,2$); $3,14$ ($X=0,4$); $2,79$ ($X=0,6$) вә $2,61$ Мб ($X=0,8$) гијмәтләри алышмышдыр. Экәр Zn ионларының әвәз едән Co ионларының тетраедрик дүйнеләр арасында јерләшиди гәбул едиләрсә, алышын тәчрубы гијмәтләр нәзәри оларалар ферримагнитизм Нөел модели илә һесабланан гијмәтләре уйғун көлир.

Ферримагнит тәркибләрни Күри температуре термодинамик әмсаллар [3] методу илә һесабланыш вә уйғун оларалар 73 ($X=0,2$), 114 ($X=0,4$), 166 ($X=0,6$), 202 К ($X=0,8$) гијмәтләри алышмышдыр. Күри температуре вә дојма магнит моментинин концентрасијадан асылылығы 3-чу шәкилдә верилмишидир. Көрүндүјү кими X -нин гијмәтинин артмасы илә Күри температуре артараг $CoCr_2S_4$ үчүн әдәбијатда мәлүм олар гијмәтә јахыналашыр [3]. Лакин n (X) асылылығы $x=0,4$ тәркиби үчүн максимум гијмәт алып вә сонара исә хәтти оларалар азалып.

$Zn_{1-x}Co_xCr_2S_4$ бирләшмәләрниң магнит моментләрниң X -дән асылы оларалар дәјишиләсі ашагыдақы кими изаһ едилүр: Zn ионларының Co ионлары илә әвәз етдиңдә ахырынчылар жалызы тетраедрик дүйнеләр арасында јерләшир. $0 \leq X \leq 0,2$ налышда октаедрик јарымгәфәсдә хром ионларының антиферромагнит гарышылыгы тә'сири галып вә буна көрә

нүмүнәдә спонтан магнитләнмә олмур. $X=0,2$ -дән башлајараг Co ионларының мигдары артдыгча тетра-вә октаедрик јарымгәфәсләрни мубадилә гарышылыгы тә'сири иәтичесинде октаедрик јарымгәфәсләрдә јер-



3-чу шәкил. Күри температуре вә дојма магнит моментинин концентрасијадан асылылығы.

ләшән хром ионларының магнит моментләрниң истигамәтләри дәјишир вә буини иәтичесинде спонтан магнит моменти јаралып. Нәхајәт, $X=0,4$ -дә хром атомларының спин магнит моментләрниң там чеврилмәсі башверир, даһа дөргөсү, октаедрик јарымгәфәсдә Cr ионлары арасында мубадилә гарышылыгы тә'сири енержиси мүсбәт олур ($J > 0$). Буна көрә дә Co ионларының концентрасијасының сонракы артмасы нүмүнәләрни јекун магнит моментинин аламасына кәтирир.

Беләликлә, $Zn_1 - Co_x Cr_2S_4$ ($0 < X < 1$) системинин магнитләнмәсінин тәддиги көстәрди ки, Co ионларының концентрасијасының артмасы бу системдә антиферро-вә ферримагнит фаза кечидинин башвермәсінә вә октаедрик јарымгәфәсдә Cr ионлары арасында мубадилә гарышылыгы тә'сириң характерчә дәјишишмәсінә кәтириб чыхарар.

Әдәбијат

1. Меттесель З., Маттис Д. Магнитные полупроводники.—М.: Мир, 1972 с. 405.
2. Gibart P., Dormann J.-L., Pellerin Y. Magnetic properties of $FeCr_2S_4$ and $CoCr_2S_4$.—Phys. Stat. Sol., 1969, 36, № 1, p. 187–194.
3. Белов К. П., Горяга А. Н. Термодинамический метод изучения ферромагнитных превращений в сплавах.—ФММ, 1956, 2, № 3, с. 441–446.

Азәрбајҹан ССР ЕА Физика Институту

Алышмышдыр 7. IV 1987

Л. М. Валиев, Р. З. Садыхов, А. Д. Намазов
МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА СИСТЕМЫ $Zn_{1-x}Co_xCr_2S_4$

Исследованы магнитные свойства системы $Zn_{1-x}Co_xCr_2S_4$. Показано, что с увеличением концентрации ионов Co в тетраэдрических междоузлиях изменяется характер обменного взаимодействия между ионами Cr в октаэдрических междоузлиях и происходит концентрационный магнитный фазовый переход антиферромагнетизм — ферримагнетизм при $x=0,2$.

L. M. Valiev, R. Z. Sadykov, A. D. Namazov

THE MAGNETIC PROPERTIES OF $Zn_{1-x}Co_xCr_2S_4$ SYSTEM

The magnetic properties of the system $Zn_{1-x}Co_xCr_2S_4$ are investigated. It is shown that with increasing of ions concentration of Co in tetrahedral interstices the character of exchange interaction is changed between Cr ions in octahedral interstices, and it is found that the magnetic phase transformation antiferromagnetism— ferrimagnetism at $x=0,2$ takes place.

Я. Г. РАГИМОВ, Ш. В. МАМЕДОВ, С. А. АБАСОВ, В. А. АЛЕКПЕРОВ

**МОЛЕКУЛЯРНЫЙ МЕХАНИЗМ РАЗРУШЕНИЯ ПОЛИЭТИЛЕНА
ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)

Систематические исследования разрушения полимеров под действием сильного электрического поля позволили нам установить эмпирическую закономерность, связывающую величины времени до разрушения τ_E , температуры T и напряженности электрического поля E [1—4]:

$$\tau_E = \tau_0 \exp \left[(W_0 - zE) \kappa T \right], \quad (1)$$

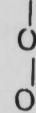
где W_0 — энергия разрыва межатомных связей, z — коэффициент, имеющий размер дипольного момента, $\tau_0 = (10^{-12} \div 10^{-14})$ с.

Вид этой зависимости, а также совпадение величин W_0 с энергией разрыва межатомных связей и τ_0 с периодом колебания атомов в твердом теле позволили интерпретировать это соотношение как результат протекания разрывов межатомных связей и образования зародышевых трещин под действием сильного электрического поля.

Для подтверждения этого в данной статье методами ЭПР и ИК-спектроскопии изучены молекулярные процессы разрушения полиэтилена под действием сильного электрического поля.

Испытывались пленочные и массивные образцы при комнатной температуре. Исследовались образцы полиэтилена высокого давления (ПЭВД) в виде цилиндров диаметром 3 и высотой 20 мм, с торцов которых вводились стальные заостренные электроды с межэлектродным расстоянием 2 мм. Воздействие электрического поля на образцы производилось в среде трансформаторного масла при напряжениях $2 \cdot 10^4 \div 3 \cdot 10^4$ В промышленной частоты. После выдержки в поле в течение $t = 10$ ч образцы очищались от следов масла, и производилась регистрация их спектров ЭПР при комнатной температуре на радиоспектрометре РЭ = 1306.

При комнатной температуре в ПЭ под действием сильного электрического поля возникает синглетный, почти симметричный сигнал ЭПР с $g = 2,003 \pm 0,0005$ и $\Delta H = 1,5 \pm 0,05$ МГц. При изменении времени воздействия и напряжения между электродами g -фактор и форма линий не меняются, меняется только интенсивность сигналов. Сигнал соответствует пероксидным радикалам типа $-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-$:



На основе этих спектров были вычислены концентрации образовавшихся радикалов. На рис. 1 приведена зависимость концентрации ра-

дикалов от напряжения и времени его воздействия. Видно, что с ростом напряжения и времени его воздействия концентрация радикалов резко растет, что можно объяснить накоплением разорванных химических связей.

В связи с этим представляется интерес и зависимость скорости образования радикалов от электрического напряжения (рис. 1). При резком увеличении концентрации N радикалов с ростом напряженности зависи-

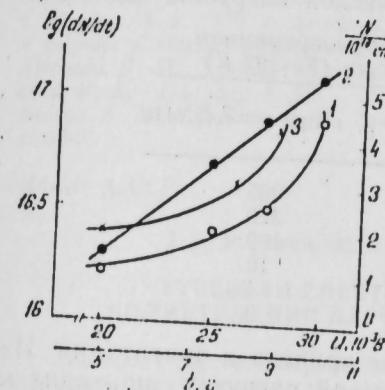


Рис. 1. Зависимость концентрации (1, 2) и скорости образования радикалов (3) от напряжения (кр. 1, 3) и времени его воздействия (кр. 2) для полиэтилена

мость логарифма скорости образования свободных радикалов, а следовательно, и скорость разрыва химических связей экспоненциально возрастают с напряжением, т. е. выполняется зависимость

$$\frac{dN}{dt} = A \exp (zE). \quad (2)$$

Это соответствует экспериментально наблюдаемой нами экспоненциальной зависимости электрической долговечности от напряженности электрического поля

$$\tau_E = B \exp (-\beta E) \quad (3)$$

и свидетельствует о существовании определенной корреляции между электрической долговечностью и скоростью образования радикалов. Скорость характеризовалась числом радикалов, образовавшихся за определенное время между последовательными увеличениями напряжения. В данном случае долей погибших радикалов можно пренебречь. Эксперименты показали, что при этом коэффициенты α и β в (2), (3) практически оказываются равными.

Таким образом, скорость образования радикалов dN/dt определяет время жизни полимера.

Относительно образования радикалов надо отметить следующее. Авторы работ [5, 6] пришли к такому теоретическому выводу, что разрыв макромолекул в полимерах, подвергнутых воздействию электрического поля, является двухступенчатым процессом, на первой стадии которого происходит ионизация макромолекул вследствие туннельного перехода электронов, а на второй — термофлуктуационный разрыв химических связей в образовавшемся молекулярном макроне. При этом образуются новый макрон и свободный макрорадикал, а время образования полости в результате разрыва макромолекул в области высоких локальных напряженностей электрического поля определяется [5] как

$$\tau_E = \kappa_0 l^{(D^* - E/kT)}, \quad (4)$$

где D^* — энергия диссоциации центральной С—С связи иона. Формула (4) аналогична полученной нами формуле (1) для описания электрической долговечности полимеров.

В пользу высказанного предположения следует привести также экспериментальные результаты по одновременному воздействию электрического и механического поля на ПЭ.

В таблице приведены значения времени жизни ПЭ при одновременном воздействии и без воздействия механической нагрузки. Механического и механического поля на ПЭ.

Значения времени жизни ПЭ при одновременном воздействии механической нагрузки ($T=293$ К)

Воздействие механическое		
$E, 10^3 \text{ В/м}$	$\tau_E, \text{ с при } \sigma=0$	$\tau_E, \text{ с при } \sigma=7,5 \text{ МПа}$
50	10000	985
60	3117	320
70	631	100
80	159	10
90	100	4
100	32	0

скую нагрузку выбрали такой, чтобы она не привела к ориентации. Из таблицы видно, что приложение механической нагрузки приводит к уменьшению времени жизни. Это свидетельствует о «перекрестном» влиянии механических и электрических полей, т. е. приложение электрического поля к механически нагруженному полимеру должно ускорять стадию туннельной ионизации макромолекул, а механическое на-гружение — стадию флуктуационного распада макронопов в электрическом поле [5]. Эксперименты, проведенные нами, показали, что механическая долговечность также уменьшается в электрическом поле.

Полученные данные дополняются данными ИК-спектроскопии. Изучение структурных изменений, происходящих при раздельном и одновременном воздействии сильного электрического поля и механической нагрузки, показало, что в ИК-спектре ПЭ появляются полосы при частотах 1630 и 1720 см^{-1} соответствующие $\text{C}=\text{C}\cdot$ - и $\text{C}=\text{O}$ -группам. Концентрация образовавшихся стабильных групп изменяется аналогично изменению концентрации радикалов. Приложение механической нагрузки приводит к увеличению концентрации указанных групп. При этом рост оптической плотности $\text{C}=\text{C}\cdot$ -групп как при раздельном, так и одновременном воздействиях электрического поля и механической нагрузки существенно больше роста оптической плотности $\text{C}=\text{O}$ -групп (рис. 2).

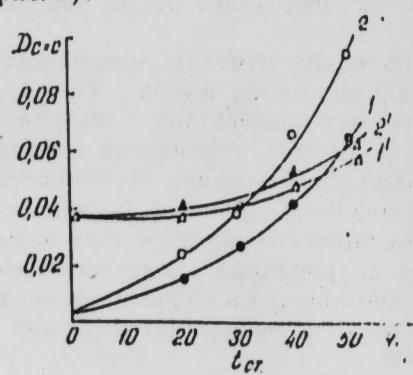


Рис. 2. Зависимость оптической плотности ИК-поглощения группы $C=C$ (1, 2) и $C=0$ ($1'$, $2'$) пленки ПЭ от времени воздействия электрического поля ($E = 3 \cdot 10^7$ В/м) при одновременном воздействии механической нагрузки:
 $1, 1' - \sigma = 0$; $2, 2' - \sigma = 10$ МПа

Таким образом, приводимые данные однозначно показывают, что, действительно, под действием сильного электрического поля происходят разрывы химических связей и их накопление в зависимости от времени воздействия и напряженности электрического поля, что коррелирует с изменениями прочностных свойств.

Література

1. Багиров М. А., Абасов С. А., Рагимов Я. Г., Аббасов Т. Ф. — ВМС, А. 1978, т. 20, № 5, с. 1109. 2. Багиров М. А., Рагимов Я. Г., Аббасов Т. Ф., Абасов С. А. — ФТГ, 1973, т. 15, вып. 5, с. 1579. 3. Абасов С. А., Аббасов Т. Ф., Рагимов Я. Г. — В кн.: Радиация в физике и химии. Баку: Элм, 1978. 4. Рагимов Я. Г., Абасов С. А., Аликулович Р. М., Хитеева Д. М., Эльмира Джалаал кызы. — ВМС, Б. 1982, т. 24, № 6, с. 406. 5. Закреавский В. А., Слуцкер А. И. — ВМС, А. 1984, т. 26, № 6, с. 1201. 6. Бережанский В. Б., Быков В. М., Городов В. В., Закреавский В. А., Слуцкер А. И. — ЖТФ, 1985, вып. 8, с. 1663.

ИФАН АзССР

Поступило 10.IV 1987

Ж. һ. Рәйимов, Ш. В. Мәммәдов, С. А. Абасов, В. А. Әләкәрәп

ГУВВЭТЛИ ЕЛЕКТРИК САҢЭСИННИН ТЭ'СИРИ АЛТЫНДА ПОЛИЕТИЛЕНИН ДАҒЫЛМАСЫНЫН МОЛЕКУЛЯР МЕХАНИЗМИ

Мәгәләдә электрон-пармагын резонансы вә инфрагырымсыз спектроскопија методының комәjlә гүвнәтли электрик саһәсинни тә'сириндең полистиленин дагылмасы заманы баш берән молекулјар процессләр ојрәнүлмешdir. Көстәрilmешdir ки, отаг температуруда электрик саһәсинни тә'сир иштәчәсендә полистиленде пероксид типли радикаллар геjд олуунур. Радикалларын вә стабил группалары ($C=C$ вә $C=O$) концентрацијасы тә'сир едән электрик кәркинилүйндән вә бу кәркинилүйни тә'сиртә мүддәтиндән асылы оларга каскын артыр. Буны гырымлыш кимжәви рабитәләрни јыгылмасы илә изәнгә етмәк олар. Бу заман полистиленин яшама мүддәти илә радикалларын вә стабил группаларын эмәлә көлмәсі сүр'ети арасында ујгунилг олур.

Ya. H. Ragimov, Sh. V. Mamedov, S. A. Abasov, V. A. Alekperov

HIGH ELECTRICAL FIELD EFFECT ON MOLECULAR MECHANISM OF POLYETHYLENE DESTRUCTION

High electrical field effect on molecular process of polyethylene destruction is studied by EPR and IR techniques. The peroxide radicals are shown to be recorded in polyethylene at room temperature under high electrical field. The radical concentration increases with voltage and its effect duration, the fact being attributed to the broken chemical bond accumulation. Electrical durability definitely correlates with radical formation rate.

Акад. АН АзССР Ч. М. ДЖУВАРЛЫ, П. В. ЛЕОНОВ, А. З. АЛИЕВА

**ИМПУЛЬСНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ И
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАСШИРЕНИЯ КАНАЛА ПРОБОЯ
ПОЛИМЕРНЫХ ПЛЕНОК ПРИ ОБРАБОТКЕ ИХ РАЗРЯДОМ В
 SF_6 (II)**

В первой части статьи рассматривалась импульсная электрическая прочность полимерных пленок, обработанных контрагированным шнуром тлеющего разряда в SF_6 . Во второй части статьи рассматривается энергетический анализ расширения канала пробоя на примере полиэтилентерефталата.

На рис. 1 показана микрофотография отдельного канала пробоя пленки ПЭТФ. Радиус канала пробоя в своей наиболее узкой части

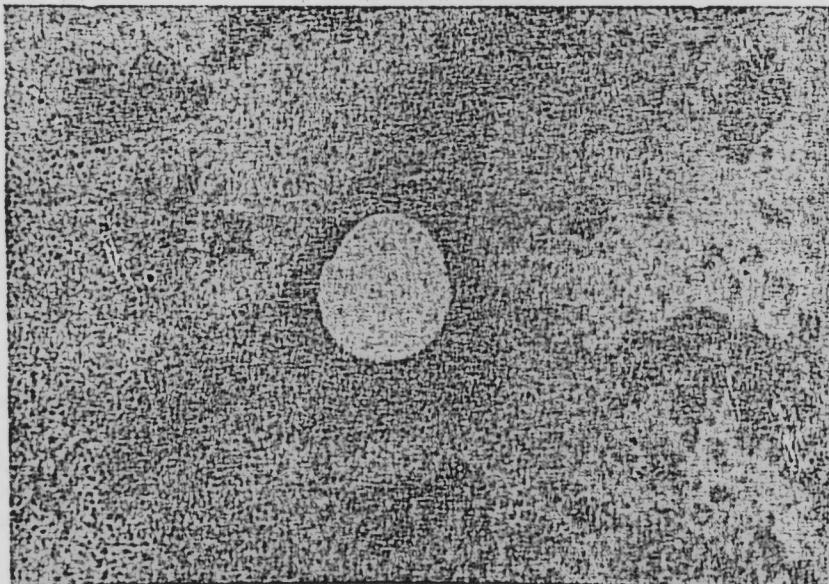


Рис. 1.

составляет около $38 \cdot 10^{-6}$ м. Канал несколько расширен в направлении от середины пленки к ее краям. С целью получения данных о процессе пробоя и расширения канала были проведены расчеты и сопоставлены энергии по расширению канала и энергии приложенного импульса. Расчет энергии, необходимой для канaloобразования, выполнен по методике, применяемой для анализа электрической прочности твердых диэлек-

тиков. Удельная работа канaloобразования определена по формуле [1]:

$$A_c^0 = \frac{1,03}{M} (\Sigma nD_1 + mJ), \quad (1)$$

где $\Gamma = 1,5$ к/см³ и $M = 192$ обозначены плотность и молекулярная масса монозвена полимера, nD_1 — сумма энергии диссоциации связей в монозвене, за исключением составляющих бензольное кольцо, mJ — суммарная энергия ионизации 4 свободных и 6 составляющих бензольное кольцо атомов углерода. Исходя из полученных значений A_c^0 можно определить энергию, требуемую для расширения канала радиусом $r_{np} = 38,6 \cdot 10^{-6}$ м и толщиной $d_a = 31,5 \cdot 10^{-6}$ м:

$$W_p = A_c^0 \pi r_{np}^2 d_a = 2,08 \text{ Дж.} \quad (2)$$

Принимая в качестве расчетной модели, что приводимось канала после стадии формирования остается неизменной и в стадии расширения не зависит от тока в канале, энергию, которая требуется на расширение, можно рассчитать согласно схеме рис. 2.

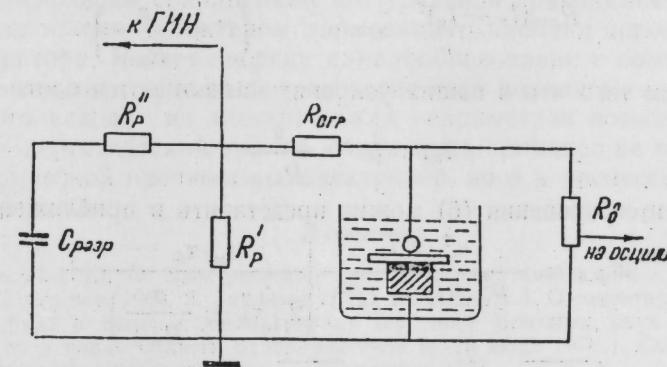


Рис. 2.

Используя линейный характер зависимости радиуса канала в стадии расширения от времени [1]

$$r_k = a \cdot t, \quad (3)$$

можно получить для сопротивления канала разряда выражение

$$R_k = \frac{d_a}{\pi r_k^2 \delta} = \frac{d_a}{\pi a^2 \delta t^2} = \frac{a}{t^2}, \quad (4)$$

которое достаточно известно и получило экспериментальное подтверждение для ряда диэлектриков, в том числе полимера — полиметилметакрилата [2], т. е. предложение о том, что удельная проводимость канала в стадии расширения не изменяется, соответствует действительности. Энергия, рассеивающаяся на сопротивлении канала, как часть энергии импульса равна

$$W_{p..} = \int_{t_{np}}^{t_m} \frac{u_k^2(t)}{R_k(t)} dt = \int_{t_{np}}^{t_m} u^2(t) \frac{R_k(t)}{[R_{ogr} + R_k(t)]^2} dt. \quad (5)$$

Здесь u_k — напряжение на канале разряда в стадии расширения, $u(t)$ — напряжение исходного импульса, t_{np} — время соответствующее моменту пробоя (5 мкс), t_m — время спада хвоста импульса до нуля.

Если принять импульс треугольной формы, то $t_m = 80$ мкс, поскольку в стандартной волне 1,5/40, за 40 мкс хвост спадает до половины амплитудного значения. При проведении вычислений по (6) необходимо учесть несовпадение во времени процессов подачи напряжения и собственно процесса формирования канала и пробоя. По данным о противлении канала пробоя в щелочно-галоидных кристаллах [1] было получено значение сопротивления канала при имеющейся его длине, равное $1,5 \cdot 10^3$ Ом, которое было отнесено к моменту $t_{\text{пр}} - \tau_\Phi$, где τ_Φ — время формирования канала, равное $1,49 \cdot 10^{-6}$ с.

Подставляя (4) в (5) в виде

$$R_k = \frac{\alpha}{[t - (t_{\text{пр}} - \tau_\Phi)]^2} = \frac{\alpha}{(t - (t_{\text{пр}} + \tau_\Phi))^2}$$

и принимая для $u(t)$ линейную зависимость, проходящую через точку максимума волны напряжения ($u_m; t_0$) и точку $(0; t_m)$, можно (5) преобразовать к виду

$$W_{\text{п.з.}} \approx \frac{u_m^2 \cdot \alpha}{R_{\text{орг}}^2 (t_m - t_0)^2} \int_{\tau_\Phi}^{t_m - t_{\text{пр}} + \tau_\Phi} \frac{t^2 (t_m - t)^2}{\left(t^2 + \frac{\alpha}{R_{\text{орг}}}\right)^2} dt. \quad (6)$$

С учетом того что в наших условиях выполняются соотношения:

$$t_m; t_{\text{пр}} \gg \frac{\alpha}{R_{\text{орг}}}, \quad (7)$$

результат интегрирования (6) можно представить в приближенном виде:

$$W_{\text{п.з.}} \approx \frac{u_m^2 \cdot \alpha \cdot t_m}{R_{\text{орг}}^2 (t_m - t_0)^2} \left\{ \frac{t_m \cdot \tau_\Phi}{2 \left(\tau_\Phi^2 + \frac{\alpha}{R_{\text{орг}}} \right)} + \right. \\ \left. + 2t_m \sqrt{\frac{R_{\text{орг}}}{\alpha}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\tau_\Phi} \sqrt{\frac{\alpha}{R_{\text{орг}}}} - \ln \frac{(t_m - t_{\text{пр}} + \tau_\Phi)^2}{\tau_\Phi^2 + \frac{\alpha}{R_{\text{орг}}}} \right\}. \quad (8)$$

С учетом приведенных числовых значений величин, входящих в (8), величина энергии $W_{\text{п.з.}}$ составляет $2,21 \cdot 10^{-2}$ Дж.

Примерное совпадение величин рассеянной энергии, исходя из энергетического анализа массы полимера, унесенного из канала при его расширении, и части энергии импульса, рассеянной на сопротивлении канала разряда, позволяет утверждать, что модельные представления, принятые при расчете, в достаточной мере обоснованы. Таким образом, наличие электроотрицательного компонента в атмосфере электрического разряда, контактирующего с полимерным материалом, приводит к быстрому изменению такого важного электрофизического свойства диэлектрика, как импульсная электрическая прочность. Это свидетельствует о наличии начальной фазы процесса старения полимерного материала вследствие образования в его приповерхностном слое объемного заряда.

Механизм этого процесса заключается в распаде отрицательного иона на поверхности диэлектрика с передачей высвобождающегося электрона на ловушечное состояние в диэлектрик. Захваченные электроны оказывают свое влияние на процесс импульсного электрического пробоя вследствие увеличения вероятности его инициирования, о чем

свидетельствуют как снижение импульсной электрической прочности при обработке полимерных пленок диффузным потоком отрицательных ионов, так и наблюдаемый эффект полярности. Такой процесс имеет место и при частичных разрядах в воздухе вследствие наличия в нем отрицательного компонента — кислорода, образующего отрицательные молекулярные ионы.

Процесс пробоя полимерных пленок в исследуемых условиях, когда ток через канал ограничен последовательным резистором, сопротивление которого оказывает слабое влияние на стадию формирования канала, но сильно влияет на процесс его расширения, можно описать следующим образом. В стадии формирования за время порядка 10^{-6} с образуется инициированный электронными лавинами проводящий канал с достаточно высоким и постоянным градиентом напряжения по длине. Вследствие протекания тока канал расширяется с повышением температуры до температуры испарения диэлектрика. В стадии расширения канала, для чего десятки мкс, происходит падение его сопротивления с приблизительным сохранением его удельной проводимости, что, вероятно, обусловлено характером тормозящего влияния токоограничивающего резистора. Расчет энергии каналаобразования с помощью энергетического анализа и хорошее согласие этой величины с вычисленной независимо исходя из электрических параметров позволяют заключить, что энергетический анализ может быть применен не только к оценке электрической прочности диэлектриков, но и к процессу расширения канала разряда.

Литература

1. Вершинин Ю. Н. Электрический пробой твердых диэлектриков. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1968.
2. Зиновьев Н. Т., Киселев Г. А. О сопротивлении искрового канала разряда в твердых диэлектриках/ Тез. докл. Всесоюзн. науч. конф. «Физика диэлектриков и новые области их применения» 8—10 июля 1978 г. Секция «Пробой и разрушение твердых диэлектриков». — Караганда, 1978.

ИФАН АзССР

Поступило 24.III 1987

Ч. М. Чуварлы, П. В. Леонов, И. З. Элиев

**SF₆ ГАЗЫНДА ЖАРАНАН ЕЛЕКТРИК БОШАЛМАСЫ
ТЭ'СИРИНЭ МЭ'РУЗ ГАЛАН ПОЛИМЕР ӨРҮҮКЛӨРИН
ИМПУЛС ЕЛЕКТРИК МӨҮКӨМЛИЙИ ВӘ БОШАЛМА КАНАЛЫНЫН
КЕНИШЛӘНМӘСИННИН ЕНЕРЖИ АНАЛИЗИ**

Мәгәләдә гүввәтли електрик саһасында алынан көзәрәп газ бошалмасында катод жаһынында ярләшdirилмиш полимер диэлектрикләрдә сәттә гонумуши ионларын парчаламасы иттичәснәдә айрылан електронларын гадаган олунымуш зонадакы локал енержи сәвијјәләринә верилмәсі иттичәснәдә жаранан һәчми јүклөрин ионларын импульс електрик мөһәмлийине, экс полјар эффекте та'сири вә һәмчинин електрик дешимләсүндә жаранан бошалма каналынын кенишләнмәсиппин енержи анализи верилшидир.

Ch. M. Dzavarly, P. V. Leonov, A. Z. Aliev

**POLYMER FILMS PULSE ELECTRIC STRENGTH AND ENERGY
DIELECTRONICS OF BREAKDOWN CHANNEL EXPANSION BY THEIR
TREATING IN SF₆ GAS DISCHARGE**

The article concerns the intrinsic breakdown of polymer films with bulk charge. The plot of electric strength as a function of treating time is investigated. Two sorts of energy losses calculation are carried out, one of them by energy dielectronics approach, other — by electrical data. The correspondence between two of them is established. Formation of bulk charge in polymers is connected with the electronegative ions detachment on polymer surface.

Б. А. РАДЖАБОВ

СФЕРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ НА ГРУППАХ $SO(p, q)$

I. ЗОНАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Н. А. Гулиевым)

В последнее время группы псевдоортогональных матриц $SO(p, q)$ и их представления нашли широкое применение в различных областях физики, прежде всего в квантовой теории поля, физике высоких энергий, космологии, а также в физике твердого тела [1].

В математическом аппарате теории представлений групп $SO(p, q)$ основную роль играют матричные элементы неприводимых унитарных представлений (НУП) этих групп, в частности, сферические функции. Эти функции в случае групп $O(p, 1)$ детально изучены [2=3]. В отличие от них построение сферических функций групп $SO(p, q)$, $p \geq q \geq 2$ до сих пор не закончено. Особого внимания заслуживают работы Н. Я. Винленкина и А. П. Павлюка, устанавливающие связь между сферическими функциями матричных групп и функциями Герца от матричного аргумента [1].

Цель настоящей статьи — найти зональные сферические функции групп $SO(p, q)$, $p \geq q \geq 2$. Основной результат заключается в том, что зональные сферические функции групп $SO(p, q)$, $p \geq 2$ выражаются через обобщенные гипергеометрические функции Горна от 2 переменных по единой формуле, несмотря на то, что интегральные представления для сферических функций в случаях $p \geq q \geq 3$ и $p \geq 2, q = 2$ имеют существенно разный вид. Более того, доказывается, что полученная формула сохраняет силу и при $q = 1$, т. е. для групп $SO(p, 1)$, $p \geq 2$.

Изучению присоединенных сферических функций групп $SO(p, q)$ посвящена вторая часть данной статьи.

§ 1. Максимально вырожденные НУП групп $SO(p, q)$

Максимально вырожденные представления группы $SO(p, q)$, т. е. связной компоненты единицы группы движений $(p+q)$ -мерного векторного пространства, оставляющей инвариантной квадратичную форму

$$[\kappa, \kappa] = \kappa_1^2 + \dots + \kappa_q^2 - \kappa_{q+1}^2 - \dots - \kappa_p^2,$$

адаються комплексным числом σ и числом ϵ , принимающим значения 0 и 1, строятся в пространствах однородных функций $F(\cdot)$ заданной четности и определенных на конусе $[\kappa, \kappa] = 1$ —4].

Обозначим через $D^{(\sigma, \epsilon)}$ пространство бесконечно дифференцируемых функций $F(\cdot)$, определенных на конусе $[\kappa, \kappa] = 0$ с выколотой точкой $\kappa = 0$ и удовлетворяющих следующему условию:

$$F(a\kappa) = |a|^\sigma F(\kappa) \operatorname{sign}^\epsilon a, \quad a \neq 0, \quad \epsilon = 0, 1.$$

Действие оператора $T^{(\sigma, \epsilon)}(g)$ представления группы $SO(p, q)$ в пространстве $D^{(\sigma, \epsilon)}$ определяется следующим образом:

$$T^{(\sigma, \epsilon)}(g) F(\kappa) = F(g^{-1}\kappa), \quad g \in SO(p, q). \quad (1)$$

Пространство представления и само представление допускают разные реализации. Рассмотрим одну из них.

Введем сферическую систему координат на конусе $[\kappa, \kappa] = 0$:

$$\kappa = (\cos \psi, \eta \sin \psi, \cos \chi, \xi \sin \chi), \quad (2)$$

где $0 < \omega < \pi$, η и ξ — $(q-1)$ -мерные и $(p-1)$ -мерные единичные векторы, соответственно. Здесь сферические углы ψ, χ изменяются в следующих пределах: $0 \leq \psi \leq \pi$, $0 \leq \chi \leq \pi$, если $p \geq q \geq 3$;

$0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $0 \leq \chi \leq \pi$, если $p \geq 3$, $q = 2$ (в этом случае η вырождается до постоянного числа и мы полагаем $\eta = 1$);

$0 \leq \psi - 2\pi$, $0 \leq \chi \leq \pi$, если $p = q = 2$ (в этом случае η и ξ вырождаются до постоянного числа и мы полагаем $\xi = \eta = 1$).

Рассмотрим ограничение функций из $D^{(\sigma, \epsilon)}$ на сечение $\omega = 1$ конуса $[\kappa, \kappa] = 0$:

$$f(\psi, \eta; \chi, \xi) = F(\kappa)|_{\omega=1}. \quad (3)$$

Тогда в силу однородности $F(\kappa)$ имеем:

$$F(\kappa) = \omega^\sigma f(\psi, \eta; \chi, \xi). \quad (4)$$

Из (3)—(4) очевидно, что функции $f(\cdot)$ также имеют заданную четность σ . Отображения (3)—(4) устанавливают взаимнооднозначное соответствие между $D^{(\sigma, \epsilon)}$ и пространством бесконечно дифференцируемых функций, определенных на $S^q \otimes S^p$. Сохраняя для пространства и операторов представлений одни и те же обозначения ($D^{(\sigma, \epsilon)}$ и $T^{(\sigma, \epsilon)}$, соответственно), из (1)—(4) получаем следующее:

$$T^{(\sigma, \epsilon)}(g) f(\psi, \eta; \chi, \xi) = (\omega_g / \omega)^\sigma f(\psi_g, \eta_g; \chi_g, \xi_g), \quad (5)$$

где ω_g , ψ_g , χ_g , ξ_g , η_g находятся из соотношения: $g^{-1}\kappa = \kappa_g$. Далее, в пространстве $D^{(\sigma, \epsilon)}$ введем скалярное произведение*:

$$\langle f_1, f_2 \rangle = \int f_1(\psi, \eta; \chi, \xi) \overline{f_2(\psi, \eta; \chi, \xi)} (\sin \psi)^{q-2} d\psi (\sin \chi)^{p-2} d\chi (d\eta) (d\xi), \quad (6)$$

где $(d\eta)$ и $(d\xi)$ нормированные на единицу меры на S^{q-1} и S^{p-1} , соответственно [2].

В случае $q = 2$ или $p = q = 2$ в (6) опускаются дифференциалы $(d\eta)$ или $(d\eta)(d\xi)$, по остальным переменным проводится интегрирование по всей области их изменения.

Непосредственно из (5) — (6) следует, что скалярное произведение (6) инвариантно при $\operatorname{Re} \sigma = -\frac{p+q-2}{2}$, $\epsilon = 0, 1$. Пополняя пространство $D^{(\sigma, \epsilon)}$ по скалярному произведению (6), мы тем самым получаем гильбертово пространство $H^{(\sigma, \epsilon)}$ и максимально вырожденные НУП непрерывной основной серии групп $SO(p, q)$. Нетрудно показать, что представления (σ, ϵ) и $(2-p-q-\sigma, \epsilon)$ унитарно эквивалентны [4].

Формулы (5) — (6) позволяют написать интегральные представления для матричных элементов оператора гиперболических вращений на

* Здесь и далее черта над величиной означает комплексное сопряжение.

плоскости (κ_1, κ_{q+1}) в каноническом базисе [2]. Нас интересуют матричные элементы по инвариантному относительно подгруппы $SO(p) \otimes SO(q)$ вектору канонического базиса, которые по определению [2] являются зональными сферическими функциями группы $SO(p, q)$. Сбазняются эти функции через $Z_\sigma^{(p,q)}(\alpha)$, мы из (5)–(6) получаем следующие интегральные представления:

1) в случае $p \geq q \geq 3$:

$$Z_\sigma^{(p,q)}(\alpha) = \frac{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)\Gamma\left(\frac{q}{2}\right)}{\pi\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{q-1}{2}\right)} \times \\ \times \int_{-1}^{-1} \int_{-1}^{-1} x^{\sigma/2} (1-x^2)^{\frac{p-3}{2}} (1-y^2)^{\frac{q-3}{2}} dx dy; \quad (7)$$

2) в случае $p \geq 3, q = 2$:

$$Z_\sigma^{(p,2)}(\alpha) = \frac{\Gamma(p/2)}{\pi^{3/2}\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{-1} x^{\sigma/2} (1-x^2)^{\frac{p-3}{2}} d\psi dx; \quad (8)$$

3) в случае $p = q = 2$:

$$Z_\sigma^{(2,2)}(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} x^{\sigma/2} d\psi dx. \quad (9)$$

Здесь в (7)–(9) мы использовали следующие обозначения:

$$x = (\cos\psi \operatorname{ch}\alpha - \cos z \operatorname{sh}\alpha)^2 + \sin^2\psi = \\ = 1 + (x^2 + y^2) \operatorname{sh}^2\alpha - 2xy \operatorname{sh}\alpha \operatorname{ch}\alpha, \quad x = \cos z, \quad y = \cos\psi. \quad (10)$$

Необходимо отметить, что по определению зональные функции существуют только для четных ($\varepsilon = 0$) представлений.

§ 2. Зональные функции на группах $SO(p, q)$.

Основными формулами при вычислении зональных функций групп $SO(p, q)$ являются интегральные представления (7)–(9) и разложение Тейлора для функции $x^{\sigma/2}$, которое имеет следующий вид:

$$x^{\sigma/2} = \sum_{v=0}^1 \frac{(\sigma xy \operatorname{th}\alpha)^v}{\operatorname{ch}\alpha} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(v+1/2)_l}{l!} \operatorname{th}^{2l}\alpha F_2(v-\sigma/2, \\ -l, -l; v+1/2; x^2, y^2). \quad (11)$$

Здесь мы воспользовались обозначениями для символов Погхаммера $(a)_n$ и функций Аппеля 2-го рода [5]:

$$F_2(v-\sigma/2, -l, -l; v+1/2, v+1/2; x^2, y^2) = \\ = \sum_{m,n=0}^1 \frac{(v-\sigma/2)_{m+n}(-l)_m(-l)_n}{(v+1/2)_m(v+1/2)_n m! n!} x^{2m} y^{2n}.$$

Ряд (11) сходится равномерно и абсолютно для достаточно малых значений α , а именно при $\operatorname{ch} 2\alpha < 3$ (достаточное условие!). Подставляя разложение (11) поочередно в (7)–(9) и произведя интегрирования, для

зональных функций групп $SO(p, q)$, $p \geq q \geq 2$ получаем следующее выражение:

$$Z_\sigma^{(p,q)}(\alpha) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(1/2)_m (-\sigma/2)_m \left(1 - \frac{p+q}{2}\right)_m}{(p/2)_m (q/2)_m m! \operatorname{ch}\alpha} \times \\ \times \operatorname{th}^{2m} \alpha {}_3F_2\left(\begin{matrix} -m, 1-m - \frac{p}{2}, \frac{\sigma+q}{2}; \\ 1-m + \frac{\sigma}{2}, \frac{\sigma+q}{2} - m; \end{matrix} 1\right). \quad (12)$$

Более того, полагая в (12) $q = 1$, послев необходимых упрощений получаем формулу:

$$Z_\sigma^{(p,1)}(\alpha) = \operatorname{ch}^\sigma \alpha {}_2F_1\left(-\frac{\sigma}{2}, \frac{1-\sigma}{2}; \frac{p}{2}; \operatorname{th}^2\alpha\right),$$

в точности совпадающую с выражением для зональных функций групп $SO(p, 1)$ [2]. Таким образом, формула (2) сохраняет силу для всех групп $SO(p, q)$, $p \geq 2, q \geq 1$. Выражение (12) для зональных функций групп $SO(p, q)$ можно переписать более компактно с помощью обобщенных гипергеометрических функций от 2 переменных [6]:

$$Z_\sigma^{(p,q)}(\alpha) = \frac{1}{\operatorname{ch}\alpha} {}_4F_2\left[\begin{array}{c|c} 10 & -\frac{\sigma}{2}, 1 - \frac{\sigma+q}{2} \\ 01 & (\sigma+q)/2 \\ 11 & 1/2 \\ \hline 10 & p/2 \\ 11 & q/2 \end{array}\right] \operatorname{th}^2\alpha, \operatorname{th}^2\alpha. \quad (13)$$

Из результатов теории Горна для гипергеометрических рядов от 2 переменных следует, что ряд (13) сходится для всех конечных α .

Изложенное можно резюмировать в виде следующей теоремы.

Теорема. Зональные сферические функции для всех групп $SO(p, q)$, $p \geq 2, q \geq 1$ выражаются единым образом через обобщенные гипергеометрические функции от 2 переменных согласно формулам (12)–(13).

Для завершения доказательства теоремы достаточно заметить, что зональные функции (7)–(9) являются аналитическими функциями от α , и применить принцип монодромии.

В заключение необходимо отметить, что сферические функции групп $SO(p, q)$ нами изучены для представлений непрерывной основной серии. Изучение сферических функций для представлений дискретной и дополнительной серий будет продолжено в другой работе.

Литература

1. Теоретико-групповые методы в физике/ Тр. межд. семин. в Звенигороде. — М.: Наука, 1980, т. 1–2; 1983, т. 1–2. 2. Виленкин Н. Я. Специальные функции и теория представлений групп. — М.: Наука, 1965. 3. Климук А. У. Матричные элементы и коэффициенты Клебша-Гордона представлений групп. — Киев: Наукова думка, 1979.

4. Вердиев П. А. Препринт ИТФ 77-46. — Киев, 1977. 5. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. — М.: Наука, 1973, т. 1. 6. Лезнов А. Н., Савельев М. В. Препринт 72-3. — Серпухов, 1972.

ИПО космических исследований

Поступило 24.VI 1987

Б. Э. Рәчәбов

SO (p, q) ГРУПЛАРЫНЫН СФЕРИК ФУНКСИЈАЛАРЫ
I. ЗОНАЛ ФУНКСИЈАЛАР

Мәгәләдә SO (p, q) группаларынын зонал сферик функцијалары үчүн ики дәјишишни үмумиләшмиш һиперһәндәси сыраларын васитәси илә ашкар инфада тапталыштыр.

Б. А. Radjabov

SPHERICAL FUNCTIONS ON SO (p, q) GROUPS

1. ZONAL FUNCTIONS

Explicit expressions for zonal spherical functions of SO(p, q) pseudoorthogonal matrix group are derived using generalized hypergeometric series of two variables.

АЗӘРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРІ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XLIV ЧИЛД

№ 5

1988

УДК 535.34 + 541.128 + 549.67

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Чл.-корр. АН АзССР Х. С. МАМЕДОВ, Д. М. ГАНБАРОВ, И. Г. РАГИМОВ,
Ф. М. ИМАНОВ, Р. М. ШАМХАЛОВ

**О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ КИНЕТИКИ
КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ЦЕОЛИТОВ**

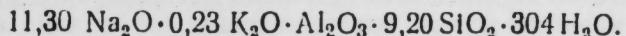
Результаты исследования [1—11] показали существенную зависимость процесса кристаллизации цеолитов от природы исходных веществ, условий их получения и старения, перемешивания реакционной массы, введения затравок, природы и концентрации катионов, температуры и т. д. Эти вопросы частично, но достаточно хорошо изучены в условиях кристаллизации цеолитов типа фожазита морденита А и «Ультрасила». Для выявления закономерности общего характера, отражающей эффекты воздействия термодинамических и структурных факторов, и для понимания механизма процесса кристаллизации цеолитов необходимо изучать разные аспекты кинетики формирования каркасов различных структурных типов.

В связи с этим настоящая статья посвящена изучению влияния дисперсности исходной твердой фазы, соотношения катионов в исходной шихте и температуры на кристаллизацию цеолитов.

В качестве исходного реагента были использованы природное стекло обсидианового состава, шихты на его основе и растворы NaOH и KOH с различными концентрациями.

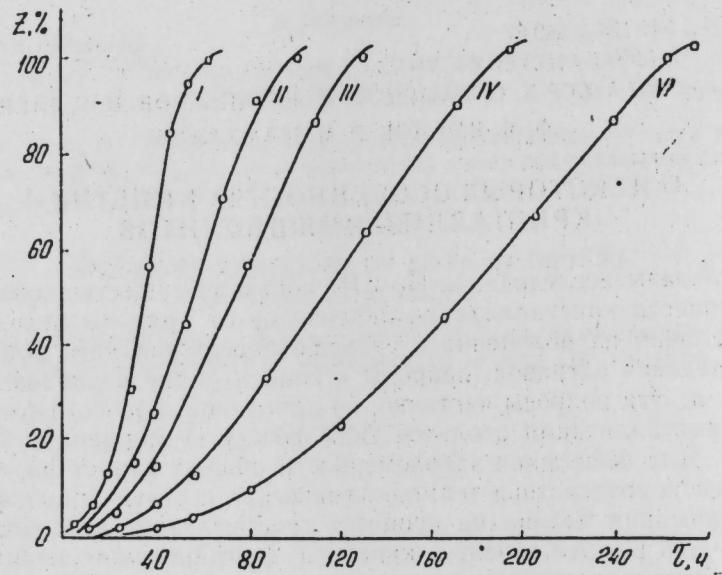
Степень превращения ($Z, \%$) аморфной исходной фазы в цеолит во времени ($\tau, ч$) контролировалась методом рентгенофазового анализа (Дроп-2,0; CuK α -излучение; Ni — фильтр) и определением влагоемкости образцов в стандартизованных условиях.

С целью изучения влияния дисперсности исходной твердой фазы на кинетику кристаллизации цеолита нами рассмотрен процесс раскристаллизации обсидиана с размерами фракций от 0,05 до 2,5 мм при температуре 100°C (рисунок). Все эти фракции имели строго идентичный состав. Состав же реакционной массы выражается следующей формулой:



При этом из всех фракций воспроизводимо кристаллизуется цеолит типа анальцима с различной скоростью. Из кинетических кривых следует, что сравнительно более крупные фракции кристаллизуются, как следовало бы ожидать, значительно медленно. При этом исходные размеры фракций сохраняются после гидротермальной реакции. Химический и фазовый анализы показывают, что продукты всех фракций характеризуются одним и тем же фазовым, но различным химическим составом. Установлено, что с увеличением размеров фракций исходных образцов и, соответственно, продуктов их превращения значительно повышается соотношение $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ от 4 до 6 в цеолитах с одной и той

же структурой, что хорошо отражается на параметрах кубической элементарной ячейки анальцима. Параметры элементарной ячейки анальцимов в зависимости от соотношения $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ колеблются в пределах 13,71–13,67 Å'. Пределы колебаний соотношения $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ в синте-



Влияние дисперсности исходной твердой фазы — обсидиана на скорость цеолита типа анальцима из реакционной массы состава 11,30 Na_2O ·0,23 K_2O · Al_2O_3 ·9,2 SiO_2 ·304 H_2O при 100 °C:
I — 0,05; II — 0,16; III — 1,0; IV — 1,6; V — 2,5 мм

тических анальцимах (3–8) в зависимости от щелочности минералообразующего раствора уточнены в [12]. Полученные нами соотношения $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ в анальцимах, кристаллизующихся в зависимости от дисперсности исходной фазы, находятся в указанном пределе.

Кристаллизация всей массы выбранных фракций с сохранением их исходных размеров позволяет полагать, что образование ядер кристаллов цеолитов и транспорт частиц происходят на границе раздела твердое тело — жидкость за счет поверхностной диффузии и вслед за ней кристаллизации путем упорядочения алюмосиликатных блоков вокруг катионов по принципу «шаблон».

Следовательно, повышение дисперсности исходной твердой фазы можно эффективно использовать не только для ускорения процесса последующей гидротермальной кристаллизации, но и для варьирования состава цеолитов с одной и той же структурой.

Известно, что процессы кристаллизации цеолитов являются весьма чувствительными к изменениям температуры [13]. С повышением температуры не только сокращается индукционный период, но и значительно весь процесс кристаллизации, а также рост кристаллов цеолитов [4, 7, 14, 15]. При этом немаловажную роль играет природа исходной шихты.

Нами получены экспериментальные данные по кристаллизации цеолитов NaY, NaA, L—D, W и ZK-19 на основе шихт, приготовленных из обсидиана (табл. 1). Как видно из таблицы, наряду с известным фактом, что повышение температуры приводит к ускорению процесса кристалли-

зации цеолитов, эффект воздействия температуры на скорость процесса выражается с различной интенсивностью в зависимости от типа структур. Анализ кинетических данных кристаллизации цеолитов различных структурных типов показывает, что чем выше симметрия кристалла цеолита, тем интенсивнее воздействует температура на формирование структуры. Изменение температуры в небольшом интервале приводит к существенному изменению скорости кристаллизации цеолита с высокой симметрией и не так существенно для цеолита с низкой симметрией (табл. 1). Этот результат может быть объяснен принципом Гольдшмидта [16], который связывает легкость кристаллизации с «простотой» об-

Таблица 1
Влияние температуры на кинетику кристаллизации цеолитов различных структурных типов

Состав исходной шихты	$T_{\text{обр}}$, °C	Продолжительность кристаллизации, ч	Фазовый состав	Симметрия
3,45 $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2,1 \text{ SiO}_2 \cdot 1520 \text{ H}_2\text{O}$	80	12	NaA	Кубическая
	90	7		
3,22 $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6,5 \text{ SiO}_2 \cdot 650 \text{ H}_2\text{O}$	90	8	Na Y	Кубическая
	95	5		
6,60 $\text{K}_2\text{O} \cdot 0,67 \text{ Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6,0 \text{ SiO}_2 \cdot 260 \text{ H}_2\text{O}$	100	140	W	Кубическая
	125	80		
3,35 $\text{Na}_2\text{O} \cdot 0,30 \text{ K}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6,0 \text{ SiO}_2 \cdot 250 \text{ H}_2\text{O}$	100	185	ZK-19	Кубическая
	125	160		
9,8 $\text{K}_2\text{O} \cdot 0,69 \text{ Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 7,5 \text{ SiO}_2 \cdot 300 \text{ H}_2\text{O}$	110	170	L—D	Тетрагональная
	135	140		
4,50 $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6,0 \text{ SiO}_2 \cdot 400 \text{ H}_2\text{O}$	100	12	Анальцим	Гексагональная
	130	7		

разующихся структур. Согласно этому принципу в системах с большей энтропией образуются ядра наиболее простой формы, которые могут быть ядрами метастабильной фазы.

Влияние соотношений $\text{Na}_2\text{O}/(\text{K}_2\text{O})$ /($\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$) в реакционных массах на кинетику кристаллизации цеолитов нами рассматривалось на примерах кристаллизации цеолитов ZK=19 и W.

Кинетическая зависимость изучена при трех разных соотношениях катионов натрия и калия и при постоянстве всех остальных параметров. Результаты этих экспериментов представлены в табл. 2. Как следует из

Таблица 2
Влияние соотношения катионов (Na^+/K^+) на скорость кристаллизации и состав цеолитов ZK-19 и W

$\text{Na}_2\text{O}/\Sigma \text{R}_2\text{O}$ в исходной мас.е	$\text{Na}_2\text{O}/\Sigma \text{R}_2\text{O}$ в цеолите	$\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ в цеолите	Фазовый состав	Продолжительность кристаллизации, ч
0,91	0,90	4,89	ZK-19	100
0,75	0,73	4,65	ZK-19	120
0,54	0,58	4,28	ZK-19	180
0,28	0,26	4,65	W	80
0,22	0,21	4,40	W	110
0,16	0,12	4,26	W	140

данных таблицы, при кристаллизации цеолитов ZK=19 и W наблюдается четкая зависимость между соотношениями $\text{Na}_2\text{O}(\text{K}_2\text{O})/\Sigma\text{R}_2\text{O}$ в исходной шихте и скоростями кристаллизации и составами цеолитов с одной и той же структурой. При кристаллизации цеолитов как ZK-19, так и W увеличение относительного содержания катионов кальция в реакционной массе ингибирует процесс кристаллизации и приводит к уменьшению соотношения $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ в каркасе цеолита.

Ингибирующий эффект катиона кальция, по-видимому, связан с его размером. Из-за сравнительно крупных размеров катионы кальция обладают слабой подвижностью, и как следствие их диффузия происходит медленнее, чем диффузия катионов натрия.

Кроме того, размеры ионов кальция очень близки к размерам ионов кислорода (K^+ —1,33; O^{2-} —1,36 Å), вследствие чего диффузия ионов K^+ оказывается самодиффузией. Последняя обычно идет медленнее, чем диффузия других, отличающихся по размерам ионов, таких, как ионы натрия среди ионов кислорода в процессах.

Известно, что активность SiO_2 в смеси зависит от концентрации ионов OH^- (13). Как следует из данных табл. 2 на активность кремнезема влияет не только концентрация гидроксильных групп, но и соотношение участвующих в системе катионов с одинаковыми зарядами. По-видимому, повышение относительного содержания более крупных по сравнению с катионами натрия катионов кальция требует повышения расстояний между кислородными атомами, что и обусловливает замену тетраэдров кремния тетраэдрами алюминия.

Таким образом, результаты экспериментов по изучению влияния дисперсности исходной твердой фазы и соотношения катионов в бикационных системах, позволяют регулировать скорость процесса кристаллизации цеолитов и соотношение $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ в цеолитах с одной и той же структурой. Замедление процессов кристаллизации цеолитов с участием катионов кальция, по-видимому, связано с их замедленной диффузией внутрь зерен стекла и распределением в объеме.

Выводы

1. Изучением кинетики процессов кристаллизации цеолитов Y, A, L—D, W и ZK-19 установлено, что повышение дисперсности исходной фазы и соотношение Na^+/K^+ в реакционной массе приводят к значительному ускорению процесса и позволяет регулировать соотношение $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ в цеолитах с одной и той же структурой.

2. На основании кинетических данных процессов кристаллизации цеолитов различных структурных типов обнаружено, что чем выше симметрия кристалла цеолита, тем интенсивнее влияет температура на формирование его структуры.

3. Показано, что переход аморфной фазы в цеолит осуществляется за счет диффузии частиц и упорядочения алюмосиликатных блоков.

Литература

1. Kerr G. T.—J. Phys. Chem., 1968, v. 72, № 4, p. 1385. 2. Kerr G. T.—J. Phys. Chem., 1966, v. 70, № 4, p. 1047. 3. Жданов С. П., Хвощев С. С., Самулович Н. Н. Синтетические цеолиты. М.: Химия, 1981. 4. Breck D. W., Flanigan E. M.—In: Molecular Sieves. Soc. Chem. Ind. London, 1968, p. 47. 5. Мирский Я. В., Пирожская В. В.—В сб.: Адсорбенты, их получение, свойства и применение. Л.: Наука, 1971, с. 26. 6. Зубков А. М., Сендеров Э. Э., Липкинд Б. А.—В сб.: Адсорбенты, их получение, свойства и применение. Л.: Наука, 1978, с. 31. 7. Sand M. L., Coblenz W. S., Sand

8. Ганбаров Ю. М., Рагимов Н. Г., Мамедов Х. С.—Препринт № 1, ИФАН. Баку, 1984, с. 33.
9. Zhdanov S. P.—Proc. Third Intern. Conf. on Molecular Sieves. Leuven Univ. Press., 1973, p. 25. 10. Мегедь Н. Ф., Кубасов А. А., Лимова Т. В., Буренкова Л. Н.—Ж. физ. хим., 1985, т. 59, № 10, с. 2637. 11. Кубасов А. А., Горелик Л. Б., Мегедь Н. Ф., Мирский Я. В.—Ж. физ. хим., 1981, т. 55, № 8, с. 2071. 12. Сендеров Э. Э.—В сб.: Адсорбенты, их получение, свойства и применение. М.: Наука, 1965, с. 165. 13. Сендеров Э. Э., Хитаров Н. И. Цеолиты, их синтез и условия образования в природе.—М.: Наука, 1970, с. 283. 14. Zhdanov S. P. Molecular Sieves Zeolites, Adv. Chem. Ser., № 101. Am. Chem. Soc. Washington D. C., 1971, p. 20. 15. Жданов С. П., Самулович Н. Н.—В сб.: Адсорбенты, их получение, свойства и применение. Л.: Наука, 1978, с. 10. 16. Goldsmith J. R.—J. Geol., 1953, 61, p. 439.

ИНФХ АН АзССР

Поступило 23. VI 1987

Х. С. Маммадов, Д. М. Гянбаров, Н. Г. Раимов,
Ф. М. Иманов, Р. М. Шамхалов

СЕОЛИТЛЭРИН ҚРИСТАЛЛАШМА КИНЕТИКАСЫНЫН БӘ'ЗИ ХҮССИЙЛӘТЛӘРИ ҺАГГЫНДА

Мәгәлә илккин бәрк фазалың дисперслийинин, реакција гарышында натрум вә калиум катионларынын иисбәтийин, еләчә дә температуралың сеолитләриң кристаллашма кинетикасына, тәркиб вә гурулушуна тә'сиринин тәдгигиәнә һәср едилмишdir. Мүәյҗән едилмишdir ки, илккин бәрк фазалың дисперслийинин вә Na^+/K^+ иисбәтийин артмасы кристаллашма процессини кифајэт гәдәр сүр'әтләндирir вә сеолитин тәркибиңде $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ иисбәтийин идарә етмәjә имкан верир.

Ашкар едилмишdir ки, сеолит кристаллынын симметријасы иә гәдәр јүксәк оларса, температур гурулушу формалашмасына даңа чох интенсив тә'сир едир.

Нәтичәләр көстәрир ки, аморф фазалың сеолиттә чеврилмәси блокларын низамланмасы несабына баш верир.

Kh. S. Mamedov, D. M. Ganbarov, N. G. Rahimov, F. M. Imanov,
R. M. Shamkhalov

ON SOME PECULIARITIES OF CRYSTALLIZATION KINETICS OF ZEOLITES

The influence of dispersion of initial solid phase, the ratio of sodium and potassium cations in initial charge and temperature on the kinetics of crystallization and structure of zeolites is studied. It is stated that the increase of dispersion of initial phase and Na^+/K^+ ratio in reaction mass leads to considerable acceleration of crystallization process and allows to regulate the $\text{SiO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ ratio in zeolites with the same structure. On the basis of kinetics data of crystallization processes of zeolites of various structural types it is observed that the higher is the zeolite crystal symmetry, the more intensive would be the temperature influence on its structure formation.

И. М. ГАСАНГУЛИЕВА, Х. Т. КАХРАМАНОВА, Э. Б. ШАРИФОВА,
Ф. А. ЗЕИНАЛОВА, чл.-корр. АН АзССР З. Г. ЗУЛЬФУГАРОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ КАТАЛИТИЧЕСКИХ И КИСЛОТНЫХ СВОЙСТВ ЦЕОЛИТСОДЕРЖАЩИХ КАТАЛИЗАТОРОВ ПИРОЛИЗА УГЛЕВОДОРОДНОГО СЫРЬЯ

В настоящее время промышленность нефтехимического синтеза обеспечивается низкомолекулярными олефинами за счет процессов дегидрогенизации, крекинга и высокотемпературного пиролиза низкокачественных нефтепродуктов. В каталитических процессах нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности находят широкое применение катализаторы, содержащие цеолитный компонент.

Настоящая статья посвящается исследованию активности цирконий-силикатного ($ZrSi$) и цеолитсодержащего цирконийсиликатного катализатора в процессе пиролиза низкокачественного углеводородного сырья и их кислотных свойств.

В качестве углеводородного сырья применяли низкокачественный бензин с октановым числом 42-45 (сырье 1) и тяжелую нефтяную фракцию с $T_k = 409-638$ К (сырье 2).

$ZrSi$ -матрицу получали методом совместного осаждения из соответствующих растворов жидкого стекла и соли сернокислого циркония с соотношением $ZrO_2:SiO_2 = 25:75$.

Полученный гидрогель отмывали от отрицательных анионов. ЦСК получали механическим смешением $ZrSi$ -матрицы с катионными формами природного цеолита-морденита при соотношении 80:20 с дальнейшей сушкой и прокалкой. Катионные формы морденита получали методом ионного обмена путем трехкратной обработки его 0,1 н растворами хлористых солей соответствующих катионов (Cs и Ni) при температуре 80°C в течение 2 ч.

Активность $ZrSi$ - и ЦС $ZrSi$ -катализаторов определяли на лабораторной установке при 600, 650°C и объемной скорости 1 ч⁻¹.

Кислотные свойства поверхности цеолитсодержащих катализаторов и их образцы исследовали по ИК-спектрам адсорбированного пиридина. Образцы катализаторов прессовались в тонкие пластинки без связующего вещества толщиной 6–10 мг/см² и подвергались термовакуумной обработке при 400 °C. Тщательно обезвоженный пиридин выпускали в систему при 200 °C, и образцы катализаторов выдерживали в атмосфере пиридина в течение 1 ч. Регистрацию спектров проводили после откачки газовой фазы при 20 и 200°C на аппаратуре UR-20.

Активность катализаторов определяли по концентрации низкомолекулярных олефинов в составе газа, анализ которого проводили на хроматографе ХЛМ-8 МД. После каждого цикла работы катализаторов их подвергали регенерации кислородом воздуха.

Из таблицы видно, что цирконийсиликатная матрица характеризуется низкой активностью в разложении углеводорода, при этом выход

Катализаторы	$T, ^\circ\text{C}$	Продукты пиролиза, масс. %						ΣC_2-C_4 (олефины) на про- пущен- ное сыре)	Олефи- ны, масс. % (на про- пущен- ное сыре)	Отноше- ние олефинов к пара- финам в составе тиrogаза	
		газ	кокс	H_2	C_1H_4	C_2H_4	C_3H_6	C_4H_8	ΣC_1H_6	C_4H_6	ΣC_3H_{12}
Сырье 1											
$ZrSi$	600	50,3	5,3	1,5	17,2	7,2	20,3	8,0	21,9	1,7	11,3
	650	60,0	6,0	1,7	17,8	10,0	28,3	5,4	20,9	2,0	10,5
Сырье 2											
	600	40,3	6,2	1,8	16,9	20,7	15,8	8,8	17,3	5,6	9,4
	650	48,8	7,4	1,8	19,1	16,8	24,0	3,3	16,5	6,4	6,3
Сырье 1											
$ZrSi \frac{+}{-} CsM$	600	52,0	5,4	1,4	13,9	10,1	26,2	3,2	24,8	3,4	10,4
	650	63,7	7,7	1,5	13,3	8,7	29,8	4,4	23,9	5,4	9,0
Сырье 2											
	600	46,2	4,3	1,5	17,4	21,1	23,5	1,1	24,6	0,4	7,8
	650	52,1	6,9	1,8	17,3	19,4	28,1	0,3	23,4	0,4	6,5
Сырье 1											
$ZrSi \frac{+}{-} NiW$	600	55,3	6,0	2,0	6,9	8,2	28,8	4,2	29,2	3,4	12,4
	650	68,6	6,1	2,8	10,0	5,0	35,7	1,8	25,5	6,8	10,2
Сырье 2											
	600	51,0	6,5	1,5	11,1	12,3	25,0	3,2	23,2	7,4	11,8
	650	57,4	6,3	1,3	13,5	9,2	31,4	4,6	20,6	4,2	9,8

газа невысокий и содержание низкомолекулярных олефинов составляет 54,5 % в расчете на пропущенное сырье (27,4%). Введение катионных форм морденита в состав ZrSi-гидрогеля способствует возрастанию каталитических возможностей ЦСК, что приводит к улучшению качества газообразных продуктов переработки сырья. В присутствии ЦСК, содержащих формы морденита, газообразные продукты реакции и концентрация низкомолекулярных олефинов в их составе увеличиваются. С повышением температуры выход газообразных продуктов повышается, а сумма низкомолекулярных олефинов в их составе почти не изменяется. С утяжелением сырья активность катализаторов снижается. По активности их можно расположить в следующий ряд:



Кatalитическую активность металлосиликатов в различных реакциях (дегидрогенезации, крекинга, полимеризации, пиролиза и др.) прежде всего связывают с кислотными свойствами поверхности.

Сравнительную оценку кислотных свойств поверхности исследуемых катализаторов проводили по спектрам адсорбированного пиридинина, приведенным на рисунке.

Предварительная термообработка катализаторов перед адсорбцией пиридинина была идентична условиям предкатализической обработки (450°C, 2 ч).

В спектре цирконийсиликата после термовакуумной обработки в области валентных колебаний гидроксильных групп наблюдается широкая полоса связанных водородной связью гидроксильных групп при 3630 см⁻¹ и узкая полоса изолированных силанольных групп при 3740 см⁻¹ (рисунок A, a).

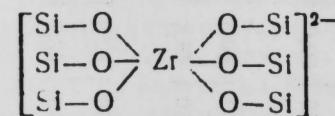
Адсорбция пиридинина сопровождается исчезновением полосы поглощения при 3740 см⁻¹ и одновременным уширением полосы поглощения гидроксильных групп в низкочастотной области (рисунок A, b).

Отсутствие полосы поглощения иона пиридиния при 1540 см⁻¹, появление широкой полосы при 3100 см⁻¹, легкость восстановления гидроксильных групп уже после откачки при 20°C обусловлены образованием только водородных связей пиридинина с гидроксильными группами.

Из полученного результата можно заключить, что цирконийсиликат не обладает сильными кислотными центрами Бренстеда, способными образовывать ион пиридиния.

После откачки при 20°C в спектре остается слабая полоса координационно связанного пиридинина при 1450 см⁻¹.

Согласно [1] в цирконийсиликате реальной можно считать структуру с шестикоординированными Zr, которая должна обладать свойствами относительно сильной кислоты Бренстеда:



Отсутствие таких центров на цирконийсиликате может быть результатом присутствия в составе силиката ионов Na⁺, отравляющими кислотные центры, что подтверждено химическим анализом.

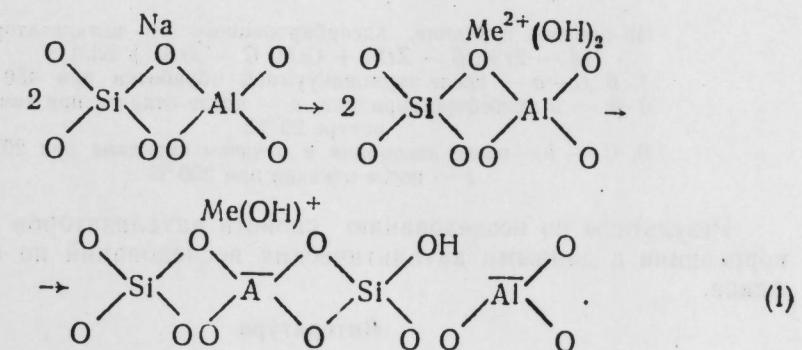
Адсорбция пиридинина на ZrSi+CsM также сопровождается уширением гидроксильных групп, смещением их в низкочастотную область и:

уменьшением интенсивности полосы поглощения 3740 см⁻¹. Но в отличие от цирконийсиликата после откачки при 20°C первоначальный контур полностью не восстанавливается, в спектре сохраняется слабое плечо при 1540 см⁻¹.

Относительная интенсивность полосы поглощения координационно связанного пиридинина при 1450 см⁻¹ при одинаковых условиях откачки (20°C, 1 ч) больше на ZrSi+CsM и сохраняется в спектре после 200°C. Плечо при 1435 см⁻¹, по-видимому, является результатом взаимодействия пиридинина с катионами Cs [2]. Относительно высокая термоустойчивость полос поглощения хемосорбированного пиридинина на этом образце (рисунок, B, c) говорит о существенном влиянии цеолитной составляющей на формирование прочных сорбционных комплексов, что не имеет места в случае цирконийсиликата.

Известно, что цеолиты со щелочными катионами не обладают кислотными центрами Бренстеда. Появление в незначительном количестве бренстедовских кислотных центров может быть вызвано условиями предварительной обработки, миграции катионов между аморфной и кристаллической фазами и присутствием различных примесей в составе морденита.

Исходя из изложенного, можно заметить, что введение в состав цирконийсиликата цеолита с 2- и 3-валентными обменными катионами должно привести к появлению бренстедовских центров, образующихся по общепринятой схеме:



Адсорбция пиридинина на ZrSi+NiM приводит к более сильному возмущению гидроксильных групп (рисунок, C, b).

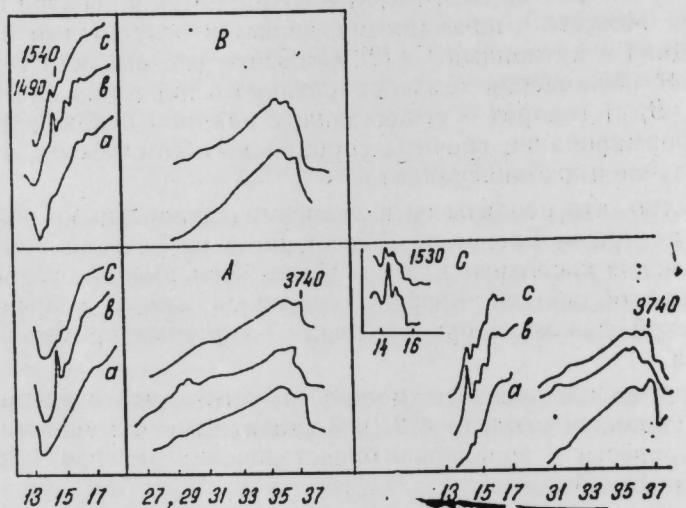
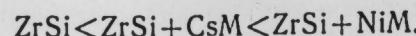
После откачки при 20 и 200°C в спектре сохраняется полоса поглощения иона пиридиния 1540 см⁻¹ в виде плеча на фоне сильного поглощения катализатора. Для компенсации этого поглощения была проведена дифференциальная запись спектра, где полоса поглощения иона пиридиния наблюдается лучше.

Более интенсивна при идентичных условиях откачки и полоса поглощения координационно связанного пиридинина, причем положение полосы поглощения 1445 см⁻¹ смещается после откачки при 200°C до полосы поглощения 1450 см⁻¹, которая соответствует пиридину, связанному с более сильными аprotонными центрами. Такими центрами могут быть аprotонные центры цеолитового компонента, образующиеся по схеме (I).

Таким образом, введение цеолитового компонента, изменение при-

роды катиона цеолитового компонента оказывают существенное влияние на кислотную природу поверхности.

Если судить о силе кислотных центров катализаторов по прочности адсорбированного пиридина, то их можно расположить в ряд:



ИК-спектры пиридина, адсорбированного на катализаторах
(A — ZrSi; B — ZrSi + CsM; C — ZrSi + NiM):
A, B, C — a — после термовакуумной обработки при 450 °C;
A — b — в атмосфере пиридина; c — после откачки при температуре 20 °C;
B, C — b — после адсорбции и откачки пиридина при 20 °C;
c — после откачки при 200 °C

Результаты по исследованию свойств катализаторов находятся в корреляции с данными катализитических исследований по выходу олефинов.

Литература

1. Hansford R. S.—Advances in Catalysis, 1952, vol. 4, p. 17. 2. Рабо Дж. Химия цеолитов и катализ на цеолитах.—М.: Мир, 1980.

ИНФХ АН АзССР

Поступило 26. V 1987

Н. М. Гасангулиева, Х. Т. Гәһрәманова, Е. Б. Шәрифова,
Ф. А. Зейналова, З. Г. Зүлфүгаров

КАРБОНИДРОКЕН ТӘРКИБЛИ ХАММАЛЫН ПИРОЛИЗИ ПРОСЕССИНДЕ СЕОЛИТ ТӘРКИБЛИ КАТАЛИЗАТОРЛАРЫН КАТАЛИТИК ВӘ ТУРШ ХАССӘЛӘРИНИН ТӘДГИГИ

Ашагымолекуллу дојмамыш карбонидрокенләр алмаг мәгсәдилә ашагыкејфијјәтли нефт мәңсулларынын пиrolизи процессинде сиркониумсиликат дашијычысы әсасында синтез едилмиш сеолит тәркибли катализаторларын (СТК) катализитик активлиги өјрәнилмиш, активлик ила катализаторларын турш хассәси арасында асылылығын ганунауғунулуғу тәдгиг едилмишdir. Мұжән едилмишdir ки, тәдгиг олунаң катализаторлардан, тәркибинде NiM олар СТК инсбәтән даға јүксәк турш хассәjә малик олдуғу учун пиrolиз процессинде даға јүксәк активлик көстәрир.

N. M. Gasanguliyeva, Kh. T. Kakhramanova, E. B. Sharifova,
F. A. Zeynalova, Z. G. Zulfugarov

INVESTIGATION OF CATALYTIC AND ACIDIC PROPERTIES OF ZEOLITE-CONTAINING CATALYSIS IN PYROLYSIS PROCESS OF HYDROCARBON RAW MATERIALS

The authors study the catalytic activity of zeolite-containing catalysis (ZCC) synthesized on the basis of zirconium silica carrier in the pyrolysis process of low-grade petroleum products in order to obtain the low-molecular nonsaturated hydrocarbons, the bond between the activity and acidic property of catalysis is investigated. It is determined that among the investigated catalysis the NiM containing ZCC shows higher activity in the pyrolysis process because of the higher acidity.

О. А. АЛИЕВ, чл.-корр. АН АзССР П. Г. РУСТАМОВ, Х. М. АЛЛАХВЕРДИЕВ

СИСТЕМА $\text{Ho}_2\text{GeO}_5-\text{B}_2\text{O}_3$

В продолжение наших систематических исследований свойств р.з.э. в трехкомпонентных оксидных системах в настоящей статье изложены результаты изучения процесса образования, состава и свойств обратных и германатных соединений гольмия, которые могут представлять значительный практический интерес.

Методом отжига и закалки нами исследована система $\text{Ho}_2\text{GeO}_5-\text{B}_2\text{O}_3$, которая характеризуется как простая эвтектическая система. Эвтектическая точка содержит 62% B_2O_3 и плавится при 230°C.

В [1] показано, что твердофазным спеканием оксидов и обжигом соосажденных гидроксидов р. з. э. и германия получены соединения состава Ln_2GeO_5 , где $\text{Ln} = \text{La}-\text{Lu}$.

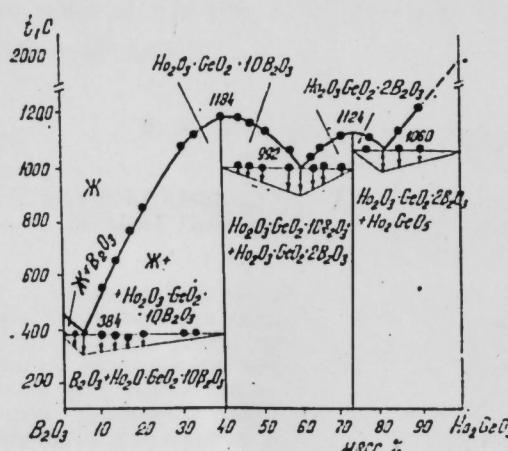
В литературе отсутствуют данные о получении германоборатов или борогерманатов р.з.э.

Система $\text{Ho}_2\text{GeO}_5-\text{B}_2\text{O}_3$ впервые была изучена нами методом отжига и закалки на образцах, полученных твердофазным синтезом из оксидов и H_3BO_3 при 800—1000°C. Использовали Ho_2O_5 (99,9%), GeO_2 (99,9%) и H_3BO_3 квалификации ч.д.а. Твердофазное спекание исходных компонентов проводили в платиновом тигле с повторным перемешиванием до достижения равновесия (50—60 ч). Степень достижения равновесия контролировалась рентгенографически. Температуру в печи поддерживали с помощью потенциометра ЭПВ-2-07 и контролировали $\text{Pt}-\text{Pt/Rh}$ -термопарой, помещенной в реакционный тигель.

ДТА проводили на ФРУ-64. Охлаждение проводилось при включенной печи. Эталоном служила прокаленная Al_2O_3 .

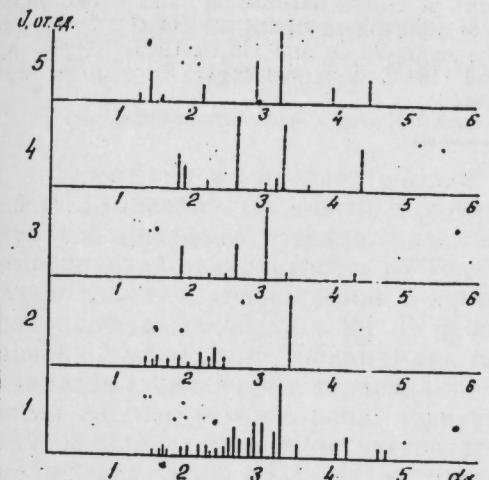
Для выполнения РФА дифрактограммы снимались на приборе ДРОН-2 (FeK_α-излучение).

На основе данных, полученных изложенными методами, построена диаграмма состояния системы $\text{Ho}_2\text{GeO}_5-\text{B}_2\text{O}_3$ (рис. 1).

Рис. 1. Диаграмма состояния системы $\text{Ho}_2\text{GeO}_5-\text{B}_2\text{O}_3$

Система имеет три эвтектические точки с температурами плавления 384, 992, 1960°C. В системе образуются два соединения составов $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 2\text{B}_2\text{O}_3$ и $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 10\text{B}_2\text{O}_3$ с температурами плавления 1124 и 1184°C, соответственно.

РФА порошков подтверждает данные ДТА. Штрихдиаграммы порошков приведены на рис. 2.

Рис. 2. Штрихдиаграммы:
1 — H_3BO_3 ; 2 — GeO_2 ; 3 — Ho_2O_3 ; 4 — $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 2\text{B}_2\text{O}_3$; 5 — $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 10\text{B}_2\text{O}_3$

На рентгенограммах 4, 5 обнаружены новые линии, которые можно отнести к соединениям $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 2\text{B}_2\text{O}_3$ и $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 10\text{B}_2\text{O}_3$.

В системе не обнаружена область расслаивания. В настоящее время изучаются другие физико-химические свойства полученных соединений и другие разрезы системы указанного типа.

Выводы

Система $\text{Ho}_2\text{GeO}_5-\text{B}_2\text{O}_3$ исследована на воздухе методами дифференциального-термического и рентгенофазового анализов. Образцы получены твердофазным спеканием смеси Ho_2O_5 , GeO_2 и H_3BO_3 . В системе обнаружены два соединения ($\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 2\text{B}_2\text{O}_3$ и $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 10\text{B}_2\text{O}_3$) с температурами плавления 1124 и 1184°C, соответственно.

В данном разрезе не обнаружены области несмешиваемости.

Литература

1. Болдарь И. А. Неорганические материалы, 1979, т. 15, 1008.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 19.VI 1987

О. А. Алиев, П. Г. Рустамов, Х. М. Аллахвердиев

 $\text{Ho}_2\text{GeO}_5-\text{B}_2\text{O}_3$ СИСТЕМИ

$\text{Ho}_2\text{GeO}_5-\text{B}_2\text{O}_3$ системи навада дифференциал-термики вә рентген фаза анализы үсүллери илә тәдгиг олунмушдур. Нүмүнәләр Ho_2O_5 , GeO_2 вә H_3BO_3 гарышыларының берк фаза реаксијалары иетишсендә алымышдыр.

Ч. М. КАШКАЙ, Э. М. МУТАЛИБОВ

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ГЕЛИОТРОПА И МИРИКИТА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ш. Ф. Мехтиевым)

Системдә икى бирләшмә $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 2\text{B}_2\text{O}_3$ һәм $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 10\text{B}_2\text{O}_3$ әмәлә кәлир ки, онлар да уйгуы олараг 1124° һәм 1184° С-дә эрийірләр.

Тәдгиг едилән кәсикдә тәбәгәләшмә областы ашкар олунмамышдыр.

О. А. Aliyev, Р. Г. Rustamov, X. M. Allahverdiev

 $\text{Ho}_2\text{GeO}_5 - \text{B}_2\text{O}_3$ SYSTEM

Ho_2GeO_5 is examined in the air by means of differential-thermal and X-ray phase analyses. The species are received by means of solid phase mixing of Ho_2O_3 , GeO_2 and H_3BO_3 . In the system two compounds $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 2\text{B}_2\text{O}_3$ and $\text{Ho}_2\text{O}_3 \cdot \text{GeO}_2 \cdot 10\text{B}_2\text{O}_3$ are discovered with melting temperatures 1124 and 1184°C correspondingly. In a given cutting the areas of non-mixing are not discovered.

Гелиотроп в минералогической литературе известен как разновидность халцедона, обладающая сочным зеленым цветом и украшенная кровяно-красными точками, пятнышками и тонкими прожилками. Эта минеральная разновидность из Тоданского месторождения гелиотропа в Азербайджане, используемая в качестве полудрагоценного камня, была подробно исследована в [3]. В процессе детальной разведки авторами данной статьи была обнаружена еще одна разновидность пятнистого халцедона, имеющая в полированном образце бархатно-серый цвет с такими же, как у гелиотропа, пурпурно-красными включениями. В справочной минералогической литературе такая разновидность практически не описана, лишь в [1] и [4] халцедон с таким внешним видом упоминается как мирикит. Отсутствие информации о мириките, не уступающем гелиотропу по своей красоте и декоративно-художественным качествам, натолкнуло авторов на его исследование.

Тоданское месторождение гелиотропа с проявлениями мирикита расположено в 300 м от одноименного селения (42 км к юго-западу от г. Кировабада). Скопления гелиотропа обнаруживаются участками в виде гнезд и линз вдоль разломов среди вулканогенных обломочных пород верхнего мела. В ассоциации с гелиотропом и мирикитом встречаются и другие разновидности халцедона — яшма, агат и др.

С целью выявления различий в характеристике гелиотропа и мирикита исследования этих минералов проводились параллельно. Были выполнены термические, ИК-спектрометрические, химические, спектральные и рентгенометрические анализы.

Одним из существенных отличий оказалось наличие органики в составе мирикита, чего нет (или почти нет) в гелиотропе. Органическая составляющая хорошо выражена на термограмме мирикита в виде пологого экзотермического эффекта с максимумом при 320°C. При этом весовая кривая и ДТГ одновременно показывают уменьшение веса (до 2%), что связано со сгоранием и улетучиванием органического вещества. На термограмме гелиотропа в основном проявляется небольшой эндотермический эффект при 570°C, характерный для кварца, который имеется также у мирикита.

Для того чтобы, подтвердить наличие органики в составе мирикита, были сняты ИК-спектры. Минералы запрессовывались в виде таблеток в смеси с КВч и были сняты в интервале 700—4600 cm^{-1} . Сопоставление ИК-спектров мирикита и гелиотропа показало, что основное различие проявляется для мирикита в виде интенсивных полос поглощения при 2840 и 2900 cm^{-1} , которые обычно характерны для C—H-колебаний ме-

тиловых групп. Остальные полосы поглощения характерны для халцедона [2] и имеют незначительные различия.

Химические анализы гелиотропа и мирикита

Компоненты	SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	FeO	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	H ₂ O - 110°C	П.п.п.	Σ
Гелиотроп	95,21	н/о	с/л.	1,50	1,46	н/о	сл.	0,37	0,12	0,72	0,89	100,27
Мирикит	95	н/о	0,8	1,50	н/о	н/о	0,6	0,18	0,16	—	1,88	100,12

Химические анализы гелиотропа и мирикита показывают, что содержание главных компонентов в них почти одинаково (таблица).

Заслуживающим внимание отличием химического состава является повышенное содержание летучих компонентов в мириките (1,88 против 0,89 у гелиотропа), что, видимо, связано с органикой. Другое отличие состоит в наличие закисного железа в гелиотропе в количестве 1,46% и в отсутствии его в мириките. По мнению исследователей [3] закисное железо может быть наиболее вероятной причиной зеленой пигментации основной массы гелиотропа.

Спектральные анализы вулканитов Тоданского агат-гелиотропового поля по результатам 126 образцов, выполненных в процессе разведочных работ, показывают, что ведущими элементами пород базальт-андезитовой субформации являются ванадий, медь, свинец, цинк. Кроме того, отмечается ряд примесей, присутствующих в составе вмещающих их вулканитов: марганец, магний, хром, никель, барий. Однако, в анализированных образцах не содержатся химические элементы, имеющие аномальное значение.

Твердость мирикита такая же, как у гелиотропа, и соответствует приблизительно 7 по шкале Мооса.

Дифрактограммы гелиотропа и мирикита практически не различимы, характерными линиями для обеих являются 4,25 (4); 3,35(10); 2,455(1); 2,276(3); 2,122(1); 1,817(4); 1,542(2), что не подтверждает связи органики с кремниевой основой.

Таким образом, минералогические, термические, химические и другие виды анализов позволяют считать мирикит разновидностью халцедона, содержащего органические компоненты, а его своеобразие и красота дают основание рекомендовать мирикит для использования в ювелирной промышленности.

Литература

- Болдырев А. К., Черных В. В. Курс минералогии. — М.: ОНТИ, 1936, с. 280.
- Болдырев А. И. Инфракрасные спектры минералов. — М.: Недра, 1976. 3. Кашкай М. А., Муталибов Э. М. О гелиотропе в Азербайджане. — Изв. АН АзССР. Сер. географ. наук, 1970, № 2. 4. Куликов Б. Ф. Словарь камней-самоцветов. — Л.: Недра, 1982, с. 86.

Институт геологии АН АзССР

Поступило 8.IV 1987

Ч. М. Гашгај, Е. М. Мұтәллибов

НЕЛИОТРОП ВӘ МИРИКИТИН МУГАЙСЕЛІ ХАРАКТЕРИСТИКАСЫ

Мәгәләдә мүәллифләр тәрәфиндән халсадон минералының ән надир тапылан нев-ләриндән бири олар мирикит минералына һәср олумышшур. Мирикит минералы Шаум-ян раionунун Тадан көндіндә һелиотроп минералы илә бир паракениздә эмәлә қалғынша-вә орада интишар тапылышыдыр. Бу минерал һелиотроп минералынан фәргли оларға онуң бол сәттің үзәріндә ғырмызы ган рәнкіндә дәпәләрінин олмасыдыр. Дикәр тәрәф-дән апарылан тәдгигатлар иетічесіндә онда органокең галыгларын тапылмасыдыр ки, бу да онуң дәғиг жашины тә'жін етмәсінде имкан жарадыр. Бу жекән минерал таптының олумајан бәдии декаратив көзәллиji илә сәчиijәләнир. Бу қәһәт ондан зәркәрлик мә-мулаттарының назырланмасында истифадә етмәjә имкан верир.

Ch. M. Kashkai, E. M. Mutalibov

THE COMPARATIVE CHARACTERISTICS OF HELIOTROPE AND MIRIKITE

The varieties of chalcedony—heliotrope and mirikite from Todan deposit of Aze-
rbajjan are investigated. These varieties are characterized by bright red spots and differ
by the colour of background: green—heliotrope and grey—mirikite. The thermic, IR-
spectrometric and chemical analyses show the presence of organic components in mi-
rikite composition. It is suggested to utilize mirikite and heliotrope as well as semi-pre-
cious stones.

**СИНТЕЗ АСПАРАГИНОВОЙ КИСЛОТЫ В МИТОХОНДРИЯХ
ТЕМЕННОЙ И ДВИГАТЕЛЬНОЙ ОБЛАСТЕЙ КОРЫ ГОЛОВНОГО
МОЗГА И МОЗЖЕЧКЕ СОБАК В ПЕРИОД РАННЕГО
ПОСТНАТАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ**

Трансаминазная группа ферментов локализована в митохондриях и играет существенную роль в анибилических и катаболитических процессах, интегрирующих пути азотистого обмена.

А. Е. Браунштейном [1, 2] было выдвинуто положение о том, что система дикарбоновых аминокислот (глутаминовой—ГК и аспарагиновой—АсК), обладающая наибольшим числом перекрестных связей на путях азотистого обмена, является одной из центральных интегрирующих систем клеточного метаболизма. Обмен а-кетоглутарата и щавелевоуксусной кислоты (ЩУК), являющихся промежуточными продуктами лимонного цикла, тесно связан с обменом ГК и АсК. Поэтому в задачу настоящего исследования входило изучить синтез АсК в митохондриях двигательной и теменной областей коры головного мозга и мозжечке собак в период раннего постнатального развития путем прямого восстановительного аминирования ЩУК с аммонийхлоридом и переаминирования ГК с ЩУК.

Исследовали двигательную и теменную области коры головного мозга и мозжечка щенков одного пола (самцы) 1,12—16—45- и 90-дневного возраста. Изучались процессы восстановительного аминирования и переаминирования в митохондриях по методу Браунштейна [2]. Митохондрии выделяли 0,32 М сахарозой методом дифференциального центрифугирования [3]. Разделение АсК проводилось методом высоковольтного электрофореза [4]. Цифровой материал обработан статистически.

Результаты проведенных исследований (таблица) показывают, что в первый день после рождения синтез АсК путем прямого восстановительного аминирования в митохондриях теменной, двигательной областей коры головного мозга и мозжечка не различается и составляет соответственно 0,52; 0,48 и 0,43 мкмоль на массу митохондрий, выделенных из 1 г свежей ткани. Начиная с первого дня рождения до 12—16-го дня постнатального развития синтез АсК достоверно повышается в митохондриях двигательной области коры и мозжечка собак, а в теменной области коры наблюдаемые повышения незначительны.

Синтез АсК в период с 12—16-го до 45-го дня постнатального развития наиболее интенсивен в митохондриях теменной области коры, затем в двигательной области и мозжечке собак. В митохондриях теменной и двигательной областей коры и мозжечка собак он увеличивается соответственно в 1,63:1,34 и 1,34 раза и достигает своей максимальной величины.

В последующем этапе постнатального развития до трехмесячного возраста синтез АсК в митохондриях теменной и двигательной областей

коры и мозжечка собак не изменяется и остается на уровне 45-го дня развития путем восстановительного аминирования.

По-видимому, в этот период в митохондриях исследованных образований мозга АсК более интенсивно переаминируется с а-кетоглутаровой кислотой и легко превращается в ГК, о чем свидетельствует более высокий синтез ГК в этот период [5]. При этом содержание а-кетоглута-

Синтез аспарагиновой кислоты путем восстановительного аминирования и переаминирования в митохондриях разных областей коры головного мозга и мозжечка собак в период постнатального онтогенеза (мкмоль АсК на массу митохондрий, выделенных из 1 г свежей ткани за 1 час при 37°C; M ± m; n = 5)

Возраст животных (дни)	Восстановительное аминирование			Переаминирование		
	Шавелевоуксусная кислота (ЩУК)+NH ₄ Cl			Глутаминовая кислота+ЩУК		
	Теменная кора	Двигательная кора	Мозжечок	Теменная кора	Двигательная кора	Мозжечок
I-II	0,52±0,05	0,48±0,04	0,43±0,01	0,65±0,03	0,58±0,02	0,51±0,05
12—16-II	0,60±0,04 <i>p>0,5</i>	0,65±0,02 <i><0,05</i>	0,61±0,04 <i><0,02</i>	0,91±0,02 <i><0,05</i>	0,85±0,03 <i><0,05</i>	0,78±0,05 <i><0,05</i>
45-II	0,98±0,03 <i>p<0,001</i>	0,87±0,02 <i><0,001</i>	0,80±0,04 <i><0,001</i>	0,95±0,06 <i><0,05</i>	0,91±0,03 <i><0,001</i>	0,80±0,04 <i><0,001</i>
90-II	0,95±0,07 <i>p<0,01</i>	0,90±0,03 <i><0,001</i>	0,85±0,02 <i><0,001</i>	1,01±0,04 <i><0,01</i>	1,20±0,03 <i><0,001</i>	0,96±0,04 <i><0,01</i>

Примечание: *p* — достоверность различий по сравнению с данными для однодневных животных.

ровой кислоты снижается [6]. Согласно [7] добавление АсК к а-кетоглутаровой кислоте вызывает заметное снижение содержания АсК и повышение содержания ГК, что согласуется с полученными данными.

Подавляющий эффект а-кетоглутаровой кислоты и ЩУК, являющихся продуктами реакции деаминирования ГК и АсК мозговой ткани, связан с их аллостерическим действием на процессы окислительного деаминирования [7]. Итак, а-кетоглутаровая кислота приводит к увеличению содержания ГК, а вместе с ЩУК вызывает возрастание количества АсК, при этом в первом случае уменьшается количество АсК, во втором — ГК. Эти сдвиги в содержании аминокислот объясняются переаминированием добавленных кетокислот с эндогенными а-аминокислотами, в результате чего наблюдается увеличение содержания одних и уменьшение других аминокислот.

Синтез АсК путем переаминирования ГК с ЩУК в первый день после рождения в митохондриях теменной и двигательной областей коры и мозжечка собак превалирует над путем прямого восстановительного аминирования ЩУК с аммонийхлоридом. Эта закономерность сохраняется до 12—16-го дня постнатального развития.

День прозревания (12—16-й день постнатального развития) характеризуется интенсивным синтезом АсК в митохондриях теменной и двигательной областей коры головного мозга. Такая же закономерность отмечалась в митохондриях мозжечка, но в меньшей степени, чем в корковых областях коры головного мозга собак. Начиная с 12—16-го дня

до 45-го дня постнатальной жизни щенков синтез АсК практически не изменяется и остается на уровне 12—16-го дня развития в митохондриях теменной и двигательной областей коры головного мозга и мозжечка.

В отличие от синтеза путем прямого восстановительного аминирования синтез путем переаминирования АсК достоверно увеличивается в трехмесячном возрасте в митохондриях двигательной области коры головного мозга и мозжечка собак по сравнению с 45-м днем постнатальной жизни щенков, а в теменной области коры наблюдаемые сдвиги статистически недостоверны.

Полученные данные синтеза АсК путем прямого восстановительного аминирования с переаминированием в митохондриях исследованных образований мозга почти не различаются. Эта закономерность в трехмесячном возрасте сохраняется в теменной коре, а в митохондриях двигательной коры и мозжечка процессы переаминирования ЩУК превалируют над путем прямого восстановительного аминирования ЩУК с аммонийхлоридом.

Таким образом, на раннем этапе постнатального онтогенеза ГК в митохондриях исследованных образований головного мозга, в частности, в двигательной коре и мозжечке, участвует в более интенсивном образовании АсК.

Литература

1. Браунштейн А. Е. На путях к познанию реакции и ферментов переноса аминогрупп/ III биохим. съезд: Докл. на пленарном заседании (Рига, 14 окт. 1974 г.). — М., 1974.
2. Браунштейн А. Е. Биохимия аминокислотного обмена. — М., 1949.
3. De Robertis E.—Science, 1967, 156, 3777, p. 907.
4. Козлов Э. А., Алиев Т. В.—Укр. биохим. ж., 1972, т. 44, № 2, с. 263—267.
5. Т. Agaev T. M.—Symposium neuroontogeneticium quattuum.—Praga, 1985, p. 3.
6. Туршиян Г. А. Вопр. биохимии мозга, 1966, 2, с. 91—94.
7. Геворгян Ж. С., Оганесян А. С.—Биол. ж. Армении, 1969, XXII, 2, 16.

Институт физиологии АН АзССР

Поступило 26.II.1987

Т. М. Агаев, Ш. К. Тағыев.

ЕРКЭН ПОСТНАТАЛ ИНКИШАФ ДӨВРҮНДӘ ИТИН БЕИН ГАБЫҒЫНЫН ТӘПӘ ВӘ ҺӘРӘКИ НАҢЫЈӘЛӘРИНДӘ ВӘ ЕЛӘЧӘ ДӘ БЕИНЧИК МИТОХОНДРИЯСЫНДА АСПАРАКИН ТУРШУСУНУН СИНТЕЗИ

Мұәжін олунмушудур ки, бејишин бүтін тәдгіг олунан төрмәләріндә инкишафын еркән постнатал дөврүндә бәрпаедичи аминилашмә жолу илә аспаракин туршусун (АсТ) синтезің жылдырылғандағы максимал сәвијәдә күчкүләрін үч айлығында чатыр. Белә бир ганунауғынан тәкрапаминиләшмә жолу илә глутамин туршусу (ГТ) илә оксалат сиркә туршусу (ОСТ) АсТ-нүн синтезіндә дә мүшәнидә олунуулар. АсТ-нүн дағы интенсив синтези бејин габығының һәрәки, тәпә пайлары вә бејинчики митохондриясында инкишафын 12—16-чы күнүндән 45-чи күнүнә ғәдәр, ОСТ вә ГТ-дан тәкрапаминиләшмә жолу илә синтези исә догуландан сонрака инкишафын 12—16-чы күнүнә ғәдәр мүшәнидә олунуулар.

T. M. Agaev, Sh. K. Tagiev

ASPARTIC ACID SYNTHESIS IN MITOCHONDRIA OF THE PARIETAL AND MOTOR CORTEX AREAS AND CEREBELLUM DURING EARLY POSTNATAL DEVELOPMENT IN DOGS

It is established that at the early period of postnatal development in the mitochondria of all the studied brain fractions aspartic acid (AsA) synthesis by recovery amina-

tion increases and reaches its maximum value at the age of 3 months. The same regularity is observed during AsA synthesis by glutamic acid (GA) reamination with OAA.

It is revealed that AsA synthesis in the parietal and motor cortex and cerebellum mitochondria in the most intensive one from the 12—16th till 45th day of development, and by GA reamination with OAA—from the moment of birth till the 12—16th day of development.

Р. С. МЕЛИКОВ

КАСПИИ — ВОИНЫ И КОРАБЛЕСТРОИТЕЛИ

(на основе арамейских источников)

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР З. М. Буниятовым)

Каспиев, которые в древности обитали на территории Азербайджана (в низовьях р. Куры и на побережье Каспийского моря), знают как из античных, так и древневосточных источников. Наиболее раннее упоминание о них имеется в арамейских документах с острова Элефантина. Упоминание о каспиях в этих документах, относящихся к V в. до н. э., представляет большой научный интерес. Остров Элефантина, расположенный в верхнем течении Нила, на крайнем юге Египта, является пограничной заставой, форпостом египтян, а впоследствии и персов. К V в. до н. э. здесь располагалось достаточно большое поселение военных колонистов различных племен и народностей Ахеменидской державы. Документы здесь, как и на большей части державы Ахеменидов, велись на арамейском языке. Большинство из найденных документов — купчие, дарственные, брачные контракты; на некоторых папирусах сохранились целые буллы — глиняные печати.

Впервые арамейские папирусы были введены в научный оборот А. Сэйсом и А. Коули в 1906 г. [6]. Затем немецкими археологами производившими раскопки на Элефантине в 1907—1908 гг., было найдено около 100 папирусов, опубликованных Э. Захау [12, 13]. В 1915 г. некоторые из арамейских папирусов, изданных А. Сэйсом и А. Коули, а также Э. Захау, были переведены на русский язык и изданы И. М. Волковым [1].

Все арамейские папирусы, обнаруженные до 1923 г., собраны в книге А. Коули [7], там же дана подробная библиография. Часть этих текстов включена в сборник арамейских текстов персидского времени, изданный Б. Портнером [11]. 106 арамейских папирусов даны в переводе П. Грело [8], содержащем также обстоятельное исследование текстов.

В 1953 г. Э. Крэлинг издал 17 новых папирусов [10], которые происходят из той же военной колонии на Элефантине (они еще в 1893 г. были приобретены известным египтологом Вилбуром, но об этой находке никто не знал, пока в 1947 г. папирусы не поступили в Бруклинский музей). В книге Крэлинга даны тщательный перевод и подробное исследование этих папирусов. Часть текстов, изданных А. Коули и Э. Крэлингом, вошла в сборник арамейских текстов Б. Портена и Дж. Гринфилда [9], особенно ценный тем, что в нем помимо транскрипций тексты даны и собственно арамейским письмом.

В элефантинских папирусах каспии в основном фигурируют как свидетели. В конце каждого папируса, являющегося официальным документом, стоит несколько имен (вероятно, таково было юридическое предписание) свидетелей (от 2 до 8 человек). Так, в папирuse Коули 5, дати-

руемом 12 сентября 417 г. до н. э., в роли свидетелей выступают Шатибарзана, сын Атарли, и Инбулийа, сын Дарга [9, 4—5]. В папирuse же Коули 13 от 18 ноября 446 г. до н. э. свидетелями выступали другие сыновья названных лиц: Ва/.../ (к сожалению, окончание этого имени стерто), сын Атарли — «каспий», свидетель Барбари, сын Дарги — «местный каспий» [9, 14—17]. В общем, в элефантинских папирусах каспии прослеживаются с 471 по 402 г. до н. э., т. е. на протяжении 70 лет.

Большой научный интерес представляет арамейский контракт из Элефантинны о продаже дома, принадлежащего «каспию» Багазушту и его жене-«каспийке» по имени Убил (в том же документе имеются варианты этого имени: Вабил, Иабил: — Р. М.), тем более что в текстах Сэйса — Коули и Захау документов о продаже домов нет. Однако бруклинский текст Крэлинга отражает все частности заключения такой сделки [10, 154—157].

В папирuse, датированном 14 сентября 437 г. до н. э., отражена продажа Багазуштой и его женой Убил своего дома Анании, сыну Азарии, служителю бога Яхве. Дом был оценен в 1 карш 4 сикля серебра. В папирuse дается точное описание местоположения дома. Новому владельцу гарантировались владение домом и защита от будущих судебных преследований со стороны первоначального собственника и его детей, точно так же и последующему владельцу, которому новый пожелал бы продать или передать этот дом.

Багазушта и Убил упоминают бывшего владельца этого дома — Иппулина, сына Мисдан, «который в Элефантине-крепости», также, «каспия», видимо, продавшего дом и перебравшегося поближе к месту службы — в крепость. В конце документа перечислены имена 4 свидетелей, среди которых два «каспия»: свидетель Хайхе, сын Атарли, каспий, и Беф Вайавабил, каспий.

Термин «*kspi*» («каспий») А. Коурли переводит как «серебряных дел мастер». Э. Крэлинг считает, что наемники, находившиеся в пограничном месте, подобном элефантинскому форпосту, требовали лиц для контроля финансов. Но в своем переводе он употребляет выражение «серебряных дел мастер», обозначающее, как он считает, функцию контролера денег. Однако все современные исследователи, такие, как Портен [9, 14, 40 сл.], Данадамаев и Луконин [4, 195, 208, сл.], переводят термин «*kspi*» («каспий») как этническое название. Действительно, при перечислении свидетелей в конце каждого папируса указывается их этническая принадлежность, поэтому странно было бы вдруг увидеть среди них «серебряных дел мастер». Тем более что среди каспиев есть и женщины Убил — «*kspiri*» («каспийка»), о которой, как и о ее муже Багазуште, в папирuse сказано, что она «каспийка из Сиены (Ассуана. — Р. М.) из отряда Нимасу» [10, 154]. К тому же в одном из папирусов встречаются рядом «каспий» и «местный каспий». И, наконец, во всех античных источниках (у Геродота, Кtesия, Страбона и др.) термин «каспий» употребляется исключительно как этническое название.

Назовем имена каспиев, обнаруженных в элефантинских папирусах: Атарли, Багазушта, Базу, Барбари, Беф Вайавабил, Ва/.../, Дарга (Дарги), Инбулийа, Иппулина, Мисдан, Пуллиян, Убил (Вабил, Иабил), Хайхе, Шатибара, Шатибарзана*. Некоторые из перечисленных имен,

* Об этимологии этих имен см., например, [10, 2, 3].

бессирийские, иранские, остальные же исследователями определяются как вавилонские и даже египетские. Интересно, что в одной семье встречаются иранские и неиранские имена. Например, сыновья Атарли — Шатибарзана и Хайхе, сыновья Дарги — Инулийя и Барбари.

К вавилонским относятся имена Убил (Вабил, Иабил), Инулийя, Инулия; к северо-западноиранским (мидийским) — Багизушта, Базу, Миедан, Шатибара, Шатибарзана; к египетским — Хайхе. У остальных имен спорная или неясная этимология, так, Атарли относят к вавилонским именам, однако, возможно, и Атарли из др. -иран. *atar-*, *atarš* — «огонь».

Весьма интересным является имя Барбари, которое можно связать с наименованием владения Бит-Барбари из ассирийского списка, мидийских территорий 713 г. до н. э. Область Бит-Барбари известна в районах к западу от Мидии еще в надписи Шильхак — Ишшуинака XII в. до н. э. [3, 32]. Исходя из этого, можно предположить местное происхождение имени Барбари.

Интересными являются также северо-западноиранские имена Шатибара и Шатибарзана. Первая часть этих имен *sāt-* характерна для древних северо-западноиранских языков, да и носители средне- и новоперсидских средневековых имен с *sāt>sād*, как правило жители Западного Ирана. *Sāt-* зафиксировано также в именах Северного Причерноморья. Как раз оттуда происходит значительная часть имен, совпадающих с северо-западноиранскими и неизвестных в других частях иранского мира. В основном это царские имена, например Радас'ад¹ <*Fratamasat*>, *sāt-* также достоверно определяется и в ассирий. *Pīrlīsat* (820 г. до н. э., правитель к северо-западу от Мидии) *Rārlīsat* — (ср. перс. *Rīshad* и *Nāl s'adū* из Северного Причерноморья) [2, 304—305].

В 1931 г. Эме-Жирон издал 112 папирусов, которые были найдены во время раскопок в Саккаре (Мемфис) [6]. Большинство папирусов из этого собрания, по мнению издателя, являются частями «дневника» государства арсенала по сооружению и ремонту военных кораблей. В текстах часто встречаются египетские и персидские даты, но ни один царь не упомянут по имени, и поэтому точное время их написания установить трудно, но, по-видимому, они относятся к V в. до н. э. В Мемфисе находился арсенал по сооружению военных кораблей, в котором работало множество мастеров со всех концов Ахеменидской державы: вавилонянине, сидонянине, пуреи, монавитянине, персы, хорезмийцы, мидяне, и также каспии [6, 58—62]. То, что каспии находились в Мемфисе в качестве кораблестроителей, является важным для понимания того, почему море, у которого они жили, было названо именно Каспийским. Вполне вероятно, что каспии, жившие на побережье Каспийского моря и бывшие, как мы видим из мемфисских папирусов, искусными кораблестроителями, были не менее искусными и опытными мореходами.

Таким образом, мы наблюдаем каспии по арамейским документам из Египта с начала второй трети и до конца V в. до н. э. Из них мы узнаем, что каспии играли важную роль в жизни Ахеменидской державы. Ахеменидские цари использовали каспии при наборе своего войска, в качестве военных колонистов на Элефантине и кораблестроителей в Мемфисе.

Литература

1. Волкова И. М. Арамейские документы иудейской колонии на Элефантине V века до Р. Х. — М., 1915. 2. Грантовский Э. А. О распространении иранских племен на территории Ирана. — В сб.: История Иранского государства и культуры. М., 1971. 3. Грантовский Э. А. Ранняя история иранских племен Передней Азии. — М., 1970. 4. Дандашев М. А., Кукошин В. Р. Культура и экономика Древнего Ирана. — М., 1980. 5. Almid-Giron M. N. Texte araméens d'Egypte.—Le Caire, 1931. 6. Aramaic Papyri discovered at Assuan/Ed. by A. H. Sayce with collaboration of A. E. Cowley.—London, 1906. 7. Cowley A. E. Aramaic Papyri of Fifth Century B. C.—Oxford, 1923. 8. Grelot P. Documents araméens d'Egypte.—Paris, 1972. 9. Jews of Elephantine and Arameans of Syene: Aramaic texts with translation/Ed. by Bezalel Porten in collaboration with Jonas C. Greenfield.—Jerusalem, 1980. 10. Kraeling E. G. The Brooklyn Museum Aramaic Papyri. New Documents of the Fifth Century B. C. from Jewish Colony at Elephantine.—New Haven, 1953. 11. Porten B. Jews of Elephantine and Arameans of Syene: Aramaic texts with translation.—Jerusalem, 1974. 12. Sachau E. Aramäische Papyrus und Ostraka aus einer jüdischen Militärkolonie zu Elephantine.—Leipzig—1911. 13. Sachau E. Drei aramäische Papyruskunden aus Elephantine, 1907.

Институт истории АН АзССР

Поступило 13. III 1986

Р. С. Меликов

ҚАСПИЛӘР ДӘҮШҮЧҮ ВА ҚӨМИГАЙРАНЛАРДЫР

(Арамей маңбалары аспасында)

Бу мөгөлөдө мүөллиф Мисирда ашкар олуныш арамей маңбалори аспасында каспилор баттында мөлүмдөт верир. Бу маңбалордан мөлүм олур ки, годимдә Азэрбајҹан оразисинде яшамыйын каспилор Эһемениләр Эһемениләр доврундо (мәнэ в. в. V әөрдө) онларын гошунларында гуллуг етмиши, Елефантинадакы муздулуктарын да Иран донамиасынан Мемфиедөки қәмигајыранлары сырасында олмушлар.

R. S. Melikov

CASPIANS—WARRIORS AND SHIPBUILDERS (on the ground of the Aramaic texts)

In this article on the ground of the Aramaic texts from Egypt author given us fact about the Caspians. From the sources we learn that the Caspians, who in the ancient period lived on the territory of Azerbaijan, served in Achaemenians Army (exactly in the fifth century B. C.), were the mercenaries in Elephantine and were among the shipbuilders of the Persian Navy in Memphis.

МУНДАРИЧАТ

Ријазијјат

<i>Н. Э. Рустэмов.</i> Каноник системләрин адиабатик инвариантлары һагында	3
<i>М. Ч. Мәрданов.</i> Кечикен аргументли мәһдүдийјәти олан системләрдә оптимальлыг үчүн иккичи тәртиб зәрүүрү шәртләр	7
<i>Г. М. Амиралеев.</i> Күчлү диссипасия һәдди өлан квазихәтти далға тәнлини үчүн замана көрә периодик масәләнин әдди һалли	12
Техники кибернетика	
<i>М. Ч. Мәммәдов, Ф. Т. Әмәдов.</i> Елементләрин үмуми системә сәрбәст гарышылыглы тә'сир шәкелендә композициясы	16
Ријази һидродинамика	
<i>Ә. М. Мурадов, З. Э. Рәчабов.</i> Боруда реал мајеләрин гәрарлашмамыш һәрәкәттинин Лоран чөврилмәси васитәсилә несабы	20
Ярымкечиричиләр физикасы	
<i>А. Ш. Мәһдиев, Г. А. Гәләндәров, Т. Э. Мәһдиева, Р. Б. Рустэмов, А. Г. Исанов, Т. И. Элиев.</i> PbSe _{1-x} Te _x монокристалында пјезомугавимат ефекти	25
<i>М. И. Шахтахтински, Ә. И. Мәммәдов, М. Э. Гурбанов, М. Э. Рамазанов, Х. Э. Садыхов.</i> Композицијаларын пјезоелектрик хассасинә сегнетоелектрик һиссәчиләрин кечиричилүүнин тә'сирі	28
Магнит һадисәләринин физикасы	
<i>К. М. Султанов, Ш. А. Гулиев, Н. Г. Абдуллаев.</i> Асперомагнитләрдә магнитларын вә фононларын гарышылыглы тә'сиринә даныр	32
Системин магнит хассәләри	
<i>Л. М. Вәлиев, Р. З. Садыхов, Ә. Л. Намазов.</i> Zn _{1-x} Co _x Cr ₂ S ₄ системинин магнит хассәләри	37
Диелектрикләр физикасы	
<i>Ж. И. Раһимов, Ш. В. Мәммәдов, С. А. Абасов, В. А. Эләкбәров.</i> Гүввәтли электрик саңасинин тә'сирин алтында полиэтиленин дағылмасынын молекулјар механизми	40
<i>Ч. М. Чуварлы, П. В. Леонов, Ә. З. Элиев.</i> SF ₆ газында яранан өлектрик бошалмасы тә'сиринә мә'рүз галан полимер өртүкләрин импульс өлектрик мөһәмлији вә бошалма каналынын кешишләнмәснин енержи анализи	44
Теоретик физика	
<i>Б. Э. Рәчабов.</i> SO(p,a) группаларынын сферик функцијалары I. Зонал функцијалар	48
Физики кимја	
<i>Х. С. Мәммәдов, Д. М. Гәнбәров, Н. И. Раһимов, Ф. М. Иманов, Р. М. Шамхалов.</i> Сеолитләрин кристаллашма кинетикасынын ба'зи ҳүсусијәтләри һагында	53
<i>Н. М. Насангулиев, Х. Т. Гәһрәманова, Е. Б. Шәрифова, Ф. А. Зейналова, З. И. Зүлфүгаров.</i> Қарбоидрокең тәркибли хаммалын пиролизи просесинде сеолит тәркибли катализаторларын каталитик вә түрш хассәләринин тәдгиги	58
Гејри-үзви кимја	
<i>О. Э. Элиев, П. И. Рустэмов, Х. М. Аллаһвердиев.</i> Ho ₂ CeO ₅ —B ₂ O ₃ системи	64

Минералокија

Ч. М. Гашај, Е. М. Мұтәллибов. Һелиотроп вә мирикитин мүгајисәлі характеристикасы

67

Биокимја

Т. М. Ағаев. Еркән постнатал инишишаф дөврүндә итин бејин габығынын тәпә вә һәрәки иницијеләриндә вә еләчә дә бејинчик митохондријасында аспаракин түрушүпүн синтези

70.

Гәдим тарих

Р. С. Мәликов. Қаспиләр дејүшчү вә кәмігајыранлардыр

74

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

<i>Н. А. Рустамов.</i> Об адиабатических инвариантах канонических систем	3
<i>М. Дж. Марданов.</i> Необходимые условия оптимальности второго порядка в системах с запаздываниями при наличии ограничений	7
<i>Г. М. Амиралеев.</i> Численное решение периодической по времени задачи квазилинейного волнового уравнения с сильной диссипацией	12

Техническая кибернетика

<i>М. Д. Мамедов, Ф. Т. Ахмедов.</i> Композиция элементов в общую систему при произвольном виде взаимовлияния	16
---	----

Математическая гидродинамика

<i>А. М. Мурадов, З. А. Раджабов.</i> Расчет неуставновившегося движения реальной жидкости в трубах с использованием преобразования Лорана	20
--	----

Физика полупроводников

<i>А. Ш. Мехтиев, Г. А. Галандаров, Т. Э. Мехтиев, Р. Б. Рустамов, А. Г. Гасанов, Т. И. Алиев.</i> Эффект пьезосопротивления монокристаллов	25
<i>М. Г. Шахтахтинский, А. И. Мамедов, М. А. Курбанов, М. А. Рамазанов, Х. А. Садыгов.</i> Влияние электропроводности сегнетоэлектрических частиц на пьезоэлектрические свойства композитов	28

Физика магнитных явлений

<i>К. М. Султанов, Ш. А. Кулиев, Н. Г. Абдуллаев.</i> О взаимодействии магнонов и фанонов в асперомагнетиках	32
<i>Л. М. Велиев, Р. З. Садыхов, А. Д. Намазов.</i> Магнитные свойства системы Zn _{1-x} Co _x Gr ₂ S ₄	37

Физика диэлектриков

<i>Я. Г. Рагимов, Ш. В. Мамедов, С. А. Абасов, В. А. Алекперов.</i> Молекулярный механизм разрушения полистирина под действием сильного электрического поля	40
<i>Ч. М. Джүварлы, П. В. Леонов, А. З. Алиева.</i> Импульсная электрическая прочность и энергетический анализ расширения канала пробоя полимерных плёнок при обработке их разрядом в SF ₆ (II)	44

Теоретическая физика

<i>Б. А. Раджабов.</i> Сферические функции на группах SO (p, q). I. Зональные функции	48
---	----

Физическая химия

Х. С. Мамедов, Д. М. Ганбаров, Н. Г. Рагимов, Ф. М. Иманов, Р. М. Шамалов. О некоторых особенностях кинетики кристаллизации цеолитов 53

Физическая химия

Н. М. Гасангулиева, Х. Т. Каҳраманова, Э. Б. Шарифова, Ф. А. Зейналова, З. Г. Зульфугаров. Исследование каталитических и кислотных свойств цеолитсодержащих катализаторов пиролиза углеводородного сырья 58

Неорганическая химия

О. А. Алиев, П. Г. Рустамов, Х. М. Аллахвердиев. Система $H_2GeO_5-B_2O_3$ 64

Минералогия

Ч. М. Кашикай, Э. М. Муталибов. Сравнительная характеристика гелиотропа и мирикита 67

Биохимия

Т. М. Агаев, Ш. К. Тагиев. Синтез аспарагиновой кислоты в митохондриях теменной и двигательной областей коры головного мозга и мозжечка собак в период раннего постнатального развития 70

Древняя история

Р. С. Меликов. Каспий—воины и кораблестроители 74

9. Текст статьи печатается на белой бумаге через два интервала на одной стороне листа стандартного размера, с полями с левой стороны (не более 28 строк на одной странице по 58—60 знаков в строке). В тексте нельзя делать рукописные вставки и вклейки.

Статьи, напечатанные на портативной машинке, не принимаются.

10. Текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан авторами в печать. В математических статьях желательно избегать доказательств теорем, лемм и т. п. При использовании в тексте сокращенных названий (кроме общепринятых) необходимо давать их расшифровку.

11. Математические и химические формулы и символы в тексте должны быть вписаны четко. Следует избегать громоздких обозначений, применяя, например, дробные показатели степени вместо радикалов, а также \exp . Занумерованные формулы обязательно включаются в красную строку, номер формулы ставится у правого края страницы. Желательно нумеровать лишь те формулы, на которые имеются ссылки. Подстрочные и надстрочные индексы и степени следует отмечать карандашом, дугами сверху и снизу:

$$R^n r_n$$

Греческие буквы нужно обводить (в кружок) красным карандашом. Буквы готического шрифта и рукописные в рукописях не использовать, векторные величины — подчеркивать черным, буквы латинского рукописного шрифта следует отметить на полях (например, \mathcal{H} рукоп.).

Во избежание ошибок следует четко обозначать прописные (заглавные) и строчные буквы латинского алфавита, имеющие сходное начертание (Ca ; Kk ; Pp ; Oo ; Ss ; Uu ; Vv ; и т. д.), буквы $I(i)$ и $J(j)$ букву I и римскую единицу I , а также арабскую цифру I и римскую I' , (вертикальная черта), I и штрих в индексах, I (латинское эль) и e . Прописные буквы подчеркивают карандашом двумя черточками снизу (C), а строчные — сверху (с.).

Следует избегать знаков типа \sim (волна), $\odot \oplus, \otimes; \square, \exists, \diamond \vee \wedge$

(крышки) над и под буквами, а также знаков:

$$\mathfrak{h} \times \mathfrak{E} \mathfrak{f} \mathfrak{f}, \mathfrak{f}, \mathfrak{D}$$

Латинские наименования вписываются на машинке.

Слова «теорема», «лемма», «следствие», «определение», «замечание» и т. п. следует подчеркивать штриховой чертой, а текст утверждений типа теорем—волнистой чертой (исключая математические символы).

При выборе единиц измерения рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

12. При описании методики исследования следует ограничиваться оригинальной ее частью. При элементном анализе приводить только усредненные данные.

13. Необходимо тщательно проверять написание местных географических названий.

14. Цитированная литература проводится общим списком на отдельной странице: ссылки в тексте даются порядковым номером в круглых скобках над строкой (например,!). Список литературы оформляется следующим образом:

для книг: инициалы и фамилии авторов, полное название книги, место и год издания;

для журнальных статей: инициалы и фамилии авторов, название журнала, номер тома, номер выпуска, страница и год издания.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

15. Все статьи должны иметь резюме на английском языке, кроме того, статьи, написанные на русском и азербайджанском языках, должны иметь резюме на азербайджанском и на русском соответственно.

Публикация статьи в «Докладах» не препятствует напечатанию расширенного ее варианта в другом периодическом издании.

Сдано в набор 18. 04. 88. Подписано к печати 03. 08. 88. ФГ 00646. Формат 70×100 $\frac{1}{16}$. Бумага типографская № 1. Гарнитура шрифта литературная. Печать высокая. Усл. печ. лист 6,50. Усл. кр.-отт. 6,50. Уч.-изд. лист 5,9. Тираж 560. Заказ 450. Цена 70 коп. .

Издательство «Элм».
370143 Баку-143, проспект Нариманова, 31, Академгородок, Главное здание
Государственный комитет Азербайджанской ССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли.

Производственное промышленное объединение по печати.
Типография «Красный Восток». Баку, ул. Ази Асланова, 80.

70 гэп.
коп.

Индекс
76355