

1968



ISSN 0002-3078

АЗӘРБАЙ҆ЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЯСЫ  
АКАДЕМИЯНАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

# МӘРУЗӘЛӘР ДОКЛАДЫ

том XXXVIII чилд

1982 • 9

ЦНБ

АЗӘРБАЙҖАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЯСЫ  
АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ДАН Азерб. ССР публикует краткие сообщения об оригинальных, нигде не печатанных ранее, результатах научных исследований, представленные академиками АН Азерб. ССР, которые тем самым берут на себя ответственность за научные достоинства представляемой статьи.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов, без определенных выводов и обобщений, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особенно интересных для науки находок).

Будучи органом срочной информации, журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает и отбирает к печати статьи, объем которых допускает их публикацию в установленные решением Президиума АН Азерб. ССР сроки.

В связи со всеми перечисленными ограничениями отклонение статьи редакцией «Доклады АН Азерб. ССР» означает только, что она не согласуется с требованиями и возможностями этого журнала и не исключает ее публикации в других изданиях.

### ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Доклады АН Азерб. ССР» просит авторов руководствоваться приведенными правилами и надеется, что авторы ознакомятся с ними прежде, чем пришлют статью в редакцию.

Статьи, при slанные без соблюдения этих правил, к рассмотрению не принимаются.

1. Статьи, направляемые в редакцию, должны иметь представление члена АН СССР или академика АН Азерб. ССР, если оно требуется (см. выше).

Статьи с просьбой направить их на представление редакцией не принимаются.

2. Статья публикуется по мере поступления. Единственным поводом для внеочередной публикации является исключительная важность сообщения и соображения приоритета. Для этого необходимо специальное решение редколлегии.

3. Как правило, редакция направляет предоставленные статьи на рецензию.

4. «Доклады» помещают не более трех статей одного автора в год. Это правило не распространяется на членов АН СССР, академиков Академии наук Азерб. ССР.

5. Авторы должны определить раздел, в который следует поместить статью, а также дать индекс статьи по Универсальной десятичной классификации (УДК). К статье прилагается отпечатанный на машинке реферат в двух экземплярах, предназначенный для передачи в один из реферагтивных журналов ВИНИТИ.

6. В конце статьи нужно указать полное название учреждения, в котором выполнено исследование, фамилии всех авторов а также полный почтовый адрес и номер телефона (служебный и домашний) каждого соавтора.

Кроме того, авторский коллектив должен указать лицо, с которым редакция будет вести переговоры и переписку.

7. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редакколлегией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответом на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

8. В «Докладах» публикуются статьи, занимающие не более  $\frac{1}{4}$  авторского листа (6 страниц машинописи). В этот объем входят текст, таблицы, библиография (не больше 15 источников) и рисунки, число которых не должно превышать четырех, включая и обозначения «а», «б» и т. д. в том числе вклейки на мелованной бумаге. Вклейки даются только для микрофотографий большого увеличения. Штриховые рисунки (карты, схемы и т. п.) на вклейках не печатаются, а даются на кальце. Текст и графический материал представляются в двух экземплярах. Повторение одних и тех же данных в тексте, таблицах и графиках недопустимо. Рисунки должны быть выполнены четко, в формате, обеспечивающем ясность передачи всех деталей. Фотографии представляются на глянцевой бумаге. Подписи к рисункам должны быть напечатаны в 2-х экземплярах через два интервала на отдельной странице. На обороте рисунков мягким карандашом указываются фамилии авторов, название статьи и номер рисунка.

(Продолжение на третьей странице обложки)

# МЭРҮЗЭЛЭР ДОКЛ

ТОМ XXX

No

Писать разборчиво	<input type="checkbox"/>
Шифр	.....
Автор	
Название	



## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Г. Б. Абдуллаев (главный редактор), М. Т. Абасов,  
 Ал. А. Ализаде (зам. главного редактора), В. С. Алиев,  
 Г. А. Алиев, Дж. А. Алиев, И. Г. Алиев, Дж. Б. Гулиев,  
 Н. А. Гулиев, М. З. Джабаров, Ф. Г. Максудов, А. А. Надиров,  
 Ю. М. Сенцов (зам. главного редактора), М. А. Топчибашев,  
 М. А. Усейнов, Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

© Издательство „Элм“. 1982 г.

Адрес: г. Баку, Коммунистическая, 10. Редакция „Известий Академии наук  
 Азербайджанской ССР“

Акад. Ф. Г. МАКСУДОВ, М. М. ГУСЕЙНОВ

**ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ ПУЧОК ПРИ НАЛИЧИИ  
 НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

В настоящей работе исследуется спектр одного класса полиномиальных пучков, определяются условия, при которых резольвента данного пучка аналитически продолжается через непрерывный спектр и в заключение приводится теорема о кратном разложении. Аналогичные задачи в случае гильбертова пространства для линейного и полиномиального пучков решены в [1, 2], а в случае банахова пространства, для линейного и квадратичного пучков в работах [3, 4].

В банаховом пространстве  $B_0$ , обладающем свойством аппроксимации, рассмотрим полиномиальный пучок

$$P(\lambda) = A^n - \lambda^{n-1} A_1 + \cdots + \lambda A_{n-1} + A_n,$$

где  $A$  есть  $H$ -оператор, а операторы  $A_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) — сужения на  $B_0$  ограниченных операторах  $\hat{A}_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ), действующих из банахова пространства  $B_2$  в  $B_1$ , связанных с  $B_0$  соотношением  $B_1 \subset B_0 \subset B_2$  (относительно конструкций  $B_1$  и  $B_2$  см. [4]).

Обозначим через  $P_0(\lambda) = A^n - \lambda^n I$ , а резольвенту пучков  $P(\lambda)$  и  $P_0(\lambda)$  через  $R_\lambda(P) = P^{-1}(\lambda)$  и  $R_\lambda(P_0) = P_0^{-1}(\lambda)$ , далее эти же операторы, рассматриваемые из  $B_1$  в  $B_2$  через  $R_\lambda^1(P)$  и  $R_\lambda^1(P_0)$ . Введем в рассмотрение изометрические операторы  $U_1$  и  $U_2$ , действующие соответственно из  $B_1$  в  $B_0$  и из  $B_0$  в  $B_2$ .

Исследование проводится при следующих предположениях:  
 а) пучок  $P_0(\lambda)$  имеет непрерывный спектр, совпадающий с отрезком  $[\omega_k\alpha, \omega_k\beta]$ , где  $\omega_k^n = 1$ , а  $\alpha, \beta$  — вещественные числа;

б) операторы  $P_i(\lambda) = R_\lambda(P_0)A_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) — вполне непрерывны в  $B_0$ ;

в) операторы функции  $R_j(\lambda) = \lambda^j U_2^{-1} R_\lambda^1(P_0) \hat{A}_{n-j} U_2$  ( $j = \overline{0, n-1}$ ), действующие в пространстве  $B_0$ , имеют аналитическое продолжение

$R_j^+(\lambda) = \lambda^j U_2^{-1} R_\lambda^+(P_0) \hat{A}_{n-j} U_2$  из области  $\Omega_k^+ = \{\lambda | \arg \omega_{k-1} < \arg \lambda < \arg \omega_k\}$  в более широкую область  $\Omega_k$  такую, что  $[\omega_k\alpha, \omega_k\beta] \subset \Omega_k$  и значения  $R_j^+(\lambda)$  вполне непрерывны в  $B_0$ . Аналогично, оператор  $R_j^-(\lambda)$  имеет аналитическое продолжение  $R_j^-(\lambda) = \lambda^j U_2^{-1} R_\lambda^-(P_0) \hat{A}_{n-j} U_2$  из области  $\Omega_k^- = \{\lambda | \arg \omega_k < \arg \lambda < \arg \omega_{k+1}\}$  в  $\Omega_k^*$ , где  $[\omega_k\alpha, \omega_k\beta] \subset \Omega_k^*$  и  $R_j^-(\lambda) \in C^\infty(B_0)$ .

г) оператор-функция  $S_\lambda = U_2^{-1} R_\lambda^1(P_0) U_1^{-1}$  имеет аналитическое

продолжение  $S_\lambda^+ = U_2^{-1} R_\lambda^+(P_0) U_1^{-1}$  ( $S_\lambda^- = U_2^{-1} R_\lambda^-(P_0) U_1^{-1}$ ) из области  $\Omega_k^+(\Omega_k^-)$  в область  $\Omega_k(\Omega_k^*)$  и  $R_\lambda^-(\lambda) \in \sigma_\infty(B_0)$ .

Имеет место следующая

**Теорема 1.** Пусть для операторов  $R_j^+(\lambda)$  ( $j = \overline{0, n-1}$ ) выполняется условие.

$$\lim_{\substack{|\lambda| \rightarrow \infty \\ \lambda \in \Omega_k}} \|R_j^+(\lambda)\| = 0 \quad \lim_{\substack{|\lambda| \rightarrow \infty \\ \lambda \in \Omega_k^*}} \|R_j^-(\lambda)\| = 0$$

Тогда оператор-функция  $G_\lambda = U_2^{-1} R_\lambda^+(P) U_1^{-1}$  имеет конечномероморфное продолжение  $G_\lambda^+ = U_2^{-1} R_\lambda^+(P) U_1^{-1}$  ( $G_\lambda^- = U_2^{-1} R_\lambda^-(P) U_1^{-1}$ ) из области  $\Omega_k^+(\Omega_k^-)$  в область  $\Omega_k(\Omega_k^*)$ .

Здесь оператор  $R_\lambda^+(P)(R_\lambda^-(P))$  означает аналитическое продолжение оператора  $R_\lambda^+(P)$  из области  $\Omega_k^+(\Omega_k^-)$  в область  $\Omega_k(\Omega_k^*)$ .

Заметим, что все утверждения будем доказывать для оператора  $G_\lambda^+$ , так как для  $G_\lambda^-$  доказательство проводится аналогичным образом.

**Доказательство.** Из определения резольвенты следует, что, при  $\lambda \in \Omega_k^+$

$$R_\lambda(P) = R_\lambda(P_0) - R_\lambda(P_0) [\lambda^{n-1} A_1 + \dots + \lambda A_{n-1} + A_n] R_\lambda(P),$$

а отсюда в силу введенных обозначений

$$G_\lambda = (I + R_0(\lambda) + R_1(\lambda) + \dots + R_{n-1}(\lambda))^{-1} S_\lambda \quad (1)$$

В силу условий в) и г) операторы  $R_j(\lambda)$  и  $S_\lambda$  имеют аналитическое продолжение из  $\Omega_k^+$  в  $\Omega_k$ . Далее, из условия теоремы следует, что оператор  $(I + R_0(\lambda) + R_1(\lambda) + \dots + R_{n-1}(\lambda))^{-1}$  существует и ограничен.

Поэтому, используя аналог теоремы Келдыша (см. [5]), заключаем, что оператор  $(I + R_0^+(\lambda) + \dots + R_{n-1}^+(\lambda))^{-1}$  ограничен для всех  $\lambda \in \Omega_k$ , за исключением быть может, не более чем счетного множества изолированных точек с возможными предельными точками на границе  $\Gamma_k$  области  $\Omega_k$ .

Далее, учитывая (1), приходим к выводу, что оператор  $G_\lambda$  имеет мероморфное продолжение  $G_\lambda^+$  и значения  $G_\lambda^+$ , если они существуют, являются вполне непрерывными операторами действующими в пространстве  $B_0$ .

Наконец, используя теорему Келдыша в случае банаухова пространства, о главной части резольвенты в окрестности полюса (см. [5]), мы завершаем доказательство.

Таким образом, если  $\mu \in \Omega$  — полюс порядка  $m$  оператор-функции  $G_\lambda^+$ , т. е. ряд Лорана имеет вид:

$$G_\lambda^+ = \frac{K_1}{(\lambda - \mu)^m} + \frac{K_2}{(\lambda - \mu)^{m-1}} + \dots + \frac{K_m}{\lambda - \mu} + G_\mu(\lambda), \quad (2)$$

то операторы  $K_1, K_2, \dots, K_m$  — конечномерные в банауховом пространстве  $B_0$ . Здесь  $G_\mu(\lambda)$  — регулярная часть в разложении Лорана.

**Следствие 1.** Оператор-функция  $G_\lambda^+$  имеет не более чем счетное множество  $M$  полюсов из  $\Omega_k$  с возможными предельными точками на границе.

**Теорема 2.** Непрерывный спектр пучка  $P(\lambda)$  совпадает с  $[\omega_{k\alpha}, \omega_{k\beta}]$  за исключением, быть может множества  $M \cap (\omega_{k\alpha}, \omega_{k\beta})$ .

Перепишем разложение (2) в виде

$$R_\lambda^+(P)f = \frac{W_1 f}{(\lambda - \mu)^m} + \frac{W_2 f}{(\lambda - \mu)^{m-1}} + \dots + \frac{W_m f}{\lambda - \mu} + T_\mu(\lambda)f. \quad (3)$$

где  $W_j = U_2 K_j U_1$  ( $j = \overline{1, m}$ ),  $f \in B_1$ ,  $T_\mu(\lambda) = U_2 G_\mu(\lambda) U_1$

и дадим определение.

**Определение.** Те полюсы оператор-функции  $G_\lambda^+$ , лежащие на непрерывном спектре, для которых в разложении (3) все  $W_j f \in B_2$ , но не принадлежат  $B_0$ , будем называть спектральной особенностью пучка  $P(\lambda)$ .

Из этого определения, в сочетании с теоремой 1, вытекают следующие следствия.

**Следствие 2.** Если  $\mu \in M \cap (\omega_{k\alpha}, \omega_{k\beta})$  и  $B_0 \cap B^{(i)} = \{0\}$  том является спектральной особенностью пучка  $P(\lambda)$ . Здесь  $B^{(i)}$  — область значений оператора  $W_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ).

**Следствие 3.** Пусть  $\mu \in M$  и операторы  $W_j$  ограничены в банауховом пространстве  $B_0$ , тогда  $\mu$  является собственным значением пучка  $P(\lambda)$ .

**Определение.** Пусть  $\mu \in \Omega_k$  и векторы  $\varphi_j \in B_2$  ( $j = \overline{1, m}$ ) удовлетворяют уравнениям:

$$\varphi_1 = -R_\lambda^+(P_0) \left\{ \lambda^{n-1} \hat{A}_1 + \lambda^{n-2} \hat{A}_2 + \dots + \lambda \hat{A}_{n-1} + A_n \right\} \Big|_{\lambda=\mu} \varphi_1 \quad (4)$$

$$\varphi_j = - \sum_{k=1}^j \frac{1}{(\kappa-1)!} \frac{d^{\kappa-1}}{d\lambda^{\kappa-1}} \left\{ R_\lambda^+(P_0) \sum_{l=1}^n \lambda^{n-l} \hat{A}_l \right\} \Big|_{\lambda=\mu} \varphi_{j+1-\kappa},$$

а уравнение

$$\varphi_{m+1} = - \sum_{\kappa=1}^{m+1} \frac{1}{(\kappa-1)!} \frac{d^{\kappa-1}}{d\lambda^{\kappa-1}} \left\{ R_\lambda^+(P_0) \sum_{l=1}^n \lambda^{n-l} \hat{A}_l \right\} \Big|_{\lambda=\mu} \varphi_{m+2-\kappa}$$

не имеет решения из  $B_2$ . Тогда система векторов  $\varphi_j$  ( $j = \overline{1, m}$ ) из  $B_2$  назовем (о. с. п. в) пучка  $P(\lambda)$ , отвечающих обобщенному собственному значению  $\mu$  (о. с. з). В силу предположения г) оператор  $R_\lambda^+(P_0) = U_2 S_\lambda^+ U_1$  является вполне непрерывным из  $B_1$  в  $B_2$  при  $\lambda \in \Omega_k$ .

**Теорема 3.** Множество о. с. з.  $M_1$  пучка  $P_\lambda$  совпадает с множеством  $M$  полюсов оператор-функции  $G_\lambda^+$ .

**Доказательство** следует из определения (4) и очевидного тождества

$$G_\lambda^+(U_1^{-1} f) = S_\lambda^+(U_1^{-1} f) = S_\lambda^+ (\lambda^{n-1} D_1 + \dots + D_n) G_\lambda^+(U_1^{-1} f),$$

где  $D_l = U_1 \hat{A}_l U_2$  ( $l = \overline{1, n}$ ),  $\lambda \in \Omega_k^+$ ,  $f \in B_0$ .

Аналогичным образом можно определить цепочку о. с. п. в. для сопряженного пучка. Приведем лишь систему

$$\psi_1 = - \left\{ \left[ \lambda^{n-1} \hat{A}_1 + \dots + \lambda \hat{A}_{n-1} + \hat{A}_n \right] R_\lambda^-(P_0) \right\} \Big|_{\lambda=\mu} \psi_1$$

$$\psi_\kappa = - \sum_{p=1}^\kappa \frac{1}{(p-1)!} \left\{ \frac{d^{p-1}}{d\lambda^{p-1}} \left[ \sum_{l=1}^n \lambda^{n-l} \hat{A}_l \right] R_\lambda^-(P_0) \right\} \Big|_{\lambda=\mu} \psi_{\kappa-p+1}.$$

где векторы  $\psi_k \in B_k$ , а  $R_{\lambda}^- (P_0) = U_2 S_{\lambda}^- U_1$  и в силу предположения г) является вполне непрерывным из  $B_1$  в  $B_2$ .

Пусть выполнены все условия а) — г), дополнительно предположим, что пучок  $P(\lambda)$  имеет лишь конечное число собственных значений  $\lambda_i$  с  $\arg \lambda_i \neq \arg \omega_k$  ( $i = 1, m_k$ ) ( $k = \overline{1, n}$ ), в каждом из секторов  $\arg \omega_{k-1} < \arg \lambda < \arg \omega_k$  и конечное число о. с. з.  $\mu_{j_k}^+ (j_k = \overline{1, a_k})$  и  $\mu_{j_k}^-$  ( $j_k = \overline{1, a_k}$ ) из  $(\alpha_{\omega_k}, \beta_{\omega_k})$ . Числа  $\mu_{j_k}^+ (\mu_{j_k}^-)$  являются полюсами  $G_{\lambda}^+ (G_{\lambda}^-)$  при продолжении  $G_{\lambda}$  из области  $\Omega_k^+ (\Omega_k^-)$  через  $(\alpha_{\omega_k}, \beta_{\omega_k})$ . Среди чисел  $\mu_{j_k}^+$  и  $\mu_{j_k}^-$  могут быть совпадающие. Пусть нумерация проведена так, что  $\mu_1^+ = \mu_1^-$ , ...,  $\mu_{p_k}^+ = \mu_{p_k}^-$  ( $p_k \ll a_k$ ,  $p_k \ll a_k'$ ).

Через  $\Gamma_k$  обозначим контур, который состоит из подотрезков луча  $\lambda = \arg \omega_k$  и из полуокружностей достаточно малых радиусов с центрами в точках  $\mu_1^+, \mu_2^+, \dots, \mu_{a_k}^+$  в  $\Omega_k$  — с центрами в точках  $\mu_{p_k+1}^-, \dots, \mu_{a_k}'^-$  в  $\Omega_k'$ .

При этих предположениях имеет место следующая

**Теорема 4.** Пусть  $f_i \in B_1$ ,  $f_i \in D[P(\lambda) + \lambda^n I]^{n+1} [P(\lambda) + \lambda^n I]$ ,  $f_i \in B_1$  ( $i = \overline{0, n-1}$ ) и пусть выполняются условия из теоремы 1 и наконец пусть

$$\lim_{\substack{|\lambda| \rightarrow \infty \\ \lambda \in \Omega_k}} \|U_2^{-1} R_{\lambda}^+ (P_0) U_1^{-1}\| = 0, \quad \lim_{\substack{|\lambda| \rightarrow \infty \\ \lambda \in \Omega_k'}} \|U_2^{-1} R_{\lambda}^- (P_0) U_1^{-1}\| = 0$$

Тогда имеют место разложения

$$U_2^{-1} f_0 = \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^n \int_{\Gamma_k} (G_{\lambda}^+ - G_{\lambda}^-) U_1 (\lambda^{n-1} f_0 + \dots + f_{n-1}) d\lambda - \\ - \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{m_k} \text{Res } G_{\lambda} U_1 (\lambda^{n-1} f_0 + \dots + f_{n-1}) \Big|_{\lambda=\lambda_i} - \\ - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{p_k} \text{Res } G_{\lambda}^- U_1 (\lambda^{n-1} f_0 + \dots + f_{n-1}) \Big|_{\lambda=\mu_j}$$

$$U_2^{-1} (A_0 f_0 + f_p) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^n \int_{\Gamma_k} \lambda^p (G_{\lambda}^+ - G_{\lambda}^-) U_1 (\lambda^{n-1} f_0 + \dots + f_{n-1}) d\lambda - \\ - \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{m_k} \text{Res } \lambda^p G_{\lambda} U_1 (\lambda^{n-1} f_0 + \dots + f_{n-1}) \Big|_{\lambda=\lambda_i} - \\ - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{p_k} \text{Res } \lambda^p G_{\lambda}^- U_1 (\lambda^{n-1} f_0 + \dots + f_{n-1}) \Big|_{\lambda=\mu_j},$$

где  $p = \overline{1, n-1}$ .

В условии теоремы  $D(P(\lambda))$  обозначает область определения пучка,

## Литература

- Гасымов М. Г., Максудов Ф. Г. Функциональный анализ и его приложения, т. 6, вып. 3, 16—24, 1972.
- Максудов Ф. Г. «Изв. АН Азерб. ССР», № 5, 35—40, 1974.
- Гусейнов М. М., Максудов Ф. Г. Спектральная теория операторов. Изд-во «Элм», 44—64. Баку, 1979.
- Максудов Ф. Г., Гусейнов М. М. «ДАН Азерб. ССР», т. XXXV, 1, 9—12, 1979.
- Гасанов Э. Э. Автореф. канд. дисс. Баку, 1973.

Поступило 15.IX.1981

Институт математики и механики

Ф. Г. Максудов, М. М. Гусейнов

## БАНАХ ФЭЗАСЫНДА ҚӘСИЛМӘЗ СПЕКТРИ ОЛАН ПОЛИНОМАЛ ДӘСТӘ

Мәгаләдә бир синиf полиномиал дәстәнин спектри төтбиг едилмиш, дәстәнин әмсалары үзәринә ела шәртләр тапылышыры ки, бу шәртләр дахилиндә резолвента тәбии аналитиклик областдан кәнара аналитик давам олунур. Үмумиләшмиш мәхсүси әдәдә уйғын олан үмумиләшмиш мәхсүси вә гошма элементләрин тә'сирі вә тәкрап ажырыш теореми верилмишdir.

F. G. Maksudov, M. M. Guseinov

## A POLYNOMIAL BUNCH ON CONDITION OF A CONTINUOUS SPECTRUM IN THE BANACH SPACE

In this paper the spectrum of one class of polynomial bunch is studied, conditions for coefficients, under which the resolvent of this bunch can be analytically extended over the natural range of definition, are found. The definition of generalized eigen and adjugate vectors corresponding to the generalized eigen value of this bunch is introduced and the theorem about the multiple decomposition is proved.

К. Р. КЕРИМОВ

**КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ТИПА БИЦАДЗЕ-САМАРСКОГО ДЛЯ  
ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА  
С ОПЕРАТОРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

В работе рассматривается следующая краевая задача

$$Lu = u''(t) + a_1 u'(t) + a_2 A^2 u(t) = f(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

$$L_1 u = u(0) = f_1, \quad L_2 u = u(c) - \alpha u(T) = f_2 \quad 0 < c < T \quad (2)$$

в гильбертовом пространстве  $H$ , где  $A$ —линейный замкнутый оператор в  $H$ ,  $a_1, a_2$  и  $\alpha \neq 0$ —комплексные числа.Аналогичная задача для эллиптического уравнения с частными производными впервые была исследована в работе Бицадзе и Самарского [1]. Для операторно дифференциального уравнения рассматриваемая задача исследована лишь в случае, когда  $c = 0$  [2–5].Через  $L_2(0, T; H)$  будем обозначать гильбертово пространство сильно измеримых функций  $f(t)$ , определенных на  $[0, T]$  со значениями в  $H$ , для которых  $\|f(t)\|$  суммируема с квадратом.  $W_2^2(0, T; H(A^2), H) = \{u(\cdot) | u(\cdot) \in L_2(0, T; H(A^2)), u'(\cdot) \in L_2(0, T; H)\}$ Обозначим через  $\omega_1$  и  $\omega_2$  корни характеристического уравнения

$$\omega^2 + a_1 \omega + a_2 = 0$$

Сначала вместо задачи (1)–(2) исследуем следующую задачу

$$L_\lambda u = u''(t) + a_1(A + \lambda I)u'(t) + a_2(A + \lambda I)^2 u(t) = f(t) \quad (1)$$

$$u(0) = f_1, \quad u(c) - \alpha u(T) = f_2 \quad (2)$$

Теорема 1. Пусть

1°. Оператор  $A$  самосопряжен и полуограничен снизу  $\operatorname{Re} \omega_1 < 0$ ,  $\operatorname{Re} \omega_2 < 0$ 2°.  $f(t) \in L_2(0, T; H)$ 3°.  $f_1, f_2 \in H(A^{3/2})$ Тогда существует такое  $\lambda_0$ , что при любом  $\lambda \geq \lambda_0$  задача (1')–(2) имеет единственное решение  $u(\cdot) \in W_2^2(0, T; H(A^2), H)$ 

Доказательство. Общее решение однородного уравнения

$$u''(t) + a_1(A + \lambda I)u'(t) + a_2(A + \lambda I)^2 u(t) = 0 \quad (3)$$

будем искать в виде

$$u_0(t) = e^{-\omega_1(A+\lambda I)t} \cdot g_0 + e^{-\omega_2(A+\lambda I)t} \cdot g_1, \quad (4)$$

где  $g_0$  и  $g_1$  отыскиваются из (2). Действительно из (2) получим

$$\begin{cases} g_0 + e^{-\omega_1(A+\lambda I)t} \cdot g_1 = f_1 \\ [e^{\omega_1(A+\lambda I)c} - \alpha e^{\omega_1(A+\lambda I)T}] g_0 + [e^{-\omega_2(A+\lambda I)(T-c)} - \alpha] g_1 = f_2 \end{cases} \quad (5)$$

Обозначим характеристический определитель через  $\Delta_\lambda$ , т. е.

$$\Delta_\lambda = \begin{vmatrix} I & e^{-\omega_2(A+\lambda I)T} \\ e^{\omega_1(A+\lambda I)c} - \alpha e^{\omega_1(A+\lambda I)T} & e^{-\omega_2(A+\lambda I)(T-c)} - \alpha I \end{vmatrix}$$

Преобразуя его получим

$$\Delta_\lambda = C_\lambda + \alpha I, \quad (6)$$

$$\text{где } C_\lambda = e^{-\omega_2(A+\lambda I)(T-c)} + \alpha e^{(\omega_1-\omega_2)(A+\lambda I)T} - e^{(\omega_1c-\omega_2T)(A+\lambda I)}$$

Из наложенных условий следует, что  $C_\lambda \rightarrow 0$  при  $\lambda \rightarrow \infty$ . Поэтому существует такое  $\lambda$ , что при  $\lambda \geq \lambda_0$ ,  $\|C_\lambda\| < \alpha$ . Учитывая это из (6) получим, что  $\Delta_\lambda$  обратим при  $\lambda \geq \lambda_0$ .

Тогда из (5) получим

$$\begin{aligned} g_0 &= \Delta_\lambda^{-1} (e^{-\omega_2(A+\lambda I)(T-c)} - \alpha I) f_1 - \Delta_\lambda^{-1} e^{-\omega_2(A+\lambda I)T} f_2 \\ g_1 &= \Delta_\lambda^{-1} f_1 = \Delta_\lambda^{-1} [e^{\omega_1(A+\lambda I)c} + \alpha e^{\omega_1(A+\lambda I)T}] f_1 \end{aligned} \quad (7)$$

Учитывая (7) и (4), так как  $f_1, f_2 \in H(A^{3/2})$  получим, что  $u_0(\cdot) \in W_2^2(0, T; H(A^2), H)$  кроме того  $u_0(\cdot)$  удовлетворяет задаче (2)–(3).Пусть  $u_1(\cdot)$  является решением уравнения (1') на всей оси. Известно, что  $u_1(\cdot)$  существует и  $u_1(\cdot) \in W_2^2(0, T; H(A^2), H)$  [5].По теореме о следах [6]  $u_1(0) \in H(A^{3/2})$  и  $u_1(c) - \alpha u_1(T) \in H(A^{3/2})$ . Теперь рассмотрим уравнение (3) с граничными условиями

$$u(0) = f_1 - u_1(0), \quad u(c) - \alpha u(T) + f_2 - u_1(c) + \alpha u_1(T) \quad (8)$$

Как мы показали, существует решение  $u_2(\cdot) \in W_2^2(0, T; H(A^2), H)$  задачи (1')–(9).Функция  $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$  является требуемым решением задачи (1)–(2).Из (6)–(7) следует, что если  $f_1 = 0$ , то  $g_1 = 0$ ,  $i = 1, 2$ , т. е. однородная задача имеет лишь тривиальное решение при  $\lambda \geq \lambda_0$ . Этим доказывается единственность.

Из доказанной теоремы следует следующая теорема об изоморфизме.

Теорема 2. Пусть оператор  $A$ —самосопряжен и полуограничен снизу. Пусть далее  $\operatorname{Re} \omega_1 < 0$ ,  $\operatorname{Re} \omega_2 > 0$ .Тогда оператор  $P_\lambda : u \rightarrow P_\lambda u = \{L_\lambda(D)u, L_1u, L_2u\}$  при достаточно больших  $\lambda \geq \lambda_0$  является изоморфизмом (алгебраическим и топологическим) из  $W_2^2(0, T; H(A^2), H)$  на  $L_2(0, T; H) \times H(A^{3/2}) \times H(A^{3/2})$ .Доказательство. Как правило, опираясь на теорему Банаха достаточно показать, что  $P_\lambda$ —алгебраический изоморфизм. Из вида  $L_\lambda(D)$  ясно, что  $L_\lambda(D)u \in L_2(0, T; H)$  при любом  $u(\cdot) \in W_2^2(0, T; H(A^2), H)$ . Из теоремы о следах следует, что  $L_1u \in H(A^{3/2})$ ,  $i=1, 2$ . Сочетание этого с теоремой 1, в которой показана инъективность и сюръективность отображения  $P_\lambda$ , получим  $P_\lambda$ —алгебраический изоморфизм.Теорема 3. Пусть выполняются условия теоремы 1 и  $A^{-1} \in \sigma_\infty(H)$ . Тогда оператор  $P : u \rightarrow Pu = \{Lu, L_1u, L_2u\}$ , рассматриваемый как ограниченный оператор из  $W_2^2(0, T; H(A^2), H)$  в  $L_2(0, T; H) \times H(A^{3/2}) \times H(A^{3/2})$  является фредгольмовым.

**Доказательство.** Так как

$$Lu = L_\lambda u(t) - a_1 \lambda u'(t) - 2a_2 \lambda A(t) - a_2 \lambda^2 u(t)$$

и оператор

$$Q_\lambda : u \rightarrow C_\lambda u = [-a_1 \lambda u'(t) - 2a_2 \lambda A(t) - a_2 \lambda^2 u(t), 0, 0]$$

является вполне непрерывными из  $W_2^2(0, T; H(A^2), H) \times L_2(0, T; H) \times H(A^{3/2}) \times H(A^{3/2})$ , то из  $P = P_\lambda + C_\lambda$  в силу теоремы 2 и теоремы о возмущении фредгольмовых сператоров следует утверждение теоремы 3.

Применим полученный результат к одной краевой задаче для эллиптического уравнения с частными производными.

Рассмотрим следующую краевую задачу

$$D_t^2 u(t, x) - \sum_{|\alpha| \leq 2m} a_\alpha(x) D^\alpha u(t, x) = f(t, x) \quad 0 \leq t \leq T, x \in \Omega \quad (9)$$

$$B_j(x, D) u(t, x)|_{\partial\Omega} = \sum_{|\alpha| \leq \kappa_j} b_{\alpha j}(x) D^\alpha u(t, x)|_{\partial\Omega} = 0,$$

$$\kappa_j \leq 2m - 1, j = 1, m \quad (10)$$

$$u(0, x) = f_1(x), u(c, x) - \alpha u(T, x) = f_2(x), x \in \Omega, \quad (11)$$

$$\text{где } \Omega \subset R^n, D_t = \frac{\partial}{\partial t}, D^\alpha = D_1^{\alpha_1} \cdots D_n^{\alpha_n}, D_\kappa = \frac{\partial}{\partial x_\kappa}$$

**Теорема 4.** Пусть

1)  $a_\alpha(\cdot) \in C^{|\alpha|}(\bar{\Omega}), |\alpha| \leq 2m$  задача  $(B, \{B_j\}_1^m)$  является формально самосопряженной, где  $B(x, D)_u = \sum_{|\alpha| \leq 2m} a_\alpha(x) D^\alpha u(x)$

В равномерно положительно эллиптический оператор в  $\Omega$ , т. е.

$$(-1)^m \sum_{|\alpha|=2m} a_\alpha(x) \xi^\alpha > \delta^2 |\xi|^{2m}; \quad \xi \in R^n$$

2) Система граничных операторов образует нормальную систему на  $\partial\Omega$  и на  $\partial\Omega$  усиленно накрывает операторов  $B$

3)  $f(t, x) \in L_2((0, T) \times \Omega)$

4)  $f_1(x), f_2(x) \in W_2^{\frac{3m}{2}}(\Omega), B_j(x, D) f_\kappa(x)|_{\partial\Omega} = 0$  для тех  $j$ , для которых  $\kappa_j \leq \frac{3m}{2}$

Тогда задача (9)–(11) либо имеет единственное решение, принадлежащее  $W_2^2(0, T; W_2^{2m}(\Omega, \{B_j\}_1^m))$ , либо соответствующая однородная задача имеет конечное число линейно независимых решений, индекс задачи равен нулю.

Доказательство данной теоремы получается применением теоремы 3.

В заключение автор выражает благодарность С. Я. Якубову и А. Б. Алиеву за внимание к работе.

## Литература

- Бицадзе А. В., Самарский А. А. ДАН СССР, т. 185, № 4, 739–740, 1969.
- Крейн С. Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. Физматгиз, 1967.
- Якубов С. Я. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук, № 2, 37–42, 1973.
- Керимов К. Р. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук, № 2, 1974.
- Якубов С. Я., Карасик Б. Б., Мамедов К. С. Изв. АН Азерб. ССР, серия физ.-техн. и матем. наук, № 2, 1976.
- Лионс Ж. Л., Маджидес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. Мир, М., 1971.

Институт математики  
и механики

Поступило 24. XI 1980

К. Р. Керимов

## ОПЕРАТОР ЭМСАЛЛЫ ИКИНЧИ ТЭРТИБ ДИФЕРЕНЦИАЛ ТЭНЛИКЛЭР ҮЧҮН БИТСАДЗЕ-САМАРСКИ ТИПЛИ СЭРНЭД МЭСЭЛЭСИ

Мэгалэдээ икинчи тэртиб оператор эмсаллы дифференциал тэнликлэр үчүн Ынгеберт фазасында уч иөгтэви сэрнэд мэсэлэсү тэдгүй олунур. Хүсүс төрөмэли эллиптик дифференциал тэнликлэр үчүн аналоги мэсэлэни бириинчи дэфэ Битсадзэ вэ Самарски ишлэмишлэр. Оператор эмсаллы дифференциал тэнликлэр үчүн алышан бу иэтичэ ejini заманда хүсүс төрөмэли эллиптик тэнликлэр үчүн бир сэрнэд мэсэлэснэ тэтбүг олунур.

K. R. Kerimov

## THE BOUNDARY VALUE PROBLEM OF THE BITSADZE-SAMARSKY TYPE FOR THE ELLIPTIC EQUATION OF THE SEGOND ORDER WITH THE OPERATOR COEFFICIENTS

In this work three-point boundary value problem of the operator differential equation of the second order in Hilbert space is investigated. By means of some natural suggestion the fredholmity of the problem is proved. The gained results have been used for the investigation of the boundary value problems of the elliptic partial differential equations.

К. У. РЗАЕВ

**ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРЕМЫ РАДОНА—НИКОДИМА**  
 (Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовыи)

В работе [1] автором были установлены некоторые критерии типа Ф. Рисса для функций множеств при условии непрерывности меры  $\mu$ , т. е. при условии возможности разбить любое множество конечной меры на конечное число дизъюнктных подмножеств произвольно малой меры. Избавляясь от этого дополнительного условия, автор приходит к обобщению теоремы Радона—Никодима (в том числе и для комплекснозначных функций).

Будем иметь ввиду следующее определение. Пусть  $X$ —произвольное множество с  $\sigma$ -конечной, счетно-аддитивной, положительной мерой  $\mu$ , заданной на  $\sigma$ -алгебре  $S$  его определенных подмножеств или, что тоже самое, на борелевской алгебре  $S$  [2]. Эту систему взаимно связанных понятий  $(X, S, \mu)$  для краткости назовем произвольным пространством  $X$  с мерой  $\mu$ . Всюду в дальнейшем, если не будет оговорок, мы будем иметь ввиду именно это пространство.

В соответствии с известной терминологией (см. [2]) произвольную счетно-аддитивную функцию множеств, определенную на борелевской алгебре и допускающую значения любого знака, называют также и зарядом.

Для получения основных результатов статьи о представлении заряда в виде интеграла от функции, принадлежащей различным классам, близким к классам типа Орлича [3], используется работа автор [1], известная лемма атомической теории меры—лемма Сакса [4] и установленные здесь обобщения одной теоремы Л. Д. Кудрявцева о  $p$ -вариации отображений [5] на случай  $B$ -пространств (см. теорему 1) и одного критерия о суммируемости функции на всех множествах конечной меры, принадлежащих  $X$  (см. теорему 2).

Теорема 1. Пусть  $\mu$  счетно-аддитивная, комплексная или со значениями из расширенной области вещественных чисел, мера и пусть  $g(x)$  есть  $\mu$ -интегрируемая функция, действующая в  $B$ -пространстве,  $\forall E = \int_E g(x) d\mu, E \in S, E \subset X, v(\mu, X) < \infty$  (см. [4]).

Тогда для любого измеримого множества  $E \in S$  имеет место равенство

$$S_M(v, E) = \int_E M(\|g(x)\|) v(\mu, ds), \quad (1)$$

где  $M \neq 0$  выпуклая<sup>\*</sup> вниз функция,  $M(0) = 0, M(u) \geq 0$  при  $u > 0$ , а

$$S_M(v, E) = \sup_{E_i \in (\tau)} \sum_i M\left(\frac{\|v(E_i)\|}{v(\mu, E_i)}\right) v(\mu, E_i)^{**}.$$

\*Всюду имеем ввиду непрерывные выпуклые функции  $M$ .

\*\* Любые неопределенности вида  $\infty, 0, 0/0, \dots$  в соответствующих слагаемых мы заменяем нулем;  $(\tau)$ —любое конечное разбиение  $\{E_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) множества  $E$  на дизъюнктные подмножества  $E_i \in S$ .

**Замечание.** Если дополнительно  $M(0) = 0, M(u) \geq 0$  при  $u > 0$  и функция  $g(x)$   $\mu$ -интегрируема лишь на множествах  $X_n, X = \bigcup X_n$ ,  $v(\mu, X_n) < \infty$ , то равенство (1) остается верным и в этом случае в силу счетной аддитивности полной  $M$ -вариации  $S_M(v, E)$ .

Теорема 2. Пусть  $X$ —произвольное пространство с мерой  $\mu$ . Для того чтобы  $\mu$ -измеримая [2], [4] функция  $f(x)$ , определенная на  $X$  и действующая в  $B$ -пространстве, была  $\mu$ -интегрируема на всех множествах  $E$  конечной меры, необходимо и достаточно, чтобы она представлялась в виде суммы трех функций  $f(x) = g(x) + h(x) + k(x)$ , где  $g(x)$   $\mu$ -интегрируема на  $X$ ,  $h(x)$   $\mu$ -измерима и ограничена (по норме), а  $k(x)$   $\mu$ -измеримая функция, не равная нулю разве лишь на атомах  $A_i \subset X$  с мерой  $\mu A_i > 0$ , где  $\delta > 0$ — некоторое фиксированное число.

Определение 1! Будем говорить, что функция  $u(t) \in L_m(G)$ ,  $t \in G$ , если  $\int_G M(|u|) d\mu < \infty$ .

Определение 2. Функцию множеств  $\lambda(E)$ , заданную на  $\sigma$ -алгебре  $S$ , будем называть  $M$ -абсолютно непрерывной, если для любого  $\epsilon > 0$  найдется такое  $\delta > 0$ , что для любой (можно лишь конечной, что эквивалентно) системы  $\{e_i\}, e_i \in S, e_i \cap e_j = \emptyset, i \neq j, e \cup e_i$  с мерой  $\mu e < \delta$ , будет

$$\sum M\left(\frac{|\lambda(e_i)|}{\mu e_i}\right) \cdot \mu e_i < \epsilon.$$

Определение 3. Комплексную функцию множеств  $\lambda(E)$  будем называть определенной, если является определенной [1] в отдельности ее вещественная и мнимая часть.

Определение 4. Будем говорить, что интеграл от комплекснозначной функции имеет смысл, если имеет смысл интеграл от каждой в отдельности ее вещественной и мнимой части.

Определение 5. Будем говорить, что интеграл от вещественнозначной функции  $f(x)$  на  $X$  имеет смысл, если одна из функций  $f_+ = f(f \geq 0)$  и  $f_- = f(f < 0)$   $\mu$ -интегрируема на  $X$ , а другая  $\mu$ -интегрируема на каждом  $X_n \in S$  при некотором разбиении  $X$  в виде  $X = \bigcup X_n$ .

Определение 6. Будем говорить, что выпуклая вниз функция

$M$  удовлетворяет условию  $A$ , если  $\frac{M(u)}{u} \rightarrow +\infty$  при  $u \rightarrow +\infty$ .

Теорема 3. Пусть  $X$ —произвольное пространство с мерой  $\mu$  и  $M$ -выпуклая вниз функция,  $M(0) = 0, M(u) > 0$  при  $u > 0$ ,  $M(u) \neq 0$ . Тогда для того, чтобы комплексная функция множества  $\lambda(E)$ , заданная на  $\sigma$ -алгебре  $S$ , была представима в виде

$$\lambda(E) = \int_E f(x) d\mu, \quad (2)$$

где  $E \in S, f(x) \in L_m(X) \cap L(X)$  (по  $\mu$ ), необходимо и достаточно, чтобы она была конечна, счетно-аддитивна и  $M$ -абсолютно непрерывна. При этом  $f(x)$  определена единственным образом с точностью до эквивалентности.

**Теорема 3** представляет собой обобщение теоремы Радона—Никодима\*.

**Теорема 4.** Пусть  $X$ —произвольное пространство с мерой  $\mu$  и  $M$ —выпуклая вниз функция,  $M(0)=0$ ,  $M(u) \geq 0$  при  $u > 0$ ,  $M(u) \neq 0$ . Тогда для того, чтобы комплексная функция множеств  $\lambda(E)$ , заданная на  $\sigma$ -алгебре  $S$ , была представима в виде имеющего смысла на  $X$  интеграла (2) от функции  $f(x)$ , определенной на всем  $X$ , где  $E \in S$ ,  $f(x) \in L_M(E)$  (по  $\mu$ ),  $E$ —любое измеримое множество конечной меры, необходимо и достаточно, чтобы она была определенной,  $\sigma$ -конечной, счетно-аддитивной и  $M$ -абсолютно непрерывной. Функция  $f(x)$  определяется единственным образом с точностью до эквивалентности.

Следующая теорема 5 б) даёт обобщение теоремы Л. Д. Курдяяцева [5] на случай комплекснозначных функций множеств.

**Теорема 5.** Пусть  $X$ —произвольное пространство с мерой  $\mu$  и  $M$ —выпуклая вниз функция,  $M(0)=0$ ,  $M(u) \geq 0$  при  $u > 0$ ,  $M(u) \neq 0$ , удовлетворяющая условию А.

а) Для того чтобы комплексная функция множеств  $\lambda(E)$  была представима в виде (2), где  $f(x) \in L_M(X) \cap L(X)$  (по  $\mu$ ), необходимо и достаточно, чтобы она была конечная, счетно-аддитивная и чтобы

$$S_M(\lambda, X) < \infty. \quad (3)$$

б) Для того, чтобы комплексная функция множеств  $\lambda(E)$  была представима в виде интеграла (2), имеющего смысла на  $X$ , где  $f(x) \in L_M(X)$  (по  $\mu$ ), необходимо и достаточно, чтобы она была определенная,  $\sigma$ -конечная, счетно-аддитивная и чтобы выполнялось условие (3).

**Теорема 6.** Пусть  $X$ —произвольное пространство с мерой  $\mu$  и  $M$ —выпуклая вниз функция,  $M(0)=0$ ,  $M(u) \geq 0$  при  $u > 0$ ,  $M(u) \neq 0$ , удовлетворяющая условию А.

а) Для того, чтобы комплексная функция  $\lambda(E)$ , определенная на измеримых множествах  $E \in S$  конечной меры представлялась в форме (2), где  $f(x)$  определена во всем  $X$  и  $f(x) \in L_M(E)$  для любого множества  $E$  конечной меры, необходимо и достаточно, чтобы она была определенная,  $\sigma$ -конечная, счетно-аддитивная по множествам конечной меры и чтобы для любого множества  $E$  конечной меры существовало бы такое  $K_E > 0$ , что при всяком разбиении  $E$  вида  $E = \bigcup E_i$ ,  $E_i \cap E_j = \emptyset$ ,  $i \neq j$ , было бы

$$\sum_i M\left(\frac{|\lambda(E_i)|}{\mu E_i}\right) \cdot \mu E_i \leq K_E, \quad (4)$$

где  $K_E$  зависит лишь от множества  $E$  и не зависит от способа разбиения  $E$ .

б) Для того, чтобы комплексная функция множеств  $\lambda(E)$ , заданная на  $S$ , была представима в виде имеющего смысла на  $X$  интеграла (2) от функции  $f(x)$ , спределенной на всем  $X$ , где  $E \in S$ ,  $f(x) \in L_M(E)$  (по  $\mu$ ),  $E$ —любое измеримое множество конечной меры, необходимо и достаточно, чтобы она была определенной,  $\sigma$ -конечной, счетно-аддитивной и чтобы выполнялось условие (4).

\* Абсолютную непрерывность  $\lambda(E)$  мы понимаем в смысле  $|\lambda(E)| < \epsilon$  при  $\mu E < \delta(\epsilon)$ . Известно, что при конечности и счетной аддитивности  $\lambda$  это условие эквивалентно условию:  $\lambda(E) = 0$  при любом  $E \in S$ ,  $\mu E = 0$ .

**Следствие.** При выполнении условий каждой из теорем 3, 4, 5 и 6 имеет место равенство

$$S_M(\lambda, X) = \int_X M(|f|) d\mu.$$

Это вытекает из равенства (1) теоремы 1 и из необходимых условий соответствующих теорем.

**Примечание.** Установленным подходом можно убедиться, что все теоремы верны, если их формулировать не только для выпуклой функции  $M_1 = M(|u|)$ , а для выпуклой функции  $M(z)$ , (т. е. удовлетворяющей аналогичному определению выпуклости на комплексной плоскости  $z$ , в частности, вещественный случай). При этом для теорем в терминах  $M$ -абсолютной непрерывности требовать  $M(0) = 0$ ,  $M(z) \geq 0$ ,  $M(z) \neq 0$  для  $|z| = r > 0$  и некоторого  $r$  (тогда  $\frac{M(z)}{|z|} \geq C > 0$ ,  $|z| \rightarrow \infty$ , а также верна теорема 1), а в терминах  $M$ -ограниченной вариации требовать ещё, в частности  $M(z) \geq M(|z|) \neq 0$ ,  $\frac{M(z)}{|z|} \rightarrow \infty$ , при  $|z| \rightarrow \infty$ . При  $\|v\|(\mu, E) < \infty$  теоремы верны для функций  $M$  и в виде  $M(z+K) + C$ , где  $K$  и  $C$ —постоянные.

Полученные теоремы 3, 4, 5, 6 верны и тогда, если необходимые (и достаточные, одновременно) условия этих теорем формулировать для каждой из действительных и минимых частей функций отдельно. Теоремы в частности верны и для вещественно-значных функций.

Изложенные результаты легко дополнить, распространяя их и на конечные комплексные меры (см. [4] стр. 199). См. также [6].

В заключение автор выражает глубокую благодарность акад. С. М. Никольскому, проф. П. И. Лизоркину и проф. О. В. Бесову за оказанное внимание и ценное участие в обсуждении первоначальных результатов в этой области [1], проф. Л. Д. Курдяяцеву за полезную критику рукописи данной работы и ценные замечания.

#### Литература

- Рзаев К. У. Труды математического института им. В. А. Стеклова АН СССР, т. 140, вып. 6, стр. 264—276, 1976.
- Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. Изд-во «Наука». М. 1968.
- Красносельский М. А., Рутинский Я. Б. Выпуклые функции и пространства Орлича. Физматгиз, 1958.
- Дайфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы. Общая теория. ИЛ, 1962.
- Курдяяцев Л. Д. УМН, 10, вып. 2, стр. 167—174, 1955.
- Рзаев К. У. РЖМ 7Б30 ДЕП, 1980.

Институт математики и механики

Поступило 3. X 1980

К. И. Рзаев

#### РАДОН—НИКОДИМ ТЕОРЕМИНИН ҮМУМИЛӘШМәСИ

Мәгәләдә Радон—Никодим теореминин вә ф. Рис типли критериаларының  $M$ -мүтләг касилемәзлик вә  $M$ -мәңдүд вариасијалар терминләринә һәм сонлу, һәм дә  $a$ -сонлу функциялар чохлугу үчүн (о чүмләдән комплекс гијметләр үчүн) үмумиләшмәсі алышмышды.

К. И. Rzaev

#### GENERALIZATION OF THE THEOREM OF RADON—NIKODIM

In this paper generalization of the theorem of Radon—Nikodim and criterion of Riss type in terms of  $M$ -absolute continuity and  $M$ -boundedness of variation for finite functions of sets and for  $\sigma$ -finite functions of sets (for complex-valued functions too) are received.

М. Н. АЛИЕВ, М. М. РАХМАН

**ВЛИЯНИЕ СВЕРХТОНКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ФОРМУ  
ЛИНИИ МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА НА ЯДРАХ  
ПАРАМАГНИТНЫХ ИОНОВ В МАГНИТНОКОНЦЕНТРИРОВАННЫХ  
КРИСТАЛЛАХ**

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ч. М. Джуварлы)

Важным источником информации о парамагнитном кристалле является форма линии (ФЛ) резонансного магнитного поглощения. Однако отыскание явного вида ФЛ связано с большими математическими трудностями. В последнее время решение подобных задач успешно проводится методом функции Грина (ФГ). Впервые ФЛ магнитного резонанса на ядрах парамагнитных ионов в магнитнооконцентрированных кристаллах была вычислена с применением метода ФГ в работе [1]. Результаты применения метода ФГ существенно зависят от процедуры расцепления цепочки зацепляющихся уравнений ФГ. Грубое расцепление цепочки неизбежно приводит к потере важных эффектов. В работе [1] при вычислении массового оператора расцепление цепочки уравнений ФГ было проведено недостаточно тонко что привело к потере эффекта влияния сверхтонкого взаимодействия на ФЛ магнитного резонанса.

Целью данной работы является вычисление вклада сверхтонкого, взаимодействия в ФЛ магнитного резонанса на ядрах парамагнитных ионов в магнитнооконцентрированных кристаллах. Для достижения этой цели необходимо провести процедуру расцепления цепочки уравнений ФГ достаточно корректно.

ФЛ ядерного магнитного резонанса (ЯМР) будем отыскивать как минимую часть запаздывающей ФГ  $\langle\langle I_e^-(t)/I_e^+(t') \rangle\rangle_{\omega}^R$

$$f(\omega) = I_m \gg I_e^-(t)/I_e^+(t') \gg_{\omega}^R$$

здесь  $I_e^{\pm}$ —ядерные спиновые операторы.

Запаздывающую ФГ будем вычислять составлением цепочки зацепляющихся уравнений для антикоммутаторной ФГ  $\langle\langle I_e^-(t)/I_e^+(t') \rangle\rangle$ .

$$E \langle\langle I_e^-/I_e^+ \rangle\rangle = -\langle\langle I_e^-, I_e^+ \rangle\rangle + \langle\langle [I_e^-, H]/I_e^+ \rangle\rangle \quad (1)$$

Соотношение (1) показывает, что для дальнейших вычислений необходим явный вид гамильтониана системы  $H$ :

$$H = H_{ze} + H_{zN} + H_L + H_{sph} + H_{ss} + H_{sf}, \quad (2)$$

где  $H_{ze}$ ,  $H_{zN}$ ,  $H_L$ ,  $H_{sph}$ ,  $H_{ss}$ ,  $H_{sf}$ —гамильтонианы системы электронных и ядерных спинов во внешнем магнитном поле, поля фононов, спин-фононного, спин-спинового и сверхтонкого взаимодействия соответственно..

Соотношения (1) и (2) дают первое уравнение цепочки.

$$(E - \omega_N) \ll S_e^z I_e^- / I_e^+ \gg = -\delta_{ee'} + \frac{a}{h} \ll S_e^z I_e^- / I_e^+ \gg, \quad (3)$$

где  $a$ —константа сверхтонкого взаимодействия и  $S$ —электронный спиновый оператор. Вводим массовый оператор  $M(E)$  и переписываем (3) в следующем виде:

$$(E - \omega_N - M(E)) \ll S_e^z I_e^- / I_e^+ \gg = -\delta_{ee'}, \quad (4)$$

где  $M(E)$  удовлетворяет следующему уравнению:

$$M(E) \ll S_e^z I_e^- / I_e^+ \gg = \frac{a}{h} \ll S_e^z I_e^- / I_e^+ \gg \quad (5)$$

Для вычисления массового оператора  $M(E)$  дифференцируем  $\ll S_e^z I_e^- / I_e^+ \gg$  по второму временному аргументу:

$$-(E - \omega_N) \ll S_e^z I_e^- / I_e^+ \gg = \langle S_e^z \rangle \delta_{ee'} - \frac{a}{h} \ll S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg \quad (6)$$

Уравнения (5) и (6) дают

$$\begin{aligned} M(E) \ll S_e^z I_e^- / I_e^+ \gg = & -\frac{1}{E - \omega_N} \left( \frac{a}{h} \langle S_e^z \rangle \delta_{ee'} - \right. \\ & \left. - \frac{a^2}{h^2} \ll S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Записываем уравнение движения для ФГ:

$$\begin{aligned} (E - \omega_N) \ll S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg = & -\frac{1}{4} \delta_{ee'} + \frac{i}{h} \sum_q q \left( \frac{h}{2p V \omega_{q\delta}} \right)^{1/2} e^{iq\vec{y}}, \\ \{g_{x\delta}^- \ll S_e^z I_e^- (b_{q\delta}^- - b_{q\delta}^+) / S_e^z I_e^+ \gg - g_{x\delta}^+ \ll S_e^z I_e^- (b_{q\delta}^- - b_{-q\delta}^+) / S_e^z I_e^+ \gg\} + & \\ + \frac{a}{h} \ll S_e^z S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg - \frac{1}{h} \sum_i B_{ei} (\ll S_e^- S_i^+ I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg - & \\ - \ll S_e^+ S_i^- I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg) \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\omega_{q\delta}$ —частота фона с волновым вектором  $q$  и поляризации  $\sigma$ ,  $b_{q\delta}^+$ ,  $b_{q\delta}^-$ —операторы рождения и уничтожения фононов,  $B_{ei}$ —коэффициент спин-спинового взаимодействия,  $p$ ,  $V$ —плотность и объем кристалла,  $e$ —вектор поляризации фона,  $y$ —радиус вектор-узла, где находится парамагнитный ион.

В работе [1] было использовано приближение

$$\frac{a}{h} \ll S_e^z S_e^z I_e^- S_e^z I_e^+ \gg \approx \frac{a}{h} \langle S_e^z \rangle \ll S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg,$$

что привело к потере вклада сверхтонкого взаимодействия в ФЛ ЯМР. Здесь введением поляризационных операторов  $P_{sf}$ ,  $P_{ss}$  и  $P_{sph}$  и записываем следующее соотношение

$$(E - \omega_N - P_{sf} - P_{sph} - P_{ss}) \ll S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg = -\frac{1}{4} \delta_{ee'}, \quad (9)$$

где

$$P_{sf}(E) \ll S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg = \frac{a}{h} \ll S_e^z S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg \quad (10)$$

$P_{ss}$  и  $P_{sph}$  удовлетворяют аналогичным (10) соотношениям.

Теперь наша задача свелась к решению уравнения (9) и нахождению явных выражений для поляризационных операторов  $P_{sf}$ ,  $P_{ss}$  и  $P_{sph}$ . Решение уравнений для  $P_{ss}$  и  $P_{sph}$  было проведено в работах [1], [3]. Нам остается вычислить  $P_{sf}$  с помощью уравнения (10). Для отыскания  $P_{sf}$  дифференцируем правую часть (10) по  $t'$

$$-(E - \omega_N) \ll S_e^z S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ \gg = \frac{1}{4} < S_e^z > \delta_{ee'} + \frac{i}{h} \sum_{q' \sigma'} q' \left( \frac{h}{2p V \omega_{q \sigma'}} \right)^{1/2} \cdot e^{iq\lambda} \cdot \{ g_{x \sigma'}^- \ll S_e^z S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ (b_{q' \sigma'} - b_{-q' \sigma'}^+) \gg - g_{x \sigma'}^+ \ll S_e^z S_e^z I_e^- / S_e^z I_e^+ (b_{q' \sigma'} - b_{-q' \sigma'}^+) \gg \} - \frac{a}{h} \ll S_e^z S_e^z I_e^- | S_e^z S_e^z I_e^+ \gg + B_{e_1'}. \quad (II)$$

Все ФГ, стоящие справа в нулевом приближении, равны нулю, кроме  $\ll S_e^z S_e^z I_e^- / S_e^z S_e^z I_e^+ \gg$ , которую нетрудно найти

$$\ll S_e^z S_e^z I_e^- / S_e^z S_e^z I_e^+ \gg = \frac{\delta_{ee'}}{16(E - \omega_N)} \quad (12)$$

Поляризованный оператор  $P_{sf}$  находим, используя соотношения (9), (10), (11) и (12).

$$P_{sf} = \frac{a}{h} < S_e^z > + \frac{a^2}{4h^2} \cdot \frac{1}{E - \omega_N} \quad (13)$$

Отыскав в явном виде  $P_{sf}$  и имея выражения  $P_{ss}$ ,  $P_{sph}$  из [1], [3] легко найти  $M(E)$

$$M(E) = \frac{a^2}{4h^2(\omega_1 - P)} + \Delta \quad (14)$$

Здесь

$$\omega_1 = E - \omega_N - \Delta; \quad \Delta = \frac{a}{h} < S_e^z >$$

$$P(E) = P_{sf} + P_{sph} + P_{ss} - \Delta$$

Искомую ФГ находим из (4) и (14)

$$G(E) = \frac{P(E) - \omega_1}{\omega_1^2 - P\omega_1 - \frac{a^2}{4h^2}} \quad (15)$$

Минимую часть запаздывающей ФГ  $f(\omega) = I_m G^R$  нетрудно найти, используя (15) и известные соотношения [4]

$$f(\omega) = \frac{A^2 (\gamma_{sf} + \gamma_{sph} + \gamma_{ss})}{(\omega_1^2 - A^2)^2 + \omega_1^2 (\gamma_{sf} + \gamma_{sph} + \gamma_{ss})^2}, \quad (16)$$

где  $A = \frac{a}{2h}$ ,  $\gamma_{sf} = I_m P_{sf}$ ;  $\gamma_{sph} = I_m P_{sph}$ ;  $\gamma_{ss} = I_m P_{ss}$

Рассмотрим наиболее интересные случаи быстрой и медленной флукутации локального магнитного поля, которую создают электронные спины примесей на резонирующих ядрах.

При быстрой флукутации ( $\gamma_{sf} + \gamma_{sph} + \gamma_{ss} \gg A$ ), (16) имеет следующий вид:

$$f(\omega) = \frac{A^2}{\omega_1^2 + \left( \frac{A^2}{\gamma_{sf} + \gamma_{sph} + \gamma_{ss}} \right)^2} \quad (17)$$

В данном случае линия поглощения является Лоренцовой с полушириной, равной

$$\delta_1 = \frac{A^2}{\gamma_{sf} + \gamma_{sph} + \gamma_{ss}}$$

В полуширину резонансной линии наряду со спин-фононным и спин-спиновым взаимодействиями вносит свой вклад и сверхтонкое взаимодействие. При низких температурах и малых концентрациях парагмагнитов, когда  $\gamma_{sph} \rightarrow 0$ ,  $\gamma_{ss} \rightarrow 0$ , ФЛ полностью определяется сверхтонким взаимодействием

$$\delta_{II} = \frac{A^2}{\gamma_{sf}} \quad (18)$$

Соотношение (18) дает нам возможность определить константу сверхтонкого взаимодействия, измерив полуширину резонансной линии. При медленных флукутациях ( $\gamma_{sf} + \gamma_{sph} + \gamma_{ss} \ll A$ ) локального поля имеем

$$f(\omega) = \frac{\frac{\gamma_{sf} + \gamma_{sph} + \gamma_{ss}}{2}}{(\omega_1 - A)^2 + \left( \frac{\gamma_{sf} + \gamma_{sph} + \gamma_{ss}}{2} \right)^2} \quad (19)$$

Резонансная линия получается Лоренцовой с полушириной

$$\delta_2 = \frac{\gamma_{sf} + \gamma_{sph} + \gamma_{ss}}{2}$$

Сверхтонкое взаимодействие вносит вклад в полуширину линии, равной  $\frac{\gamma_{sf}}{2}$ . Формулы (17) и (19) показывают, что сверхтонкое взаимодействие смешает линию поглощения от резонансной частоты. По сдвигу линии нетрудно найти постоянную сверхтонкого взаимодействия.

#### Литература

- Алиев М. И. ФТТ, 21 1658, 1979.
- Качелаев Б. И. Сб. «Парагмагнитный резонанс». Казань, 1964.
- Алиев М. И. ФТТ, 11 81 1969.
- Тяблков С. В. Квантовая теория магнетизма. Изд-во «Наука», М., 1965.

ЛГУ им. С. М. Кирова

Поступило 15.XII.1981

М. И. Элиев, М. М. Раиман

ИФРАТ ИНЧЭ ГАРШЫЛЫГЛЫ ТЭСИРИН МАГНИТ ҚОНСЕНТРАСИЈАЛЫ  
КРИСТАЛЛАРДА ПАРАМАГНИТ ИОНЛАРЫН НУВӘЛӘРИ ҮЗӘРИНДЕ  
МАГНИТ РЕЗОНАНСЫ ХЭТТИНИН ФОРМАСЫНА ТЭСИРИ

Мәғаләдә Грин функциясы методу иле магнит концентрасијалы кристалларда парамагнит ионларын нувәләрү үзәринде магнит резонансы һәддинин формасы несаб-

ланымышдыр. Ифрат иначе гаршылыглы тәсирин резонанс әйрүннен енниң вә сүрүш мәсінә верди жаңа тапталмышдыр.

M. N. Aliev, M. M. Rahman

INFLUENCE OF HYPERFINE INTERACTION ON MAGNETIC RESONANCE LINE SHAPE ON THE NUCLEI OF PARAMAGNETIC IONS IN MAGNETICALLY CONCENTRATED CRYSTALS

Magnetic resonance line shape on the nuclei of paramagnetic ions in magnetically concentrated crystals is calculated with the help of Green's function method. Contribution of hyperfine interaction on width and shift of the resonance line is found out.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЯСЫНЫН МӘРҮЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 9

1982

УДК 539.12.01

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

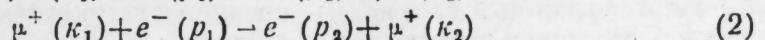
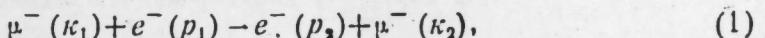
И. Г. ДЖАФАРОВ, Б. И. МЕХТИЕВ, Р. Ш. ЯХЬЯЕВ

ЭФФЕКТЫ НАРУШЕНИЯ  $\mu$ - $e$ -УНИВЕРСАЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССАХ РАССЕЯНИЯ МЮОННОВ НА ЭЛЕКТРОНЕ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ч. М. Джуварлы)

Одним из тех вопросов, которые все еще остаются открытыми является вопрос, насколько  $\mu$ - $e$ -универсальна природа? (всестороннее обсуждение  $\mu$ - $e$ -проблемы см. в [1]). Реализацию  $\mu$ - $e$ -несимметричности природы разумно ожидать в первую очередь в слабых взаимодействиях, в частности, в различии величин констант взаимодействий мюона и электрона. В моделях электрослабого взаимодействия этого можно достичь, если электронное и мюонное поля (точнее их правые компоненты [2]) включить по разному. Отсутствие в настоящее время экспериментальных данных относительно структуры слабого  $\mu$ -тока представляет свободу в конструировании схемы введения правой компоненты мюонного поля.

В данной статье в предположении о различии констант слабых взаимодействий электрона и мюона рассмотрены процессы



При учете продольных поляризаций всех частиц и нелокальности взаимодействий вычислены дифференциальные сечения процессов, которые содержат все вклады электромагнитного и слабого взаимодействий. Проведен анализ поляризационных характеристик процессов и показано, что изучением ряда из них можно выделить вклады возможного нарушения  $\mu$ - $e$ -универсальности слабого взаимодействия. Выявленные эффекты проанализированы в рамках  $SU(2) \times U(1)$ -моделей электрослабого взаимодействия. Процессы (1) и (2) в рамках теории электрослабого взаимодействия с  $\mu$ - $e$ -универсальностью исследованы в работе [3].

Отметим, что для исследования эффектов нейтральных слабых токов, в том числе эффектов возможного нарушения  $\mu$ - $e$ -универсальности, более доступным в смысле проведения эксперимента, повидимому, является аннигиляционный канал взаимодействия токов  $\mu\bar{\mu}$  и  $e\bar{e}$ . Всестороннему изучению эффектов нарушения  $\mu$ - $e$ -универсальности в процессе  $e^+ e^- \rightarrow \mu^- \mu^+$  посвящена работа [2] (см. также [4]; в [2] можно найти также перечень работ, посвященных исследованию эффектов нейтральных слабых токов в данном процессе в рамках  $\mu$ - $e$ -универсальных моделей).

2. Амплитуду процесса (1) запишем в следующем общем  $\mu-e$ -неуниверсальном виде:

$$M_{\text{II}} = \frac{4\pi\alpha}{q^2} [\bar{u}(p_2)\gamma_a u(p_1)] [\bar{v}(\kappa_2)\gamma_a v(\kappa_1)] - \\ - \sqrt{2}GD [\bar{u}(p_2)\gamma_a(g_V + g_\Lambda\gamma_5)u(p_1)] [\bar{v}(\kappa_2)\gamma_a(G_V + G_\Lambda\gamma_5)v(\kappa_1)], \quad (3)$$

где  $D = (1 - q^2/m_Z^2)^{-1}$ ,  $q = p_1 - p_2 = \kappa_2 - \kappa_1$ ,  $m_Z$ —масса векторного бозона  $Z$ , переносящего слабое взаимодействие. Амплитуда процесса (2) получается из (3) путем замены  $\kappa_1 \leftrightarrow -\kappa_2$ .

Произведя на основе (3) расчеты с учетом продольных поляризаций всех частиц, имеем следующие выражения для сечений углового распределения мюонов в процессах (1) и (2) (в с. ц. и.):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{32E^2 \sin^4 \theta/2} \left[ [F_1(1 + \cos^4 \theta/2) \pm \right. \\ \left. \pm \times F_2(1 - \cos^4 \theta/2)] (1 + s_1 s_2) (1 + \eta_1 \eta_2) + [F_1(1 - \cos^4 \theta/2) \pm \right. \\ \left. \pm \times F_2(1 + \cos^4 \theta/2)] (s_1 + s_2) (\eta_1 + \eta_2) - \times [F_3(1 - \cos^4 \theta/2) \pm \right. \\ \left. \pm F_4(1 + \cos^4 \theta/2)] (1 + s_1 s_2) (\eta_1 + \eta_2) - \times [F_3(1 + \cos^4 \theta/2) \pm \right. \\ \left. \pm F_4(1 - \cos^4 \theta/2)] (1 + \eta_1 \eta_2) (s_1 + s_2)], \quad (4)$$

где

$$F_1 = 1 + \times g_V G_V + \times^2/4 (g_V^2 + g_\Lambda^2) (G_V^2 + G_\Lambda^2), \\ F_2 = g_\Lambda G_\Lambda (1 + \times g_V G_V), \\ F_3 = g_\Lambda^2 [G_V + \times/2 g_V (G_V^2 + G_\Lambda^2)], \\ F_4 = G_\Lambda [g_V + \times/2 G_V (g_V^2 + g_\Lambda^2)], \quad (5) \\ \times = -\frac{Gq^2 D}{\sqrt{2}\pi\alpha} = \frac{4GE^2 \sin^2 \theta/2}{\sqrt{2}\pi\alpha (1 + 4E^2 \sin^2 \theta/2/m_Z^2)},$$

$E$ —энергия частиц в с. ц. и. (мы пренебрегли вкладами масс-частиц),  $\theta$ —угол рассеяния мюона (или электрона),  $s_1$  и  $s_2$  ( $\eta_1$  и  $\eta_2$ )—продольные поляризации соответственно начального и конечного электронов (мюонов). В (4) и далее верхние знаки отвечают процессу (1), а нижние знаки—процессу (2).

3. Теперь рассмотрим возможности выделения эффектов нарушения  $\mu-e$ -универсальности. Как видно из (4), эффекты нейтральных слабых токов в рассматриваемых процессах можно выделить, исследуя вклады продольной поляризации отдельных частиц. С этой целью можно изучить либо  $P$ -нечетную асимметрию, обусловленную поляризацией одной из начальных частиц, либо эффект поляризации одного из начальных пучков, либо же степень поляризации одной из конечных частиц.

$P$ -нечетная асимметрия, обусловленная продольными поляризациями начального электрона и мюона, имеет соответственно вид

$$A_{s_1} = -\times \frac{F_3(1 + \cos^4 \theta/2) \pm F_4(1 - \cos^4 \theta/2)}{F_1(1 + \cos^4 \theta/2) \pm \times F_2(1 - \cos^4 \theta/2)}, \quad (6) \\ A_{\eta_1} = -\times \frac{F_3(1 - \cos^4 \theta/2) \pm F_4(1 + \cos^4 \theta/2)}{F_1(1 + \cos^4 \theta/2) \pm \times F_2(1 - \cos^4 \theta/2)}.$$

Из (4) очевидно, что степени продольных поляризаций конечного электрона и мюона определяются такими же выражениями как (6), точнее

$$P_{s_2} = A_{s_1}, \quad P_{\eta_2} = A_{\eta_1}. \quad (7)$$

Согласно (4), для эффектов поляризаций пучков электрона и мюона имеем следующие выражения:

$$N_{s_1} = -s_1 \times \frac{F_3(1 + \cos^4 \theta/2) \pm F_4(1 - \cos^4 \theta/2)}{2[F_1(1 + \cos^4 \theta/2) \pm \times F_2(1 - \cos^4 \theta/2)] - s_1 \times [F_3(1 + \cos^4 \theta/2) \pm \right. \\ \left. \pm F_4(1 - \cos^4 \theta/2)]}, \quad (8) \\ N_{\eta_1} = -\eta_1 \times \frac{F_3(1 - \cos^4 \theta/2) \pm F_4(1 + \cos^4 \theta/2)}{2[F_1(1 + \cos^4 \theta/2) \pm \times F_2(1 - \cos^4 \theta/2)] - \right. \\ \left. - \eta_1 \times [F_3(1 - \cos^4 \theta/2) \pm F_4(1 + \cos^4 \theta/2)]}.$$

При  $\theta = \pi$  характеристики (6)–(8) для процесса (2) принимают вид

$$A_{s_1}(\theta = \pi) = A_{\eta_1}(\theta = \pi) = P_{s_2}(\theta = \pi) = P_{\eta_2}(\theta = \pi) = \times_\pi \cdot \frac{f_1}{f_2},$$

$$N_{s_1}(\theta = \pi) = \frac{s_1 \times_\pi f_1}{2f_2 + s_1 \times_\pi f_1}, \quad N_{\eta_1}(\theta = \pi) = \frac{\eta_1 \times_\pi f_1}{2f_2 + \eta_1 \times_\pi f_1}, \quad (9)$$

где

$$f_1 = F_4 - F_3 = (g_V G_\Lambda - g_\Lambda G_V) [1 + \times_\pi/2 (g_V G_V - g_\Lambda G_\Lambda)], \\ f_2 = F_1 - \times_\pi F_2 = 1 + \times_\pi (g_V G_V - g_\Lambda G_\Lambda) + \\ + \times_\pi^2/4 [(g_V G_\Lambda - g_\Lambda G_V)^2 + (g_V G_V - g_\Lambda G_\Lambda)^2], \\ \times_\pi \equiv \times(\theta = \pi) = \frac{G}{\sqrt{2}\pi\alpha} \cdot \frac{4E^2}{1 + 4E^2/m_Z^2}.$$

Как видно из (9), в рамках  $\mu-e$ -универсальных теорий ( $G_V = g_V$ ,  $G_\Lambda = g_\Lambda$ ) все рассматриваемые характеристики процесса (2) обращаются в нуль (при этом  $f_1 = 0$ ) при рассеянии назад ( $\theta = \pi$ ). Это обстоятельство может служить предметом экспериментального исследования вопроса, насколько  $\mu-e$ -универсальна природа. Подчеркнем, что степень достоверности этого заключения определяется степенью стремления скорости мюона к единице. Что касается процесса (1), то в этом случае такое яркое выделение эффекта нарушения  $\mu-e$ -универсальности при изучении вклада поляризации только одной частицы отсутствует.

Нетрудно убедиться, что эффекты нарушения  $\mu-e$ -универсальности также можно выделить, комбинируя результаты экспериментов по измерению вкладов двух поляризаций в отдельности. Так, величина  $B_1$ , определяемая по любому из следующих путей:

$$B_1 = A_{s_1} + A_{\eta_1} = A_{s_1} + P_{\eta_2} = A_{\eta_1} + P_{s_2} = P_{s_2} + P_{\eta_2} = \\ = \frac{2 \times f_1}{F_1(1 + \cos^4 \theta/2) - \times F_2(1 - \cos^4 \theta/2)}, \quad (10)$$

выделяет искомый эффект в процессе (2), причем измерение можно произвести под любым углом. Аналогично величина

$$B_{21} = A_{s_1} - A_{\eta_1} = A_{s_1} - P_{\eta_2} = P_{\eta_2} - A_{\eta_1} = P_{s_2} - P_{\eta_2} = \frac{2x f_1 \cos^4 0/2}{F_1(1 + \cos^4 0/2) + x F_2(1 - \cos^4 0/2)} \quad (11)$$

выделяет эффекты нарушения  $\mu-e$ -универсальности в процессе (1) при любом  $\theta$ .

4. Проанализируем величины (9)–(10) в рамках  $SU(2) \times U(1)$ –схем калибровочной теории. Пусть электрон и соответствующее нейтрино включаются в теорию по схеме Вайнберга–Салама [5]:  $\begin{pmatrix} v_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, e^-$  (оправдано многочисленными экспериментами). Это приводит к  $g_V = -1/2 + 2x$ ,  $g_A = -1/2$ . Существующие экспериментальные данные исключают  $SU(2) \times U(1)$ –модели, в которых за возможное нарушение  $\mu-e$ -универсальности отвечали бы левые компоненты мюона и электрона [2]. Другими словами, левый мюон также должен включаться в теорию в виде компоненты изодублета  $\begin{pmatrix} v_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L$ . Что касается правого мюона, то в принципе его можно ввести следующими шестью способами:

- 1)  $\mu^-_R$ ,
- 2)  $\begin{pmatrix} \cdot \\ \mu^- \end{pmatrix}_R$ ,
- 3)  $\begin{pmatrix} \mu^- \\ \cdot \end{pmatrix}_R$ ,
- 4)  $\begin{pmatrix} \cdot \\ \mu^- \end{pmatrix}_R$ ,
- 5)  $\begin{pmatrix} \cdot \\ \mu^- \end{pmatrix}_R$ ,
- 6)  $\begin{pmatrix} \mu^- \\ \cdot \end{pmatrix}_R$ ,

где точки заменяют возможные новые лептоны. Первый из этих вариантов отвечает схеме с  $\mu-e$ -универсальностью.

В таблице приведены значения констант векторного и аксиального взаимодействий в  $\mu$ -токе в указанных вариантах введения правого мюона при левом изодублете  $\begin{pmatrix} v_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L$ .

Схема включения  $\mu_R$

Константа взаимодействия	1 и 5	2	3	4	6
$G_V$	$-\frac{1}{2} + 2x$	$-1 + 2x$	$2x$	$-\frac{3}{2} + 2x$	$\frac{1}{2} + 2x$
$G_A$	$-\frac{1}{2}$	$0$	$-1$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$g_V G_A - g_A G_V$	$0$	$-y$	$y$	$-2y$	$2y$

В таблице  $x = \sin^2 \eta$  – параметр теории ( $\eta$  – угол смешивания нейтральной компоненты изотриплета янг-миллсовских полей и максвелловского поля). Как видно, схема 5 приводит для констант взаимодействий в  $\mu$ -токе к таким же значениям, что и схема 1. Следовательно, она не может привести к эффектам нарушения  $\mu-e$ -универсальности в рассматриваемых процессах. В последней строке таблицы, где  $y = 1/2 - x$ , даны значения величины  $g_V G_A - g_A G_V$ , определяющей „степень“ нарушения  $\mu-e$ -универсальности. Заметим, что паряду со

случаем  $\mu-e$ -универсальных схем во всех обсуждаемых  $\mu-e$ -неуниверсальных схемах, данная величина также обращается в нуль при  $x = \frac{1}{2}$ .

#### Литература

1. Труды семинара по  $\mu-e$ -проблеме. „Наука“. М., 1974.
2. Гулиев Н. А., Джакаров И. Г., Мехтиев Б. И., Яхьяев Р. Ш. „Ядерная физика“, 34, 176. 1981.
3. Джакаров И. Г., Яхьяев Р. Ш., Касумзаде Ю. М., Алиев Т. М. ДАН Азерб. ССР, 36, 24, 19. 0. 4. Mikaelian K. O. Phys. Lett., 55B, 219, 1975.
5. Weinberg S. Phys. Rev. Lett., 19, 1264, 1967; 27, 1688, 1971; Salam A. Proc. 8-th Nobel Symp., Stockholm, 1968, p. 376.

Институт физики

Поступило 21. X 1981

#### И. Н. Чәфәров, Б. И. Меһдиев, Р. Ш. Яһјаев МҮОНЛАРЫН ЕЛЕКТРОНДАН СӘПИЛМӘСИ ПРОСЕСЛӘРИНДЕ $\mu-e$ -УНИВЕРСАЛЛЫГЫН ПОЗУЛМАСЫ ЕФФЕКТЛӘРИ

Мәгәләдә  $\mu-e$ -универсаллыгын позулмасыны дахил едән нәзәрийәләр чәрчивәсендә мүонларын электрондан сәпилмәси просесләринә бағылышыдыр.  $\mu-e$ -универсаллыгын позулмасы еффектләринин ашкар енгілмәсі имканлары арашдырылышыдыр. Ыемчинин,  $\mu-e$ -универсаллыгын мүмкүн позулмасыны дахил едән  $SU(2) \times U(1)$ –электроЗЭИН гарышылыгы тә'сир скемләри тәклиф едилмишилдир.

I. G. Jafarov, B. I. Mehtiyev, R. Sh. Yakhayev

#### EFFECTS OF $\mu-e$ -UNIVERSALITY BREAKING IN THE PROCESSES OF MUONS SCATTERING ON ELECTRON

In the framework of theory allowing the  $\mu-e$ -universality breaking the processes of muons scattering on electron have been considered. The possibility of isolating of  $\mu-e$ -universality breaking effects is found. The  $SU(2) \times U(1)$  schemes of electroweak interaction including the possible  $\mu-e$ -universality breaking are proposed.

Чл.-корр. Э. Ю. САЛАЕВ, Д. Ш. АБДИНОВ, Ф. И. ИСМАИЛОВ,  
И. К. ИСМАИЛОВ, Ф. Н. НОВРУЗОВА, А. Ш. АБДИНОВ

### ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОНОКРИСТАЛЛОВ $n = \text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ( $0,24 < x < 0,40$ )

Монокристаллы  $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$  состава  $x \leq 0,2$  — предмет многочисленных теоретических и экспериментальных исследований последних лет (см., [1—3] и приведенную там библиографию).

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию некоторых электрофизических параметров монокристаллов  $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$  состава  $0,20 < x < 0,40$ . В частности, изучены температурные зависимости электропроводности ( $\sigma$ ), постоянной Холла ( $R_x$ ), концентрации свободных носителей тока ( $n$ ) и холловской подвижности ( $\mu$ ) в монокристаллах  $n = \text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$  состава  $x = 0,24; 0,27; 0,30; 0,40$ .

Исследуемые образцы необходимых размеров вырезались из крупных монокристаллов  $n = \text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ , выращенных методом медленного охлаждения при постоянном градиенте температур вдоль слитка [4]. Измерения проводились в диапазоне температуры  $77 \div 420$  К.

На основе проведенных исследований установлено, что электропроводность исследуемых образцов, а также подвижность и концентрация свободных носителей тока в них значительным образом зависят как от значения  $x$ , так и от температуры.

На рис. 1. представлены характерные кривые зависимости  $\sigma(T)$  для исследуемых образцов. Как видно из этого рисунка, в образцах

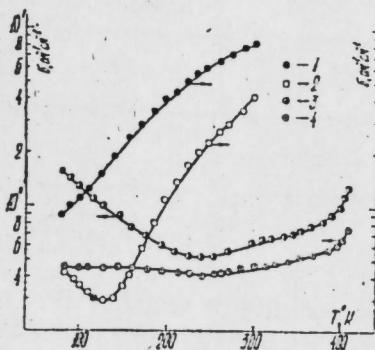


Рис. 1. Температурная зависимость электропроводности.

$x: 1-0,24; 2-0,27; 3-0,30; 4-0,40$ .

мость практически не зависит от температуры, а при  $T > 240$  К начинает медленно возрастать,

Коэффициент Холла в исследуемых образцах оказался отрицательным во всем рассмотренном диапазоне температур и имел интересную зависимость от  $T$ . В частности, установлено, что в образах с  $x = 0,24$  при  $T < 110$  К с ростом температуры  $R_x$  несколько увеличивается, а далее (при  $T > 110$  К) уменьшается. В других образцах ( $x = 0,27; 0,30; 0,40$ ) коэффициент Холла сначала (при  $T \leq T_{kp}$ , где  $T_{kp}$  зависит от  $x$  и с ростом  $x$  от 0,27 до 0,40 увеличивается от 100 до 220 К) оказывается не зависимым от температуры, а далее (при  $T > T_{kp}$ ) с ростом  $T$  он быстро уменьшается. Это позволяет сказать, что в образцах с  $x = 0,24$  при  $T \leq 110$  К с ростом температуры концентрации свободных носителей тока хотя мало, но все же так и уменьшается, а далее (при  $T > 110$  К) возрастает и при  $T = 300$  К увеличивается в 30 раз. В образцах содержанием  $x = 0,27 \div 0,40$  при  $T \leq T_{kp}$  концентрация свободных носителей заряда не зависит от температуры, а при  $T > T_{kp}$  возрастает с ростом последнего. В образцах с  $x = 0,27$  этот рост оказывается наибольшим и составляет почти  $10^3$  раз при 300 К. В рассмотренном диапазоне  $T$  "вымораживание" электронов в исследуемых образцах не наблюдалось вплоть до самых низких температур. Найденное по высокотемпературному наклону зависимо-

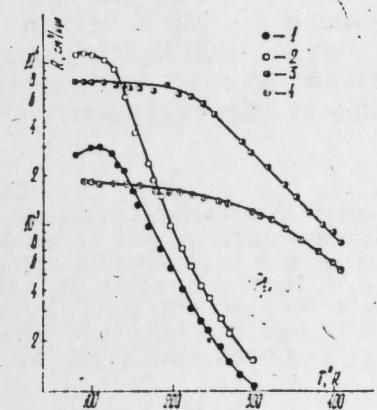


Рис. 2. Температурная зависимость постоянной Холла.

$x: 1-0,24; 2-0,27; 3-0,30;$

$4-0,40$ .

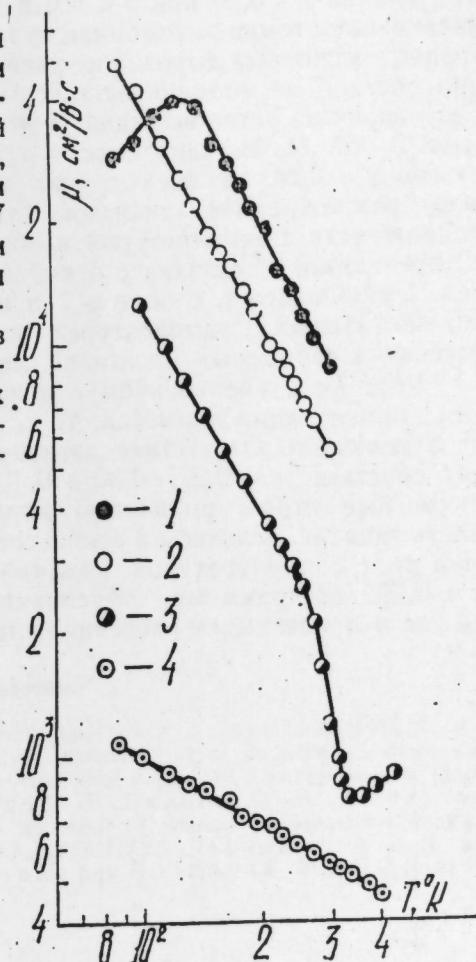


Рис. 3. Температурная зависимость подвижности.

$x: 1-0,24; 2-0,27; 3-0,30; 4-0,40$ .

сти  $R_x \left( \frac{10^3}{T, \text{К}} \right)$  значение энергии активации в исследуемых образцах оказалось  $\Delta E \approx 0,16; 0,18; 0,28; 0,50$  эВ для составов  $x = 0,24; 0,27; 0,30; 0,40$  соответственно. Эти значения хорошо совпадают со значе-

ниями шириной запрещенной зоны исследуемых составов, найденных в [3, 5, 6]. Это совпадение позволяет сказать, что в рассмотренных образцах при  $T < T_{\text{кр}}$  доминирует примесная, а при  $T > T_{\text{кр}}$  — собственная проводимость. В образцах с  $x = 0,24$  собственная проводимость преобладает даже при 77 К. Сравнение кривых  $\mu(T)$  (рис. 3) с соответствующими кривыми  $\sigma(T)$  и  $R_x(T)$  (рис. 1 и 2 соответственно) позволяет предполагать, что начальный спад проводимости с ростом  $T$  в образцах составом  $x = 0,27$  и  $x = 0,30$  связан с зависимостью  $\mu(T)$ ; т. к. в этом диапазоне температуры в заданных составах зависимость  $n(T)$  почти отсутствует.

Что касается уменьшения  $n$  с ростом температуры в образцах содержания  $x = 0,24$  при  $T < 110$  К, то по-видимому, оно обусловлено увеличением темпа рекомбинации электронов вследствие роста концентрации неосновных дырок, а не увеличением сечения захвата электронов при росте  $T$  из отталкивающих центров, так как такое объяснение противоречит установленной в этом диапазоне  $T$  зависимости  $\mu(T)$  (рис. 3, кр. 1). Из зависимости  $\mu(T)$  (рис. 3) следует, что кроме образцов  $x = 0,24$ , во всех других образцах с ростом температуры (во всем рассмотренном диапазоне температуры)  $\mu$  уменьшается. Рост подвижности с температурой в образцах  $x = 0,24$  в диапазоне  $T < 120$  К, по-видимому, связана с преобладанием рассеяния на ионах примесей. Уменьшение  $\mu$  с ростом  $T$  в исследуемых образцах при относительно высоких температурах наверняка вызвано доминированием рассеяния свободных носителей тока на колебаниях решетки.

Рост  $T_{\text{кр}}$  с увеличением  $x$  может объясняться ростом  $\epsilon_g$ , а не ростом концентрации примесей, т. к.  $n$  в исследуемых образцах зависит от  $x$  хаотично. Отсутствие зависимости  $n$  от  $T$  при  $T \leq T_{\text{кр}}$  в образцах состава  $x = 0,27; 0,30$  и  $0,40$  позволяет сказать, что при этом примесные атомы полностью ионизированы, а собственная проводимость еще не началась. Резкий спад в районе  $T \sim 250$  К и дальнейший рост с температурой подвижности при  $T > 300$  К в образцах с  $x = 0,30$ , по-видимому, обусловлен резким ростом концентрации дырок и проявлением рассеяния электронов на дырках соответственно.

#### Литература

- Полупроводники с узкой запрещенной зоной и полуметаллы. Мат-лы IV Всесоюз. симпозиума, ч. I—V. Львов, 1975.
- Полупроводники с узкой запрещенной зоной и полуметаллы. Мат-лы V Всесоюз. симпозиума, ч. I, II. Львов, 1980.
- Пашковский М. В., Соколов Е. Б., Берченко Н. Н., Соколов А. М. Зарубежная электронная техника, 84, вып. 12, 3, 1974.
- Мехтиев Р. Ф., Абдуллаев Г. Б., Ахундов Г. А. «ДАН Азерб. ССР», 18, 11, 1962.
- Sollett M. Infra-red Phys., 8, 3, 1968.
- Aiache I. C. and Margoliash Y., Compt Rend., b. 265, 568, 1967.

Поступило 20. X 1981

Е. Ю. Салаев, Ч. Ш. Абдинов, Ф. И. Исмаилов, И. Г. Исмаилов,  
Ф. М. Новрузова, Э. Ш. Абдинов

#### $n-\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ( $0,24 < x < 0,4$ ) МОНОКРИСТАЛЛАРЫНЫН ЕЛЕКТРОФИЗИКИ ХАССЭЛЭРИ

Мэглэдэ  $n-\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$  монокристалларында ( $x = 0,24; 0,27; 0,30; 0,40$ )  $T = 77 \div 420$  К температур интервалында электрикекирмэнин, һолл сабитинин вэ һолл յүрүклүүнүн температурдан асылылыглары тэдгүг ёдилтир. Алынан иетичэлэрэ эсасын

вүждешсызчыларын сөпилмэ механизминин вэ мүшәйинде олунан асылылыгларын изана  
Жерилгүүлдүр.

E. Yu. Salaev, D. Sh. Abdinov, F. I. Ismailov, I. K. Ismailov,  
F. M. Novruzova, A. Sh. Abdinov

#### ELECTROPHYSICAL PROPERTIES OF $n = \text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ( $0,24 < x < 0,40$ ) SINGLE CRYSTALS

In the temperature region of  $77 \div 420$  K the temperature dependence of conductivity, Hall constant and Hall mobility in  $n = \text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$  ( $x = 0,24; 0,27; 0,30; 0,40$ ) single crystals was investigated. The scattering mechanism of charge carriers was established.

Чл.-корр. Я. Б. КАДЫМОВ, О. К. ХАНМАМЕДОВ

## ОБ ОДНОМ ИЗОМОРФИЗМЕ В ТЕОРИИ СИТУАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассматриваются элементы подхода, позволяющего перевести поиск решения из пространства ситуаций в пространство стратегий. Подход основан на гомоморфизме  $S \rightarrow P$  ситуаций  $S \subset S$  семиотической макромодели СМ на множество  $P$  предикатов  $A_i \in P$ .

Пусть классификатор уровня принятия решения по управлению [1], классифицирует образы  $\{A\}_i$  ситуаций  $S_i \subset S$  модели СМ над множеством  $F$  логических функций  $f_a \in F$ . Обучающее множество содержит обучающие таблицы, число которых равно  $m = |R|$ , где  $R$ —множество допустимых управлений. Строки каждой  $i$ -ой обучающей таблицы содержат образ  $\{A\}_i$  текущей ситуации и образ  $\{A^*\}_i$  ситуации последствия.

Пусть  $q_i^n = f_a$ ,  $n$ -й полезный признак [2]  $i$ -го класса ситуаций, соответствующего управлению  $R_i \in R$ . Тогда каждой функции алгебры логики  $\Phi = \bigwedge_n q_i^n$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  ставится в соответствие предложение, порождаемое классификатором, в виде

$$(\forall K_i^x)(\forall D_i)(K_i^x \subset D_i)(D_i \supset R_i) \supset (K_i^x(A, A^*) \supset R_i) \quad (1)$$

$D_i$ —д. и. ф. функции  $\Phi$ ,  $K_i^x$ —конъюнкция класса  $i$ ;  $x$ —номер конъюнкции в этом классе;  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Над каждым предложением (1) осуществляется операция

$$(\forall K_i^x(A, A^*))(K_i^x(A, A^*) \supset R_i) \supset K_i^{x^2} = R_i K_i^{x^1},$$

в итоге выполнения которой получается множество формул

$$K_i^{x^2} = R_i K_i^{x^1}, x = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

К формулам (2) применяются правила вывода, разработанные на аксиоматических принципах Миля Дж. [3].

Вывод завершается порождением множества формул

$$A_t^* = R_i A_q, i = 1, 2, \dots, m; t, q = 1, 2, \dots, N_p. \quad (3)$$

Подмножество формул (3) с управлением  $R_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  образуют искомые бинарные отношения  $\pi_i \subset P \times P$ , такие, что  $\pi \simeq R$ ,  $\pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m\}$ .

Если  $\pi_i(A_k, A_n)$ —бинарное отношение между элементами  $A_k, A_n \in P$ , то произведение отношений  $\pi_i, \pi_j$ , обозначаемое  $\pi_i, \pi_j$ , есть подмножество множества  $P \times P$ , определяемое соотношением

$$\pi_i \pi_j(A_k, A_n) \leftarrow (\exists A_e \in P, \pi_i(A_k, A_e), \pi_j(A_e, A_n)).$$

Пусть  $X$ —подмножество множества  $P$ . Срез отношения  $\pi_i$  через  $X$  обозначим  $\pi_i(X)$  и определим в виде

$$\pi_i(X) = \sum_{A_e \in X} \pi_i(A_e).$$

Операнд отношения  $\pi_i$  будем обозначать  $pr_1 \pi_i$ , а результат— $pr_2 \pi_i$ . Пусть  $K^1 \{K_1^1, K_2^1, \dots, K_z^1\}$ ,  $K^{*1} = \{K_1^{*1}, K_2^{*1}, \dots, K_{n^1}^{*1}\}$ , фиксированные множества подмножеств  $K_j^1, K_e^{*1} \in P$ ,  $j = 1, 2, \dots, z_i$ ;  $e = 1, 2, \dots, n^1$ ,  $\pi_i$ , такие, что

$$\bigcup_j K_j^1 = pr_1 \pi_i; \bigcup_e K_e^{*1} = pr_2 \pi_i, i = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

$$pr_1 \pi_i / pr_2 \pi_i; pr_2 \pi_i / pr_1 \pi_i, i = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

$$(\forall \pi_i)(\Delta K_j^1)(\exists K_e^{*1})(\pi_i(K_j^1) = K_e^{*1}), \quad (6)$$

$$(\exists K_e^{*1})(K_e^{*1} \subseteq \prod_i pr_1 \pi_i), i = 1, 2, \dots, m, \quad (7)$$

$$(\exists K_e^{*1})(K_e^{*1} \subseteq \prod_i pr_2 \pi_i), i = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

Оператор  $\pi_i$  применим к ситуации  $S_i \subset P$ , если

$$(\exists K_j^1)(K_j^1 \subset S_i)(K_j^1 \subset pr_1 \pi_i).$$

Цепочка, последовательно умноженных отношений  $\pi_p = \pi_1 \pi_2 \dots \pi_n$ ,  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n \in \pi$  означает выполнение некоторого управления, состоящего из последовательно выполняемых допустимых управлений  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . В соответствии с (6), для всякого отношения  $\pi_p = \pi_1 \pi_2 \dots \pi_n$ , полученного в результате умножения отношений из  $\pi$ , справедливо следующее

$$(\forall K_j^1)(\exists K_e^{*n})(\pi_p(K_j^1) = K_e^{*n}).$$

Пусть  $\Gamma \pi_i$  означает правый класс смежности отношения  $\pi_i \in \pi$ . Тогда совокупность всех соответствий  $\Gamma \pi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  задает на множестве  $\pi$  граф  $G = (\pi, \Gamma)$  с вершинами  $\pi_i \in \pi$ .

Пусть  $(\pi_a, \pi_b, \dots, \pi_c)$ —некоторый путь на графике  $G$ . В соответствии с утверждениями (4)–(8) не всякая вершина  $\pi_i \in \Gamma \pi_c$  может быть продолжением пути  $(\pi_a, \pi_b, \dots, \pi_c)$ . Пусть  $e$ —свойство “быть продолжением пути”.

Вершина  $\pi_i \in \Gamma^{-1} \pi_c$  обладает свойством  $e$  ( $\pi_a, \pi_b, \dots, \pi_c$ ) на графике  $G$ , если

$$(\exists K_e^{*1})(K_e^{*1} \subset pr_1 \pi_a \pi_b \dots \pi_c).$$

Конечная последовательность вершин графа  $G$  называется последовательностью со свойством  $e$ , или  $e$ —последовательностью, если любая вершина этой последовательности, начиная со второй слева (справа), обладает свойством  $e$ .

Рассмотрим систему  $\langle \pi, * \rangle$ , где  $*$ —операция композиции такой, что [4]

$$\pi_a * \pi_b = \begin{cases} \pi_a \pi_b, & \text{если результат является } e\text{—последовательностью,} \\ \Phi, & \text{если результат не является } e\text{—последовательностью.} \end{cases}$$

Множество всех  $e$ —последовательностей на графике  $G$  обозначим  $V_e$ .  $\pi \subset V_e$ .

Пусть  $\Phi$  обладает свойством и

$$v_* \Phi = \Phi; \Phi^* v_1 = \Phi; \Phi^* \Phi = \Phi.$$

Тогда для любых  $e$ -последовательностей  $\pi_{p_1}, \pi_{p_2}, \pi_{p_3} \in V_*$  справедлива ассоциативность  $\pi_{p_1} * (\pi_{p_2} * \pi_{p_3}) = (\pi_{p_1} * \pi_{p_2}) * \pi_{p_3}$ , а множество  $V_*$  представляет собой полугруппу с законом композиции  $*$ .

Для всякой пары отношений  $\pi_a, \pi_b \in V_*$  справедливы соотношения

$$pr_1 \pi_a \pi_b \subset pr_1 \pi_b \quad (9)$$

$$pr_2 \pi_a \pi_b \subset pr_2 \pi_a, \quad (10)$$

В  $V_*$  не существует цепочки  $\pi_p$  такой, что  $\pi_p = \pi_i$ , или  $\pi_p = \pi_i^{-1}$ ,  $\pi_i \in \pi$ .

Справедливо утверждение

$$(\forall \pi_p \in V_*, (\pi_p = \pi_a \pi_b \dots \pi_c \pi_g \pi_a, \pi_a, \pi_b, \dots, \pi_g \in \pi). \\ (\pi_a \pi_b \pi_c \dots \pi_g \pi_a \neq \pi_a)).$$

Пусть  $\langle \pi_a, \pi_b \rangle$  поставлено в соответствие конечное множество  $V_{ab}$ , представляющее собой подмножество всех допустимых  $l$ -путей на графе  $G$  из вершины  $\pi_a$  в вершину  $\pi_b$ ;  $\pi_a, \pi_b \in \pi$ . Решение всякой конкретной задачи З ситуационного управления, начинающееся из вершины  $\pi_a$  и оканчивающееся в вершине  $\pi_b$  принадлежит подмножеству  $V_{ab}$ .

Пусть  $G = (\pi, \Gamma)$  — сильно связный. Отношение  $\pi_p \in V_*$  будем называть простым решением, если в нем никакое отношение  $\pi_i \in \pi$  не повторяется. Решение  $\pi_p \in V_*$  будем называть сложным решением порядка  $q$ , если в нем какое либо отношение  $\pi_i \in \pi$  встречается  $q$  раз.

Если  $\pi_q^{\delta} = \pi_{\delta} \pi_{p_1} \pi_{\delta} \pi_{p_2} \dots \pi_{p_q} \pi_{\delta}$ , где  $q$  — кратность вхождения  $\pi_{\delta}$  в  $e$ -последовательность  $\pi_q^{\delta}$ , причем

$$\pi_q^{\delta} \subset \pi_{\delta}^{q-1}, \pi_{\delta}^0 = \pi_{\delta}, q = 1, 2, \dots,$$

то для  $\eta = |K^{\delta}|$  повторов отношения  $\pi_{\delta}$  справедливо утверждение

$$(\exists K_j^{\delta}) pr_2 \pi_{\delta}^q = K_j^{\delta}, q \geq \eta, j = 1, 2, \dots, \eta.$$

Отсюда, число различных отношений  $\pi_{\delta}$  равно  $(1+x)\eta$ , где  $x = |K^{\delta}|$ . Следовательно, сложность допустимого решения  $\pi_b \in V_{ab}$  не выше порядка  $(1+x)\eta$ .

Рассмотрим другой признак сложности допустимого решения, а именно, признак длины отношения  $\pi_p$ . Понимая, при этом, под длиной отношения, число тех базовых отношений  $\pi_i \in \pi$ , которые входят в  $e$ -последовательность  $\pi_p \in V_*$ .

Пусть

$$L = \bigcup_{\delta} (K^{\delta} \cup K'^{\delta}), n = |K|.$$

Тогда, справедливо утверждение, что длина допустимого решения  $\pi_p \in V_*$  не выше  $(n-1)$ .

Результаты, изложенные в работе, позволили разработать поисковые алгоритмы ситуационного управления, использующие оценочные функции.

## Литература

1. Поступелов Д. А. «Изв. АН СССР, Техническая кибернетика», № 2, 10—17, 1971. 2. Бонгард М. М. Проблема узнавания. «Наука». М., 1967. 3. Миль Дж. Система логики сyllogisticской и индуктивной. М., 1897. 4. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. «Наука». М., 1975. 5. Нильсон Н. Искусственный интеллект. «Мир». М., 1973.

Азербайджанский политехнический институт

Поступило 29. I 1981

Ж. Б. Гадимов, О. Г. Ханмамедов.

## СИТУАЦИЯЛЫ ИДАРЭТМЭ НӘЗӘРИЈӘСИНДӘ БИР ИЗОМОРФИЗМ ҺАГГЫНДА

Мәгәләдә мүрәккәб идарәтмә системләrinde ганунаујгулуглар һагында биликләри јарадылмасы системи тәддиг олунур.

Бу биликләр мүмкүн эмэлийјатлар чохлуғуна изоморф олан бинар мұнасибәтләр шәклиндә тә'жин олунур.

Ya. B. Kadymov, O. K. Khanmamedov

## ON ONE ISOMORPHISM IN SITUATION CONTROL

In the paper the knowledge forming method is discussed. Problem world regularities are represented by binary relations which are isomorphous to permissible action set. These operators are formed by the algorithms which use special pattern classifier.

Т. М. АЛИЕВ

## ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ГРАММАТИК И АЛГОРИТМЕ ИХ РАЗБОРА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ч. М. Джеварлы)

Определения, понятия и обозначения приняты из [1].

Алгоритм разбора КС-грамматик играют большую роль при разработке трансляторов для языков программирования.

В настоящем докладе приводятся результаты исследования не рассматривавшегося ранее подкласса класса LR-грамматик и разработка алгоритма их разбора.

Определение 1. MLR-диаграммой назовем помеченное ориентированное дерево

$$D = (Q, Q_s, T, q_0, q_s), \text{ где}$$

$Q$ —множество вершин;

$Q_s \subset Q$ —множество заключительных вершин;

$T$ —множество дуг;

$q_0 \in Q - Q_s$ —начальная вершина;

$q_s \in Q_s$ —выделенная заключительная вершина.

Каждая вершина  $q \in Q$  помечена своим номером  $i = 1, 2, \dots, l$ , где  $l = |Q|$ . Каждая дуга  $t \in T$  помечена двойкой  $t = (k, x)$ , где  $k \in \{r, s, v\}$  и  $x \in \{Y | Y\}$ —произвольный символ] следующим образом:

- 1) Если дуга  $t$  ведет к вершине  $\bar{q} \in Q_s - q_s$ , то  $k = s$ ;
- 2) Если дуга  $t$  ведет к вершине  $q_s$ , то  $k = v$ ;
- 3) Если дуга  $t$  ведет к вершине  $\bar{q} \in Q - Q_s - q_0$ , то  $k = r$ ;
- 4) для любых двух дуг  $t_i (k_i, x_i)$  и  $t_j = (k_j, x_j)$ ;  $i \neq j$ , выходящих из одной вершины, если  $k_i = k_j$ , то  $x_i \neq x_j$ .

Длина ориентированной цепи от  $q_0$  до  $q_s$  равна 2.

Определение 2. MLR-диаграммой, соответствующей КС-грамматике  $G = (N, \Sigma, P, S)$ , назовем такое

$$D = (Q, Q_s, T, q_0, q_s), \text{ где } T = \{t | t = (k, x)$$

$x \in \Sigma \cup N, Z \in \Sigma \cup N\}$ , в которой

- 1) Если  $A \rightarrow x_1 x_2 \dots x_m \notin P$ , то в  $D$  имеется ориентированная цепь от  $q_0$  до  $q_{m+1} \in Q_s$ , которая состоит из последовательности дуг  $t_1 = (r, x_1), t_2 = (r, x_2), \dots, t_m = (r, x_m), t_{m+1} = (s, A)$

2) Из вершины  $q_0$  выходит дуга  $t = (r, S)$ , если даже в  $P$  нет правила вида  $A \rightarrow S a$ ;

3) Из вершин  $q \in Q - Q_s$ , куда входит дуга  $t_i = (r, Z)$ , выходит дуга  $t_j = (\bar{v}, Z)$ , независимо от  $G$ ;

4)  $D$  не содержит никаких других дуг.

Определение 3. MLR—распознавателем  $M_0$ , соответствующим КС-грамматике  $G = (N, \Sigma, P, S)$ , назовем семерку  $(\Sigma, N, D_0, X, Q_M, q_0, q_s)$ , где  $\Sigma$  и  $N$ —те же, что в  $G$ ,

$D_0$ —MLR-диаграмма, соответствующая  $G$ ,

$x$ —текущий символ,

$Q_M = \{q | q \in Q - Q_s\}$ —множество состояний, элементами которого служит множество вершин диаграммы  $D$ .

Множество  $Q_M$  является также магазинным алфавитом распознавателя  $M_0$ .

Конфигурация распознавателя имеет вид  $(q, x, \omega Z, \gamma Z)$ , где  $q \in Q, x \in \Sigma \cup N \cup Z, \omega \in \Sigma^*, \gamma \in (Q - Q_s)^* Z \bar{\in} \Sigma \cup N \cup Q$

Начальная конфигурация распознавателя имеет вид  $(q_0, Z, \omega Z, Z)$ , где  $\omega \in \Sigma^*$ ,  $q_0$ —начальная вершина в  $D$ .

Заключительная конфигурация распознавателя имеет вид  $(q_s, Z, Z, Z)$ .

Определим один торт работы распознавателя  $M_0$ , т. е. отношение— на его конфигурациях.

Пусть дана конфигурация  $(q, x, ab\omega Z, \gamma Z)$ , где  $a \in \Sigma, b \in \Sigma, \omega \in \Sigma^*, \gamma \in (Q - Q_s)^*$ , может быть  $b = e$  или  $a = b = e$

- (1) Если  $x = Z$ , то

- (a) Если  $q = q_0$ , то

$$(q, x, ab\omega Z, \gamma Z) \vdash (q_0, a, a'b\omega Z, \gamma Z),$$

т. е. текущим символом становится очередной символ, обозреваемый входной головкой, иначе (б) если условие в (а) не выполнено, то  $q \in Q - Q_s, \gamma = e, a = b = \omega = \bar{e}$ , и из  $\bar{q}$  выходит дуга  $t = (v, S)$ , то

$$(q, X, ab\omega Z, \gamma Z) \vdash (q_s, Z, Z, Z), \text{ т. е.}$$

происходит переход в заключительное состояние.

- (2) Если условие в (1) не выполнено, но из  $\bar{q}$  выходит дуга  $t = (r, X)$ , ведущая к  $q'$ , то (а) если  $X \in \Sigma$ , то  $(q, x, ab\omega Z, \gamma Z) \vdash (q', b\omega Z, \gamma Z)$  т. е. входная головка сдвигается и обозреваемый его символ становится текущим символом и делается переход по дуге  $t = (r, x)$  в состояние  $q'$

- (б) если  $x \in N$ , то

$(q, X, ab\omega Z, \gamma Z) \vdash (q', a, ab\omega Z, \gamma Z)$ , т. е. текущим символом становится обозреваемый входной головкой символ и делается переход по дуге  $t = (r, x)$ . Пункт (б) отличается от пункта (а) только тем, что входная головка не сдвигается.



T. M. Aliyev

ON A CLASS OF GRAMMARS AND THE ALGORITHM OF THEIR  
PARSING

A new class of grammar for which a recognizer is built, which is more economic according to the requirements of the used memory value than the recognizers for the other classes of grammars, is considered in this report.

The theorems on adequacy of the recognizer, and the theorem production ability of the grammars of this class are also presented in this report.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЯСЫНЫН МЭРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОП ССР

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 9

1982

УДК 577.3

БИОФИЗИКА

Акад. Д. А. АЛИЕВ, В. Ф. АДЫГЕЗАЛОВ, М. Г. МАГЕРРАМОВ

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ МЕМБРАННОГО  
ПОТЕНЦИАЛА КЛЕТОК ЛИСТЬЕВ НАЗЕМНЫХ ВЫСШИХ  
РАСТЕНИЙ

За последние годы количество работ по изучению природы электрогенеза клеток высших растений сильно возросло. Основными объектами микроэлектродных исследований служили корни и листья водных растений [1, 2, 3]. Имеются также данные, касающиеся биоэлектрических характеристик мембран клеток листьев наземных высших растений [4, 5]. Однако, несмотря на то, что исследователи экспериментировали с листьями наземных растений, для которых в отличие от корней наземных и листьев водных высших растений нахождение в жидкости является неестественным условием, использовали общепринятые методики измерения мембранных потенциала (МП), пригодные только для указанных растительных организмов, тем самым не учитывали различия в условиях произрастания между этими растительными объектами. В связи с этим перед нами была поставлена задача разработать метод, позволяющий измерить МП и изучить влияние химических факторов на биоэлектрические параметры мембран клеток листьев интактных культурных сельскохозяйственных растений (пшеница, кукуруза и др.) в условиях, приближенных к естественным условиям их произрастания. Использование в наших экспериментах, с одной стороны, целого растения, а с другой минимальное искажение естественных условий функционирования листа растения ведет к тому, что не нарушается нормальное течение физиологических процессов. Это дает возможность более точно измерять как МП, так и его изменения под действием факторов различной природы.

Сущность разработанного нами метода заключается в следующем. Две пластины из пенопласта размером  $15 \times 7 \times 20$  мм, которые фиксировали кончик листа пшеницы (кукурузы) с двух сторон, приклеивались на специальный зажим. В верхней плоскости обеих пластинок были сделаны выступы размерами  $8 \times 3 \times 4$  мм. Верхние плоскости этих пластинок вместе с выступами образуют дно проточной камеры. Для образования камеры использовались еще 4 пластины из пенопласта. Две из них размером  $15 \times 7 \times 20$  мм, две другие— $28 \times 7 \times 20$  мм. Формы этих пластинок отличались от формы пластинок, фиксирующих лист тем, что имели внутренние фаски под углом  $45^\circ$ . Эти пластины приклеивались к специальным зажимам, с помощью которых они прижимались с четырех сторон к фиксирующим лист пластинкам и таким образом образовалась «вани»—камера.

Поскольку между выступами фиксируется только исследуемый участок кончика листа и только исследуемые клетки на срезе листа омываются раствором химических веществ, последние влияют только на исследуемые клетки на срезе листа, в том числе и на значение МП этих клеток. Видимость клеток на срезе листа тем лучше, чем ближе срез к поверхности раствора, следовательно, и точность введения микроэлектрода в клетку зависит от ее видимости. Именно для улучшения видимости клеток на срезе и, в конечном счете, для повышения точности измерений на лист фиксирующих пластинок делаются выступы, соответствующие размерам и формам боковых стенок камеры, выполненных с внутренними фасками под определенным углом.

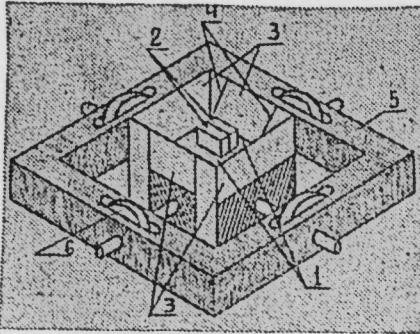
На рисунке изображена проточная камера, дно камеры образовано пластинками (1) с выступами (2), а боковые стени ее образованы пластинками (3) с внутренними фасками (4). Зажимы (6), передвигающие боковые пластины камеры, фиксируются с помощью рамы (5).

После фиксации кончика листа острой бритвой делали его срез. Чтобы обнаженные клетки на срезе не высыхали, сразу же добавляли в срез каплю дистиллированной воды. Затем наполняли камеру контрольным раствором (дистиллированной водой), куда с края камеры погружали электрод сравнения и силиконовые трубочки с внутренним диаметром 1 мм, для притока и оттока раствора. Затем вводился микроэлектрод в клетку на срезе листа и производились измерения. Получили значение МП— $160 \pm 10$  мВ.

При изучении влияния растворов исследуемых химических веществ с помощью зажимов, регулирующих диаметр трубочек, и, следовательно, скорости притока и оттока растворов, производится замена в камере контрольного раствора на данный раствор непрерывно. Скорость протекания исследуемого раствора в проточной камере в ходе эксперимента составляла 1 мл/мин.

Объем собранной камеры составляет  $2,5 \pm 0,5$  мл и позволяет производить быструю замену одного раствора другим со скоростью 7,5 мл/мин. Большой объем не желателен, потому, что в экспериментах в основном используются ценные токсические и труднодоступные вещества. Для экономии этих веществ выбирается возможный наименьший объем. Минимальный объем не целесообразен, поскольку, с одной стороны, в этом случае клетки на срезе листа не покрываются раствором исследуемых веществ (или контрольным раствором), что приведет к гибели клеток, с другой—нарушается контакт между микроэлектродом и электродом сравнения, без которого невозможно проводить измерение.

В дальнейшем с помощью разработанного нами метода изучали влияние ряда ингибиторов метаболических процессов на МП клеток листьев культурных растений,



Проточная камера. Пластины (1) с выступом (2) образующие дно камеры. Пластины (3) с внутренними фасками (4), образующие боковые стени камеры. Рама (5) для фиксации зажимов (6), передвигающие боковые пластины камеры.

стиилированной водой), куда с края камеры погружали электрод сравнения и силиконовые трубочки с внутренним диаметром 1 мм, для притока и оттока раствора. Затем вводился микроэлектрод в клетку на срезе листа и производились измерения. Получили значение МП— $160 \pm 10$  мВ.

Значение МП под действием  $10^{-4}$  М 2,4-динитрофенола (2,4-ДНФ) деполяризовалось (уменьшалось) от  $-160$  до  $-60$  мВ со скоростью 50 мВ/мин.

В отличие от 2,4-ДНФ при действии  $10^{-4}$  М амита (натриевая соль этилизоамилбарбитуровой кислоты) уменьшение МП происходит от  $-160$  до  $-110$  мВ со скоростью 15 мВ/мин.

Повторив все операции для кукурузы, получили значения МП в контролльном растворе  $-200 \pm 10$  мВ.

При действии на кукурузу 2,4-ДНФ наблюдается деполяризация МП от  $-200$  до  $-30$  мВ, со скоростью 60 мВ/мин, а при действии амита деполяризовалось от  $-200$  до  $-140$  мВ, со скоростью 20 мВ/мин.

Действие всех ингибиторов на МП обратимо, т. е. при замене раствора и ингибиторов контролльным раствором величина МП принимает исходное значение.

Разработанный нами метод по сравнению с существующим [4, 5] имеет ряд преимуществ.

1. Позволяет использовать в экспериментах целые растения, благодаря чему не нарушается нормальное течение физиологических процессов. Кроме того, при необходимости в экспериментах можно использовать также и части органов.

2. Позволяет осуществлять прямой контроль за введением микроэлектрода в любую клетку любого типа (поверхностные и глубоколежащие), так как кончик листа фиксируется не параллельно, а перпендикулярно к плоскости дна камеры.

3. Позволяет изучить влияние химических факторов на значения МП только исследуемых клеток и тем самым измерить истинное изменение МП исследуемых клеток под действием растворов химических веществ, так как объект исследования не полностью погружается в раствор химических веществ, а последний омывает только исследуемые клетки листа целого растения.

4. Является универсальным, т. е. пригодным в экспериментах как с листьями наземных растений, так и с корнями наземных и листьями водных высших растений.

Таким образом, разработанный нами оригинальный метод позволяет изучать влияние химических факторов на МП клеток листьев настоящих наземных высших растений в условиях, приближенных к естественным условиям их произрастания, что дает возможность более точно измерять как МП, так и его изменения под действием физико-химических факторов.

#### Литература

1. Ventrip F. W., Gratz H. J., Unbehauen H. In: "Ion transport in plants", London and New York, 1973.
2. Воробьев Л. Н., Мельников П. В., Вахмистров Д. Б. "Физиол. растений", 24, 5, 981, 1977.
3. Лялин О. О. В кн.: "Ионный транспорт в растениях". Наукова думка", 10, 1979.
4. Brinckmann E., Lüttge U. "Experientia", 31, 8, 1975.
5. Павловский Я., Проценко Д. Ф. "Физиол. и биохимия культ. растений", 12, 5, 488, 1980.

Научный  
центр  
биологических  
исследований

Поступило 18. XI 1981

Ч. Э. Элиев, В. Ф. Адыкеев, М. И. Магеррамов

ЈЕРҮСТУ АЛИ БИТҚИЛӘРИН ІҮЧЕЈРӘЛӘРИНИН МЕМБРАН  
ПОТЕНСИАЛЫНЫН ДӘЖИШМӘСИНИ ӨЛЧМӘК МЕТОДУ

Мәгаләдә интакт жерүстү али битқиләринін ярнагаң һүчейрәләрини мембран потенциалына кимжәві факторларын та'сириниң тәбии битмә шәрәнтинаң жағын шәрәнтиде өлчмәје имкан берән метод шәрін сидилмишdir. Ишләніб назырланан методун мөвчуд мәтодлардан үстүнлүjу көстәрілмишdir.

Dj. A. Aliev, V. F. Adygezalov, M. G. Magerramov

THE METHOD OF MEMBRANE POTENTIAL CHANGES MEASURING OF  
LAND HIGHER PLANT LEAVES CELLS

The method, allowing to study the influence of the chemical factors on the membrane potential of intact land higher plant leaf cells under the conditions brought nearer to the natural ones for their growth, has been described. The advantage of worked out method in comparison with the existent one is shown.

АЗЭРБАЙЖАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЯСЫНЫН МӘРУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОП ССР

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 9

1982

УДК 547.569.2+541.65+543.42

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Акад. А. М. КУЛИЕВ, М. А. ШАХГЕЛЬДИЕВ, И. А. АЛИЕВ,  
Э. А. АГАЕВА, Т. Ю. ИСКЕНДЕРОВА

ЭЛЕКТРОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В АРОМАТИЧЕСКИХ  
СОЕДИНЕНИЯХ ЭЛЕМЕНТОВ VI ГРУППЫ

Относительная основность алкилфенилсульфидов\*

В литературе постоянно возрастает интерес к изучению методом ИК-спектроскопии относительной основности различных классов сероорганических соединений [4]. В качестве меры относительной основности большинство исследователей принимает величину сдвига частоты валентного колебания  $\Delta\nu(\text{OH})$  связи О—Н фенола при образовании им Н-комплексов с данным веществом. ИК-спектроскопические исследования Н-комплексов позволяют полуэмпирически оценивать эффекты сопряжения в молекулах органических соединений серы [5]. Так, недавно Б. А. Трофимов и сотр. [6] установили, что причиной наиболее значительных изменений в относительной основности  $\alpha$ ,  $\beta$ -ненасыщенных сульфидов  $\text{CH}_2\text{-CHSR}$  является индукционный эффект заместителей у атома серы, а вклады эффектов  $p-\pi$  и  $p_{\pi}-d_{\pi}$ —сопряжения существенно малы по сравнению с индукционным эффектом. Представляло интерес сопоставить относительную основность  $\alpha$ ,  $\beta$ -ненасыщенных сульфидов с относительной основностью их аналогов, содержащих вместо винильной, фенильную группу.

Для оценки влияния строения тиоэфиров  $\text{C}_6\text{H}_5\text{SR}$  на их относительную основность (а следовательно, и на их реакционную способность) в настоящей работе мы исследовали методом ИК-спектроскопии способность этих соединений участвовать в образовании Н-связи с фенолом (в среде  $\text{CCl}_4$ ). Поскольку образование Н-связей протекает с минимальным перераспределением электронной плотности в реагирующей молекуле (в частности, не требует гибридизации гетероатома), мы, в соответствии с общепринятым точкой зрения [7], принимали, что величина  $\Delta\nu(\text{OH})$  пропорциональна энергии образования Н-связи О—Н . . . S (а следовательно, электронодонорной способности тиоэфира) и отражает, в конечном счете, изменение электронной плотности на центре основности под влиянием варьируемых заместителей.

Полученные нами результаты показали, что в ИК-спектрах тройных систем фенол-алкилфенилсульфид- $\text{CCl}_4$  в области валентных колебаний группы OH наблюдаются три полосы поглощения. Первая из этих полос (со стороны больших частот) соответствует колебаниям "свободной" группы OH фенола, вторая—колебаниям группы OH, связанной с  $\pi$ -электронной системой бензольного кольца тиоэфира

\* Предварительные сообщения см. [1—3].

(H-комплекс  $\pi$ -типа), третья — колебаниям группы OH, связанный с неподеленными 3p-электронами серы (H-комплекс  $n$ -типа). Отнесение полученных полос поглощения к двум типам H-комплексов подтверждается близостью частот этих полос к частотам H-комплексов фенола с этилбензолом ( $\Delta\nu(OH)$ ) 47 см<sup>-1</sup>, где возможно образование лишь комплекса  $\pi$ -типа, с одной стороны, и  $n$ -амилциклогексульфидом ( $\Delta\nu(OH)$ ) 255 см<sup>-1</sup>, где возможно образование только комплекса  $n$ -типа, с другой.

Для исследованных H-комплексов полосы поглощения связанныго фенола имеют простую структуру, что говорит об отсутствии иска-жений величины  $\Delta\nu(OH)$ , возникающих иногда в комплексах фенола с сильными электронодонорами [8]. Наличие в спектрах поглощения "свободной" группы OH свидетельствует о малой величине константы комплексообразования тиоэфиров с фенолом.

Зависимость между величинами  $\Delta\nu(OH)$  для  $n$ -комплексов и зна-чениями индукционных констант Тафта ( $\sigma^*$ ) заместителей в соедине-ниях  $C_6H_5SR$  описывается уравнением:

$$\Delta\nu(OH) = (219 \pm 7) - (78 \pm 12) \Sigma\sigma^*, r = 0,965, n = 15, S = 4,9^* \quad (1)$$

При этом на прямую  $\Delta\nu(OH) = \varphi(\sigma^*)$  укладывается не только ве-личины (OH) для исследованных нами сульфидов \*\*, но и литературные данные по относительным величинам основности тиоэфиров [6, 9]. Вполне удовлетворительная корреляция ( $r = 0,965$ , уравнение 1) по-зволяет считать, что гиперконъюгационные и пространственные эф-фекты заместителей у атома серы не играют определяющей роли в процессе образования H-комплексов типа O—H . . . S. Таким обра-зом, взаимоотношение заместителя R с атомом S в молекулах  $C_6H_5SR$  ограничивается главным образом индукционным взаимодействием.

Если в качестве характеристики основных свойств принять величину  $\Delta\nu(OH)$ , то на основании полученных результатов и литературных данных [3, 6, 9, 10] можно заключить, что алкилфенилсульфиды, по сравнению с однотипно построенным эфирами [11, 12] являются более сильными  $n$ -основаниями. Однако в алифатическом ряду на-блюдается обратное соотношение — основность диалкилсульфидов зна-чительно ниже основности их кислородных аналогов [13]. Это противо-речие не может быть объяснено вкладом индукционного эффекта заместителя, поскольку такое влияние должно сказаться сильнее на менее электроотрицательной сере (ср. с [14]), приводя к уменьшению электронодонорных свойств в соединениях  $C_6H_5$ . Возможно, что одна из причин более высокой основности алкилфенилсульфидов по срав-нению с изоструктурными эфирами заключается в слабом  $p\pi$ -взаимо-действии неподеленной пары электронов атома серы с  $\pi$ -системой бензольного кольца [15]. С другой стороны, большая основность алкилфенилсульфидов по сравнению с их кислородными аналогами может быть также результатом  $p\pi-d\pi$ -сопряжения между атомом серы и бензольным кольцом, при котором повышается эффективный отрицательный заряд на атоме серы. Последнее обстоятельство побу-дило нас изучить относительную основность специально синтезиро-ванных насыщенных сульфидов (в таблице соединения XXXIII—XXX).

\*  $r$  — коэффициент корреляции,  $S$  — стандарт регрессии,  $n$  — число точек.

\*\* Сульфиды XVII и XIX отклоняются от линии регрессии в сторону более высокой основности, поэтому соответствующие им значения  $\Delta\nu(OH)$  в корреляцию не включены.

Статистическая обработка полученных результатов показала, что па-раметр  $\Delta\nu(OH)$  коррелирует с индукционными константами Тафта заместителей  $R$ :

$$\Delta\nu(OH) = (220 \pm 4) - (119 \pm 14) \Sigma\sigma^*, r = 0,991, S = 4,7 n = 8. \quad (11)$$

Значения  $\Delta\nu(OH)$  в ИК-спектрах H-комплексов тиоэфиров с фенолом

№ соед	Соединение	$\Delta\nu(OH)$ см <sup>-1</sup> (n-комплекс)		$\Sigma\sigma^*$
		Найдено в работе	Литературные данные	
I	$C_6H_5SCH_3$	171	172 [6]	+0,60
II	$C_6H_5SC_2H_5$	183	180 [6]	+0,50
III	$C_6H_5SC_3H_7-II$	175		+0,485
IV	$C_6H_5SC_3H_7-изо$	192		+0,41
V	$C_6H_5SC_4H_9-II$	177		+0,47
VI	$C_6H_5SC_4H_9-изо$	181		+0,475
VII	$C_6H_5SC_4H_9$ -втор.	188		+0,39
VIII	$C_6H_5SC_4H_9$ -трет.	200		+0,30
IX	$C_6H_5SC_5H_{11-II}$	174		+0,438
X	$C_6H_5SC_5H_{11-изо}$	188		+0,438
XI	$C_6H_5SC_6H_{13-II}$	180		—
XII	$C_6H_5SC_7H_{15-II}$	178		—
XIII	$C_6H_5SC_8H_{17-II}$	185		—
XIV	$C_6H_5SC_9H_{19-II}$	180		—
XV	$C_6H_5SC_{10}H_{21-II}$	179		—
XVI	$C_6H_5SC_6H_{11}$ -цикло	195		+0,4
XVII	$C_6H_5SC_2H_5C_6H_5$	179		+0,815
XVIII	$C_6H_5SC_2H_5=CH_2$	142	122 [6], 140 [9]	+1,0
XIX	$C_6H_5SC_6H_5$	149		+1,20
XX	$C_6H_5SC_2H_4Cl$	143		+0,985
XXI	$C_6H_5SC_2H_4Br$	153		+0,86
XXII	$C_6H_5SC_3H_6Br$	167		+0,693
XXIII	$CH_3SC_2H_5$	223	227 [6]	0,00
XXIV	$C_2H_5SC_2H_5$	242	242 [6]	-0,20
XXV	$n-C_3H_7SC_3H_7-II$	248	245 [6]	-0,23
XXVI	$изо-C_3H_7SC_3H_7-II$	262	256 [6]	-0,38
XXVII	$n-C_4H_9SC_4H_9-II$	255	248 [6], 250 [9]	-0,260
XXVIII	$n-C_6H_{11}SC_6H_{11-II}$	263		0,324
XXIX	$(C_6H_5CH_2)_2S$	166	179 [6], 160 [9]	+0,43
XXX	$n-C_6H_{11}SC_6H_{11}$ -цикло	255		-0,362

Таким образом, и в ряду насыщенных сульфидов влияние замес-тителей у атома S на относительную основность происходит преиму-щественно по индукционному механизму.

Корреляционный анализ данных по  $\Delta\nu(OH)$  для насыщенных и фениловых сульфидов в целом показывает, что единая линейная зави-симость  $\Delta\nu(OH)$  от суммы констант  $\Sigma\sigma^*$  заместителей выражена впол-не однозначно:

$$\Delta\nu(OH) = (225 \pm 4) - (90 \pm 3) \Sigma\sigma^*, r = 0,985, S = 6,8 n = 23 \quad (III)$$

Это показывает, что по данным относительной  $n$ -основности (в единицах  $\Delta\nu(OH)$ ) никакие другие электронные эффекты, кроме ин-дукционного, в рассматриваемой серии сульфидов практически не проявляются так же, как и в ряду виниловых сульфидов [6].

1. Алиев И. А. Тез. докл. X научн. студенческой конференции (химия, биология), стр. 8. Новосибирск, 1972. 2. Кулев А. М., Алиев И. А., Шахгельдиев М. А., Агаева Э. А., Гасанов Б. Р. Тез. докл. X научн. сессии, посвященной итогам научно-исследовательских работ республики по координируемым АН Азербайджанской ССР проблемам естественных и общественных наук за 1972 г., стр. 15. Баку, 1973. 3. Кулев А. М., Алиев И. А., Шахгельдиев Изд-во «Элм». Баку, 1973. 4. Зуйко И. В., Банковский Ю. А. Усп. хим., 42, 39, 1973. 5. Егорова, Рига, 1974. 4. Зуйко И. В., Банковский Ю. А. Усп. хим., 48, 2216, 1979. 6. Трофимов Рожин А. Н., Скобелева С. Е. «Усп. хим.», 48, 2216, 1979. 7. Трофимов Б. А., Шергина Н. И., Косяцкая Э. И., Вяльых Е. П., Амосова С. Б., Б. А., Шергина Н. И., Косяцкая Э. И., Вяльых Е. П., Амосова С. Б., Гусарова Н. К., Воронков М. Г. РСОС, т. 10, вып. 3 (37), стр. 757, 1973. Гусарова Н. К., Воронков М. Г. РСОС, т. 13, 534, 1972. 8. Одиноков Е. Е. Автореф. дисс. МГУ, М., 1970. 9. Кулев А. М., Ализаде З. А., Салимов М. А., Мирмовсумова 1970. 10. Кулев А. М., Ализаде З. А., Салимов М. А., Мирмовсумова А. М., Ибрагимов Н. Ю., Курбаналиева Т., Мамедова С. А. «ДАН Азерб. ССР», 26, 46, 1970. 11. Погорелый В. К., Усп. хим., 46, 602, 1977. Азерб. ССР, 26, 46, 1970. 12. Трофимов Б. А., Шергина Н. И., Косяцкая Э. И., Вылегжанин О. Н., Недоля Н. А., Воронков М. Г. РСОС, т. 8, вып. 4 (30), стр. 1047, 1971. 13. Агаева Э. А., Шахгельдиев М. А., Искендерова Т. Д. «Азерб. хим. ж.», 1, 69, 1972. 14. Арнет Э. М. Современные проблемы физической органической химии, стр. 195–342. Пер. с англ. Изд. «Мир». М., 1967. 15. Эпштейн Л. М., Ашикадзе Л. Д., Горелик С. О., Гамбариан Н. П., Бочаров Д. А., Казицкая Л. А. Изд. АН СССР, серия хим., 1974. 16. Оаз С. Химия органических соединений серы. Изд-во «Химия». М., 1975.

АГУ им. Кирова

Поступило 8. VII 1981

Э. М. Гулиев, М. Э. Шахгельдиев, И. Э. Алиев, Е. А. Агаева,  
Т. Ю. Искендерова

### VI ГРУП ЕЛЕМЕНТЛӘРИНИН АРОМАТИК БИРЛӘШМӘЛӘРИНДӘ ЕЛЕКТРОН ЕФФЕКТЛӘРИ. АЛКИЛФЕНИЛСУЛФИДЛӘРИН НИСБИ ЭСАСЛЫЛЫГЫ

ИГ-спектроскопија үсулу илә фенолун  $\text{OH}$ —группун валент րացլәриниң тезлијиниң дәјиши мәсәниң эсасын 30 ароматик вә алифатик сулфидин фенолла  $\text{O}=\text{H}\dots\text{S}$  вә  $\text{O}-\text{H}\dots\pi$  типли  $\text{H}$ -комплекс эмәлә кәтири мәсәниң эсасын нисби эсаслылығы өзүрәнилмешdir. Мүәйян едилмишdir ки, алкылфенилсулфидләр алкылфенил ефирләрә нисбәтән даһа гүввәтли  $n$ -эсасдыр. Лакин алкылфенилсулфидләри онларын оксикеили вә карбону аналоглары илә мүгәјисә етдиңдә даһа зәиф  $\pi$ -эсасдыр. Алкыларилсулфидләрин  $n$ -эсаслылығы күкүрд атомуда олан эвәзедичинин индуksија эффекти илә мүәйян олунур. Диалкил—вә алкылфенилсулфидләри  $\Delta\nu(\text{OH})$ -а көрә корреляцијасы көстәрмишdir ки,  $\Delta\nu(\text{OH})$ -ын яканса хәтти асыалылығы күкүрд атомудаки эвәзләјициләрini  $\Sigma\sigma^*$  сабитләри илә мүәйян олунур.

A. M. Kuliev, M. A. Shakhgeldiev, I. A. Aliev, E. A. Agaeva,  
T. Yu. Iskenderova

### ELECTRONIC EFFECTS IN AROMATIC COMPOUNDS OF VI GROUP ELEMENTS. RELATIVE BASICITY OF ALKYLPHENYLSULPHIDES

Based on the shift of stretching frequency of phenol OH group in the formation of  $\text{O}-\text{H}\dots\text{S}$  and  $\text{O}-\text{H}\dots\pi$ -type H-complexes, relative basicity of 30 aromatic and aliphatic sulphides was investigated by IR-spectroscopy.

It is shown that alkylphenylsulphides are more stronger  $n$ -bases than corresponding alkylaryl ethers. However, alkylphenylsulphides compared with their oxygen and carbon analogues exhibit weaker  $\pi$ -basicity.

It was also established that  $n$ -basicity of alkylarylsulphides was determined by induction effect of substituents at the sulphur atom.

Free energy relationship analysis  $\Delta\nu(\text{OH})$  for dialkyl and alkylphenylsulphides on the whole showed that single linear dependence  $\Delta\nu(\text{OH})$  on  $\sigma^*$  constant substituents at the sulphur atom was expressed quite unambiguously.

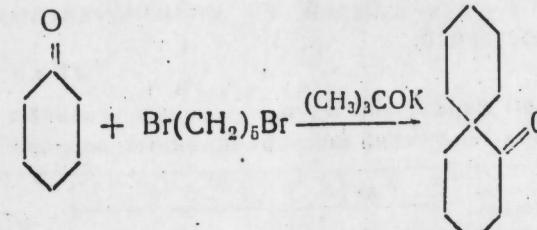
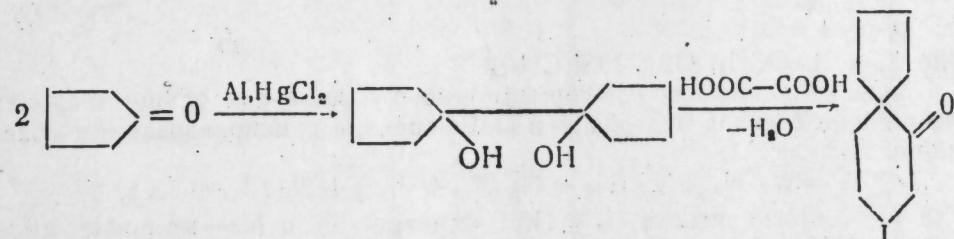
Э. А. РАМАЗАНОВ, И. Г. МУРСАКУЛОВ, С. А. МОВЛА-ЗАДЕ,  
М. М. ГУСЕЙНОВ, Н. С. ЗЕФИРОВ

### КОНФОРМАЦИОННОЕ РАВНОВЕСИЕ ПРОИЗВОДНЫХ СПИРО (4,5)-ДЕКАНА И СПИРО (5,5)-УНДЕКАНА

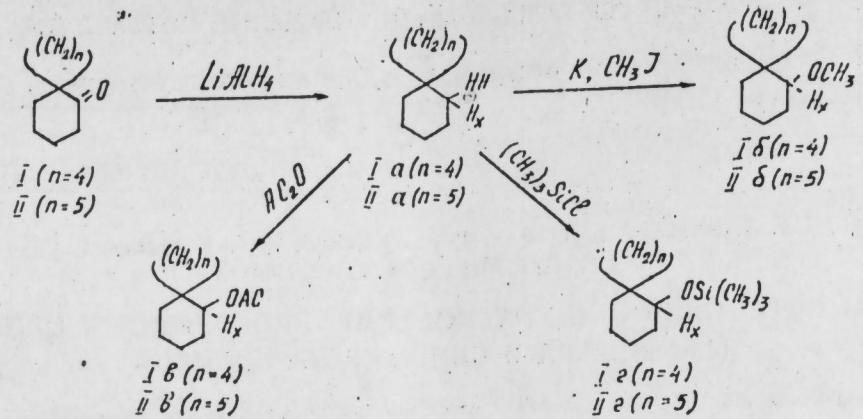
(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Т. Н. Шахтахтинским)

Выполняя программу систематических исследований конформационного равновесия 1, 1, 2-тризамещенных циклогексанов [1–4] и, в частности, производных спиранового ряда [5,6], мы синтезировали ряд 6-замещенных спиро (4,5)-деканов и 2-замещенных спиро (5,5)-ундеканов и методом ПМР-спектроскопии изучили конформационное поведение этих соединений.

Исходными соединениями для синтеза целевых 6-замещенных спиро (4,5)-деканов и 2-замещенных спиро (5,5)-ундеканов соответственно были выбраны спиро (4,5)-декан-6-он (I) и спиро (5,2)-ундекан-2-он (II). Последние были синтезированы восстановительной демеризацией циклопентанона с последующей дегидратацией получающегося дитетраметиленгликоля и циклоалкилированием циклогексанона 1,5-дибромпентаном по следующим схемам [7,8]:

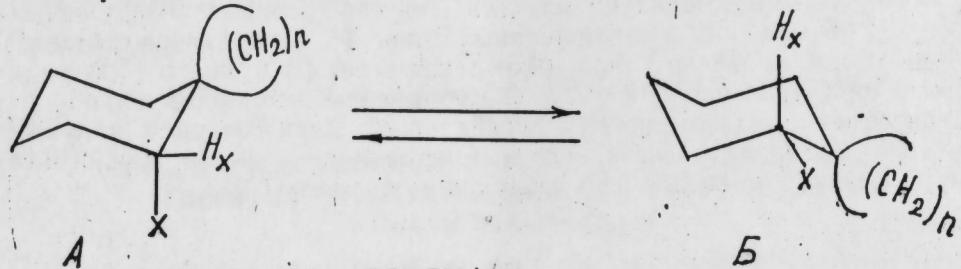


Восстановлением I и II алюмогидридом лития были получены спиро (4,5)-декан-6-ол (Ia) и спиро (5,5)-ундекан-2-ол (IIa), из которых в результате следующих превращений были также синтезированы метокси-(Ib, IIb), ацетокси-(Ic, IIc) и trimetilsilyloksi-(Ig, IIg) замещенные спиро-соединения:



Строение всех синтезированных соединений доказывалось данными их элементных анализов и стандартными спектроскопическими характеристиками (ИК-и ПМР). Чистота контролировалась ГЖХ анализом.

Конформационное равновесие исследованных соединений может быть представлено схемой:



где  $X = \text{OH}, \text{OCH}_3, \text{OAc}, \text{OSi}(\text{CH}_3)_3$

Оценка положения конформационного равновесия осуществлялась по ширине сигнала протона  $H_x$  в ПМР-спектре с использованием уравнения Илиела:

$$W = W_A \cdot N_A + W_B \cdot N_B - N_A (J_{ee} + J_{ea}) - N_B (J_{aa} + J_{ae}),$$

где  $W$  — ширина сигнала  $H_x$  в ПМР-спектре;  $N_A$  и  $N_B$  — мольные доли аксиального и экваториального конформеров; параметры  $W_A$  и  $W_B$  — ширина сигналов  $H_x$  для каждой из индивидуальных конформаций  $W_A$  и  $W_B$ , соответственно.

Таблица 1

Величины параметров  $W_A$  и  $W_B$ , использованные для расчета положений конформационных равновесий.

1,1-геминальный фрагмент	$W_A$ , Гц	$W_A$ , Гц	$W_B$ , Гц
	Для OAc	для других заместителей	
	5,4	5,9	13,7
	5,0	5,5	14,7

Величины параметров  $W_A$  и  $W_B$  были найдены из низкотемпературных ПМР-спектров соединений Iб, IIб, Iв и IIв. При этом оказалось, что значения "стандартных" параметров  $W_A$  и  $W_B$  зависят как от геминального фрагмента, так и от природы заместителя в положении 2. В последнем случае наибольшая разница, по крайней мере, для параметра  $W_A$ , наблюдается для метокси-и ацетокси-групп, что обусловлено значительной разницей в электроотрицательности этих заместителей. Поэтому при расчетах мы старались, [по возможности, использовать собственные значения "стандартных" параметров  $W_A$  и  $W_B$  как для каждой структуры, так и заместителей в положение 2. Эти данные приведены в табл. 1.

Данные о конформационном равновесии (величины химсдвигов и ширины сигнала  $H_x$ , доля экваториальной конформации Б и величина свободной энергии конформационного равновесия) исследованных соединений приведены в табл. 2.

Как видно из данных этой таблицы, для всех исследованных соединений наблюдается значительное увеличение доли аксиальной

Таблица 2

Параметры ПМР-спектров и конформационных равновесий синтезированных соединений.

№ в-ва	Раствори-тель	$H_x$ , м. д. (ГМДС)	$W$ , Гц	$n^6$ %	$\Delta G_e-a$ , ккал/моль
Ia	$\text{CCl}_4$ $\text{C}_6\text{H}_6$	3,33 3,30	$(13,4 \pm 0,4)$ $(13,3 \pm 0,3)$	$(67,6 \pm 3,6)$ $(66,7 \pm 2,7)$	$(-0,44 \pm 0,10)$ $(-0,42 \pm 0,07)$
Iб	$\text{CCl}_4$	2,71	$9,7 \pm 0,5$	$48,7 \pm 6,4$	$0,03 \pm 0,15$
	$\text{C}_6\text{H}_6$	2,63	$9,4 \pm 0,4$	$44,9 \pm 5,1$	$0,12 \pm 0,12$
	$\text{CS}_2$	2,70	$9,8 \pm 0,3$	$50,0 \pm 3,8$	$0,00 \pm 0,09$
	$\text{CD}_3\text{CN}$	2,77	$9,7 \pm 0,5$	$48,7 \pm 6,4$	$0,03 \pm 0,15$
Iв	$\text{CCl}_4$	4,51	$10,1 \pm 0,2$	$56,6 \pm 2,4$	$-0,16 \pm 0,06$
	$\text{CS}_2$	4,50	$9,7 \pm 0,3$	$51,8 \pm 3,6$	$-0,04 \pm 0,09$
	$\text{C}_6\text{H}_6$	4,85	$10,6 \pm 0,4$	$62,7 \pm 4,8$	$-0,31 \pm 0,13$
	$\text{CD}_3\text{CN}$	4,55	$9,6 \pm 0,7$	$50,6 \pm 8,4$	$-0,01 \pm 0,20$
Iг	$\text{CCl}_4$	3,30	$(12,4 \pm 0,5)$	$(58,6 \pm 4,5)$	$(-0,21 \pm 0,11)$
	$\text{C}_6\text{H}_6$	3,28	$10,1 \pm 0,3$	$53,8 \pm 3,8$	$0,09 \pm 0,09$
	$\text{CD}_3\text{CN}$	3,32	$(13,1 \pm 0,5)$	$(64,9 \pm 4,5)$	$(-0,37 \pm 0,12)$
IIа	$\text{CCl}_4$	3,20	$(12,1 \pm 0,6)$	$(44,6 \pm 4,1)$	$(0,13 \pm 0,10)$
	$\text{C}_6\text{H}_6$	3,10	$(13,3 \pm 1,3)$	$(52,7 \pm 8,8)$	$(-0,07 \pm 0,22)$
	$\text{CD}_3\text{CN}$	3,16	$(12,4 \pm 0,4)$	$(46,6 \pm 2,7)$	$(0,08 \pm 0,07)$
IIб	$\text{CCl}_4$	2,70	$8,9 \pm 0,3$	$37,0 \pm 3,3$	$0,23 \pm 0,08$
	$\text{CS}_2$	2,69	$9,5 \pm 0,2$	$43,5 \pm 2,2$	$0,16 \pm 0,05$
	$\text{C}_6\text{H}_6$	2,60	$9,6 \pm 0,4$	$44,6 \pm 4,3$	$0,13 \pm 0,11$
	$\text{CD}_3\text{CN}$	2,74	$10,0 \pm 0,9$	$48,9 \pm 9,8$	$0,03 \pm 0,24$
IIв	$\text{CCl}_4$	4,57	$(10,4 \pm 0,5)$	$(35,3 \pm 3,3)$	$(0,36 \pm 0,08)$
	$\text{CS}_2$	4,50	$8,2 \pm 0,4$	$33,0 \pm 4,1$	$0,43 \pm 0,11$
	$\text{C}_6\text{H}_6$	4,70	$9,8 \pm 0,5$	$49,5 \pm 5,2$	$0,11 \pm 0,12$
	$\text{CD}_3\text{CN}$	4,52	$8,3 \pm 0,5$	$34,0 \pm 5,2$	$0,40 \pm 0,13$
IIг	$\text{CCl}_4$	3,12	$9,4 \pm 0,4$	$42,4 \pm 4,3$	$0,18 \pm 0,11$
	$\text{C}_6\text{H}_6$	3,20	$10,1 \pm 0,5$	$50,0 \pm 5,4$	$0,00 \pm 0,13$

конформации А в смеси по сравнению с аналогичными монозамещенными циклогексанами, что можно объяснить стерическим отталкиванием между заместителями в положении 2 и 1,1-геминальным фрагментом. Сравнение положения конформационного равновесия показывает, что производные спиро (5,5)-ундекана проявляют намного больший "аксиальный сдвиг", чем спиро (4,5)-декана. Этот факт склоняет к тому, что пятичленное кольцо в спиродеканах (I а—г) сравнительно с соответствующим шестичленным кольцом в спироундеканах (II а—г) уплощено.

Как видно из ньюменовских проекционных формул этих соединений (III и IV), такое геометрическое изменение приводит к отклонению С—Н связей от параллельной 1,3-син-аксиальной ориентации и

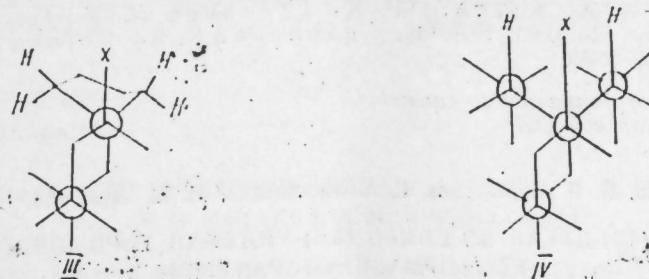
Таблица 3

Физико-химические и спектроскопические характеристики синтезированных соединений

Соединения	Т. кип., °C/mm	$n_D^{20}$	Элементный состав		Сигналы протонов в ПМР-спектре ( $CCl_4$ , ГМДС), м.д.		
			C найдено, вычислено	H найдено, вычислено	$H_x$	спирально-вых колец	—OR
Ia	75—76 2	1,4974	77,79 77,68 77,87	11,45 11,53 11,76	3,25 (м)	1,0—1,7 (м)	3,56 (с) OH
IIa	71—72 2	1,4737	78,38 78,14 78,51	11,81 11,71 11,98	2,71 (д.д.)	0,75—1,75 (м)	3,16 (с) OCH <sub>3</sub>
Ib	94—96 2	1,4812	73,43 73,43 73,43	10,01 10,09 10,27	4,50 (д.д.)	1,0—1,8 (м)	1,9 (с) OCOCH <sub>3</sub>
IIg*	76—78 1	1,4624	68,87 68,89 68,95	11,30 11,37 11,58	3,27 (д.д.)	1,0—1,8 (м.)	0,05 (с) OSi(CH <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>
IIa	112—113 1	1,5012	78,47 78,50 78,51	11,82 11,76 11,98	3,20 (м)	0,95—2,10 (м)	2,80 (с) OH
IIb	97—98 3	1,4808	78,92 79,00 79,06	12,00 11,98 12,17	2,70 (т)	0,9—1,9 (м)	3,20 (с) OCH <sub>3</sub>
IIv	117—120 2	1,4783	74,13 74,16 74,24	10,36 10,42 10,55	4,57 (т)	1,0—1,95 (м)	1,96 (с) OCCH <sub>3</sub>
IIg*	115—116 2	1,4682	69,88 69,80 69,93	11,52 11,58 11,74	3,20 (т)	1,0—1,7 (м.)	0,05 (с) OSi(CH <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>

\* Внутренний стандарт  $C_6H_6$ .

следовательно, к уменьшению величины 1,3 син-аксиальных Н...Х взаимодействий в I а—г сравнительно с II а—г.



## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Все ПМР-спектры снимались на приборе Tesla BS-487B, 80 МГц, внутренний стандарт ГМДС. Низкотемпературные ПМР-спектры и спектры в  $CS_2$  снимались на спектрометре фирмы Бруккер 90МГц. ГЖХ анализы осуществлялись на хроматографе ЛХМ-8МД на двух колонках размерами  $300 \times 0,3$  см, наполненных 10%-ным апнезона-Л на хромосорбе-W и 15% реоплекса-400 на хесосорбе, детектор-катарометр, расход газа-носителя гелия 40 мл/мин, т-ра—160 и 180°C, соответственно.

Восстановление спирокетонов I и II алюмогидридом лития проводили в соответствии с [9]. Метокси-(I б, II б) и ацетоксизамещенные (I в, II в) спираны получались по аналогичным с [9] методикам, а триметилсилильные (I г, II г) производные по методике [10]. Некоторые физико-химические характеристики и данные ПМР-спектров исследованных соединений приведены в табл. 3.

## Выходы

1. Синтезирован и охарактеризован ряд 8-замещенных спиро (4,5)-деканов и 2-замещенных спиро (5,5)-ундеканов и методом ПМР-спектроскопии исследовано их конформационное равновесие.

2. Показано, что для всех изученных соединений наблюдается значительное содержание аксиальной конформации в конформационном равновесии, что объясняется стерическим отталкиванием между заместителями в положениях 6 и 2 и геминальными спирановыми фрагментами.

3. Наблюданное различие в конформационном поведении производных спиродекана и спироундекана объясняется особенностями геометрического строения, соответственно, пяти- и шестичленных спирановых фрагментов.

## Литература

1. Мурсакулов И. Г., Рамазанов Э. А., Байрамов А. А., Мовлададзе С. А., Зефиров Н. С., Биннатов Р. В. «Азерб. хим. м.»; № 4, 64, 1978.
2. Касумов Н. К., Мурсакулов И. Г., Чаленко Э. Г., Зефиров Н. С. «Азерб. хим. ж.», № 5, 35, 1978.
3. Зефиров Н. С., Бараненков И. В., Мурсакулов И. Г., ЖОРХ, 15, 2212, 1979.
4. Зефиров Н. С., Чаленко Э. Г., Мурсакулов И. Г., Гусейнов М. М., Касумов Н. К., Рамазанов Э. А. ЖОРХ, 14, 1560, 1978.
5. Зефиров Н. С., Чаленко Э. Г., Ариповский А. В., Мурсакулов И. Г., Гусейнов М. М., Рамазанов Э. А., Chem. Comm., 147, 1978.

6. Зефиров И. С., Мурсакулов И. Г., Рамазанов Э. А., Касумов Н. К., Чаленко Э. Г., Арыповский А. В. «Азерб. хим. ж.», № 4, 72, 1977. 7. Зе-Чаленко Э. Г., Арыповский А. В. «Азерб. хим. ж.», № 4, 72, 1977. 8. Mousseron M., Jarry I., Christol H. Bull. Soc. Chim. France, 1957, 346. 9. Мурсакулов И. Г., Quiclet R., Christol H. Bull. Soc. Chim. France, 1957, 346. 9. Мурсакулов И. Г., Рамазанов Э. А., Касумов Н. К., Гусейнов М. М., Чаленко Э. Г., Рамазанов Э. А., Касумов Н. К., Гусейнов М. М., Чаленко Э. Г., Аз. хим. ж., № 3, 50, 1973. 10. Гидрианов К. А., Гориц Л. В., ДАН СССР, 101, 259, 1955.

Институт хлорорганического синтеза  
АН Азербайджанской ССР

Поступило 14. II 1980

Е. А. Рамазанов, И. Г. Мурсагулов, С. А. Мовлазадә, М. М. Һүсейнов, И. С. Зефиров  
СПИРО (4,5)-ДЕКАН ВӘ СПИРО (5,5)-УНДЕКАН ТӨРЭМЭЛЭРИНИН  
КОНФОРМАСИЯ ТАРАЗЛЫГЫ

Мэгэлэдэ 6-авээзолунумуш спиро (4,5)-деканлар вә 2-авээзолунумуш спиро (5,5)-ундеканлар синтез олунмуш вә НМР-спектроскопијасы үсүү илэ конформасија таразлыгы өврэнилмийшдир.

Мүэйян олунмушдур ки, тэдгиг олунан бирлэшмэлэрин һамисында аксиял конформасија үстүүлүк тәшкүл едир ки, бу да 6-чи вә 2-чи вэзијјэтдэки авээзедичилэрэ спирлан фрагментлэринин гарышылыглы стерик тә'сири илэ изән олунур.

E. A. Ramazanov, I. G. Mursakulov, S. A. Movla-zade, M. M. Huseinov,  
N. S. Zefirov

### CONFORMATIONAL EQUILIBRIUM OF SPIRO (4,5)-DECANE AND SPIRO (5,5)-UNDECANE DERIVATIVES

According to the Eliel method a conformational behaviour of a series of 6-substituted spiro(4,5)-decanes and 2-substituted spiro(5,5)-undecanes has been investigated using the NMR technique. A predominance of axial conformer in conformational equilibrium of the most of investigated compounds was shown. The results have been discussed in terms of steric interaction between geminal spiro-fragments and substituents at C<sub>5</sub> or C<sub>2</sub>.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЈАСЫНЫН МЭРҮЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 9

1982

УДК 551.73:553.98(26)

ГЕОЛОГИЯ

Член-корр. Э. Ш. ШИХАЛИБЕИЛИ, А. Г. ГАСАНОВ, Р. Э. ТАГИЕВ,  
Х. П. МЕТАКСА, А. М. МУРАДХАНОВА

### ОСНОВНЫЕ ЧЕРТЫ СТРОЕНИЯ МЕЗОЗОЙСКИХ ОБРАЗОВАНИЙ ЮЖНОГО КАСПИЯ ПО НОВЫМ ДАННЫМ

Впадина Южного Каспия является одной из глубоководных котловин, к которым относятся также впадины Черного и Средиземного морей. Южнокаспийская впадина входит в систему Куринского и Закаспийского межгорных прогибов, образующих как бы ее центрклинали и на большей своей части окружена альпийскими складчатыми сооружениями Малого Кавказа, Талыша, Эльбруса и Большого Кавказа (его погребенного погружения в море). Южная часть этого незамкнутого кольца—Малый Кавказ, Талыш и Эльбрус по отношению к его северному участку характеризуется большим развитием вулканогенных пород в мезозое и эоцене. На рассматриваемой территории произведен большой объем геолого-геофизических исследований [1—8]. Однако ряд вопросов глубинного строения остаются невыясненными и вызывают различные толкования.

За основу для проведения нашего анализа были принятые данные бурения и площадной сейсморазведки по миоцен-антропогеновому комплексу отложений, новая сеть (1980 г.) взаимно увязанных продольных и поперечных региональных геолого-географических разрезов, данные ГСЗ-КМПВ, карта разностных локальных аномалий силы тяжести (5—25 км) по результатам пересчета гравитационного поля вверх (Андреев и др., 1978), карта остаточных аномалий (0—10 км) по результатам пересчета наблюденного магнитного поля вверх (Гличиева, Метакса, 1978), батиметрические данные, сведения по грязевому вулканизму и др. Были учтены также количественные расчеты по магнитным аномалиям и имеющиеся литературные сведения [1—9 и др.].

По рассматриваемой структуре впадину Южного Каспия можно условно разделить на пять основных зон (рисунок): Ленкорано-Горганский прогиб (I), Мильско-Чикишлярская зона выступов магматитов предположительно мезозоя (II), древний Южнокаспийский «срединный массив» (III), выделяемый по максимальным значениям силы тяжести, Сангачало-Огурчинская зона выступов магматитов мезозоя (IV) и Ашхерено-Прибалханский прогиб (V). Сопоставление геологических данных с магнитным полем Куринской впадины, Талыша и Южного Каспия позволяет предположить, что положительное магнитное поле последнего обусловлено в основном влиянием сильного магнитных магматических образований мезозоя.

Мильско-Чикишлярская зона выступов магматитов мезозоя установлена геофизическими исследованиями и находится на юго-восточ-

ном погружении Саяно-Курдамирского виострия в море. В пределах Куринской впадины эта зона, разбитая поперечными разрывами, выделяется по данным глубокого бурения, геоморазведки и магниторазведки [9]. Мильтско-Чикишайское (точнее, Мильтско-Окремское) поднятие магматитов мезозоя является южной границей зоны относительно устойчивых поднятий и северной границей зоны относительно устойчивых поднятий и северной границей Ленкорано-Горганского противоположного вулканизма в юго-западной Туркмении и горах Эльбруса свидетельствуют о том, что Мильтско-Окремская зона магматитов мезозоя резко погружается в восточном направлении.

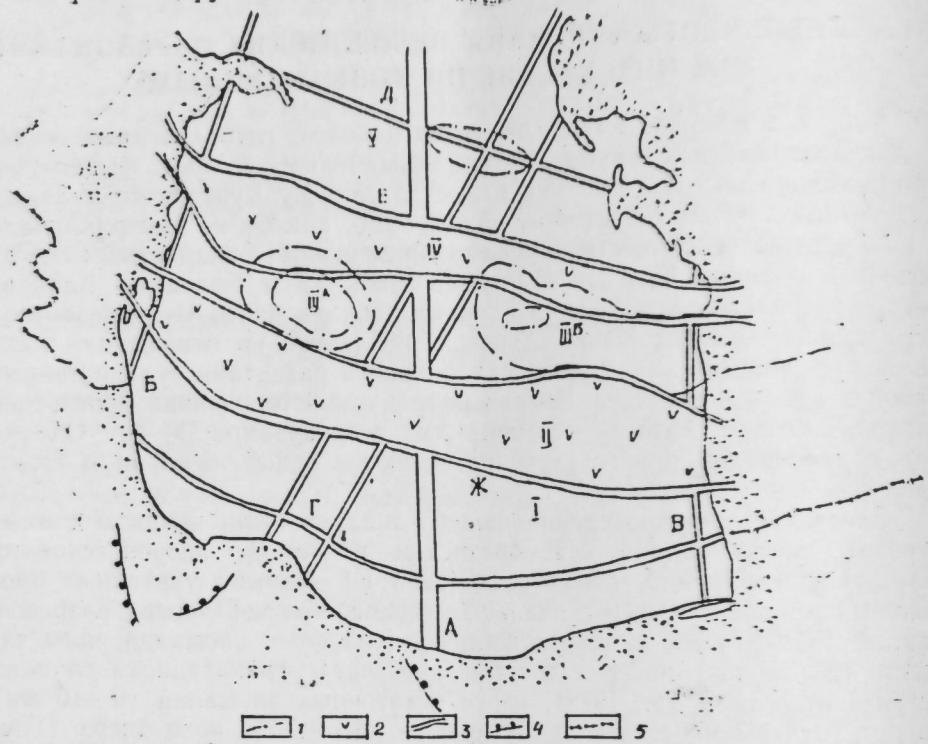


Схема тектоники мезозойских образований: 1—контуры основных гравитационных аномалий по результатам пересчета вверх; 2—зоны магматических поднятий мезозоя; 3—зоны разрывов по геофизическим данным; 4—зоны разрывов по геологическим данным; 5—государственная граница.

Разломы и разрывы: *A*—главный поперечный разлом; *B*—западный разрыв; *C*—восточный разрыв; *Г*—Карабагаз-Сефидрудская пара разрывов; *Д*—Апшероно-Прибалханский; *Е*—Сангачало-Огурчинский; *Ж*—Мильско-Чикишлярская пара разрывов.

Севернее располагается древний Южнокаспийский «срединный массив» [7], который состоит из двух поперечных брахиформных, отображающихся максимумами на карте гравитационного поля ( $5-25$  км) региональных для Южнокаспийской впадины выступов: западного и восточного. Первый из них (IIIa) отвечает максимуму Бакинского архипелага, второй (IIIb) — максимуму Година [2, 3]. Восточному максимуму отвечает область отрицательных значений магнитного поля [4]. Оба поднятия фундамента (консолидированной коры) четко отображаются по данным ГСЗ-КМПВ на профилях 9 и 11 в западной

части Южнокаспийской впадины. Восточный блок (массив Година) отделяется от западного (массив Бакинского архипелага) поперечной зоны древнего разлома и характеризуется А. А. Дзабаевым [4] как зона развития гранитов в основании. Массив Година в основном лежит в области мелководной шельфовой части восточного берега Каспия (изобаты до 200 м) и является приподнятым по отношению к массиву Бакинского архипелага. Восточная часть Южного Каспия по своему строению резко отличается от его западной части. Западная глубоководная часть Южного Каспия отличается резким увеличением мощности разреза мезокайнозоя, обусловленным большим погружением массива Бакинского архипелага и, таким образом, ближе по строению к юго-восточной части Куриńskiej впадины. Восточный блок «срединного массива»—массив Година поднят по поперечной зоне разлома по отношению к своему западному аналогу, что обусловило на этом участке впадины спокойную, субплатформенную типа тектонику осадочного чехла, четко фиксирующуюся на геолого-геофизических разрезах. Такое резкое различие в строении западной и восточной части Южного Каспия наглядно отображается и в батиметрических материалах, где туркменский шельф, в отличие от узкого азербайджанского, прослеживается почти до середины впадины.

С севера отмеченная зона положительных значений силы тяжести ограничивается Сангачало-Огурчинской зоной максимумов магнитного поля, которой отвечает зона развития магматитов мезозойского возраста. Последняя протягивается с юго-востока на северо-запад в направлении к Апшеронскому полуострову, южнее и западнее которого резко погружается и почти не фиксируется в магнитном поле.

Зоны поднятий, выделяемые по гравитационным данным, по всей вероятности, развивались начиная с нижнего палеозоя и окаймляются со всех сторон мезозойскими магматитами. Это по имеющимся данным, возможно, связано с внедрением мезозойских магматитов в ослабленные зоны по периферии выступа основания. Подобные факты площадного несоответствия магнитных и гравитационных максимумов хорошо изучены в пределах смежной Курильской впадины [9]. Качественный анализ магнитных аномалий в Мильско-Окаремской зоне показал, что глубины до верхней кромки магматитов изменяются в пределах 5—8 км (Метакса и др., 1978), а в зоне магнитного максимума Бакинского архипелага в 10—12 км. Ранее А. А. Дзабаев [4] оценивал здесь глубины до магматитов в 17—19 км, что связывалось им с поверхностью фундамента, выделяемой по данным ГСЗ-КМПВ. Важно отметить, что мезозойский магматизм Южного Каспия прослеживается нами, по комплексу геологического-геофизических данных, и к западу — в пределах Азербайджана, Грузии и впадины Черного моря.

Следующая на северо-восток пятая зона Апшероно-Прибалханско- го прогиба отображается в гравитационном поле областью минимальных значений силы тяжести. В магнитном поле она отражена отрицательными значениями, свидетельствующими об отсутствии, либо глубоком залегании магматитов мезозоя. По сейсмическим данным здесь также выделяется глубокий прогиб, максимальные глубины которого несколько смешены к полуострову Челекен.

Сопоставление мощностей мезокайнозоя с глубинами поверхности консолидированной коры по данным ГСЗ-КМПВ показывает, что возраст ее поверхности в южной части Каспия мезозойский, а, возможно,

даже верхнемезозойский. В целом же поверхность консолидированной коры, несомненно, имеет разновозрастный характер, что отмечалось для смежной Курийской впадины.

#### Литература

1. Алиханов Э. Н. Геология Каспийского моря. «ЭЛМ». Баку, 1978. 2. Гаджиев Р. М. Глубинное геологическое строение Азербайджана. «Азернефть», 1965.
3. Годин Ю. Н. Глубинное строение Туркмении по геофизическим данным. «Недра». М., 1969. 4. Дзабаев А. А. Основы поисков и изучения нефтегазоносных структур аэромагнитным методом (акватория Южного Каспия). Ашхабад, 1969. 5. Исмайлова К. А., Гасанов И. С. Сб. «Геофизическая разведка на Каспийском море». «Недра», 1966. 6. Одеков О. А. Орогенные структуры Каспийско-Копетдагского региона. «Ылым». Ашхабад, 1971. 7. Халилов В. Е. «Геология нефти», № 9, 1958.
8. Шихалибейли Э. Ш. XXI сессия МГК, доклады советских геологов, проблема 18. Изд. АН СССР. М., 1960. 9. Шихалибейли Э. Ш., Гасанов А. Г., Тагиев Р. Э., Метакса Х. П. Материалы совещания Международной программы по проекту «Глобальная корреляция эпох тектогенеза» (проект № 107 геологической корреляции). Изд. АН Азерб. ССР. Баку, 1979.

Научный центр геофизики.

Поступило 16. VI 1981

Е. Ш. Шыхалибейли, А. Г. Іасанов, Р. Е. Тагиев, Х. П. Метакса, А. М. Мурадханова

#### ЖЕНИ КӨСТӘРИЧИЛӘР ӘСАСЫНДА ЧӘНУБИ ХӘЗӘРИН МЕЗОЗОЙ ГУРУЛУШУНУН ЖАРАНМАСЫНЫҢ ӘСАС ХҮСУСИЙЛӘРІ

Мәгәләдә чәнуби Хәзәр кеоложи-кеофизик көстәричиләрниң комплекс анализы әсасында чөкәклидә мезозој гурлулушуны әсас хүсусијәтләре ашкара чыгарылыши дыр. Бурада беш әсас зона айрылышы дыр. Чөкәклийн мәркәзинде шимал вә чәнубдан магматик мезозој зоналары илә әнәтәләниш чәнуби Хәзәр јүкәклиji јерләшир. Ахырынычылар чәнубдан Ләнкәран-Гораган вә шималдан Абшерон-Прибалхан гырылмалары илә мәһдудлашылар.

Чәнуби Хәзәрин Мезозој магматизмниң інәмчиниң гәрбә дөгру Азәрбајҹан әразисинде Күрчүстанда вә Гара дәниә чөкәклийнде тәдгиг едилир.

Тәгдим олуимуш материал дәрениллик гурлулушунуң дәрк едилемәсі вә чәнуби-Хәзәр чөкәклийнин инициаф тарихинде мұјәнән әнәмийәтә маликдир.

E. Sh. Shikhaliibelly, A. G. Gasanov, R. E. Tagiyev, Kh. P. Metaksa,  
A. M. Muradhanova

#### MAIN CHARACTERISTICS OF THE BUILDING OF MESOZOY FORMATIONS OF THE SOUTH CASPIAN ACCORDING TO NEW DATA

On the basis of analysis of geology-geophysical data on the South Caspian, the main characteristics of building the mesozoy in deflection have been underlined. One can see five main zones. There is the South Caspian rising, which is in environment by zones magmatites of mesozoy from the north to the south. The last one is limited by zones of deflections from Lenkoran-Gorgansk deflection in the south and Apseron-Pribalhansk in the north.

We can see mesozoy magmatism of Azerbaijan Caspian Sea up to the West in the limitations of Azerbaijan, Georgia and deflections of the Caspian Sea.

This report is of great importance for deep building and history of development of the South Caspian deflection.

АЗӘРБАЙҖАН ССР ЕЛМЛӘР АКАДЕМИЈАСЫНЫҢ МӘРУЗӘЛӘРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 9

1982

УДК 582.35.9 [C 4]

СИСТЕМАТИКА РАСТЕНИЙ

А. М. АСКЕРОВ

#### ДВА НОВЫХ ВИДА ПАПОРОТНИКА ДЛЯ ФЛОРЫ СССР С КАВКАЗА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР В. И. Ульянищевым)

В результате проведенного нами хорологического анализа птеридофлоры Кавказа выяснилось, что Колхида является восточной границей и убежищем для ряда европейских (особенно атлантических и западноевропейских) папоротников. Ввиду недостаточного гербарного материала из Европы, многие из них в разные годы были заново описаны нашими ботаниками или их статусы были установлены ими неточно. Из-за отсутствия свежего сбора как с Кавказа, так и из Европы они до последнего времени оставались неизученными.

В результате нашей поездки в Колхиду (1978—1981 гг.) был собран богатый гербарный материал и информация эколого-географического характера по этим видам. Одновременно, по ним были получены гербарные материалы из различных учреждений Европы. Все эти данные позволили нам в определенной степени изучить эти виды.

О двух таких критических видах папоротников Кавказа пойдет речь в настоящем сообщении.

1. *Dryopteris remota* (A. Br.) Druce, incl. *D. kemularia* Mikheil.—*Aspidium remotum* A. Br.

Описан из Европы: Швейцария, Баден. При первоописании он установлен как гибрид между *Aspidium filix-mas* и *A. spinulosum* [1,2]. Впоследствии его родительскими видами считали *Dryopteris affinis* (=*D. borrei*, *D. pseudo-mas*), *D. expansa* (=*D. assimilis*) и *D. dilatata* [3,4].

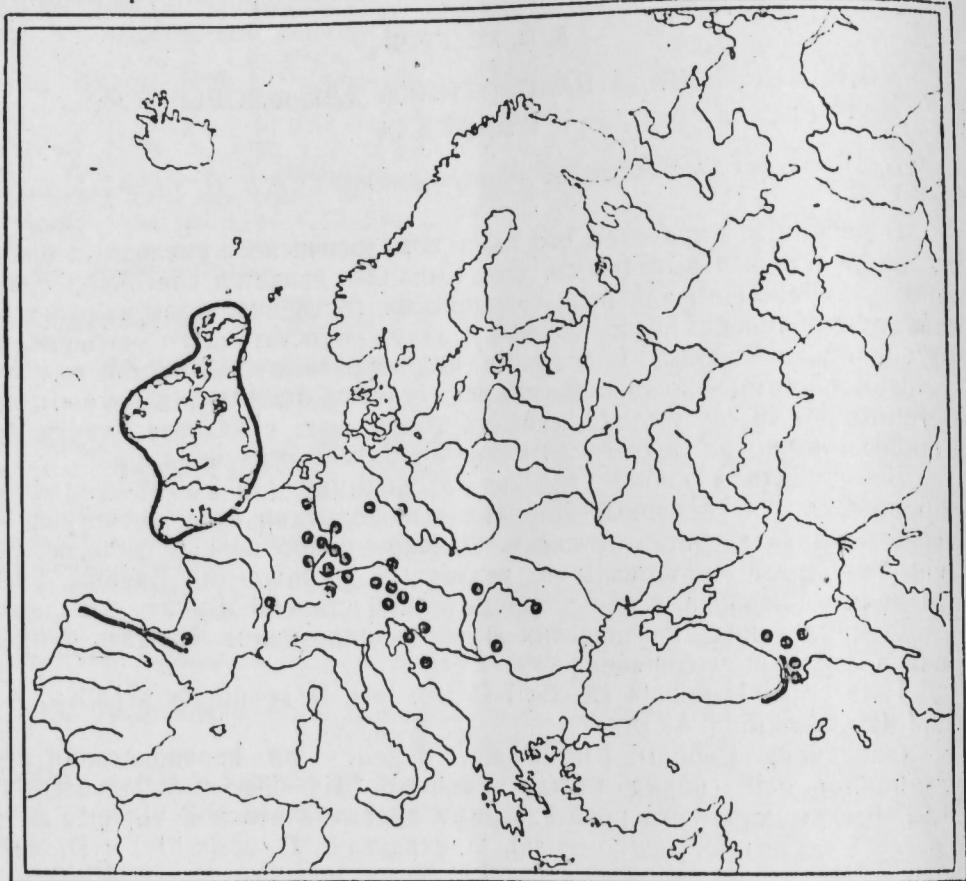
Однако наши наблюдения над живыми экземплярами *D. remota* в Аджарии и результаты обработки гербарных материалов показывают, что он не включает существенного морфологического признака *D. affinis*. *D. remota* является гибридогенным и значительно плодовитым видом между *D. carthusiana* и *D. filix-mas*, причем в нем преобладают признаки первого вида.

Ареал *D. remota* охватывает Центральную и Западную Европу и значительно протягивается к югу—Пиренеям, Аппенинам, и к северу—Скандинавскому полуострову [4,5]. Однако следует отметить, что в связи с путаницей его родительских видов различными авторами, следует уточнить его распространение в Европе.

В настоящее время *D. remota* известен только с Кавказа. В 1959 г. он был найден в Аджарии (окр. сел. Сарпи) и описан под названием *D. kemularia* Mikheil. [6]. Впоследствии нами установлено, что он идентичен с европейским видом *D. remota* [7,8].

Таким образом, по нашим данным *D. remota* является одним из

европейских видов щитовников, восточная граница которого находится на Кавказе. Здесь он приурочен в основном к Колхидским подлескам и встречается в Аджарии, Абхазии, Верхней Имеретии и заходит в Сев. Осетию. Мы допускаем его распространение также в Талыше. По-видимому, *D. remota* иррадиирует и в северо-восточную Турцию, поскольку он был собран в соседнем с Турцией с. Сарпи, хотя не приводится из этого региона [9, 10].



1 ~ 2 ♀ Распространение *Dryopteris aemula* (1) и *D. remota* (2).

Приводятся просмотренные гербарные экземпляры *D. remota*, а также некоторые образцы, встречающиеся в литературе под названием *D. kemularia* [11]: Ахжария: окр. г. Батуми, Хараханские высоты, 16. V 1913, Т. А. Ропп: Кобулети, сфагновое болото, заросли *Rhamnus frangula* и *Alnus barbata*.

3. II 1955, А. П. Хохряков; Батумский ботанический сад, увлажненный берег лесного ручейка, 24. IX 1964, Л. Патарая; там же тенистое ущелье с густым подлеском рододендрона понтийского, 24. IX 1964, А. Дмитриева; ущелье реки Хекнара, 500 м над ур. моря в тени рододендронов, вблизи дороги, 13. VIII 1956, Л. Патарая и В. Мемиадзе.

10—11. VIII 1981 г. этот вид был собран нами еще в двух местах в Аджарии: 1. Зеленый мыс, около 50 м над ур. моря, по пра-

вому берегу Черной речки, в широколиственном лесу с преобладанием *Laurocerasus officinalis*, *Carpinus caucasica*, *Castanea sativa*, *Rhododendron ponticum* из кустарников встречаются: *Hedera colchica*, *Ruscus hypophyllum*, *Rubus hyrtus*, *Ficus colchica*, *Cornus controversa*; в травяном покрове представлены *Carex pendula*, *Chrysosplenium dumetorum* и много папоротников (*Athyrium filix-femina*, *Dryopteris affinis*, *D. alexeencoana*, *D. dilatata*, *Polystichum woronowii*, *P. selliferum*, *Phyllitis scolopendrium*, *Polypodium vulgare*, *Matteuccia struthiopteris*).

2. Окр. сел. Цихисдзери, около 30 м. над ур. моря по лесному склону, среди зарослей папоротников из *Dryopteris affinis*, *Athyrium filix-femina* и *M. struthiopteris*.

Абхазия: Цебельда, г. Айпача, лиственный лес, 20. X 1927, О. Капеллер (TBI).

Верхняя Имеретия: Цабларисхевское ущелье, 1500 м над ур. моря, елово-пихтовый лес, 22. VIII 1839, А. Г. Долуханов (TBI).

Сев. Осетия: Терская обл., Владикавказ, ныне Орджоникидзе (TBI); там же, в лесу, 15. X 1998, Маркович (TGM).

2. *D. aemula* (Aitton) O. Kuntze Ssp. *IIIana* (Golits.) A. Asker., comb. nov.—*D. IIIana* Golits., 1938. Fedde Report. 31:338.

Щитовник Лили был описан С. В. Голицыным в 1933 г. из Аджарии [12], по материалам, собранным им же: Кобулетский р-н, сел. Цихисдзери, 21. XII 1928 (TBI). Чуть позже А. А. Гросгейм [13], считая Щитовник Лили видом, промежуточным между *Dryopteris dilatata* и *D. alexeencoana* писал: "... возможно, что в дальнейшем, при накоплении достаточного материала, придется пересмотреть вопрос о видовой самостоятельности *D. IIIana* и влить эту форму в систему варьирования *D. alexeencoana*". Видимо, учитывая неустойчивость мнения А. А. Гросгейма в отношении Щ. Лили, Д. И. Сосновский [14] не привел его во "Флоре Грузии". В это же время С. В. Голицын [15] опубликовал интереснейшую работу "К вопросу о *Dryopteris IIIana* Golits.", где подробно излагает свои позиции в отношении самостоятельности этого вида. Он совершенно справедливо писал: "вопреки предположению А. А. Гросгейма, очевидно, никогда не наблюдавшего *D. IIIana* в природе, сегменты ее не выпуклые, как у *D. alexeencoana*, а вогнутые, благодаря чему, растения имеют оригинальный и изящный вид". В этой же работе он впервые указал генетическую связь Щ. Лили с атлантическим видом *D. aemula*. После этой публикации почти во всех кавказских ботанических работах [16—20] *D. IIIana* признавался самостоятельным видом. Но, в 1974 г. английский птеридолог С. Р. Fraser-Jenkins [21] вновь поднимает вопрос о видовом статусе Щ. Лили и считает его идентичным с *D. aemula*.

Таким образом, возникает необходимость выяснения систематического положения *D. IIIana* во флоре Кавказа.

Для этой цели мы сравнительно изучали гербарные материалы по *D. aemula*, любезно присланные нам Fraser-Jenkins (*Madaleana*, *Island of Pico*, *Azores*, *Portugal*, Fr.-Jenk., 22. VII 1979, п. 96), с типовым экземпляром *D. IIIana*, хранящимся в Тбилиси (TBI). Кроме того, 10. VIII 1981 г. мы посетили классическое местонахождение *D. IIIana*, где он был найден нами в окр. сел. Цихисдзери на лесном склоне под пологом лавровинии и рододендрона понтийского.

Кроме приведенных местонахождений Щ. Лили известен еще из двух мест Аджарии: р. Лечи, приток Королицкали, в лесу, 8 XII 1938,

А. М. Эскеров

## ГАФГАЗДАН ТАПЫЛМЫШ ССРИ ФЛОРАСЫ УЧУН ЈЕНИ ОЛАН ИКИ НӨВ ГЫЖЫ ҺАГГЫНДА

М. Г. Попов, ТВИ; р. Королицкали, гора Мтирала, в зарослях рододендрона pontийского; 8. XII 1938. Он же, ВАТ<sup>1</sup>.  
В результате критического изучения всех гербарных материалов, включая наши сборы, можно прийти к следующему заключению.

1. *D. liliana* отличается от *D. alexeenkoana*, *D. dilatata* по морфологии перьев, т. к. у *D. liliana* они вогнутые, благодаря чемурастение имеет своеобразный вид, а у двух остальных видов перья выпуклые.

2. *D. liliana* связан именно с атлантическим видом *D. aemula*, как это впервые было указано С. В. Голицыным [15].

3. Нельзя согласиться с английским птеридологом C. R. Fraser-Jenkins [21], утверждавшим совершенную идентичность *D. liliana* и *D. aemula*, т. к. они отличаются еще по некоторым морфологическим (форма листовой пластинки, рахиса, чешуе и опущению), анатомическим (число проводящих пучков соответственно 5 и 3), биохимическим (наличие у *D. aemula* запаха кумарина, отсутствие его у *D. liliana*) признакам и по хорологии. Поэтому *D. liliana* мы принимаем в качестве подвида *D. aemula*.

4. По современным представлениям, *D. aemula* является атлантическо-колхицким видом, иррадиющим также в северо-восток Турции [21], являющимся убежищем для ряда атлантических видов.

5. *D. aemula* вычленился, по-видимому, из *D. dilatata*, быть может, еще в третичный период, в обстановке сравнительно влажных прибрежий Атлантики. Примерно в миоцене (возможно, в сармате) получил возможность мигрировать на восток, вплоть до Колхида. Последовавшее в постмиоцене ухудшение климата обусловило колоссальный разрыв в ареале *D. aemula*. Помимо этого, можно предположить, что он как потенциальный диплоид, был предком тетраплоидных видов "игольчатых папоротников".

### Литература

1. Вгайн А. Betrachtungen üb. d. Erscheinung d. Verjungung. In: d. Natur, S. 329, 1850.
2. Luerssen Ch. In: L. Rabenhorst, Kryptogamen-Flora (Pteridophyta): 394—403, Leipzig, 1889.
3. Manton I. Problems of cytology and evolution in the Pteridophyta, Cambridge, 1950.
4. Jalas J., Suominen I. Atlas Flora Europaea. Pteridophyta. Helsinki, 1972.
5. Döpp N. Planta, 29, 522, 1939.
6. Микеладзе И. А. Зам. сист. геогр. раст., вып. 23: 56. Тбилиси, 1963.
7. Аскеров А. М. "ДАН Азерб. ССР", № 8, 49—54, 1977.
8. Аскеров А. И. Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук, № 4, 3—7, 1978.
9. Henderson D. M. Filicales in Davis P. H. (ed.) Flora of Turkey 1: 38—63. Edinburgh, 1962.
10. Demiriz H. Rev. Fac. Sci. Univ. Istanbul Ser. B, t. 34, fas. 3—4, 137—181, 1969.
11. Патарая Л. М., Мемиадзе В. М. Изв. Батумского бот. сада, № 20, 56—58, 1974.
12. Голицын С. В. Fedde Repert.: 31, 21—25, 388, 1938.
13. Гроссгейм А. А. Флора Кавказа. Изд. 2-е, т. 1. Баку, 1939.
14. Сосновский Д. И. Флора Грузии. Изд. I, т. 1. АН Груз. ССР. Тбилиси, 1941.
15. Голицын С. В. Зам. сист. геогр. раст. вып. 10, 38—40. Тбилиси, 1941.
16. Гроссгейм А. А. Определитель растений Кавказа, "Сов. наука", М., 1949.
17. Дмитриева А. А. Определитель растений Аджарии. АН Груз. ССР. Тбилиси, 1960.
18. Колаковский А. А. Растительный мир Колхида, МГУ. 1961.
19. Долуханов А. Г. Папоротники. В кн. Определитель растений Грузии. т. I. "Мецинереба". Тбилиси, 1964.
20. Флора Грузии, т. 1. "Мецинереба". Тбилиси, 1971.
21. Fraser-Jenkins C. R. Fern. Gazet., II, 1:54, 1974.

Институт ботаники

Поступило 21. X 1981

<sup>1</sup> Гербарий Батумского ботанического сада.

1938 вэ 1959-чу иллэрдэ. Гафгаз флорасындан (Ачарија МССР) елм үчүн јени олан ики гыжы нөвү тәсвир олумушудур: *D. yopteris kemularia* Mikheil вэ *D. liliana* Golytz.

Сон иллэрдэ Ачаријадан топлаймыш материалларын, еләч дэ ССРИ-ниң гербариләрниң олар гыжыларын Гэрби Авропа өлкәләрнән алдыгымыз гербарий материаллары илә мүгајисәли ёјрәнилмәси иәтичәсендә айдынашырылмышыр ки, биринчи нөв Авропада кенин жајылан вэ 1850-чи илдэ А. Браун тәрәфиндән тәсвир едилмиш *Dryopteris remota* (A. Br.) Druce нөвү илә еңидир, одур ки, о бу нөвүн синоними һесаб едилмәлидир. *D. liliana* Golits. гыжысынын исә Атлантик адаларында жајылан вэ 191-ли илдэ О. Кунце тәрәфиндән арашырылмыш *Dryopteris aemula* (Alt.). Кунце илә флорокенетик әлагәсін вэ охшарлығы ашкар олумушудур. О ахырынды нөвүн жарымнөвү кими гәбул едилмәтидир: *D. aemula* fssp. *liliana* (Golits.) A. Asker., comb. nov.

Беләлик э, ики нөв гыжынын тимса ында Гэрби Авропа вэ Колхидада птеридофлоралары арасында флорокенетик әлагә олмасы мүәжжән едилмишdir.

Мәгадәдә һәр ики таксонун Адропада вэ Гафгазда ёјрәнилмә тарихи, жајылмасы, бәзин морфологи сәчијәси, тетгиг едилмиш гербарий нұмуналәрнин сијаһысы вэ һәр ики нөвүн үмуми жајылмасыны көстәрән хәритә верялмишdir.

А. М. Аскеров

## TWO NEW FERN SPECIES FOR FLORA OF THE USSR FROM THE CAUCASUS

As a result of comparative study of our herbarium materials collected in Kolchida during 1978—81 and those kept in herbaria of the Soviet Union with the species obtained from different offices of Europe, it is recognized that *Dryopteris kemularia* Mikheil described in Adjaria in 1959 is identical to European species *D. remota* (A. Br.) Druce. Besides that, *Dryopteris liliana* Golytz, also described in Adjaria by S. V. Golytzin was brought down to subspecies rank of Atlantic *D. aemula* (Alt.) O. Kuntze.

In the present article the history of their study both in the Caucasus and in Europe is reviewed. Their range and all observed herbarium specimens including our new collection with indication to places of their storage are given. The map of both taxons range is applied.

АЗЭРБАЙЧАН ССР ЕЛМЛЭР АКАДЕМИЯСЫНЫН МЭРУЗЭЛЭРИ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ ССР

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 9

1982

НУМИЗМАТИКА

М. А. СЕПФЕДДИНН, А. Б. НУРИЕВ, А. Г. ФАЗИЛИ  
НОВЫЙ САСАНИДСКИЙ КЛАД ИЗ СЕЛА БАГЫРЛЫ  
ШЕМАХИНСКОГО РАЙОНА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. З. Джазаровым)

В 1975 г. археологическая экспедиция под руководством А. Б. Нуриева в Шемахинском районе с Багырлы в местности «Шаргах» произвела археологические раскопки в трех квадратах. В первом квадрате—длина 2 м 30 см было обнаружено кувшинное погребение № 2. Среди археологических предметов в ряде склепов был обнаружен клад сасанидских монет—драхм и медных монет. Всего 133 монеты в маленьком кувшине. После очистки монет оказалось 4 драхмы Валакса (484—488 г. г.), 50 монет Кубада I (484, 488—497, 499—533 г. г.), 15 монет Перуза (457—459—484) и 64 монеты Хосрова I (531—579 г. г.). После взвешивания определено, что 3,82 г. максимальный вес; 2,97 г.—минимальный. В табл. 1, 2, 3 дается описание и характеристика некоторых, наиболее хорошо сохранившихся монет данного клада.

Почерки на монетах Сасанидов. Иб Надим в книге «Аль-Фахраст» [1] сообщает, что в государстве Сасанидов существовал алфавит семи видов. Один из них назывался «кестедж» или «куште дебире». По рассказу автора, в «кестедже» 28 букв. Все государственные торговые договоры, фирман для сдачи «тиюла», а также государственная печать правителей Сасанидов и чеканка динаров и драхмы издавались и чеканились алфавитом «кестедж» [2].

Этот алфавит является самым древним. Поэтому развитие алфавита «кестедж» можно разделить на 3 этапа.

I. Алфавит «кестедж» в период Ахаменидов. В период Ахаменидов одновременно основным почерком является «михи», встречается и «кестедж» [3]. Монеты Бугдада I (III в. до н. э.) и монеты Дара II (I в. до н. э.), а также печати ахаменидского периода чеканились на алфавите «кестедж».

II. «Кестедж» парфянского периода. Монеты парфянского царя Валама I (51—77 до н. э.), Валама II (77—146 н. э.), Метердада IV (130—146 н. э.), Валама III (147—191 н. э.) и Валама IV (191—207 н. э.) чеканились «кестеджем» [4].

В области Иранского Курдистана, в городе Ураман, найдены каменные надписи, высеченные алфавитом «кестедж» парфянского периода [5].

III. «Кестедж» в период Сасанидов. Монеты, чеканенные от имени Сасанидского шахиншаха, государственная печать чеканилась «кестеджем» [6].

Герцфельд издал эпиграфические надписи сасанидских царей Шапура II и Шапура III, высеченные кестеджом Керман шаха в Таг-и-Бостан [7].

1	НУМЕР МОНЕТЫ	ДАТА ЧЕКАЧА	МЕСТО ЧЕКАЧА				МЕДАЛЬ	Вес гр	d мм	ОБЛАСТЬ
			2	3	4	5				
3	ПЕРУЗ	459-484	BLH	—	БЛЖ	ДИЛМА	2,59	27	ХОРАСАН	
4	“	“	NAH	—	НАХИЧЕВАНЬ	ДРАХМА	3,50	28	АЖАРЫАНДИАН	
6	“	“	NAH	—	“	“	3,34	28	“	
10	“	“	ST	—	СТАХР	“	3,30	26-27	ФАРС.	
11	“	“	“	—	“	“	2,79	25-27	“	
12	“	“	SIZAJTA	—	СИАЖТА	“	2,89	27-28	СИСТАН	
14	ВАЛАКС	484-488	ATRA	—	АТРАПАТЕН	“	3,53	27	АЗЕРБАЙДЖАН	
15	ИВАД	488-497	ATRA	—	“	“	3,07	28	“	
16	“	“	“	—	“	“	3,80	27	“	
17	“	“	MRW	—	ТАРВ	“	3,56	27	ХОРАСАН	
18	“	“	“	—	“	“	3,56	27	“	
19	“	“	BJKA	—	БАСРА	“	3,41	27	ДИНИЯЛ	
20	“	“	shi	—	ШИРАДЖАН	“	3,70	28	КИРМАН	
21	“	“	ZR	—	ЗАРАНДИН	“	3,39	28	СИСТАН	
22	“	“	AIR	—	СУС	“	2,78	27	ФАРС.	
23	“	“	MR	—	ТАРВ	“	3,60	30	ХИРАЛАН	
24	“	“	ATR	—	АТРАПАТЕН	“	3,20	26-29	АЖАРЫАНДИАН	
25	“	“	III	—	ТАРВ	“	3,92	29	ХИРАЛАН	
29	“	“	BJIO	—	БИРАМЛУБАД	“	3,56	29	ИЛАК	
31	“	“	BJR	—	БАСРА	“	3,08	27-27	ДИНИЯЛ	
34	“	“	AIRA	—	СУС	“	3,75	27	ФАРС.	
36	“	“	KVAT	—	ФИРУЗ-ИВАД	“	3,50	26	АРРАН	
37	“	“	ATKA	—	АТРАПАТЕН	“	3,61	27	АЖАРЫАНДИАН	
38	“	“	—	—	“	“	3,08	27	“	
42	“	“	AIK	—	СУС	“	3,66	29	ФАРС.	

Таблица

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
43	II	II	DAIRAV	دایریا	ДАРВИШ	II	3.60	27	ФАРС
44	II	II	AIR	س	СУС	II	3.60	28-29	II
47	II	II	DAIR	دایر	ДАРИ	II	3.63	29	ХОРАСАН
48	II	II	ZANH	زنه	ЗАНН	II	3.29	27	АЗЕРБАЙДЖАН
49	II	II	AIR	س	СУС	II	3.59	29	ФАРС
50	НВАД	488-497	AIR	س	СУС	ДРАХТА	3.50	28	ФАРС
52	II	II	BLH	بلخ	ДРАХТА	3.49	27	ХОРАСАН	
53	ХОССЮ	531-570	PSHT	پشتو	ДЛШТ. ПШШАН	II	3.40	27	ИРАК
54	II	II	NH	نہ	НАХАВАНД	II	3.66	27	ДЖИБАЛ
55	II	II	RD	رد	РД	II	3.65	27-28	II
56	II	II	RD	رد	РД	II	3.05	27-28	II
57	II	II	APR	عمر	АБРАШАХР	II	3.95	28	ХОРАСАН
58	II	II	NAH	ناہ	НАХИЧЕВАНЬ	II	3.09	30-31	АЗЕРБАЙДЖАН
59	II	II	AIR	س	СУС	II	3.00	27	ФАРС
60	II	II	ANH	انہ	ХАПАДАН	II	3.10	27	ДЖИБАЛ
61	II	II	AIR	س	СУС	II	3.70	28-30	ФАРС
64	II	II	NAH	ناہ	НАХИЧЕВАНЬ	II	3.78	30-31	АЗЕРБАЙДЖАН
66	II	II	MUR	مۇر	НАХР-ТИР	БРОНЗ	3.79	30	ХУЗИСТАН
67	II	II	BLH	بلخ	БАЛХ	II	3.79	27-28	ХОРАСАН
68	II	II	AIR	س	СУС	II	3.85	31	ФАРС
69	II	II	DA	د	ДАРАБЖИРД	ДРАХТА	3.29	29	ФАРС
71	II	II	ZR	ز	ЗАРАНДЖ	БРОНЗ	3.69	28-30	СИСТАН
72	II	II	MR	م	ТАРВ	ДРАХТА	3.09	29	ХОРАСАН
73	II	II	NAH	ناہ	НАХИЧЕВАНЬ	БРОНЗ	3.93	26-27	АЗЕРБАЙДЖАН
74	II	II	DR	د	ДАРАБЖИРД	ДРАХТА	3.67	26	ФАРС
77	II	II	ZR	ز	ЗАРАНДЖ	II	3.90	26-27	СИСТАН
78	II	II	AIR	س	СУС	II	3.69	28-29	ФАРС

Прод. таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
74	II	II	RD	رد	ДРАХТА	II	3.30	30	ДЖИБАЛ
80	II	II	RD	رد	ДРАХТА	II	3.69	29-32	ДЖИБАЛ
81	II	II	RD	رد	ДРАХТА	II	3.58	29-31	ФАРС
82	II	II	RD	رد	ДРАХТА	II	3.10	28	II
83	II	II	RD	رد	ДРАХТА	II	3.69	28	ИРАК
84	III	III	RD	رد	ДРАХТА	III	3.29	29-28	ДЖИБАЛ
85	II	II	ZR	ز	ЗАРАНДЖ	БРОНЗ	3.79	29-28	ИРАК
87	II	II	AIR	س	СУС	ДРАХТА	3.49	29	ФАРС
88	II	II	AIR	س	СУС	ДРАХТА	3.29	28	II
89	II	II	ZR	ز	ЗАРАНДЖ	II	3.59	27-30	СИСТАН
91	II	II	AIR	س	СУС	ДРАХТА	II	3.50	27
92	II	II	?	؟	?	?	3.60	27-28	-
93	II	II	AIR	س	СУС	ДРАХТА	II	3.93	28-29
94	II	II	NAH	ناہ	НАХИЧЕВАНЬ	ДРАХТА	II	3.73	28-29
95	II	II	APR	عمر	АБРАШАХР	ДРАХТА	II	3.93	29
97	II	II	NAH	ناہ	НАХАВАНД	ДРАХТА	II	3.79	27-28
99	II	II	AIR	س	СУС	ДРАХТА	II	3.96	30
100	II	II	ZR	ز	ЗАРАНДЖ	ДРАХТА	II	3.16	28
102	II	II	ST	ست	СТАХР	ДРАХТА	II	3.96	28-29
104	II	II	NH	ناہ	НАХАВАНД	ДРАХТА	II	3.03	27-28
105	II	II	NHJA	ناہجا	НАНДЖА	ДРАХТА	II	3.83	28-29
106	II	II	RD	رد	РД	ДРАХТА	II	3.72	28-29
107	II	II	ST	ست	СТАХР	ДРАХТА	II	3.89	28
108	II	II	TA	ت	ТАРВ	ДРАХТА	II	3.70	25-27
109	II	II	ATRA	اترا	АТРАПАТОН	ДРАХТА	II	3.64	26-27
110	II	II	TA	ت	ТАРВ	ДРАХТА	II	3.67	27
112	II	II	NRA	نرا	ХЕРДАТ	ДРАХТА	II	2.97	29

Окон. таблицы

Сасанидские монеты чеканились из золота—динар, серебра—дракма и медный номинал ок. 16 г. медная тетрадрахма. Основную массу составляют серебряные драхмы двух весовых стандартов: раннего (монеты Папака, Шапура и монеты Арташира I наиболее ранних типов), равного серебряному стандарту монет Парса, несколько более позднего (монеты Арташира I поздних и всех последующих сасанидских царей), приравненного к так называемой античной драхме. Переход при Арташире I на биметаллическую систему (введение в обращение золотых динаров) вызывал несколько частных реформ веса драхмы [8].

Вес золотых сасанидских динаров в III—IV вв. был приравнен к весу римского ауреуса. В дальнейшем он был сильно снижен. Бронзовыесасанидские не имели устойчивого веса. Для раниесасанидской нумизматики характерна так называемая медная тетрадрахма (монета крупного медного номинала весом около 16 г.). Монеты из так называемого потина (бронза с примесью свинца). В течение III—IV вв. существовали следующие фракции драхмы: 1/2 и 1/6. Последняя называлась «данак» весом 0,6 г. Драхма равна  $0,6 \times 8 = 4,8$  г.

Для сасанидских монет характерны стабильные изображения на лицевой и оборотной сторонах. На лицевой стороне изображался пологрудный портрет шахиншаха вправо; обращенная влево голова является изображением царя вассального, но имеющего право чеканить свою монету; обращенная вправо характеризует его независимость. Иногда на лицевой стороне изображался Шахиншах и наследник престола или тройной портрет (характерен только для монет Варахрана II) Шахиншах, его жена и наследник престола [8]. В круговой легенде чеканились, как правило, имя и официальный титул Шахиншаха. На об. ст. со времен царствования Шапура I (241—272) и до конца эпохи Сасанидов, изображался аташдан (алтарь огня): колонна с базой и капителью в виде нескольких прямоугольных плит и языками пламени над капителью. По сторонам аташдана изображались фигуры Шахиншаха и различных божеств (Ахура Мазды, Митры, А呐хиты). Сцена, изображавшаяся на об. стороне, представляла собой происходящую в коронационном храме божественную инвеституру верховными божествами зороастризма царей на власть в Иране, помимо формулы легенды об. ст., дающей название храма [9].

Фигуры царя и различных божеств ясно распознаются на об. ст. всех сасанидских монет, вплоть до правления Хормизда II (303—309), композиция не изменяется, но в пламени алтаря появляется изображение головы божества. Те же изображения характерны для об. ст. монет Арташира II (379—383), Шапура III (383—388) и Валакса (484—488).

Итак, для всех сасанидских монет в пределах одного царствования характерна стабильность основных компонентов, составляющих л. ст. (корона, другие инсигнии власти, легенда) и об. ст. (аташдан, фигуры божеств и царя, легенда). На раниесасанидских монетах, как правило, не обозначались марки монетных дворов. Они эпизодически появляются, начиная с правления Варахрана II (276—293), но становятся обязательными лишь с V в.

Таким образом, из указанных данных видно следующее:

1. На раниесасанидских монетах, как правило, марки монетных дворов эпизодически появляются, начиная с правления Варахрана II; но становятся обязательными лишь с V в.

2. Из состава клада видно, что монеты, чеканенные на монетных дворах Азербайджана, в денежном обращении были равны покупательной способности продукции других монетных дворов сасанидского периода, т. к. продукция монетных дворов Азербайджана обращалась в торговых отношениях с другими монетами подвластными территориями Сасанидов.

3. В нумизматической литературе было отмечено, что монеты эпохи Сасанидов чеканились на алфавите «пехлеви». Таким образом мы видим, что в государстве Сасанидов существовал алфавит семи видов. Один из них «кестедж», на котором печатались все государственные и тельной способности продукции других монетных дворов сасанидского алфавите «кестедж».

### Литература

1. Иби аи-Надим ал-Фухраст, стр. 13, Лейпциг, 1871; Хамзат бен Хасан Исфахани ат-Тамбих ала Худус ал-Тасхиф. 2. Мухаммед Садиг Кия, Кушта дабира, стр. 5. Тегеран, 1314 г. х. 3. Садиг Кия, там же. 4. Wroth W. Catalogue of the Coins of Parthia. См. С. Кия, стр. 15. 5. Herzfeld. Paikuli I, p. 83, см. С. Кия, стр. 17. 6. Рора. A surv. of Pers. art, IV, pl. 253; Herzfeld. Paikuli art, VIII, pl. 140. 7. Paruck F. D. J. Sassanian Coin, numismatic pahlavi alphabet, p. 1, 24—27; Herzfeld. Paikuli art, VIII, Inx I, Figs. 40—41, Inx II, pl. 94. 8. Луконин В. Г. Культура сасанидского Ирана, стр. 151, 1969. 9. Луконин В. Г. Ук. раб., стр. 227, табл. VII, 1969.

Институт истории

Поступило 20. V 1981

М. Э. Сејфеддини, А. В. Нуриев, А. Н. Фазили

### ШАМАХЫ РАЙОНУ БАГЫРЛЫ ҚӘНДИНДӘН ТАПЫЛМЫШ САСАНИ ДӘФИНӘСИ

1975-чи илдә Шамахы району Багырлы қәндиини еразисинде «Шәрқа» адланан јердә археологи газынты пәтичесинде 133 әдәд драхма вә мис сиккәләрниңдән ибарәт Сасани дәфинәси тапылмышыр. Сиккәләр тәмізләндикдән соңра онларын 4 әдәди Валаксын, 50 әдәди I Губадын, 15 әдәди Фирузун вә-64 әдәдінин исә I Хосров Энүширәванин адындан зәрб едилмәсі мүәјжидәшдирмешдір. Сиккәләрин мәкенимум чәкиси 3,82, минимум чәкиси 2,97 грама бәрабәрдір.

М. А. Seifeddini, A. B. Nuriev, A. N. Fazili

### NEW SASSANIAN TREASURE FROM THE VILLAGE OF BAGIRLI OF SHEMAKHA DISTRICT

In 1975 the treasure of Sassanian coins was revealed by the archaeological excavations: drachms and copper coins in a little jug with 133 coins. After cleaning of the coins it turned out that 4 drachms were coins of Valax, 50 coins—of Kubad I, 15 coins—of Peruz and 64 coins—of Khosrov I Anushirvan.

It is defined that maximum weight is about 3.82 g, minimum is 2.97 g.

The description and the characteristic of some more well preserved coins of that treasure are given in the tables I, II, III. The relief minted on these coins in the table I, IV.

РИЈАЗИ ДИЛЧИЛИК

Н. М. РӘШИДОВ, Э. Ш. ТАҢИРЗАДӘ, Ч. Э. РӘЙМАНОВ

**МӘ'ЛУМАТ НӘЗӘРИЈӘСИННИН АЗӘРБАЙЧАН ӘЛИФБАСЫНА  
ТӘТБИГИ («КИТАБИ-ДӘДӘ ГОРГУД»УН МАТЕРИАЛЛАРЫ  
ӘСАСЫНДА)**

(Азәрбајҹан ССР ЕА академики М. Ш. Ширәлиев тәгдим етмишdir)

Дилин кәмијјэт ҳассәләринин өјрәнилмәснинде ријази үсуулларын ро-  
лу бөјүкдүр. Онун арашдырылмасында бу үсууллар артыг кениш тәтбиг  
едилir. Диlчиликклә ријазијјатын говушмасы јени бир елми истигамәти-  
ријази диlчилиji јаратышдыr. Ријази диlчилик бир елм кими форми-  
лашышдыr вә онун проблемләri илә мәшгүл олан чохlu елми мәркәз-  
ләr, лабораторијалар, бөлмәләr фәалијјэт көстәриr. Азәрбајҹанда бу  
саhә илә мәшгүл олан груп Азәрбајҹан ССР ЕА Нәсими адына Диlчилик  
Институтунун мүасир Азәрбајҹан дили шө'бәсийнде јарадылышыdыr. Һә-  
минн груп диlимизин тезлик вә экс лүгәтләrinни һазырламышдыr. Ийди  
бурада автоматик тәрчүмә проблеми үзәриндә иш кедир.

Ријази диlчилиkcдә ријазијјатын даhа чох истифадә едиләni саhәni  
еhтимал нәзәријәsi вә ријази статистикадыr. Бу ики голун тәтбиги ди-  
лә данышмаг үчүn лазым кәләn сөзләrin минимал саjыны, мәтидә эн  
чох ишләнәn сөзләrin, һәрфләrin, морфемләrin, фонемләrin тапылма-  
сы вә с. һаггында бир сыра мүhум иетичәләr әлдә етмәjе имкан верир.

Һәрфләrin статистикасынын өјрәнилмәsi дил арашдырмаларында,  
мәтбәэ ишләrinidә, автоматик тәрчүmә вә ахтарыш системләrinde чох  
вачибdir.

Әrәb әлифбасында јазылыш гәdim јазылы абиdәlәrin алимләr тә-  
рәfinidәn мүхтәлиf чүr охунмасы вә транслитерасијасы, бу эsәrlәrin  
bә'zиләrinin тәngidi мәtiинин јохлугу, онларын әlјazma шәklindә  
choхlu нүхә фәргләrinin мөvchudluгу јанлыshыglara кәtiриb чыхар-  
ышдыr. Һәminn јанлыshыglary арадан галдыrmag үчүn абиdәlәr rи-  
јази диlчилиji сои иетичәlәrin тәtbiг etmәk чох кәrәkliidir. Елә  
бу мәgsәdlә dә Азәrbaјҹan әdәbiyätynн gәdim јазылы абиdәsi «Кита-  
би-Дәdә-Горгуд»da (Һәmid Aраслынын нәshri, 1962-чи ил) һәrфләrin  
статистикасыны өјrәnmәjә чалышмышиg.

Мә'лumatын тә'jини вә ваһиди. Мә'лumat алымыш билиk, јахуд дә-  
лил һаггында хәbәrdir; өјrәnmә вә ja мұshaһидә ѡolu илә әлдә еdilmis  
jениlliklәr, фактлар, субутлардыr.

Мә'лumat adәtәn J һәrfi илә iшarә ediliр вә kәmiјjätçә термодинамика-  
mikada тә'jin olunan физики ентropiјa илә сых бағlydyr. Ona көrә dә  
mә'lu маты kәmiјjätçә ifadә etmәk үчүn мүejjәni elementini (biздә: iшarәni)  
raстkәlmә ehtimalyni ( $P$ ) билмәk кифајjätdir. Tутаг ки,  $j$ -чи  
һәrfi ( $j=1,2,3\dots$  ehtimalы  $P_j$ -dir). Bu заман һәr һәrfi дүшәni орta mә'-  
lumat Shennion дүстурuna ujgүn белә несablanыr:

$$J = -\kappa \sum_{i=1}^n p_i l g p_i \quad (1)$$

Бурада  $n$  соиlu саjда элементин (iшarәni) саjыдыr. Mә'lu matы  
iкiliк ваһidlә (bitlә) көstәrmәk tәlәb olunsa, онда  $K=3,32$  olur.

Әkәr логарифм әsасыни 2 гәbul etcәk, онда  $K=1$  olur wә (1) дүстуру  
bu haala дүшүр вә mә'lu mat jenә dә bitlә olchulupr:

$$J = -\log_2 p. \quad (1a)$$

Mә'lu matыni әliфbaјa мүnасibәti. Iстиfadә etdijimiz mә'lu matыni  
hejli hissesi дил vasitесiilә veriliр. ShiFaһi nittgә эn sadә iшarәlәr  
(«символ» әwәzinе «iшarә» iшlәdәcәjik) fonemlәr саjыlyr, jazyly  
nittgә исә bu iшarәlәr hәrflәrdiр. Jazylы chumlaen iñzәrdәn kecirek  
wә bu chumlәdәki mә'lu matыni migdarыny neсablamaча chalышag. K. Shennion  
wә bашgalary тәrәfinidәn tәdgig olunmuş bu mүrәkkәb mәsәlәniin  
chox bөjүk tәchrubi әhәmijjәti vardyr. Biз mәsәlәniin ančag statistik  
tәrәfinә baxыryg; chumlaen iñ dәrәcәdә gijmәtli oldugunu исә mә'lu  
mat iñzәrijjәsinin kөmәji ilә tә'jin eдә bilmirik.

Umumiijjätla, mә'lu mat iñzәrijjәsinin әliфbaјa тәtbiги үzә bir  
syra iшlәr kөrүlmүшdүr. Muasir Azәrbaјҹan diliniä and bә'zi mәnt-  
lәri A. A. Axundov «Azәrbaјҹan dilinin fonemlәr sistemi» әsәrinde  
statistik tәhiliл etmiшdir.

Juharyda kөstәrdijimiz kimi, hәrflәrә chumlaen gurulushunu tәsh-  
kil edәni iшarәlәr kimi baxa bilәrik. Mәsәlәni, iкiliс әliфbasы 27  
iшarәdәn — 26 hәrf, ustekәl сөzlәr aрасыndakы aradan (—) iba-  
rәtdiр. Әkәr bu 27 iшarә aprior ejni ehtimallydsyrsa, онда dejә bi-  
lәrik ki, N hәrfdәn ibarәt oлан chumlәdәki mә'lu mat iкiliк ваһidlә  
(1a) дүsturu ilә

$$J_N = N \log_2 27$$

olapar wә jaхud һәr һәrf

$$\bar{J}_0 = \log_2 27 = 4,76$$

bit дүшәр.

«Dәdә Горгуд» mәtiләri исә 32 iшarәdәn — 31 hәrf (ж rast ka-  
linmәdiyi үчүn onu iñzәrә almyryg), ustekәl сөzlәr aрасыndan iba-  
rәtdiр. Әkәr bu 32 iшarәni aprior ejni ehtimally gәbul etcәk, онда  
N hәrfdәn ibarәt chumlәdә iкiliк ваһidlә (bitlә).

$$J_N = N \log_2 32$$

gәdәr mә'lu mat olapar, jaхud һәr iшarәjә orta neсabla

$$J_0 = \log_2 32 = 5$$

bit mә'lu mat дүшәr. Bu ѡollа alymыш chavaby doғru сajmag olmas. Чүnki istәniilәn dildә wә sechiлиш mәtiдә iшarәlәr muхtәlif ehtimallla mejdana chыхыr. Елә bu dәliili iñzәrә alaraq, «Dәdә-Горгуд»dan  
hәcmi 23.000 iшarәdәn ibarәt mәti вә kontekstlәr (mәtiin mә'нача  
bitkii hissesi) kөtүrүlmүшdүr. Neсablama заманы mәtiдәki ajry-ajry  
iшarәlәrin саjы тапылыш, соира исә bu alymыш әdәdlәr onlарын  
tam саjыna bөlүnүшdүr. Belәliklә, iшarәlәrin raстkәlmә ehtimalы  
mүejjәni eдilmishdir. (Чәdvәl.)

Чәdvәldәn kөrүndүjү kimi, iшarәlәr ejni aprior ehtimally de-  
jildiр. Belә haal үчүn оrta neсabla bir iшarәjә дүшәni mә'lu mat (1)  
dүsturu ilә tә'jin olunur. Bu дүstura әsасen iкiliс әliфbasыnda һәr  
hәrfә дүшәni оrta mә'lu mat  $J=4,03$  bitdir. «Dәdә-Горгуд» mәtiләrin  
hәmin дүsturu тәtbiг ediб, чәdvәldәki ietichәlәrdәn iстиfadә etcәk,  
bir iшarәjә дүшәni оrta mә'lu mat  $J=3,34$  bit olapar.

Tәbii dilin сөzlәrinidә iшarәlәr aрасыndan mүejjәni baғlylyg olur  
ki, bu da sechmәjә әlavә mәhdudijjәt gojur. Istәniilәn әlavә шәrt, mәh-

дудијјет исә ентропијанын азалмасына кәтириб чыхарыр. Тә'јин етди-  
јимиз һәр һәрфә дүшән мә'луматын орта гијмәти јухары сәрһәддир.

Чәдвал

«Дәдә-Горгуд» дилиндә ишарәләриң] расткәлмә  
Р сәтималы вә— $\log_{10}$  Р-ниң гијмәти

Ишарә	$P$ сәтималы	$P \cdot 100$	$-\log_{10} P$
ара	0,1476	14,76	0,8309
А	0,1088	10,88	0,9633
Н	0,07017	7,017	1,1547
Э	0,056184	5,618	1,2504
И	0,05456	5,456	1,2635
Д	0,052543	5,254	1,2797
Р	0,052188	5,218	1,2826
Л	0,0488103	4,881	1,3115
Ы	0,0413609	4,136	1,3836
Ж	0,0324112	3,241	1,4893
Ү	0,02750	2,750	1,5606
С	0,02644	2,644	1,5777
Б	0,0289	2,289	1,6403
М	0,022644	2,264	1,6451
Г	0,02236	2,223	1,6552
О	0,02114	2,114	1,6749
Ү	0,01500	1,500	1,824
Х	0,01482	1,482	1,8292
Т	0,014473	1,447	1,8395
З	0,013811	1,381	1,8598
Ғ	0,012236	1,223	1,9124
К	0,0122	1,22	1,913
Ш	0,010087	1,008	1,9963
Қ,Ә	0,01	1	2,00
Е	0,008602	0,86	2,056
Ч	0,0081578	0,815	1,0885
Җ	0,006886	0,688	2,162
В	0,00557	0,557	2,2541
П	0,0030264	0,302	2,5191
Һ	0,0028903	0,2809	2,5391
Ф	0,002236	0,223	2,6505

Ишарәләриң үзәринә ғојулан мұхтәлиф мәңдудијјәтләр артдығча онларын һәр биринә дүшән орта мә'лumat азалыр вә тәгрибән 1÷2 бит тәртибиндә олур. Чәдвәлдән көрүнүр ки, XIII јүзиллик Азәрбајҹан дилиндә ара (—), А, Н, Э, И, Д, Р, Л, Ы ән чох ишләнән ишарәләр дәндир.

Н. М. Рашидов, А. Ш. Тагирзаде, Дж. А. Рахманов

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ К АЗЕРБАЙДЖАНСКОМУ  
АЛФАВИТУ (НА МАТЕРИАЛЕ «КИТАБИ-ДЕДЕ КОРКУТ»)

Используя тексты из книги «Китаби-Деде Коркут» (издание Г. Араслы, 1962 г.) объемом 23 000 символов, найдена вероятность появления их в языке памятника. Установлено, что с наибольшей вероятностью появляются следующие символы: промежуток между словами (—), А, Н, Э, И, Д, Р, Л, Ы. Средняя информация на один символ равна 3,34 бит.

N. M. Rashidov, A. Sh. Tahirzade, Dj. A. Rahmanov

APPLICATION OF THE INFORMATION THEORY TO THE AZERBAIJAN ALPHABET (BASED ON THE MATERIAL OF „KITABI DEDE KORKUT“)

Analysing a 23,000 symbols-long specimen from the „Kitabi Dede Korkut“ (edited by H. Arasly, 1962) the probability of their appearance in the language of monument has been found. It is established that the probability of appearance of the symbols: interval between words (—), А, Н, Э, И, Д, Р, Л and Ы—is the highest. The average Information per symbol is equal to 3.34 bits.

## М. И. ШЭМСИ

## ФРАНСА ШЭРГШУНАСЫ АЗЭРБАЙЧАН ДИЛИ ҺАГГЫНДА

(Азэрбајчан ССР ЕА академики Э. С. Сумбатзадэ төгдим етмишдир)

Франса шэргшунасы П. Амде Жобер (1779—1847) Һиндистана һэрби сэфэр арзусунда олан император I Наполеонун көстәриши эсасында 1805-чи илдэ ики дөвләт арасында дипломатик элагэ јаратмаг мэгсэдийлэ Ирана көлмишдир. О, Ермәнистан вэ Түркијәдэн кечэрэк, Азэрбајчанын Тәбриз, Хој вэ бир нечэ муһум шәһәрләрнед олмуш, Шаһзадэ Аббас Мирзэ илэ көрүшмәк учун Әрдәбил щәһәринэ кетмишдир. Амде Жобер, соңра Техрана кедэрэк, Иран һөкмдары Фәтәли шаһла көрүшмүш вэ бир мүддәт Иран сарајында гонаг галмыш, бир сырда дөвләт хадимләри вэ алимләрлә, јахындан таныш олмушду.

П. Амде Жобер сијаси мэ'мурийјәтини јеринэ јетирдикдән соңра Франса гајытмүш вэ 1821-чи илдэ «Мусафирэт дэр Ермәнистан вэ Иран» (Ермәнистана вэ Ирана сэфэр) адлы китабыны јазмышдыр. Эсас е'тибары илэ дилчи вэ тарихшунас олан Жобер өз эсәриндэ бир сырда мараглы һадисәләрлә јанаши, Азэрбајчан халгынын гонагпәрвәрлиji вэ хүсүсилә, Азэрбајчан дилинин әһәмийјәти һаггында мараглы вэ фајдалы мэ'лумат вермишдир. О јазыр: «Иран вилајәтләринин бир нечесиндэ Азэрбајчан дилиндә данышмаг вэ јазмаг эсас сајылдығы учун күман етмәк олар ки, бу милли дил мүәյҗән бир зәурүрәтин иәтичәси олараг мејдана көлмишдир..» «Азэрбајчан дилинә ади шәхсләрдән даһа артыг савадлы шәхсләр мараг көстәрир». (2. Сәh. 224).

Амде Жобер, Иран дахилиндэ Азэрбајчан дилинин јајылмасыны, јазышмаларын вэ данышыгларын һәмин дилдэ апарылмасыны гејд едәрәк, көстәрир ки, Азэрбајчан дилинин фарс вэ әраб дилләри илэ һеч бир бағлылығы јохдур. Азэрбајчан дилиндә данышмағы бачаран вэ бу дилә артыг мараг көстәрән мүәллиф гејд едир ки, Азэрбајчан дилиндәкі сәрбәст данышыглар өз аһәнкдарлығы нөгтеји-нәзәрийән Шәргин ән јаҳши дилләриндән биридир (2. Сәh. 224).

П. Амде Жобер Азэрбајчан дилинин ёјрәнилмәсиини иеники јалинзы дилчиләрә, һәм дә тарихчиләрә вэ шэргшунаслара да мәсләһәт көрәрәк јазыр: «Бу дил тәкчә дилчилек вэ тарихшунаслыг нөгтеји-нәзәрийәндејил, ёни заманда Шәргдә јекан юници мөнгөн дилдир. Бу дилдә дамыша биләйләр Иранын бүтүн гәрб вилајәтләре вэ һәтта Хәзәр дәнизи саһилләрини белә сэфэр едә биләрләр». (2. Сәh. 225).

П. Амде Жобер јазыр ки, Фирдовси, Сә'ди вэ Һафизлә мүгајисә етмәк олмаса да, азэрбајчанлылар сырасында мәнир шайрләр вэ истеддадлы јазычылар да чохдур. Оиларын дин, тарих, чөгрифия вэ тәбиэт елмләрина ианд эсәрләри дә вардыр. О, ахырда гејд едир ки, шаһ, назир вэ дөвләт һакимләрини мәркәзи олан Иран сарајында белә Азэрбајчан дилиндән башга айры дилдә дамышмылар. (2. Сәh. 225—226). Мүәл-

лифиин бу мүддәсасы мөасири охучуларын иәзәрийәт мүбалигә һесаб олунадиләр, лакин Гачарларын ана дилләрини Азэрбајчан дили олмасыны иәзәрә алдыгда, ону бир һәгигәт кими гәбул етмәк мүмкүнүдүр.

П. А. Жобер, 1822-чи илдэ Азэрбајчан дилинин грамматикасына даир «Дәстур-е забан-е торки» (Түрк сөзү. П. А. Жоберин јох, фарс тәрчүмәчинин сөзүдүр, чүники фарслар чәнуби азэрбајчанлылары түрк адлаандырылар) адлы эсәрини јазыб иәшр етдиришидир. О, соңралар Парисдәки Шәргшунаслыг Институтунун директору вәзиғәсүндә чалышмыш вэ 1847-чи илдэ вәфат етмишдир.

Амде Жоберин муасири, көркәмли рус шаири М. Ж. Лермонтов (1814—1841) бир иечә Азэрбајчан шәһәрләрнед олмуш вэ Азэрбајчан дили һаггында өз тәэссүратыны белә изән етмишдир: Авропада Франсыз дили кими, Асијада да Азэрбајчан дили зәрури бир дилдир. (3. Сәh. 108—116).

Франса шэргшунасы Жоберин мүддәсасыны әсасландыран башга фактлардан бири дә 1869-чу илдән Тәбриз шәһәриндә фәәлийјәт көстәрән «Насири» адлы мәктәбдә башга фәннеләрлә јанаши, Азэрбајчан дилинин тәдрис едилдијини дә гејд етмәк олар. (4. Сәh. 40—41). Үмумијјәтлә, Җәнуби Азэрбајчан мәктәбләрнед дәрс вәсанти кими истифадә олунан фарс дилиндәкі дәрсликләр, тәдрис просессиндә мүәллим охујуб, шакирдләрин ана дилләрнед изән етмәс өзү дә бу дилин әһәмийјәтини көстәрән амилләрдән биридир. Лакин Рза шаһын 1927-чи илдәкі «мәариф исламаты» вэ «милли» дил шүары һаггындакы планы илә бу тәдрис методу да гадаған едилди.

Азэрбајчан әдәби дилинин инкишафында М. Ф. Ахундов, М. Шаһтактийски, Ф. Көчәрли вэ башга Азэрбајчан алимләринин көркәмли хидматләри вардыр. Џ. Арҗәнпур, Ахундовун Азэрбајчан әдәбијјатындакы тә'сири, Меллерин Франса вэ Гоголун Русија әдәбијјатындакы тә'сири гәдәр күчлү һесаб етмишдир. (5. Сәh. 350).

М. Ф. Ахундовун педагоги мәфкурәсүндән истигамәт алараг, Иранда үсули-чәдид мәктәбләрнин баниси олдуғу вэ әлифбаны сәс үсулу илә тәдрис етдији учун «Иран маарифинин атасы» адландырылан Мирзэ Һәсән Рүшдијә 1894-чу илдә иәшр етдириди «Вәтән дили» адлы дәрс китабы илә Җәнуби Азэрбајчан әдәби дилинин инкишафына бөյүк хидмат етмишдир. 1905—1911-чи илләри Мәшрутә ингилаби кедишиндә доғма Азэрбајчан дилинин тәдрисинә диггәт верен халг гәһрәмәни Сәттар ханын, бу дили тәдрис едән мүәллимләри вэ јаҳшы мәнимсәјән шакирдләри гызыл медалла тәлтиф етмәс дә тәсадүфи дејилләр. (6. 1946, № 7). Мәһіз буна көрәдир ки, Җәнуби Азэрбајчан халгы Пәһләви һакимијәти дөврүндә (1925—1978) ана дилиндәкі, тә'лим вэ тәһислии бәрпасы уғрунда дәфәләрлә мүбариζә апармыш вэ һәмишә инаадлы мүгавимәтә рас тәлмишдир.

Һәлә 176 ил бундан әvvәл Франса шэргшунасы вэ дикәр елм хадимләрнин диггәт мәркәзиндә дуран Азэрбајчан дили «Тәһислии ана дилиндә апарылмасыны» тә'кидлә гејд едән (1. Сәh. 142). В. И. Ленин идејасынын гәләбәси вэ Азэрбајчанда Совет һакимијәтинин гурулмасы илә даһа да инкишаф едәрәк, сәлис, аһәнкдар вэ әдәби чәһәтдән зәйнилләшмиш бир дилә чөврилмәшидир. Һазырда Азэрбајчан дили Шәргин ән көзәл әдәби, елми вэ ше'р дилләриндән бири һесаб олунур вэ орун ёјрәнилмәсиина башга халгларда да мараг ојадыр.

Азэрбајчан дили һаггында П. А. Жоберин мэ'луматына кәлдикдә ону әсасән, бу дилин әһәмийјәтинә даир илк мәнбә вэ мэ'лумат һесаб етмәк олар.

## Әдәбијат

1. В. И. Ленин. Полное собр. соч., т. 24, М., 1973.
  - ب. آمده ژوب، مسافرت در ارمنستان و ایران، تهران، ۱۹۷۸ (ترجمه علیقی اعتماد مقدم).
  3. Курбанишвили, И. Этапы развития азербайджано-русских литературных связей в XIX веке. Баку, 1964. 4.
  4. میرزا احمد تبریزی، تاریخ قدیم آذربایجان، تبریز، ۱۸۸۶.
  5. یحیی آرین پور، از صبا تا نیما، جلد اول، تهران، ۱۹۷۲.
  6. «آذربایجان» ژورنالی، باکی، ۱۹۳۶، نمره ۷.
- Жаһын әз Өртө Шәрг халглары институту
- Алшымышдыр 10. III. 1981

М. И. Шамси

## ФРАНЦУЗСКИЙ ВОСТОКОВЕД ОБ АЗЕРБАЙДЖАНСКОМ ЯЗЫКЕ

Французский востоковед П. Амде Жобер (1779—1847 гг.) по указу Наполеона I в 1805 г. через Арmenию и Турцию приехал в Южный Азербайджан. Посетив целый ряд городов этой области—Тебриз, Хой, Ардебиль и др.—он выехал в Тегеран с целью установления дипломатических связей между обоими государствами.

П. А. Жобер в 1821 г. написал книгу под названием «Mosaferat dar Ermanistan va Iran» («Путешествие в Арmenистан и Иран»), а в 1822 г. им была написана «Dastur-e zabani-e Torki» (Грамматика азербайджанского языка). В произведениях П. А. Жобера показано значение азербайджанского языка и указано на то, что этим языком пользуются в различных областях Ирана, особенно в иранском дворце. Он пишет: «Трудно сравнить азербайджанских литераторов с Фирдоуси, Саади, Хафизом, но и среди них есть достойные поэты и писатели, которые посвятили многие свои книги мусульманской вере, истории, географии, естествознанию».

Он оценил азербайджанский язык, «как один из прекраснейших и важных языков Востока».

M. I. Shamsi

## FRENCH ORIENTALIST ON THE AZERBAIJAN LANGUAGE

French orientalist P. A. Jober (1779—1847) went to South Azerbaijan via Armenia and Turkey by order of Napoleon I in 1805. Having visited a number of cities of this region—Tebris, Hoy, Ardebil etc., he left to Teheran with the aim of the establishment of the diplomatic relations between both countries.

P. Amde Jober wrote a book „Mosaferat dar Ermanistan va Iran“ („The Trip to Armenia and Iran“) in 1821 and in 1822 he wrote „Dastur-e zabani-e Torki“ („Azerbaijan Grammar“). In these works P. A. Jober showed the importance of the Azerbaijani language and pointed out that this language was used in various Iranian regions and especially in Iranian Palace. He wrote: „Azerbaijan writers can not be compared with Firdousi, Saadi, Hafti, but among them there are many worthy poets and writers who devoted many books to Moslem religion, history, geography and nature science“.

He appreciated the Azerbaijani language as one of the finest and important East languages.

## МУНДЭРИЧАТ

### Ријазијјат

- Ф. Г. Магсудов, М. М. Һүсейнов. Банах фәзасында кәсилемәз спектри олар полиномиал дәстә . . . . .  
 К. Р. Қаримов. Оператор әмсаллы иккичи тәртиб дифференциал тәнникләр учун Битсаидзе-Самарски типли сәрһәд мәсәләси . . . . .  
 К. Һ. Рзаев. Радон-Никодим теореминиң үмумиләшмәси . . . . .

3  
8  
12

### Бәрк маддәләр физикасы

- М. Н. Элијев, М. М. Райман. Ифрат ишә гарышылыгы тә'сирин магнит концентрацијалы кристалларда параметрларын ишвәләри үзәриндә магнит резонансы хәттиниң формасына тә'сир . . . . .

16

### Теоретик физика

- И. Һ. Чәфәров, Б. И. Мәнидиев, Р. Ш. Яһјаев. Мүонларын электрондан сәпилмәсі просесләrinde  $\mu$ -универсаллығының позулмасы еффектләри . . . . .

21

### Физика јарымкечиричиләри

- Е. Џ. Салаев, Ч. Ш. Абдинов, Ф. И. Исмаилов, И. Г. Исмайлова, Ф. М. Новрузова, Э. Ш. Абдинов.  $-\text{Cs}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}(0,24 > x > 0,4)$  монокристалларының електрофизики хассәләри . . . . .

26

### Кибернетика

- Ж. Б. Гәдимов, О. Г. Хамаммәдов. Ситуацијалы идарестә нәзә-

ријјәсисидә бир изоморфизм һаггында

- Т. М. Элијев. Бир синиf грамматикалар вә онларын арашдырылмасы алгоритми һаггында . . . . .

30

34

### Биофизика

- Ч. Э. Элијев, В. Ф. Адықозәлов, М. Һ. Мәһәрәмов. Йерусту али биткиләрини јарпаг һүчејрәләриниң мембраң потенциалының дәјишиләсүи өлчәмәк методу . . . . .

39

### Үзви кимја

- Ә. М. Гулијев, М. Э. Шаңкәлдиев, И. Э. Элијев, Е. А. Агајева, Т. Џ. Искәндәрова, VI груп элементләrinin ароматик бирләшмәләрindә електрон-еффектләri. Алкилフェнисулфидләrin ишбى эасаслығы . . . . .

43

- Е. А. Рамазанов, И. Һ. Мурсагулов, С. А. Мөвләзә, М. М. Һүсейнов, Н. С. Зефиров. Спиро (4,5)-декан вә спиро (5,5)-унడсан тәрмаләриниң конформасија тараалығы . . . . .

47

### Кеолокија

- Е. Ш. Шыхәли бәјли, А. Г. Һәсәнов, Р. Е. Тагыјев, Х. П. Метакса, А. М. Мурадханова. Јени көстаричилар эасасында чәнуби Ҳәзәриниң мезозој гурулушунун јарандасының эасас хүсусијјәтләри . . . . .

53

### Битки систематикасы

- А. М. Эскәров. Гафгаздан тапылмыш иккى нов гыжы һаггында . . . . .

67

75

## Нумизматика

М. Э. Сејфеддини, А. В. Нуриев, А. Г. Фазили. Шамахы району  
Багыры кәндидән тапылмыш Сасани дәғинәси . . . . . 62

## Ријази дилчилик

Н. М. Рәшидов, Э. Ш. Тайирзадә, Ч. Э. Рәнимов. Мәлumat иә-  
зәриjәсеннин Азәрбајҹан әлифбасына тәтбиги («Китаби-Дәдә Горгуд»ун мате-  
риаллары эсасында) . . . . . 68

## Дилчилик

М. И. Шәмси. Франса шәргшүасы Азәрбајҹан дили һагында . . . . . 72

## СОДЕРЖАНИЕ

### Математика

Акад. Ф. Г. Максудов, М. М. Гусейнов. Полиномиальный пучок при  
 наличии непрерывного спектра в банаховом пространстве . . . . . 3  
 К. Р. Керимов. Краевая задача типа Бицадзе—Самарского для эллипти-  
 ческого уравнения второго порядка с операторными коэффициентами . . . . . 8  
 К. У. Рзаев. Обобщение теоремы Радона—Никодима . . . . . 12

### Физика твердого тела

М. Н. Алиев, М. М. Рахман. Влияние сверхтонкого взаимодействия на  
 форму линии магнитного резонанса на ядрах парамагнитных ионов в магнитно-  
 концентрированных кристаллах . . . . . 16

### Теоретическая физика

И. Г. Джагаров, Б. И. Мехтиев, Р. Ш. Яхъяев. Эффекты наруше-  
ния  $\mu$ -е — универсальности в процессах рассеяния мюонов на электроне . . . . . 21

### Физика полупроводников

Чл.-корр. Э. Ю. Салаев, Д. Ш. Абдинов, Ф. И. Исмаилов, И. К. Ис-  
 майлар, Н. Н. Новрузова, А. Ш. Абдинов. Электрофизические свойства  
 монокристаллов  $n$ -Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te(0,24 < x < 0,40) . . . . . 26

### Кибернетика

Чл.-корр. Я. Б. Кадымов, О. К. Хамамедов. Об одном изоморфизме  
 в теории ситуационного управления . . . . . 30  
 Т. М. Алиев. Об одном классе грамматик и алгоритме их разбора . . . . . 34

### Биофизика

Акад. Д. А. Алиев, В. А. Адыгезалов, М. Г. Магеррамов. Метод  
 измерения изменений мембранныго потенциала клеток листьев наземных выс-  
 ших растений . . . . . 39

### Органическая химия

Акад. А. М. Кулиев, М. А. Шахгельдиев, И. А. Алиев, Э. А. Ага-  
ева, Т. Ю. Искендерова. Электронные эффекты в ароматических соедине-  
ниях элементов VI группы . . . . . 43  
Э. А. Рамазанов, И. Г. Мурсакулов, С. А. Мовлададе, М. М. Гу-  
сейнов, Н. С. Зефиров. Конформационное равновесие производных спиро  
(4,5)-декана и спиро (5,5)-ундекана . . . . . 47

### Геология

Акад. Э. Ш. Шихалибейли, А. Г. Гасанов, Р. Э. Тагиев, Х. П. Ме-  
такса, А. М. Мурадханова. Основные черты строения мезозойских об-  
разований Южного Каспия по новым данным . . . . . 53

### Систематика растений

А. М. Аскеров. Два новых вида папоротника для флоры СССР с Кавказа . . . . . 57

### Нумизматика

М. А. Сейфеддини, А. Б. Нуриев, А. Г. Фазили. Новый Сасанидский  
клад из села Багыры Шемахинского района . . . . . 62

**Математическое языкоизнание**

Н. М. Рашидов, А. Ш. Тагирзаде, Дж. А. Рахманов. Применение  
теории информации к азербайджанскому алфавиту (на материале «Китаби-  
Деке Коркут») . . . . . 68

**Языкоизнание**

М. И. Шамси. Французский востоковед об азербайджанском языке . . . . . 72

---

Сдано в набор 2. 07. 1982 г. Подписано к печати 23. 12. 1982 г. ФГ 17664.  
Формат бумаги 70×100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага типографская № 1.  
Гарнитура шрифта литературная. Печать высокая. Печ. лист. 7,00.  
Уч. изд. лист. 5,59. Тираж 585. Заказ 415. Цена 70 коп.

---

Издательство „Элм“. 370143 Баку-143, проспект Нариманова, 31,  
Академгородок, Главное здание.  
Типография „Красный Восток“ Государственного комитета  
Азербайджанской ССР по делам издательств, полиграфии  
и книжной торговли. Баку, ул. Ази Асланова, 80.

9. Текст статьи печатается на белой бумаге через два интервала на одной странице листа стандартного размера, с полями с левой стороны (не более 28 строк на одной странице по 58–60 знаков в строке). В тексте нельзя делать рукописные вставки и вклейки.

Статьи, напечатанные на портативной машинке, не принимаются.

10. Текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан авторами в печать. В математических статьях желательно избегать доказательств теорем, лемм и т. п. При использовании в тексте сокращенных названий (кроме общепринятых) необходимо давать их расшифровку.

11. Математические и химические формулы и символы в тексте должны быть вписаны четко. Следует избегать громоздких обозначений, применяя, например, дробные показатели степени вместо радикалов, а также  $\exp$ . Записанные формулы обязательно выключаются в красную строку, номер формулы ставится у правого края страницы. Желательно нумеровать лишь те формулы, на которые имеются ссылки. Подстрочные и надстрочные индексы и степени следует отмечать карандашом, дугами сверху и снизу:

$$R^n, r_n$$

Греческие буквы нужно обводить (в кружок) красным карандашом. Буквы готического шрифта и рукописные в рукописях не использовать, векторные величины — подчеркивать черным, буквы латинского рукописного шрифта следует отмечать на полах (например,  $H$  рукоп.).

Во избежание ошибок следует четко обозначать прописные (заглавные) и строчные буквы латинского алфавита, имеющие сходное начертание ( $Cc; Kk; Pp; Oo; Ss; Uu; Vv$ ; и т. д.), буквы  $I(i)$  и  $J(j)$ , букву  $I$  и римскую единицу  $I$ , а также арабскую цифру  $I$  и римскую  $I$ , (вертикальная черта),  $I$  и штрих в индексах,  $I$  (латинское эль) и  $e$ . Прописные буквы подчеркивают карандашом двумя черточками снизу ( $C$ ), а строчные — сверху ( $c$ ).

Следует избегать знаков типа  $\sim$  (волна),  $\odot$ ,  $\oplus$ ,  $\otimes$ ;  $\square$ ,  $\Gamma$ ,  $\Theta$ ,  $V$ ,  $\wedge$  (крышки) над и под буквами, а также знаков:

$$\text{h } \mathbb{X} \mathbb{E}, \mathbb{f} \mathbb{f}, \mathbb{f}, \mathbb{E}$$

Латинские названия вписываются на машинке.

Слова «теорема», «лемма», «следствие», «определение», «замечание» и т. п. следует подчеркивать штриховой чертой, а текст утверждений типа теорем—волнистой чертой (исключая математические символы).

При выборе единиц измерения рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

12. При описании методики исследования следует ограничиваться оригинальной ее частью. При элементном анализе приводить только усредненные данные.

13. Необходимо тщательно проверить написание местных географических названий.

14. Цитированная литература приводится общим списком на отдельной странице: ссылки в тексте даются порядковым номером в круглых скобках над строкой (например,  $1$ ). Список литературы оформляется следующим образом:

для книг: инициалы и фамилии авторов, полное название книги, место и год издания;

для журнальных статей: инициалы и фамилия авторов, название журнала, номер тома, номер выпуска, страница и год издания.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

15. Все статьи должны иметь резюме на английском языке, кроме того статьи, написанные на русском и азербайджанском языках должны иметь резюме на азербайджанском и на русском соответственно.

Публикация статьи в «Докладах» не препятствует напечатанию расширенного ее варианта в другом периодическом издании.

70 гәп.  
коп.

Индекс  
76355