



ISSN 0002-3078

АЗƏРБАЙҶАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫ  
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МƏ'РУЗƏЛƏР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXIX ЧИЛД

1983 . 3

ДАН Азерб. ССР публикует краткие сообщения об оригинальных, нигде не печатанных ранее, результатах научных исследований, представленные академиками АН Азерб. ССР, которые тем самым берут на себя ответственность за научные достоинства представляемой статьи.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов, без определенных выводов и обобщений, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особо интересных для науки находок).

Будучи органом срочной информации, журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает и отбирает к печати статьи, объем которых допускает их публикацию в установленные решением Президиума АН Азерб. ССР сроки.

В связи со всеми перечисленными ограничениями отклонение статьи редакцией «Доклады АН Азерб. ССР» означает только, что она не согласуется с требованиями и возможностями этого журнала и не исключает ее публикации в других изданиях.

### ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Доклады АН Азерб. ССР» просит авторов руководствоваться приведенными правилами. Авторы ознакомятся с ними и рассмотрению не принимаются.

представление члена Академии наук Азерб. ССР (м. выше).

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

Справки и заявления не принимаются.

## АЗƏРБАЙҶАН ССР ЕЛМЛƏР АКАДЕМИЈАСЫ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МƏ'РУЗƏЛƏР ДОКЛАДЫ ТОМ XXXIX ЧИЛД

№ 3

«ЕЛМ» НƏШРИЈАТЫ—ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭЛМ»  
БАКЫ—1033—БАКУ



(Продолжение на третьей странице обложки)

УДК 517.51

МАТЕМАТИКА

Р. М. РЗАЕВ

СИНГУЛЯРНЫЙ ОПЕРАТОР КОШИ В ПРОСТРАНСТВАХ  
 С ВЕСОМ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)

Сингулярный оператор Коши по разомкнутому контуру в пространствах Гельдера с весом достаточно полно исследован (см. [1]). В настоящей работе вводятся некоторые банаховы пространства, аналогичные гильбертовым пространствам и связанные с локальной структурой непрерывных функций и исследуется вопрос об ограниченном действии сингулярного оператора Коши в соответствующих им весовых пространствах.

Пусть  $\gamma$  — гладкая разомкнутая кривая;  $l$  — длина кривой  $\gamma$ ,  $a_1, a_2$  — концы  $\gamma$ ,  $s(t, \tau)$  — длина дуги, стягивающей точки  $t, \tau \in \gamma$ .

Пусть  $f(x)$  определена и ограничена на  $\gamma$ . Введем функции (см. [6]):

$$\omega_l(a; \delta, \xi) = \sup |f(x_1) - f(x_2)|, s(x_1, x_2) \leq \delta, \max \{s(x_1, a), s(x_2, a)\} \leq \xi;$$

$$\omega_l^1(a; \delta, \xi) = \delta \sup \tau^{-1} \omega_l^*(a; \tau, \xi), \tau \geq \delta,$$

где  $\omega_l^*(a; \tau, \xi) = \sup |f(x_1) - f(x_2)|, s(x_1, x_2) < \tau, \max \{s(x_1, a), s(x_2, a)\} > \xi.$

$a$  — один из концов кривой  $\gamma$ ,  $\delta \geq 0, 0 < \xi \leq l$ .

Определение. Пусть  $f(x)$  и  $g(x)$  определены и неотрицательны на множестве  $T \subset (-\infty, +\infty)$

а) если  $\exists C_1, C_2 > 0, \forall x \in T, C_1 \cdot f(x) \leq g(x) \leq C_2 \cdot f(x)$ , то говорят, что  $f$  и  $g$  эквивалентны ( $f \sim g$ );

б) если  $\exists C > 0, \forall x_1, x_2 \in T, x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq C \cdot f(x_2) (f(x_1) > C \cdot f(x_2))$ , то говорят, что  $f$  почти возрастает (почти убывает) на  $T$ .

Рассмотрим класс  $G$  положительных функций  $\varphi(\delta, \xi)$ , определенных при  $0 \leq \xi \leq l, \delta \geq 0$  и таких, что  $\varphi(\delta, \xi)$  почти возрастает по  $\delta$ , равномерно по  $\xi$ ,  $\varphi(\delta, \xi)$  почти возрастает по  $\xi$  равномерно по  $\delta$ ,  $\varphi(\delta, \xi)/\delta$  почти убывает по  $\delta$  равномерно по  $\xi$  и  $\lim_{\delta \rightarrow 0} \varphi(\delta, \xi) = 0$ .

Пусть  $\varphi \in G$  и  $H_\varphi^a = \{f \in C_T : \omega_l(a; \delta, \xi) = O(\varphi(\delta, \xi)), \delta \leq \xi\}$ . Пространство  $H_\varphi^a$  банахово в норме

$$\|f\|_{H_\varphi^a} = \|f\|_{C_T} + \sup_{\delta \leq \xi} \frac{\omega_l(a; \delta, \xi)}{\varphi(\delta, \xi)}.$$

Кроме того, рассмотрим класс  $X$  положительных функций  $\varphi(\delta, \xi)$  определенных при  $0 \leq \xi \leq l, \delta \geq 0$  и таких, что  $\varphi(\delta, \xi), \varphi(\delta, \xi + \delta)$  почти возрастают по  $\delta$  равномерно по  $\xi$ ,  $\varphi(\delta, \xi)$  почти убывает по  $\xi$

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Г. Б. Абдуллаев (главный редактор), М. Т. Абасов,  
 Ал. А. Ализаде, (зам. главного редактора), В. С. Алиев,  
 Г. А. Алиев, Дж. А. Алиев, И. Г. Алиев, Дж. Б. Гулиев,  
 Н. А. Гулиев, М. З. Джафаров, Ф. Г. Максудов, А. А. Надиров,  
 Ю. М. Сеидов (зам. главного редактора), М. А. Усейнов,  
 Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

© Издательство „Элм“, 1983 г.

равномерно по  $\delta$ ,  $\varphi(\delta, \xi)/\delta$  почти убывает по  $\delta$  равномерно по  $\xi$  и  $\lim_{\delta \rightarrow 0} \varphi(\delta, \xi) = 0$ .

Пусть  $\varphi \in X$ . Введем множество

$$M_{\varphi}^{\alpha} = \{f \in C_T : \omega_1^{\alpha}(a; \delta, \xi) = O(\varphi(\delta, \xi)), \delta \leq \xi\}$$

которое банахово в норме

$$\|f\|_{M_{\varphi}^{\alpha}} = \|f\|_{C_T} + \sup_{\delta < \xi} \frac{\omega_1^{\alpha}(a; \delta, \xi)}{\varphi(\delta, \xi)}.$$

Пусть  $\alpha$  — положительное число. Обозначим через  $G_{\alpha}$  (соответственно через  $X_{\alpha}$ ) класс функций  $\varphi(\delta, \xi)$  из  $G$  (из  $X$ ), таких, что функции  $\varphi(\delta, \xi)/\xi^{\alpha}$ ,  $\varphi(\delta, \xi + \delta)/\xi^{\alpha}$  почти убывают по  $\xi$  с постоянной, не зависящей от  $\delta$ .

Пусть  $\varphi_{\kappa} \in G_{\alpha_{\kappa}}$  ( $\varphi_{\kappa} \in X_{\alpha_{\kappa}}$ ),  $\kappa = 1, 2$ . Обозначим через  $H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})$ ,  $\kappa = 1, 2$  множество функций  $f$  из  $C_T \setminus \{a_{\kappa}\}$ , допускающих представление

$$f(x) = \frac{g_{\kappa}(x)}{\rho_{\kappa}(x)},$$

где  $g_{\kappa} \in H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}$  ( $g_{\kappa} \in M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}$ ),  $g_{\kappa}(a_{\kappa}) = 0$ ,  $\rho_{\kappa}(x) = (x - a_{\kappa})^{\alpha_{\kappa}}$ .

Пространство  $H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})$  банахово в норме

$$\|f\|_{H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})} = \|g_{\kappa}\|_{H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})} = \|g_{\kappa}\|_{M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}}.$$

Как известно [5], если  $E_1$  и  $E_2$  банаховы пространства, принадлежащие некоторому линейному пространству  $E$ , то арифметическая сумма пространств  $E_1$  и  $E_2$ , т. е.

$$E_1 + E_2 = \{x \in E : \exists x_1 \in E_1, \exists x_2 \in E_2, x = x_1 + x_2\}$$

$B$  — пространство в норме

$$\|x\|_{E_1 + E_2} = \inf_{\{x_1 \in E_1, x_2 \in E_2 : x = x_1 + x_2\}} \max\{\|x_1\|_{E_1}, \|x_2\|_{E_2}\}.$$

Таким образом,

$$\langle H_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + H_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2), \|\cdot\|_{H_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + H_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2)} \rangle,$$

$$\langle M_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + M_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2), \|\cdot\|_{M_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + M_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2)} \rangle -$$

$B$  — пространства.

Введенные в [5] характеристики для функций  $f \in C_T \setminus \{a_1\}$  определяются следующим образом

$$\Omega_1^{\alpha_1}(\xi) = \max |f(x)|, s(x, a_1) \geq \xi;$$

$$\omega_1^{\alpha_1}(\delta, \xi) = \max |f(x_2) - f(x_1)|, s(x_1, x_2) <$$

$$< \delta, s(x_2, a_1) \geq \xi, \kappa = 1, 2; \xi \in (0, 1], \delta > 0.$$

Аналогично вводятся характеристики  $\Omega_2^{\alpha_2}(\eta)$ ,  $\omega_2^{\alpha_2}(\delta, \eta)$  для функций  $f \in C_T \setminus \{a_2\}$ .

Пусть  $\varphi_{\kappa} \in G_{\alpha_{\kappa}}$  ( $\varphi_{\kappa} \in X_{\alpha_{\kappa}}$ ),  $\kappa = 1, 2$ . Обозначим через  $H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})$  класс функций  $f$  из  $C_T \setminus \{a_{\kappa}\}$ , таких, что  $\exists C_1 > 0$ ,  $\exists C_2 > 0$ ,

$$\Omega_1^{\alpha_1}(\xi) \leq C_1 \cdot \frac{\varphi_1(\delta, \xi)}{\xi^{\alpha_1}}, \omega_1^{\alpha_1}(\delta, \xi) \leq C_2 \cdot \frac{\varphi_1(\delta, \xi + \delta)}{\xi^{\alpha_1}}, \xi \in (0, 1], \delta > 0.$$

Норму в  $H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})$  введем следующим равенством

$$\|f\|_{H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})} = \max \left\{ \sup_{\xi} \frac{\Omega_1^{\alpha_1}(\xi) \cdot \xi^{\alpha_1}}{\varphi_1(\delta, \xi)}, \sup_{\delta, \xi} \frac{\omega_1^{\alpha_1}(\delta, \xi) \cdot \xi^{\alpha_1}}{\varphi_1(\delta, \xi + \delta)} \right\}.$$

Аналогично вводится норма в  $M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})$ .

$\langle H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}), \|\cdot\|_{H_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})} \rangle$ ,  $\langle M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}), \|\cdot\|_{M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}}(M_{\varphi_{\kappa}}^{\alpha_{\kappa}})} \rangle B$  — пространства. Справедлива

$$\text{Теорема 1. 1) } H_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + H_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2) \stackrel{\text{норм.}}{=} H_{\varphi_1, \varphi_2}^{\alpha_1, \alpha_2} + H_{\varphi_1, \varphi_2}^{\alpha_2, \alpha_1},$$

$$2) M_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + M_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2) \stackrel{\text{норм.}}{=} M_{\varphi_1, \varphi_2}^{\alpha_1, \alpha_2} + M_{\varphi_1, \varphi_2}^{\alpha_2, \alpha_1},$$

где  $\rho_{\kappa}(x) = (x - a_{\kappa})^{\alpha_{\kappa}}$ ,  $\kappa = 1, 2$ .

Через  $G_{\alpha_1, \alpha_2}(X_{\alpha_1, \alpha_2})$  обозначим класс пар  $(\varphi_1, \varphi_2)$ , где  $\varphi_{\kappa} \in G_{\alpha_{\kappa}}$  ( $\varphi_{\kappa} \in X_{\alpha_{\kappa}}$ ),  $\kappa = 1, 2$ ,  $\varphi_1(\delta, \frac{l}{2} + \delta) \sim \varphi_2(\delta, \frac{l}{2} + \delta)$  при  $\delta \leq \frac{l}{2}$ .

Пусть  $(\varphi_1, \varphi_2) \in G_{\alpha_1, \alpha_2}$ . Обозначим через  $H_{\varphi_1, \varphi_2}$  класс функций  $f$  из  $C_T$  для которых

$$\omega_1^{\alpha_1}(\overline{a_1, a_2})(a_1; \delta, \xi) = O(\varphi_1(\delta, \xi)), \xi \in \left(0, \frac{l}{2}\right], \delta \leq \xi,$$

$$\omega_2^{\alpha_2}(\overline{a_1, a_2})(a_2; \delta, \eta) = O(\varphi_2(\delta, \eta)), \eta \in \left(0, \frac{l}{2}\right], \delta \leq \eta,$$

где  $a_0 \in \gamma$ ,  $s(a_1, a_0) = s(a_0, a_2)$ ,  $f|_{\overline{a_1, a_2}}$  — сужение функции  $f$  на  $\overline{a_1, a_0}$ ,

$f|_{\overline{a_0, a_2}}$  — сужение на  $\overline{a_0, a_2}$ .

Пространство  $H_{\varphi_1, \varphi_2}$  банахово в норме

$$\|f\|_{H_{\varphi_1, \varphi_2}} = \|f\|_{C_T} + \max \left\{ \sup_{\delta < \xi < \frac{l}{2}} \frac{\omega_1^{\alpha_1}(\overline{a_1, a_2})(a_1; \delta, \xi)}{\varphi_1(\delta, \xi)}, \sup_{\delta < \eta < \frac{l}{2}} \frac{\omega_2^{\alpha_2}(\overline{a_1, a_2})(a_2; \delta, \eta)}{\varphi_2(\delta, \eta)} \right\}$$

Аналогично вводится  $\langle M_{\varphi_1, \varphi_2}, \|\cdot\|_{M_{\varphi_1, \varphi_2}} \rangle$ , когда  $(\varphi_1, \varphi_2) \in X_{\alpha_1, \alpha_2}$ .

Пусть  $(\varphi_1, \varphi_2) \in G_{\alpha_1, \alpha_2}$ ,  $(\varphi_1, \varphi_2) \in X_{\alpha_1, \alpha_2}$ . Через  $H_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho)$  ( $M_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho)$ ) обозначим класс функций  $f \in C_T \setminus \{a_1, a_2\}$ , допускающих представление

$$f(x) = g(x)/\rho(x), x \in \gamma \setminus \{a_1, a_2\},$$

где  $g \in H_{\varphi_1, \varphi_2}$  ( $g \in M_{\varphi_1, \varphi_2}$ ),  $g(a_1) = g(a_2) = 0$ ,  $\rho(x) = (x - a_1)^{\alpha_1} (x - a_2)^{\alpha_2}$ . Норма в  $H_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho)$  ( $M_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho)$ ) вводится равенством

$$\|f\|_{H_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho)} = \|g\|_{H_{\varphi_1, \varphi_2}} \left( \|f\|_{M_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho)} = \|g\|_{M_{\varphi_1, \varphi_2}} \right).$$

Теорема 2. Пусть  $\rho_{\kappa}(x) = (x - a_{\kappa})^{\alpha_{\kappa}}$ ,  $\kappa = 1, 2$ ,  $\rho(x) = \rho_1(x) \cdot \rho_2(x)$

$$\text{Тогда 1) } H_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho) \stackrel{\text{норм.}}{=} H_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + H_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2),$$

$$2) M_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho) \stackrel{\text{норм.}}{=} M_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + M_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2).$$

Рассмотрим сингулярный интегральный оператор Коши

$$(Sf)(t) \equiv \frac{1}{\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{\xi - t} d\xi, \quad t, \in \gamma \setminus [a_1, a_2].$$

Введем обозначения

$\Phi(\xi) = \varphi(\xi, \xi)/\xi^{\alpha}$ ,  $\Psi(\delta, \xi) = \varphi(\delta, \xi + \delta)/\xi^{\alpha}$  где  $\varphi \in G_{\alpha}$ , или  $\varphi \in X_{\alpha}$ ,

$$G_{\alpha}^0 = \left\{ \varphi \in G_{\alpha} : \int_0^1 \Phi(t) dt < +\infty, \int_0^1 \frac{\Psi(t, \xi)}{t} dt < +\infty \right\},$$

$$X_{\alpha}^0 = \left\{ \varphi \in X_{\alpha} : \int_0^1 \Phi(t) dt < +\infty, \int_0^1 \frac{\Psi(t, \xi)}{t} dt < +\infty \right\}.$$

Для  $\varphi \in G_{\alpha}^0$  и  $\varphi \in X_{\alpha}^0$  введем еще одно обозначение

$$L_{\varphi}(\delta, \xi) = \frac{\delta}{\xi + \delta} \int_0^{\xi} \frac{\Phi(t)}{t + \xi} dt + \delta \int_0^{\xi} \frac{\Psi\left(t, \frac{\xi}{2}\right)}{t(t + \delta)} dt.$$

Обозначим через  $G_{\alpha}^0 H$  ( $X_{\alpha}^0 H$ ) множество тех  $\varphi \in G_{\alpha}^0$  ( $\varphi \in X_{\alpha}^0$ ), для которых  $L_{\varphi}(\xi, \xi) = O(\Phi(\xi))$ ,  $L_{\varphi}(\delta, \xi) = O(\Psi(\delta, \xi))$ . С помощью оценок из [5] устанавливается

**Теорема 3.** Пусть  $\gamma = \overline{a_1 a_2}$  гладкая разомкнутая кривая и пусть  $\varphi_{\kappa} \in G_{\alpha_{\kappa}}^0 H$  ( $\varphi_{\kappa} \in X_{\alpha_{\kappa}}^0 H$ ),  $\kappa = 1, 2$ . Тогда оператор  $S$  ограниченно действует в пространстве

$$H_{\varphi_1, \alpha_1}^{\alpha_1} + H_{\varphi_2, \alpha_2}^{\alpha_2} (M_{\varphi_1, \alpha_1}^{\alpha_1} + M_{\varphi_2, \alpha_2}^{\alpha_2}).$$

В силу теорем 1 и 3 справедлива

**Теорема 4.** Если  $\gamma = \overline{a_1 a_2}$  гладкая разомкнутая кривая и  $\varphi_{\kappa} \in G_{\alpha_{\kappa}}^0 H$  ( $\varphi_{\kappa} \in X_{\alpha_{\kappa}}^0 H$ ),  $\kappa = 1, 2$ , то оператор  $S$  ограниченно действует в пространстве

$$H_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + H_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2) (M_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + M_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2)),$$

где  $\rho_{\kappa}(x) = (x - a_{\kappa})^{\alpha_{\kappa}}$ ,  $\kappa = 1, 2$ .

**Следствие.** Если  $\gamma$  удовлетворяет условиям теоремы 4 и  $(\varphi_1, \varphi_2) \in G_{\alpha_1, \alpha_2}$ ,  $\varphi_{\kappa} \in G_{\alpha_{\kappa}}^0 H$ ,  $\kappa = 1, 2$  ( $(\varphi_1, \varphi_2) \in X_{\alpha_1, \alpha_2}$ ,  $\varphi_{\kappa} \in X_{\alpha_{\kappa}}^0 H$ ,  $\kappa = 1, 2$ ), то оператор  $S$  ограниченно действует в пространстве

$$H_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho) (M_{\varphi_1, \varphi_2}(\rho)),$$

где  $\rho(x) = (x - a_1)^{\alpha_1} \cdot (x - a_2)^{\alpha_2}$ .

**Замечание.** В работе [5] введены пространства  $M_{\omega_1, \omega_2}^{\alpha_1, \alpha_2}$  и изучены связи этих пространств с другими пространствами [2, 3, 4]. Легко видеть, что если  $\varphi_1(\delta, \xi) \sim \omega_1(\delta)$ ,  $\varphi_2(\delta, \xi) \sim \omega_2(\delta)$ , с константой, не зависящей от  $\xi$ , то

$$H_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + H_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2) \stackrel{\text{изом.}}{=} M_{\omega_1, \omega_2}^{\alpha_1, \alpha_2},$$

где  $\rho_{\kappa}(x) = (x - a_{\kappa})^{\alpha_{\kappa}}$ ,  $\kappa = 1, 2$ ,  $\omega_1(\delta)$ ,  $\omega_2(\delta)$  — модули непрерывности. С помощью этого утверждения можно сравнить пространства  $H_{\varphi_1}^{\alpha_1}(\rho_1) + H_{\varphi_2}^{\alpha_2}(\rho_2)$  с упомянутыми пространствами.

Автор выражает благодарность А. А. Бабаеву за ценные обсуждения и замечания.

1. Абдуллаев С. К., Бабаев А. А. ДАН Азерб. ССР, XXXV, 5, 3—6 1979.
2. Бабаев А. А. ДАН СССР, 170, 5, 1003—1005, 1966.
3. Гусейнов А. И. Изв. АН СССР, серия физ.-матем. наук, 12, 2, 193—212, 1948.
4. Дудучава Р. В. ДАН СССР, 191, 1, 16—19, 1970.
5. Салаев В. В. Уч. зап. МВ и ССО Азерб. ССР, серия физ.-матем. наук, № 1, 45—52, 1976.
6. Рзаев Р. М. Деп. в ВИНТИ № 3674—81 деп., 1981.

АГУ. и.м. С. М. Кирова

Поступило 8. II 1982

Р. М. Рзаев

### ЧЭКИЛИ ФЭЗАЛАРДА КОШИ СИНГУЛАР ОПЕРАТОРУ

Мәгаләдә һөлдәр фәзаларына аналогли олан эә кәсилмәз функцијаларыи локал хәссәләри илә бағлы олан Банах фәзаларыидаи бәһс едилір. Ујғун чәкили фәзаларда

$$(Sf)(t) \equiv \frac{1}{\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{\xi - t} d\xi$$

сингулар оператору өјрәнилір. Бурада  $\gamma = \overline{a_1 a_2}$  һамар ачығ әјридилір.

R. M. Rzaev

### SINGULAR CAUCHY OPERATOR IN WEIGHTED SPACES

Some Banach spaces which are similar to Hölder spaces and connected to the local structure of continuous functions are introduced in this paper. The corresponding weighted spaces are constructed and the singular operator

$$(Sf)(t) \equiv \frac{1}{\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{\xi - t} d\xi$$

is studied in these spaces.  $\gamma = \overline{a_1 a_2}$  is a smoothed open curved line here.

УДК 517.984.5

МАТЕМАТИКА

Н. М. САДИКОВ

**ИНВАРИАНТНЫЕ ПОДПРОСТРАНСТВА В ПРОСТРАНСТВЕ ХАРДИ НА ПОЛИДИСКЕ, ПОРОЖДЕННЫЕ ВНУТРЕННИМИ ФУНКЦИЯМИ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым.)

1. В фундаментальной работе А. Бьерлинг [1] описал решетку инвариантных подпространств оператора умножения на независимую переменную в пространстве Харди на единичном диске  $H^2(\Delta)$ , при этом оказалось, что данная решетка изоморфна решетке внутренних функций, т. е. любое инвариантное подпространство имеет вид  $M(f) = fH^2$ , где  $f \in H^2$  и  $|f(e^{i\theta})| = 1$  почти всюду при  $0 < \theta < 2\pi$ .

Как показывают примеры, структура инвариантных подпространств операторов умножения на независимые переменные  $z_1$  и  $z_2$  в пространстве Харди на полидиске  $H^2(\Delta^2)$  несравненно сложнее. Кроме инвариантных подпространств, порожденных внутренними функциями, существует как конечно порожденные [2], так и подпространства, не являющиеся конечно порожденными (теорема 4, 4, 2 из [3]).

В связи с этим интересно выделить инвариантные подпространства, порожденные внутренними функциями. Эта задача частично решает вопрос классификации в каком-либо смысле для всех инвариантных подпространств в  $H^2(\Delta^n)$ , поставленный в книге Рудина [3] (см. стр. 72).

В данной статье в терминах Лакса—Хельсона—Халмоша описываются все инвариантные подпространства операторов умножения на независимые переменные  $z_1$  и  $z_2$  в пространстве Харди на двумерном диске ( $n=2$ ), порожденные внутренними функциями.

II. Пространство Харди  $H^2(\Delta^2)$  определяется как класс всех функций, аналитических в  $\Delta^2$ , где  $\Delta^2$ —декартово произведение 2-х экземпляров единичных дисков, для которых

$$\sup_{0 < r < 1} \left\{ \int_{T^2} |f(re^{i\varphi_1}, re^{i\varphi_2})|^2 d\varphi_1 d\varphi_2 \right\} < \infty,$$

$T^2$ —декартово произведение 2-х экземпляров единичных окружностей. Легко видеть, что  $H^2(\Delta^2)$ —гильбертово пространство. Класс  $H^\infty(\Delta^2)$  определяется как класс всех ограниченных аналитических функций в  $\Delta^2$ .

Функция  $g \in H^2(\Delta^2)$  называется внутренней, если ее радиальные предельные значения удовлетворяют условию  $|g(e^{i\varphi_1}, e^{i\varphi_2})| = 1$  почти всюду на  $T^2$ .

Подмножество  $M$  пространства  $H^2(\Delta^2)$  назовем инвариантным подпространством, если:

1.  $M$ —замкнутое линейное подпространство пространства  $H^2(\Delta^2)$ .
  2. Из того, что  $f \in M$  следует  $z_1 f \in M$ ,  $z_2 f \in M$ .
- Наименьшее инвариантное подпространство пространства  $H^2(\Delta^2)$ , содержащее данный элемент  $f$ , будем обозначать через  $M(f)$ , называя  $M(f)$  подпространством, порожденным  $f$ , если  $M(f) = fH^2$ .

Хорошо известны обобщения результатов А. Бьерлинга на случай оператора сдвига счетной кратности, полученные в работах [4, 5], где описана решетка инвариантных подпространств оператора умножения на независимую переменную в пространстве  $H^2(K)$ , где  $K$ —сепарабельное гильбертово пространство и

$$H^2(K) = \left\{ f(z) : |z| < 1, f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n z^n, x_n \in K, \sum_{n=0}^{\infty} \|x_n\|^2 < \infty \right\}.$$

Лемма 1.  $H^2(\Delta^2) = H^2(H^2(\Delta_{z_2}))$  и  $H^\infty(\Delta^2) = H^\infty(H^\infty(\Delta_{z_2}))$ , где  $\Delta_{z_2} = \{z_2 \in \mathbb{C}, |z_2| < 1\}$  проекция  $\Delta^2$  на вторую координатную плоскость. Пользуясь соотношениями из леммы 1 и результатами работ [4, 5] (т. е. теоремой Лакса—Хельсона—Халмоша, см. [6] теорема 3, 2, 5 и 3, 2, 6 стр. 52—53), получим

Лемма 2. Подпространство  $M$  в  $H^2(\Delta^2) = H^2(H^2(\Delta_{z_2}))$  инвариантно относительно умножения на  $z_1$ , тогда и только тогда, когда  $M = \theta H^2(H^2(\Delta_{z_2}))$ , где  $\theta \in H^\infty(B(H^2(\Delta_{z_2})))$  и граничные значения элемента на единичной окружности  $|z_1| = 1$  почти всюду суть частично изометрические операторы с начальным пространством  $N \subset H^2(\Delta_{z_2})$  и элемент  $\theta$  определяется пространством  $M$  с точностью до умножения справа на частично изометрический оператор  $W$  с финальным пространством  $N$  (обозначим этот класс операторных функций через  $\{\theta_M\}$ ).

Напомним, что

$$H^\infty(B(H^2(\Delta_{z_2}))) = \left\{ W(z_1) : W(z_1) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n z_1^n \text{ при } |z_1| < 1, \right.$$

$$\left. \text{где } A_n \in B(H^2(\Delta_{z_2})) : \|W\|_\infty = \sup_{|z_1| < 1} \|W(z_1)\| < \infty \right\}$$

и  $B(H^2(\Delta_{z_2}))$ —алгебра ограниченных линейных операторов в  $H^2(\Delta_{z_2})$ .

III. Сформулируем основной результат.

Теорема 3. Для того, чтобы инвариантное подпространство  $M$  в  $H^2(\Delta^2)$  порождалось функцией  $f$  такой, что оператор умножения на  $f$  является изометрией в  $H^2(\Delta^2)$ , необходимо и достаточно, чтобы среди семейства  $\{\theta_M\}$  существовала хотя бы одна такая операторозначная аналитическая функция  $\theta(z_1)$ ,  $|z_1| < 1$ , что при любом фиксированном значении  $|z_1^0| < 1$  оператор  $\theta(z_1^0)$  в  $H^2(\Delta_{z_2})$  коммутировал с оператором умножения на  $z_2$  в пространстве  $H^2(\Delta_{z_2})$ .

Достаточность этой теоремы доказывается исследованием функции  $f(z_1, z_2) = \theta(z_1)1$ , где  $1 \in H^2(\Delta_{z_2})$ , которая как оператор умножения в  $H^2(\Delta^2)$  является изометрией, последнее получается доказательством

$$\text{соотношения } \|u\| = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \|u_{e^{i\varphi_1}}\| d\varphi_1, \text{ где } u \in H^2(\Delta^2) \text{ и } u_{e^{i\varphi_1}} \in H^2(\Delta_{z_2}),$$

$$u_{e^{i\varphi_1}}(z_2) = u(e^{i\varphi_1}, z_2)$$

Для доказательства необходимости теоремы 3 доказывается

Теорема 4. Если функция  $B$  как оператор умножения в пространстве Харди  $H^2(\Delta^2)$  определяет изометрию, то  $B$  — внутренняя функция.

Данная теорема доказывается использованием лебеговской теории дифференцирования функций множества в евклидовых пространствах и одной классической теоремой типа

$$f(s) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_n(s, t) f(t) dt,$$

где  $K_n$  — соответствующая последовательность ядер, а сходимость понимается как сходимость почти всюду (точнее теоремой 11 и [7] стр. 240).

Теоремы 3 и 4 описывают все инвариантные подпространства, порожденные внутренними функциями.

Теорема 3 показывает, что этот класс инвариантных подпространств совпадает с классом инвариантных подпространств, выделенных ранее Радлоу [8] в геометрических терминах.

В заключении мы определим характеристические свойства операторов умножения на независимые переменные в  $H^2(\Delta^2)$ .

Определение 5. Пусть  $H$  — гильбертово пространство,  $A$  и  $B$  ограниченные операторы в  $H$ . Будем говорить, что  $A$  и  $B$  являются операторами умножения на независимые переменные  $z_1$  и  $z_2$  (обозначим их через  $A_{z_1}$  и  $A_{z_2}$ ), если существует в  $H$  такой ортонормированный базис  $\{e_{n,m}\}_{n,m=0}^{\infty}$ , что при естественном изоморфизме  $V: H^2(\Delta^2) \rightarrow H$ , порожденном базисами  $\{z_1^n \cdot z_2^m\}_{n,m=0}^{\infty}$  и  $\{e_{n,m}\}_{n,m=0}^{\infty}$  имеем  $A_{z_1} = V^{-1}AV$  и  $A_{z_2} = V^{-1}BV$ .

Теорема 6. Пусть  $A$  и  $B$  — изометрии в гильбертовом пространстве  $H$ . Если существуют замкнутые подпространства  $H_A$  и  $H_B$  в  $H$  такие, что выполняются следующие условия:

$$1. A^k H_A \perp A^l H_A \text{ и } B^k H_B \perp B^l H_B \text{ при } k \neq l$$

$$\text{и } \sum_{k=0}^{\infty} \bigcirc A^k H_A = \sum_{l=0}^{\infty} \bigcirc B^l H_B = H;$$

$$2. AB = BA;$$

$$3. BH_A \subset H_A, AH_B \subset H_B;$$

$$4. \dim(A^k H_A \cap B^l H_B) = 1,$$

при  $k, l = 0, 1, 2, \dots$ ,

то  $A$  и  $B$  являются операторами умножения на независимые переменные.

Аналогичные результаты верны и для любого целого положительного  $n$ .

Автор выражает глубокую благодарность А. И. Штерну за полезные обсуждения и советы.

#### Литература

1. Beurling A. Acta Math., 81, 1949, 231—255.
2. Jacewicz Ch. A1. Proc. Amer. Math. Soc., 31, 1972, 127—129.
3. Рудни У. Теория функций в полукруге, 1974.
4. Helson H., Lowdenslager D. Proc. Intern. Symp. Linear Spaces, Jerusalem, 1960. Acad. Press, Oxford, Pergamon Press, 1961, 251—262.
5. Halmos P. R.

J. reine and angew. Math., 1931, 203, N 1—2, 102—112. 6. Radjavi H., Rosenthal P. Invariant subspaces, 1973. 7. Данфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы, т. 1, 1962. 8. Radlow J., Proc. Amer. Math. Soc., 1973, 33, 293—297.

Институт математики и механики

Поступило 6. X. 1980

Н. М. Садиков

### ХАРДИ ФЭЗАСЫНДА ПОЛИДИСК ҮЗЭРИНДЭ ДАХИЛИ ФУНКЦИЈАЛАРЛА ТӨРӨНМИШ ИНВАРИАНТ АЛТ ФЭЗАЛАРЫ

Мәгаләдә Лакс—Хелсон—Халмош терминләри дахилиндә Харди фәзасында полидиск үзәриндә дахили функцијаларла тәрәнмиш асылы олмајан дәјишәиләрә вурма операторларының бүтүн инвариант алт фәзаларындан бәһс едилир.

N. M. Sadikov.

### INVARIANT SUBSPACES OF HARDY SPACE ON POLYDISC GENERATED BY INNER FUNCTIONS

All invariant subspaces of operators multiplication on independent variables in Hardy space on polydisc generated by inner functions are described in terms of Lax—Helson—Halmos.

А. Р. МАГОМЕДОВ

**ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ДЕФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С МАКСИМУМАМИ ДЛЯ ЗАДАЧ С УПРАВЛЕНИЕМ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

В работах [1—3] мы останавливались на вопросах дифференциальных уравнений с максимумами, записанных в векторной форме:

$$\dot{y}(t) = F(t, y(t), \max_{\tau \in [t-h, t]} y(\tau)),$$

где  $h > 0$  — малая постоянная, а функция  $F(t, y(t), \max_{\tau \in [t-h, t]} y(\tau))$  — непре-

рывна по своим аргументам при  $t \geq t_0$  и в соответствующей области изменение  $y(t)$ .

В данной работе мы обобщаем исследования на случай задач с управлением, в которых процессы описываются дифференциальными уравнениями с максимумами вида (в векторной форме)

$$\dot{y}(t) = F(t, y(t), \max_{\tau \in [t-h(t), t]} y(\tau), u(t)), t \in T = [t_0, t_1] \quad (1)$$

с начальными условиями  $y(S) = \varphi(S), S \in E_0, E_0 = \{s : s = t - h(t, y) \leq t_0, t \in T, y \in Y, \dot{y} \in U\}$ , (2) где  $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  — вектор состояния,  $u = \{u_1, u_2, \dots, u_r\}$  — вектор управления,  $t_0$  и  $t_1$  — заданные числа  $Y$  и  $U$  — ограниченные замкнутые множества, лежащие в  $E_n$  и  $E_r$  соответственно.

Пусть  $y(t)$  и  $\bar{y}(t)$  два решения уравнения (1):  
а) порожденных одним и тем же управлением  $u(t)$ , но разными начальными функциями  $\varphi(t)$  и  $\bar{\varphi}(t)$ ;  
б) порожденные  $u(t)$  и  $\bar{u}(t)$ .

Определение 1. Решение  $y(t)$  называется непрерывным в среднем по начальной функции  $\varphi(t)$ , если для любого  $\epsilon > 0$  можно указать такое  $\delta > 0$ , что из

$$\|\bar{\varphi}(t_0) - \varphi(t_0)\| < \delta, \int_{E_0} \|\bar{\varphi}(0) - \varphi(0)\| d\theta < \delta$$

следует

$$\|\bar{y}(t) - y(t)\| < \epsilon, t \in T \quad (3)$$

Определение 2. Решение  $y(t)$  называется непрерывным в среднем по управлению  $u(t)$ , если для любого  $\epsilon > 0$  можно указать  $\delta > 0$  такое, что из

$$\int_0^t \|\bar{u}(0) - u(0)\| d\theta < \delta \text{ следует } \|\bar{y}(t) - y(t)\| < \epsilon, t \in T. \quad (4)$$

Для простоты в дальнейшем используем обозначения:

$$y_{\tau}(t) = \max_{\tau \in [t-h, t]} y(\tau), y_{m\tau}(t) = \max_{\tau \in [t-h(t), t]} y_m(\tau).$$

А теперь формулируем следующую теорему.

Теорема. Пусть

1)  $F(t, y, y_{\tau}, u)$  определена и непрерывна на  $R_1 = T \times Y \times Y \times U$  вместе с  $\frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial y_{\tau}}$ , причем

$$\|F(t, y', y'_{\tau}, u) - F(t, y, y_{\tau}, u)\| \leq L_1 (\|y' - y\| + \|y'_{\tau} - y_{\tau}\|); \quad (5)$$

2)  $h(t, y) \geq 0, \frac{\partial h}{\partial t}, \frac{\partial h}{\partial y}$  определены и непрерывны на  $R_2 = T \times Y$ .

причем

$$|h(t, y') - h(t, y)| \leq L_2 (\|y' - y\|); \quad (6)$$

3) функция  $\varphi(t)$  определена и непрерывна на  $E_0$  вместе с  $\frac{d\varphi}{dt}$ ,

причем

$$\|\varphi(t') - \varphi(t)\| \leq L_3 (|t' - t|); \quad (7)$$

4)  $\|F(t, y, y_{\tau}, u)\| \leq L_4. \quad (8)$

Тогда на отрезке  $[t_0, t^*]$  существует единственное решение  $y(t)$  уравнения (1) с начальными условиями (2). Последовательные приближения  $y_m(t), m = 0, 1, 2, \dots$ , вычисленные по рекуррентным формулам

$$\left. \begin{aligned} y_0(t) &= \begin{cases} \varphi_1(t), t \in [t_0, t^*], \varphi_1(t_0) = \varphi(t_0), \\ \varphi(t), t \in E_0, \end{cases} \\ y_{m+1}(t) &= \varphi(t_0) + \int_{t_0}^t F(\theta, y_m(\theta), y_{m\tau}(\theta), u(\theta)) d\theta, t \geq t_0, \\ y_{m+1}(t) &= \varphi(t), t \in E_0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

удовлетворяет неравенству

$$\|y(t) - y_m(t)\| \leq 2aL^m (2 + L^2)^{m-1} \frac{(t - t_0)^m}{m!}, t \in [t_0, t^*], \quad (10)$$

где  $L = \max \{L_i\}, t^* = t_0 + \frac{r}{L}, r = \min_{y \in \Gamma} \|y - \varphi(t_0)\|, a = 2 \max_{y \in Y} \|y\|,$

$i = \overline{1, 4}, \Gamma$  — граница множества  $Y, \varphi_1(t)$  произвольная функция из  $Y$ . Доказательство. Рассмотрим интегральное уравнение

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= \varphi(t_0) + \int_{t_0}^t F(\theta, y(\theta), y_{\tau}(\theta), u(\theta)) d\theta, \\ y(t) &= \varphi(t), t \in E_0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Построим последовательность функций

$$\left. \begin{aligned} y_0(t) &= \begin{cases} \varphi_1(t), \varphi_1(t) \in Y, \varphi_1(t_0) = \varphi(t_0), t \geq t_0, \\ \varphi(t), t \leq t_0, \end{cases} \\ y_{m+1}(t) &= \varphi(t_0) + \int_{t_0}^t F(\theta, y_m(\theta), y_{m\tau}(\theta), u(\theta)) d\theta. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Покажем, что функция  $F(t, y_m(t), y_{m\tau}(t), u(t))$  определена при всех  $m$  на отрезке  $[t_0, t^*]$ . Для этого достаточно показать, что все функции  $y_m(t), y_{m\tau}(t) \in Y, y_m = 0, 1, \dots$  при  $t_0 \leq t \leq t^*$ , так как



$h(t, y) \geq 0$ . По предположению  $y_0(t), y_{0\tau}(t) \in Y$ . Пусть также  $y_1(t) \in Y$ ,  $L = 1, 2, \dots, m$  при  $t_0 < t < t^*$ .

Справедлива оценка

$$\|y_{m+1}(t) - \varphi(t_0)\| < \int_{t_0}^t \|F(\theta, y_m(\theta), y_{m\tau}(\theta), u(\theta))\| d\theta > L(t - t_0) \leq L(t^* - t_0) = r, \quad (13)$$

откуда следует, что  $y_{m+1}^{(n)}, y_{(m+1)\tau}^{(n)}(t) \in Y$ , если  $t \in [t_0, t^*]$ . Последовательность  $\{y_m(t)\}$  равномерно сходится на  $[t_0, t^*]$ . Чтобы убедиться в этом рассмотрим функциональный ряд

$$S(t) = \sum_{m=0}^{\infty} (y_{m+1}^{(n)} - y_m^{(n)}). \quad (14)$$

Этот ряд (14) сходится равномерно тогда и только тогда, когда последовательность  $\{y_m^{(n)}\}$  сходится равномерно. Построим для (14) мажорирующий ряд

$$\sum_{m=0}^{\infty} \|y_{m+1}^{(n)} - y_m^{(n)}\|. \quad (14')$$

Справедливы соотношения

$$\|y_{m-1}^{(n)} - y_m^{(n)}\| = 0 \text{ при } t < t_0, \|y_{m+1}^{(n)} - y_m^{(n)}\| < \int_{t_0}^t \|F(\theta, y_m, y_{m\tau}, u) - F(\theta, y_{m-1}, y_{(m-1)\tau}, u)\| d\theta < L \int_{t_0}^t (y_m - y_{m-1}) +$$

$$+ \|y_{m\tau} - y_{(m-1)\tau}\| d\theta, t > t_0, m = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

Обозначим  $S_1 = t - h(t, y_1)$ ,  $t = 0, 1, \dots$ . Заметим, что при всех  $t < S_1$ . Тогда при  $m = 0$  и  $t > t_0$  имеем

$$\begin{aligned} \|y_1(t) - \varphi_1(t)\| &< a, \|y_{1\tau}(t) - y_{0\tau}(t)\| = \\ &= \|y_1(S_1) - y_0(S_0)\| < \|y_1(t) - \varphi_1(t)\| < a, \\ a &= 2 \max_{y \in Y} \|y\|. \end{aligned}$$

Из (15) при  $m = 1$  следует

$$\begin{aligned} \|y_2(t) - y_1(t)\| &< L \int_{t_0}^t (\|y_1(\theta) - \varphi_1(\theta)\| + \\ &+ \|y_{1\tau}(\theta) - \varphi_1(\theta)\|) d\theta < 2aL(t - t_0). \end{aligned}$$

Оценим разность

$$\begin{aligned} \|y_2 - y_1\| &= \|y_2(s_2) - y_1(s_1)\| < \|y_2(s_2) - y_1(s_2)\| + \\ &+ \|y_1(s_2) - y_1(s_1)\| < 2aL(s_2 - t_0) + L(s_2 - s_1) < 2aL(t - t_0) + \\ &+ L|h(t, y_2) - h(t, y_1)| < 2aL(t - t_0) + L^2\|y_2(t) - y_1(t)\| < \\ &< 2aL(t - t_0) + 2aL^2(t - t_0), \|y_{2\tau} - y_{1\tau}\| < 2aL(1 + L^2)(t - t_0). \end{aligned}$$

Покажем, что при  $m > 1$  имеют место рекуррентные соотношения

$$\|y_{m+1}^{(n)} - y_m(t)\| < 2aL^m(2 + L^2)^{m-1} \frac{(t - t_0)^m}{m!}, \quad (16)$$

$$\|y_{(m+1)\tau}^{(n)} - y_{m\tau}^{(n)}\| < 2aL^m(1 + L^2)(2 + L^2)^{m-1} \frac{(t - t_0)^m}{m!}. \quad (17)$$

При  $m = 1$  формулы (16) и (17) верны. Пусть они справедливы  $m = 2, 3, \dots, l - 1$ . Покажем, что они выполняются  $m = l$ . Пользуясь (15), получим

$$\|y_{l+1}^{(n)} - y_l(t)\| < 2aL^l(2 + L^2)^{l-1} \frac{(t - t_0)^l}{l!}. \quad (18)$$

Проверим теперь справедливость формулы (17):

$$\begin{aligned} \|y_{(l+1)\tau}^{(n)} - y_{l\tau}\| &< \|y_{l+1}(s_{l+1}) - y_l(s_{l+1})\| + \|y_l(s_{l+1}) - y_l(s_l)\| < \\ &< 2aL^l(1 + L^2)(2 + L^2)^{l-1} \frac{(t - t_0)^{l-1}}{l!}. \end{aligned} \quad (19)$$

Из равномерной сходимости ряда

$$\sum_{m=1}^{\infty} L^m(2 + L^2)^{m-1} \frac{(t - t_0)^m}{m!}, \quad (20)$$

на отрезке  $[t_0, t^*]$  заключаем, что ряд (14), а вместе с ним и последовательность  $\{y_m^{(n)}\}$  сходится равномерно на  $[t_0, t^*]$ . Аналогично, используя (17), делаем вывод о равномерной сходимости последовательности  $\{y_{m\tau}^{(n)}\}$  на  $[t_0, t^*]$ . Покажем, что  $\lim_{m \rightarrow \infty} y_m^{(n)} = \bar{y}_1(t)$ , где

$\lim_{m \rightarrow \infty} y_m^{(n)} = \bar{y}(t)$ . Пусть  $\varepsilon$  — сколь угодно малое положительное число.

По определению функции  $\bar{y}(t)$  существует такое  $N$ , что для  $m \geq N$

$|y_m(s) - \bar{y}(s)| < \frac{\varepsilon}{2}$  выполнено при всех  $s \in [t_0, t^*]$  (в частности, при  $s = \bar{s} = t - h(t, \bar{y})$ ).

В силу непрерывности функций  $y_m(t)$  по заданному  $\varepsilon > 0$  можно подобрать  $\delta > 0$  так, чтобы при всех  $|s_m - \bar{s}| < \delta$   $\|y_m(s_m) - y_m(\bar{s})\| < \frac{\varepsilon}{2}$ .

Тогда при  $|s_m - \bar{s}| < \delta$  и  $m \geq N$  имеем

$$\|y_m^{(n)} - \bar{y}_1^{(n)}\| = \|y_m(s_m) - \bar{y}(\bar{s})\| < \|y_m(s_m) - y_m(\bar{s})\| + \|y_m(\bar{s}) - \bar{y}(\bar{s})\| < \varepsilon.$$

Чтобы сделать заключение о том, что  $\bar{y}_1(t)$  является пределом функций  $y_m^{(n)}(t)$  при  $m \rightarrow \infty$ , остается показать, что при достаточно больших  $m$  разность  $|s_m - \bar{s}|$  становится сколь угодно малой. Действительно,  $|s_m - \bar{s}| = |h(t, \bar{y}_m) - h(t, \bar{y})| < L\|y_m - \bar{y}\| < L \frac{\varepsilon}{2}$ .

Поэтому существует  $N^*, N^* > N$  такое, что при всех  $m \geq N^*$  выполнено неравенство  $\|y_m^{(n)} - \bar{y}_1^{(n)}\| < \varepsilon$ . Отсюда  $\bar{y}_1^{(n)} = \lim_{m \rightarrow \infty} y_m^{(n)}$ .

В силу равномерной сходимости соответствующих последовательностей предельные функции  $\bar{y}(t)$  и  $\bar{y}_1(t)$  непрерывны. Перейдем к пределу в равенстве (12)

$$\bar{y}(t) = \varphi(t_0) + \int_{t_0}^t F(\theta, \bar{y}(\theta), \bar{y}_1(\theta), u(\theta)) d\theta. \quad (21)$$

Таким образом, мы показали, что существует непрерывная функция  $\bar{y}(t), \bar{y}_1(t) = \varphi(t), t \in E_0$ , удовлетворяющая на  $[t_0, t^*]$  интеграль-

ному уравнению (11), Дифференцируя (21), получим, что  $\bar{y}(t)$ ,  $t \in [t_0, t^*]$  — решение уравнения (1) с начальными условиями (2).

Докажем теперь, что найденное решение единственно. Предположим, что существует еще одна функция  $\bar{y}(t)$ , удовлетворяющая (1) (2), а следовательно и (11).

Для  $m=0$  и  $t \geq t_0$  имеет место неравенство

$$\begin{aligned} \|\bar{y}(t) - y_{m+1}^{(t)}\| &\leq \int_{t_0}^t \|F(\theta, \bar{y}, \bar{y}_z, u) - F(\theta, y_m, y_{mz}, u)\| d\theta \leq \\ &\leq L \int_{t_0}^t (\|\bar{y} - y\| + \|\bar{y}_z - y_{mz}\|) d\theta \end{aligned}$$

Так как при  $m=0$  и  $t > t_0$   $\|\bar{y} - y_0\| < a$ ,  $\|\bar{y}_z - y_{mz}\| \leq a$ , то

$$\|\bar{y}(t) - y_{m+1}^{(t)}\| \leq 2aL(t - t_0), \quad \|\bar{y}_z - y_{mz}\| \leq 2aL(1 + L^2)(t - t_0).$$

Нетрудно проверить справедливость рекуррентного соотношения

$$\|\bar{y}(t) - y_{m+1}^{(t)}\| \leq 2aL^m(2 + L^2)^{m-1} \frac{(t - t_0)^m}{m!}. \quad (22)$$

Учитывая равномерную сходимость последовательностей функций стоящих в обеих частях неравенства (22) на  $[t_0, t^*]$ , перейдем (22) к пределу при  $m \rightarrow \infty$ . Получим

$$\|\bar{y}(t) - \bar{y}(t)\| \leq 0, \quad t \leq t_0, \quad \text{откуда } \bar{y}(t) \equiv \bar{y}(t) \text{ при } t \in [t_0, t^*].$$

2. Доказательство ограниченности решения.

Пусть  $F(t, y, y_z, u)$  определена на  $R_1$  и

$$(y, F(t, y, y_z, u)) \leq c(|y|^2 + |y_z|^2 + 1). \quad (23)$$

Построим вспомогательную функцию

$$y^*(t) = |y|^2 + |y_z|^2 + 1, \quad (24)$$

Предполагая, что  $u(t)$  дифференцируема, из (24) с учетом (23) имеем

$$\begin{aligned} \dot{y}^*(t) &= 2(y, F(t, y, y_z, u)) + 2(y, F(t, y, y_z, u))|_{t=t_0} \times \\ &\times \dot{s}(t) \leq 2c(y^* + y_z^* \dot{s}(t)). \end{aligned} \quad (25)$$

Интегрируя неравенство (25) получим

$$\begin{aligned} y^*(t) &\leq y^*(t_0) + 2c \left[ \int_{t_0}^t y^*(\theta) d\theta + \int_{t_0}^t y_z^*(\theta) \dot{s}(\theta) d\theta \right] = \\ &= y^*(t_0) + 2c \left[ \int_{t_0}^t y^*(\theta) d\theta + \int_{t_0}^t y^*[s(\theta)] \dot{s}(\theta) d\theta \right] \leq b + 4c \int_{t_0}^t y^*(\theta) d\theta, \end{aligned}$$

где

$$b = |y(t_0)|^2 + |y_z(t_0)|^2 + 1 + 2c(2\kappa^2 + 1)h_0, \quad \kappa = \max_{t \in E_0} |\varphi(t)|, \\ h_0 = h(t_0, \varphi(t_0)).$$

На основании леммы Гронуллы (см [4]), получаем

$$y^*(t) \leq be^{4c(t-t_0)} \leq le^{4c(t-t_0)}, \quad t \in [t_0, t_1].$$

Из ограниченности  $y^*(t)$  на  $[t_0, t_1]$ , что  $|y(t)| < B$ ,  $B^2 \leq be^{4c(t-t_0)} - 1$ .

### 3. Доказательство непрерывности решения по начальной функции

Оценим разность

$$\begin{aligned} \|\bar{y}(t) - y(t)\| &\leq \|\bar{\varphi}(t_0) - \varphi(t_0)\| + \int_{t_0}^t \|F(\theta, y, \bar{y}_z, u) - \\ &- F(\theta, \bar{y}, \bar{y}_z, u)\| d\theta \leq \|\bar{\varphi}(t_0) - \varphi(t_0)\| + \\ &+ L_1 \int_{t_0}^t (\|\bar{y} - y\| + \|\bar{y}_z - y_z\|) d\theta. \end{aligned}$$

Здесь

$$\|\bar{y}_z - y_z\| \|\bar{y}(\bar{s}) - y(\bar{s})\| + \|\bar{y}(\bar{s}) - y(\bar{s})\| \leq \bar{y}(\bar{s}) - y(\bar{s}) + ML_2 \|\bar{y} - y\|.$$

Справедливо неравенство

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \|\bar{y}(\bar{s}) - y(\bar{s})\| d\theta &\leq \int_{t_0}^t \|\bar{\varphi}(\theta) - \varphi(\theta)\| d\theta + \\ &+ \int_{t_0}^t \|\bar{y}(\theta) - y(\theta)\| d\theta. \end{aligned}$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \|\bar{y}(t) - y(t)\| &\leq \|\bar{\varphi}(t_0) - \varphi(t_0)\| + L_1 \int_{t_0}^t \|\bar{y} - y\| d\theta + \\ &+ L_1 \int_{t_0}^t \|y_z - y_z\| d\theta \leq (1 + L_1)\delta + (2 + ML_2) \int_{t_0}^t \|\bar{y} - y\| d\theta. \end{aligned}$$

Отсюда на основании леммы Гронуллы получим, что

$$\|\bar{y}(t) - y(t)\| \leq (1 + L_1)\delta e^{\alpha_1(2 + ML_2)(t-t_0)} = \epsilon, \quad t \geq t_0.$$

Таким образом, доказана непрерывность решения по начальной функции.

### 4. Доказательство непрерывности решения по управлению

Пусть решение  $y(t)$  уравнения (1) удовлетворяет условию (4). Достаточные условия непрерывности решения  $y(t)$  в среднем по управлению состоят в следующем:

- а)  $F(t, y, y_z, u)$  определена и непрерывна на  $R_1$ , причем  $\|F(t, \bar{y}, \bar{y}_z, u) - F(t, y, y_z, u)\| \leq L_1(\|\bar{y} - y\| + \|\bar{y}_z - y_z\| + \|\bar{u} - u\|)$ ;  
б)  $h(t, y) \geq 0$  определена и непрерывна на  $R_2$ , причем  $|h(\bar{t}, \bar{y}) - h(t, y)| \leq L_2(\|\bar{y} - y\|)^2$ ;

в)  $\varphi(t)$ ,  $\frac{d\varphi}{dt}$  определена на  $E_0$ ,  $\left\| \frac{d\varphi}{dt} \right\| \leq L_3$ ;

г)  $\|F(t, y, y_z, u)\| \leq L_4$ .

При этих условиях

$$\|\bar{y}(t) - y(t)\| \leq L_1 e^{L_1(2+ML_2)(t-t_0)}, M = \max\{L_3, L_4\}.$$

Оценим разность

$$\|\bar{y} - y\| \leq \int_{t_0}^t \|F(\theta, \bar{y}, \bar{y}_z, u) - F(\theta, y, y_z, u)\| d\theta \leq L_1 \int_{t_0}^t (\|\bar{y} - y\| + \|\bar{y}_z - y_z\| + \|\bar{u} - u\|) d\theta.$$

Рассмотрим отдельно

$$\|\bar{y}_z(\theta) - y_z(\theta)\| = \|\bar{y}(\bar{s}) - y(\bar{s})\| \leq \|\bar{y}(\bar{s}) + y(\bar{s})\| + \|y(\bar{s}) - y(s)\|,$$

$$\|\bar{y}(\bar{s}) - y(\bar{s})\| = \|\bar{y}(t-h(t, \bar{y})) - y(t-h(t, \bar{y}))\| \leq L_3 \|y - \bar{y}\| \equiv 0, \|\bar{y}_z - y_z\| \leq \|y(\bar{s}) - y(s)\| \leq ML_2 \|y - \bar{y}\|.$$

Тогда

$$\|\bar{y}(t) - y(t)\| \leq L_1 \int_{t_0}^t \|\bar{y}(0) - y(0)\| d\theta + ML_1 L_2 \int_{t_0}^t \|\bar{y} - y\| d\theta + L_1 \int_{t_0}^t \|\bar{u} - u\| d\theta \leq L_1 \delta + L_1(1 + ML_2) \int_{t_0}^t \|\bar{y}(0) - y(0)\| d\theta.$$

На основании леммы Гронуллы получаем

$$\|\bar{y}(t) - y(t)\| \leq L_1 e^{L_1(2+ML_2)(t-t_0)} = \varepsilon.$$

Таким образом доказана непрерывность решения по управлению

#### Литература

1. Магомедов А. Р. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук\*, № 2, стр. 102—107, 1971. 2. Магомедов А. Р. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук\*, № 3, стр. 120—125, 1972. 3. Магомедов А. Р. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук\*, № 1, стр. 104—103, 1977. 4. Беллман Р., Кук К. Л. Дифференциально-разностные управления. "Наука". М., 1967.

Институт математики и механики

Поступило 12. XII 1980

Э. Р. Мəһəммədov

### ИДАРЭТМƏ МƏСƏЛƏСИ ҮЧҮН МАКСИМУМЛУ ДИФФЕРЕНСИАЛ ТЭНЛИКЛƏРИН ҺƏЛЛИНИН ТЭДГИГИ

Мəғалəдə ашағыдакы

$$\dot{y}(t) = F(t, y(t), \max_{\tau \in [t-h(t, y), t]} y(\tau), u(t)) \quad (16)$$

тыпни идарəетмə мəсəлəси үчүн максимумлу дифференциал тэнликлəрин Һəллəри тəһлил едилир.

Башланғыч функцијаға вə идарəетмəгə нəзэрэн (1) тэнлижин Һəллəринини варлығы, јеканəлији, мəһдудлуғу вə кəсипмəзлији һағғында теорем исбат едилимишдир.

A. R. Magomedov

### INVESTIGATION OF SOLUTIONS OF THE DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH MAXIMA FOR THE CONTROL PROBLEMS

The paper investigates the nonlinear differential equation with maxima for the control problem of the following kind:

$$\dot{y}(t) = F(t, y(t), \max_{\tau \in [t-h(t, y), t]} y(\tau), u(t))$$

The theorem of existence, uniqueness, boundedness and continuity of solutions of the problem with respect to the initial function and control is proved.

УДК 539.374

МЕХАНИКА

М. Х. ИЛЬЯСОВ

### О ЗАДАЧЕ ЛЕМБА ДЛЯ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Для линейной однородной изотропной вязкоупругой среды задача Лемба изучалась в работах [1, 2], причем в [1] рассмотрены простейшие реологические модели, а в [2] найдены асимптотические решения, справедливые при больших расстояниях от источника. Известно, что в динамических задачах свойство вязкоупругости проявляется в основном для начальных значений времени и у фронтов распространяющихся волн. Поэтому представляет интерес исследовать эту практически и теоретически интересную задачу для широкого диапазона времени с учетом реальных наследственных свойств.

Математическая задача сводится к следующему

$$\int_0^t \left[ R_1(t-\tau) + \frac{2}{3} R(t-\tau) \right] d(\Delta\varphi) = \rho \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2},$$

$$\frac{1}{2} \int_0^t R(t-\tau) d(\Delta\psi) = \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$$\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \psi = \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0, \quad t = 0,$$

$$\sigma_{zz} = -T \delta(x) \delta(t), \quad T = \text{const}, \quad \sigma_{xz} = 0, \quad z = 0.$$

Здесь приняты общеизвестные обозначения,  $\delta(x)$ —функция Дирака; кроме того, решение должно затухать с удалением от источника. В преобразованиях Лапласа по времени и Фурье по координате  $x$  имеем следующие решения:

$$\tilde{\varphi} = \frac{-T(2\kappa^2 + p^2 b^2) e^{-z\sqrt{a^2 p^2 + \kappa^2}}}{\frac{1}{2} p \bar{R} [(2\kappa^2 + b^2 p^2)^2 - 4\kappa^2 \sqrt{a^2 p^2 + \kappa^2} \sqrt{b^2 p^2 + \kappa^2}]},$$

$$\tilde{\psi} = \frac{2T i \kappa \sqrt{a^2 p^2 + \kappa^2} e^{-z\sqrt{b^2 p^2 + \kappa^2}}}{\frac{1}{2} p \bar{R} [(2\kappa^2 + b^2 p^2)^2 - 4\kappa^2 \sqrt{a^2 p^2 + \kappa^2} \sqrt{b^2 p^2 + \kappa^2}]} \quad (1)$$

Здесь  $p$  и  $\kappa$ —параметры преобразований Лапласа и Фурье,  $a^2 = \rho / (p \bar{R}_1 + \frac{2}{3} p \bar{R})$ ,  $b^2 = 2\rho / p \bar{R}$ , чертой сверху обозначаются изображения по Лапласу, а волной—совместных преобразований, одноименных функций.

Считая коэффициент Пуассона постоянным с помощью обобщенной теоремы умножения Эфроса из (1), находим

$$f(x, z, t) = \int_0^t f_1(x, z, \tau) g(t, \tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $f(x, z, t)$  — одно из функций  $\varphi$  и  $\psi$ ,  $f_1(x, z, t)$  — соответствующие выражения для упругой задачи, а  $g(t, \tau) = (1 + \bar{K}) \bar{q}(p, \tau)$ ,  $\bar{q}(p, \tau) = \exp(-\tau \sqrt{1 + \bar{K}})$ , причем  $\bar{K}(p)$  — изображения ядра ползучести.

Так как решение упругой задачи хорошо известно [3], то формулой (2) решение вязкоупругой задачи приводится к вычислению функции  $q(t, \tau)$ . Эта функция для произвольного  $K(t)$  вычислена в работе [4], а для ядер Работнова и Ржаницина приведена в [5]. В [3] показано, что после смещений упругой задачи состоит из суперпозиции трех полей соответствующих волне Релея, продольным и поперечным волнам. Из (2) следует, что аналогичное имеет место и для вязкоупругой задачи. Компоненты смещения, соответствующие волне Релея, имеют вид:

$$u_R(x, z, t) = \frac{T \sqrt{1 - \gamma^2 \theta^2} (2 - \theta^2) c_2 z}{\mu \pi d} [\delta(t) + K(t)] * \int_0^t q(t, \tau) \times \\ \times \left[ \frac{1}{z^2 (1 - \gamma^2 \theta^2) + (v\tau + x)^2} - 2 \frac{1 - \theta^2}{2 - \theta^2} \frac{1}{z^2 (1 - \theta^2) + (v\tau + x)^2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{z_2 (1 - \gamma^2 \theta^2) + (v\tau - x)^2} + 2 \frac{1 - \theta^2}{2 - \theta^2} \frac{1}{z^2 (1 - \theta^2) + (v\tau - x)^2} \right] d\tau, \quad (3)$$

$$v_R(x, z, t) = \frac{T \sqrt{1 - \gamma^2 \theta^2} (2 - \theta^2) c_2}{\mu \pi d} [\delta(t) + K(t)] * \int_0^t q(t, \tau) \times \\ \times \left[ \frac{-(v\tau + x)}{z^2 (1 - \gamma^2 \theta^2) + (v\tau + x)^2} + \frac{2}{2 - \theta^2} \frac{v\tau + x}{z^2 (1 - \theta^2) + (v\tau + x)^2} - \right. \\ \left. - \frac{v\tau - x}{z^2 (1 - \gamma^2 \theta^2) + (v\tau - x)^2} + \frac{2}{2 - \theta^2} \frac{v\tau - x}{z^2 (1 - \theta^2) + (v\tau - x)^2} \right] d\tau.$$

Здесь звездочка означает свертку функций

$$\gamma = \frac{c_2}{c_1}, \quad v = c_2 \theta, \quad d = 4\theta \left[ 2 - \theta^2 - \frac{\sqrt{1 - \gamma^2 \theta^2}}{\sqrt{1 - \theta^2}} - \frac{\gamma_2 \sqrt{1 - \theta^2}}{\sqrt{1 - \gamma^2 \theta^2}} \right],$$

$$c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}, \quad c_2 = \sqrt{\mu/\rho},$$

$\theta$  является корнем уравнения Релея ( $0 < \theta < 1$ )

$$(2 + y^2)^2 - 4 \sqrt{1 + y^2} \sqrt{1 + \gamma^2 y^2} = 0$$

В соответствии с работами [4, 5], при малых значениях времени константы  $\lambda$  и  $\mu$  заменяются мгновенными значениями функций релаксации ( $\lambda_0, \mu_0$ ), а при больших значениях времени — их равновесными значениями ( $\lambda_\infty, \mu_\infty$ ). Отметим, что зависимость смещений от координаты  $z$  на фронте волны Релея такая же, как и при упругом материале, согласно которому на границе полупространства имеет бесконечные разрывы; при удалении же от границы  $z = 0$  интенсивность волны Релея убывает как  $\frac{1}{z}$ . За фронтом волны зависимость от координаты  $z$  существенно зависит от того, какой аналитический вид имеет ядро ползучести  $K(t)$ . С удалением от источника по координате  $x$  либо с течением времени, интенсивность волны Релея на фронте волны убывает по экспоненциальному закону.

Продольная составляющая смещения  $u_R$  волны Релея, распространяющаяся в положительном направлении оси  $ox$ , имеет единственный максимум в точке  $\xi = x - v_0 t = 0$ , равный

$$\frac{T \theta^2 (2 - \gamma^2) c_2}{\mu \pi d \sqrt{1 - \gamma^2 \theta^2} z} [\delta(t) + K(t)] * e^{-\frac{\kappa(0)t}{z}}$$

а составляющая смещения  $v_R$  имеет два главных экстремума в точках  $\xi \approx \pm z \sqrt{1 - \theta^2}$ , абсолютные значения которых равны

$$\frac{T \sqrt{1 - \gamma^2 \theta^2} \sqrt{1 - \theta^2} c_2}{\mu \pi d} \left| \frac{2 - \theta^2}{2 - \theta^2 (1 + \gamma^2)} - \frac{1}{1 - \theta^2} \right| [\delta(t) + K(t)] * e^{-\frac{\kappa(0)t}{z}}$$

Как видно, величина этих максимумов неограниченно возрастает при  $z \rightarrow 0$  и затухает по экспоненциальному закону с течением времени.

Смещения продольных и поперечных волн определяются потенциалами  $\varphi$  и  $\psi$  по формуле (2) с учетом их выражения для упругого материала

$$\varphi_1 = \begin{cases} \frac{T \sqrt{2} c_2}{\mu \pi} \Phi(z, t) \sqrt{\sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_1^2}} - \frac{x}{c_1}}, & \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_1^2}} - \frac{x}{c_1} > 0, \\ 0, & \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_1^2}} - \frac{x}{c_1} < 0; \end{cases}$$

$$\varphi_2 = \begin{cases} \frac{T \sqrt{2} c_2}{\mu \pi} \Phi(-, t) \sqrt{\sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_1^2}} + \frac{x}{c_1}}, & \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_1^2}} + \frac{x}{c_1} > 0, \\ 0, & \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_1^2}} + \frac{x}{c_1} < 0; \end{cases}$$

$$\psi_1 = \begin{cases} \frac{2 \sqrt{2} T_2}{\mu \pi} \Psi(z, t) \sqrt{\sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_2^2}} + \frac{x}{c_2}}, & \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_2^2}} - \frac{x}{c_2} > 0, \\ 0, & \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_2^2}} - \frac{x}{c_2} < 0; \end{cases}$$

$$\psi_2 = \begin{cases} -\frac{2 \sqrt{2} T c_2}{\mu \pi} \Psi(z, t) \sqrt{\sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_2^2}} + \frac{x}{c_2}}, & \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_2^2}} + \frac{x}{c_2} > 0, \\ \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_2^2}} + \frac{x}{c_2} < 0, \\ 0, & \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{c_2^2}} + \frac{x}{c_2} < 0; \end{cases}$$

$$\Phi(z, t) = \frac{\frac{\gamma^2 z}{c_2} \left( t^2 - \frac{z^2}{c_1^2} \right)^{\frac{1}{4}} \left[ (2\gamma^2 - 1) t^2 - \frac{2\gamma^2 z^2}{c_1^2} \right]}{\left[ (2\gamma^2 - 1) t^2 - \frac{2\gamma^2 z^2}{c_1^2} \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{4\gamma^2 z}{c_1} \left( t^2 - \frac{z^2}{c_1^2} \right) \sqrt{(1 - \gamma^2) t^2 + \frac{\gamma^2 z^2}{c_1^2}}}$$

$$\Psi(z, t) = \frac{\frac{z}{c_1} \left( t^2 - \frac{z^2}{c_1^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\left| t^2 (1 - \gamma^2) - \frac{z^2}{c_2^2} \right|}}{\left( t^2 - \frac{2z^2}{c_2^2} \right)^{\frac{3}{2}} - \frac{4z}{c_2} \left( t^2 - \frac{z^2}{c_2^2} \right) \sqrt{\left| (1 - \gamma^2) t^2 - \frac{z^2}{c_2^2} \right|}}$$

Картина движения на фронтах продольных и поперечных волн зависит от вида ядра  $K(t)$ . При регулярном ядре напряжения на фронтах волн претерпевают скачок и затухают по экспоненциальному закону, а при слабосингулярном ядре фронты волн размываются, образуются квазифронты, скорости которых с течением времени приближаются к равновесным скоростям распространения продольных и поперечных волн.

#### Литература

1. Шемякин Е. И. ДАН СССР, 104, № 2, 193—196, 1955. 2. Брук С. З. МТТ, № 3, 56—63, 1972. 3. Петрашень Г. И., Марчук Г. И., Огурцов К. И., Уч. зап. МГУ, № 35, серия матем. наук, вып. 21, 71—118, 1950. 4. Ильясов М. Х. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-тех. и матем. наук, № 5, 81—86, 1978. 5. Ильясов М. Х. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-тех. и матем. наук, № 5, 124—129, 1979.

Институт математики и механики

Поступило 10. X. 1980

М. Х. Ильясов

#### ӨЗЛҮ-ЕЛАСТИК ЖАРЫММУСТӘВИ ҮЧҮН ЛЕМБ МӘСЭЛӘСИНӘ ДАИР

Мәгәлгәдә хәссәси штијари нүвәли интеграл мүнәсибәтләри нлә јазылмыш, өзлү-эластик жарыммүстәви үчүн Лемб мәсәләси һәлл едилмиш, јердәјишмә саһәсини Реле, узунуна вә енинә дәлгаларын јаратдыгы јердәјишмәләрин чәминдән ибарәт олдугу кәстәрилмишдир. Өзлүэластик материал үчүн гојулмуш мәсәләнин һәлли эластик үчүн олан һәлләрдән истифадә етмәклә бир функцијанын тапылмасына кәтиридилмиш вә бу функција хусуси шәкилдә верилмиш нүвәләр үчүн тәдгиг едилмишдир.

М. Kh. Ilyasov

#### ON LEMB PROBLEM FOR VISCO-ELASTIC HALF-PLANE

The Lamb problem for visco-elastic half-plane at arbitrary hereditary kernels is solved. It is shown that the displacement field consists of sum of three fields: Rayleigh waves, longitudinal and transverse waves. The expressions of each displacement are reduced and investigated. It is shown that at regular creeping kernels the solution on wave fronts is damped exponentially, but for weak singular kernels the wave fronts are diffused. In this connection quasi-fronts are formed, the velocities of which in the course of time approach to balanced velocities.

УДК 621.315.592

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

С. Г. АБДУЛЛАЕВА, В. А. АЛИЕВ

#### ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В P-TIGaSe<sub>2</sub>

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ч. М. Джуварлы)

В настоящем сообщении изложены результаты исследования отрицательных фотоэлектрических эффектов в слоистых кристаллах  $p = \text{TIGaSe}_2$ . Монокристаллы выращены методом Бриджмена-Стокбаргера. Равновесная концентрация дырок составляет  $(3 \div 5) \cdot 10^{18} \text{см}^{-3}$ , а ширина запрещенной зоны — 2,15 эв при 77 К. Из исследования примесной фотопроводимости найдены рекомбинационные уровни  $\epsilon_{\text{сг}_1} = 1,2$  эв,  $\epsilon_{\text{сг}_2} = 0,95$  эв, а из термостимулированной проводимости (ТСП) два уровня прилипания:  $\epsilon_{\text{вт}_1} = 0,53$  эв,  $\epsilon_{\text{вт}_2} = 0,31$  эв. Контакты изготовлены из эвтектической смеси  $\text{InGa}$ . Электрическое поле направлено вдоль естественных слоев, а свет — перпендикулярно слоям. Измерения проводились при температуре 77 К.

В темноте при малых напряженностях электрического поля ( $E \ll 15$  в/см) вольт-амперная характеристика (ВАХ) монокристаллов  $\text{TIGaSe}_2$  близка к линейной (рис. 1, кр 1). Далее зависимость тока от напряжения постепенно становится нелинейной и переходит при более высоких электрических полях в зависимость вида  $J \sim V^2$ , где  $\alpha \gg 2$ . пунктирная линия на рис. 1 соответствует предельному току монополярной инжекции [1]. ВАХ выше пунктирной линии обусловлена ( $E > 15$  в/см) режимом двойной инжекции. При подсветке из области примесного поглощения (0,6—1,2) мкм линейная область характеристики значительно расширяется. Из сравнения кр. 1 и 2 следует, что с ростом приложенного напряжения в определенной области ВАХ увеличивается отношение темнового тока к световому, т. е. примесный свет уменьшает проводимость образца, приводя к отрицательной фотопроводимости (ОФП). Отрицательная фотопроводимость наблюдалась в Ge [2—4], Si [5, 6], GaAs [7], GaSe (Sn) [8] и т. д. Имеется ряд работ, в которых предложены модели [9—10] для объяснения наблюдаемого эффекта. В кристаллах  $\text{TIGaSe}_2$  помимо ОФП наблюдается и отрицательная остаточная фотопроводимость (ООП). Если после установления стационарного значения отрицательного фототока ( $J^-$ ) выключить подсветку, то установится квазистационарное значение тока ( $J_{\text{оп}}^-$ ), которое больше  $J^-$ , но меньше, чем значение исходного темнового ( $J_{\text{т}}$ ) (рис. 2). Ток на свету в общем случае определяется в виде  $J^- = J_{\text{оп}}^- + \Delta J_{\text{ф}}^-$ , где  $\Delta J_{\text{ф}}^-$  амплитудное значение ОФП. Как следует из рис. 2, кинетика ОФП имеет своеобразный вид,

где долговременным процессам установления и спада ОФП предшествуют скачки проводимости. Такие же выбросы наблюдались в [6, 7].

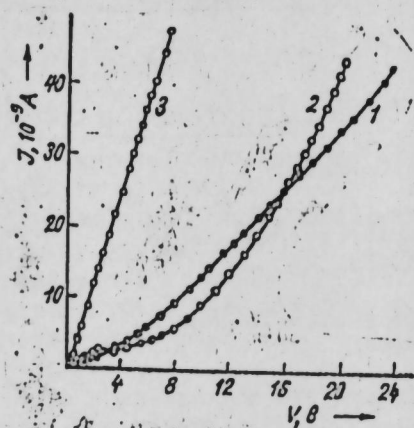


Рис. 1. Вых монокристалла  $TiGaSe_2$ : 1—в темноте; 2—при освещении светом с  $\lambda=0,8$  мкм; 3—при освещении с  $\lambda=0,6$  мкм.

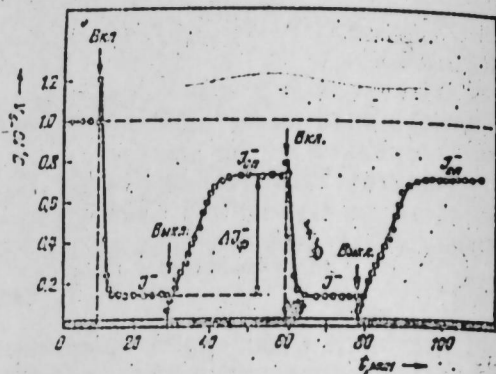


Рис. 2. Временная зависимость фотопроводимости при освещении световыми импульсами из основного поглощения

На рис. 3 представлена спектральная зависимость амплитуды ОФП и ООП. В области коротких длин волн эти эффекты ограничиваются красной границей собственного фототока ( $\sim 0,6$  мкм).

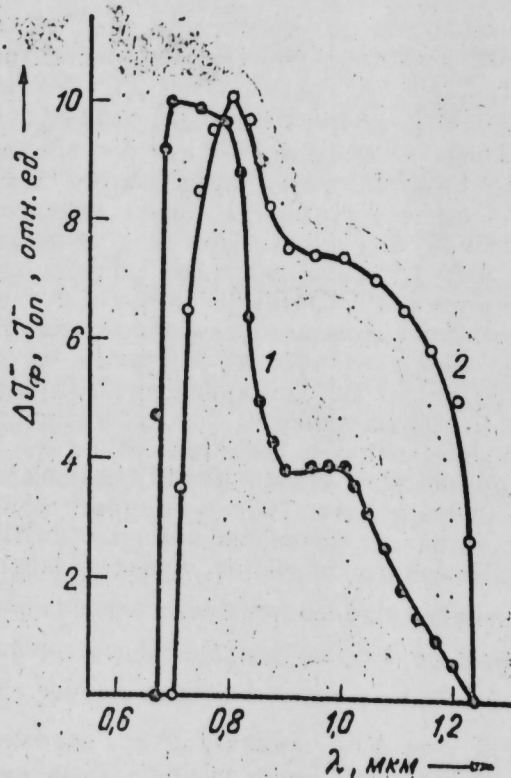


Рис. 3. Спектральное распределение ОФП (1) и ООП (2).

Зависимость амплитуды ОФП от интенсивности примесного света ( $\Phi$ ) имеет экстремум (рис. 4). С ростом интенсивности света  $|\Delta J_{\phi}^-|$  увеличивается, а после некоторого значения интенсивности ( $\Phi_{opt}$ ) уменьшается и фототок становится положительным. С ростом напряжения вместе с  $|\Delta J_{\phi}^-|$  увеличивается также  $\Phi_{opt}$ , расширяется диапазон интенсивности примесной подсетки, при котором имеет место ОФП. При напряжениях, больше  $10^3$  в/см, фототок только положительный.

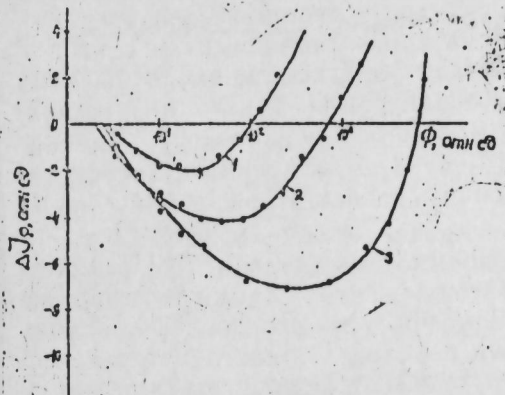


Рис. 4. Люксовые характеристики ОФП.

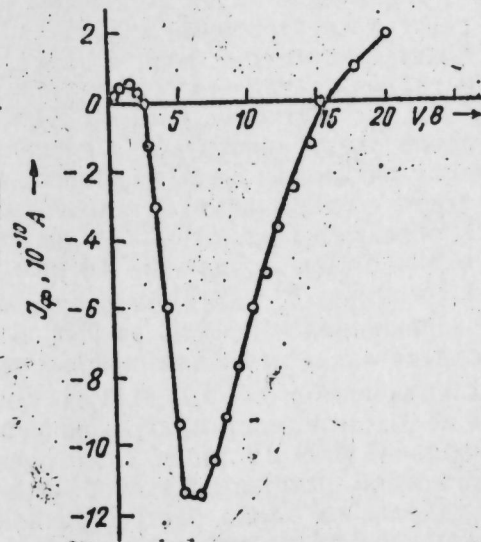


Рис. 5. ВАХ фототока под действием примесного света.

Характерная зависимость  $\Delta J_{\phi}^-$  (V) представлена на рис. 5. При постоянных значениях интенсивности и длины волны примесного света, создающего ОФП, и при напряжениях, меньше некоторого критического значения, наблюдается только положительная фотопроводимость, при дальнейшем же росте напряжения наблюдается ОФП. Зависимость  $\Delta J_{\phi}^-$  (V) имеет N-образный вид. С ростом температуры величины ОФП и ООП уменьшаются и при  $T > 149$  К исчезают. ООП в образцах  $TiGaSe_2$  "стирается" освещением образца собственным светом ( $0,3 < \lambda < 0,6$ ) мкм ее можно восстановить с помощью повторного освещения светом из области (0,6–1,2) мкм. Все основные параметры наблюдаемых явлений сильно зависят от качества контактов. С уменьшением инжектирующей способности контактов эффект ослабляется.

При исследовании особенностей отрицательных фотоэлектрических эффектов в кристаллах  $TiGaSe_2$ , нами установлено два экспериментальных факта, существенно отличающихся от известных случаев и не укладывающихся в рамки существующих моделей: 1) долговременная релаксация собственной фотопроводимости не обнаружена, однако наблюдается ООП; 2) эффекты наблюдаются только в определенной области ВАХ.

Первый факт при наличии двойной инжекции означает, что в те области кристалла, где происходит накопление и хранение основных

носителей заряда не попадают неосновные носители. Поэтому нами предполагалось, что в исследуемых кристаллах  $TlGaSe_2$  имеются включения более широкозонного полупроводника, содержащего глубокие уровни прилипания для дырок. При возбуждении дырок примесной подсветкой из основной матрицы на валентную зону включения с последующим прилипанием возможно их долгое хранение при низких температурах. Но для подтверждения наличия таких включений было целесообразно проведение микронных исследований.

Проведенный на установках Jeol (Япония) и Камебакс (Франция) рентгеноспектральный микроанализ показал, что в кристаллах  $TlGaSe_2$  имеет место существенное нарушение стехиометрии: нехватка таллия и галлия составляет соответственно, 1,54 и 1,12%, а избыток селена — 2,71%. Растровые изображения поверхности, полученные при попадании электронного зонда перпендикулярно и параллельно, позволили установить, что в процессе выращивания монокристаллов происходит сегрегация избыточного селена вдоль линейных дефектов и образуются включения цилиндрической формы с длиной до 200 мкм и диаметром торца (3–10) мкм. Концентрация таких включений —  $10^7 \div 10^8 \text{ см}^{-3}$ . Селен-широкозонный полупроводник  $p$ -типа с шириной запрещенной зоны 2,53 эВ [11]. В [12] из ВАХ монокристаллического селена найдены локализованные уровни  $\epsilon_1$  над валентной зоной с энергией активации 0,48, 0,17; 0,11 эВ с концентрацией  $2 \cdot 10^9$ ;  $\sim 10^7$  и  $6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , а методом термостимулированной проводимости выявлено [13] наличие уровней 0,09 и 0,21 эВ. Если предположить, что объемные свойства основной матрицы и второй фазы сохраняются вплоть до границы раздела, где имеет место ступенчатый переход от одного материала к другому, то на границе раздела фаз возникает резкий гетеропереход.

На рис. 6 изображена энергетическая диаграмма  $TlGaSe_2$  с включениями с учетом положений найденных локальных уровней, которая хорошо объясняет экспериментально установленные особенности наблюдаемых явлений.

Примесный свет с энергией фотона  $h\nu > 0,95$  эВ возбуждает электроны из уровня  $r_2$  (а в дальнейшем и из уровня  $r_1$ ) в зону проводимости. При этом заполнение дырок на этих уровнях растет. Будем считать, что скорость теплового возбуждения дырок с уровня  $r_2$  (а также  $r_1$ ) в валентную зону настолько мала, что увеличение заполнения этих уровней приводит к пренебрежимо малому увеличению скорости теплового возбуждения в  $v$ -зону. В то же время свободные электроны быстро захватываются центрами быстрой рекомбинации ( $s$ -центры). Захваченные  $s$ -центрами электроны рекомбинируют со свободными равновесными дырками, что и приводит к уменьшению их тепловой концентрации. Поэтому наблюдается ОФП. Концентрация свободных электронов при этом увеличивается, но данное увеличение слишком мало для компенсации уменьшения концентрации свободных дырок. Энергия залегания  $\epsilon_{cr}$  определяет длинноволновую границу ОФП (переходы 1). Второй максимум на спектральной зависимости ОФП (рис. 3) обусловлен переходами электронов из  $r_1$ -центров в зону проводимости (переходы 2).

Скачок проводимости при включении примесного света (рис. 2) обусловлен фотоионизацией дырок из  $r_1$ -центров (переходы 3). Поскольку  $\epsilon_{cr} = \epsilon_{cv}$ , процессы, связанные с переходами 1 и 3, происходят

одновременно. В момент включения примесного света, пока возбужденные в  $s$ -зону электроны рекомбинируют со свободными дырками через  $s$ -центры, наблюдается положительный ток дырок в виде скачка, созданный переходами 3, через некоторое время проявляется ОФП. Наблюдение ОФП лишь на нелинейном участке ВАХ (рис. 1) и ее зависимость от инжектирующей способности контактов связаны с

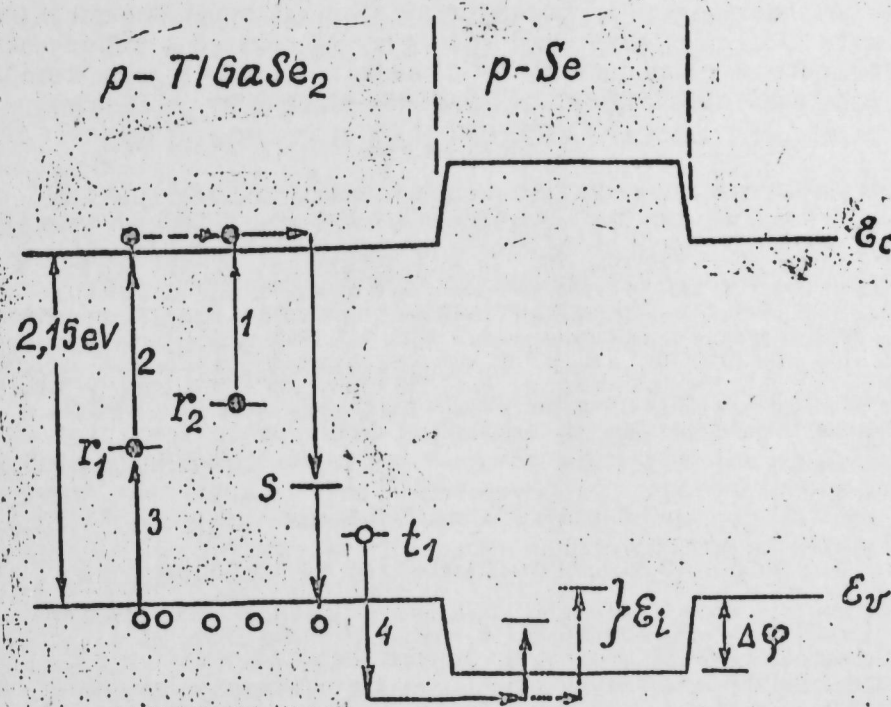


Рис. 6.1 Энергетическая диаграмма  $p-TlGaSe_2$ , содержащего включения  $p-Se$ .

двойной инжекцией носителей тока в образец, изменяющей заполнения  $r$ -центров. При отсутствии инжекции ( $E < 15$  в/см) нет электронов на  $r$ -центрах, поэтому наблюдается только положительный фототок из уровня  $r_1$ . По мере роста заполнения  $r_2$ -центров, инжектированными в объем кристалла электронами ( $E > 15$  в/см) растет  $|\Delta J_{ph}|$ . Дальнейший рост напряжения приводит к тому, что инжекционные токи становятся намного больше  $|\Delta J_{ph}|$  и на фоне них не видно ОФП. С ростом интенсивности примесного света увеличивается число выброшенных электронов из  $r_2$ -центров в зону проводимости, поэтому растет амплитудное значение ОФП (рис. 4). Начиная с некоторого оптимального значения интенсивности происходит опустошение уровня  $r_2$ , и  $|\Delta J_{ph}|$  уменьшается.

После пересечения  $\epsilon_{cr}$ -положения  $s$ -центров, они из уровней быстрой рекомбинации превращаются в уровни прилипания. Поэтому при  $T > 140$  К ОФП исчезает. Предложенная энергетическая диаграмма объясняет также ООП. Посредством света захваченные на фотоактивном уровне  $\epsilon_v + 0,53$  эВ дырки, выбрасываются выше барьера и прилипают на уровни  $\epsilon_1$  во включениях. Поскольку  $\epsilon_1 \gg kT$  характер-

ное время термического выброса прилипших дырок достаточно велико. В той области, где происходит накопление дырок, нет свободных электронов, поэтому процессы рекомбинации во включениях не могут помешать установлению ООП. Для наблюдения ООП необходимо выполнение неравенства:  $h\nu_0 \geq \epsilon_1 + \Delta\varphi$ ;  $\Delta\varphi$  - высота барьера на границе включений. После выключения примесного света снова происходит захват инжектированных дырок на уровень  $\epsilon_0 + 0,53$  эв, а прилипшие во включениях дырки исключаются из процесса проводимости и наблюдается ООП. Стирание ООП температурой связано с термическим освобождением прилипших дырок на валентную зону селена, которые под действием поля барьера скатываются на  $\nu$ -зону  $p$ -TiGaSe<sub>2</sub>.

#### Литература

1. Lampert M., Mark P., Current Injection in Solids, Academic Press, N. Y. and London, 1970. 2. Newman R., Tyler W. W., Phys. Rev., 96, 882, 1954. 3. Newman R., Phys. Rev., 94, 278, 1954. 4. Tyler W. W., Newman R., and Woodbury H. H., Phys. Rev., 97, 669, 1955; 98, 461, 1955. 5. Penchina C. M., Moore T. S., Holonyak N., Phys. Rev., 143, 634, 1966. 6. Chand M. C., Penchina C. M., Moore J. S., Phys. Rev., 48, 1229, 1971. 7. Hasegawa F., Japan T. Appl. Phys., 9, 636, 1970. 8. Komeo N., Phys. Stat. Solidi, 31, 717, 1959. 9. Stockmann F., Zs. Physik, 143, 348, 1955. 10. Yamada K., Oka S., Naturwissenschaften, 43, 175, 1956. 11. Hartke J. I., Regensburger P. J., Phys. Rev., 139 A, 970, 1965. 12. Абдуллаев, Г. Б., Абдинов Д. Ш. Физика селена, Баку, "Элм", 1975. 13. Roberts G. G. J., Physics C: Solid State Phys., 4, 1348, 1971.

Институт физики

Поступило 8 VII 1982

С. Н. Абдуллаева/В. Э. Алиев

#### $p$ -TiGaSe<sub>2</sub>-ДЭ МЭНФИ ФОТОЭЛЕКТРИК ЭФФЕКТЛЭРИ

Мәгала жүксәк сәвијәли инжекция шәраитиндә  $p$ -TiGaSe<sub>2</sub> кристалларының фотоэлектрик хәссәләрини өйрәнилмәсинә һәср едилмишдир. Ики һадисә гејд едилмиш вә тәдгиг олунмушдур: мәнфи фотокечиричилик вә мәнфи галыг фотокечиричилик. Бу һадисәләрни кәркиликлән, замандан, ишығын интензивлијиндән вә далға узунлуғундан вә температурдан асылылығы өйрәнилмишдир. Зәнкни тәчрүби материал әсасында бу һадисәләрни механизми перилмишдир. Микросонд тәдгигатларының көмәји илә узунлуғу 200 мк отурачағының диаметри исе 3 ÷ 10 мк олан цилиндр формалы селен фазасы ашкар едилмиш вә оныларын TiGaSe<sub>2</sub> кристалларының фотоэлектрик хәссәләринә тәсирли кәстәрилмишдир.

S. G. Abdullayeva, V. A. Aliyev

#### NEGATIVE PHOTOELECTRIC EFFECTS IN $p$ -TiGaSe<sub>2</sub>

The report deals with the results obtained while studying the photoelectrical properties of  $p$ -TiGaSe<sub>2</sub> crystals at high injection levels. Two phenomena have been recorded and investigated, namely the negative photoconductivity and the negative remanent photoconductivity. The current-voltage, time, spectral, lux, and temperature dependences of the above-mentioned phenomena have been studied and the mechanisms of these phenomena are suggested. The microprobe studies conducted, have allowed one to establish the presence of selenium inclusions in the form of 200  $\mu$ m-long cylinders with butt-end diameters from 3 to 10  $\mu$ m. The effect of these inclusions on the photoelectrical properties of TiGaSe<sub>2</sub> is shown.

УДК 621.315.592

ФИЗИКА

Чл.-корр. Э. Ю. САЛАЕВ, Э. К. ГУСЕЙНОВ,  
Ф. Н. КАЗИЕВ, А. К. МАМЕДОВ, Г. С. СЕИДЛИ

#### ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ И СПЕКТРЫ ПОГЛОЩЕНИЯ В МОНОКРИСТАЛЛАХ Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te

Исследование эффекта Фарадея, т. е. поворота плоскости поляризации в полупроводниковых материалах в магнитном поле, позволяет с помощью общедоступного оборудования быстро и надежно определять такой важный параметр полупроводников, как эффективная масса носителей заряда, ее концентрационную и температурную зависимости даже в тех случаях, когда их определение с помощью других эффектов затруднительно.

Исследования фарадеевского вращения (ФВ) и определению  $m^*$  для таких полупроводников как Si, CdTe, InSb, PbSn Te посвящены работы [1—5]. Для образцов твердых растворов Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te определение величины эффективной массы  $m^*$  проводилось в работах [6, 7]. В частности, в работе [6]  $m^*$  рассчитывалось из измерений зависимости коэффициента Холла от напряженности магнитного поля для образцов с концентрациями носителей заряда  $N_1 = 5 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и  $N_2 = 5 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$  при  $T = 295^\circ \text{ K}$  и составила  $m_1^* = 2,2 \times 10^{-2} m_0$ ,  $m_2^* = 2,4 \times 10^{-2} m_0$ , соответственно. В работе [7],  $m^*$  при 4,2 K° определялась из измерений циклотронного резонанса. Однако в указанных работах анализы и вычисления полученных данных реализовались при помощи многих теоретических допущений.

В настоящей работе проведены некоторые исследования возможности определения значений эффективной массы носителей заряда, ее концентрационной зависимости и эффективного сечения захвата фотона из исследования эффекта Фарадея и спектров поглощения в монокристаллах Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te.

Исследования ФВ и спектров поглощения в спектральном диапазоне 6 ÷ 14 мкм проводились на 3-х образцах твердого раствора Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te ( $x \approx 0,26$ ), полученных методом твердотельной рекристаллизации. Толщина образцов выбиралась порядка 300 мкм, концентрации носителей тока, измеренные с помощью эффекта Холла, составляли  $N_1 = 9 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_2 = 2,05 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_3 = 4,02 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$  соответственно.

Измерения угла ФВ проводились на установке, принципиальная оптическая схема которой подробно описана в [1]. В качестве анализатора и поляризатора использовались поляризаторы для ИК-диапазона 2 ÷ 16 мкм типа МЛР-1. Погрешность определения значений эффективной массы составляла не более 10 % и определялась в основном погрешностью измерения угла поворота.

На рис. 1 показана зависимость коэффициента Верде от квадрата длины волны для 3-х образцов при температуре 295° K. Напряжен-



ность поля  $H = 5,5$  кГс соответствует максимальному углу поворота плоскости поляризации. Согласно классической формуле для ФВ на свободных носителях [1].

$$\frac{\varphi}{B \cdot d} = \frac{e^3 N \lambda^2}{8 n^2 c^3 \epsilon_0 n \cdot m^*} \quad (1)$$

где  $\varphi$ —угол поворота плоскости поляризации,  $B$ —индукция магнитного поля,  $d$ —толщина образца,  $e$ —заряд электрона,  $N$ —концентрация носителей заряда,  $\epsilon_0$ —диэлектрическая постоянная в вакууме,  $n$ —коэф-

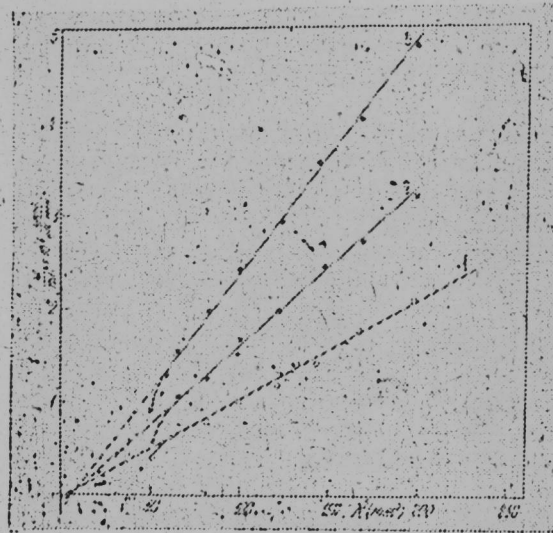


Рис. 1. Спектральная зависимость коэффициента Верде Т-295 К,  $H=5,5$  кГс;  $N \text{ см}^{-3}$ : 1— $9 \cdot 10^{15}$ ; 2— $2,05 \cdot 10^{16}$ ; 3— $4,02 \cdot 10^{16}$

фициент преломления,  $m^*$ —эффективная масса носителей заряда, и из наклона приведенных кривых  $\varphi/Bd \sim f(\lambda^2)$  можно предположить, что вращение плоскости и поляризации в основном обусловлено свободными носителями заряда.

Участок графика до 8 мкм, видимо соответствует межзонному Фарадеевскому вращению и требует детального исследования. Мы остановимся на вращении свободными носителями.

Экстраполяции прямолинейных участков графика не приводит их в начало координат, а отсекает отрицательный отрезок на оси ординат, который увеличивается с ростом концентрации.

Из формулы (1) следует, что при  $\lambda \rightarrow 0$ ,  $[\varphi/Bd]_{\lambda \rightarrow 0}$  также стремится к нулю. Однако в работах [3—5] было замечено, что к углу вращения плоскости поляризации на свободных носителях добавляется некоторая составляющая, которая смещает кривые зависимостей  $\varphi \sim f(\lambda^2)$  по оси ординат, а соответствующие прямые отсекают от оси ординат либо положительные [3, 5], либо отрицательные [4] отрезки, и поэтому зависимость  $\varphi/Bd \sim f(\lambda^2)$  можно представить в виде

$$\frac{\varphi}{Bd} = a \lambda^2 - b \quad (2)$$

где  $a$ —соответствует наклону линейного участка

$$a = \frac{e^3 N}{8 n^2 \epsilon_0 c^3 m^*}; \quad b = \left[ \frac{\varphi}{B \cdot d} \right]_{\lambda \rightarrow 0}$$

Появление дополнительного слагаемого в [2] по сравнению с формулой (1), согласно [4], может быть связано, во первых влиянием межзонного эффекта Фарадея, во вторых, влиянием эффекта Бурштейна—Мосса, т. е. смещением края поглощения в коротковолновую область при увеличении концентрации носителей.

Из формулы (1) работы [4] и линейных участков приведенного нами графика можно вычислить значения  $m^*$ , где все величины кроме  $n$  нам известны. Воспользовавшись значениями  $n = 3,5$ , взятыми из работы [8] для образцов 1, 2, 3 были получены значения  $m_1^* = (1,95 \pm \pm 0,2) \times 10^{-2} m_0$ ,  $m_2^* = (2,3 \pm 0,23) \times 10^{-2} m_0$  и  $m_3^* = (2,6 \pm 0,26) \times 10^{-2} m_0$  соответственно. Как видно, значения  $m^*$  не сильно зависят от концентрации носителей и хорошо согласуются с данными работы [6].

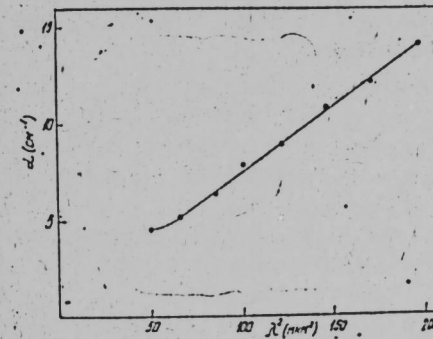


Рис. 2 Зависимость коэффициента поглощения от квадрата длины волны (обр. 3). Для длины волны  $\lambda = 10$  мкм оно составило  $\sigma = 2 \times 10^{-10} \text{ см}^2$ .

Таким образом из приведенных результатов можно заключить, что поглощение света и вращение плоскости поляризации в магнитном поле в монокристаллах  $\text{Cd}_x \text{Hg}_{1-x} \text{Te}$  ( $x \approx 0,26$ ) в области длин волн 6—14 мкм при  $T = 295^\circ \text{ К}$  в основном обусловлено свободными носителями зарядов, а значения эффективных масс носителей зарядов при той же температуре слабо зависят от их концентрации.

#### Литература

1. Уханов Ю. И. ФТТ, 5,1, 109, 1963.
2. Уханов Ю. И. ФТТ, 4, 10, 2741, 1962.
3. Волков В. В., Волкова А. В., Киреев П. С. ФТП, 4,6, 1139, 1970.
4. Андреева Е. П., Козырева М. С., Колпакова Н. Н. ФТП, 2, 7, 1042, 1968.
5. Сизов Ф. Ф., Лошкорев Т. В., Орлецкий В. Б., Григорович Е. Т. ФТП, 8, 11, 2074, 1974.
6. Shizawa J. W. J. Phys. chem. Solids, vol. 37, p. 33, 1976.
7. Kinch M. A., Buss D. D. J. Phys. Chem. Solids, vol. 42, p. 461, 1971.
8. Берченко Н. Н., Евстигнеев А. И., Ерохов В. Ю., Матвеев А. В. "Зарубежная электронная техника", 1981.
9. Шалимова И. В. "Физика полупроводников". М., 1976.

Институт физики

Поступило 21. IV 1982

Е. Е. Салаев, Е. К. Бусеинов, Ф. Н. Газыиев,  
А. К. Маммадов, Н. С. Сеидли

#### $\text{Cd}_x \text{Hg}_{1-x} \text{Te}$ МОНОКРИСТАЛЛАРЫНДА ФАРАДЕЙ ЭФФЕКТИ ВЭ УДУЛМА СПЕКТРЛЭРИ

Мәгаләдә отар температурада ( $0,9 \div 4$ )  $10^{16} \text{ см}^{-3}$  концентрациялы  $\text{Cd}_x \text{Hg}_{1-x} \text{Te}$  ( $x = 0,26$ ) монокристалларында Фарадей җырымасы вә удулма спектри тәдгиг олуңмушдур. Тәтрүби нәтиҗәләрә әсасән тәҗрибә олуңмуш электрик јүкдәшиҗычыларың эффектив күтләсиниң гыҗмәтләри ( $1,9 \div 2,6$ )  $10^{-2} m_0$  интервалында дәҗишир.

Тәчрүбәдән алынмыш гыҗмәтләр дикәр мәлүм эффектләриң нәтиҗәләриң илә уҗуң кәлир.

E. Yu. Sataev, E. K. Guseynov, F. N. Kazlyev,  
A. K. Mamedov, G. S. Seydly

### THE FARADAY EFFECT AND ABSORPTION SPECTRA IN $Cd_xHg_{1-x}Te$ MONOCRYSTALS

The absorption and Faraday rotation in  $Cd_xHg_{1-x}Te$  ( $x=0,26$ ) single crystals are studied for the samples with the charge carriers concentration  $N=(0,9-4)\cdot 10^{16}cm^{-3}$  at  $T=295$  K.

The effective mass values of the carriers vary in the range  $m^*=(1,95-2,6)\cdot 10^{-2}m_0$  being calculated from the experimental data. The effective section values of photon capture are estimated. For the wave-length  $\lambda=10$   $\mu m$   $\sigma=2\cdot 10^{-10}cm^2$ . The values correspond to the data previously obtained by other effects.

УДК 591.1

ЖИДКИЕ КРИСТАЛЛЫ

А. Х. ЗЕЙНАЛЛЫ, А. Н. НЕСРУЛЛАЕВ, Ф. А. РУСТАМОВ

### ТЕКСТУРЫ И ИХ ИЗМЕНЕНИЯ В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ ОЛЕАТА КАЛИЯ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. И. Алиевым)

Как известно, жидкие кристаллы делятся на два класса: термотропный (жидкокристаллическое состояние существует в определенном температурном интервале) и лиотропный (жидкокристаллическое состояние проявляется в двух или более компонентных системах, образующихся в смесях амфифильных молекул и воды или других растворителях. До последнего времени основное внимание уделялось исследованию термотропных жидких кристаллов, которые благодаря своим уникальным свойствам представляют интерес не только с чисто исследовательской точки зрения, но и с точки зрения практического применения. Лиотропным жидким кристаллам до последнего времени уделялось относительно мало внимания, главным образом из-за того, что трудно было найти область их практического использования.

В последнее время лиотропные жидкие кристаллы привлекли внимание исследователей, поскольку они позволяют создавать структуры, наиболее близкие к клеточным мембранам и могут служить для моделирования процессов живой клетки.

Нами были исследованы текстуры и их изменения в лиотропном жидком кристалле — водном растворе олеата калия при различных толщинах образцов и различных концентрациях олеата калия. Характер наблюдаемых текстур определялся строением молекул олеата калия, состоящих из полярных групп. Эти группы, взаимодействуя с водой, смешивались с ней в любых соотношениях и давали соответствующие текстуры.

Исследования проводились в плоских стеклянных капиллярах с тщательно очищенными хромпиком, бензолом и ацетоном опорными поверхностями. Толщина зазора задавалась майларовыми прокладками и составляла 5, 20, 50, 100, 150 и 200  $\mu m$ . Жидкий кристалл заправлялся при комнатной температуре, после заправки капилляры герметизировали. Микроскопические исследования осуществлялись с помощью поляризационных микроскопов типа МПС-2У и МИН-8.

Сразу после заправки плоского капилляра наблюдалась зернистая текстура. Следует при этом отметить, что плотность зерен в толстых образцах 100—200  $\mu m$  была выше, чем в тонких 5—50  $\mu m$ . Эта текстура не являлась жидкокристаллической, а характеризовала изотропный раствор олеата калия в воде. Через 2—4 ч начинался процесс роста жидких кристаллов и связанные с этим процессом трансформации текстуры. При этом, центрами зарождения поликристаллических образований жидких кристаллов являлись зерна, наблюдаемые после заправки.

Трансформации текстур происходили равномерно по всей поверхности капилляра, причем процесс протекал быстрее в толстых капиллярах, чем в тонких, что может быть связано с большей подвижностью молекул в толстых образцах. Обычно уже через 10—12 ч образовывалась четкая жидкокристаллическая текстура, соответствующая той или иной жидкокристаллической фазе. Эти текстуры являлись стабильными, размеры поликристаллических образований и характер двулучепреломления текстур оставались неизменными в течение нескольких месяцев.

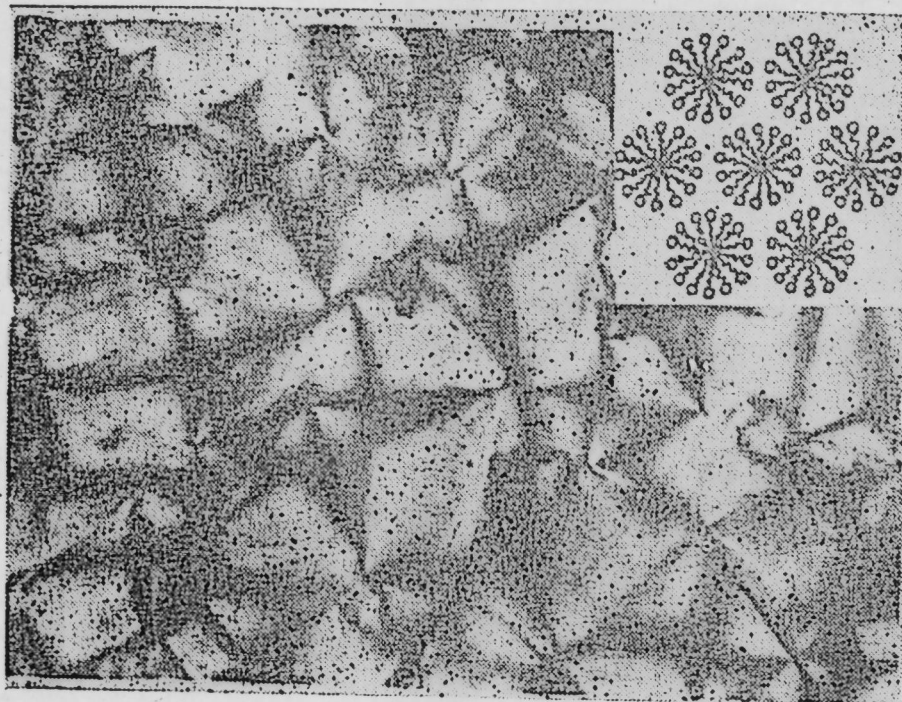


Рис. 1. Веерная текстура 20—50%-ных растворов олеата калия. Сбоку — схематическое изображение структуры простой гексагональной фазы  $E$ .

Наблюдения показали также, что текстуры, получаемые в тонких капиллярах, были сходными с текстурами, возникшими в толстых капиллярах. Единственное отличие текстур заключалось в различии размеров кристаллитов и сфоролитов. Так, если размеры поликристаллических образований в тонких капиллярах составляли 10—15 мкм, в толстых капиллярах они были меньше и составляли примерно 2—5 мкм.

Исследования показали, что при концентрациях олеата калия, меньших 20%, наблюдалась изотропная фаза, характеризующаяся отсутствием неоднородностей и дефектов. При наблюдении все поле зрения микроскопа являлось темным и не менялось с течением времени. Полученная текстура соответствовала так называемой фазе  $L_1$  [1, 2].

Здесь следует отметить, что до настоящего времени нет твердо установленной классификации мезофаз амфифильных систем. Из типов классификаций Луззати [3, 4], Винзора [5, 6] и Эквала [2] мы выбрали систему Эквала как наиболее удобную и универсальную.

В растворах с концентрацией олеата калия выше 20% на фоне изотропного образца возникали веероподобные образования, число кото-

рых росло по мере возрастания концентрации до 50% и при концентрации олеата калия 50% все поле зрения оказывалось однородным (рис. 1). Наблюдаемые текстуры характеризовали жидкокристаллическую анизотропную фазу — простую гексальную фазу  $E$  или как ее иногда называют среднюю фазу  $E$  [2]. При вращении столика микроскопа веера поочередно гасли и просветлялись, при этом максимальная разность хода лучей наблюдалась в центре веера. Структурно фаза  $E$  состоит из длинных, взаимно параллельных стержней с гексагональной упаковкой,

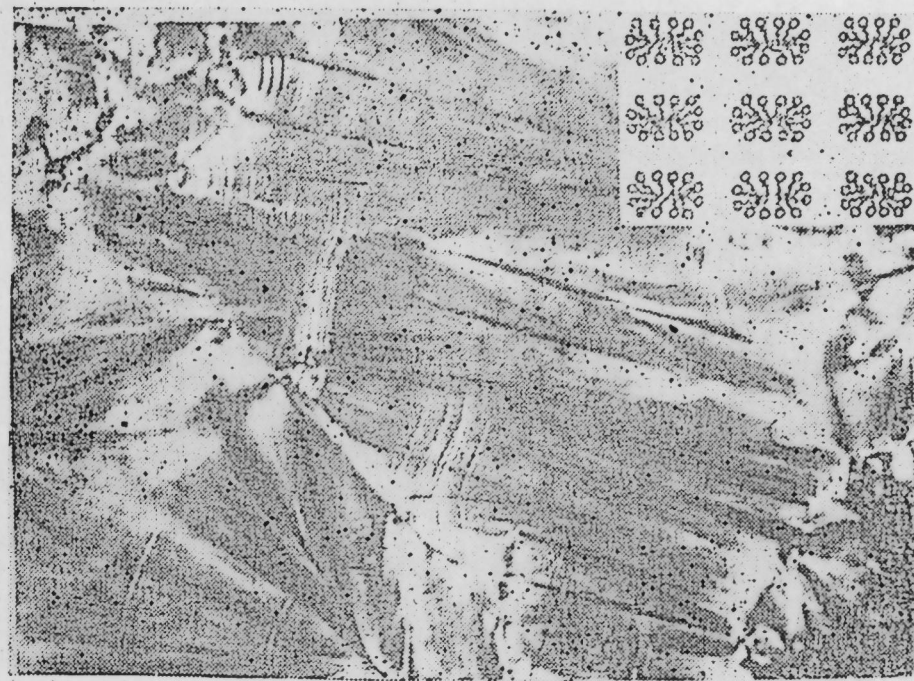


Рис. 2. Лепестковая текстура 60—70%-ных растворов олеата калия. Сбоку — схематическое изображение структуры прямоугольной фазы  $R$ .

стержно составлены из более или менее радиально выстроенных молекул (рис. 1).

При концентрациях олеата калия от 60 до 70% наблюдались текстуры, аналогичные приведенной на рис. 2. Эта текстура существенно отличалась от текстур для других концентраций олеата калия. Здесь наблюдались системы поликристаллов в виде лепестков с цветом от красного до фиолетового и размерами порядка 25 мкм. Лепестки меняли свою окраску, гасли и просветлялись независимо друг от друга при скрещенных поляроидах и при вращении столика микроскопа. В поляризованном свете окраска частично сохранялась. Эта текстура соответствует анизотропной прямоугольной фазе  $R$ , представляющей собой систему неопределенно длинных, взаимно параллельных стержней с прямоугольным сечением и орторомбической упаковкой [2].

На рис. 3 представлена однородная веерная текстура, наблюдаемая при концентрациях олеата калия 70% и соответствующая сложной гексагональной фазе  $H_c$ . Однако в отличие от веерной текстуры для 50%-ного раствора олеата калия здесь при внимательном рассмотрении можно

заметить, что близкорасположенные веера соединялись в одной точке, место соединения четырех вееров имело вид креста. Схематически структура этой фазы представлена на рис. 3. Сложная гексагональная фаза состоит из бесконечно длинных, взаимно параллельных цилиндрических стержней в двумерногексагональной упаковке. Эти стержни состоят из двойных слоев амфифильных молекул, окружающих ядро из гидратированных полярных групп и воды, локализованных в водной среде.

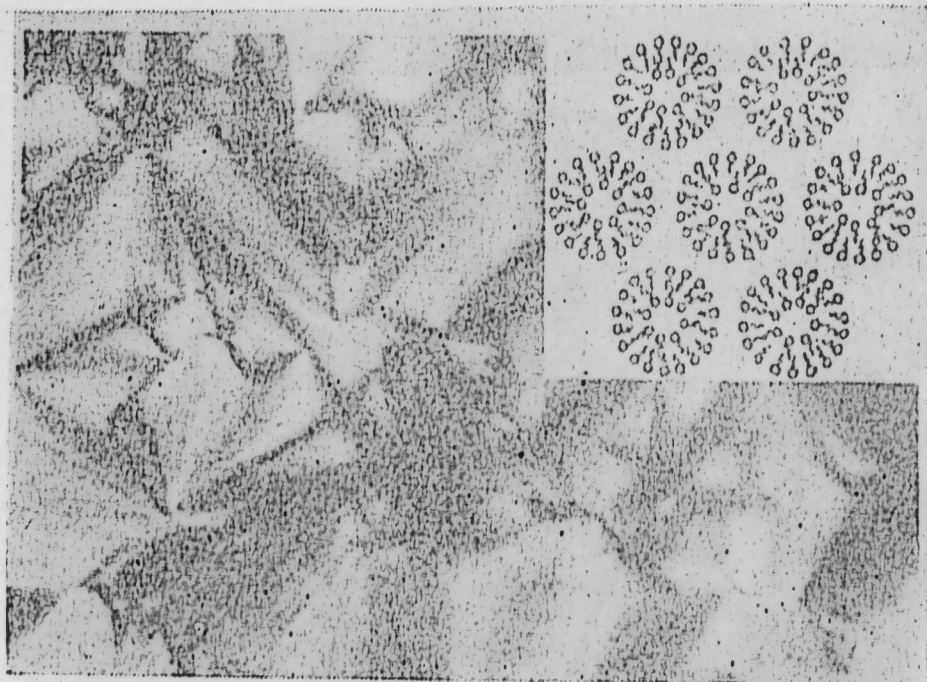


Рис. 3. Веерная текстура 70%-ного раствора олеата калия. Сбоку — схематическое изображение структуры сложной гексагональной фазы  $H_c$ .

При концентрациях олеата калия выше 70% и вплоть до 90% наблюдались текстуры, приведенные на рис. 4. На фоне слабо двулучепреломляющего образца имелись совокупности сильно двулучепреломляющих цветных волокон, длина которых составляла 6—9 мкм. Кроме волокнистой текстуры получалась и полосчатая текстура, также обладающая сильным двулучепреломлением. Полосы представляли собой систему взаимно не связанных, параллельных друг другу нитей. Эти нити изгибались, но никогда не образовывали замкнутых фигур. Длина полос составляла 120 мкм. Волокнистая и полосчатая текстуры образовывались в одном и том же капилляре, хотя могли встречаться и отдельно на разных образцах. Текстуры, приведенные на рис. 4, соответствовали ламеллярной (или чистой) фазе  $D$ . Как видно из приведенной на этом же рисунке структуры, молекулы жидкого кристалла у этой фазы организованы в плоские бимолекулярные слои при этом расстояние между слоями остается неизменным. В отличие от трехмерной решетки обычного кристалла молекулы этой фазы не имеют строгой трехмерной упорядоченности и обладают значительной подвижностью [7].

В заключение следует отметить, что хотя исследованные жидкокри-

сталлические текстуры оставались стабильными длительное время, заметные изменения происходили с веерными текстурами через 5—6 месяцев после изготовления образцов. Здесь возникали системы концентрических двулучепреломляющих лент, в последующем на поверхностях

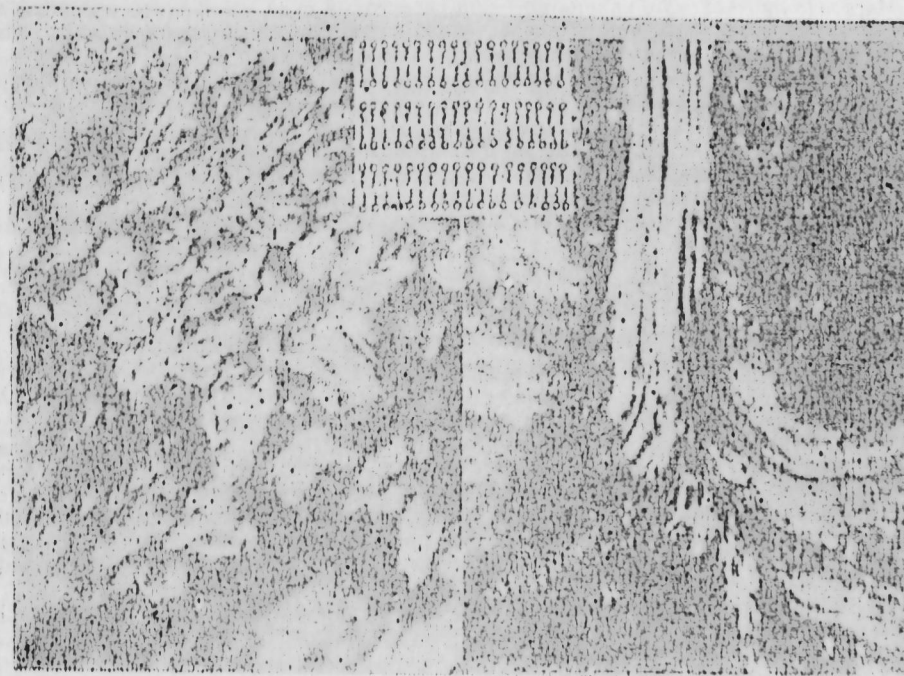


Рис. 4. Полосчатая и волнистая текстуры 70—90%-ных растворов олеата калия. Сбоку — схематическое изображение структуры ламеллярной фазы  $D$ .

ленты возникали мелкие конфокальные образования. Так происходило расслоение олеата калия. Если проводить аналогию между образованной структурой и структурой смектических жидких кристаллов, то в первом случае слои жидкого кристалла как бы свернуты. Их можно раскрутить, если сдвинутые опорные поверхности капилляра. Тогда образуются нормальные смектические слои, а замкнутые ленты исчезают.

#### Литература

1. Mandell L., Ekwall P. „Acta Polytechnica Scandinavica“ 1, 92, 1968.
2. Ekwall P. „Advance of Liquid Crystals“, 1, 3, 1975.
3. Luzzati V., Mustacchi H., Skoulios A., Husson F. „Acta Cryst.“, 13, 160, 1960.
4. Luzzati V., Mustacchi H., Skoulios A. „Disc. Faraday Soc.“, 25, 43, 1958.
5. „Liquid Crystals and Plastic Crystals“, ed. G. Gray, Pt. Windsor, Ellis Horwood, Chichester, 1974.
6. Winsor P. „Chem. Rev.“, 68, 1, 1968.
7. Ekwall P., Mandell L., Fattell K. „Mol. Cryst. Liq. Cryst.“, 8, 157, 1959.

АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 23. XII 1981

А. И. Зеиналы, А. Н. Несруллаев, Ф. А. Рустамов

### КАЛИУМ ОЛЕАТ СУ МӘНЛУЛЛАРЫНДА ТЕКСТУРАЛАР ВӘ ОНЛАРЫН ДӘЈИШИЛМӘЛӘРИ ҺАГГЫНДА

Мәгаләдә лиотроп маје кристаллы—калиум олеатын суда мәһлулуиун мүхтәлиф маје кристаллик фазалардан асылы олараг вердији текстураларын вә онларын дәјишилмәләрини микроскопик тәдгигиниң нәтичәләри көстәриләр.

Тәдгигатлар галыңлыгы 5мкм-дән 20 мкм-дәк олан мүстәви шүшә капиллярларда апарылмышдыр. Калиум олеатын мәһлулуиун мүхтәлиф концентрасијалары (10—90%) һазырланмышдыр.

Тәдгигат заманы беш мүхтәлиф маје кристаллик фазалара (изотроп фаза  $L$ , садә һексагонал фаза  $E$ , дүзбучаглы фаза  $R$ , мүрәккәб һексагонал фаза  $H_c$  вә ламелляр фаза  $D$ ) ујғун мүхтәлиф нөв текстуралар мүшәһидә олуиушдур.

Мәгаләдә алынмыш текстураларын вә онлара ујғун фазаларын гурулушлары көстәриләр.

A. Kh. Zeinally, A. N. Nesrullaev, F. A. Rustamov

### TEXTURES AND THEIR VARIATIONS IN WATER SOLUTIONS OF POTASSIUM OLEAT

In the present paper the results of macroscopic investigations of the textures and their variations in the interconnection with the different liquid crystal phases of lyotropic liquid crystal, i. e. the water solution of potassium oleat, are presented. The investigations have been carried out in the flat glass capillaries of thickness from 5 to 200  $\mu\text{m}$ . Solutions with potassium oleat concentration of 10÷90% have been prepared. Different characteristic types of textures corresponding to the five various liquid crystal phases, i. e. isotropic  $L$ , simple hexagonal  $E$ , rectangular  $R$ , complex hexagonal  $H_c$  and lamellar  $D$  have been found.

The photographs of the obtained textures and the corresponding phase structures are also presented.

АЗӘРБАЈҶАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXIX ЧИЛД

№ 3

1983

УДК 669.87.053

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Э. М. ЭЙБАТОВА, Г. А. ШАКАРОВ, Т. Д. ОСТАПЕНКО

### ИЗВЛЕЧЕНИЕ ГАЛЛИЯ ИЗ ПРОМЫШЛЕННЫХ АЛЮМИНАТНЫХ РАСТВОРОВ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕРАБОТКИ АЛУНИТОВ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Шахтахтинский)

Основными источниками получения галлия являются промпродукты переработки различного глиноземсодержащего сырья.

Применяемые способы извлечения галлия зависят от технологии производства глинозема и не должны вносить существенных изменений в технологию переработки алюминиевого сырья.

В литературе описываются различные методы извлечения галлия из алюминатных растворов производства глинозема [1—4].

В настоящее время для получения галлия широко применяется процесс цементации галлия сплавом алюминия с галлием — галламой алюминия [5].

Преимущество использования галламы алюминия по сравнению с амальгамой, в том, что не существует ограниченной растворимости галлия, процесс, безвреден. Метод цементации галламой алюминия исключает операции отделения галлия от цементирующей основы и регенерации ее, что выгодно отличает его от существующих электрохимических методов с применением ртути. Истощение галламы до полного удаления алюминия позволяет получить черновой металл [5].

Целью настоящей работы является изучение принципиальной возможности извлечения галлия из промышленных алюминатных растворов производства глинозема из алунигов с применением метода цементации галлия галламой алюминия.

Содержание компонентов в исследуемом промышленном растворе было следующее:  $\text{Na}_2\text{O}_{\text{общ}}$ —190 г/л;  $\text{Na}_2\text{O}_k$ —163,5 г/л;  $\text{Al}_2\text{O}_3$ —78,5 г/л;  $\text{Ga}$ —0,092 г/л;  $\text{S}_{\text{S}_2\text{O}_3}^{2-}$ —0,64 г/л;  $\text{S}_{\text{S}^{2-}}$ —0,64 г/л;  $\text{V}_2\text{O}_5$ —0,33 г/л;  $\text{S}_{\text{общ}}$ —5,96 г/л.

Цементацию галлия проводили галламой, содержащей 0,5% (по массе) алюминия, т-ра р-ра—333°К. Применялся алюминий марки «ЧДА», металлический галлий ГЛ-1.

Процесс осуществляли контролем потенциала галламы во времени на поляриографе ОН-102 с периодическим добавлением в галламу алюминия при снижении потенциала галламы в сторону электроположительных значений. При цементации галлия непосредственно из исходного раствора в первые минуты контакта раствора с галламой алюминия имело место растворение галлия — основы сплава и повышенный расход алюминия (рис. 1, кр. 1), что объясняется восстановлением конкурирующей примеси — соединений ванадия (рис. 1). Соединения ванадия, обладающие в щелочном растворе сильными окислительными свойствами и низким перенапряжением для выделения водорода, при взаимодей-

стии с галламой алюминия резко увеличивают скорость растворения алюминия, а иногда и самой основы сплава—галлия [6], что имеет место в данных условиях. О восстановлении соединений ванадия свидетельствует образование гидратированных соединений треокиси ванадия, нерастворимых в щелочном растворе [7].

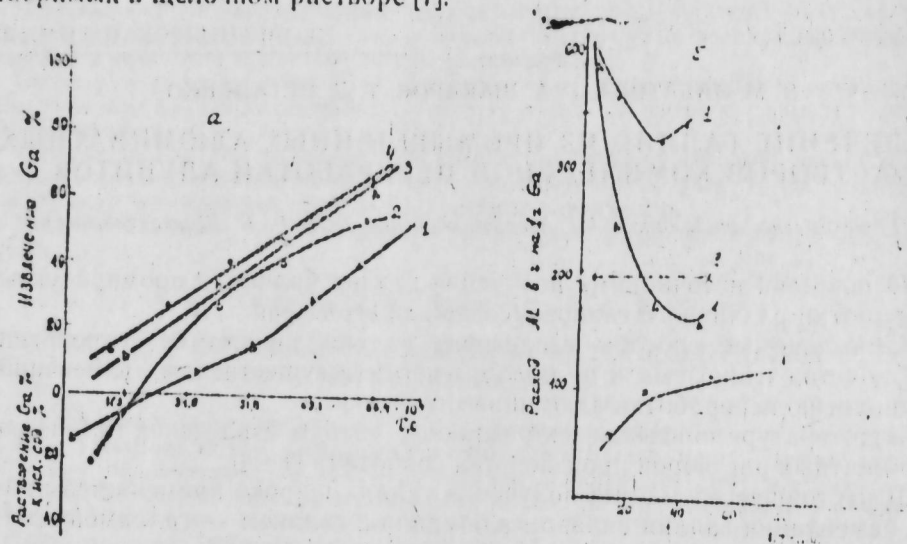


Рис. 1. Зависимость степени извлечения галлия (а) и расхода алюминия (б) от условий обработки раствора. Растворы: 1—исходный; 2, 3—после отстаивания в течение 2—5 суток; 4—упаренный до  $\text{Na}_2\text{O}_{\text{общ.}} = 240$  г/л.

Для уменьшения отрицательного влияния ванадия, проявляющегося в повышенном расходе алюминия на восстановление галлия—основном факторе, определяющем экономическую целесообразность цементации галлия галламой алюминия — проводили предварительную очистку растворов. Вывод соединений ванадия из раствора осуществляли путем охлаждения и отстаивания раствора в течение 2—5 суток в политермическом режиме (при снижении температуры от 353 до 283К).

Изменение концентрации ванадия в растворе в результате отстаивания приводится на рис.2, из которого видно, что в течение 2—5 суток содержание ванадия в растворе уменьшилось соответственно до 0,012, 0,011 г/л. (рис. 2).

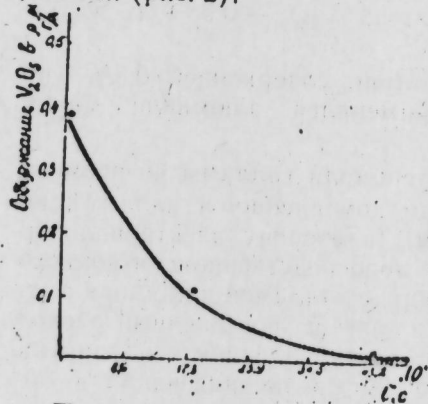


Рис. 2. Изменение концентрации ванадия при цементации галлия в зависимости от условий обработки раствора

После предварительного отстаивания раствора в течение 2—5 суток при цементации степень восстановления галлия составляла более 50%

при расходе около 150—190 г на 1 г восстановленного галлия, причем при цементации из раствора в течение 2 суток отстаивания процесс, сопровождаемый незначительным растворением галлия в начале процесса, а после 5 суток отстаивания и последующей цементации растворение основы галлия не отмечалось, наблюдался более ритмичный ход кривых потенциала галламы от содержания в нем алюминия во время цементации, что указывало на облагораживание раствора.

Известно, что более глубокая очистка растворов от соединений ванадия методом кристаллизации [8] протекает из растворов с большей концентрацией  $\text{V}_2\text{O}_5$ . С другой стороны, известно [5], что содержание галлия в исходном растворе имеет определяющее значение на показатели цементации и особенно на расход алюминия. С целью интенсификации процесса цементации нами проведено упаривание раствора до 240 г/л  $\text{Na}_2\text{O}_{\text{общ.}}$  и затем для вывода сконцентрировавшихся примесей ванадия раствор охлаждали до  $+283^\circ\text{C}$  последующим отстаиванием в течение 3 суток. После такой обработки раствора, содержание галлия в растворе повысилось до 0,115 г/л, а содержание  $\text{V}_2\text{O}_5$  составило 0,01 г/л. Из полученных растворов степень цементации составляла 65% при расходе алюминия 110 г на 1 г восстановленного галлия (рис. 1а, б, кр. 4).

Процесс цементации сопровождался более высоким значением потенциала галламы, что свидетельствует об облагораживании раствора при указанном способе подготовки его.

При дальнейшем упаривании раствора до концентрации щелочи 260 г/л, процесс цементации протекал неудовлетворительно, что связано с увеличением вязкости раствора.

#### Литература

1. Магаршак Г. К. Получение галлия в алюминиевой промышленности. Библ. сб. Л., 1958.
2. Нижник А. Т., Шехтер Ч. В. Исследование влияния некоторых примесей на процесс цементации галлия амальгамой натрия. ЖПХ, т. 35, вып. 2, 295, 1962.
3. Зазубин А. И., Романов Г. А., Салтыковская Л. А. Об электролизе галлия на галлиевом катоде. В кн. «Физ. хим. методы выделения соединений легких редких металлов». Изд. «Наука», Алма-Ата, 32—41, 1965.
4. Шахтактинский Г. Б., Шакаров Г. А., Аслаинов Г. А. Попутное извлечение галлия при комплексной переработке алуинта. Изд. АН Азерб. ССР, Баку, 1968.
5. Гусарова Т. Д. Цементация галлия галламой алюминия. Канд. дисс. Алма-Ата, 1968.
6. Зазубин А. И., Остапенко Т. Д., Гладышев В. И., Тищевская Т. В., Лохова И. Г. и др. Тез. докл. на республиканск. научн. конф. «Теория и практика амальгамных процессов «Амальгамы-78», 223. Изд. «Наука», Каз. ССР, 1978.
7. Шалавина Е. Л., Иванова Т. А. Восстановление ванадия из щелочных растворов методом цементации и влияние ванадия на восстановление галлия. Тез. докл. на Всесоюз. конф. Теория и практика амальгамных процессов. Алма-Ата, октябрь, 1966.
8. Шахтактинский Г. Б., Гусейнзаде С. М., Халилов Х. С. Попутное извлечение пентаоксида ванадия при комплексной переработке алуинтов. Изд. «Элм». Баку, 1974.

Институт неорганической и физической химии

Поступило 17. VII 1981

Е. М. Иејбэтова, И. Э. Шэкэров, Т. Д. Остапенко

#### АЛУИНИТИ КОМПЛЕКС Е'МАЛЫ ПРОСЕСИИДЭ СЭНАЈЕ АЛУМИНАТ МЭҢЛУЛЛАРЫИДАН ГАЛЛИМУН ЧЫХАРЫЛМАСЫ

Мәтәләдә алуинити комплекс е'малы заманы сәнаје алуминат мәһлулларыдан галлиуми сементасија үсулу илә чыхарылмасынын мүмкүнлүгү тәдқиқ едилмишидир. Мүәјјән едилмишидир ки, тәмизләниши алуминат мәһлулларындан (мәһлулда  $\text{V}^\circ\text{O}_5$ -ни

мигдари 0,01 г/л олдугда) алюминий галламасы илэ галлиуму редукция етдикде онун редукция даражеси 65%-э чатыр ва бу заман нар бир грам галлиума 110 г. алюминий сарф олунур.

E. M. Eibatova, G. A. Shakarov, T. D. Ostapenko

EXTRACTION OF GALLIUM FROM THE INDUSTRIAL ALUMINATE SOLUTIONS OF COMPLEX PROCESSING OF THE ALUM ROCK

In this work the principal possibility of gallium extraction from the industrial aluminate solutions of the alumina production from the alum rock by using the method of cementation of gallium with aluminium gallam is shown.

It is established that the gallium reduction degree reaches 65% and the aluminium expense is equal 110 g to 1g of reduced gallium (the residual connection of  $V_2O_5$  is 0.01 g/l).

С. Ф. КАРЛЕВ, Э. А. МАМЕДОВ, Е. С. ИВАНОВ, З. М. ЦАЛИКОВА

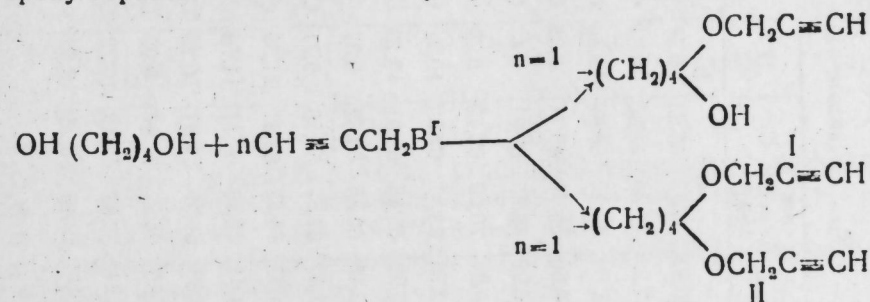
СИНТЕЗ, ХИМИЧЕСКИЕ И АНТИКОРРОЗИОННЫЕ СВОЙСТВА ПРОПАРГИЛОВЫХ ЭФИРОВ 1,4-БУТАНДИОЛА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. М. Кулиевым)

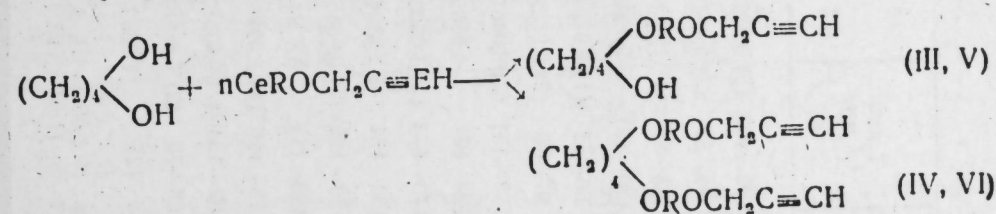
Накопленные к настоящему времени данные [1—3] по синтезу пропаргильных эфиров одно- и многоатомных спиртов и применению их в качестве высокотемпературных ингибиторов кислотной коррозии металлов делают необходимым дальнейший поиск в этом направлении с целью нахождения более эффективных представителей и расширения их ассортимента.

В связи с этим, в данной работе рассматриваются синтез, химические и антикоррозионные свойства моно- и дипропаргильных (оксипропаргильных) эфиров 1,4-бутандиола (БД).

Взаимодействием БД с пропаргильбромидом в присутствии щелочи в растворе бензола получены моно- и дипропаргильные эфиры (I, II). Варьированием соотношения исходных реагентов реакция направляется в сторону образования желаемых продуктов.



Синтез моно- и дипропаргильных оксипропаргильных эфиров (III—VI) осуществляется взаимодействием БД с  $\alpha$ -хлоралкилпропаргильными эфирами в присутствии *N,N*-диметаланилина.



Строение полученных моно- и диэфиров (I—VI) подтверждено ИК-спектрами и элементным анализом (см. табл. 1).

Кроме того, строение эфиров доказано химическими превращениями. Так, наличие ацетиленового атома водорода подтверждается при

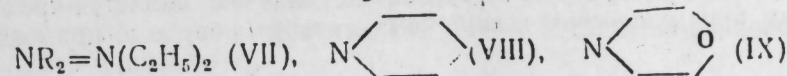
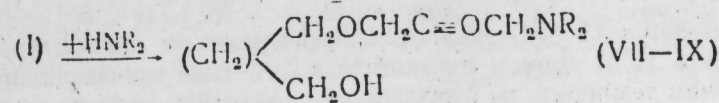
Таблица 1

№ соедин- нения	Выход, %	Т. кип. (р. мм)	$d_4^{20}$	$d_4^{25}$	$n_D^{20}$	МК <sub>D</sub>		Найдено, %		Брутто- формула	Вычислено, %		ИК-спектр, см <sup>-1</sup>
						на- депо	вы- чис- лепо	С	Н		С	Н	
I	65	102—103 (5)	0,9777	1,4520	35,37	35,77	65,64	9,56	C <sub>7</sub> H <sub>12</sub> O <sub>2</sub>	65,59	9,44	2130, 3300 (C≡CH) 3400 (OH)	
II	48	85—87 (2)	0,9619	1,4590	47,25	47,84	72,30	8,51	C <sub>10</sub> H <sub>11</sub> O <sub>2</sub>	72,26	8,48	2140, 3310 (C≡C H)	
III	52	53—54 (1)	1,015	1,4440	41,54	42,20	60,82	8,96	C <sub>8</sub> H <sub>14</sub> O <sub>3</sub>	60,74	8,92	2125, 3310 (C≡CH) 3400 (OH),	
IV	47	120 (3)	1,005	1,4510	60,63	60,71	63,71	8,08	C <sub>12</sub> H <sub>18</sub> O <sub>4</sub>	63,69	8,02	120, 3300 (C≡CH)	
V	53	56—57 (1)	0,9701	1,4416	46,98	46,85	62,87	9,47	C <sub>7</sub> H <sub>10</sub> O <sub>4</sub>	62,76	9,36	2120, 3300 (C≡CH) 3400 (OH),	
VI	48	97—98 (2)	0,9622	1,4470	69,94	70,00	66,18	8,78	C <sub>14</sub> H <sub>22</sub> O <sub>4</sub>	66,12	8,72	10, 3300 (C≡CH)	
VII	52	150—151 (2)	0,9467	1,4668	62,76	63,17	67,59	10,91	C <sub>12</sub> H <sub>13</sub> NO <sub>2</sub> *	67,57	10,87	2260 (C≡C) 3400 (CH)	
VIII	43	123 (2)	0,9602	1,4695	65,98	65,66	68,91	10,22	C <sub>10</sub> H <sub>13</sub> NO <sub>2</sub> *	68,89	10,19	2250 (C≡C) 3410 (OH)	
IX	44	170—173 (2)	1,0503	1,4890	62,46	62,85	63,52	9,37	C <sub>12</sub> H <sub>15</sub> NO <sub>2</sub> *	63,41	9,31	2250 (C≡CH) 31,0 (-H)	
X	43	130—131 (8)	1,0394	1,4465	37,52	37,87	57,56	9,71	C <sub>7</sub> H <sub>11</sub> O <sub>4</sub>	57,51	9,65	3445 (OH) 1710 (C=O)	
XI	48	120—125 (2)	0,9845	1,4565	74,32	74,77	63,81	11,59	C <sub>13</sub> H <sub>19</sub> O <sub>2</sub> Si*	63,88	11,55	1630 (C=C) 1250 (Si—C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> ) 2400 (OH)	
XII	45	183 (1)	0,8724	1,4520	79,91	79,42	65,11	11,78	C <sub>14</sub> H <sub>19</sub> O <sub>2</sub> Si**	65,08	11,70	1640 (=C) 1265 (S—H <sub>3</sub> ) 3550 (CH)	
XIII	50	118—120 (4)	0,9286	1,4580	58,88	59,55	59,81	10,28	C <sub>10</sub> H <sub>10</sub> O <sub>2</sub> Si**	59,95	10,03	1270 (Si—CH <sub>3</sub> ) 2190 (Si—C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> ) 3400 (OH)	
XIV	49	152—154 (2)	0,9166	1,4610	64,20	64,52	61,89	9,98	C <sub>11</sub> H <sub>17</sub> O <sub>2</sub> Si**	61,91	9,92	2150 (Si—H) 2200 (Si—C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> ) 3450 (CH)	
XV	47	68—70 (2)	0,8558	1,4280	58,24	58,62	59,89	10,22	C <sub>10</sub> H <sub>10</sub> O <sub>2</sub> Si**	59,93	10,06	210, 2340 (C≡CH) 1770 (Si—CH <sub>3</sub> )	
XVI	42	82 (2)	1,0693	1,4160	47,45	48,48	56,98	9,62	C <sub>9</sub> H <sub>13</sub> O <sub>4</sub>	56,82	9,51	1340 (OH) 1030 (C—O—C—O—C)	

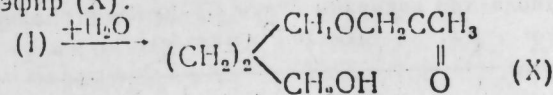
Найдено, %: N 6,59 (VII), 6,19 (VIII), 5,21 (IX) Вычислено, %: N 6,76 (VII), 6,16 (VIII) 6,21 (IX)

Найдено, %: Si 11,61 (XI), 11,01 (XII), 13,09 (XIII), 14,13 (XIV), 14,13 (XV) Вычислено, %: Si 11,49 (XI), 10,84 (XII) 14,2 (XIII) 13,13 (XIV) 14,02 (XV)

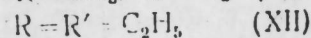
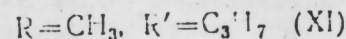
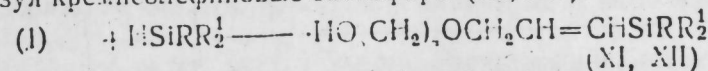
взаимодействии моноэфира (I) с параформом и вторичными аминами в присутствии CuCl. Это приводит к продуктам C-аминметилирования



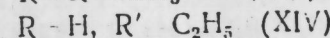
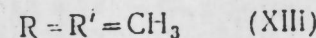
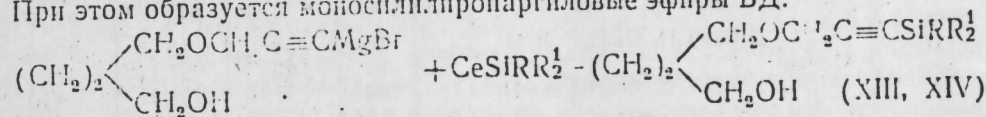
В условиях кислотно-каталитической гидратации моноэфир (I) образует кетооксифир (X):



В присутствии катализатора Снайера моноэфир (I) присоединяет триалкилсиланы по тройной связи по правилу Фармера (преимущественно), образуя кремнеолефиновые оксифиры (XI, XII).

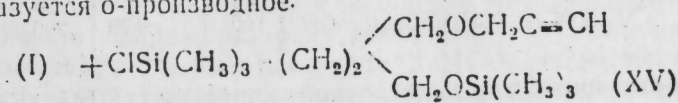


Реакцию взаимодействия моноэфира (I) с монохлорсиланами в зависимости от условий ее проведения можно направлять как с участием ацетиленового атома водорода, так и H-атома гидроксила. В первом случае реакция осуществляется через реактив Ювича моноэфира (I). При этом образуется моносилилпропаргиловые эфиры БД.

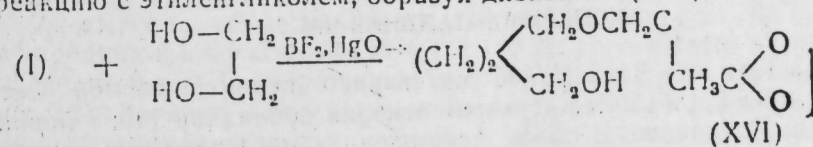


Надежным доказательством строения последних является (см. табл. 1) характеристические абсорбционные полосы имеющих в молекуле функциональных групп (C=C, C—Si, OH).

При взаимодействии моноэфира (I) с триметилхлорсиланом в пиридине образуется о-производное.



В присутствии катализатора (BF<sub>3</sub>, HgO) моноэфир (I) вступает в реакцию с этиленгликолем, образуя диоксолан (XVI).



Полученные моно- и диэфиры (I—VI) были испытаны на антикоррозионную активность. Испытания проводили весовым методом [4]. Результаты их представлены в табл. 2.

Анализ табличных данных показывает, что ингибиторный эффект дипропаргиловых эфиров (II, IV, VI) почти вдвое больше, чем у соответствующих моноэфиров (I, III, IV). Этот факт подтверждает высказан-



ное ранее мнение о росте эффективности антикоррозионного действия ацетиленовых ингибиторов с увеличением числа концевых тройных связей [5].

Соединения (I—VI) являются эффективными ингибиторами коррозии стали в HCl, причем их защитное действие прогрессивно растет с увеличением температуры агрессивной среды. Это является чрезвычайно важным преимуществом выявленных ингибиторов, т. к. применяемые в

Таблица 2

Защитное действие моно- и дипропаргил-(оксалкил)овых эфиров 1,4-бутадиола при коррозии стали СТ-10 КП в соляной кислоте ( $C=10^{-2}$  моль/л)

№ соединения	Добавки	Т-ра, T °C	Скорость коррозии, г/м <sup>2</sup> ч р	Ингибиторный эффект, γ	Степень защиты, z %
I	Без ингибитора (контроль)	20	14,2	—	—
		80	883,6	—	—
		100	1958,9	—	—
I	$(CH_2)_2 \begin{cases} CH_2OCH_2C \equiv CH \\ CH_2OH \end{cases}$	20	0,71	20,41	95,00
		80	12,90	68,40	93,54
		100	13,71	142,88	99,30
II	$(CH_2)_2 \begin{cases} CH_2OCH_2C \equiv CH \\ CH_2OCH_2C \equiv CH \end{cases}$	20	0,58	2,48	95,92
		80	9,19	66,15	98,96
		100	5,88	333,15	99,70
III	$(CH_2)_2 \begin{cases} CH_2OCH_2OCH_2C \equiv CH \\ CH_2OCH_2OCH_2C \equiv CH \end{cases}$	20	0,91	15,60	93,59
		80	23,77	37,17	97,31
		100	17,63	111,11	99,10
IV	$(CH_2)_2 \begin{cases} CH_2OCH_2OCH_2C \equiv CH \\ CH_2OCH_2OCH_2C \equiv CH \end{cases}$	20	0,61	23,27	96,70
		80	12,72	69,46	98,56
		100	7,84	249,86	99,60
V	$(CH_2)_2 \begin{cases} CH_2OCH(CH_3)OCH_2C \equiv CH \\ CH_2OH \end{cases}$	20	0,82	24,48	94,23
		80	21,74	40,64	97,54
		100	16,06	121,97	99,18
VI	$(CH_2)_2 \begin{cases} CH_2OCH_2(CH_3)OCH_2C \equiv CH \\ CH_2OCH_2(CH_3)OCH_2C \equiv CH \end{cases}$	20	0,73	19,43	94,86
		80	15,19	58,19	98,20
		100	9,79	200,09	99,50

промышленности ингибиторы кислотной коррозии (ПБ-5, Катапин-А, Катапин-К) теряют свои защитные свойства при повышенных температурах.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

4-окса-1-октин-8-ол (I). К интенсивно перемешиваемой смеси 4 г NaOH и 9 г БД в 150 мл «сухого» бензола добавляли 119 г пропаргилбромида. Реакционную смесь, перемешивая нагревали при температуре 75—80°C до прекращения отделения воды в ловушке Динна-Старка. Осадок отделяли, фильтрат сушили Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>. После удаления бензола перегонкой в вакууме выделяли монопропаргилловый эфир (I) (см. табл. 1).

Аналогичным путем (при соотношении БД:пропаргилбромид=1:2) получен дипропаргилловый эфир (II).

4,6-диокса-1-децин-9-ол (III). К раствору 10,45 г α-хлорметилпропаргиллового эфира в 50 мл бензола при перемешивании добавляли смесь из 9 г БД и 12 г N, N-диметиланилина. Реакционную массу перемешивали 5 ч при температуре 45—50°C. Осадок отделяли, фильтрат промывали водой и сушили Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>. После удаления бензола перегонкой остатка в вакууме получено вещество (III).

Аналогично, взаимодействием БД с α-хлорэтилпропаргилловым эфиром получен моноэфир (V).

Этим же методом (при соотношении БД:хлоралкилпропаргилловый эфир=1:2) синтезированы соответственно дипропаргиллоксиметилловый (IV) и дипропаргиллоксиэтиловый (VI) эфиры.

1-диэтиламино-5-окса-2-нонин-9-ол (VII). К смеси 6,4 г моноэфира (I), 2 г параформа и 0,5 г CuCl в 100 мл диоксана добавляли 5,5 г диэтиламина. Реакционную смесь, перемешивая нагревали 6 ч при 70—75°, затем охлаждали, разбавляли равным объемом воды, экстрагировали эфиром; органическую фазу сушили Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>. После удаления растворителя остаток перегоняли в вакууме с выделением соединения (VII).

Аналогичным путем синтезированы 1-пиперидино-5-окса-2-нонин-9-ол (VIII) и 1-морфолино-5-окса-2-нонин-9-ол (IX).

2-окса-4-окса-8-октанол (X). К нагретому (50°C) и перемешиваемому раствору 0,65 г красной HgO, 1 мл конц. Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> и 24 мл воды, в течение 30 мин, добавляли 6,4 г моноэфира (I). Смесь нагревали 2 ч при 60°C, затем охлаждали, экстрагировали эфиром. Органическую фазу промывали насыщенным раствором NaCl и сушили Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>. После удаления эфира перегонкой остатка в вакууме выделен кетоэфир (X).

3,3-диэтил-3-сила-7-окса-4-ундецен-11-ол (XI). К 6,4 г моноэфира (I) добавляли 5,8 г триэтилсилана и 0,2 мм 0,1 г раствора H<sub>2</sub>PtCl<sub>6</sub>·6H<sub>2</sub>O в изопропанол. Смесь, перемешивая нагревали (70—90°C) 5 ч. фракционировали в вакууме и выделяли кремнийолефиновый оксифир (XI). Аналогично, исходя из метилдипропилсилана и моноэфира (I) синтезировано соединение (XII).

2,2-диметил-2-сила-6-окса-3-децин-10-ол (XIII). К реактиву Иощича (приготовленному из 2,4 г магния 11 г этилбромида и 12,8 г моноэфира (I) в 50 мл абсолютного эфира) при охлаждении (0°C) и перемешивании добавляли 10,8 г триметилхлорсилана. Перемешиваемую смесь кипятили 5 ч, охлаждали и разлагали 10%-ной HCl. Водный слой экстрагировали эфиром, экстракт объединяли с органическим слоем, нейтрализовывали 2%-ным раствором NaHCO<sub>3</sub>, затем промывали водой и сушили Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>. После удаления растворителя перегонкой в вакууме выделено соединение (XIII). В аналогичных условиях, исходя из диэтилхлорсилана, получен 1-диэтилсил-4-окса-1-октин-8-ол (XIV).

2,2-диметил-2-сила-3,8-диокса-10-ундецин (XV). К смеси 4 г пиридина и 6,4 г моноэфира (I) в 100 мл абсолютного эфира, при охлаждении (0—5°C) и перемешивании, добавляли 5,45 г триметилхлорсилана. Реакционную массу перемешивали 5 ч при 35°, затем охлаждали, отфильтровывали, фильтрат сушили Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>. После удаления растворителя перегонкой в вакууме выделено соединение (XV).

2-метил-2(5-окса-1-гексанол)1,3-диоксолан (XVI) 2,1 г красной окиси ртути смешивали с 0,7 мл свежеперегнанного эфира BF<sub>3</sub> и 2,3 г безводного этиленгликоля. После нагревания в течение 10 мин и последующего охлаждения к смеси добавляли раствор 15,4 г моноэфира (I) в 9,3 г этиленгликоля. Перемешивание продолжали 2 ч, затем на

следующий день к раствору добавляли 2,3 г безводного  $\text{CaCO}_3$ . После центрифугирования смеси и декантации жидкой фазы перегонкой в вакууме выделен диоксолан (XVI).

### Выводы

1. Показано, что реализация взаимодействия пропаргилбромида с 1,4-бутандиолом в щелочной среде дает возможность получить моно- и дипропаргилловые эфиры гликоля.

2. Выявлены синтетические возможности пропаргилловых эфиров 1,4-бутандиола.

3. Установлено, что синтезированные соединения являются эффективными высокотемпературными ингибиторами коррозии в соляной кислоте.

### Литература

1. Караев С. Ф., Гараева Ш. В. «Успехи химии», 39, № 9, 1782, 1980. 2. Иванов Е. С., Караев С. Ф., Мамедов Э. А., Королева Л. П. «Ж. прикл. химии», 53, № 1, 229, 1980. 3. Мамедов Э. А., Караев С. Ф. Тез. докл. II республиканск. научн. конф. аспирантов вузов Азербайджана, с. 99, Баку, 1979. 4. Балеви С. А. Практикум по физической и коллоидной химии. «Просвещение», М., 1964. 5. Караев С. Ф., Шихиев Н. А., Джафаров Д. С., Хабибова А. К., Подобаев Н. И. «Коррозия и защита в нефтегазовой промышленности», № 1, 7, 1976.

Азербайджанский институт нефти  
и химии им. М. А. Азизбекова

Поступило 29. VI 1981

С. Ф. Гараев, Е. Э. Мамедов, J. C. Иванов, З. М. Саликова

### 1,4-БУТАНДИОЛУН ПРОПАРГИЛ ЭФИРЛЭРИНИН СИНТЕЗИ, КИМЈЭВИ ВЭ АНТИКОРРОЗИЈА ХАССЭЛЭРИ

Мәғаләдә 1,4-бутандиолун моно-вә дипропаргил (оксалкид) эфирләринин синтези апарылмыш, онларын кимјәви чеврилмәләри вә антикоррозија хассәләри өјрәнилmişдир.

Мүәјјән едилmişдир ки, синтез олунmuş бирләшмәләр дуз туршусунда коррозија-ја гаршы јүксәк температурда эффектив инкибиторлардыр.

S. F. Karaev, E. A. Mamedov, E. S. Ivanov, Z. M. Thalikova

### SYNTHESIS, CHEMICAL AND ANTICORROSION PROPERTIES OF PROPARGIL ETHERS OF 1,4-BUTANDIOL

Synthesis of mono- and dipropargil (oxi-alkyl) ethers is realized, their chemical conversions and anticorrosive properties are studied. It has been established, that synthesized compounds are effective high-temperature corrosion inhibitors in hydrochloric acid.

### БИОГЕОХИМИЯ

Чл.-корр. АН Азерб. ССР Ак. А. АЛИ-ЗАДЕ, Ф. М. ЭФЕНДИЕВА, Ад. А. АЛИЕВ

### ГРЯЗЕВОЙ РАСТВОР СОПОЧНЫХ ГРЯЗЕЙ ГРЯЗЕВЫХ ВУЛКАНОВ АЗЕРБАЙДЖАНА — НОВЫЙ ЛЕЧЕБНЫЙ ПРЕПАРАТ

Азербайджанская ССР богата грязевыми ресурсами, представляющими большие возможности для получения различных грязевых препаратов. В Советском Союзе известны грязевые препараты, получаемые, в основном, из иловых, торфяных и сапропелевых грязей. К ним относятся грязевые препараты Фибс, гумизоль, пелондин, сибирин, грязевой препарат из Тамбуканской иловой грязи, используемые в виде инъекций, ингаляций, промываний, методом электрофореза и т. д.

В ГДР и ФРГ в настоящее время широко используются грязевые препараты для добавления к ваннам. Применяются они также в виде компрессов, мазей и внутрь. В этих же целях на австрийском курорте Нейдхартинг используется жидкий грязевой препарат, получаемый из торфа под названием «Schwarzwasei». В последнее время в Швейцарии нашли широкое применение препараты для добавления к ваннам, получаемые из местных лебечных грязей. Известный немецкий бальнеолог А. Куковка отмечает, что подобные препараты в виде ванн могут полностью заменить грязелечение при ревматических заболеваниях.

Советскими бальнеологами М. С. Беленьким, А. Г. Кан, А. Л. Шинкаренко и другими придается большое значение применению грязевых растворов из лечебных грязей. Их получение позволило расширить круг показаний к грязелечению за счет исключения термического и механического факторов, имеющих место при проведении аппликационного метода грязелечения.

В целях получения грязевого препарата из лечебных грязей Азербайджана привлекли внимание продукты деятельности грязевых вулканов в виде растворов сопочной грязи, содержащих растворимые неорганические и органические компоненты. Характерными особенностями сопочных грязей грязевых вулканов является их связь с нефтегазовыми залежами, что служит одним из показателей, отличающих эти грязи от лечебных грязей наземного происхождения (иловых, торфяных и сапропелевых). При разработке технологии выделения грязевого раствора сопочной грязи была учтена характерная ее особенность — свободное выделение жидкой фазы грязи при непродолжительном отстое. Эта особенность сопочной грязи определила собой и экономический эффект получения предложенного нами грязевого препарата.

По внешнему виду грязевой раствор сопочной грязи представляет собой прозрачную, слегка опалесцирующую жидкость с желтоватым оттенком, без запаха, соленоватую на вкус, по химическому составу отражает состав сопочной грязи, т. к. поступает из недр земли (путем самозлива). Минерализация грязевого раствора ряда грязевых вулка-

нов не имеет больших значений, как у иловых грязей (150—350 г/л), находясь в пределах от 10 до 40 г/л.

Проведенные анализы грязевого раствора и цельной сопочной грязи установили в них присутствие весьма полезных в лечебном отношении ингредиентов (йод, бром, кальций, магний, натрий, хлор, литий, железо, селен, марганец, цинк и др.). Из органических веществ обнаружены гуминовые и фульвокислоты, нафтеновые кислоты, смолы, асфальтены, метаннафтеновые и ароматические углеводороды, масла и др., содержащиеся в небольших количествах. По органическому составу сопочные грязи имеют определенное сходство с составом иловых грязей и нафталанской нефти. В числе органических веществ привлекают внимание биологически активные вещества, такие как гуминовые и фульвокислоты, наблюдается большое содержание метаборной кислоты, а также смолы, обладающих бактерицидным действием.

Экспериментальные исследования на животных, проведенные в Институте физиологии им. А. И. Караева АН Азерб. ССР показали отсутствие токсических веществ в составе сопочных грязей и грязевого раствора.

Длительные наблюдения за химическим составом грязевого раствора установили, что последний находится в балансируемом состоянии и не дает осадка даже спустя 12 месяцев хранения в стеклянной посуде, находясь в обычных комнатных условиях. Стабильность состава имеет практическое значение при транспортировке и хранении и служит одним из преимуществ по сравнению с большинством искусственно приготовляемых лекарственных растворов для электрофореза, которые при хранении в течение небольшого времени (10—15) дают часто осадок и требуют обновления.

Условия забора и транспортировки грязевого раствора с месторождения легко доступны в любое время года, что позволяет бесперебойно снабжать им лечебные учреждения.

Спектральным анализом, проведенным в Институте геологии АН Азерб. ССР (Г. О. Теймуров), в грязевом растворе сопочных грязей Шорбулаг Ахтарма-Карадагская и Шикикая было обнаружено более 20 химических элементов: Mg, Pb, Cr, Ti, Si, Mn, K, Ca, F, Ni, Ag, Mo, Zn, Cu, Co, V, Na, Zr, Be, Ba, Sr. Такие элементы как B, Se, Hg, Zr, Bi, Cs и др. были обнаружены с помощью других специальных методов исследования.

В санитарно-бактериологическом отношении (исследовались в микробиологической лаборатории Азербайджанского НИИ КиФ ис. С. М. Кирова и ЦНИИКиФ Минздрава СССР) титр группы кишечной палочки для грязевого раствора и сопочной грязи составил больше 10, а титр перфрингена — 0,1 что отвечает установленным нормативам. Указанное качество грязевого раствора позволяет применить его в виде полосканий, орошений, промываний и ванночек. Способы применения жидкого грязевого препарата сопочной грязи вполне приемлемы в любых физиотерапевтических кабинетах больниц и поликлиник, что служит одним из условий организации внекурортного грязелечения.

Грязевой раствор сопочной грязи грязевых вулканов Азербайджана нами впервые предложен в качестве нового грязевого препарата, предназначенного для целей электрофореза при лечении различных заболеваний, показанных грязелечению. Сюда вошли болезни суставов (инфекционного, обменного, эндокринного происхождения), спондилезы, остеохондрозы, болезни периферических нервов, начальные формы

атеросклероза и гипертонической болезни, гинекологические и др. Электрофорез грязевого раствора рекомендуется проводить с обоих полюсов с целью введения как катионов, так и анионов раствора. Продолжительность курса лечения 14—16 процедур (до 20).

Лечебное применение грязевого раствора сопочной грязи организовано в Бассейновой поликлинике им. памяти Ильича, поликлинике № 16 Октябрьского р-на г. Баку, в Косметической лечебнице пос. 8-й км, Базовой женской консультации № 3 Ленинского района (пос. Разина), поликлинике Карадагского района, в ЦРБ Сальянского района, санатории—профилактории «Металлург» в г. Сумганте, в больнице № 2 Главного 4-го управления Минздрава Азерб. ССР и др. Дальнейшее лечебное изучение грязевого раствора позволит расширить круг показаний к применению и предложить другие методы его использования, помимо электрофореза.

По лечебному применению грязевого раствора сопочной грязи методом электрофореза издано: «Методическое письмо», утвержденное УМСом Минздрава Азербайджанской ССР от 24 апреля 1980 г.

Институт геологии

Поступило 28. XI 1980

Ак. А. Элизадэ, Ф. М. Эфендијева, Ад. А. Алијев

#### АЗЭРБАЈЧАН ПАЛЧЫГ ВУЛКАНЛАРЫНЫН ПАЛЧЫГ МЭЪЛУЛУ—ЈЕНИ МУАЛИЧЭ ПРЕПАРАТЫДЫР

Мәгаләдә Шәрги Азәрбајчанын бәзи палчыг вулканлары (Шорбулаг, Ахтарма-Гарадаг, Шыхыгаја, Бабазанан вә с.), палчыгын кеокимјәви хусусијјәтләри вә балнеоложи хәссәләри нәзәрдән кечирилди.

Вулкан палчыгынын мәълүлу мұхтәлиф хәстәликләрини електрфорез үсүлу илә мұаличәси заманы јени палчыг препараты кими тәклиф олунмушдур. Бу препарат Бақы шәһәрини мұхтәлиф мұаличә очагларында мұвәфғәсијјәтлә тәтбиғ олунур.

Ак. А. Ali-zade, F. M. Efendiyeva, Ad. A. Aliyev

#### MUD SOLUTION OF MUD VOLCANOS MUD CONES IN AZERBAIJAN—A NEW MEDICAL PREPARATION

Geochemical peculiarities and balneological properties of mud cones of Eastern Azerbaijan (Shorbulag, Akhtarma-Karadag, Babazanan and others) mud volcanos are considered in the article. Mud solution of volcanos mud cones is suggested as a new mud preparation intended for electrophoresis purposes during different diseases treatment. It is used successfully in Baku medical institutions.

Ш. Б. АСЛАНОВ

## ВТОРИЧНЫЕ ПРОЦЕССЫ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА СОДЕРЖАНИЕ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В РАКОВИНАХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР К. А. Ализаде)

Изменения, происходящие в минеральном и химическом элементарном составе, раковин после смерти и захоронения организмов обуславливаются исключительно вторичными процессами. Под воздействием диагенетических процессов в скелетных образованиях организмов могут происходить такие физико-химические изменения, как перекристаллизация карбоната кальция из одной модификации в другую, изменения структуры и текстуры, разрушение и исчезновение органического вещества, адсорбция, диффузия, процесс выщелачивания и т. д. Эти же процессы в свою очередь оказывают существенное влияние на характер распределения и количественное содержание химических элементов в раковинах, поскольку в ходе их действия возникает возможность удаления и привноса химических элементов.

Обычно предполагается, что уменьшение химических элементов в раковинах сопровождается, как правило, перекристаллизацией и выщелачиванием, а обогащение — адсорбцией, абсорбцией и диффузией. Однако как об этом справедливо отмечают Вольф и др. [1], такое объяснение не всегда точно отражает происходящие явления и процессы. Механизм действия диагенетических процессов на характер распределения и количественное содержание микроэлементов в карбонатах раковин является очень сложным вопросом и до сих пор еще изучен не до конца.

Наряду с другими факторами, структурно-морфологические признаки раковин имеют определенное значение при влиянии вторичных процессов. Нередко в одних и тех же исследуемых образцах раковин, отличающихся по компактности, плотности, минеральному составу получаются неодинаковые результаты химических элементов в зависимости от места отбора пробы.

В ходе проведенных анализов установлено, что химических элементов в некоторых рострах аптских белемнитов юго-восточного окончания Большого Кавказа в альвеолярной части содержится больше, чем в веществе, слагающего острие ростра. Нередко на участке острия полностью отсутствуют некоторые элементы, обнаруженные в альвеолярной области.

Так, в ростре *Nehibolites aptiensis-ewaldsimilis* Stoll. V, Pbus присутствуют только лишь в альвеолярной области. На острие же роста эти элементы обнаружить не удалось. Присутствие Sn в ростре *N. bogdanovitshi* Ak. Aliz. отмечено также только в приальвеолярной области. Когда же эти элементы присутствуют одновременно на обоих участках ростров, как правило, они больше содержатся в альвеолярной области. Для других изученных химических элементов также получены аналогичные результаты.

Содержание Mn в острие *Mesohibolites moderatus* (Schwetz) и *M. elegans* (Schwetz) выражается в тысячных долях процента и со-

составляет соответственно 0,003 и 0,008. В альвеолярной же области содержание этого элемента выражается в сотых долях процента и в обоих образцах составляет 0,02.

Наиболее резкое отличие по содержанию Mn в зависимости от места пробы для анализа наблюдается в рострах *N. Bogdanovitschi* Ak. Aliz и *N. clava stoll*. В этих образцах на острие содержится соответственно 0,5%, а в альвеолярной области около 1%. В других образцах неогиболитов такое резкое различие не отмечается. Однако в них альвеолярная область тоже отличается повышенным содержанием марганца *N. inflexus inflexus stoll* — 0,02% (острие) — 0,06% (альвеолярная область), *N. aptiensis ewaldsimilis stoll* — 0,01% (острие) — 0,06% (альвеолярная область).

Небольшое различие отмечено по содержанию Mg и Sr. Содержание Mg в альвеолярной области и острия ростра *N. inflexus inflexus stoll* соответственно составляет 0,1 и 0,07%, а Sr в ростре *N. clava stoll* — 0,095 и 0,02%.

Повышенное содержание в альвеолярной области имеет также и Fe. Нередко на этом участке железа содержится почти в десять раз больше, чем на острие (*N. Strombecki* (Müll. Stoll) — 0,2% (альвеолярная область) — 0,003% (острие)). Кроме перечисленных химических элементов, преобладающее содержание в альвеолярной области по сравнению с участком острия имеют Cu, Ti, Na.

Таким образом устанавливается, что отдельные участки ростров аптских белемнитов юго-восточного окончания Большого Кавказа отличаются по характеру распределения и количественному содержанию химических элементов. Это явление, на наш взгляд, связано с тем, что альвеолярный участок ростров по сравнению с их острием менее компактен и тем самым более благоприятен для привноса отдельных химических элементов из вмещающих отложений.

### Литература

Вольф К. Х., Чилингар Дж. В., Билес Ф. У. В сб. «Карбонатные породы», т. 11. Изд-во «Мир». М., 1971.  
Институт геологии

Поступило 16. IX 1980

Ш. Б. Асланов

## ИККИНЧИ ПРОСЕСЛЭР ВЭ ОНЛАРДА ГАБЫГЛАРДА КИМЈЭВИ ЭЛЕМЕНТ-ЛЭРИН МИГДАРЫНА ТӘСИРИ

Мүәјјән олуиушдур ки, кимјәви элементләри пайланма характеринә вә мигдарына тәсир кәстәрән иккинчи просесләр бир чох халларда габыгларыи мөһкәмлијиндән, јығчамлыгындан, минераложн тәркибдән вә с. асылдыр.

Бөјүк Гафгазын чәнуб-шәрг гуртарачағы апт белемнитләринин рострларынып ајры-ајры һиссәләриндә кимјәви тәркибин өјрәнилмәси кәстәрмишдир ки, адәтән элементләр (V, Pb, Sn, Mn, Fe, Cu) алвеола сәһәсиндә рострун учуна һисбәтән даһа чох топланырлар. Кәстәрилән һал алвеола сәһәсинин рострун учуна һисбәтән аз јығчам олмасы илә изаһ олуиур ки, бу да элементләрин јан сүхурлардан кәтирилмәсинә шәраит јарадыр.

Sh. B. Aslanov

## THE SECOND PROCESSES AND THEIR INFLUENCE ON THE CHEMICAL COMPOSITION OF SHELLS

It is determined that the role of the second processes in the character of distribution and quantitative content of the chemical elements in some cases depends on such factors as solidity, compactness and other features of the shell.

The determination of the chemical stuff on the separate fields of the rostra of the upland belemnites of the south-east edge of the Big Caucasus allows to establish the greater presence of the elements (V, Pb, Sn, Mn, Fe, Cu) in the alveolar sphere than at the edge. Separate elements appear often only in the alveolar sphere. This circumstance, connected with the fact that the alveolar sphere of rostrum compared with the edge is less compact is more favourable for adorption of the chemical elements from deposits.

М. А. МИКАИЛОВ, С. Р. АЛЛАХВЕРДИЕВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ЛАВСОНА В ПОРОШКЕ ХНЫ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. Д. Мустафасовым)

Хна (*Lawsonia inermis* SL.) вечно-зеленый, многолетний кустарник. Листья хны являются ценным сырьем. В условиях Ближнего Востока порошок из листьев хны не только используется как краситель кожи и волос, а также употребляется при лечении желтухи, желчно-каменной болезни, кожных заболеваний, увеличении селезенки [10].

Хна — новая техническая культура, выращивается в разных зонах Азербайджана. Она оказалась однолетней посадочной культурой, за 8—10 месяцев дает высококачественные листья и семена [1—6].

Проведенными исследованиями установлено, что содержание лавсона в листьях хны в сильной степени изменяется под влиянием климатических условий. Например, в районах Египта лавсон в листьях хны в условиях Миит—Канане составляет 0,55%, в Фаиде—0,63%, в Каире—0,70%, в Ласпуте—0,75%, а в самом жарком районе Эдоро—0,95%. В структуре лавсона установлено 2 гидроокса + 1,4 нафтахинона [7], что подтверждено также Лалом и Даттом [8]. Кох разрабатывал новый метод для оценки лавсона—калориметрический [9]. По мировому стандарту, содержание лавсона в порошке хны установлено от 0,50 до 0,90%.

### МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА

Материалом исследования служили сухие листья хны, полученные из кустов, выращенных в различных зонах Азербайджана (Апшерон, Ширван, Нах. АССР).

Порошки, полученные после помола сухих листьев хны, были анализированы на содержание лавсона разными методами.

1. Метод основан на экстрагировании из раствора кислоты и спектрофотометрическом определении, рекомендован Элриди и Т. Халифи.
2. Валюметрическим методом Коха, где определен лавсон последующим титрованием раствором сернистой кислоты.
3. Прямым методом, где щелочной раствор карбоната натрия оказался самым эффективным растворителем для экстрагирования лавсона.

Мы приводим данные по содержанию лавсона в порошке хны, полученные А. Н. Гюльяхмедовым, Г. М. Мамедовым, А. Ш. Шихиевым, С. Р. Аллахвердиевым, за что выражаем им благодарность.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ И ОБСУЖДЕНИЕ

Известно, что Нахичеванский район своим микроклиматом в определенной степени отличается от Ильичевского района, где начиная с 1975 г. возделывается растение хны. Эти условия в какой-то степени влияют на рост и развитие выращиваемых кустов хны, а также содержание лавсона в листьях (рис. 1, 2).

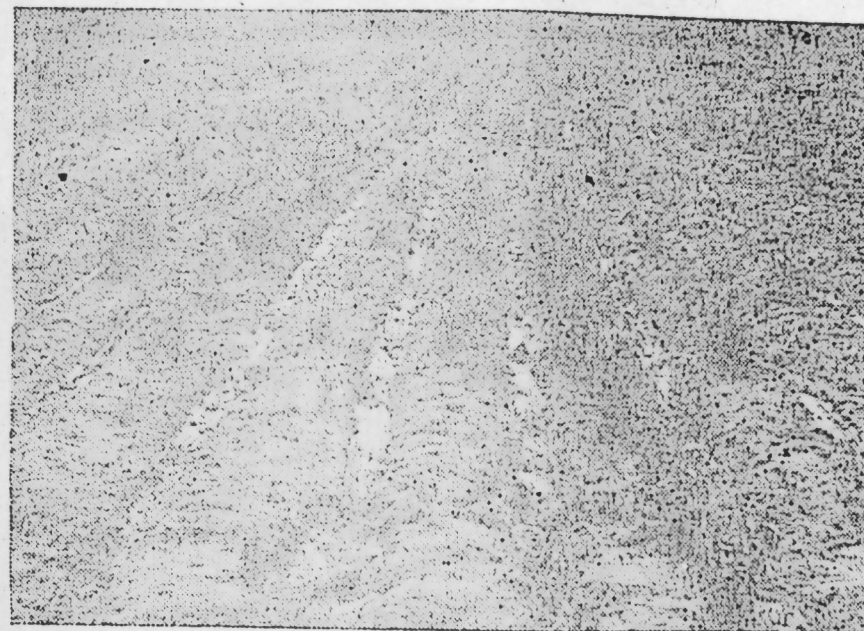


Рис. 1. Кусты хны на участке с/х техникума, 1976 г.

Апшеронская зона (Мардакяны, Бакинский ботанический сад) своим микроклиматом значительно отличается от Ширванской (Керарский опорный пункт Кюрдамирского района), что оказывает определенное влияние на содержание лавсона в листьях, собранных с кустов хны в указанных зонах (рис. 3, 4).

Установлено, что комплекс факторов в условиях закрытого грунта в теплице Бакинского ботанического сада, где выращиваются многолетние кусты хны, положительно влияет на рост, развитие и накопление урожая листьев, содержание лавсона в порошке хны (см. рис. 5).

Из данных таблицы видно, что под влиянием условий возделывания содержание лавсона в порошке из листьев хны заметно изменяется.

Так, по результатам анализа Г. М. Мамедова, в листьях хны, собранных в 1976 г. с кустов, выращенных в Нахичеванском районе иранского экотипа, содержание лавсона в сентябре на 0,12% больше (0,92%), чем в октябре (0,80%) и на 0,07% больше, чем в августе (0,85%). Это положение подтверждается применительно к кустам хны, выращенным в почве Ильичевского района, где содержание лавсона в

листьях, собранных в сентябре (0,95%) на 0,13% больше, чем в августе (0,82%) и на 0,05% больше, чем в октябре (0,90%).



Рис. 2. Кусты хны на плантациях колхоза „50 лет СССР“ Ильичевского р-на Нах. АССР, 1976 г.

По данным А. Н. Гюльяхмедова, содержание чистого лавсона в листьях, собранных в 1976 г. с кустов хны иранского экотипа, выращен-

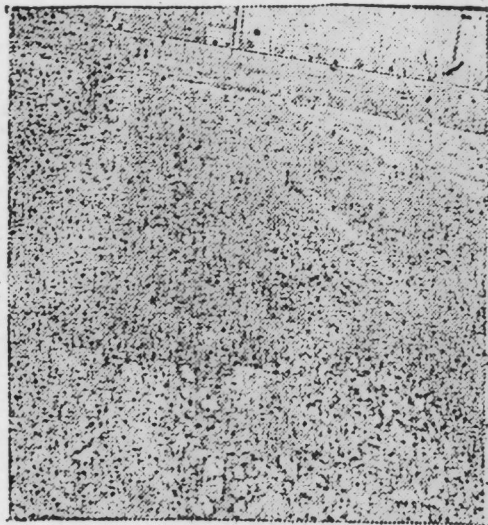


Рис. 3. Кусты хны на плантациях Ширвана в Керарском опорном пункте, 1979 г.

ных в открытом грунте Бакинского ботанического сада оказалось на 0,07% меньше (0,56%), чем в листьях, собранных с кустов, выращенных в почве Мардакянского дендрария (0,64%).

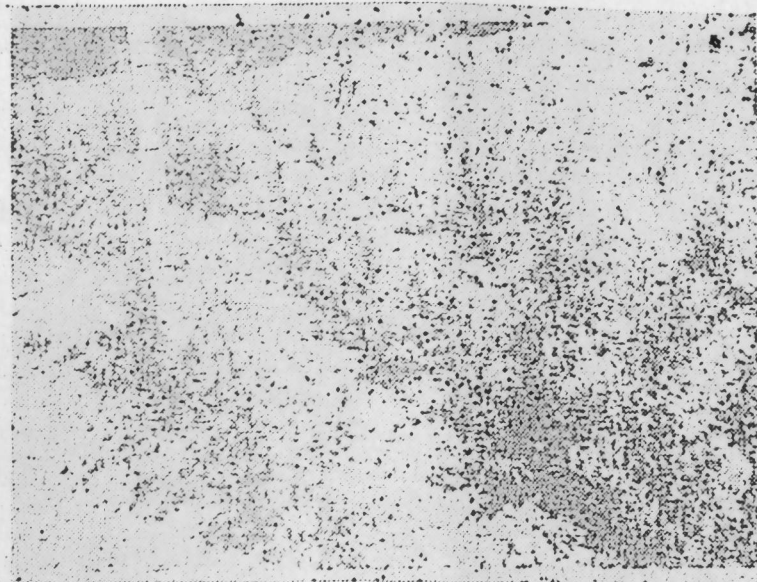


Рис. 4. Кусты хны на участке Бакинского ботанического сада БИН АН Азерб. ССР, 1979 г.

Анализ, проведенный А. Ш. Шихиевым, по содержанию чистого лавсона в листьях хны, собранных в 1976 г. с кустов иранского экотипа,

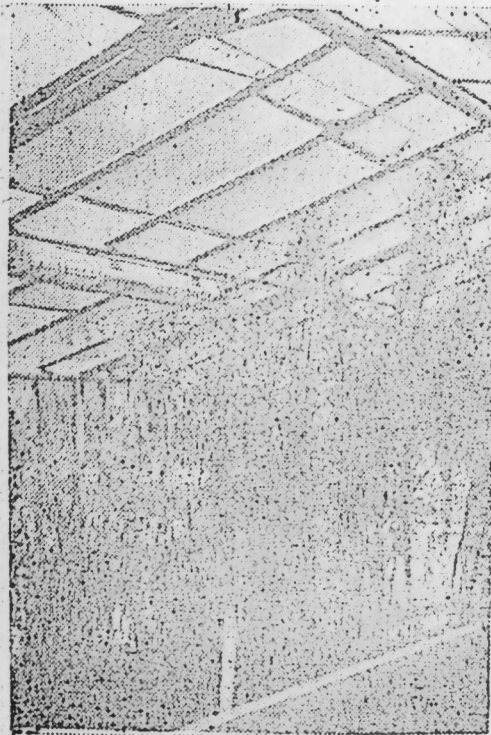


Рис. 5. Многолетние кусты хны в условиях закрытого грунта в теплице БИН АН Азерб. ССР, 1979 г.

выявил, что его оказало на 0,08% меньше (0,54), чем в листьях, собранных с кустов, выращенных на Ширвани и в Керарском опорном пункте (0,62%).

Влияние условий выращивания кустов хны на содержание лавсона в порошке (1966—1979 гг.)

Место выращивания кустов хны	Название экотипа	Годы сбора на листе	Годы сбора на листе	Анализ лавсона в порошке хны проводили	Содержание лавсона % собранных		
					август	сентябрь	октябрь
Нахичевань, совхоз с/х техникума	Иранский	1975	1976	Г. И. Мамедов	0,85	0,92	0,80
Ильичевский р-н, колхоз, 59 лет СССР	"	"	"	"	0,82	0,95	0,90
Баку, Бот. сад.	"	"	"	А. П. Гюльахмедов	0,56	—	—
Мардакчинский дендропарк	"	"	"	"	0,64	—	—
Баку, Бот. сад.	"	"	"	А. Ш. Шихиев	0,54	—	—
Керар, Курдамирский р-н	"	"	"	"	0,62	—	—
Баку, Бот. сад в откр. грунте	"	1979	1980	С. Р. Аллахвердиев	0,50	0,63	—
Баку, Бот. сад в закр. грунте	"	"	"	"	0,51	0,57	—
Баку, Бот. сад в откр. грунте	Алжирского экотипа	1966	"	"	—	0,66	—
"	Египет.	"	"	"	—	0,64	—
"	Индийск.	"	"	"	—	0,75	—

Исследования С. Р. Аллахвердиевым в августе 1980 г. содержания чистого лавсона в листьях хны, собранных с кустов в 1979 г. в открытом грунте Бакинского ботанического сада, показали, что количество его составляло 0,50%, тогда как содержание лавсона в листьях, собранных с кустов хны, выращенных в условиях закрытого грунта составляло 0,51%. А в листьях, собранных в сентябре, было обнаружено на 0,13% больше лавсона (0,63%), чем в листьях, собранных в августе (0,50%). Чистого лавсона в листьях, собранных с кустов в условиях закрытого грунта, в сентябре было (0,57%) на 0,06% больше, чем в августе (0,51%).

Им же проведенный анализ показал, что листья, собранные с кустов хны, выращенные в почве открытого грунта Бакинского ботанического сада 16 лет тому назад сохраняют высокое содержание лавсона. Так, определено, что в листьях хны, собранных в 1966 г., с кустов индийского экотипа содержится чистого лавсона на 0,11% больше (0,75%).

чем в листьях египетского экотипа и на 0,09% больше, чем алжирского экотипа (0,66%). Следовательно, в листьях хны у этих экотипов чистый лавсон сохраняется в бумажных мешках в шкафу при комнатной температуре (18—30°) — не менее 15 лет.

## Выводы

1. Установлено, что содержание чистого лавсона в порошке отечественной хны соответствует (0,50—0,95%) мировому стандарту (0,50—0,90%).
2. Кусты хны иранского экотипа, выращенные в климатических условиях Нахичеванской АССР дают листья, где содержание чистого лавсона гораздо выше (0,80%—0,95%), чем в условиях Ширвана (0,62—0,64%) и Аншерона (0,50—0,56%).
3. Качество листьев хны по содержанию чистого лавсона, собранных в сентябре (0,57—0,95%) намного выше, чем в августе (0,51—0,85%) и в октябре (0,80—0,90%). Наилучшим сроком сбора листьев с кустов хны необходимо считать сентябрь.
4. В листьях хны, сохраненных в нормальных комнатных условиях в течение 15 лет, содержание чистого лавсона в порошке определено у египетского экотипа (0,64%), у алжирского (0,66%) и у индийского (0,75%).
5. Определение лавсона в листьях хны следует проводить методом его извлечения карбонатом натрия.

## Литература

1. Ахундзаде И. М. Опыт освоения хны в Азербайджане. Труды АЗНИИМ, т. 1, 1949.
2. Микаилов М. А. Хна—новое техническое растение в Азербайджане. «Наука и жизнь Азербайджана», № 2, 1965.
3. Микаилов М. А., Садыгов Т. М. Хна в условиях Нахичеванской АССР. «Наука и жизнь Азербайджана», № 10, 1978.
4. Аббасов Р. М., Машапов В. И., Мамедов Ф. М. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», № 3, 1976.
5. Гусейнова У. Хна Азербайджана. «Наука и жизнь Азербайджана», № 10, 1976.
6. Аббасов Р. М., Ахундзаде И. М., Гюльахмедов А. П., Микаилов М. А. и др. Сб. «Агроуказания по культурам хны и басмы в Азербайджане». Изд-во «Эдм», 1979.
7. Thomas' G. Henna (Lawsonia inermis L.). chemical constitution of Lawsonia, Cocc. chemical, 50, p. 263-272 1920.
8. Jal Y., Datt S. Constitution of the (Zaw) or Indian henna. J. chem. Soc., 10, p. 577-582, 1933.
9. von Z. The chemistry and ana cycle of henna, Analyst, 63, p. 397-404, 1938.
10. Chopra R. Glossary of Indian medicinal plants. Council of Scientific and Industrial Research. New-Delhi, p.151, 1956.

Институт ботаники

Поступило 15. VII. 1981

М. Э. Микаилов, С. Р. Аллахвердиев

## ХНА ТОЗУНДА БОЈА МАДДАСИННИ ТӨДГИГИНЭ ДАНР

Хна (Lawsonia inermis L.) Азербайджанда јени техники биткидир. Ону јарнагы гүлмәтли хамалдыр. Хна тозундан косметикада, табабәтдә (сарылар на дәри хәстәликләриндә) на саирәдә кениш истифадә олунур.

Апардыгымыз төдгигатлар кәстәрир ки, хна јарнагындакы тәмиз боја маддәси мүхтәлиф иғлим шәраитиндә дәјшилир. Белә ки, Иран экотипини коллары Нахичеван МССР-дә јетиндирилдикдә боја маддәсини мисдары (0,80—0,95%) Ширван (0,62—0,64%) на Аншерондакындан (0,50—0,56%) хәјли јүксәк олур.

Сентябр айында жыглан (0,57—0,95%) жарпаглардагы тэмиз боја маддэсинин миг-дары август (0,51—0,85%) вэ октябр аяларындакындан (0,80—0,90%) жүксөкдир. Республикамызда жетиндирилэн хына тозуида тэмиз боја маддэси (0,50—0,95%) дунја стандартына (0,50—0,90%) ујгун кэлр. Хына жарпагындагы боја маддэси натриум-карбонат үсулу илэ то'јин едилр.

M. A. Mikailov, S. R. Allakhverdiev

### THE CONTENT OF LAWSONE IN THE HENNA POWDER

Henna (*Lawsonia inermis* L.) is the new industrial crop in Azerbaijan. The leaves of henna give the powder of high quality and great value. It is widely used in cosmetics, in treatment of jaundice, gall-stone disease, skin diseases and so on.

As a result of the studies it is established that the content of lawsone in the leaves of henna changes under the influence of climatic conditions on cultivation. So the bushes of Iran ecotype in the Nakhichevan ASSR produce the leaves with higher content of pure lawsone (0.70%—0.95%) than those of the Shirvan (0.62—0.64%) and Apsheron (0.50%—0.86%) ecotype. The quality of the leaves by the content of the pure lawsone, collected in September (0.57—0.95%) is higher than in August (0.51%—0.85) or in October (0.80%—0.90%). September is considered to be the best term for the collection of leaves.

It is established that the content of lawsone in the native henna is higher than by world standard. In the leaves of henna, preserved in normal room temperature during the 15 years, the content of pure lawsone in the powder of Egyptian ecotype is 0.64%, in Algerian—0.66, in Indian—0.75. The content of lawsone in the leaves of henna is determined by the method of its extraction by sodium carbonate.

A. M. АСКЕРОВ

### POLUSTICHUM X DMITRIEVAE A. ASKER. — НОВЫЙ ГИБРИДНЫЙ ВИД ПАПОРОТНИКА С КAVKAZA

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. И. Ульянищевым)

В результате наших поездок в Аджарию в 1981 г. был собран обширный гербарий по папоротникам. При обработке этого материала нами был обнаружен один новый гибридный вид из рода Многогорядник, описание которого приводится.

*Polystichum x dmitrievae* A. Asker, hybr. nov. (*P. woronowii* Fomin x *P. setiferum* Forssk. (Woyнар). Frondes elongato-ovatae, bipinnatisectae, coriaceae, 100—180 cm lg., petiolus 40—50 cm lg., paleae sparsae, elongato-ovatae, fusco-castaneae, basi atro-brunneae, apice dilutae; rachis primaria et secundaria paleis minutis et pilis rubello-fuscis tecta; pinnae lanceolatae, acuminatae, sursum declinatae, ad 4—6 (12) cm, ab invicem distantes; pinnulae elongato-ovatae, profunde dissectae, basi auriculis valde protractis praeditae, infimae acroscopicae profunde incisae, magnaé, rachidem, appropinquatae, paleis albidis, capillaribus; venatio et dispositio sororum variae sunt; sporae brunneae, abortivae; cellulae annuli in numero 12—14; fascicule vasculares petiole in numero 5—7, quarum dual magnaé.

Typus: Georgia, W. S. Caucasus, Adzhara, inter pag. Gonio et Sarpi, 4VIII 1981 fert, leg. A. M. Askerov (BAK, fig 1).

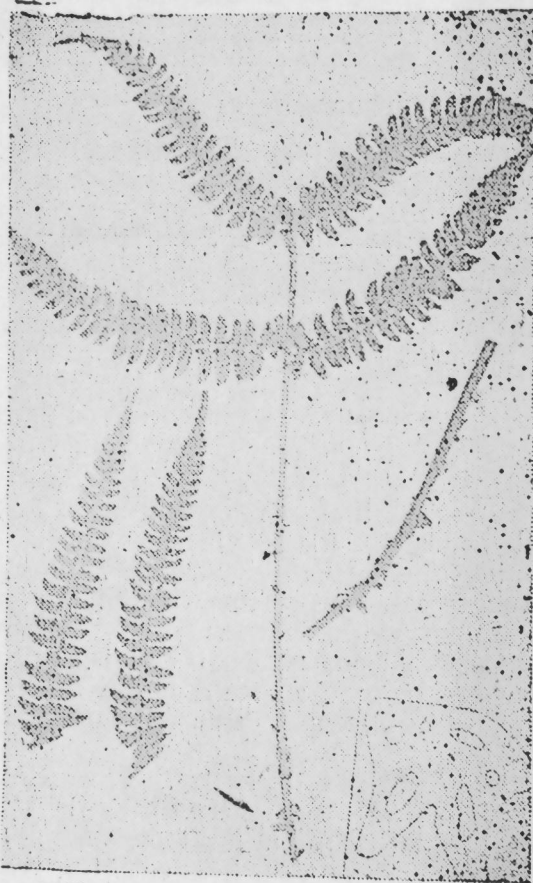
Habitatio: Silvae regionis montanae inferioris, in faucibus, alnetum, cum *Ruscus colchicus* P. F. Yeo, *Hedera colchica* (C. Koch) C. Koch et *Smilax excelsa* L.

Листья удлинено-яйцевидные, дважды перисторассеченные, кожистые, 100—180 см дл., черешок 40—50 см дл., покрыт рассеянными, удлинено-яйцевидными, буро-каштановыми чешуями, у основания темно-коричневые, на верхушке светлые; первичный и вторичный рахис покрыт мелкими чешуями и красновато-каштановыми волосками; перья ланцетные, заостренные, вверх отклоненные, отставлены друг от друга на 4—6 (12) см; перышки удлинено-овальные, глубоко рассеченные, у основания с сильно вытянутыми ушками, самые нижние акроскопические глубоко надрезанные, крупнее остальных, сближенные к первичному рахису, с волосовидными, белыми чешуями; жилкование и место прикрепления соросов носят смешанный характер; споры коричневые, abortивные; число клеток аннулюса 12—14; количество проводящих пучков черешка 5—7, из них 2 крупные.

Тип. Юго-западное Закавказье, Грузия, Аджария, между селениями Гонно и Сарпи. 4. VIII 1981, спор., собр. А. М. Аскеров (BAK, рисунок).



Местообитание. Леса нижнего горного пояса, в ущельях, в ольшанике с плющом колхидским, иллицей колхидской и сассапарилем высоким.



Типовой экземпляр *Polystichum x dmitrievae* A. Asker.  
Слева видны перья, а справа — поперечный срез черешка с проводящими пучками.

Примечание. Листья этого папоротника иногда достигают 2 м и образуют воронку. Встречается единичными экземплярами, часто избирает более тенистые и глубокие ущелья приморской Аджарии.

Этот гибридный вид описан в честь исследователя флоры Аджарии А. А. Дмитриевой.

Институт ботаники

Поступило 2. III 1982

А. М. Эскеров

*Polystichum x dmitrievae* A. Asker — ГАФГАЗДА ЈЕНИ ХИБРИД ГЫЖЫ НӨВҮДҮР  
1981-чи илдә Ачария МССР-дән (Чәнуби-гәрби Гафгаз) чохла һербари материалы топланымышдыр. Онларын тәдқиғи нәтижәсиндә чәркәвәр чинсиндән елм үчүн јени бир һибрид гыжы нөвү *Polystichum x Dmitrievae* A. Asker мүзјјән едилмишдир. Мәгаләдә нөвүн рус вә латын дилләриндә мүфәссәл тәсвири верилмиш, типн вә битмә шәраити кәстәрилмишдир.

А. М. Askerov

THE NEW HYBRID SPECIES OF FERN FROM THE CAUCASUS—  
*POLYSTICHUM x DMITRIEVAE* A. ASKER.

The new hybrid species of *Polystichum* genus is described as a result of treating of the material gathered in 1981 in Adjara (South-West Caucasus).

М. О. АЛИЕВ

ПРИМЕНЕНИЕ ДЭМС В СОЧЕТАНИИ С ГИБРИДИЗАЦИЕЙ  
В СЕЛЕКЦИИ РАЗНОПЛОИДНЫХ ФОРМ ШЕЛКОВИЦЫ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. К. Абдуллаевым)

В связи с исследованием возможности применения ДЭМС в сочетании с гибридизацией в селекции разноплоидных форм шелковицы и с целью поиска наиболее эффективных способов создания генеративных

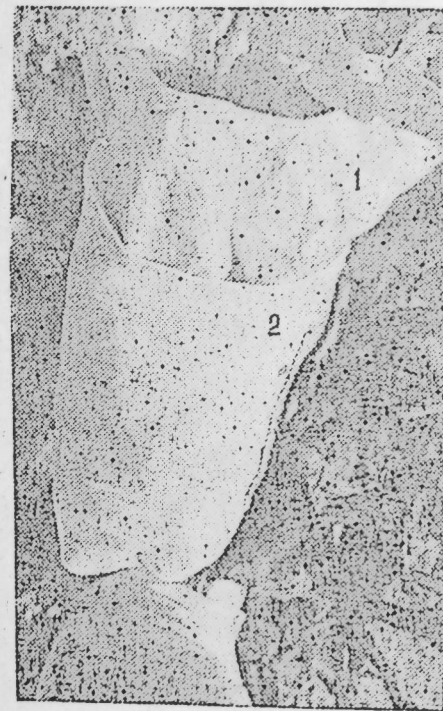


Рис. 1. Способ изоляции соцветий на опытных тутовых деревьях: 1—мешочки из пергамента; 2—из марли.

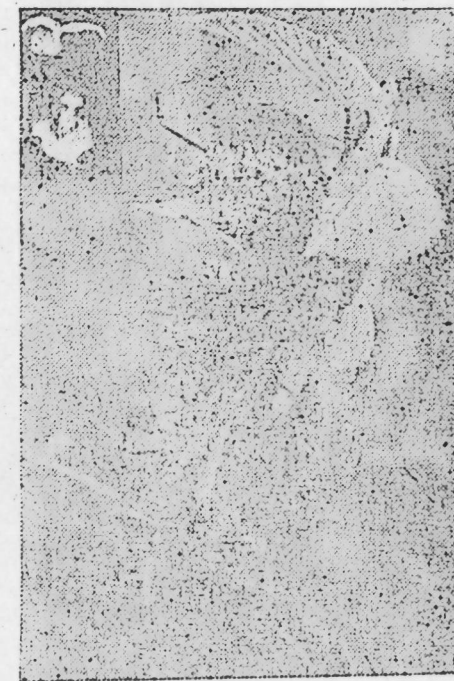


Рис. 2. Мужское соцветие сорта Хартут М: N: gra L (22n—308) с раскрывшимися тычинками (1) и пыльцевыми коробками (2) накануне обработки раствором ДЭМС. а—семяпочки с генеративными органами; б—мужской цветок с генеративными органами.

и измененных мутантных форм шелковицы впервые в 1973—1980 гг. проводились исследования на Апшеронской экспериментальной базе Института генетики и селекции АН Азерб. ССР на сортах, выведенных И. К. Абдуллаевым.

Методика. Для повышения влажности в шалле и сокращению про-  
изводительности ее обработки перед опрыскиванием. В опыте использовались  
концентрации ДЭМС: 0,02 и 0,03%-ных водных растворов дитиокарба-  
мидофосфата (ДЭМС). Контрольные варианты опрыскивались водой.

Женские и мужские соцветия родительских форм закрывали изоля-  
торами из пергамента размером 70x40 см. Собранные  
соцветия вместе с пылью заключали в изолятор с женскими соще-  
ствиями вместе и проводили обработку (опрыскиванием) с заданной  
концентрацией ДЭМС. Затем изоляторы закрывали и сетка вытра-  
чивала ветви, чтобы пыльца равномерно оплодотворяла все женские цветы  
(рис. 1, 2, 3).

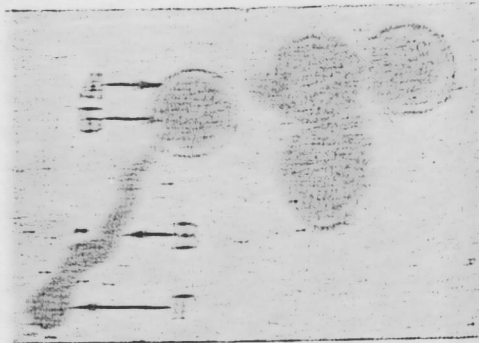


Рис. 3. Проросшие цветы сорта Хатиратут обработаны раство-  
ром ДЭМС: А—экива; Б—шляга; В—пыльце-  
вая трубка; Г—скользящая стерня.

До наступления фазы начала созревания соплодий определяли  
процент их завязываемости. Затем пергаментные мешки заменили мар-  
левыми для создания лучших условий созревания соплодий и их вол-  
ной влажности. Затем в период массового созревания собирали со-

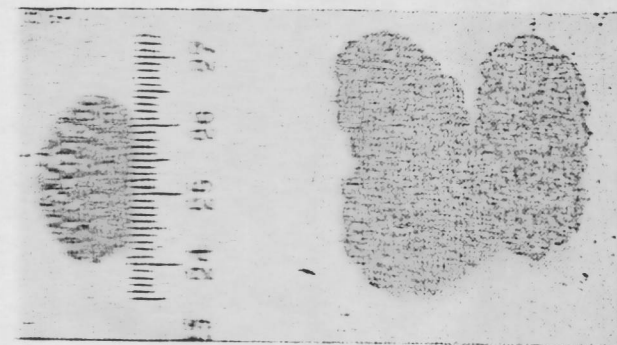


Рис. 4. Соплодия, полу-  
ченные в результате  
применения ДЭМС:  
1—диплоид Сыхтеатут;  
2—полученный от него  
тетраплоид Арантут.

плодия, определяли средний вес и величину соплодий, выход семян  
соответствующим вариантам опыта (рис. 4).

### Результаты опытов по комбинациям скрещивания

1. Сыхтеатут x Хатиратут (2n=28 x 4n=56). (М. Вост. х м.  
multi). Скрещивание диплоидного сорта Сыхтеатут с тетраплоидом  
Хатиратут (Д-38-35) в сочетании с обработкой подним раствором  
ДЭМС показала, что по мере увеличения концентрации от 0,01 до  
0,03% происходит уменьшение процента завязываемости соплодий со-  
ответственно: 96,5; 91,3; 89,4%. В контроле—96,2%. Средний вес со-

плодий увеличивается соответственно: 0,62; 0,70 и 0,76. В контроле—  
0,66 г.

По мере повышения концентрации водного раствора ДЭМС на-  
блюдается удлинение плодоножки от 0,32 до 0,55 см и уменьшение  
среднего числа семян в одном соплодии.

### Влияние ДЭМС на результаты гибридизации репродуцируемых форм щелковицы

Концент- рация, %	Удача, %	Соплодия				
		средний вес, г M±m	Размер, см.		Плодонож- ка, см M±m	Выход семян с 1 сопло- дия, шт
			длина M±m	ширина M±m		
Сыхтеатут×Хатиратут (2n×4n)						
0,01	96,5	0,62±0,15	1,56±0,30	0,45±0,14	0,32±0,08	15,0
0,02	91,3	0,70±0,16	1,40±0,10	0,93±0,06	0,33±0,10	13,0
0,03	89,4	0,76±0,04	1,35±0,20	1,53±0,08	0,55±0,04	10,0
Вода	96,2	0,66±0,55	1,30±0,20	0,90±0,20	0,55±0,05	13,0
Арантут×Хатиратут (4n×4n)						
0,01	85,0	2,32±0,17	2,58±0,10	1,22±0,04	0,80±0,15	14,0
0,02	78,2	1,17±0,17	1,83±0,10	1,13±0,10	1,20±0,10	12,0
0,03	73,9	1,13±0,18	1,82±0,20	1,11±0,16	1,19±0,14	9,0
Вода	83,0	1,17±0,18	1,80±0,12	1,11±0,16	1,20±0,10	13,0
Харзартут×Хатиратут (12n×4n)						
0,01	86,0	2,40±0,80	1,60±0,09	1,40±0,06		12,0
0,02	75,0	2,20±0,40	1,65±0,15	1,22±0,09		10,0
0,03	73,0	2,00±0,46	1,14±0,15	1,30±0,12		8,0
Вода	83,0	2,00±0,50	1,55±0,08	1,10±0,05		11,0
Хартут×Хатиратут (22n×4n)						
0,01	88,0	2,46±0,60	1,60±0,09	1,13±0,06		13,0
0,02	78,2	2,69±0,50	1,73±0,15	1,32±0,09		12,0
0,03	77,2	2,93±0,56	1,14±0,15	1,38±0,12		10,0
Вода	79,0	2,04±0,56	1,50±0,13	1,30±0,13		11,0

2. Арантут x Хатиратут (4n=56 x 4n=56). (М. Вост. х м.  
multi). Скрещивание представителей исходных аутотетраплоидных  
форм Арантут x Хатиратут в сочетании с воздействием водного рас-  
твора ДЭМС показало, что с увеличением концентрации от 0,01 до  
0,03% соответственно уменьшается вес соплодий: 2,32; 1,17 и 1,13 г.  
В контроле—1,17 г.

Также происходит уменьшение процента завязываемости соплодий:  
85,0; 78,2 и 73,9. В контроле—83,0%. Самая длинная плодоножка полу-  
чена при концентрации 0,03% — 1,20 см. С повышенном концентрации  
наблюдается уменьшение среднего числа семян с одного соплодия.

3. Харзартут x Хатиратут (12n=168 x 4n=56). (М. Nigra  
x м. alba x м. Вост. х м. multi). Скрещивание диодекаплоида Харзартут  
с тетраплоидом Хатиратут в сочетании с воздействием ДЭМС в ука-  
занных концентрациях с увеличением концентрации соответственно  
уменьшает процент завязываемости соплодий: 86,0; 75,0 и 73,0. В

контроле—83,0%. Средний вес соплодий уменьшается соответственно увеличению концентрации: 2,40; 2,20 и 2,00 г. В контроле—2,00 г. Уменьшение числа семян с одного соплодия наблюдается при повышении концентрации.

4. Хартут х Хатиратут (22п = 308 х 4п = 56) (M. Nigra х m. Bot. х m. multi). Скрещивание вигинтидуаплоида Хартут с тетраплоидом Хатиратут в сочетании с воздействием ДЭМС в указанных концентрациях с увеличением концентрации соответственно уменьшает процент завязываемости соплодий: 88,8; 78,2 и 77,2. В контроле — 82,5%. Средний же вес соплодий увеличивается соответственно увеличению концентрации: 2,46; 2,69 и 2,93 г. В контроле — 2,05 г.

В связи с применением ДЭМС в сочетании с гибридизацией разноплоидных форм шелковицы можно сделать следующие

### Выводы

1. Использование водных растворов ДЭМС в селекции разноплоидных форм шелковицы представляет определенный интерес и устанавливает возможность проведения гибридизации при их сочетании.

По мере повышения концентрации в ряде случаев наблюдается уменьшение процента завязываемости соплодий и выход семян с одного соплодия. По-видимому, генеративные органы менее устойчивы к используемым концентрациям.

2. Установлено, что при сочетании ДЭМС с гибридизацией толщина и консистенция листа и в целом физические свойства его становятся нежнее по сравнению с растениями, полученными в результате обработки химическими мутагенами семян и точек роста шелковицы.

3. Скрещивание разноплоидных вариантов в сочетании с обработкой ДЭМС пыльци и семяпочки дает возможность значительно увеличить выход измененных форм по сравнению с контролем.

4. Применение ДЭМС в сочетании с гибридизацией в селекции разноплоидных сортов шелковицы позволило вывести новые перспективные формы, из коих представляют практический интерес формы № 210 (Арантут х Хатиратут, ДЭМС 0,01%), № 210а (Арантут х Хатиратут, ДЭМС—0,02%), № 221 (Сыхгезтут х Хатиратут, ДЭМС—0,02) Харзартут х Хатиратут, ДЭМС—0,02%) и № 199а (Хартут х Хатиратут, ДЭМС—0,03%).

### Литература

1. Абдуллаев И. К., Алиев М. О. Экспериментальный мутагенез растений, т. 2, 125—126. Баку, 1974.
2. Абдуллаев И. К., Алиев М. О. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», № 4, 42—43, 1966.
3. Алиев М. О. Всесоюз. совещ. посвященное изучению и применению НРВ в сельском хозяйстве, 42—43. Баку, 1966.
4. Алиев М. О. Экспериментальный мутагенез растений, т. 2, 139—140. Баку, 1974.
5. Алиев М. О. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», № 4, 42—45, 1971.
6. Алиев М. О. Сб. «Селек в биологии», т. 2, 96—99, 1978.
7. Алиев М. О. «Шелк», № 1, 7—8, 1977.
8. Алиев М. О., Алескерова Н. С. Сб. «III симпозиум по полиплоидной шелковице», 91—93. Баку, 1978.
9. Алиев М. О. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», № 6, 50—57, 1977.
10. Алиев М. О. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», № 5, 37—43, 1980.
11. Алиев М. О. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», 31—40, 1980.

Институт генетики и селекции

Поступило 20. V 1981

М. О. Алиев

### МУХТЭЛИФ ПЛОИДЛИ ТУТ ФОРМАЛАРЫНЫН ГИБРИДЛЭШДИРИЛМЭ-СИНДЭ ДЭМС-НИН ТЭТБИГИ

Мәгаләдә тут агачларынын Гибридләшдирилмәсиндә диетил-метансулфонатын (ДЭМС) мухтәлиф су кәсафәтләринин тәтбиги һаггында мә'лумат верилер. Тәчрүбәдә мүәјјән олуимушдур ки, бу, мајаланма просесинә тәсир едир вә јени тут формаларынын алынмасында мүсбәт нәтичә верилер.

М. О. Aliev

### DEMS IN THE SELECTION OF HETEROCHROMOSOMAL FORMS OF MULBERRY

The compound effect of water DEMS (dimethyl methane sulfonate) solution in concentrations of 0.01, 0.02 and 0.03% was studied under the hybridization of heteroploid forms of mulberry. It is shown that diploid forms are more sensitive to water selenium solutions than tetraploid ones. Concentration 0,01% of water selenium solution is the stimulating one and has the positive influence on the crossing of diploid and tetraploid forms of mulberry.

Дж. З. БУНИЯТОВ

ГРАМОТА ХАЛИФА АЛ-МУКТАДИ СЕЛЬДЖУКСКОМУ ЭМИРУ  
АРТУКУ ВО СЛУЧАЕ ПОБЕДЫ НАД КАРМАТАМИ

(Представлена в редакцию ИИ Азербайджанской ССР З. М. Бунятовым)

Карматы, сменявшие на протяжении столетий постоянную тревогу и страх в мусульманских странах и вызывавшим кровавые стычки в них, время от времени удавалось наносить мощные удары по устоям ислама. Члены этого тайного общества, ведя активную пропаганду своего учения, для вовлечения в него новых сторонников, в особенности среди крестьянских стран, довольно быстро укрепились и усилились.

Наряду с существовавшими центрами пропаганды в Хорасане, Сирии и Йемене, карматы создали свое, существовавшее независимо от суннитского Билдасского халифата, государство в Ахсе<sup>1</sup> и долгое время вели с ним борьбу<sup>2</sup>. Однако из-за анархии, царившей внутри халифата Аббасидов, одержать сколько-нибудь значительную победу над карматами своими силами халифам не удавалось. Видя свое бессилие, халиф ал-Муктади (1075—1094) запросил у великого сельджукского султана Малик-шаха (1072—1092), сосредоточившего в своих руках самую большую военную силу того времени, помощи для подавления восставших карматов Ахсы (Бахрейна).

Подробные сведения о сельджукско-карматских военных действиях впервые были опубликованы голландским востоковедом Де Гье в статье «Новая империя карматов Бахрейна»<sup>3</sup>. Статья эта была написана на основе комментариев к большой касыде выдающегося поэта начала XIII в. Ибн Мукарраба (ум. в 1232 г.), имеющей название «Мавзида мена». Этот поэт, происходивший родом из Ахсы и бывший посланником последнего из местных правителей, несомненно, был хорошо осведомлен относительно событий того времени. Комментатор, оставшийся неизвестным, также основывает свои суждения на отличном знании истории Бахрейна и халифата. В связи с этим Де Гье пишет: «Мы можем заключить, что и он (комментатор) происходил родом из Ахсы и написал свои комментарии вскоре после смерти поэта».

Второе исследование, посвященное сельджукско-карматским военным конфликтам, написано турецким исследователем Али Севимом<sup>4</sup>. В своей статье он, используя уникальный список комментариев к «Дивану» Ибн Мукарраба (Библиока Принстаунского университета, Арабский фонд № 44), дает подробный анализ военной кампании сельджуков против карматов Ахсы и Бахрейна.

Как в первом, так и во втором исследованиях приносятся отдельные части комментариев к «Дивану». Эти части комментариев весьма

подробно освещают исследуемый период, однако арабский язык, на котором они написаны, оставляет желать лучшего. Но все же эти части «Дивана» Ибн Мукарраба до сего времени не привлекали внимания ни одного историка и ими не пользовались.

Предлагаемый документ является своего рода хвалебной грамотой, которой был награжден сельджукский военачальник эмир Артук ибн Аксик, предводитель огузского племени *догер*<sup>5</sup>, посланный султаном Малик-шахом на усмирение восставших карматов Ахсы и Бахрейна.

В начале 1074 г. султан Малик-шах назначил Артука ибн Аксика правителем провинции Хулван и приказал ему приступить к подавлению восставших карматов. Вместе с 7000 огузами он направился в Басру, население которой его войско грабило в течение трех дней. Затем, получив с жителей Басры контрибуцию, эмир Артук направился в Катиф<sup>6</sup>, который без труда захватил и продолжил свой путь в Ахсу.

Прибыв в Ахсу Артук осадил ее вместе с войсками самого заклятого врага карматов Абдаллаха ибн Али<sup>7</sup>. Наступивший вскоре голод заставил карматов отказаться от сопротивления и согласиться на все условия капитуляции, выдвинутые эмиром Артуком. Карматы обязались подчиниться халифу и выплатить ему огромную сумму денег, но с тем условием, что карматам будет дарована жизнь, их имущество конфисковано не будет и им дадут один месяц отсрочки для выплаты денег. Гарантией их капитуляции служили 13 заложников, отправленных к Артуку.

Однако за месяц, предоставленный им как отсрочка, карматы вновь стали укрепляться и готовиться к оборонительным сражениям. Они знали, что турки долго не выдержат изнурительной жары, которая стояла в августе 1075 г. в Бахрейне и кроме того, им не приходилось рассчитывать на реквизицию продовольствия в разграбленных ими же деревнях.

Артук ибн Аксик в ярости убил часть заложников и оставив Абдаллаху ибн Али 200 всадников во главе со своим братом Алп-Кушем, был вынужден немедленно покинуть Бахрейн. Пообещав вскоре вернуться для окончательного покорения Бахрейна, Артук возвратился в Багдад.

Прибыв в столицу, Артук предстал перед диваном халифа ал-Муктади и рассказал о своих действиях против карматов, о победе, одержанной над ними и заверил, что намерен вскоре возвратиться в Бахрейн и захватить Ахсу. Его отчет был передан халифу, который в знак благодарности за военные доблести, повелел огласить в присутствии Артука ибн Аксика грамоту в честь его победы над карматами.

Приводится текст этой хвалебной грамоты (*тауки*) в переводе с арабского языка:

«Во имя Аллаха, милостивого, милосердного! Хвала Аллаху, соединяющему в себе красоту и великолепие, единственно могущественному и гордому, спасающему светом истины от темного мрака язычества, избравшему для своей миссии пылкий и благородный по происхождению народ, во главе которого поставил самого достойного по положению арабского пророка—лучшего из пророков—Мухаммада, да благословит его Аллах и да приветствует! Аллах направил его по

правильному пути и истинной веры, с тем, чтобы открыть ему все тайны ислама, даже если этого и не желали безбожники!

Хвала Аллаху, укрепившему ислам праведными халифами из рода ал-Аббаса, руками которых Аллах уничтожил ересь и скверну, сделал их правленце путем спасения в самый страшный день, соединив их волю с волею своей и своего пророда. Он, да прославится его имя, «сказал: «Повинуйтесь Аллаху и повинуйтесь посланнику и обладателям власти среди вас»<sup>6</sup>.

С того дня, как власть перешла к Эмиру верующих и он был удостоен чести быть признанным наследником имамов, слава о его битвах заставила трепетать сердца иначе мыслящих, знамена его полководцев, куда бы они не направлялись, были увенчаны блестящими победами, а завоевания их непрерывно продолжались в соперничестве друг с другом! И да усладит Аллах жизнь Эмира верующих своими милостями и да не оставит он его государство без его (халифа) похвальных деяний!

Святое предание гласит, что посланник Аллаха, да благословит его Аллах и да приветствует, сказал: «Явился мне Гавриил, да будет мир на нем, одетый в черное платье, а на поясе у него висело [оружие], похожее на кинжал. Я спросил у него: «О, Гавриил, кто будет править ими (мусульманами)?» Он ответил: «Род ал-Аббаса ибн Абд ал-Муталлиба!» Тогда я спросил: «О, Гавриил, а из кого будут его последователи?» Он ответил: «Из хорасанцев, владык областей, высокородных дикхан и тюрек *тогуз—огуз*, или [может быть] носителей кинжалов из ал-Джибала». Я опять спросил: «О, Гавриил, а чем будет владеть род ал-Аббаса?» Он ответил: «О, Мухаммад, род ал-Аббаса будет властвовать над оседлыми и кочевниками, над краснокожими и желтокожими, над ал-Марвой<sup>9</sup> и ал-Маш'аром<sup>10</sup>, над ас-Сафа<sup>11</sup>, над ал-Куббой<sup>12</sup> и над ас-Сариром<sup>13</sup> и над всем миром, вплоть до Судного дня!».

Такова милость Аллаха, которую он испошлет на того, кого выберет, и пусть он (Аллах) знает, что Артук ибн Аксик<sup>14</sup> является его преданным слугой, который подчинившись его воле, совершил блестящие подвиги в священной войне (*джихад*) с неверными и безбожными карматами. И пусть те, кто надеется заслужить воздаяния Аллаха в будущей жизни, сотрут их (карматов) из памяти и очистят тот уголок земли [халифата] от скверны их безбожных деяний»<sup>15</sup>.

#### Примечания

<sup>1</sup> ал-Ахса (Ахса или ал-Хаса) — «известный город в Бахрейне. Возведен, укреплен и превращен в столицу Абу Тахиром ал-Хасаном ал-Джаннаби» (И а к у т, т. I, стр. 137).

<sup>2</sup> Общие сведения о карматах см. в ст. Л. Массиньяона в Энцикл. ислама.

<sup>3</sup> Descoeje M. J. La fin de l'Empire des Carmathes du Bahrein. J. A., tome A. 1895, p. 1—30.

<sup>4</sup> Dr. A H Seyim. Sultan Melik al ah devrinde Ahsa ve Bahreyn karma + ilerine sraki Selhuklu Sefsrli. Turk Tarih Kurun u. Belleten, cilt XXIV, 1960, № 94.

<sup>5</sup> Артук ибн Аксик — сельджукский эмир, основатель династии Артукидов, владетель Дийарбакра. См. о нем: И б н Х а л л и к а н. Вафайат, (англ. изд.), т. I, стр. 171—172. Догер (токер) — огузское племя, ведущее свое начало от Токера, второго сына Ай-хана, сына Огуза.

<sup>6</sup> Катиф — «город в Бахрейне. В настоящее время — его столица и самый большой из его городов» (И а к у т, т. VII, стр. 131). Современный ал-Катиф (ю.—в. мыса Рас Танура) принадлежит Саудовской Аравии.

<sup>7</sup> Абдаллах ибн Али ал-Уйун — происходил из семьи Ибрахима ибн Мухаммада, принадлежавший к колену Бану Мурра племени Абд ал-Кайс, живущему на территории ал-Уйун — северном районе провинции Ахса.

<sup>8</sup> Коран, IV, 62.

<sup>9</sup> Холм в Мекке, на котором и вокруг находятся дома мекканцев. См. И а к у т, т. IV, стр. 513.

<sup>10</sup> ал-Маш'ар ах-Харам — священная гора между ас-Сафа и ал-Марвой, на которой совершаются обряды хаджжа.

<sup>11</sup> ас-Сафа — гора близ холма ал-Марва, рядом с Мекканской мечетью. Вершина горы ас-Сафа находится напротив Черного Камня.

<sup>12</sup> ал-Кубба ал-Хадра' (Зеленый купол) — купол дворца халифа ал-Мансура, второго аббасидского халифа.

<sup>13</sup> ас-Сарир — возможно, — имеется в виду царство ас-Сарир, находившегося на территории средневекового Дагестана.

<sup>14</sup> В тексте: Тубак ибн Аксик.

<sup>15</sup> Текст грамоты цитируется по публикациям де Гусе и Али Севима.

ИИБСВ

Поступило 30. I 1982

Ч. З. Бунятов

#### ГЭРМЭТИЛЭР ҮЗЭРИНДЭ ГЭЛЭБЭ МҮНАСИБЭТИЛЭ ХЭЛИФЭ ЭЛ-МУКТАДИНИН СЭЛЧУГ ЭМИРИ АРТУКА КӨНДӨРДИЈИ ТЭРИФНАМЭ

Мәгаләдә Аббасиләр хилафәтинин узун илләр боју гәрмәтиләрин үсјаны заманы чидди төлүкәјә мәрүз галмасындан бәһс олунур. Хәлифә јалиыз сәлчуг султаны Мәлик шаһын гошуиларынын көмөји илә бир мүддәт гәрмәтиләрин үсјаныны јатыра билмишди.

Бу вурүшмаларда эмир Артук ибн Ексикни башчылығы алтында түрк гошуилары хүсусилә фәргләнмишләр.

Мәгаләдә хәлифә Эл-Муктадинин Ахсада (Бәһреји) гәрмәтиләрин дармадағын едилмәси мүнәсибәтилә эмир Артука көндәрдији тәрифнамәнин эрәб дилиндән тәрчүмәси верилмишдир.

J. Z. Bunyatov

#### HONOUR CERTIFICATE OF CALIPH AL-MUKTADI TO SELJUK EMIR ARTUK ON THE OCCASION OF A VICTORY OVER THE QARMATIANS

The article tells about a serious threat the Abbasid Caliphate met with during the Qarmatians revolt which had been lasting for many decades. The Caliph succeeded in suppressing not long the Qarmatians with the help of the troops of Seljuk Sultan Malik-shah. The troops of Turks headed by Emir Artuk Ibn Aksik showed a particular valour.

The article being translated from Arabian is supplemented with a text of panegyric honour certificate granted by Caliph al-Muktadi to Emir Artuk on the occasion of crushing the Qarmatians in Alisa (Bahreyn).

АЗАДЭ МУСАЈЕВА  
РӨВШӘНИ ВӘ КҮЛШӘНИ БӘРДӘИ «ДИВАН»ЛАРЫНЫН  
НАМӘ'ЛУМ БИРКӘ ӘЛЈАЗМАСЫ

(Азәрбајжан ССР ЕА академики Н. М. Араслы тәғдим етмишидир)

Ф. Енкелс «Тәбиәтин диалектикасына кириш» әсәриндә орта әсрләри тәһлил едәркән јазыр: «О. заман (XV—XVI әсрләрдә—А. М.) демәк олар һеч елә бөјүк адам јох иди ки, узаг сәјаһәтләрә чыхмамыш олсуң, дөрд вә ја беш дилдә данышмасың, бир һечә јарадычылыг сәһәсиндә парламасың» (1). Бу фикрин билаваситә Авропа илә әлагәдар дејилмәсинә бахмајараг, ону орта әср Шәргинә дә аид едә, XV әсрдә Азәрбајжанда јашамыш Дәдә Әмәр Рөвшәнини белә шәхсијјәтләрдән бири адландыра биләрик. Ајдын елиндә анадан олмуш шаир Рөвшәни. кәңчилијиндә Ширвана, философ-алим Сејид Јәһја Бакувини јанына тәһсил алмаға кәлмиш, мәналы өмрүнүн галан һиссәсини Азәрбајжанда јашајыб-јаратмышдыр. Дәдә Әмәрин Сејид Јәһјаја һәср етдији ше'рләр мұәллиминин онун һәјатында бөјүк мә'нәви тә'сири олдуғуну кәстәрмәкдәдир. Рөвшәнинин әсрләри онун әрәб, фарс вә түрк дилләрини камил билдијини, поэтика, мусиги нәзәријјәси, фәлсәфә, мәнтиғ, нүчум, илаһијјат, фиғһ вә дөврүнүн бир чох елмләрини әтрафлы өјрәндијини сөјләмәјә имкан верир.

Рөвшәни Гарабағ, Бәрдә, Кәңчә вә Әрдәбили кәзиб-долашмыш, 1463/64-чү илдә Тәбризә кәчәрәк, 25 илдән артыг Шәргин бу гәдим мәдәни мәркәзиндә јашамыш, шејхлик етмишидир. О, Тәбриздә јашајаркән чохлу тәләбәләр јетирмишидир ки, булардан ән мәшһуру һәјат вә јарадычылығы индијәдәк әһәтәли тәдгиг олунмамыш Азәрбајжан шаири Шејх Ибраһим Күлшәни Бәрдәндир. Бу ики шаир-философун ады мәнбәләрдә даим гоша чәкилмишидир. Дөрд әср јарымдан артыгдыр ки, тәдгигатчылар онларын һәјат вә јарадычылығларында бәһс едирләр. Бәрдәдә анадан олмуш Ибраһим ше'рләрини «Һејбәти», сонралар мұәллиминин тапшырығы илә «Күлшәни» тәхәллүсү илә јазмышдыр (2,318). Дүңја әлјазма хәзинәләри вә китабханаларында Рөвшәни вә Күлшәни әсәрләрини әлјазма нүсхәләри мұһафизә олунмағдадыр. Бә'зән онларын әсәрләрини биркә әлјазмасы олдуғу да мә'лумдур (4). Белә әлјазмалардан бири түрк тәдгигатчысы Әһмәд Атәшин «Истамбул китаблығлары фарсча диванлар каталогу»нда тәсвир олунмушдур. (3). Сејид Јәһјанын «Күллијјаты» адландырылмыш 315 вәрәгдән ибарәт нүсхәдә Күлшәни, Рөвшәни, Јунис Имрә ше'рләриндән дә сечмәләр вардыр ки, бу да һәр дөрд мұәллифин јарадычылығындакы мә'нәви јахынлыға бир из сајыла биләләр.

Индијәдәк Советләр Иттифагында Шәрг әлјазма каталогларына әсәсән јалныз Азәрбајжан ССР ЕА Республика Әлјазмалары фондунда Рөвшәнинин әлјазмасынын варлығы мә'лум иди. Л. В. Дмитријеванын

1980-чи илин әввәлләриндә нәшр олунмуш «Шәргшүнаслыг Институту түрк әлјазмаларынын тәсвири» каталогунда Күлшәни «Диван»ынын Ленинград нүсхәси һағгында мә'лумат верилмиши (5). Мұәллиф шаирин түрк олдуғуну јазыр. Бу, Л. В. Дмитријеванын Күлшәни илә бағлы јалныз бир сыра түрк мәнбәләри илә танышлығындан ирәли кәлмишидир (6,7 вә с.) Бир чох гајнағларда исә Күлшәнинин бәрдәли олмасы әсәсли тарихи фактларла кәстәрилмишидир (8, 9, 10). Күлшәнинин азәрбајжанлы олмасына әсәрләринин дили ән кәзәл сүбүтдур. Ону дијарбәкрли сајан В. М. Кочатүрк шаирин «азәри ләһчәсиндә јаздығыны» етираф етмишидир (11).

Һечә илдән бәри Рөвшәнинин шәхсијјәти, јетирмәләри, әсәрләри вә тә'сир даирәси илә бағлы тәдгигат апардығымыздан онун бир чох әсәрләри бизә мә'лум иди. Кәстәрилән каталогдакы Күлшәни диванынын вә «Чобаннамә»синин башланғычы кими верилмиш бейтләр Рөвшәни әлјазмаларындакы бейтләрлә ејни олмасы илә биздә марағлы шүбһә ојатмышдыр... Филолокија елмләри доктору, проф. Чаһанкир Гәһрәмановла мәсләһәтләшиб, әлјазманын микро-филминин сифарш етмәји гәрәра алдыг. Тезликлә Күлшәни «Диван»ы ады илә тәсвир олунмуш әлјазманын микро-филминин алдыг, тәдгигинә башладыг. Башдан-баша рүг'ә хәттилә көчүрүлмүш әлјазманын башлыг јериндә «Һәзә дивани-Күлшәни» јазылмышдыр. Ону гејд едәк ки, Рөвшәни диванларынын мә'лум нүсхәләринин әкәријјәтинин үнваны јохдур. Һәр вәрәгиндә ики сүтун, 17 сәтир јазылмыш 148 вәрәгли бу әлјазма нүсхәси Л. В. Дмитријеванын тәсвир етдији кими, јалныз Күлшәни әсәрләриндән ибарәт дејилдир. Әлјазманын 1а—125б вәрәгләри Рөвшәни «Диван»ынын индијәдәк елм аләминә мә'лум олмајан нүсхәсидир. Бурада шаирин «Мискилик китабы», «Чобаннамә», «Нејнамә» мәснәвиләри, гәсиндә, гәзәл, тәрчһ, мұхәммәс, тујуғ вә с. әсәрләри топланмышдыр. Диванын бә'зи вәрәгләри дүшмүшдүр (9б—10а, 17б—18а, 115б—116а). Әлјазмада Рөвшәнинин Ајдын, Бурса, Тәбриз елләринә, Сејид Јәһја Бакувијә, Мөвлана Чәләләддин Румијә һәср етдији, јарадычылығы үчүн сәчијјәви олан башға лирик вә епик әсәрләринин топланмасы, даһа бир сыра орфографик, палеографик үстүлүкләри шаирин диванынын елми-тәңгиди мәтнин һазырланыркән бу нүсхәнин фәјдалы олачарыны кәстәрир.

Күлшәнинин әсәрләри әлјазманын 126б—148б вәрәгләриндәдир. Бурада Күлшәни Бәрдәнин ән әнәви диван гүрулушундан 69 гәзәл вә гәсиндәси јазылмышдыр. Диван там дејил, 135б—136а вәрәгләри арасында чатышмазлыг вардыр. Күлшәнинин бу диванынын (онун фарсча вә әрәбчә диванларынын олдуғу гајнағларда кәстәрилмишидир) әлјазма нүсхәсиндәки ше'рләринин демәк олар ки, әкәријјәтиндә Рөвшәнинин ады чәкилмишидир. Күлшәни ше'рләринин бу чүр өзүнәмәхсуслуғу В. М. Кочатүркүн «Мөвлан Чәләләддин Руми Шәмс Тәбризини андығы кими гәзәлләринин сонунда Күлшәнинин дә устады Рөвшәнинин адынын һөрмәтлә тәкрарладығыны» јазмағда һағлы олдуғуну кәстәрир (11). Бу әлјазма нүсхәси һәм дә Күлшәнинин јалныз Рөвшәнинин адыны анмағла кифәјәтләнмәдијини, мұәллиминә ше'рләр, гәзәлләринә нәзирәләр јаздығыны ајдылашдырыр. Рөвшәни вә Күлшәни јарадычылығларынын гаршылығлы өјрәнилмәси онларын әдәби-мәфкурәви јахынлығынын ајрыча тәдгигат тәләб едән, чидди көкләри олдуғуну бир даһа тәсдиғ едир. Шаирин «Нәдүр ешгүндән өзкә чаным, еј дуст», «Еј көнүл, ешгүн бәни диванә галды ағибәт», «Дәмбәдәм севдасы ешгүн әглими башдан гәпәр», «Бана дәрдүн кәрәк, дәрман кәрәкмәз» мәтләли вә с. ше'рләри сә-

нәткарлығы илә диггәти чәлб едир, Јунис Имрәни, Нәсимини хатырладыр. Күлшәнини әсәрләри орта әсрләр, хусусилә XV—XVI әсрләрини әдәбијјат, әдәби дил вә фәлсәфи фикир тарихини өјрәнмәк бахымындан мараглыдыр.

Рөвшәни вә Күлшәни диванларынын биркә әлјазмасынын көчүрүлмәси дә мараглыдыр. Рөвшәнини әсәрләрини сона чатдырылдығы јердә онун Әмир Әһмәд ибн Күлшәнини бәндәси Маһмуд тәрәфиндән көчүрүлдүјү јазылмышдыр. Арашдырмалар көстәрир ки, Әмир Әһмәд Күлшәнини «Хәјали» тәхәллүсү илә ше'рләр јазан оғлудур. О, 1485-чи илдә Тәбриздә анадан олмушдур. Гајнагларда Рөвшәнини «Бу көрпә олдуғча әчәб хуб олачагдыр» мәтләли гәзәлини Әмир Әһмәдә јаздығы гејд олунмушдур. Хәјали 1569-чу илдә өлмүшдур. Бу тарих бизә Л. В. Дмитријеванын јаздығы кими, әлјазманын «1831-чи илдән кеч олмајараг», XVI әсрдә, бәлкә дә 1569-чу илдән әввәл көчүрүлдүјүнү сөјләмәјә имкан версә дә, катиб гејдиндән кәнарда ејни хәтлә, хусуси үслубда јазылмыш «зилһиччә, 1023-чү ил» гејди онун 1615-чи илин әввәлләриндә баша чатдырылдығыны көстәрир.

Классик ирсимизин аз тәдгиг едилдији дөврдә јашамыш Дәдә Өмәр Рөвшәни вә Шејх Ибраһим Күлшәни Бәрдәнини һәјат вә јарадычылыларынын өјрәнилмәси, әсәрләрини елми-тәнгиди мәтиләрини һазырланмасы, орта әсрләр әдәбијјат тарихимиздә тутдуғлары мөвгенин ајдынлашдырылмасы филолокијамыз үчүн фајдалы олдуғундан, «Диван»ларынын һаггында гысача мә'лумат вердијимиз биркә әлјазма нүсхәси дәјәрли мәнбә кими диггәти чәлб едир.

#### Әдәбијјат

1. М. Марке вә Ф. Енкелс. Сечилмиш әсәрләри, II ч., Бакы, 1953; 2. М. Тәрбијәт. Данишмәндани-Азәрбајҗан, Тегран, 1314; 3. Ә. Атәш. Истамбул китаблылары фарсча әсәрләр каталогу, Истамбул, 1968; 4. Истамбул китаблылары түркчә јазмалар каталогу, I ч., Истамбул, 1947; 5. Л. В. Дмитриева. Описание тюркских рукописей Института Востоковедения, т. III, М., 1980; 6. Ә. Н. Хачәзәдә. Ибраһим Күлшәни, Истамбул, 1332; 7. М. Т. Бурсалы. Османлы мұәллифләри, I ч., Истамбул, 333; 8. Садиг Камал. Шәрһи-әсмаји-әнбијјанын гисәси, Истамбул, 1284; 9. Әбдүл Рәсул Хәјјампур. Фәрһанки-сүхәивәран, Тәбриз, 1340; 10. Ш. Самил. Гамүсул-әләм; V ч., Истамбул, 1314; 11. В. М. Кочатүрк. Түрк әдәбијјаты тарихи, Анкара, 1964.

*Республика Әлјазмалары фонду*

*Алынмышдыр 20 IV—82-чи ил.*

А. Ш. Мусаева

#### НЕИЗВЕСТНАЯ СОВМЕСТНАЯ РУКОПИСЬ ДИВАНОВ РОВШАНИ И ГЮЛЬШАНИ БАРДАИ

В рукописных хранилищах и библиотеках мира хранятся десятки рукописных списков поэта XV в. Ровшани, становление которого как поэта и личности произошло в Азербайджане, а также его ученика Гюльшани Бардаи. Иногда встречаются и совместные рукописи их произведений.

Статья посвящена неизвестной науке рукописи диванов Ровшани и Гюльшани Бардаи, хранящейся в ленинградском Институте востоковедения.

A. Sh. Musayeva

#### THE UNKNOWN JOINT MANUSCRIPT OF THE DIVANS OF ROVSHANY AND GULSHANY BARDAI

A great number of manuscripts of Rovshany who lived and created in Azerbaijan in the XV century and his disciple Gulshani Bardai is preserved in different museums and libraries all over the world. Sometimes we come across the joint manuscripts of these poets.

This article is devoted to the study of Rovshany and Gulshani Bardai's joint manuscript still unknown in the world of science, which is kept in the Oriental Institute in Leningrad.

Г. А. ГЕПБУЛЛАЕВ

К ПРОИСХОЖДЕНИЮ ДВУХ ТОПОНИМОВ В АЗЕРБАЙДЖАНЕ

(Бармак и Санар)

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. Ш. Ширванлиевым)

В 100 км от Баку, на берегу Каспия, в северо-восточном Азербайджане, где горы близко подходят к морю, расположена скала-гора Беш-Бармак (выс. 546 м). Скала эта в северо-восточной зоне считается священной<sup>1</sup> и называется Хыдырзилиде ири — «святилище живого Хизра»<sup>2</sup>.

Следует отметить, что название Беш-Бармак отмечено впервые у Г. Гмелина (XVIII в.) [7], а до этого, во всех источниках эта скала названа Бармак. Впервые скала Бармак (البرمك) упомянута у автора IX в. Масуди в связи с находящейся там каменной оборонительной стеной [6, 61]. Скала Бармак отмечена также автором XIV в. Рашид ад-Дин [20] и на Каталонской карте, составленной в 1375 г. [24, 176]. Европейские путешественники XVII в. — Адам Олеарий, Ян Стрейсе, Джон Бел, Кемпфер и другие отмечают эту скалу только в форме Бармак [17, 265, 310, 390]. В XVIII в. один из административных округов Кубинского ханства назывался «Бармак магалы» [19], по имени этой скалы. Поэтому В. Ф. Минорский [14, 213] и Е. А. Пахомов [16, 39] считал, что слово беш — «пять» приставлено позже, в связи с народной этимоло-

<sup>1</sup> Вероятно, она считалась священной еще до распространения христианства (IV в.) и ислама (VII в.) в Албании. Иби Хордадбех [6, 19] и Якут Хамави [22, 29] отмечают рядом с ней населенный пункт Баграван (Баджраван), название которого можно связать с древнеармянским словом бага — «бог», «кумир» (см Christlun u Bartholomai Altiranisches Wörterbuch. Strassburg. 1904, S. 921) и раван — «река», «течение» (там же, с. 512; ravan: «Иис» со значением «божья вода» [6, 16]. После принятия христианства в Албании это святилище, было приспособлено к новой религии и связывалось с христианскими и еврейскими пророками: Моисеем, Илия, Хызром и др. В арабских источниках эта скала называется «скала Моисея» [6, 18, 152]. Это подтверждает и то, что она священной считалась также христианами жителями селений Килвар и Хачмас Сев. восточного Азербайджана. Джон Бел (XVII в.) отмечает, что туда приходят и армяне для принесения молитвы, «будучи в таком мнении, что служила она древне пребывание Пророку Илье» [17, 390].

<sup>2</sup> В сохранившихся до сих пор предании говорится, «что пророк Хизр, вынул живой воды родника, находящегося в этой скале, остался печно живым». Об источнике жизни в «скале Моисея» упоминает иби Хордадбех [6, 18]. Якут (XIII в.) отмечает, что там находится источник жизни, найденный ал Хызром [22]. Абд ар Рашид Бакуви (XIV в.) отмечает, что «там есть гора с пещерой, в которой находится тело сидящего мужчины, его труп совершенно не разлагается» [1, 95].

<sup>3</sup> Иби Хордадбех (IX в.) называет ее «скала Ширван», и «скала Моисея» [6, 18], а Идриси (XII) — «скала Моисея» [6, 152]. По мнению ряда исследователей, первая стена, построенная Сасанидами и названная в древнеармянских источниках «рата гуинов» [21, 208—209] — Бармакская, которая была разрушена албанами, армянами и гуианами, поставшими против персидского владычества в 452 г. [21, 209]. Остатки этих стен отмечены в средних веках Адамом Олеарием [17, 329], а в Советское время подробно исследованы Е. А. Пахомовым [16].

гией этого оронима, и связывают его с азерб. бармаг — «палец», в связи с крутыми отроговыми утесами, издали напоминающими пальцы.

Впервые Адам Олеарий писал, что скала Бармак, означает «палец» [17, 265], так как «подобно простертому вверх пальцу, она поднимается высоко над другими горами» [17, 265]. Это повторил и Ян Стрейсе: «скала названа так потому, что ее вершина напоминает вытянутый палец» [17, 310].

Джон Бел также писал, что Бармак — «перст» [17, 390]. Так впоследствии объяснялся этот гидроним во всех работах. Однако с таким объяснением топонима Бармак, исходя из современного азербайджанского языка, согласиться трудно. По нашему мнению, название этой невысокой горы следует связать с тюркск. пармак — «сопка» [19, IV, 1, 1160], не сохранившимся в современном азербайджанском языке. К этому же слову, видимо, восходит топоним Бармак-бине (Кельбаджарский р-н), от пармак — «сопка», «маленькая гора» и бине — «стойбище», «временная стоянка». Действительно, село расположено у подножия невысокой горы. В Туркмении есть маленькая гора, имеющая пять холмов, которая называется Беш-Бармак [3, 74], букв. «пять сопок».

Таким образом, ороним Бармак следует считать одним из древнейших слов азербайджанского языка, которое сохранилось в названии этой горы. Вероятно, ороним Бармак (с XVIII в. Беш-Бармак) возник еще в раннем средневековье, когда северо-восточная Албания примыкала к зоне господства тюркоязычных племенных общностей — гуинов, суваров, аваров, хазаров и других. Отметим, что многие топонимы в зоне расположения этой скалы также древнетюркского происхождения: Атачай, вероятно, от древнетюркск. атаи — «скоростное течение» [19, 1, 452] и азерб. чай — «река»; Гилязи, от гил — «глина» и древнетюркск. язи — «равнина»; Кызыл-Бурун от тюркск. кызыл — «красный» и бурун — «выступ», «мыс» и др.

Другой интересующий нас топоним — Санар.

Арабский географ IX в. Масуди [6, 61] и позже Иби ал Асир [10] отмечают, что Араке сливается с Курой в местности Санар. В. Ф. Минорский [14, 214] и Н. М. Велиханлы [6, 74] считали это сообщение ошибочным, вероятно, потому, что тот же Масуди упоминает еще на Кавказе, город и страну Санар [6, 61]. В армянских источниках санары отмечены как название народа<sup>4</sup>. Поэтому не следует смешивать разные по происхождению два наименования санар.

Персидский географ Хамдуллах Казвини (XIV в.) также отмечает населенный пункт Санар в районе слияния этих рек [11, 6—7]. Однако в дальнейшем еще долго этот топоним в источниках не упоминается. Лишь в конце XIX в. А. Аргутинский-Долгоруков в связи с событиями 1857 г. пишет, что место слияния Аракса с Курой называется Сангар [2]. Как видно, в источниках этот топоним отмечен в двух вариантах — Санар и Сангар. Отсюда можно предположить, что звук «н» в этом топониме был носовым, велярным «нг», что является характерным для тюркских, в том числе азербайджанского языка. Поэтому Санар и Сангар можно считать словом одного происхождения и связать с одним из древне тюркских слов: сангер (سنڭر) — «угол», «мыс» [20, IV, 1, 448]; древне тюркских слов: сенгер (senir) — «густой лес» [20, IV, 1, 449]; сингир (سینگیر) — «предгорье»; «мыс», «холм» [20, IV, 1, 697]; сенир (senir) — «мыс горы»

<sup>4</sup> Об христианских по религии санарах, живущих где-то в Кахети, имеются сообщения в древнеармянских источниках [6, 113, 101, 200, 201].



[8, 495]; сенир (сепир) — «покрытый травой высокой, гребень горы» [19, 643]. В азербайджанских диалектах «сангар» — «горный мыс».

Вариант Санар у (Масуди) говорит о том, что еще тогда в азербайджанском языке это слово имело форму Санар.

Как было отмечено, в древнетюрских языках это слово имело разные, но близкие значения. Однако исходя из географического расположения и места слияния<sup>5</sup> этих рек, можно предположить, что это слово означает «угол», т. е. отражает углообразность местности. И действительно, место слияния, называемое в настоящее время Суговушан (от азерб. су — «вода» и глагола говушмаг — «сливаться»)<sup>6</sup>, и сейчас имеет форму угла и покрыто густым лесом. Такое значение оправдано еще тем, что до конца 40-х годов у места слияния рек Кабырры (Иори) с Курой было и другое сел. Сангар<sup>7</sup>.

Из сказанного можно прийти к выводу, что отмеченные у автора IX в. Масуди топонимы Бармак и Санар являются древнеазербайджанскими словами.

#### Литература

1. Абдар-Рашидал-Бакуви. Сокращение [книги о] «памятниках» и чудесах царя могучего. Издание текста, перев. предисловие, примечание и приложения З. М. Бунятова. М., 1971.
2. Аргутинский А. Долгоруков. История сооружения и эксплуатации Закавказской железной дороги за двадцать пять лет ее существования (1871—1896). Тифлис, 1896.
3. Атанязов С. Толковый словарь географических названий Туркменистана (на туркменском яз.). Ашхабад, 1980.
4. Ahmed Zeki Vallidi. Azerbaycanın tarixi geografları. Научный архив Ин-та истории АН Азерб. ССР инв. № 5113.
5. Бунятов З. М. Азербайджан в VII—IX вв. Баку, 1965.
6. Велиханлы Н. М. IX—XII эср эрб чографіяшунас сәјјаһлары Азәрбајҗан һар Бақы, 1974.
7. Гмелин С. Г. Путешествие по России для исследования всех трех царств в природе, т. III. СПб., 1975.
8. Древнетюркский словарь. М., 1969.
9. Киргизско-русский словарь. Сост. К. К. Юдахин. М., 1965.
10. Материалы по истории Азербайджана из «Тарих ал Камиль» Иби ал Асира. Пер. П. К. Жузе, Баку, 1940.
11. Хамдуллах Казвини. Нузхат ал-Кулуб. Пер. И. П. Петрушевский. Научный архив Ин-та истории АН Азерб. ССР. инв. № 531.
12. История, география и этнография Дагестана. М., 1958.
13. Ширалиев М. Азәрбајҗан диалектолокијасынын эсаслары. Бақы, 1967.
14. Минорский В. Ф. История Ширвана и Дербенда. М., 1963.
15. Пахомов Е. А. Беш-Бармак, «Изв. Азерб. арх. комитета». вып. II. Баку, 1926.
16. Пахомов Е. А. Крупнейшие памятники Сасанидского строительства в Закавказье. «Проблемы истории материальной культуры», № 9—10, 1933.
17. Путешественники об Азербайджане. Сост. З. И. Ямпольский, т. I. Баку, 1961.
18. Путешествие Шардена по Закавказью в 1672—1673 гг. Тифлис, 1902.
19. Радлов В. В. Опыт словаря тюрских наречий, т. IV.
20. Рашид ад-Дин. Джами ат-таварих, т. III, Баку, 1956.
21. Тревер К. В. Очерки по истории и культуре Кавказской Албании. М.—Л., 1959.
22. Извлечение из географического словаря Якута Хамави. Пер. А. К. Жузе. Научный архив Ин-та истории АН Азерб. ССР, инв. № 505.
23. Якуби. История Пер. П. К. Жузе. Баку, 1927.
24. Браун Ф. Черноморье, ч. II. Одесса, 1880.

Институт истории

Поступило 8. V. 1981

<sup>5</sup> Следует отметить, что место слияния этих рек, кроме Санар имело еще и другие названия. По Ахмеду Зеки Валиди, это место называлось «Юрд-Базар Анбарчи» [4, 1180]. Шарден (XVII в.) отмечает, что Араке сливается с Курой около г. Шемахи, в месте называемом «Паямард» [18, 199].

<sup>6</sup> У Адама Одерия — «Коушан» [17, 288].

<sup>7</sup> В связи со строительством Мингечаурского водохранилища территория этого села осталась под водой.

## АЗӘРБАЈҶАНДА ИКИ ТОПОНИМИН МӘНШӘЈИ ҺАГГЫНДА

(Бармаг вә Сәнар)

Мәғаләдә әрәб чоғрафијашунасы әл-Мәс’уди (IX эср) Арранда Бармаг вә Сәнар адлы ики чоғрафи топоними муәсир Азәрбајҗан дилиндә сахланмамасы, лакин гәддәм түрк дилләриндә мөвчуд олмуш бармаг—«тәпә», «кичик дағ» вә сәнар, сәнгәр, сәнгир—«күнич», «бурун», «тәпә» сөзләриндән ибарәт олмасындан бәһс едилир.

G. A. Geybullaev

## ABOUT TWO TOPONIMIC ORIGINS WHICH ARE USED IN AZERBAIJAN (BARMAC AND SANAR)

The Arabian geographer Al-Masudy (IX century) pointed out two geographical names Sanar and Barmak in Aran. In the article those toponyms which are not kept in modern Azerbaijan are shown. But these toponyms are taken from Turkish original words such as Barmak—, "tapa", "kichik dag" (hill) and Sanar, Sangar, Sangir—, "Kunch", "burun", "tapa" (corner, bow).

**МҮНДӘРИЧАТ**

**Ријазиијат**

- Р. М. Рзајев. Чәкили фәзаларда Коши сингуляр оператору . . . . . 3  
 Н. М. Садигов. Харди фәзасында полидиск үзәриндә дахили функ-  
 жаларла төрәнмиш инвариант алт фәзалары . . . . . 8  
 Ә. Р. Мәһәмәдов. Идарәтмә мәсәләси үчүн максимумлу дифференциал  
 тәнтәһәләрин һәллини тәдғиги . . . . . 12

**Механика**

- М. Х. Илјасов. Өзлү-эластик јарым мүстәви үчүн Лемб мәсәләсинә даир. 19

**Јарымкечиричиләр физикасы**

- С. Н. Абдуллајева, В. Ә. Әлијев. р—TiGaSe<sub>2</sub>-дә мәнфи фотоселект-  
 рик эффектләри . . . . . 23

**Физика**

- Е. Ј. Салајев, Е. К. Һүсејнов, Ф. Н. Газыјев, А. К. Мәммә-  
 дов, Н. С. Сејидли. Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te монокристалларында фарадеј ефекти  
 вә удулма спектрләри . . . . . 29

**Маје кристаллар**

- А. Н. Зејналлы, А. Н. Нәсруллајев, Ф. А. Рүстәмөв. Калпум  
 олеат су мәнлулларында текстуралар вә онларын дәјишилмәләри һаггында . . . . . 33

**Гејри-үзви кимја**

- Е. М. Һејбәтова, Н. Ә. Шәкәров, Т. Д. Остапенко. Алуитин  
 комплекс е-малы процесиндә сәнаје алүминат мәнлулларындан галлиумун чы-  
 харылмасы . . . . . 39

**Кимја**

- С. Ф. Гарајев, Е. Ә. Мәммәдов, Ј. С. Иванов, З. М. Саликова.  
 1,4-бутандиолун пропаркил ефирләринин синтези, кимјәви вә антикоррозија  
 хәссәләри . . . . . 43

**Биокеокимја**

- Ак. А. Әлизадә, Ф. М. Әфәндијева, Ад. А. Әлијев. Азәрбајчан  
 палчыг вулканларынын палчыг мәнлулу—јени мүаличә препаратдыр . . . . . 49  
 Ш. Б. Асланов. Икничи процесләр вә онларын габыгларда кимјәви эле-  
 ментләрин мигдарына тәсир . . . . . 52

**Биткичилик**

- М. Ә. Микајылов, С. Р. Аллаһвердијев. Хына тозунда боја мад-  
 дәсинин тәдғигинә даир . . . . . 54

**Биткиләрин систематикасы**

- А. М. Әскәров. Polystichum x dmitziavae A. Askog.—Гафгазда јени  
 һибрид гыжы нөвүдүр . . . . . 61

**Кенетика**

- М. О. Әлијев. Мүхтәлиф плондли тут формаларынын һибридләшдирил-  
 мәсиндә ДЕМС-нин тәтбиги . . . . . 63

**Тарих**

- Ч. З. Бунјадов. Гәрәтиләр үзәриндә гәләбә мүнәсибәтилә хәлифә  
 әл-Муктаддинин сәлчуг әмири Артука көндәрдији тәрифнамә . . . . . 68

**Әдәбијат тарихи**

- Азадә Мусајева. Ревшәни вә Күлшәни Бәрдәи «Диван»ларынын намә'-  
 лум биркә әлјазмасы . . . . . 72

**Топономика**

- Г. Ә. Гејбуллајев. Азәрбајчанда ики топонимин мәншәји һаггында . . . . . 76

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Математика</b>	
Р. М. Рзаев. Сингулярный оператор Коши в пространствах с весом	3
Н. М. Садиков. Инвариантные подпространства в пространстве Харди на полидиске, порожденные внутренними функциями	8
А. Р. Магомедов. Исследование решений дифференциальных уравнений с максимумами для задач с управлением	12
<b>Механика</b>	
М. Х. Ильясов. О задаче Лемба для вязкоупругой полуплоскости	19
<b>Физика полупроводников</b>	
С. Г. Абдуллаева, В. А. Алиев. Отрицательные фотоэлектрические эффекты в $P-TiGaSe_2$	23
<b>Физика</b>	
Э. Ю. Салаев, Э. К. Гусейнов, Ф. Н. Казиев, А. К. Мамедов, Г. С. Сендли. Эффект Фарадея и спектры поглощения в монокристаллах $Cd_xHg_{1-x}Te$	29
<b>Жидкие кристаллы</b>	
А. Х. Зейналлы, А. Н. Несруллаев, Ф. А. Рустамов. Текстуры и их изменения в водных растворах олеата калия	33
<b>Неорганическая химия</b>	
Э. М. Эйбатова, Г. А. Шакаров, Т. Д. Остапенко. Извлечение галлия из промышленных алюминатных растворов комплексной переработки алунитов	39
<b>Химия</b>	
С. Ф. Караев, Э. А. Мамедов, Е. С. Иванов, З. М. Цаликова. Синтез, химические и антикоррозионные свойства пропаргиловых эфиров 1,4-бутандиола	43
<b>Биогеохимия</b>	
Ак. А. Ализаде, Ф. М. Эфендиева, Ад. Алиев. Грязевой раствор сопочных грязей вулканов Азербайджана—новый лечебный препарат	49
Ш. Б. Асланов. Вторичные процессы и их влияние на содержание химических элементов в раковинах	52
<b>Растениеводство</b>	
М. А. Микаилов, С. Р. Аллахвердиев. Исследование содержания лавсона в порошке хны	54
<b>Систематика растений</b>	
А. М. Аскеров. <i>Polystichum x dmitrievae</i> A. Asker—Новый гибридный вид папоротника с Кавказа	19
<b>Генетика</b>	
М. О. Алиев. Применение ДЭМС в сочетании с гибридизацией в селекции разноплодных форм шелковицы	63

Дж. З. Буннятов. Грамота Халифа ал-Муктади сельджукскому эмиру артуку по случаю победы над карматами	68
--	----

### История литературы

А. Ш. Мусаева. Неизвестная совместная рукопись диванов Ровшани и Гюльшани Бардан	72
--	----

### Топонимика

Г. А. Гейбуллаев. К происхождению двух топонимов в Азербайджане (Бармак и Санар)	76
--	----

9. Текст статьи печатается на белой бумаге через два интервала на одной стороне листа стандартного размера, с полями с левой стороны (не более 28 строк на одной странице по 58—60 знаков в строке). В тексте нельзя делать рукописные вставки и вклейки.

Статьи, напечатанные на портативной машинке, не принимаются.

10. Текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан авторами в печать. В математических статьях желательно избегать доказательств теорем, лемм и т. п. При использовании в тексте сокращенных названий (кроме общепринятых) необходимо давать их расшифровку.

11. Математические и химические формулы и символы в тексте должны быть вписаны четко. Следует избегать громоздких обозначений, применяя, например, дробные показатели степени вместо радикалов, а также exp. Зауномерованные формулы обязательно выключаются в красную строку, номер формулы ставится у правого края страницы. Желательно нумеровать лишь те формулы, на которые имеются ссылки. Подстрочные и надстрочные индексы и степени следует отмечать карандашом, дугами сверху и снизу:

$$R^n, r_n$$

Греческие буквы нужно обводить (в кружок) красным карандашом. Буквы готического шрифта и рукописные в рукописях не использовать, векторные величины — подчеркивать черным, буквы латинского рукописного шрифта следует отметить на полях (например, H рукоп.).

Во избежание ошибок следует четко обозначать прописные (заглавные) и строчные буквы латинского алфавита, имеющие сходное начертание (Cc; Kk; Pp; Oo; Ss; Uu; Vv; и т. д.), буквы I(i) и J(j), букву I и римскую единицу I, а также арабскую цифру 1 и римскую I' (вертикальная черта), I и штрих в индексах, I (латинское эль) и e. Прописные буквы подчеркивают карандашом двумя черточками снизу (C), а строчные — сверху (c).

Следует избегать знаков типа ~ (волна),  $\odot$ ,  $\oplus$ ,  $\otimes$ ;  $\square$ ,  $\perp$ ,  $\circ$ ,  $\angle$

(крышки) над и под буквами, а также знаков:

$$h, \mathbf{X}, \mathbf{E}, \mathfrak{f}, \mathfrak{f}, \mathfrak{f}, \mathfrak{E}$$

Латинские названия вписываются на машинке.

Слова «теорема», «лемма», «следствие», «определение», «замечание» и т. п. следует подчеркивать штриховой чертой, а текст утверждений типа теорем — волнистой чертой (исключая математические символы).

При выборе единиц измерения рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

12. При описании методики исследования следует ограничиваться оригинальной ее частью. При элементном анализе приводить только усредненные данные.

13. Необходимо тщательно проверить написание местных географических названий.

14. Цитируемая литература проводится общим списком на отдельной странице: ссылки в тексте даются порядковым номером в круглых скобках над строкой (например,<sup>1)</sup>). Список литературы оформляется следующим образом:

для книг: инициалы и фамилии авторов, полное название книги, место и год издания;

для журнальных статей: инициалы и фамилия авторов, название журнала, номер тома, номер выпуска, страница и год издания.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

15. Все статьи должны иметь резюме на английском языке, кроме того статьи написанные на русском и азербайджанском языках должны иметь резюме на азербайджанском и на русском соответственно.

Публикация статьи в «Докладах» не препятствует напечатанию расширенного ее варианта в другом периодическом издании.

Сдано в набор 19. 05. 83 г. Подписано к печати 25. 07. 83 г. ФГ 10034. Формат бумаги 70×100<sup>1/16</sup>. Бумага типографская № 1. Гарнитура шрифта литературная. Печать высокая. Печ. лист. 6,82. Уч. изд. лист 5,37. Тираж 620. Заказ 733. Цена 70 коп.

Издательство «Элм».

370143 Баку-143, проспект Нариманова, 31, Академгородок, Главное здание  
Типография «Красный Восток» Государственного комитета Азербайджанской ССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. Баку, ул. Ази Асланова, 80.

Индекс и классификация

[Faint, mostly illegible text on the left page, possibly bleed-through or very faded print.]

[Faint, mostly illegible text on the right page, possibly bleed-through or very faded print.]