

11-168



ISSN 0002-3078

АЗЕРБАЙДЖАНСОР ЕЛМЛЕР АНАДЕМИЈАСЫ
АНАДЕМИЈАНАУН АЗЕРБАЙДЖАНСОН ОО

МӘ'РУЗӘЛӘР ДОКЛАДЫ

ТОМ XXXVIII ЧИЛД

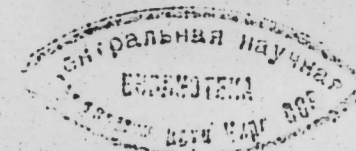
1982 • 5

ЦНБ

МƏ'РУЗƏЛƏР
ДОКЛАДЫ
ТОМ XXXVIII ЧИЛД

№ 5

„ЕЛМ“ НƏШРИЈАТЫ—ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЭЛМ“
БАКЫ—1982—БАКУ



ДАН Азерб. ССР публикует краткие сообщения об оригинальных, нигде не печатанных ранее, результатах научных исследований, представленные академиками АН Азерб. ССР, которые тем самым берут на себя ответственность за научные достоинства представляемой статьи.

В «Докладах» не публикуются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических сообщений, статьи полемического характера, без новых фактических данных, статьи с описанием промежуточных опытов, без определенных выводов и обобщений, чисто методические статьи, если предлагаемый метод не является принципиально новым, а также статьи по систематике растений и животных (за исключением описания особо интересных для науки находок).

Будучи органом срочной информации, журнал «ДАН Азерб. ССР» принимает и отбирает к печати статьи, объем которых допускает их публикацию в установленные решением Президиума АН Азерб. ССР сроки.

В связи со всеми перечисленными ограничениями отклонение статьи редакцией «Доклады АН Азерб. ССР» означает только, что она не согласуется с требованиями и возможностями этого журнала и не исключает ее публикации в других изданиях.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Доклады АН Азерб. ССР» просит авторов руководствоваться приведенными правилами и надеется, что авторы ознакомятся с ними прежде, чем пришлют статью в редакцию.

Статьи, присланные без соблюдения этих правил, к рассмотрению не принимаются.

1. Статьи, направляемые в редакцию, должны иметь представление члена АН СССР или академика АН Азерб. ССР, если оно требуется (см. выше).

Статьи с просьбой направить их на представление редакцией не принимаются.

2. Статья публикуется по мере поступления. Единственным поводом для внеочередной публикации является исключительная важность сообщения и соображения приоритета. Для этого необходимо специальное решение редколлегии.

3. Все статьи на рецензию.

4. Срок представления статьи автору в год. Это правило Академии наук Азерб. ССР.

5. Автор должен поместить статью, а также статью в журнале (УДК). К статье должны быть приложены два экземпляра, предназначенные для публикации.

6. Автор должен указать учреждение, в котором выполнялось исследование, почтовый адрес и номер телефона.

7. Автор должен указать лицо, с которым редакция будет вести переписку.

8. Автор должен указать, что статья принята к публикации, и что статья будет рассматриваться редколлегией вместе с первоначальным экземпляром.

9. Датой поступления считается дата поступления статьи.

10. Объем статьи не должен превышать 1/4 авторского листа.

11. Таблицы, библиография (не более 10 строк) должны быть выделены в отдельный лист.

12. Вкладыши на мелованной бумаге. Штриховые рисунки должны быть выполнены на кальке. Текст рисунков должен быть выполнен на кальке.

13. Повторение одних и тех же рисунков не допускается.

14. Рисунки должны быть выполнены на кальке. Фотографии должны быть выполнены на кальке.

15. Рисунки должны быть выполнены на кальке. Фотографии должны быть выполнены на кальке.

16. Рисунки должны быть выполнены на кальке. Фотографии должны быть выполнены на кальке.

17. Рисунки должны быть выполнены на кальке. Фотографии должны быть выполнены на кальке.

18. Рисунки должны быть выполнены на кальке. Фотографии должны быть выполнены на кальке.

19. Рисунки должны быть выполнены на кальке. Фотографии должны быть выполнены на кальке.

20. Рисунки должны быть выполнены на кальке. Фотографии должны быть выполнены на кальке.

21. Рисунки должны быть выполнены на кальке. Фотографии должны быть выполнены на кальке.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Г. Б. Абдуллаев (главный редактор), М. Т. Абасов,
Ал. А. Ализаде, (зам. главного редактора), В. С. Алиев, Г. А. Алиев,
Дж. А. Алиев, И. Г. Алиев, Дж. Б. Гулиев, Н. А. Гулиев,
М. З. Джафаров, Ф. Г. Максудов, А. А. Надиров,
Ю. М. Сендов (зам. главного редактора), **М. А. Топчибашев,**
М. А. Усейнов, Г. Г. Зейналов (ответств. секретарь).

© Издательство „Элм“ 1982 г.

Адрес: г. Баку, Коммунистическая, 10. Редакция „Известий Академии наук
Азербайджанской ССР“

И. А. АЛИЕВ

НЕРАВЕНСТВА ТИПА С. М. НИКОЛЬСКОГО В ТЕРМИНАХ
ИНДИКАТОРНЫХ ДИАГРАММ ЦЕЛЫХ ФУНКЦИЙ
МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР И. И. Ибрагимовым)

С. М. Никольским [1, 2] было доказано неравенство для разных метрик в классе целых функций экспоненциального типа (ц. ф. э. т.) $\sigma\alpha = (\sigma_1; \sigma_2; \dots; \sigma_n)$. Впоследствии И. И. Ибрагимов ([3], стр. 180) уточнил это неравенство в смысле константы, показав, что для ц. ф. э. т. $g_\sigma(x) \in L_p(R^n)$

$$\|g_\sigma\|_q \leq \left[\left(\frac{s}{\pi} \right)^n \prod_{k=1}^n \sigma_k \right]^{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}} \|g_\sigma\|_p, \quad (1 \leq p \leq q \leq \infty), \quad (1)$$

где

$$\|g_\sigma\|_r = \|g_\sigma\|_{L_r(R^n)} = \left(\int_{R^n} |g_\sigma(x)|^r dx \right)^{1/r},$$

$$\|g_\sigma\|_\infty = \|g_\sigma\|_{C(R^n)} = \sup_{R^n} |g_\sigma(x)|,$$

s — наименьшее целое число, не меньшее $\frac{p}{2}$.

Неравенство типа Никольского для ц. ф. э. т. K , где $K \subset R^n$ является симметрическим телом, установлено в [8]. В частности, в [8] доказано, что

$$\|g\|_q \leq \left[\left(\frac{s}{2\pi} \right)^n \cdot V(K^*) \right]^{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}} \|g\|_p, \quad (1 \leq p \leq q \leq \infty), \quad (2)$$

где K^* — полярное множество множества K , а $V(K^*)$ — Лебегова мера K^* . В настоящей статье приводится неравенство типа (1) для целых функций многих переменных, причем основной характеристикой, входящей в правую часть полученного неравенства, является мера индикаторной диаграммы целой функции.

Введем ряд необходимых понятий и обозначений.

1. Через R^n и C^n будем обозначать, соответственно, n -мерные вещественное и комплексное пространства. Положим

$$(x, y) = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n, \quad x, y \in C^n;$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial \xi_1}; \dots; \frac{\partial}{\partial \xi_n} \right), \quad \xi = (\xi_1; \dots; \xi_n) \in R^n.$$

2. $H_D(\lambda)$ — опорная функция ограниченного выпуклого множества $D \subset R^n$, т. е.

$$H_D(\lambda) = \sup_{x \in D} (\lambda, x), \quad (\lambda \in R^n, |\lambda| = 1).$$

3. $h_1(\lambda)$ есть P -индикатор Планшереля—Поля [4] целой функции $f(z)$, $z \in C^n$:

$$h_1(\lambda) = \sup_{x \in R^n} \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \cdot \ln |f(x + ir\lambda)|, \quad (\lambda \in R^n, |\lambda| = 1).$$

Если $h_1(\lambda)$ является опорной функцией некоторой ограниченной выпуклой области $D_1 \subset R^n$, то эту область будем называть индикаторной диаграммой функции $f(z)$. В дальнейшем через $V(D_1)$ будем обозначать лебегову меру множества D_1 .

4. $W_B^p \equiv W_B^p(R_{(x)}^n)$ — класс ц. ф. э. т., принадлежащих к $L_p(R_{(x)}^n)$, индикаторная диаграмма которых входит в D .

Приведем две леммы.

Лемма 1. Пусть $f(z)$, $z \in C^n$, является ц. ф. э. т., имеющей полиномиальный рост в $R_{(x)}^n$. Тогда P -индикатриса этой функции является опорной функцией некоторой ограниченной выпуклой области D_1 (т. е. $f(z)$ имеет индикаторную диаграмму).

Из леммы 1, в частности, вытекает, что все ц. ф. э. т., принадлежащие к $L_p(R_{(x)}^n)$ имеют индикаторную диаграмму.

Лемма 2. Пусть m — натуральное число. Если у ц. ф. э. т. $f(z)$, $z \in C^n$, существует индикаторная диаграмма, то индикаторная диаграмма $f^m(z)$ также существует и между мерами индикаторных диаграмм этих функций имеет место соотношение

$$V(D_m) = m^n \cdot V(D),$$

где n — размерность пространства; D_m и D — индикаторные диаграммы функций $f^m(z)$ и $f(z)$, соответственно. Используя леммы 1 и 2, можно доказать следующую теорему.

Теорема 1. Пусть $f(z) \in W_B^p$, $0 < p \leq q \leq \infty$. Тогда имеет место неравенство

$$\|f\|_q \leq \left[\left(\frac{s}{2\pi} \right)^n \cdot V(D) \right]^{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}} \|f\|_p, \quad (3)$$

где s — наименьшее целое число, не меньшее $\frac{p}{2}$; $V(D)$ — мера индикаторной диаграммы функции $f(z)$.

Замечание 1. При $p = 2$ и $q = \infty$ знак равенства в (3) достигается для функции

$$f_0(z) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{n}{2}} \int_D e^{i(t,z)} dt.$$

Замечание 2. Если $h_1(\lambda)$ является P -индикатрисой функции $f(z) \in W_B^p$, то D_1 описывается через $h_1(\lambda)$ следующим образом

$$D_1 = \sum_{|\lambda|=1} \{(\lambda, x) \leq h_1(\lambda)\}.$$

Замечание 3. Для ц. ф. э. т. $f(z_1; z_2) \in W_B^p \cap V(D_1)$ можно вычислить при помощи $h_1(\lambda_1; \lambda_2) = h_1(\cos \varphi; \sin \varphi) \equiv H(\varphi)$ следующим образом [5]:

$$V(D_1) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} [H^2 - (H')^2] d\varphi.$$

Замечание 4. Неравенство (3) существенно уточняет неравенство (1). Взяв вместо индикаторной диаграммы функции параллелепипед со сторонами $[-\sigma_1; \sigma_1], \dots, [-\sigma_n; \sigma_n]$ (где σ_k — тип функции $f(z)$ по переменной z_k), который охватывает индикаторную диаграмму, получим (1).

Приведем один пример неравенства (3) в двумерном случае. Через D обозначим треугольник на плоскости $(x_1; x_2)$ с вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; \frac{2\epsilon}{\sigma})$ и $(\sigma; \sigma)$. Здесь σ и ϵ — положительные числа.

Функция

$$f(z) = \int_D \Phi(t) e^{-i(t,z)} dt,$$

где $\Phi(t) \in L_2(D)$, является ц. ф. э. т., принадлежащей к L_{p_1} ($1 \leq p_1 \leq 2$) на $R_{(x)}^n$. Для этой функции, в силу (1), имеем

$$\|f\|_q \leq \left[\left(\frac{s}{\pi} \right)^2 \cdot \sigma^2 \right]^{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}} \|f\|_{p_1}, \quad (p_1 \leq p \leq q, s \leq \frac{p}{2}).$$

А согласно неравенству (3) (учитывая, что $V(D) = \epsilon$) имеем

$$\|f\|_q \leq \left[\left(\frac{s}{2\pi} \right)^2 \cdot \epsilon \right]^{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}} \|f\|_{p_1}.$$

Напомним, что аналогичный эффект получен нами и для неравенства типа Бернштейна (см. [7]).

Замечание 5. В случае, когда индикаторная диаграмма целой функции $f(z)$ является симметрическим телом, то из (3) получается неравенство (2).

Теорема 2. Пусть $f(z) \in W_B^p$, $1 \leq p \leq 2$. Если $P(x)$ — любой многочлен, а $P(\nabla)$ — соответствующий дифференциальный оператор $\left(P(\nabla) = P\left(\frac{\partial}{\partial \xi_1}; \dots; \frac{\partial}{\partial \xi_n}\right) \right)$, то при $p \leq q \leq \infty$ имеет место неравенство

$$\|P(\nabla)f\|_q \leq M \max_{t \in D} \left| P\left(\frac{1}{i}t\right) \right| \cdot \|f\|_p, \quad M = \left[\left(\frac{1}{2\pi} \right)^n \cdot V(D) \right]^{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}}.$$

Замечание 6. Относительно неравенств типа Бернштейна, которые установлены на языке индикаторной диаграммы целой функции. см. [6, 7].

Литература

1. Никольский С. М. Труды МИАН СССР, т. 38, 244—278, 1951. 2. Никольский С. М. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. Наука. М., 1969. 3. Ибрагимов И. И. Теория приближения целыми функциями. Элм. Баку. 1979. 4. Ронкин Л. И. Введение в теорию целых функций многих переменных. Наука. М., 1971. 5. Бляшке В. Круг и шар. Наука. М., 1967. 6. Гаджиев А. Д. Изв. АН Азерб. ССР, серия матем. № 5, 24—29. 1979. 7. Алиев И. А. Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3523—80. Деп. 8. Nessel R. J. and Williams G. J. Austral. Math. Soc., A. 25, № 1, 7—18, 1978.

Институт математики
и механики

Поступило 12. I 1981

И. А. Алиев

ЧОХДЭИШЭНЛИ ТАМ ФУНКЦИЈАЛАРЫН ИНДИКАТОР ДИАГРАМЫ ТЕРМИНИНДЭ С. М. НИКОЛСКИ ТИПЛИ БЭРЭБЭРСИЗЛИКЛЭР

Мәгәлэдә чохдәишәнли там функцијалар үчүн Николски типли бәрәбәрсизлик алынмышдыр. Бәрәбәрсизлијин сағ тәрафиндә, әсас характеристика кими, индикатор диаграммын Лебег өлчүсү иштирак едир.

I. A. Aliev

NIKOLSKY TYPE INEQUALITIES IN TERMS OF INDICATOR DIAGRAMS OF ENTIRE FUNCTIONS OF SEVERAL VARIABLES

In the paper an inequality of Nikolsky type is established, in which the main characteristic on the right-hand side is a measure of indicator diagrams of an entire function.

А. М. ГОМИЛКО

О СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ОДНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Пусть идеальная жидкость заполняет бесконечный цилиндрический сосуд $\Sigma = \{x, y, z) : (x, y) \in \Omega \subset R^2, z \in R\}$, который равномерно вращается вокруг оси OX . Тогда задача о малых колебаниях жидкости сводится к исследованию краевой задачи

$$\left. \begin{aligned} \mu \Delta u &= \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} (\Omega) \\ \mu \frac{\partial u}{\partial n} &= n_2 \cdot \frac{\partial u}{\partial y} (\Gamma), \int u d\Gamma = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

здесь Γ —граница Ω , $n = (n_1, n_2)$ —внешняя нормаль к Γ в плоскости (x, y) $\partial/\partial n$ —производная по нормали, Δ —оператор Лапласа, μ —спектральный параметр, $u = u(x, y)$.

Р. А. Александряном изучалась следующая система (см., например, [1]):

$$\left. \begin{aligned} \mu \Delta u &= \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} (\Omega) \\ u|_{\Gamma} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В [1] построена система автоморфизмов $S_\mu : \Gamma \rightarrow \Gamma$ ($\mu \in (0, 1)$) и, в частности, в терминах S_μ дается качественное описание спектра самосопряженного оператора, который соответствует задаче (2), в пространстве $W_2^1(\Omega)$. В настоящей работе проводится исследование спектральных свойств задачи (1), основанное на результатах и методах из [1], относящихся к задаче (2).

1. В этом пункте будем считать, что Ω —ограниченная область с дважды непрерывно дифференцируемой границей.

Пусть $H = \{u \in W_2^1(\Omega) : \iint \Omega u d\Omega = 0\}$ —гильбертово пространство со скалярным произведением [2]. $[u, v] = \iint \Omega \nabla u \cdot \nabla \bar{v} d\Omega$, где $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$, черта над функцией означает комплексное сопряжение.

Предположим, что $u \in C^2(\bar{\Omega})$ —классическое (дважды непрерывно дифференцируемое $\Omega \cup \Gamma$) решение задачи (1) с некоторым μ . Тогда $\forall v \in H$:

$$\iint \Omega \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} d\Omega = \mu \iint \Omega \nabla u \cdot \nabla \bar{v} d\Omega$$

—отсюда, в частности, $\mu \in [0, 1]$. Билинейный функционал $\iint \partial f / \partial u \times \partial g / \partial u d\Omega$ однозначно определяет в пространстве H ограниченный самосопряженный оператор $B([3]): [Bf, g] = \iint \partial f / \partial u \cdot \partial g / \partial u d\Omega, \forall f, g \in H$, причем $0 \leq B \leq I$ (I — тождественный оператор в H). Таким образом (3) можно переписать в виде $[Bu, v] = \mu [u, v], \forall v \in H \Rightarrow Bu = \mu u$. Заметим, что верно и обратное, то есть, гладкие собственные функции оператора B являются классическими решениями задачи (1) (с соответствующими μ). Поэтому с задачей (1) естественно связать изучение спектральных свойств оператора B .

2. Все определения, приводимые в этом пункте, взяты из работы [1].

Определение. Область Ω с достаточно гладкой границей Γ называется допустимой, если Γ гомеоморфна окружности и любая прямая пересекает Γ не более чем в двух точках.

Условимся, что всюду далее (кроме п. 5) Ω — фиксированная допустимая область.

Пусть $\mu \in (0, 1)$ и $y - \lambda x = \text{const}$ ($y + \lambda x = \text{const}$) — первое (второе) семейство характеристик уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \lambda^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, где $\lambda = \left(\frac{1-\mu}{\mu}\right)^{1/2}$.

Тогда автоморфизм $S_\mu^{(+)}$ кривой Γ задается следующим образом: каждой точке $\theta \in \Gamma$ сопоставляется точка пересечения с Γ характеристики первого семейства, проходящей через θ ; аналогично определяется автоморфизм $S_\mu^{(-)}$. По определению $S_\mu = S_\mu^{(-)} \cdot S_\mu^{(+)}$. Положим $M(\mu, \theta) = -\{S_\mu^k \theta \cup S_\mu^k S_\mu^{(+)} \theta, k = 0, \pm 1, \dots\} \subset \Gamma$. Если $M(\mu, \theta)$ состоит из конечного числа точек и $\forall \beta \in M(\mu, \theta): S_\mu^{(+)} \beta \neq \beta, S_\mu^{(-)} \beta \neq \beta$, то $M(\mu, \theta)$ называется замкнутым нетривиальным μ -циклом.

3. Пусть некоторая итерация S_{μ_0} имеет неподвижную точку $\theta_0 \in \Gamma$ и цикл $M(\mu_0, \theta_0)$ — не тривиален. В этой ситуации в [1] строились кусочно постоянные функции $u_i; u_2 (u_i = u_i(x, y, \mu_0, \theta_0), i = 1, 2)$, которые играли важную роль при исследовании задачи (2). Оказывается, что эти же функции важны и при исследовании задачи (1). Приведем способ их построения (см. [1], § 5). Если $S_{\mu_0}^r \theta_0 = \theta_0, S_{\mu_0}^p \theta_0 \neq \theta_0$ при $0 < p < r$, то различные характеристики первого семейства, то есть, прямые $y - \lambda_0 x = \text{const}, \lambda_0 = [(1 - \mu_0) / \mu_0]^{1/2}$, приведенные через точки $S_{\mu_0}^k \theta_0$ и $S_{\mu_0}^k S_{\mu_0}^{(+)} \theta_0 (k = 0, 1, \dots)$, разобьют всю плоскость на $r - 1$ — полос и две полуплоскости. Функция u_1 определяется следующим образом: в правой полуплоскости полагаем $u_1 = -1/2$, далее, если перенумеровать $r - 1$ — полос, двигаясь от правой полуплоскости к левой, то в j -ой полосе $u_1 = (-1)^{j-1}/2, j = 1, 2, \dots, r - 1$. В левой полуплоскости $u_1 = (-1)^{r-1}/2$.

Аналогичным образом, с помощью характеристик второго семейства, строится функция u_2 .

Характеристики обоих семейств разбивают Ω на конечное число внутренних параллелограммов $\Omega_1, \Omega_2, \dots$ и криволинейных треугольников и двуугольников $\omega_1, \omega_2, \dots$ которые примыкают к Γ . Положим,

$$u = u_1 \pm u_2, \quad (4)$$

где знак должен быть выбран так, чтобы $u \neq 0$ в некоторой криволинейной фигуре ω_i (а значит и во всех $\omega_i: u \neq 0, i = 1, 2, \dots$). Отметим, что если в (4) выбрать знак, противоположный тому, который мы выбрали, то получим кусочно постоянную обобщенную собственную функцию задачи (2) с $\mu = \mu_0$ (см. [1], теорема 9).

Теорема 1. Пусть функция $u = u(x, y, \mu_0, \theta_0)$ определена формулой (4) (с указанным там знаком).

Тогда $\forall \varphi \in C^2(\bar{\Omega})$:

$$J(v, \varphi) \equiv \iint \left(\mu_0 \Delta \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) d\Omega - \int \left(\mu_0 \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot n_2 \right) d\Gamma = 0$$

Доказательство.

$$J(u, \varphi) = \sum \pm \iint \left(\mu_0 \Delta \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) d\Omega_p + \sum \pm \left\{ \iint \left(\mu_0 \Delta \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) d\omega_i - \int \left(\mu_0 \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot n_2 \right) d\Gamma_i \right\}, \quad (5)$$

где суммирование ведется по тем Ω_p , где $u \neq 0$ и всем ω_i (с соответствующими знаками), $\Gamma_i = \bar{\omega}_i \cap \Gamma$. Применяя к интегралам по Ω_p, ω_i в (5) формулу Грина (при этом интегралы по Γ_i исчезнут), получим сумму интегралов (с соответствующими знаками) вдоль кусков характеристик, являющихся границами ω_i и тех Ω_p , где $u \neq 0$, от полного дифференциала функции $c\varphi$ (c — константа). Эта сумма интегралов вдоль кусков характеристик и даст нам 0, в силу построения u_1, u_2 выбора знака в (4) (см. доказательство теоремы 9 из [1]).

4. Пусть на Γ введен параметр $t \in R$, так что возрастанию t соответствует положительный обход Γ и значения t равны по mod $2\pi \rightarrow$ соответствуют одной и той же точке $\theta \in \Gamma$. Тогда (см. [1]) для любого натурального $r \geq 2$ существует функция $\mu = \mu_r(t)$, удовлетворяющая условию Липшица, такая, что $S_{\mu_r(t)}^r t = t \pmod{2\pi}$. При исследовании задачи (1) доказанная нами теорема 1 играет ту же роль, что и теорема 9 из [1] при исследовании спектральных свойств задачи (2). Поэтому так же, как и в работе [1], убеждаемся в справедливости следующих теорем.

Теорема 2. Если $d/dt (\mu_r(t)) \neq 0$ (то есть $\mu_r(t) \neq \mu_0$) на некотором интервале (t_0, t_1) , то μ_0 — собственное значение (бесконечной кратности) оператора B .

Теорема 3. Если на некотором интервале $(t_0, t_1): d/dt (\mu_r(t)) > 0$ (или < 0), то отрезок $[\mu_r(t_0), \mu_r(t_1)]$ принадлежит абсолютно непрерывному спектру (см [3], § 95) оператора B .

5. Если Ω — круг, то, повторяя рассуждения § 9 из [1], получаем, что справедлива

Теорема 4. Пусть $\Omega = \{(x, y): x^2 + y^2 < 1\}$. Тогда $u_{k,n} = T_n$

$$\left(p \cos \left(t - \frac{\kappa}{n} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \right) + (-1)^k T_n \left(p \cos \left(t + \frac{\kappa \pi}{n \cdot 2} \right) \right) - p_{k,n}$$

— полная система собственных функций оператора B (таким образом, в случае круга B имеет чисто точечный спектр): $Bu_{k,n} =$

$$= a_{k,n} u_{k,n}, \text{ где } a_{k,n} = \left(\cos \left(\frac{\kappa \pi}{n} \right) + 1 \right) / 2, \quad n = 1, 2, \dots, \quad k = 0, 1, \dots, n;$$

$T_n(x) = \cos(n \arccos x)$ — полиномы Чебышева, константы $P_{k,n}$ выбраны так, чтобы $u_{k,n} \in H$, $x = \rho \cos t$, $y = \rho \sin t$.

Литература

1. Александрия Р. А. Труды Моск. матем. о-ва. 9, 1960. 2. Соболев С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Физматгиз, ЛГУ, 1950. 3. Ахизер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. Наука, М., 1966.

МГУ им. М. В. Ломоносова

Поступило 14. XII 1981

А. М. Гомилко

БИР ИПЕРБОЛИК СЭРХЭД МЭСЭЛЭСИННИН СПЕКТРАЛ ХАССЭЛЭРНИ БАГГЫНДА

Мэгалэдэ гидромеханикада истифадэ олунан сэрхэд мэсэлэси һиссэ-һиссэ сабит үмүмилэшини мэхуси функсиялар үсулу илэ (Александрянын үсулу [1]) тэдгиг олунур.

А. М. Gomilko

ABOUT SPECTRUM PROPERTIES OF ONE HYPERBOLIC BOUNDARY PROBLEM

In this paper owing to the method of piecewise-permanent generalised fundamental functions [1] spectrum properties of problem (1) are investigated (μ —spectrum parameter).

УДК 517.94+34

МАТЕМАТИКА

Т. Е. ОМАРОВ

НЕКОТОРЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ОСОБЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В РЯД ПО ДРОБНЫМ СТЕПЕНЯМ ПЕРЕМЕННОЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

В настоящей работе будут получены разложения особых интегральных операторов в ряды по дробным степеням переменной t . Разложения такого типа могут быть использованы при исследовании особых интегральных уравнений, возникающих в приложениях, в частности, при математическом изучении тепловых процессов, сопровождающих мостиковую эрозию электрических контактов. Итак

Лемма. Если $\beta > -1$, $\gamma > \frac{1}{2}$, то

$$P_{\tau}^{\beta} = \int_0^1 P(t, \tau) \tau^{\beta} d\tau = \frac{b}{V\pi} \int_0^1 \frac{t^{\gamma}}{(t-\tau)^{3/2}} \exp \left\{ -b^2 \frac{t^2 \gamma}{t-\tau} \right\} \tau^{\beta} d\tau =$$

$$= t^{\beta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+1) (-1)^m (2b)^m}{\Gamma\left(\beta+1-\frac{m}{2}\right) m!} t^{m\gamma_1}, \quad (1)$$

где $\gamma_1 = \gamma - \frac{1}{2} > 0$, причем ряд, стоящий в правой части равенства (1), сходится абсолютно и равномерно для любого $t > 0$.

Доказательство. Замена $\tau = xt$, обозначение $bt^{1-1/2} = \alpha$ с последующей заменой $z = \frac{\alpha}{V1-x}$ дают

$$P_{\tau}^{\beta} = t^{\beta} \frac{2}{V\pi} \int_0^{\infty} \left[1 - \left(\frac{\alpha}{z} \right)^2 \right]^{\beta} e^{-z^2} dz =$$

$$= t^{\beta} \frac{2}{V\pi} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\beta(\beta-1) \dots (\beta-m+1)}{m!} \alpha^{2m} \int_0^{\infty} e^{-z^2} z^{-2m} dz$$

Отдельно вычислим интеграл $\int_0^{\infty} e^{-z^2} z^{-2m} dz$. Воспользовавшись заменой $z^2 = z_1$ и формулами (3,381); (8,354), (8,339), [1], получаем

$$\int_0^{\infty} e^{-z^2} z^{-2m} dz = \frac{1}{2} (-1)^m \frac{2^m V\pi}{(2m-1)!!} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \alpha^{-2m+2n+1}}{n! (2n+1-2m)}.$$

Но тогда

$$\begin{aligned} P_{\tau^{\beta}} &= t^{\beta} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\beta(\beta-1)\dots(\beta-m+1)}{m!} \alpha^{2m} \frac{\sqrt{\pi}}{2} (-1)^m \frac{2^m}{(2m-1)!!} - \\ &- t^{\beta} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\beta(\beta-1)\dots(\beta-m+1)}{m!} \alpha^{2m} \alpha^{-2m} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \alpha^{2n+1}}{n!(2n+1-2m)} = \\ &= t^{\beta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+1) 2^{2m} \alpha^{2m}}{\Gamma(\beta+1-m) (2m)!} + \\ &+ t^{\beta} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \alpha^{2n+1} (-1)^{n+1} 2^{n+1} \sqrt{\pi} \Gamma(\beta+1)}{n! (2n+1)!! \Gamma\left(\beta+1-n-\frac{1}{2}\right)} = \\ &= t^{\beta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+1) 2^{2m} \alpha^{2m}}{\Gamma(\beta+1-m) (2m)!} - t^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{2n} \alpha^{2n+1} 2^{2n+1} \Gamma(\beta+1)}{(2n+1)! \Gamma\left(\beta+1-n-\frac{1}{2}\right)} = \\ &= t^{\beta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+1) 2^m (-1)^m}{\Gamma\left(\beta+1-\frac{m}{2}\right) m!} \alpha^m. \end{aligned}$$

Здесь была использована формула (9); [2], (стр. 49).

Т.к. $\alpha = bt^{\gamma_1}$, $\gamma_1 = \gamma - \frac{1}{2}$, то

$$P_{\tau^{\beta}} = t^{\beta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+1) (-1)^m (2b)^m}{\Gamma\left(\beta+1-\frac{m}{2}\right) m!} t^{m\gamma_1},$$

соотношение (1) доказано.

Докажем абсолютную и равномерную сходимость ряда, стоящего в правой части равенства (1).

Имеем

$$\left| \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+1) (-1)^m (2b)^m}{\Gamma\left(\beta+1-\frac{m}{2}\right) m!} t^{m\gamma_1} \right| < \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2b)^m}{m!} \left| \frac{\Gamma(\beta+1)}{\Gamma\left(\beta+1-\frac{m}{2}\right)} \right| t^{m\gamma_1},$$

Известно, что [3], (стр. 26)

$$\int_0^{\pi/2} (\cos t)^{\alpha} \cos(\alpha-\kappa) t dt = \frac{\pi \Gamma(\alpha+1)}{2^{\alpha+1} \Gamma\left(\alpha+1-\frac{\kappa}{2}\right) \Gamma\left(1+\frac{\kappa}{2}\right)}, \quad \operatorname{Re} \alpha > -1,$$

откуда

$$\left| \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma\left(\alpha+1-\frac{\kappa}{2}\right)} \right| < 2^{\alpha} \Gamma\left(\frac{\kappa}{2}+1\right),$$

но тогда мажорирующий ряд имеет вид

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{2^{\beta} \Gamma(\beta+1) (2b)^m}{m!} t^{m\gamma_1}.$$

Используя неравенства [4]

$$\left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{1/2} \leq \frac{\Gamma\left(\frac{\kappa+1}{2}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{\kappa}{2}+1\right)} \leq \left(\frac{\kappa}{2}+1\right)^{1/2}$$

можно показать, что радиус сходимости мажорирующего ряда равен бесконечности.

Тогда ряд (1) сходится абсолютно и равномерно для любого $t \geq 0$. Лемма 1 полностью доказана.

Следствие 1.

$$\operatorname{erf} cx = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m 2^m}{\Gamma\left(1-\frac{m}{2}\right) m!} x^m \quad (2)$$

Доказательство легко следует из (1), если положить $\beta = 0$, $b = 1$, $x = t^{\gamma_1}$.

Следствие 2.

$$\operatorname{erf} x = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m 2^{m+1}}{\Gamma\left(1-\frac{m+1}{2}\right) (m+1)!} x^{m+1} \quad (3)$$

Полагая в соотношение $1 - \rho\tau^{\beta}$, $\beta = 0$, $b = 1$, $x = t^{\gamma_1}$, получаем (3). Соотношения (2), (3) проще, чем соответствующие им из [1] и удобны для вычислений.

Лемма 2. Если $\beta > -1$, $\gamma > \frac{1}{2}$, то

$$P_{\tau^{\beta}} \ln \tau = \int_0^t P(t, \tau) \tau^{\beta} \ln \tau d\tau = t^{\beta} \ln t \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \Gamma(\beta+1) (2b)^m}{\Gamma\left(\beta+1-\frac{m}{2}\right) m!} t^{m\gamma_1} -$$

$$- t^{\beta} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (2b)^m}{m!} \left(\sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+1) \Gamma\left(\kappa-\frac{m}{2}\right)}{\kappa \Gamma\left(\beta+1+\kappa-\frac{m}{2}\right) \Gamma\left(-\frac{m}{2}\right)} \right) t^{m\gamma_1}, \quad (4)$$

причем ряд, стоящий в правой части равенства (4) сходится абсолютно и равномерно для любого $t \geq 0$.

Доказательство. Имеем после замены $\tau = xt$ и обозначений

$$\alpha = bt^{\gamma_1}, \quad \gamma_1 = \gamma - \frac{1}{2}$$

$$P_{\tau^{\beta}} \ln \tau = t^{\beta} \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 \frac{1}{(1-x)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{\alpha^2}{(1-x)}\right\} x^{\beta} \ln x dx +$$

$$\begin{aligned}
& + t^\beta \ln t \frac{a}{V\pi} \int_0^1 \frac{1}{(1-x)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{a^2}{(1-x)}\right\} x^\beta dx = \\
& = t^\beta \frac{a}{V\pi} \int_0^1 \frac{1}{(1-x)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{a^2}{(1-x)}\right\} x^\beta \ln x dx - \\
& - t^\beta \ln t \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+1) (-1)^m (2b)^m}{m! \Gamma\left(\beta+1-\frac{m}{2}\right)} t^{m\gamma_1}.
\end{aligned}$$

Здесь было использовано соотношение (1).
Преобразуем первое слагаемое, т. к.

$$\ln x = - \sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{(1-x)^\kappa}{\kappa},$$

то

$$\begin{aligned}
& t^\beta \frac{a}{V\pi} \int_0^1 \frac{1}{(1-x)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{a^2}{(1-x)}\right\} x^\beta \ln x dx = \\
& = -t^\beta \sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{1}{\kappa} \frac{a}{V\pi} \int_0^1 \frac{1}{(1-x)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{a^2}{(1-x)}\right\} x^\beta (1-x)^\kappa dx.
\end{aligned}$$

Интеграл

$$\int_0^1 \frac{1}{(1-x)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{a^2}{(1-x)}\right\} x^\beta (1-x)^\kappa dx$$

сходится равномерно относительно ε . Поэтому, переходя к пределу под знаком суммы и воспользовавшись равенством

$$(1-x)^\kappa = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\kappa(\kappa-1)\dots(\kappa-n+1)}{n!} x^n$$

имеем, используя (1)

$$\begin{aligned}
& -t^\beta \sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{1}{\kappa} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\kappa(\kappa-1)\dots(\kappa-n+1)}{n!} \frac{a}{V\pi} \int_0^1 \frac{1}{(1-x)^{3/2}} \times \\
& \times \exp\left\{-\frac{a^2}{(1-x)}\right\} x^{\beta+n} dx = -t^\beta \sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{1}{\kappa} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\kappa(\kappa-1)\dots(\kappa-n+1)}{n!} \times \\
& \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+n+1) (-1)^m (2b)^m}{\Gamma\left(\beta+n+1-\frac{m}{2}\right) m!} t^{m\gamma_1} = -t^\beta \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (2b)^m}{m!} \times \\
& \times \left(\sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{1}{\kappa} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \kappa(\kappa-1)\dots(\kappa-n+1) \Gamma(\beta+n+1)}{n! \Gamma\left(\beta+n+1-\frac{m}{2}\right)} \right) t^{m\gamma_1}.
\end{aligned}$$

Легко доказывается следующее соотношение

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\kappa(\kappa-1)\dots(\kappa-n+1)}{n!} \frac{\Gamma(\beta+n+1) \Gamma(1-\sigma)}{\Gamma(\beta+n+2-\sigma)} = \\
& \frac{\Gamma(\beta+1) \Gamma(\kappa-\sigma+1)}{\Gamma(\kappa-\sigma+\beta+2)}
\end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя вместо $\sigma \rightarrow 1 + \frac{m}{2}$ в (5), имеем

$$\begin{aligned}
& t^\beta \frac{a}{V\pi} \int_0^1 \frac{1}{(1-x)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{a^2}{(1-x)}\right\} x^\beta \ln x dx = \\
& = -t^\beta \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (2b)^m}{m!} \left(\sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta+1) \Gamma\left(\kappa-\frac{m}{2}\right)}{\kappa \Gamma\left(\beta+1+\kappa-\frac{m}{2}\right) \Gamma\left(-\frac{m}{2}\right)} \right) t^{m\gamma_1},
\end{aligned}$$

т. е. соотношение (4) показано. Абсолютная и равномерная сходимость полученных рядов при $t > 0$ доказывается так же, как и в лемме 1.

Лемма 2 полностью доказана.

Лемма 3. Если $\beta > -1$, $\gamma > \frac{1}{2}$, то

$$\begin{aligned}
H\tau^\beta &= \int_0^t H(t, \tau) \tau^\beta d\tau = \frac{b}{V\pi} \int_0^t \left\{ \frac{t^\gamma + \tau^\gamma}{(t-\tau)^{3/2}} \exp\left[-b^2 \frac{(t^\gamma + \tau^\gamma)^2}{t-\tau}\right] + \right. \\
& + \left. \frac{t^\gamma - \tau^\gamma}{(t-\tau)^{3/2}} \exp\left[-b^2 \frac{(t^\gamma + \tau^\gamma)^2}{t-\tau}\right] \right\} \tau^\beta d\tau = t^\beta \sum_{\kappa=0}^{\infty} \left\{ \left((-1)^\kappa (2b)^\kappa \times \right. \right. \\
& \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\gamma m + \beta + 1)}{\Gamma\left(\gamma m + \beta + 1 - \frac{\kappa}{2}\right) m! (\kappa - m)!} \right\} t^{\kappa\gamma_1} + \\
& + \left(\frac{(-1)^\kappa b^{2\kappa+1}}{\kappa! V\pi} \int_0^t \frac{(1-x^\gamma)^{\kappa+1} x^\beta}{(1-x)^{3/2+\kappa}} dx \right) t^{3\kappa\gamma_1+\gamma_1} \quad (6)
\end{aligned}$$

и ряд, стоящий в правой части равенства (6) сходится абсолютно и равномерно для любого $t > 0$.

Лемма 4. Если $\beta > -1$, $\gamma > \frac{1}{2}$, то

$$\begin{aligned}
H\tau^\beta \ln \tau &= \int_0^t H(t, \tau) \tau^\beta \ln \tau d\tau = t^\beta \ln t \sum_{\kappa=0}^{\infty} \left\{ \left((-1)^\kappa (2b)^\kappa \times \right. \right. \\
& \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\gamma m + \beta + 1)}{\Gamma\left(\gamma m + \beta + 1 - \frac{\kappa}{2}\right) m! (\kappa - m)!} \right\} t^{\kappa\gamma_1} + \\
& + \left(\frac{(-1)^\kappa b^{2\kappa+1}}{\kappa!} x_n(\beta, \gamma) \right) t^{2\kappa\gamma_1+\gamma_1} \left[t^\beta \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \left((-1)^m (2b)^m \times \right. \right. \right. \\
& \times \sum_{l=0}^m \left(\sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{1}{\kappa} \frac{\Gamma(\beta + \gamma l + 1) \Gamma\left(\kappa - \frac{m}{2}\right)}{\Gamma\left(\beta + \gamma l + 1 + \kappa - \frac{m}{2}\right) \Gamma\left(-\frac{m}{2}\right) l! (m-l)!} \right) \right\} \times
\end{aligned}$$

$$x t^{m\gamma_1} = \left(\frac{(-1)^m b^{2m+1}}{m!} \bar{x}_m(\beta, \gamma) \right) t^{2m\gamma_1 + \gamma_1},$$

где

$$x_k(\beta, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 \frac{(1-x^2)^{2k+1} x^\beta}{(1-x)^{k+3/2}} dx,$$

$$\bar{x}_k(\beta, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 \frac{(1-x^2)^{2k+1} x^\beta \ln x}{(1-x)^{k+3/2}} dx,$$

причем ряд, стоящий в правой части равенства (7) сходится абсолютно и равномерно при $t \geq 0$.

Доказательство лемм 3, 4, в силу громоздкости, здесь привести невозможно, однако надо заметить, что методика доказательства такая же, как и в леммах 1, 2.

Литература

1. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1971. 2. Уиттекер Э. Т. Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа, т. II, М., 1963. 3. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, т. I, М., 1973. 4. Ruo Urruluri V. R. Aktuar., 1964, № 1—2.

Карагандинский Государственный университет

Поступило 7. VII 1980

Т. Я. Омаров

МӘХСУСИЈӘТЛИ ИНТЕГРАЛ ОПЕРАТОРЛАРЫН ДӘЈИШӘНИН КӘСР ҮСТЛҮ ГҮВВӘТЛӘРИНӘ КӨРӘ СЫРАЛА МҮӘЛҖӘН АҖРЫЛЫШЛАРЫ

Мәгәләдә мәхсусијәтли интеграл операторлары дәјишәнин кәср үстләринә нәзәрән мҮәлҖән сыралара аҖрылышы алынмышдыр. Белә интеграл операторлара тәчрүбәдә, мәсәлән, elektrik контактларынын көрпү ерозијасы илә мҮшәлҖәт олуан истиликкечирмә мәсәләләринин ријази тәдқиғиндә раст кәлинир.

Т. Е. Omarov

SOME SERIES EXPANSIONS OF SINGULAR INTEGRAL OPERATORS ON VARIABLE FRACTIONAL POWERS

The given paper deals with some series expansions of singular integral operators on variable fractional powers, which may be used at investigation of singular integral equations arising in applications, in particular, at mathematical study of thermal processes accompanying the bridge erosion of electric contacts.

УДК 517.946

МАТЕМАТИКА

Б. А. ИСКЕНДЕРОВ

ПРИНЦИП ПРЕДЕЛЬНОЙ АМПЛИТУДЫ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Смешанная задача для строго гиперболических систем уравнений в четверти пространства решена Х. О. Крайсом [1]. Принципы предельного поглощения и предельной амплитуды для строго гиперболических уравнений высокого порядка с постоянными коэффициентами изучены в [2], а для системы уравнений с постоянными коэффициентами в [3].

В данной работе изучено поведение при $t \rightarrow +\infty$ решения смешанной задачи в четверти пространства для уравнений в частных производных высокого порядка с переменными коэффициентами, главные части которых являются строго гиперболическими дифференциальными выражениями. Доказано, что при конечном числе условий ортогональности на правую часть уравнения имеет место принцип предельной амплитуды.

1. Обозначим через R_2 двумерное евклидово пространство $R_2^+ = \{(t, x): (t, x) \in R_2, t > 0, x > 0\}$, $R_1^+ = \{x: x \in R_1, x > 0\}$. Рассмотрим в R_2^+ следующую смешанную задачу

$$L\left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(t, x) + T\left(x, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(t, x) = f(x)e^{i\omega t} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$u(0, x) = 0, \quad \frac{\partial u(0, x)}{\partial t} = 0, \dots, \quad \frac{\partial^{m-1} u(0, x)}{\partial t^{m-1}} = 0 \quad (2)$$

и граничными условиями

$$u(t, 0) = 0, \quad \frac{\partial u(t, 0)}{\partial x} = 0, \dots, \quad \frac{\partial^{r-1} u(t, 0)}{\partial x^{r-1}} = 0, \quad (3)$$

где $L(p, \xi)$ — однородный полином степени m по (p, ξ) с вещественными коэффициентами, $\omega \neq 0$ — вещественное число. $T\left(x, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)$ —

дифференциальный оператор по $\frac{\partial}{\partial t}$ и $\frac{\partial}{\partial x}$ порядка меньше $m-1$ с финитными бесконечно дифференцируемыми коэффициентами, $f(x)$ — принадлежащая $L_2(R_1^+)$ финитная функция, а число $r \leq m-1$ определено ниже.

Через $L_{2,\psi}(R_1^+)$ будем обозначать пространство функций $F(x)$, для которых $\psi(x)F(x) \in L_2(R_1^+)$, где $\psi(x) = e^{-x}$.

Определение. Однородное дифференциальное выражение $L\left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)$ называется строго гиперболическим, если при вещественных $\xi \neq 0$ корни уравнения

$$L(p, i\xi) = 0$$

по p чисто мнимые и различные.

Лемма 1 (см. [1]). При $\operatorname{Re} p > 0$ корни уравнения

$$L(p, \lambda) = 0 \quad (4)$$

по λ распадаются на две группы

$$\operatorname{Re} \lambda_1(p) < 0, \operatorname{Re} \lambda_2(p) < 0, \dots, \operatorname{Re} \lambda_r(p) < 0, \\ \operatorname{Re} \lambda_{r+1}(p) > 0, \operatorname{Re} \lambda_{r+2}(p) > 0, \dots, \operatorname{Re} \lambda_m(p) > 0.$$

В условии (3) число r равно числу корней уравнения (4) с отрицательными вещественными частями. Через $H^s(R_1^+)$ обозначим пространство Соболева—Слободецкого, состоящее из функций, определенных в R_1^+ , преобразование Фурье которых является локально интегрируемой функцией $\tilde{u}(\xi)$ такой, что

$$\|u\|_{H^s(R_1^+)}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (1 + |\xi|^2)^s |\tilde{u}(\xi)|^2 d\xi < +\infty$$

Совершим в (1)–(3) преобразование Лапласа по t . Тогда получим

$$L\left(p, \frac{\partial}{\partial x}\right) \hat{u}(p, x) + T\left(x, p, \frac{\partial}{\partial x}\right) \hat{u}(p, x) = \frac{f(x)}{p - i\omega} \quad (5)$$

с краевыми условиями

$$\hat{u}(p, 0) = 0, \frac{\partial \hat{u}(p, 0)}{\partial x} = 0, \dots, \frac{\partial^{r-1} \hat{u}(p, 0)}{\partial x^{r-1}} = 0 \quad (6)$$

Нами в [2] доказано, что при $\operatorname{Re} p > 0$ для принадлежащего $L_2(R_1^+)$ решения задачи (5)–(6) (с правой частью $f(x)$ в (5)), когда $T\left(x, p, \frac{\partial}{\partial x}\right) \equiv 0$ имеет место формула

$$\hat{u}_1(p, x) = L^{-1}(p) f(x) = \int_0^\infty G(p, x, \eta) f(\eta) d\eta,$$

где функция Грина $G(p, x, \eta)$ этой краевой задачи определяется следующим образом:

$$G(p, x, \eta) = \begin{cases} G_1 = \sum_{i=1}^r \frac{1}{\prod_{v=1}^m (\lambda_i(p) - \lambda_v(p))} \sum_{j=i, r+1}^m \frac{e^{\lambda_i(p)x - \lambda_j(p)\eta}}{\prod_{\mu=1, r+1}^m (\lambda_j(p) - \lambda_\mu(p))} & \text{при } x > \eta \\ G_2 = - \sum_{j=r+1}^m \frac{1}{\prod_{\mu=r+1}^m (\lambda_j(p) - \lambda_\mu(p))} \sum_{i=1, 1}^r \frac{e^{\lambda_i(p)x - \lambda_j(p)\eta}}{\prod_{v=1}^m (\lambda_i(p) - \lambda_v(p))} & \text{при } x < \eta \end{cases}$$

здесь штрих у знака произведения означает, что множители с одинаковыми индексами отсутствуют.

В силу леммы 1 корни уравнения $L(1, \alpha) = 0$ вещественны и

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_r < 0, \alpha_{r+1} > \alpha_{r+2} > \dots > \alpha_m > 0$$

Приведем лемму, которая необходима в дальнейшем.

Лемма 2. а) Функция Грина $G(p, x, \eta)$ голоморфна по p в полуплоскости $\operatorname{Re} p > 0$ и в этой полуплоскости для нее имеет место оценка

$$\left| \frac{\partial^l G(p, x, \eta)}{\partial x^l} \right| \leq \frac{C_1}{1 + |p|^{m-1}} e^{\operatorname{Re}(p)x - \alpha_m \eta}, \quad x \neq \eta \quad (7)$$

б) Функция $G(p, x, \eta)$ аналитически продолжается в полуплоскость $\operatorname{Re} p \leq 0$ и в этой полуплоскости для нее имеет место оценка

$$\left| \frac{\partial^l G(p, x, \eta)}{\partial x^l} \right| \leq \frac{C_1}{1 + |p|^{m-1}} e^{\operatorname{Re}(p)x - \alpha_r \eta}, \quad x \neq \eta \quad (8)$$

$$\text{в) } \frac{\partial^l G(p, 0, \eta)}{\partial x^l} = 0, \quad \eta > 0, \quad l \leq r-1 \quad (9)$$

при всех p , здесь C_1 — постоянная.

Отметим, что точка $p = 0$ является устранимой особой точкой для функции $G(p, x, \eta)$.

2. Так же, как в [4] (стр. 546), можно показать, что формула

$$\hat{u}(p, x) = L^{-1}(p) V(p, x)$$

при каждом p ($\operatorname{Re} p > 0$) устанавливает взаимно однозначное соответствие между принадлежащими $H^m(R_1^+)$ решениями задачи (5)–(6) и принадлежащими $L_2(R_1^+)$ решениями уравнения

$$V(p, x) + A(p) V(p, x) = \frac{f(x)}{p - i\omega}, \quad (10)$$

где $A(p) = T\left(x, p, \frac{\partial}{\partial x}\right) L^{-1}(p)$ есть вполне непрерывный оператор, аналитически зависящий от параметра p и действующий из пространства $L_2(R_1^+)$ в себя. В силу леммы 2 оператор $L^{-1}(p)$, следовательно и $A(p)$ допускают аналитическое продолжение в область $\operatorname{Re} p \leq 0$. В этой области $A(p)$ является вполне непрерывным оператором в пространстве $L_{2,\psi}(R_1^+)$. Так как $T\left(x, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)$ есть дифференциальный оператор порядка меньше $m-1$, то из (7) следует, что при достаточно больших положительных p

$$\|A(p)\| < \varepsilon$$

Поэтому для таких p резольвента $R(p)$ уравнения (10) существует. В силу аналитической теоремы Фредгольма [5] (стр. 224) резольвента $R(p)$ в области $\operatorname{Re} p > -\beta$, ($\beta > 0$) является оператором, конечно мероморфно зависящим от параметра p . Так как полюсов $R(p)$ в этой области конечное число, то можно выбрать число $\delta < \beta$ такое, что на прямой $\operatorname{Re} p = -\delta$ резольвента не имела полюсов.

Лемма 3. Для решения краевой задачи (5)–(6) при $\operatorname{Re} p = -\delta$ имеет место оценка

$$\|\hat{u}(p, x)\|_{L_{2,\varphi}(R_1^+)} \leq \frac{C}{1+|p|^m} \|f(x)\|_{L_1(R_1^+)} \quad (11)$$

Оценка (11) верна и в случае, если $\operatorname{Re} p$ ограничена, а $|\operatorname{Im} p|$ — достаточно большое число.

Пусть s_j ($j = 1, 2, \dots, k$) — полюсы порядка q_j резольвенты $R(p)$, расположенные в полуплоскости $\operatorname{Re} p > -\delta$. Тогда для $R(p)$ имеет место разложение

$$R(p) = \sum_{j=1}^k \sum_{v=1}^{q_j} \frac{B_{jv}}{(p-s_j)^v} + D(p),$$

где B_{jv} — конечномерные операторы, $D(p)$ — регулярная оператор функция от p .

Рассмотрим два случая: а) точка $i\omega$ отлична от полюсов резольвенты $R(p)$, лежащих на мнимой оси, б) точка $i\omega$ совпадает с одним из этих полюсов, например, $s_1 = i\omega$.

Теорема 1. Пусть имеет место а) и $m \geq 2$. Тогда при $t > 0$ для решения задачи (1)–(3) справедливо разложение

$$u(t, x) = \hat{u}(i\omega, x) e^{i\omega t} + \sum_{j=1}^k \frac{1}{(q_j-1)!} \frac{d^{q_j-1}}{dp^{q_j-1}} \times \\ \times \sum_{v=1}^{q_j} (p-s_j)^{q_j-v} \frac{e^{pt}}{p-i\omega} L^{-1}(p) B_{jv} f(x)|_{p=s_j} + W(t, x),$$

где

$$\|W(t, x)\| \leq C e^{-\delta t} \|f(x)\|_{L_1(R_1^+)}. \quad (13)$$

Из (12) следует следующая

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1 и $f(x)$ удовлетворяет конечному числу условий типа ортогональности. Тогда при $t \rightarrow +\infty$ для задачи (1)–(3) имеет место принцип предельной амплитуды, т. е.

$$u(t, x) = \hat{u}(i\omega, x) e^{i\omega t} + W(t, x),$$

где для $W(t, x)$ удовлетворяется оценка (13).

Теорема 3. Пусть имеет место б) и $m \geq 2$. Тогда при $t > 0$ для решения задачи (1)–(3) справедливо разложение

$$u(t, x) = \frac{1}{q_1!} \frac{d^{q_1}}{dp^{q_1}} \sum_{v=1}^{q_1+1} (p-s_1)^{q_1+1-v} e^{pt} L^{-1}(p) B_{1v} f(x)|_{p=s_1} + \\ + \sum_{j=2}^k \frac{1}{(q_j-1)!} \frac{d^{q_j-1}}{dp^{q_j-1}} \sum_{v=1}^{q_j} (p-s_j)^{q_j-v} e^{pt} \frac{L^{-1}(p)}{p-s_1} B_{jv} f(x)|_{p=s_j} + \\ + e^{i\omega t} L^{-1}(i\omega) D(i\omega) f(x) + W(t, x),$$

где $W(t, x)$ удовлетворяется оценка (13).

В заключение выражаю глубокую благодарность чл.-корр. АН Азерб. ССР М. Г. Гасымову за внимание к работе.

Литература

1. Крайс Х. О. „Матем. сб. переводов“, 14:4, 91–115, 1970.
2. Гасымов М. Г., Искендеров Б. А. „ДАН СССР“, т. 220, № 5, 1012–1014, 1975.
3. Искендеров Б. А. Исследования по теории диф. ур-ний и их приложений, вып. II, 1981.
4. Вайнберг Б. Р. „Матем. сб.“, т. 78, 120, № 4, 542–578, 1969.
5. Рид М., Саймон Б. Функциональный анализ, т. 1. „Мир“, 1977.

Институт математики и механики

Поступило 22. VI 1981

Б. А. Искендеров

ГИПЕРБОЛИК ТЭНЛИКЛЭР ÜЧÜN ЛИМИТ АМПЛИТУДУ ПРИНЦИПИ

Дөрддә бир фәзада баш һиссәси бирчине чидди гиперболик олан дәјишән әмсаллы хүсуси тәрәмәли дифференциал тәнликләр үчүн гојулмуш гарышг мәсәләнин һәлли $\infty + \pi/7$ олдугда өјрәнилмишдир. Тәнлијини сағ тәрәфи сонлу сајда ортогоналлыг шәртини өдәдикдә гојулмуш мәсәлә үчүн лимит амплитуду принципини доғрулуғу көстәрилмишдир.

B. A. Iskenderov

THE PRINCIPLE OF LIMITING AMPLITUDE FOR HYPERBOLIC EQUATIONS

In a quarter of space, when $t \rightarrow +\infty$, the behaviour of solutions of the initial-boundary value problem for the partial difference equation with variable coefficients was studied. High part of this equation is strongly hyperbolic differential expression. It's proved that, when the right side of the equation satisfies a finite condition of orthogonality, the principle of limiting amplitude is satisfied.

А. А. НОВРУЗОВ, А. А. КУРБАНОВ

О МОДУЛЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В РЕГУЛЯРНЫХ ГРАНИЧНЫХ ТОЧКАХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

Пусть D — ограниченная область, лежащая в n -мерном евклидовом пространстве R^n . И в D определено уравнение Лапласа

$$\Delta U = 0 \quad (1)$$

Определение. Ограниченную область D будем называть нормальной, если в каждой точке границы этой области выполняется условие Винера—Келдыша (см. [1, 2]).

Пусть $x^0 \in \partial D$ и в некоторой окрестности этой точки всякое ограниченное решение $U(x)$ уравнения (1) равно нулю, кроме, быть может, в точке x^0 . Класс ограниченных гармонических функций, обладающих этим свойством, будем обозначать через B .

Пусть решение уравнения (1) $U(x) \in B$ и $U(x)$ обладает следующим свойством: для $\forall \varepsilon > 0$ найдутся константы $M > 0$, $\delta(\varepsilon) > 0$ такие, что при $|x - x^0| < \delta$, $x^0 \in \partial D$, $x \in D$

$$|U(x)| \leq M|x - x^0|^\varepsilon \quad (2)$$

Множество гармонических функций, обладающих свойством (2) и принадлежащих множеству B , будем обозначать через $H_{M,\delta}(D)$. В данной заметке доказывается, что если граница области D удовлетворяет некоторым условиям, то всякое ограниченное решение $U(x)$ уравнения (1) из множества B принадлежит множеству $H_{M,\delta}(D)$. Указанное условие дается в терминах емкости и гармонической меры того куска границы, где $U(x) = 0$.

Через $C_r^{x^0}$ обозначим n -мерный шар радиуса r с центром в точке x^0 .

Лемма 1. Пусть нормальная область D лежит внутри шара $Q_{4R}^{x^0}$ и имеет предельные точки на границе $C_{4R}^{x^0}$.

Пусть в D дано уравнение (1) и в ней определено его решение $U(x)$, непрерывное в $\bar{D}$, которая лежит строго внутри $Q_{4R}^{x^0}$. Пусть $\omega(x, \Gamma, D)$ есть гармоническая мера множества Γ в точке x относительно области D . Тогда для всякого положительного решения $U(x)$ уравнения (1), непрерывного в $\bar{D}$ и обращающегося в нуль на Γ , имеет место неравенство

$$\sup_{x \in D} u \geq \eta_0 \frac{R^{n-2}}{\text{cap}(C_{4R})} \sup_{x \in D \cap Q_R^{x^0}} U,$$

где

$$\eta_0 = \frac{8^{n-2} - 3^{n-2} a_0}{(24)^{n-2}}$$

$$a_0 = \inf_{|x-x^0| < R} \omega(x, \Gamma \cap Q_R^{x^0}, D), \quad C_{4R} = \partial Q_{4R}^{x^0} \cap \bar{D}.$$

САРН — есть Винеровская емкость множества H .

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$W(x) = (v(x) - \beta \omega(x, \Gamma, D)) M,$$

где

$$M = \sup_{x \in D} u, \quad v(x) = \int_{C_{4R}} \frac{d\mu(y)}{|x-y|^{n-2}}$$

$$v(x)|_{C_{4R}} = 1, \quad \beta = \inf_{x \in D} v(x)$$

$\omega(x, \Gamma, D)$ — гармоническая мера множества Γ , т. е. $\omega(x, \Gamma, D)$ есть гармоническая функция в D такая, что $\omega|_{\Gamma} = 1$, $U|_{\partial D \cap \Gamma} = 0$

Очевидно, что $W|_{C_{4R}} = M > U(x)$ и

$$W|_{\Gamma} > \inf_{x \in D} v(x) - \beta > 0$$

Таким образом, $W|_{\partial D} > U|_{\partial D}$

Тогда в силу принципа максимума имеем

$$W(x) > U(x) \text{ всюду в } D$$

или

$$\begin{aligned} U(x) &< (v(x) - \beta \omega(x, \Gamma, D)) \sup_{x \in D} U \\ \sup_{x \in D \cap Q_R^{x^0}} U(x) &\leq \left(\sup_{x \in D \cap Q_R^{x^0}} v - \beta \inf_{x^0 \in D \cap Q_R^{x^0}} \omega(x, \Gamma, D) \right) \sup_{x \in D} u \leq \\ &\leq \left(\frac{\mu(C_{4R})}{3^{n-2} R^{n-2}} - \beta \inf_{x \in D \cap Q_R^{x^0}} \omega(x, \Gamma, D) \right) \sup_{x \in D} U \leq \\ &\leq \left(\frac{\mu(C_{4R})}{3^{n-2} R^{n-2}} - \frac{\mu(C_{4R})}{8^{n-2} R^{n-2}} \cdot a \right) \sup_{x \in D} u, \end{aligned}$$

где

$$a = \inf_{|x-x^0| < R} \omega(x, \Gamma \cap Q_R^{x^0}, D)$$

Далее имеем

$$\sup_{x \in D} U \geq \eta_0 \frac{R^{n-2}}{\mu(C_{4R})} \sup_{x \in D \cap Q_R^{x^0}} U,$$

где

$$\eta_0 = \frac{8^{n-2} - 3^{n-2} \cdot a}{(24)^{n-2}}$$

Лемма 2. Пусть шар $C_{4R}^{x^0}$ и область D имеют тот же смысл, что и в лемме 1 и Γ та часть границы области D , которая лежит строго внутри области D .

Пусть $U(x)$ -решение уравнения (1) непрерывное в D и обращающееся в нуль на Γ . Пусть существует константа $\lambda > 0$ такая, что для всякого $R > 0$ имеет место

$$\mu(C_{4R}) \leq \lambda R^{n-2} \quad (3)$$

Тогда имеет место неравенство

$$\sup_{x \in D} U \geq \lambda, \quad \sup_{x \in D \cap Q_R^{x^0}} U,$$

где $\lambda_1 > 1$ —константа, зависящая только от n размерности R^n , константы $\lambda > 0$ —неравенства (3) и гармонической меры множества $\Gamma \cap D_R^{x^0}$.

Доказательство этого факта из леммы 1. получается автоматически.

Определение. Пусть в области D определен оператор Лапласа и $x^0 \in \partial D$. Точку x^0 будем называть φ регулярной, если каково бы ни было $D' \subset D$ и субгармоническая функция $U(x) < 1$, непрерывная на $\bar{D}'$ существует положительная функция $\varphi(r)$, $0 < r < r_0$, стремящаяся к нулю при $r \rightarrow 0$ такая, что из того, что

$$U(x)|_{\partial D' \cap \Omega_r} \leq 0$$

следует, что

$$U(x)|_{\Omega_r} \leq \varphi(|x - x^0|),$$

где σ и σ_1 —некоторые окрестности точки x^0 , зависящие только от размерности пространства R^n .

Теорема 1. Пусть в нормальной ограниченной области дано уравнение (1) и в ней определено его решение $U(x)$. Пусть $C_{4R} = \partial D_R^{x^0} \cap D$ и для любого $R > 0$ имеет место неравенство

$$\text{cap}(C_{4R}) \leq \lambda R^{n-2} \quad (4)$$

Пусть решение $U(x) \in B$. Тогда точка $x^0 \in \partial D$ будет φ регулярной и в качестве функции $\varphi(r)$ можно взять функцию $\varphi(r) = Mr^\delta$, где M —константа, зависящая от области D , а $\delta > 0$ —зависит от n , λ и гармонической меры множества $\partial D \cap C_R^{x^0}$.

Доказательство этой теоремы получается из леммы 2.

Теорема 2. Пусть в нормальной области дано уравнение (1) и в ней определено его решение $U(x) \in B$.

Пусть для любого R имеет место неравенство (4). Тогда любое решение $U(x) \in B$ уравнения (1) принадлежит множеству

$$H_{M,\delta}(D)$$

Доказательство этой теоремы получается из теоремы 1.

Определение. Неограниченную область D будем называть областью типа телесного угла, если выполняется следующее неравенство: существует константа $\eta > 0$ такая, что всех $R > R_0$ имеет место неравенство

$$\frac{\text{cap}(D_R)}{R^{n-2}} \leq \eta, \quad \text{где } D_R = D \cap C_R^0 \neq \emptyset.$$

Теорема 3. Пусть D неограниченная область типа телесного угла. Пусть в D определено решение $U(x)$ уравнения (1).

Пусть $U|_{\partial D} \leq 0$. Тогда имеет место один из следующих:

либо $U(x) \leq 0$ всюду в D ,

либо $\liminf_{|x| \rightarrow \infty} \frac{M(R)}{R^a},$

где $M(R) = \sup_{|x| \leq R} U(x)$, а константа, зависящая только от n размерности пространства и гармонической меры множества $\partial D \cap Q_R^{x^0}$. Теорема является следствием леммы 2.

Литература

1. Ландис Е. М. Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов. Изд-во "Наука". М., 1971. 2. Мазья В. Г. Сб. "Проблемы математического анализа". Изд-во ЛГУ. 1966. 3. Новрузов А. А. Математические заметки. т. 12, вып. 1, 67—72, 1972.

АЗИНХ

Поступило 4. III 1981

Э. Э. Новрузов, Э. А. Гурбанов

РЕГУЛЯР СЭРХЭД НӨГТЭСИНДЭ ГАРМОНИК ФУНКЦИЈАНЫН КЭСИЛМЭЗЛИК МОДУЛУ НАГГЫНДА

Мэгалэдэ гармоник функсијанын верилмиш мөлдүд областын сэрхэддиндэ лимитинин хассалэри өјрөнилir. Кэсилмэзлик модулуун бахылан областын сэрхэддинин хөндөсн шөклиндэн асылы олараг гijмөтлөндирилмэсн верилмишдир.

A. A. Novruzov, A. A. Gurbanov

ON A MODULUS OF CONTINUITY OF HARMONIC FUNCTIONS IN REGULAR BORDERED POINTS

In the paper the limit peculiarity of harmonic function in boundary of bounded field is studied. We obtained the estimate of modulus of continuity depending on the geometrical structure of bounded domain in examined field.

С. Ш. БАБАХАНОВА, Э. Э. ПАШАЕВА

ОБ ОДНОМ КРАТНОМ РАЗЛОЖЕНИИ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Ф. Г. Максудовым)

В настоящей статье дается характеристика спектра и кратное разложение по собственным функциям одномерного несамопряженного дифференциального оператора четного порядка на полуоси с полиномиальной зависимостью комплекснозначных коэффициентов, порожденного интегральными краевыми условиями.

Обозначим через $L(\lambda)$ оператор для каждого $\lambda \in S'_m(S''_m)$, где S'_m и S''_m являются половинками сектора S_m комплексной λ -плоскости, удовлетворяющего неравенствам

$$\frac{(m-1)\pi}{n} < \arg \lambda < \frac{m\pi}{n}, \quad m = \overline{1, 2n}$$

в пространстве $L_2(0, \infty)$, порожденный дифференциальным выражением

$$l_\lambda(y) = y^{(2n)} + P_2(x, \lambda) y^{(2n-2)} + P_3(x, \lambda) y^{(2n-3)} + \dots + [P_{2n}(x, \lambda) + \lambda^{2n}] y \quad (1)$$

и краевыми условиями

$$U_\nu(y) = \int_0^\infty K_\nu(x) y(x, \lambda) dx = 0 \quad (2)$$

$$U_\nu(y) = \sum_{j=0}^{2n-1} \alpha_{\nu j} y^{(j)}(0, \lambda), \quad \nu = \overline{1, n},$$

где $P_k(x, \lambda) = \lambda^{n-1} p_{k1}(x) + \dots + p_{kn}(x)$, а $\alpha_{\nu k}$, $\nu = \overline{1, n}$; $k = \overline{0, 2n-1}$ фиксированные комплексные числа такие, что формы $U_\nu(y)$, $\nu = \overline{1, n}$ — линейно независимы, $K_\nu(x)$, $\nu = \overline{1, n}$ — произвольные комплекснозначные функции пространства $L_2(0, \infty)$.

Область определения $D_{am}(D_{am})$ оператора $L(\lambda)$ состоит из всех функций $y(x, \lambda) \in L_2(0, \infty)$ при каждом $\lambda \in S'_m(S''_m)$ и таких, что производные $y^{(v)}(x, \lambda)$, $v = \overline{0, 2n-1}$ существуют и абсолютно непрерывны по x в каждом конечном интервале $[0, b]$, $b > 0$ для всех $\lambda \in S'_m(S''_m)$ $l_\lambda(y) \in L_2(0, \infty)$ и удовлетворяющих краевым условиям (2).

При условии, что ранг формы (2) равен n , легко показывается, что область определения $D_{am}(D_{am})$ оператора $L(\lambda)$ плотна в $L_2(0, \infty)$. Пусть выполняется условие

$$|p_{ki}(x)| < s \exp(-\epsilon x), \quad i \leq k, \quad c, \epsilon > 0 \quad (3)$$

Известно 5), что уравнение $l_\lambda(y) = 0$ имеет $2n$ -ограниченных и непрерывных по совокупности (x, λ) вместе со своими производными до $2n-1$ порядка включительно решений $y_k(x, \lambda)$, $k = \overline{1, 2n}$ в области $\{x \in [0, \infty), \lambda \in S'_m(S''_m), |\lambda| > r > 0\}$ и при каждом фиксированном $x \in [0, \infty)$, $y_k^{(v)}(x, \lambda)$, $k = \overline{1, 2n}$, $v = \overline{0, 2n-1}$ являются голоморфными функциями по λ в области $\{\lambda \in S'_m(S''_m), |\lambda| > r\}$, а при выполнении условия (3) уравнение имеет линейно-независимые решения $y_k(x, \lambda)$, $k = \overline{1, 2n}$ в области $\{x \in [0, \infty), |\lambda| > r(\epsilon)\}$ голоморфные по λ при $|\lambda| < r(\epsilon)$.

Пусть M_m и M_{m+1} — лучи, ограничивающие сектор S_m , а T_m — его биссектриса.

Предположим, что при $\lambda \in T_m$, $m = \overline{1, 2n}$, $n = 2l$ ($\lambda \in M_m$ (M_{m+1}), $m = \overline{1, 2n}$, $n = 2l + 1$)

$$A(\lambda) \neq 0, \quad (4)$$

где

$$A(\lambda) = \begin{vmatrix} U_{11} & \dots & U_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{n1} & \dots & U_{nn} \end{vmatrix}$$

$$U_{ij} = U_i(y_j) = \int_0^\infty K_j(x) y_j(x, \lambda) dx$$

при $\lambda \in S'_m(S''_m)$ решения $y_s(x, \lambda)$, $s = \overline{1, n}$ берутся из $L_2(0, \infty)$. Тогда справедлива

Теорема 1. Пусть выполняются условия (3) и (4) и $K_i(x) \in L_1(0, \infty) \cap L_2(0, \infty)$, $i = \overline{1, n}$. Тогда множество собственных значений оператора $L(\lambda)$ конечно для $\lambda \in S'_m(S''_m)$. Все точки $\lambda \in T_m$, $m = \overline{1, 2n}$ (n — четное) являются точками непрерывного спектра оператора $L(\lambda)$ в случае нечетного n все точки $\lambda \in M_m$, $m = \overline{1, 2n}$ являются точками непрерывного спектра.

Опишем сопряженный оператор. Интересно увидеть, что сопряженный оператор есть комбинация некоторого дифференциального оператора и n -мерного вектора из $L_2(0, \infty)$.

Напишем дифференциальное выражение, сопряженное к выражению $l_\lambda(y)$, известно, что оно имеет вид:

$$l_\lambda^*(z) = [l_\lambda(z)]^* = z^{(2n)} + (\overline{P_2(x, \lambda)} z)^{(2n-2)} - (\overline{P_3(x, \lambda)} z)^{(2n-3)} + \dots + [\overline{P_{2n}(x, \lambda)} + \overline{\lambda^{2n}}] z$$

Известным путем введем сопряженные краевые условия V_i , $i = \overline{1, n}$, известно, что V_i , $i = \overline{1, n}$ есть коэффициенты при переменных U_i , $i = \overline{1, 2n}$ и являются линейными однородными формами от переменных $z, z', \dots, z^{(2n-1)}$.

Имеет место

Теорема 2. Если g принадлежит области определения сопряженного оператора, то

$$L^*(\lambda)g = l_\lambda^*(g) = \sum_{i=1}^n \overline{p_i K_i(x)} \quad (5)$$

$$V_i = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (6)$$

где $\rho_i = V_{2n+1-i}, \quad i = \overline{1, n}$.

Спектр оператора $L^*(\lambda)$ состоит из собственных значений $\bar{\lambda}$, для которых $A(\bar{\lambda}) \neq 0, \bar{\lambda} \in T_m, m = \overline{1, 2n}; n = 2l (\bar{\lambda} \in M_m, M_{m+1}, m = \overline{1, 2n}, n = 2l + 1)$ непрерывного спектра, заполняющего лучи $T_m, n = 2l (M_m, n = 2l + 1), m = \overline{1, 2n}$, а остаточный спектр пуст.

Пусть $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ — простые собственные значения оператора $L(\lambda)$ $y_1(x), \dots, y_p(x)$ — соответствующие им собственные функции, а $z_1(x), \dots, z_p(x)$ — собственные функции задачи (5)–(6).

Пусть $f_i, i = \overline{0, 2n-1}$ — произвольные функции, тождественно равные нулю в некоторой окрестности нуля и бесконечности, причем дифференцируемые $2n-i-2$ раза, начиная с номера $i = 3$.

Применяя рассуждения, аналогичные 5), мы получаем следующее разложение для четного (нечетного n)

$$f_k = \sum_{s=1}^p \lambda_s^k a_s y_s(x) + \frac{1}{2\pi i} \sum_{m=1}^{2n} \sum_{j=1}^{n+1} \int_{T_m(M_m)} \lambda^k F_j(\lambda) y_1(x, \lambda) d\lambda \quad (7)$$

для всех $k = \overline{0, 2n-1}$, где a_s — числа, явно выражающиеся через собственные значения λ_s и собственные функции самой и сопряженной задач, а $F_j(\lambda), j = \overline{1, n+1}$ — известные функции явно выражающиеся через решения $y_i(x, \lambda), i = \overline{1, n+1}$, а также через решения задачи (5)–(6).

Таким образом нами доказана следующая

Теорема 3. Пусть выполняются условия (3) и (4). Тогда для произвольных финитных функций $f_k, k = \overline{0, 2n-1}$, дифференцируемых $2n-k-2$ для $k \geq 3$ имеет место $2n$ -кратное разложение (7), где интегралы сходятся равномерно и абсолютно для всех $x \in [0, \infty)$.

Литература

1. Наймарк М. А. Труды Московск. матем. общ-ва, т. 3, 1954. 2. Allan M. Graff. A nonhomogeneous eigenfunction expansions. Trans. Amer. Math. Soc., 117, 1965. 3. Максудов Ф. Г. ДАН Азерб. ССР, серия матем. № 1, 1969. 4. Максудов Ф. Г., Пашаева Э. Э. ДАН СССР, серия, матем. т. 249, № 3, 1979. 5. Максудов Ф. Г., Пашаева Э. Э. Спектральная теория операторов. Баку, 1980. 6. Бабаханова С. Ш. Деп. в ВИНТИ, № 2184—81.

Институт математики и механики

Поступило 11. III 1981

С. Ш. Бабаханова, Е. Е. Пашаева

ИНТЕГРАЛ СЭРХЭД ШЭРТЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ОПЕРАТОРУН МЭХСУСИ ФУНКЦИЈАЛАРЫНА КӨРЭ БИР ТЭКРАР АЈРЫЛЫШЫ БАГГЫНДА

Мағаләдә спектрин характеристикасы вә јарым охда полиномнал асылығлы комплекс әмсаллы интеграл сәрхәд шәртләриндән јаранмыш чүт дәрәчәли, бир өлчүлү гошма олмајан дифференциал операторун мэхсуси функцијаларла тәкраз ајрылышыңдан бәһс едилір.

Š. Sh. Babakhanova, E. E. Pashaeva

ABOUT ONE MULTIPLY EXPANSION IN TERMS OF CHARACTERISTIC FUNCTIONS OF THE DIFFERENTIAL OPERATOR WITH INTEGRAL BOUNDARY CONDITIONS

In the given paper even order nonselfadjoint differential operator was defined on those functions, satisfying an integral-point type of boundary condition. The case is investigated, when the coefficients of the differential expression are complex-valued and polynomial depends on complex spectral parameter. The spectrum of the operator has been investigated, the adjoint operator is derived, its spectrum is classified and multiply expansion in terms of the characteristic functions of the operator is obtained.

З. Ф. СЕИДОВ

ВОГНУТЫЕ ФИГУРЫ РАВНОВЕСИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Ф. Султановым)

1. Известно, что односвязные фигуры равновесия твердотельно вращающейся однородной самогравитирующей жидкости возможны при любой скорости вращения и всегда выпуклы. Неоднородная (сжимаемая) жидкость, во-первых, имеет предельную скорость вращения, а во-вторых, как показали численные расчеты [1], может быть вогнутой (оставаясь односвязной). Этот вывод, будучи результатом численных расчетов, может вызвать некоторые сомнения. Поэтому в данном сообщении мы продемонстрируем принципиальную возможность вогнутых фигур равновесия вращающейся жидкости полужналитическим методом. Речь идет о равновесной форме твердотельно вращающейся невесомой жидкости в обобщенной модели Роша, ранее рассмотренной автором в [2].

2. Гравитационный потенциал при этом является потенциалом обобщенной задачи двух центров и имеет следующий вид в цилиндрической системе координат:

$$V(\rho, z) = \frac{fM}{2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad \begin{aligned} r_1^2 &= \rho^2 + (z - ci)^2, \\ r_2^2 &= \rho^2 + (z + ci)^2, \end{aligned} \quad (1)$$

здесь f — ньютоновская гравитационная постоянная, M и c — вещественные параметры размерности массы и длины.

Потенциал (1) — вещественный, что видно, если ввести новые вещественные переменные λ и μ вместо ρ и z по формулам

$$r_1 = c(\lambda - \mu i), \quad r_2 = c(\lambda + \mu i), \quad (2)$$

в результате получим;

$$V(\lambda, \mu) = \frac{fM}{c} \frac{\lambda}{\lambda^2 + \mu^2} \quad (3)$$

Твердотельно вращающаяся с постоянной угловой скоростью ω невесомая оболочка в гравитационном поле (1) имеет равновесную форму при условии:

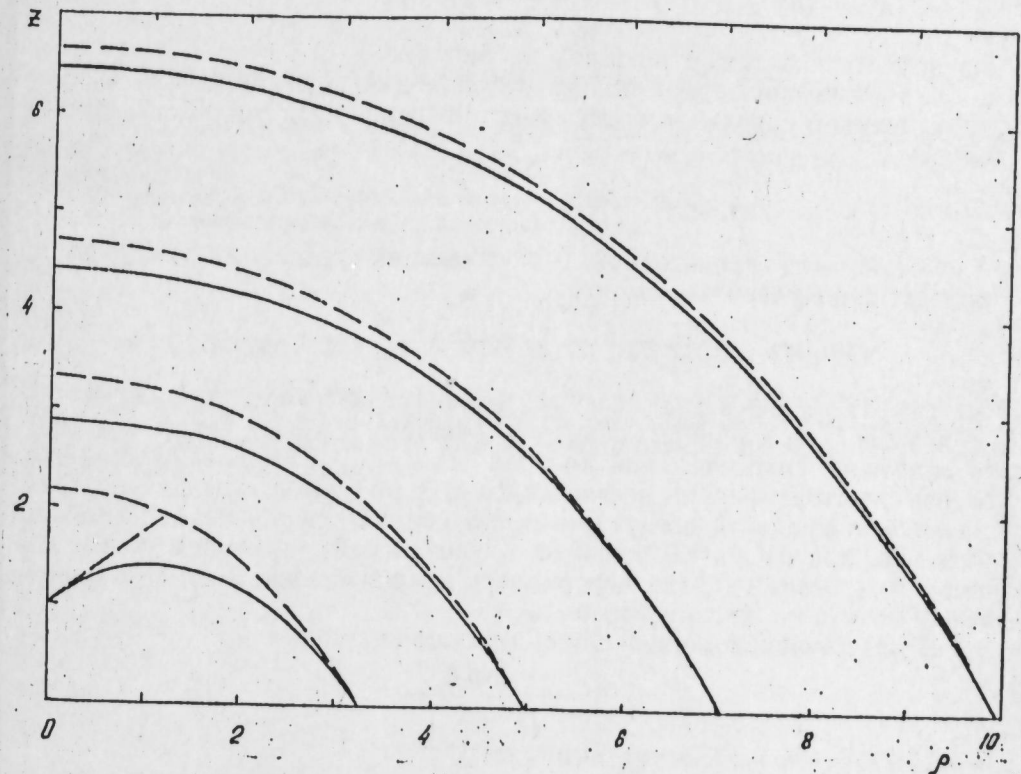
$$\Phi = V + U = \Phi_0 = \text{const}, \quad (4)$$

где $U = \frac{1}{2} \omega^2 \rho^2$ — потенциал центробежных сил.

Критическая поверхность определяется условием равенства центробежных сил и гравитационных сил на экваторе, где $z = 0$.

3. На рисунке показаны результаты численных расчетов равновесной формы критической фигуры для четырех значений квадрата экваториального радиуса при заданных значениях параметров M и c :

$$a^2 = \left(\frac{fM}{\omega^2} \right)^{2/3} + c^2, \quad (5)$$



именно, $a^2/c^2 = 100, 50, 25$ и $10,63359556 \equiv a_2^2/c^2$. Последнее значение соответствует минимальному значению экваториального радиуса, при котором полярный радиус b равен c , $b = c$; при $a < a_1$, b принимает минимые значения, подробнее см. [2].

Показаны также критические поверхности классической модели Роша [3] при тех же значениях a^2 . С уменьшением a (это соответствует росту угловой скорости вращения, а также росту c , т. е. росту нецентральности — сплюснутости гравитационного поля) отклонение критической фигуры от классической модели увеличивается и при малых a фигура становится даже вогнутой — классическая модель приводит конечно всегда к выпуклой фигуре.

4. Можно найти значение $a = a_2$, при котором фигура становится впервые вогнутой. Разлагая V из (1) при малых ρ , $\rho \ll 1$, с помощью (4) получим уравнение для a_2 :

$$a_2^2 - c^2 = \frac{(b^2 + c^2)^2}{(b^3 - 3bc^2)^{2/3}}, \quad b = A + \sqrt{A^2 - c^2}, \quad A = \frac{(a_2^2 - c^2)^{3/2}}{3a_2^2 - 2c^2} \quad (6)$$

Численное решение этого уравнения дает $a_2/c = 4,0035780$.

При $a > a_2$ критические фигуры в нашей модели выпуклы, при

$a < a_2$ — вогнуты. Конечно, при $a < a_2$ вогнутыми являются также ближайшие к внешней внутренние эквипотенциальные поверхности. Далее, при $b = c$ имеем следующее соотношение для асимптотики критической фигуры:

$$\left. \frac{dz}{d\rho} \right|_{\rho \rightarrow 0} = \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{(a_1^2/c^2 - 1)^{3/2}} \right]^{1/2} = 0,7529196 \quad (7)$$

Эта асимптотика также показана на рисунке.

5. Рассмотрим теперь общие условия для вогнутости или выпуклости эквипотенциальной поверхности вращающейся жидкости. Из (4) имеем:

$$V(\rho, z) + \frac{1}{2} \omega^2 \rho^2 = \text{const} \quad (8)$$

Отсюда для производной, описывающей уравнение поверхности жидкости, получаем выражение:

$$\frac{dz}{d\rho} = \left(-\frac{\partial V}{\partial \rho} - \omega^2 \rho \right) \left/ \frac{\partial V}{\partial z} \right. \quad (9)$$

Так как $\partial V / \partial z < 0$ всегда, следовательно, если гравитационный потенциал падает не слишком сильно с расстоянием ρ от оси симметрии, то возможна ситуация, при которой $dz/d\rho > 0$. Учитывая еще, что вблизи экватора фигуры всегда $dz/d\rho < 0$, получаем, что фигура вращающейся жидкости вогнута — обычно вблизи оси вращения. Заметим еще, что при $\partial V / \partial \rho = 0$ и $\partial V / \partial z = \text{const}$ из (9) получаем ситуацию „воды в стакане“, когда поверхность вращающейся жидкости имеет всюду вогнутую фигуру параболы.

В классической модели Роша потенциал имеет вид:

$$V = \frac{\text{const}}{(\rho^2 + z^2)^{1/2}} \quad (10)$$

и $dz/d\rho < 0$ всюду — фигура выпукла.

В обобщенной модели Роша гравитационный потенциал падает с ростом ρ медленнее, чем потенциал (10) — поверхности равного гравитационного потенциала не сферические, как в классической модели Роша, а сплюснутые к плоскости экватора, поэтому в некоторых случаях $dz/d\rho > 0$.

В численных расчетах [1] вогнутая внешняя фигура вращающейся жидкости получалась для больших значений угловой скорости вращения, близких к критической. При этом эффективный гравитационный потенциал оказывался сильно сплюснутым к экваториальной плоскости и в соответствие со сказанным возможность вогнутой фигуры равновесия становится понятной. Заметим впрочем, что наши рассуждения не являются доказательством необходимости вогнутых фигур в [1], так как там рассматривались вращающиеся слабо сжимаемые самогравитирующие жидкости и аналитический подход затруднителен. Данная заметка служит указанием на возможность появления вогнутых фигур равновесия совсем в другой ситуации — невесомая твердотельно вращающаяся жидкость в нецентральной поле.

Выражаю признательность Г. Т. Аразову и М. А. Рудзскому, за полезные обсуждения и П. Н. Шустареву за помощь при вычислениях.

Литература

1. Fukushima T., Eriguchi Y., Sugimoto D. Preprint, 1980.
2. Сеидов З. Ф. „ДАН Азерб. ССР“, XXXVII, 1981.
3. Крат В. А. Фигуры равновесия небесных тел. М.—Л. ГИТТЛ, 1950.

Шемахинская астрофизическая
обсерватория

Поступило 12. II 1981

З. Ф. Сеидов

ФЫРЛАНАН МАЈЕНИН ЧӨКҮК ФОРМАЛАРДА ТАРАЗЛЫҒЫ

Мәгаләдә ики фиксә едилмиш мәркәзин үмүмиләшдирилмиш мәсәләсинин гравитасија саһәсиндә сабит сүр'әтлә фырланан чәкисиз мајенин таразлыг формалары тәдгиг олуимушдур.

Фырланманын бучаг сүр'әтинин гијмәти кифајәт гәдәр бөјүк олдугда таразлыг формасынын чөкүк олмасы еһтималы кәстәрилмишдир.

Z. F. Seidov

CONCAVE EQUILIBRIUM OF ROTATING LIQUID FIGURES

The paper deals with the investigation of the equilibrium form for the uniformly rotating liquid in the gravitational field of the generalized problem of two fixed centres. The existence of the concave form of rotating liquid is shown for large enough angular velocity of the rotation.

Частоты (МГц) вращательных переходов молекулы $(CD_3)_2CDON$

Чл.-корр. Ч. О. КАДЖАР, С. А. МУСАЕВ, Чл.-корр. Э. Ю. САЛАЕВ

МИКРОВОЛНОВЫЙ ВРАЩАТЕЛЬНЫЙ СПЕКТР МОЛЕКУЛ

$(CD_3)_2CDON$ И $(CH_3)_2CHON$

Исследование центробежного возмущения вращательных и вращательно-колебательных спектров молекулы изопропилового спирта $(CH_3)_2CHON$ было начато в работе [1].

С целью дальнейшего изучения центробежного возмущения вращательного спектра молекулы изопропилового спирта нами в диапазоне частот 11,0-30,0 ГГц изучались вращательные переходы молекул $(CH_3)_2CHON$ и $(CD_3)_2CDON$ в транс-конформации до J более высоких, чем в этой работе.

Ранее не изученный спектр молекулы $(CD_3)_2CDON$ оказался очень насыщенным и усложненным, расшифровка его на спектрометре с молекулярной штарковской модуляцией оказалась невозможной. Поэтому был сконструирован гибридный радиоспектрометр с штарковской модуляцией и модуляцией по двойным РЧ-МВ и МВ-МВ резонансам, идентификация спектра на котором значительно облегчалась. Кроме того, изучение двойных резонансов позволило расширить объем информации, получаемой из вращательных спектров изучаемых молекул. Сигналы двойных РЧ-МВ и МВ-МВ резонансов наблюдались либо в режиме штарковской модуляции, либо при амплитудной модуляции сигнала накачки. В обоих случаях частота модуляции выбиралась равной 100 КГц. В качестве источников СВЧ излучения использовались ЛОВ, управляемые специально разработанной системой поиска, захвата, стабилизации и перестройки частоты.

Все измерения проводились в медной волноводной поглощающей ячейке сечением $10,2 \times 23,6$ мм и длиной около 2 м при температурах $(-50 \div -60)^\circ C$ и давлении 5-50 мм. тор. Частоты спектральных линий измерялись с точностью 0,2 МГц стандартными частотомерами, контролируемым приемником-компаратором по сигналам времени, принимаемым из эфира.

Дейтерозамещенный образец $(CD_3)_2CDON$ 99% чистоты использовался без дальнейшей очистки.

Возможность наблюдения двойных РЧ-МВ и МВ-МВ резонансов позволила не только идентифицировать вращательный спектр молекул низких J, но и найти все переходы с высокими J в представлении жесткой модели, и только после этого перейти к расчету центробежного возмущения вращательного спектра. В табл. 1 и 2 приводятся частоты идентифицированных вращательных переходов молекул $(CD_3)_2CDON$ и $(CH_3)_2CHON$.

Переход	$\nu_{расч}$	$\nu_{эксп}$	Центробежный вклад	$\nu_{эксп} - \nu_{расч}$
0 ₀₀ -1 ₁₀	13 039,74	13 039,69	0,02	-0,05
1 ₁₀ -2 ₂₀	26 375,97	26 376,15	0,16	0,18
1 ₁₁ -2 ₂₁	27 108,86	27 109,12	0,11	0,26
1 ₀₁ -2 ₁₁	25 049,99	25 049,99	0,06	0,00
1 ₁₀ -2 ₂₁	25 018,06	25 018,06	0,09	0,00
1 ₁₁ -2 ₀₂	17 451,46	17 451,35	0,07	-0,11
1 ₀₁ -2 ₁₂	18 777,52	18 777,87	0,07	0,35
2 ₁₂ -3 ₀₃ **	25 870,26	25 870,38	0,18	0,12
2 ₀₂ -3 ₁₃ **	26 223,02	26 223,43	0,19	0,41
4 ₃₂ -4 ₁₁	13 354,85	13 354,85	0,67	0,00
5 ₄₂ -5 ₅₁	16 135,73	16 135,72	1,26	-0,01
6 ₅₂ -6 ₆₁	19 284,28	19 284,27	2,15	-0,01
7 ₆₂ -7 ₇₁	22 665,51	22 664,99	3,41	-0,52
8 ₇₂ -8 ₈₁	26 172,33	26 171,94	5,11	-0,39
6 ₄₂ -6 ₅₁	11 728,14	11 728,05	1,04	-0,09
7 ₅₂ -7 ₆₁	15 732,61	15 732,62	1,86	0,01
8 ₆₂ -8 ₇₁	20 101,36	20 101,79	3,13	0,43
9 ₇₂ -9 ₈₁ *	24 366,34	24 366,63	4,91	0,29
3 ₀₃ -3 ₁₂ **	11 898,48	11 898,52	0,02	0,04
8 ₁₃ -8 ₀₂	13 058,96	13 059,22	1,76	0,26
9 ₀₃ -9 ₇₂ *	16 826,63	16 827,31	2,76	0,68
10 ₇₃ -10 ₆₂	21 351,42	21 352,02	4,39	0,60
11 ₆₃ -11 ₅₂	25 987,11	25 986,99	6,71	-0,12
3 ₁₃ -3 ₂₂	13 192,68	13 192,51	0,04	-0,17
4 ₂₃ -4 ₃₂ **	13 889,93	13 889,77	0,37	-0,16
5 ₃₃ -5 ₄₃	15 117,64	15 117,84	0,83	0,20
6 ₄₃ -6 ₅₂	16 939,66	16 940,02	1,47	0,36
7 ₅₃ -7 ₆₂	19 366,61	19 336,61	2,37	0,32
8 ₆₃ -8 ₇₂	22 213,65	22 213,82	3,61	0,17
9 ₇₃ -9 ₈₂	25 437,23	25 436,99	5,29	-0,24
4 ₀₄ -4 ₁₃ **	17 483,45	17 483,22	-0,07	-0,23
5 ₁₄ -5 ₂₃ ***	16 666,74	16 666,87	0,40	0,18
6 ₂₄ -6 ₃₃ ***	15 304,85	15 305,01	0,90	0,16
7 ₃₄ -7 ₄₃ *	13 748,84	13 749,00	1,37	-0,16
8 ₄₄ -8 ₅₃	12 695,65	12 695,65	1,80	0,00
9 ₅₄ -9 ₆₃	12 808,38	12 808,12	2,25	-0,26
10 ₆₄ -10 ₇₃	14 471,39	14 472,02	2,87	0,63
11 ₇₄ -11 ₈₃	17 722,02	17 722,02	3,91	0,00
12 ₈₄ -12 ₉₃	22 162,44	22 162,35	5,73	-0,09
13 ₉₄ -13 _{10,3}	27 085,41	27 085,51	8,55	0,10
4 ₁₄ -4 ₂₃ **	17 847,32	17 846,86	-0,05	-0,46
5 ₂₄ -5 ₃₃ **	17 927,34	17 926,76	0,46	-0,58
6 ₃₄ -6 ₄₃ **	18 292,78	18 292,21	1,09	-0,57
7 ₄₄ -7 ₅₃	19 110,70	19 110,40	1,86	-0,30
8 ₅₄ -8 ₆₃	20 500,87	20 501,05	2,82	0,18
9 ₆₄ -9 ₇₃	22 502,92	22 503,13	4,06	0,21
10 ₇₄ -10 ₈₃	25 069,83	25 069,10	5,67	-0,73
5 ₁₅ -5 ₂₄ **	22 848,72	22 848,42	-0,27	-0,30
6 ₂₅ -6 ₃₄ **	22 689,06	22 688,98	0,51	-0,08
7 ₃₅ -7 ₄₄ **	22 582,90	22 582,89	1,40	-0,01
8 ₄₅ -8 ₅₄ **	22 672,17	22 672,54	2,42	0,34
9 ₅₅ -9 ₆₄	23 129,75	23 129,82	3,57	0,07
10 ₆₅ -10 ₇₄	24 110,51	24 110,51	4,90	0,00
11 ₇₅ -11 ₈₄	25 706,31	25 706,91	6,50	0,60

Продолжение табл. 1

Переход	$\nu_{расч.}$	$\nu_{эксп.}$	Центробежный вклад	$\nu_{эксп.} - \nu_{расч.}$
5 ₀₅ —5 ₁₄ ***	22 773,87	22 774,09	—0,28	0,22
6 ₁₅ —6 ₂₄ **	22 345,12	22 345,12	0,49	0,00
7 ₂₅ —7 ₃₄ ***	21 484,55	21 484,36	1,35	—0,19
8 ₃₅ —8 ₄₄ ***	20 022,27	20 023,01	2,23	0,74
9 ₄₅ —9 ₅₄ **	18 102,55	18 102,44	3,05	0,23
10 ₅₅ —10 ₆₄ *	16 327,58	16 327,81	3,69	—0,11
11 ₆₅ —11 ₇₄ *	15 489,23	15 488,92	4,18	—0,31
12 ₇₅ —12 ₈₄	16 184,85	16 185,11	4,68	0,56
13 ₈₅ —13 ₉₄	18 654,36	18 654,99	5,56	0,63
14 ₉₅ —14 _{10,4}	22 708,32	22 708,19	7,28	—0,13
8 ₃₀ —8 ₃₅ **	27 180,30	27 181,07	1,69	0,77
9 ₃₆ —9 ₄₅ **	26 315,49	26 316,06	3,05	0,57
10 ₄₆ —10 ₅₅ ***	24 861,64	24 861,87	4,46	0,23
11 ₅₆ —11 ₆₅ ***	22 781,46	22 781,42	5,79	—0,04
12 ₆₆ —12 ₇₅	20 477,29	20 477,28	6,80	—0,01
13 ₇₆ —13 ₈₅	18 743,91	18 744,31	7,38	0,37
14 ₈₆ —14 ₉₅	18 377,15	18 376,60	7,68	—0,55
15 ₉₆ —15 _{10,5}	19 850,01	19 850,25	8,12	0,24
16 _{10,6} —16 _{11,5}	23 207,46	23 206,57	9,34	—0,89
14 ₇₇ —14 ₈₆	25 067,68	25 067,49	11,43	—0,19
15 ₈₇ —15 ₉₆	22 601,99	22 601,49	12,32	—0,50
16 ₉₇ —16 _{10,6}	21 175,14	21 175,14	12,43	0,00
17 _{10,7} —17 _{11,6}	21 505,55	21 505,55	12,22	0,00
18 _{11,7} —18 _{12,6}	23 893,60	23 893,57	12,51	—0,03

* Переходы, идентифицированные по двойным МВ—МВ резонансом.

** Переходы, идентифицированные по двойным РЧ—МВ резонансом.

Таблица 2

Частоты (МГц) вращательных переходов молекулы (CH₃)₂СНОН

Переход	$\nu_{расч.}$	$\nu_{эксп.}$	Центробежный вклад	$\nu_{эксп.} - \nu_{расч.}$
7 ₀₁ —7 ₇₀	12 535,45	12 535,64	1,83	0,19
8 ₇₁ —8 ₈₀	15 347,50	15 347,50	2,64	0,0
9 ₈₁ —9 ₉₀	18 310,56	18 310,96	4,54	0,40
10 ₉₁ —10 _{10,0}	21 305,43	21 305,77	7,16	0,34
11 _{10,1} —11 _{11,0}	24 253,24	24 253,90	9,63	0,66
13 _{10,4} —13 _{11,3}	26 566,49	26 566,71	11,15	0,2
13 _{11,3} —13 _{12,2}	26 809,28	26 809,35	10,91	0,07
12 _{10,2} —12 _{11,1}	19 344,06	19 343,73	2,56	—0,33
13 _{11,2} —13 _{12,1}	22 496,43	22 496,69	5,44	—0,06
14 _{12,2} —14 _{13,1}	25 723,67	25 724,19	9,05	0,52

Продолжение табл. 2

Переход	$\nu_{расч.}$	$\nu_{эксп.}$	Центробежный вклад	$\nu_{эксп.} - \nu_{расч.}$
13 _{10,3} —13 _{11,2}	15 398,08	15 398,02	2,00	0,06
14 _{11,3} —14 _{12,2}	17 343,67	17 343,91	1,67	0,24
15 _{12,3} —15 _{13,2}	19 870,77	19 870,86	0,96	0,09
16 _{13,3} —16 _{14,2}	22 867,41	22 867,37	0,79	—0,01
17 _{14,3} —17 _{15,2}	26 174,55	26 174,49	2,49	0,06
13 _{9,4} —13 _{10,3}	18 407,32	18 407,75	12,04	0,43
14 _{10,4} —14 _{11,3}	17 689,97	17 689,87	11,09	—0,10
15 _{11,4} —15 _{12,3} **	17 454,29	17 454,81	10,66	0,52
16 _{12,4} —16 _{13,3}	17 823,94	17 824,48	8,53	0,54
17 _{13,4} —17 _{14,3}	18 874,30	18 874,50	5,02	0,20
18 _{14,4} —18 _{15,3} *	20 630,17	20 630,66	1,52	0,49
19 _{15,4} —19 _{16,3}	23 058,24	23 058,94	—1,02	0,70
20 _{16,4} —20 _{17,3}	26 059,05	26 057,87	—7,93	1,18
14 _{9,5} —14 _{10,4}	27 584,14	27 584,03	21,01	—0,11
15 _{10,5} —15 _{11,4}	26 208,81	26 208,44	23,67	—0,37
16 _{11,5} —16 _{12,4}	24 734,19	24 734,53	27,24	0,34
17 _{12,5} —17 _{13,4}	23 341,01	23 340,56	25,32	—0,45
18 _{13,5} —18 _{14,4}	22 231,12	22 230,72	26,27	—0,40
19 _{14,5} —19 _{15,4}	21 596,99	21 597,25	24,20	0,26
20 _{15,5} —20 _{16,4}	21 592,39	21 592,74	18,47	—0,35
21 _{16,5} —21 _{17,4}	22 317,37	22 318,13	10,38	—0,76
22 _{17,5} —22 _{18,4}	23 817,60	23 819,02	—0,57	—1,42
23 _{18,5} —23 _{19,4}	26 078,21	26 079,14	—6,92	—0,93

* Переходы, идентифицированные по двойным МВ—МВ резонансом.

** Переходы, идентифицированные по двойным РЧ—МВ резонансам.

Кроме того, при наблюдении двойных РЧ—МВ резонансов были измерены частоты свыше 58 переходов, попадающих в радиочастотный диапазон. Частоты этих переходов будут опубликованы отдельно.

Показана эффективность идентификации вращательно-колебательного спектра молекулы изопропилового спирта в гош-конформации методом двойного РЧ—МВ резонанса.

Литература

Hirota E. J. Phys. chem., 11, 1475, 1979.

Поступило 7. XII 1981

Ч. О. Гачар, С. А. Мусаев, Е. Ж. Салаев

(CD₃)₂CDON ВЭ (CH₃)₂СНОН МОЛЕКУЛЛАРЫНЫН МИКРОДАЛГАЛЫ
ФЫРЛАНМА СПЕКТРИ

Мәғаләдә (CD₃)₂CDON вә (CH₃)₂СНОН молекулларынын транс-конформе-
риндә микродалгалы фырланма спектринин тәдгигиндән бәһс олунур.

MICROWAVE ROTATIONAL SPECTRUM OF $(CD_3)_2CDOH$ AND $(CH_3)_2CHOH$ MOLECULES

The microwave spectrum of the transomers of the normal and isotopic species $(CH_3)_2CHOH$ and $(CD_3)_2CDOH$ of isopropyl alcohol have been assigned in the region from 11.0 to 30 GHz.

УДК 621.315.592

ФИЗИКА

Н. А. ИБРАГИМОВ, М. Ш. МАМЕДОВ

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОНОКРИСТАЛЛОВ $Cu_{2-x}S$ И $Cu_{2-x}Se$ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ В ХОДЕ ОДНООСНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)

Механические свойства полупроводниковых соединений $Cu_{2-x}S$ и $Cu_{2-x}Se$ при одноосной деформации и при различных температурах почти не исследованы. В работах [1—3] исследованы механические свойства поликристаллических образцов Cu_2S и Cu_2Se при одноосной деформации и при различных температурах.

Данная работа посвящена исследованию механических свойств монокристаллов $Cu_{2-x}S$ и $Cu_{2-x}Se$.

Механические свойства образцов исследовались на установке, описанной в работе [1]. Одноосное сжатие образцов производилось в направлении оси [001].

В результате исследования построена истинная диаграмма напряжение—деформация для монокристаллов $Cu_{2-x}S$ и $Cu_{2-x}Se$. Полученные данные для монокристаллов представлены на рис. 1, 2. На осно-



Рис. 1. Истинная диаграмма напряжение—деформация для монокристаллов $Cu_{2-x}S$

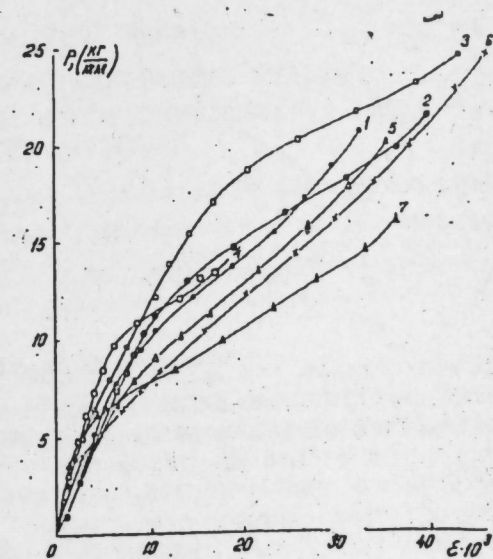


Рис. 2. Истинная диаграмма напряжение—деформация для монокристаллов $Cu_{2-x}Se$

вании экспериментальных данных вычислены модули Юнга и пределы прочности. Результаты представлены в следующей таблице:

$T^{\circ}C$	$E \cdot 10^5, \frac{кг}{см^2}$	$P \cdot 10^2, \frac{кг}{см^2}$	$T^{\circ}C$	$E \cdot 10^5, \frac{кг}{см^2}$	$P \cdot 10^2, \frac{кг}{см^2}$
$Cu_{2-x}S$			$Cu_{2-x}Se$		
20	4,29	8,50	20	1,17	8,50
50	2,69	7,25	100	1,12	9,40
100	1,09	6,45	128	1,95	9,75
150	0,96	7,00	150	2,50	9,50
200	4,00	7,75	200	1,15	8,00
300	4,50	8,00	300	2,00	6,90
400	2,76	6,80	400	2,50	6,00

На основании экспериментальных данных построена зависимость механической прочности от температуры как монокристаллов $Cu_{2-x}S$, так и для поликристаллических образцов Cu_2S [2], что показано на рис. 3. Как видно из кривых, характер зависимости P от $T^{\circ}C$ как для

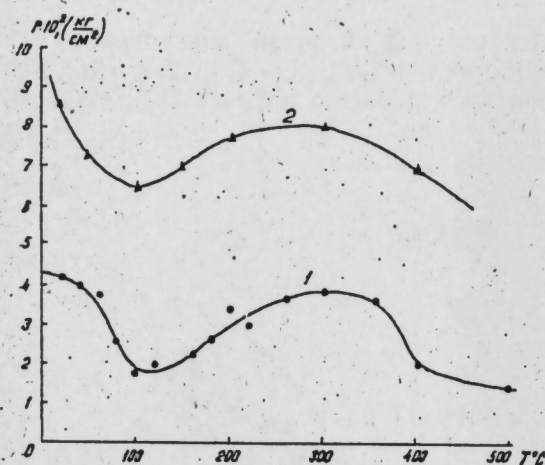


Рис. 3. Зависимость предела прочности $Cu_{2-x}S$ от температуры: 1—поликристаллические образцы; 2—монокристаллические образцы

монокристаллов, так и для поликристаллических образцов почти одинаков. До фазового перехода $T = 100^{\circ}C$ прочность уменьшается, при дальнейшем повышении температуры она увеличивается. Как было показано в работе [2], такой под объясняется переходом решетки от орторомбической формы к гексагональной. Кроме того, как видно из кривых, при данной температуре прочность монокристаллических образцов (кр. 2, рис. 3) больше, чем поликристаллических (кр. 1., рис. 3). На рис. 4 показана зависимость прочности от температуры для $Cu_{2-x}Se$. Здесь также ход кривых для моно- и поликристаллических образцов одинаков. До температуры фазового перехода прочность

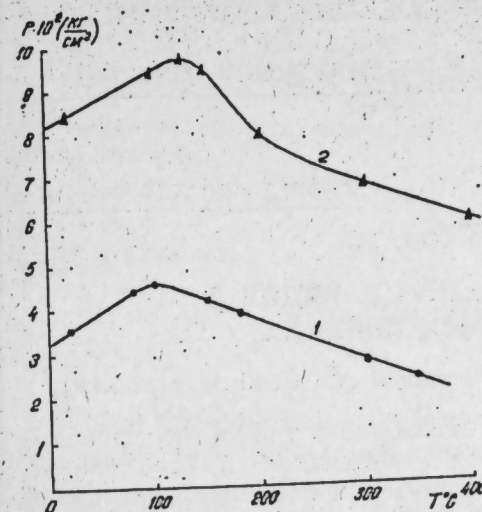


Рис. 4. Зависимость предела прочности $Cu_{2-x}Se$ от температуры: 1—поликристаллические образцы; 2—монокристаллические образцы.

увеличивается, а при последующем повышении температуры она уменьшается. При температуре фазового перехода $T = 130^{\circ}C$ решетка переходит от ГЦК к тетрагональной.

Литература

1. Ибрагимов Н. А., Мамедов М. Ш., Хакимов К. «Изв. АН Азерб. ССР», № 1, 66, 1978.
2. Ибрагимов Н. А., Мамедов М. Ш., Хакимов К. «ДАН Азерб. ССР», № 3, 24, 1979.
3. Ибрагимов Н. А., Мамедов М. Ш., Хакимов К. «ДАН Азерб. ССР», № 4, 23, 1979.

АГУ ил. С. М. Кирова

Поступило 1. VII 1981

Н. Э. Ибрагимов, М. Ш. Мамедов

$Cu_{2-x}S$ [вэ $Cu_{2-x}Se$ МОНОКРИСТАЛЛАРЫНЫН МУХТЭЛИФ ТЕМПЕРАТУРЛАРДА БИРОХЛУ СЫХМА ДЕФОРМАСИЈАСЫНДА МЕХАНИКИ ХАССЭЛЭРИ

Мәгаләдә $Cu_{2-x}S$ ($0 < x < 0,27$) вэ $Cu_{2-x}Se$ ($0 < x < 0,20$) монокристалларынын $293^{\circ} \div 673^{\circ}K$ температур интервалында бирохлу деформасија заманы механики хассэлэри тәдқиғ едилмишдир. Кәркиликл—деформасија әјриси гуруларағ, мөһкәмлик һүдудунун вэ Јунг модулу тәјин едилмишдир. Мөһкәмлик һүдудунун фаза кечиди температурунда, температурдан асылылығынын характеринин дәјишмәси көстәрилмиш дир.

N. A. Ibragimov, M. Sh. Mamedov

TEMPERATURE DEPENDENCIES OF MECHANICAL PROPERTIES OF $Cu_{2-x}S$ AND $Cu_{2-x}Se$ SINGLE CRYSTALS UNDER UNIAXIAL DEFORMATION

The mechanical properties of $Cu_{2-x}S$ and $Cu_{2-x}Se$ crystals have been investigated in temperature range $293 \div 673$ K. The diagram pressure—deformation as well as Jung module and ultimate strength were defined.

Р. Р. ГУСЕЙНОВ

О ПОПЕРЕЧНОМ ДВИЖЕНИИ ЗАРЯДОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Абдуллаевым)

При решении задачи о спектре экситонов в тонкой полупроводниковой пленке, окруженной средой с диэлектрической проницаемостью значительно меньшей диэлектрической проницаемости самой пленки, существенно отличие взаимодействия зарядов от закона Кулона [1]. Для пленки, характеризуемой двумя значениями статической диэлектрической проницаемости (ϵ_1, ϵ_2), точное выражение закона взаимодействия найдено в (2). Однако при решении задачи об одночастичном спектре, а также о спектре экситонов, может оказаться существенным «самодействие» зарядов, т. е. взаимодействие заряда с поляризованной им же самой окружающей пленку средой.

Для того, чтобы найти энергию такого «самодействия», воспользуемся выражением (6) из (2) потенциала, создаваемого зарядом в произвольной точке пленки. Полагая, что в этом выражении $z = z'$, $r = 0$ и вычитая бесконечную энергию, связанную с расходимостью кулоновского потенциала в нуле, имеем:

$$U(z) = \frac{e^2}{\epsilon \gamma d} \sum_{k=1}^{\infty} A^k \cdot \left(\frac{1}{k} + \frac{\epsilon - \epsilon_2}{\epsilon + \epsilon_2} \cdot \frac{1}{1 - 2 \frac{z}{d} + 2k} + \frac{\epsilon - \epsilon_1}{\epsilon + \epsilon_1} \cdot \frac{1}{1 + 2 \frac{z}{d} + 2k} \right) + \frac{e^2}{\epsilon \gamma d} \cdot \left(\frac{\frac{\epsilon - \epsilon_2}{\epsilon + \epsilon_2}}{1 - 2 \frac{z}{d}} + \frac{\frac{\epsilon - \epsilon_1}{\epsilon + \epsilon_1}}{1 + 2 \frac{z}{d}} \right) \quad (1)$$

$$A = \frac{\epsilon - \epsilon_1}{\epsilon + \epsilon_1} \cdot \frac{\epsilon - \epsilon_2}{\epsilon + \epsilon_2}$$

Обозначения здесь те же, что и в [2].

Первая сумма в (1) легко берется, т. к. она есть разложение в ряд функции $-\ln(1 - A)$, а оставшиеся две суммы, как нетрудно убедиться, выражаются через гипергеометрические функции:

$$\sum_{k=1}^{\infty} A^k \cdot \left(\frac{\frac{\epsilon - \epsilon_2}{\epsilon + \epsilon_2}}{1 - 2 \frac{z}{d} + 2k} + \frac{\frac{\epsilon - \epsilon_1}{\epsilon + \epsilon_1}}{1 + 2 \frac{z}{d} + 2k} \right) = A \cdot \left[\frac{\frac{\epsilon - \epsilon_2}{\epsilon + \epsilon_2}}{3 - 2 \frac{z}{d}} \cdot F \left(1, \frac{3}{2} - \frac{z}{d}; \frac{5}{2} - \frac{z}{d}; A \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\frac{\epsilon - \epsilon_1}{\epsilon + \epsilon_1}}{3 + 2 \frac{z}{d}} \cdot F \left(1, \frac{3}{2} + \frac{z}{d}; \frac{5}{2} + \frac{z}{d}; A \right) \right] \quad (2)$$

Учитывая, что $\epsilon_{1,2} \ll \epsilon$ и, следовательно, $A \approx 1 - 2 \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2\epsilon}$, можно воспользоваться для гипергеометрических функций в (2) известной формулой (3):

$$F \left(1, \beta; \beta + 1; z \right) \approx -\beta \ln(1 - z) \quad (3)$$

$$z \rightarrow 1 - 0$$

и, окончательно:

$$U(z) \approx \frac{2e^2}{\epsilon \gamma d} \ln \frac{\epsilon}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} + \frac{2e^2}{\epsilon \gamma d} \cdot \frac{1}{1 - 4 \frac{z^2}{d^2}} \quad (4)$$

Таким образом, взаимодействие заряда с поляризованной им самой окружающей пленку средой, во-первых, смещает начало отсчета энергии на величину $\frac{2e^2}{\epsilon \gamma d} \ln \frac{\epsilon}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)}$ и, во-вторых, приводит к симметричному в данном приближении отталкиванию от границ пленки.

Рассмотрим теперь поперечное движение заряда в пленке с учетом такого отталкивания от ее границ.

Для достаточно малых толщин d , когда расстояние между размерно-квантованными уровнями в прямоугольной яме с бесконечно-высокими стенками $\hbar^2/m_{\perp}d^2 \gg e^2/\epsilon \gamma d$, отталкиванием от стенок, описываемым потенциалом $2e^2/\epsilon \gamma d \cdot \left(1 - 4 \frac{z^2}{d^2}\right)^{-1}$, можно пренебречь и уровни поперечного движения заряда будут обычными размерно-квантованными уровнями, смещенными вверх на величину $2e^2/\epsilon \gamma d \cdot \ln \frac{\epsilon}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)}$:

$$E_n = \frac{2e^2}{\epsilon \gamma d} \cdot \ln \frac{\epsilon}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_{\perp}d^2}, \quad n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

В противоположном случае $\hbar^2/m_{\perp}d^2 \ll e^2/\epsilon \gamma d$ низлежащие состояния, как оказалось, являются состояниями гармонического осциллятора и движение заряда локализовано вблизи точки $z = 0$, равно удаленной от границ пленки.

Для того, чтобы убедиться в этом, разложим потенциал (4) по степеням z^2/d^2 и ограничимся первыми двумя членами:

$$U(z) \approx \frac{2e^2}{\epsilon \gamma d} \ln \frac{\epsilon}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} + \frac{2e^2}{\epsilon \gamma d} \left(1 + 2 \frac{z^2}{d^2} \right) \quad (5)$$

Это есть потенциал гармонического осциллятора с частотой $\omega = 4 \sqrt{\frac{e^2}{\epsilon \gamma d^3 m_{\perp}}}$. Область, в которой локализованы волновые функции нескольких низлежащих состояний

$$a \sim \sqrt{\frac{h}{m_{\perp} \omega}} = \frac{1}{2} d \cdot \left(\frac{h^2}{m_{\perp} d^2} \cdot \frac{e^2}{\epsilon \gamma d} \right)^{1/4} \ll d \quad (6)$$

и, следовательно, для нахождения таких состояний справедливо разложение (5). Таким образом, в этом случае ($h^2/m_{\perp} d^2 \ll e^2/\epsilon \gamma d$) основное и несколько первых возбужденных состояний поперечного движения заряда в пленке будут состояниями гармонического осциллятора с энергиями:

$$E_n = \frac{2e^2}{\epsilon \gamma d} \cdot \left[\ln \frac{s}{2(\epsilon_1 + \epsilon_2)} + 1 \right] + h\omega \cdot \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Литература

1. Келдыш Л. В. Письма в ЖЭТФ, т. 29, вып. 11, стр. 716, 1979. 2. Веклов И. Ш., Гусейнов Р. Р. ДАН Азерб. ССР, т. 37, № 7, 1981. 3. Уинттер Э. Т., Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа, ч. 2. М., 1963.

Институт физики

Поступило 9.X 1981

Р. Р. Гусейнов

ЯРЫМКЕЧИРИЧИ НАЗИК ТЭБЭГЭЛЭРДЭ ЕЛЕКТРИК ЈУКЛЭРИНИН ЕНИНЭ НЭРЭКЭТИ

Тэбэгэ дахилиндэки јукун вэ онун полјаризэләшдирдији тэбэгэдэн кәнар мүнитини гаршылыглы тәсир енерјисини тапылмышдыр. Бу енерјини нәзәрә алараг јукләрини енинә нэрәкәти өјрәнилмишдир.

R. R. Guseinov

ON THE CROSS MOVING OF CHARGES IN SEMICONDUCTOR FILMS

The energy of interaction of charge in film with by charge itself polarized film surrounding media is found. Taking this interaction into account the cross moving of charge is considered.

УДК 621.315.592

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Э. Ф. БАГИРЗАДЕ

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ В СПЕКТРАХ ЭЛЕКТРОПОГЛОЩЕНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ $\text{GaSe}_x\text{Te}_{1-x} < \text{Sn} >$

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. И. Алиевым)

Интерференционные эффекты наряду с фотоэлектрическими свойствами [1] также проявляются в модуляционных спектрах полупроводников [2—7]. Изучение интерференционных явлений в спектрах электропоглощения (ЭП) дает дополнительную информацию о параметрах полупроводников. В работах [5—7] этот метод развит на примере нелегированных монокристаллов GaSe. В данной работе исследованы спектры электропоглощения (ЭП) плоскопараллельных пластин из слоистых монокристаллов $\text{GaSe}_x\text{Te}_{1-x} < \text{Sn} >$. К образцам были приложены постоянные и переменные электрические поля ($E = E_0 + E_1 \cos \Omega t$), спектр снят на первой гармонике ($\Omega = 800$ Гц). Естественный и поляризованный свет проходил вдоль оси С кристаллов. На рис. 1, 2 приведены спектры пропускания (кр. 1) и электропоглощения (кр. 2)

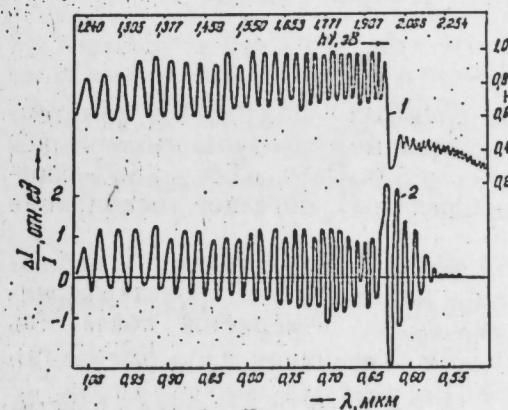


Рис. 1. Спектры пропускания (кр. 1) и электропоглощения (кр. 2) монокристалла $\text{GaSe} < \text{Sn} >$ толщиной $d = 12$ мкм при $T = 300$ К, в полях $E_1 = 10^3$ В/см и $E_0 = 10^4$ В/см.

пластин из $\text{GaSe} < \text{Sn} >$ и $\text{GaSe}^{0.95}\text{Te}_{0.05} < \text{Sn} >$ при $T = 300$ К. Наблюдаемая структура в области длин волн $0,600 \div 0,630$ мкм в $\text{GaSe} < \text{Sn} >$ и $0,605 \div 0,635$ мкм в $\text{GaSe}_{0.95}\text{Te}_{0.05} < \text{Sn} >$ связана с влиянием сильного поля на экситонное поглощение. Об этом свидетельствует соответствие энергетических положений отрицательных пиков в спектрах ЭП и экситонных минимумов в спектрах пропускания. Кроме того, сильная температурная и полевая зависимости этих пиков также подтверждают их экситонную природу [8]. Отметим, что

при $h\nu < E_{\text{экс}}$ из-за небольшого значения толщины пластинок, вклад поглощения на примесях в изменение пропускания не существенно и это не может привести к осцилляциям. Экспериментальные результаты показывают, что в спектрах ЭП и пропускания, энергетическое положение экстремумов, кроме экситонных, зависит от толщины пластинок.

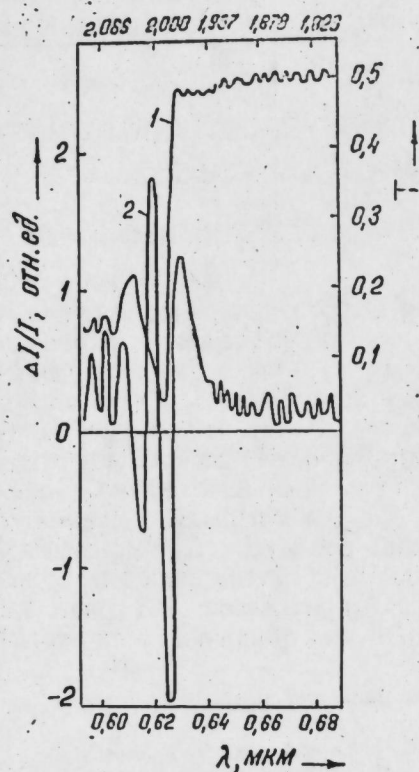


Рис. 2. Спектры пропускания (кр. 1) и электропоглощения (кр. 2) $\text{GaSe}_{0.95}\text{Te}_{0.05}\langle\text{Sn}\rangle$ ($d=300$ мкм) при $T=300$ К, в полях $E=10^3$ В/см и $E_0=2.2 \cdot 10^4$ В/см.

Аналогичные осцилляции в этих спектрах наблюдались при температуре 77 К. При этом основные экситонные структуры наблюдались при $\lambda=0.590$ и 0.595 мкм для $\text{GaSe}\langle\text{Sn}\rangle$ и $\text{GaSe}_{0.95}\text{Te}_{0.05}\langle\text{Sn}\rangle$ соответственно. В спектрах неплоскопараллельных образцов осцилляции отсутствовали.

Таким образом, можно сделать вывод, что осцилляции, наблюдаемые в этих спектрах ЭП, связаны с явлением электроинтерференции [1–7]. В сильных электрических полях изменяется показатель преломления указанных полупроводников на величину $\Delta n = |n_0^3 r_{22}| E$ [9].

Это приводит к сдвигу фазы $\Delta\delta = \frac{4\pi d}{\lambda} \Delta n$ (где d — толщина пластинок) многократно отраженных лучей и интерференционной картины в спектре пропускания, в результате изменяется пропускание плоскопараллельной пластины. Благодаря высокой чувствительности дифференциальной методики, регистрируются небольшие изменения пропускания и в спектре ЭП наблюдаются осцилляции.

Основные отрицательные пики в спектрах ЭП (рис. 1, 2) связаны с увеличением пропускания из-за разрушения экситонов сильным электрическим полем. Первый положительный длинноволновый пик

связан с увеличением поглощения из-за сдвига и уширения экситонного края поглощения. Следовательно, все положительные пики в указанных спектрах связаны с уменьшением пропускания, а отрицательные — с увеличением.

По экспериментальным значениям и знакам изменения пропускания, согласно [2, 6, 7], получено, что в монокристаллах $\text{GaSe}_{0.95}\text{Te}_{0.05}\langle\text{Sn}\rangle$ в полях $E_0 = 2.2 \cdot 10^4$ В/см и $\lambda = 0.68$ мкм показатель преломления изменяется на величину $\Delta n \sim 10^{-5}$, а электрооптическая постоянная $|n_0^3 r_{22}|$ равна $4.5 \cdot 10^{-9}$ В $^{-1}$, см. Отметим, что полученная величина электрооптической постоянной согласуется со значением, полученным по другой методике [9].

Литература

1. Рывкин Б. С. Инсьма в ЖТФ 5, 65, 186, 1970.
2. Перов П. И., Авдеева Л. А., Елинсон М. И., Степанов Г. В. ФТП, 3, 183, 1969.
3. Коломиец Б. Т., Мазец Т. Ф., Сарембинюв Ш. Ш., Эфендиев Ш. М. ФТП, 5, 2292, 1971.
4. Андриеш А. М., Коломиец Б. Т., Сенокосов Э. А. ФТП, 4, 1160, 1970.
5. Subashiev V. K. Surf. Sci., 37, 947, 1973.
6. Соколов В. И., Кушев Д. Б., Субашиев В. К., „Кристаллография“, 18, 322, 1975.
7. Kushev D. B., Sokolov V. I., Subashiev V. K. Phys. St. Sol. (a), 29, 251, 1975.
8. Гаджиев В. А., Соколов В. И., Субашиев В. К., Тагиев Б. Г. ФТТ, 12, 1061, 1970.
9. Cingolani A., Ferrara M. and Lugara M. Solid. St. Commun., 29, 677, 1979.

Институт физики

Поступило 23. VI 1981

Е. Ф. Багырзаде

$\text{GaSe}_x\text{Te}_{1-x}\langle\text{Sn}\rangle$ МОНОКРИСТАЛЛАРЫНЫН ЭЛЕКТРИК САҲЭСИНДЭ УДУЛМА СПЕКТРЛЭРИНДЭ ИНТЕРФЕРЕНСИЈА

Паралел үзлү $\text{GaSe}_x\text{Te}_{1-x}\langle\text{Sn}\rangle$ лөвһәләриндә електрик саһәсиндә удулма спектриндә нөвбәләшмиш экстремумлар муһаһидә едилмишдир. Мүәјјәнләшдирилмишдир ки, бу экстремумлар електрик саһәсинин тәсири илә синдырма әмсалынын дәјишмәси нәтижәсиндә интерференсија мәнзәрәсинин сүрүшмәси һесабына әмәлә кәлир.

Мүәјјән едилмишдир ки, $\text{GaSe}_{0.95}\text{Te}_{0.05}\langle\text{Sn}\rangle$ -да, дүшән ишығын далға узунлуғунун $\lambda=0.68$ мкм гиһәтиндә, электрооптик әмсал $|n_0^3 r_{22}| = 4.5 \cdot 10^{-9}$ В $^{-1}$ см.

E. F. Bagirzade

INTERFERENCE IN ELECTROABSORPTION SPECTRA OF $\text{GaSe}_x\text{Te}_{1-x}\langle\text{Sn}\rangle$ SINGLE CRYSTALS

An investigation has been made of electrointerference in electroabsorption spectra of $\text{GaSe}_x\text{Te}_{1-x}\langle\text{Sn}\rangle$ plane parallel single crystal plates. Oscillations in electroabsorption spectrum are established to be due to the linear electrooptical effects. The electrooptical constant $|n_0^3 r_{22}|$ for $\text{GaSe}_{0.95}\text{Te}_{0.05}\langle\text{Sn}\rangle$ has been estimated to be of the order of $4.5 \cdot 10^{-9}$ В $^{-1}$ cm at $\lambda=0.68$ μm.

А. М. ПАШАЕВ, З. З. МАХМУДОВ, А. А. КУЛИЕВ

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ И ЗАЗОРА НА ВЕЛИЧИНУ ВОСИМЫХ ИМПЕДАСОВ ТОКОВИХРЕВЫХ ДАТЧИКОВ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР М. И. Алиевым)

В работе [1] была вычислена реакция источников в виде цилиндра, спирали и конуса на многослойную среду. Были получены аналитические выражения для вносимых в источник указанных конфигураций, импедансов и исследованы зависимости вносимых активных и реактивных сопротивлений от проводимости среды, частоты питающего датчик тока и геометрических размеров источника. Целью настоящей работы было выявление зависимости вносимых сопротивлений от толщины измеряемой полупроводниковой пластины и зазора между источником и образцом.

Рассмотрим вносимую индуктивность спиральной катушки, которая имеет следующий вид:

$$L_{вн} = 4\pi^2 n^2 \int_0^{\infty} \Gamma(\lambda, q, d) e^{-2\lambda h} \left[\int_0^R Y_1(\lambda \rho) \rho d\rho \right]^2 d\lambda$$

$$\Gamma(\lambda, q, d) = \frac{(q^2 - \lambda^2)(1 - e^{2dq})}{(q + \lambda)^2 e^{2dq} - (q - \lambda)^2}, \quad q = \sqrt{\lambda^2 + i \frac{4\pi}{c^2} \omega \sigma},$$

здесь R —радиус катушки, h —зазор между источником и образцом d, σ —толщина и проводимость полупроводниковой пластины.

Зависимость вносимой индуктивности от толщины пластины определяется функцией $\Gamma(\lambda, q, d)$.

Ее можно представить в виде:

$$\Gamma(\lambda, q, d) = \frac{\lambda - q}{\lambda + q} - \frac{\lambda - q}{\lambda + q} \frac{4\lambda q}{(\lambda + q)^2 e^{2dq} - (q - \lambda)^2}$$

Первое слагаемое зависит только от проводимости пластины, второе—от ее толщины.

Если $2dq \rightarrow \infty$, то $\Gamma(\lambda, q, d) = \frac{\lambda - q}{\lambda + q}$, т. е. не будет зависимости

от толщины пластины.

Практически это условие сводится к тому, чтобы толщина пластины была бы много больше глубины проникновения поля в образец.

Таким образом, первое слагаемое характеризует взаимодействие электромагнитного поля источника с полупространством.

Это остается справедливым для цилиндрической и конической конфигураций источников поля.

Расчеты проводились для источников спиральной, цилиндрической и конической конфигураций, причем для конической конфигурации рассматривались два случая, когда катушка направлена вершиной и основанием к образцу.

Результаты этих расчетов представлены на рисунках.

На рис. 1 показаны зависимости вносимого активного и реактивного сопротивлений спиральной катушки от толщины образца при

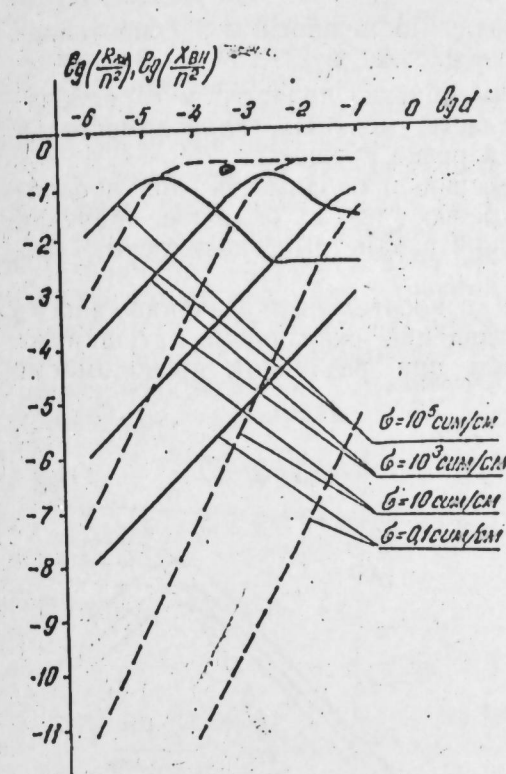


Рис. 1.

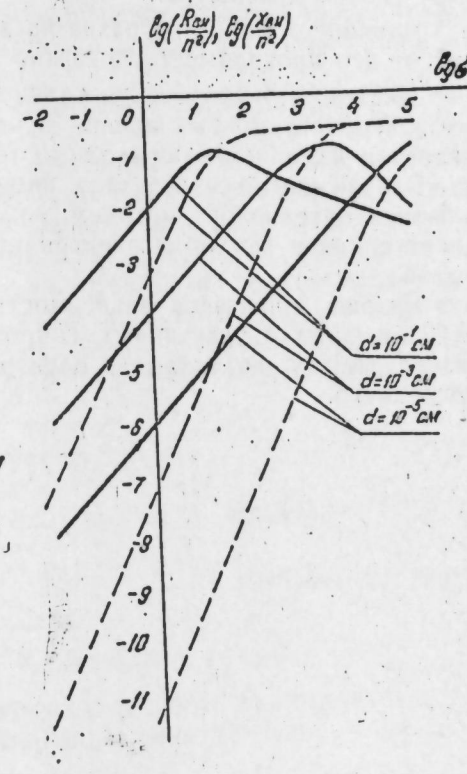


Рис. 2.

различных значениях его проводимости. Графики построены при условии, что радиус катушки 0,5 см, а частота тока—50 мГц. Здесь изменения вносимого активного сопротивления обозначены сплошными кривыми, а изменения вносимого реактивного сопротивления—пунктирными.

С увеличением толщины R_{21} растет, достигает своего максимального значения, затем падает. Начиная с некоторого значения толщины образца, вносимое активное сопротивление перестает изменяться. Это объясняется тем, что с увеличением толщины, она становится больше глубины проникновения электромагнитного поля источника в образец и дальнейшее ее увеличение не влияет на процесс взаимодействия поля и пластины.

Вносимое реактивное сопротивление с увеличением толщины сначала растет по квадратичному закону, достигает максимального значения, затем перестает изменяться.

Чем больше проводимость, тем при меньших толщинах составляющие вносимого сопротивления датчика достигают максимального

значения и тем при меньших толщинах пластины вносимое сопротивление датчика перестает изменяться.

Необходимо заметить, что качественный ход зависимостей $R_{вн} = f(d)$ и $X_{вн} = f(d)$ для всех датчиков будет одинаков, однако в случае спиральной конфигурации величина вносимых сопротивлений будет выше, чем для других конфигураций и несколько большим будет значение толщины, при которой вносимое сопротивление достигают своего максимума.

Влияние толщины образца на зависимость вносимых сопротивлений от его проводимости показано на рис. 2.

Видно, что увеличение толщины образца приводит к параллельному переносу кривых влево, в область меньших проводимостей и диапазон измеряемых проводимостей резко сужается.

В практике бесконтактных измерений проводимости полупроводниковых материалов методом вихревых токов большое значение имеет влияние зазора на электрические параметры токовихревых датчиков.

На рис. 3 показана зависимость относительных значений вносимых активных и реактивных сопротивлений спиральной катушки от зазора между датчиком и образцом при различной проводимости последнего.

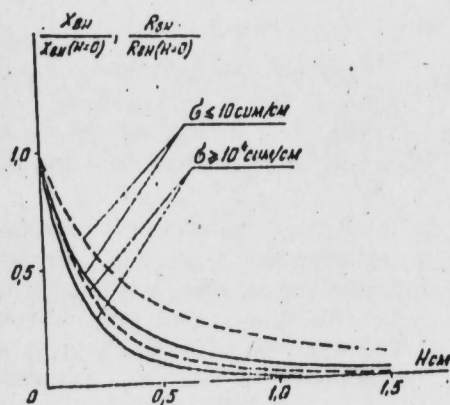


Рис. 3.

При увеличении зазора вносимые активное и реактивное сопротивления уменьшаются, причем изменение зазора больше влияет на

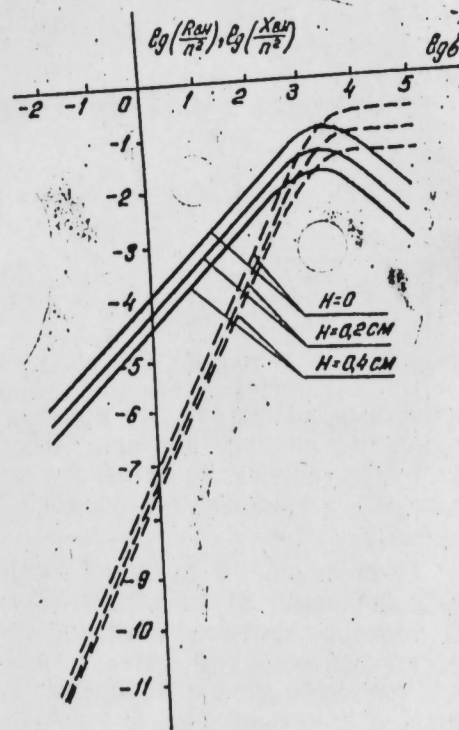


Рис. 4.

величину $R_{вн}$. С увеличением проводимости образца кривая зависимости вносимых сопротивлений от зазора становится более крутой.

Необходимо также отметить, что при проводимости образца 10^4 и меньшей 10^2 сим/см она практически не влияет на зависимость вносимых сопротивлений от зазора.

Ход зависимости $R_{вн} = f(h)$, $X_{вн} = f(h)$ для всех видов датчиков практически одинаков, однако наибольшая чувствительность к изменению зазора наблюдается у конической катушки, когда она расположена основанием к образцу. По сравнению с другими датчиками цилиндрическая катушка обладает гораздо меньшей чувствительностью к изменению зазора.

Влияние зазора на зависимость вносимых сопротивлений от проводимости показано на рис. 4.

С увеличением зазора кривые зависимостей вносимых сопротивлений от проводимости образца смещаются вниз и предельная верхняя граница измеряемой проводимости смещается в область меньших ее значений, т. е. диапазон измеряемых проводимостей суживается.

Таким образом, при измерении проводимости полупроводниковой пластины с помощью датчиков указанных конфигураций величина зазора должна быть минимальной, ибо увеличение зазора приводит к сужению измеряемого диапазона проводимости и уменьшению чувствительности датчика.

Литература

Пашаев А. М., Махмудов З. З., Кулиев А. А. Препринт № 55. Институт физики АН Азерб. ССР, 1977.

Институт физики

Поступило 28. IV 1981

А. М. Пашаев, З. З. Махмудов, А. А. Гулиев

ГАЛЫНЛЫГЫН ВЭ АРАЛЫГЫН БУРУЛҒАН-ЧЭРЭЈАН ВЕРИЧИЛЭРИНИН ДАХИЛ ЕДИЛЭН ИМПЕДАНСЛАРЫНА ТЭ'СИРИ

Мәғаләдә жарымкеңиричи мәддәнин галынлығын вэ аралыгын мұхтәлиф конфигурасиялы бурулған-чәрәјан веричиләринин (соленоид, мұстави спирал, конус) электрик параметрләринә тә'сири өјрәнилмишдир. Алынмыш аналитик ифадәләр әсасында әдәди һесабламалар апарылмыш, бу һә бурулған-чәрәјан веричиләринә дахил едилән мұғавимәтин жарымкеңиричи мәддәнин галынлығындан вэ аралыгдан асыллығынын характерини ашкар етмәјә имкан верилмишдир. Һәмчинин жарымкеңиричи нүмунәнин кечиричилијинин көстәрилән асыллығыларын характеринә тә'сири дә өјрәнилмишдир.

A. M. Pashayev, Z. Z. Makhmudov, A. A. Kullyev

INFLUENCE OF THICKNESS AND GAP ON THE VALUE OF THE REFLECTED IMPEDANCES OF CURRENT-VORTICAL SENSORS

The paper discusses the influence of the semiconducting material thickness and gap on the electrical parameters of current-vortical sensors of various configurations (solenoid, spiral, cone). On the base of the obtained analytical expressions the numerical computation has been done. It allowed to reveal the character of the dependence of resistances reflected into the current-vortical sensors on the semiconducting material thickness and gap between the material and sensor. The paper is also concerned with the influence of the conductivity of semiconducting sample on the nature of the mentioned dependencies.

П. А. ЛЕБЕДЕВ, В. А. МАМЕДОВ

ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СОПРЯЖЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ ВИНТОВОМ ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

(Представлено академиком АН Грузинской ССР Д. С. Тахвелидзе)

Подвижное соединение цилиндрических тел находит широкое применение в машинах с пневмо-гидравлическим и механическим приводом и в частности в роботах в манипуляторах. Определение сил взаимодействия элементов таких соединений с учетом трения при винтовом относительном движении осуществляется в проекциях на координатные оси, что приводит к необходимости решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

В этой статье развит метод векторного решения систем векторных уравнений относительно четырех неизвестных вектор-функций по алгоритму, разработанному первым автором, применительно к определению сил реакций сопряжений цилиндрических тел при их винтовом движении, а также точек приложения сил. Будем считать заданными бивектор (P, M) внешних сил, приложенных к ползуну 1 (рисунк), в том числе сил полезных сопротивлений, веса и инерции, орты l_1 и l_2 , определяющие положение продольной оси цилиндрического соединения и касательную прямую к мгновенной винтовой линии относительного движения, радиус r и длину $2L$ ползуна. На рисунке изображены векторы R_1 и R_2 сил реакций втулки 2 на ползун 1, вектор-радиусы ρ_1 и ρ_2 точек A_1 и A_2 приложения сил относительно центра O ползуна в предположении, что имеет место относительный перекося деталей вследствие наличия зазора, α , μ и β — углы скрепления ортов l_1 и l_2 , трения и треугольников $O_1 A_1 O$ при вершине A_1 ($i=1,2$) соответственно. Обозначая орты соответствующих векторов первым индексом «ноль», определим скалярные произведения

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cdot R_{01} &= \cos \alpha \sin \mu, & l_2 \cdot R_{01} &= -\sin \mu, & l_1 \cdot \rho_{01} &= \\ &= -l_1 \cdot \rho_{02} = \sin \beta, & l_2 \cdot \rho_{01} &= -l_2 \cdot \rho_{02} = -\cos \alpha \sin \beta. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Векторные уравнения взаимозависимости сил и моментов сил имеют вид

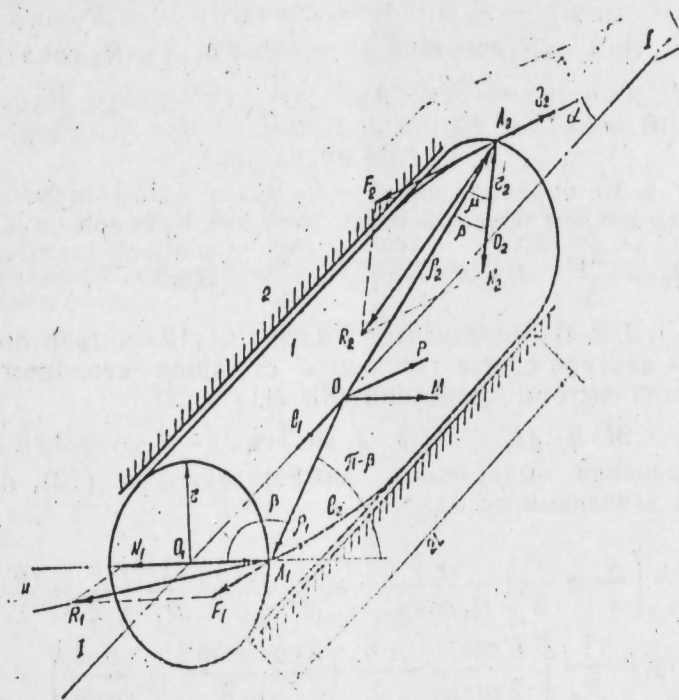
$$R_1 + R_2 = P, \quad (2) \quad \rho_1 \times R_1 + \rho_2 \times R_2 = M \quad (3)$$

Непосредственное определение искомых векторов ρ_i и R_i ($i=1,2$) из системы уравнений (1—3) представляется недостижимым. Поэтому сначала определим модули R_1 и R_2 , для чего умножим на l_1 (2) скалярно, а (3) слева векторно, и после раскрытия в последнем двойных векторных произведений, скалярного умножения на l_2 и деления на

общий модуль ρ векторов ρ_1 и ρ_2 , получим систему двух линейных уравнений относительно R_1 и R_2 :

$$R_1 (R_{01} \cdot l_1) + R_2 (R_{01} \cdot l_1) = P \cdot l_1, \quad (4)$$

$$R_1 [(\rho_{02} \cdot l_2) (R_{01} \cdot l_1) - (R_{01} \cdot l_2) (\rho_{01} \cdot l_1)] + \\ + R_2 [(\rho_{02} \cdot l_2) (R_{02} \cdot l_2) - (R_{02} \cdot l_2) (\rho_{01} \cdot l_1)] = (l_1, M, l_2) / \rho \quad (5)$$



После подстановки значений (1) уравнения (4) и (5) получают вид:

$$R_1 + R_2 = P \cdot l_1 / \cos \alpha \sin \mu, \quad R_1 - R_2 = \frac{(l_1, M, l_2)}{\rho \sin^2 \alpha \sin \beta \sin \mu}. \quad (6)$$

Решая совместно (6), находим

$$R_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\frac{P \cdot l_1}{\cos \alpha} \pm \frac{(l_1, M, l_2)}{\rho \sin^2 \alpha \sin \beta} \right] \sin^{-1} \mu, \quad (7)$$

где верхний знак $+$ перед второй дробью определяет R_1 , нижний $-R_2$. Умножив теперь векторно слева уравнение (3) последовательно на l_1 и l_2 , после упрощений получаем два линейных уравнения относительно ортов искомых векторов:

$$R_1 [(l_1 \cdot R_{01}) \rho_{01} - (l_1 \cdot \rho_{01}) R_{01}] + \\ + R_2 [(l_1 \cdot R_{02}) \rho_{02} - (l_1 \cdot \rho_{02}) R_{02}] = \frac{l_1 \times M}{\rho}, \quad i=1,2. \quad (8)$$

Из рисунка следует:

$$R_1 = F_1 + N_1 = -R_1 (l_2 \sin \mu + r_{01} \cos \mu). \quad (9)$$

Но из треугольника $OO_1 A_1$ найдем $\rho_i = L l_1 + r_i = L l_1 + r r_{01}$, откуда

$$r_{01} = (\rho \rho_{01} - L l_1) / r.$$

После подстановки (10) в (9) и упорядочения, приходим к уравнению

$$R_{01} \cos \beta + \rho_{01} \cos \mu = l_1 \sin \beta \cos \mu - l_2 \cos \beta \sin \mu. \quad (11)$$

Дополнив (8) уравнениями (11) и (2), получаем систему четырех линейных независимых уравнений относительно четырех ортов с постоянными известными коэффициентами, матрица которой

$$\begin{vmatrix} R_1 \cos \alpha \sin \mu & -R_1 \sin \beta & R_2 \cos \alpha \sin \mu & R_2 \sin \beta \\ -R_1 \sin \mu & R_1 \cos \alpha \sin \beta & -R_2 \sin \mu & -R_2 \cos \alpha \sin \beta \\ \cos \mu & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & R_2 \end{vmatrix} \quad (12)$$

имеет ранг 4. Ее определили. ель $\Delta = R_1 R_2^2 \sin^2 \alpha \sin \beta \sin 2\mu$. С учетом изложенного найдем искомые орты методом Крамера

$$\rho_{01} = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad R_{01} = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \rho_{02} = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad R_{02} = \frac{\Delta_4}{\Delta}, \quad (13)$$

где Δ_j ($j = 1, 2, 3, 4$) — определители матрицы (12) четвертого порядка, полученные заменой соответствующих столбцов столбцом векторов правых частей системы уравнений (8), (11) и (2).

$$\|(l_1 \times M)/\rho \quad (l_2 \times M)/\rho \quad l_1 \sin \beta \cos \mu - l_2 \cos \beta \sin \mu \quad P\|^T.$$

После выполнения вычислений, соответствующих (13), приходим к следующим значениям ортов

$$\begin{aligned} \rho_{01} &= \left(\frac{q}{\lambda} - \frac{P}{2} \right) \frac{\cos \beta}{R_1 \cos \mu} + s, & R_{01} &= \frac{1}{R_1} \left(\frac{P}{2} - \frac{q}{\lambda} \right), \\ \rho_{02} &= \frac{1}{R_2} \left[\frac{P \cos \beta}{2 \cos \mu} - \frac{q}{\lambda} \left(\frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin \mu} - \frac{\cos \beta}{\cos \mu} \right) - \right. \\ &\quad \left. - R_1 s - \frac{l_2 \times M}{\rho \sin \mu} \right], \\ R_{02} &= \left(\frac{q}{\lambda} + P/2 \right) R_2, \end{aligned} \quad (14)$$

где дополнительно приняты следующие обозначения: $q = (l_1 + l_2 \cos \alpha) \times M$, $s = (l_1 \sin \beta \cos \mu - l_2 \cos \beta \sin \mu) / \cos \mu$, $\lambda = 2\rho \sin^2 \alpha \sin \beta$. Таким образом, явное векторное решение поставленной задачи дано равенствами (7) и (14) в форме, инвариантной относительно систем координат, не требующей решения алгебраических нелинейных уравнений. Это решение имеет практическое значение для определения сил, действующих в многозвенных устройствах, содержащих такое сочленение, при минимальном количестве вычислительных операций, исключающих применение поисковых методов.

Значение изложенного метода состоит в преобразовании системы нелинейных уравнений механики в систему линейных уравнений при помощи прямого операторного исчисления, каким является векторное исчисление.

ИНСБИ ВИНТВАРИ ХЭРЭХЭТДЭ ОЛАН СИЛИНДРИК ЧҮТЛЭРДЭ ВЕКТОР ҮСУЛУ ИЛЭ ГАРШЫЛЫГЛЫ ТЭ'СИР ГҮВВЭЛЭРИНИН ТЭ'ЈИНИ

Магалэда инсби винтвари хэрэхэтдэ олан силиндрик чүтлэрдэ вектор үсулу илэ динамик реакција гүввэлэри тэ'јин олуур. Реакција гүввэлэри тэ'јин едиллилдэ, сүр-түмэ, агырлыг нэ аталэт гүввэлэри нээрэ алынар.

P. A. Lebedev, V. A. Mamedov

VECTORIAL METHOD FOR DETERMINING OF THE INTERACTION FORCES OF THE CYLINDRICAL BODIES IN A HELICOIDAL RELATIVE MOTION

A new method of the vectorial solution of ten 'vectorial' equations in regard to four vector-functions is developed. This method of determining of the interaction forces of cylindrical kinematical pair elements is applied. The results are given in the explicit form.

Н. А. КУЛИЕВА, М. Б. БАБАНЛЫ, И. С. САТТАР-ЗАДЕ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТРОЙНЫХ СОЕДИНЕНИЙ $Ti_2Ge_2Se_5$

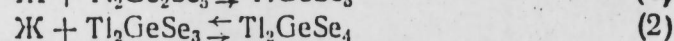
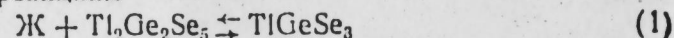
Ti_2GeSe_3 и Ti_4GeSe_4 с селеном

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Б. Шахтахтинским)

Исследование фазовых равновесий в тройной системе $Ti-Ge-Se$ квазибинарному разрезу $Ti_2Se_2-GeSe_2$ [1] показало образование тройных соединений Ti_2GeSe_3 и Ti_4GeSe_4 , плавящихся соответственно инконгруэнтно и с открытым максимумом, а также области несмешиваемости в жидком состоянии. В другой работе [2] не наблюдалась область расслаивания и кроме Ti_4GeSe_4 и Ti_2GeSe_3 установлено наличие инконгруэнтно плавящегося соединения $Ti_2Ge_2Se_5$, не замеченного в [1].

Детальное исследование [3] системы $Ti_2Se-GeSe_2$ привело к результатам, отличающимся от приведенных в работах [1, 2]. Показано [3], что в этой системе образуемые тройные соединения плавятся конгруэнтно при 770 ($Ti_2Ge_2Se_5$), 710 (Ti_2GeSe_3) и 650K (Ti_4GeSe_4) и область расслаивания жидких фаз отсутствует. Результаты [3] также не согласуются с данными работы [4].

Согласно [3], система $TiSe-GeSe_2$ является неквазибинарной и предполагается, что тройные соединения $TiGeSe_3$ и Ti_2GeSe_4 образуются по перитектическим реакциям



Если учесть результаты [3] по равновесиям в системе $Ti_2Se-GeSe_2$ и наличие перитектических реакций (1) и (2), то можно предположить, что системы $Ti_2-Ge_2Se_5-Se$ и Ti_2GeSe_3-Se являются квазибинарными.

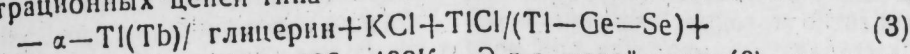
Для анализа литературных данных [1-4] по фазовым равновесиям системы $Ti-Ge-Se$ в области концентраций $Ti_2Se-GeSe_2-Se$, нами исследован характер взаимодействия компонентов по политермическим разрезам $Ti_2Ge_2Se_5-Se$, Ti_2GeSe_3-Se и Ti_4GeSe_4-Se .

Исходные тройные соединения синтезировали сплавлением таллия, германия и селена высокой степени чистоты в вакуумированных до 10^{-2} Па кварцевых ампулах при 1000K. Завершенность синтеза контролировали методами дифференциально-термического (ДТА) и рентгенофазового анализа (РФА).

Сплавы систем $Ti_2Ge_2Se_5$ (Ti_2GeSe_3 , Ti_4GeSe_4)-Se готовили также в условиях вакуума из соответствующих тройных соединений и селена с последующим ступенчатым отжигом. Приготовленные сплавы подвергались гомогенизирующему отжигу сначала при 550K в течение 50ч, а затем при 460K в течение 300ч.

Отоженные образцы исследовали методами ДТА и РФА, а также

измерением микротвердости, давления насыщенного пара и э.д.с. концентрационных цепей типа



в интервале температур 300-420K. Э.д.с. цепей типа (3) измеряли компенсационным методом [5] в условиях вакуума. Методика сборки электрохимической ячейки и измерений э.д.с. была аналогична, описанной в [6].

Микротвердость измеряли на приборе ПМТ-3 по методике [7], давление насыщенного пара над расплавами-статическим методом с использованием мембранного нуля-манометра [8].

Термограммы сняли на пирометре ФПК-59, а рентгенограммы порошков на дифрактометре ДРОН-2,0 с $CuK\alpha$ -излучением.

Результаты исследований приведены на рис. 1 и 2. Из рис. 1а, 2а видно, что, как и следовало ожидать, системы $Ti_2Ge_2Se_5-Se$ и Ti_2GeSe_3-Se характеризуются квазибинарными фазовыми диаграммами с

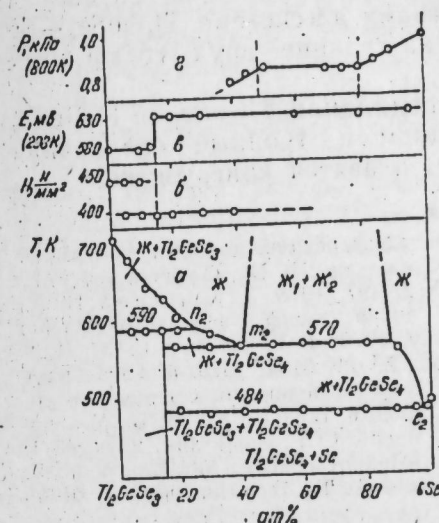


Рис. 1.

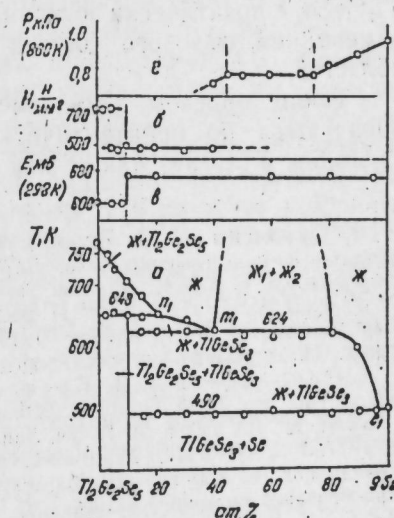


Рис. 2.

промежуточными соединениями $TiGeSe_3$ и Ti_2GeSe_4 , образующимися по перитектическим реакциям (1) и (2) соответственно, что свидетельствует о достоверности результатов работы [3]. Температуры и составы перитектических точек n_1 и n_2 соответственно равны 648 и 590K, 22 и 25 ат% Se.

Разрез Ti_4GeSe_4-Se характеризуется более сложным взаимодействием компонентов. В твердом состоянии этот разрез проходит через две трехфазные области $TiSe-Ti_4GeSe_4-Ti_2GeSe_4$ и $TiSe-Ti_2GeSe_4-Se$. Ликвидус системы Ti_4GeSe_4-Se состоит из трех ветвей, относящихся к первичной кристаллизации Ti_4GeSe_4 , Ti_2GeSe_4 и селена.

Во всех разрезах обнаружены широкие области расслаивания. На квазибинарных сечениях $Ti_2Ge_2Se_5-Se$ (рис. 1а) и Ti_2GeSe_3-Se (рис. 2а) монотектические реакции протекают неинвариантно соответственно при 490 и 484K, а в системе Ti_4GeSe_4-Se в некотором интервале температур.

Границы областей расслаивания в системах $Ti_2Ge_2Se_5$ (Ti_2GeSe_3)-Se (рис. 1а, 2а) в интервале температур 600-800K уточнены измерением

давления насыщенного пара над расплавами различных составов. На рис. 1з, 2з приведены результаты измерения давления пара при 800К, согласно которым давление пара в области расслаивания не зависит от состава и изменяется при переходе из двухфазной области в однофазную.

Результаты РФА, измерения микротвердости и эдс цепей типа (3) также подтверждаются данными ДТА. На H—X диаграммах систем $Tl_2Ge_2Se_5-Se$ (рис. 1б) и Tl_2GeSe_3-Se (рис. 2б) наблюдаются значения микротвердости, относящиеся к соединениям $TlGeSe_3$ и Tl_2GeSe_4 и остающиеся постоянными, независимо от состава в двухфазных областях их существования. Это указывает на отсутствие заметных областей гомогенности на их основе. На изотермах эдс при 298К наблюдаются постоянные значения эдс (в пределах каждой фазовой области), которые скачкообразно изменяются на границах этих областей. В системах $Tl_2Ge_2Se_5-Se$ (рис. 1в) и Tl_2GeSe_3-Se (рис. 2в) эти скачки обусловлены образованием тройных соединений $TlGeSe_3$ и Tl_2GeSe_4 с практически постоянными составами, а в системе Tl_4GeSe_4-Se изменением фазового состава сплавов на границе двух трехфазных областей.

Таким образом, установлено, что соединения $TlGeSe_3$ и Tl_2GeSe_4 образуются по перитектическим реакциям и тройные соединения $Tl_2Ge_2Se_5$, Tl_2GeSe_3 также как и Tl_4GeSe_4 плавятся конгруэнтно.

Литература

1. Туркина Е. Ю. Труды I Межвузовской конференции молодых ученых по химии и физике твердого тела. ЛГУ, 1975. 2. Кожина И. И., Орлова Г. М., Образцов А. А. «Ж. неорг. химии», т. 23, №2, 497, 1978. 3. Кулиева Н. А., Бабанлы М. Б. Тез. докл. II республиканск. научн. конф. аспирантов ВУЗов Азербайджана, 13—15 ноября 1979 г., 83. Баку, 1979. 4. Туркина Е. Ю., Кожина И. И., Орлова Г. М. «Ж. неорг. химии», т. 24, № 11, 3134, 1979. 5. Гейдрих В. А. Никольская А. В., Васильева И. А. В сб. «Соединения переменного состава». Под ред. Б. Ф. Ормонта, 210. «Химия», Л., 1969. 6. Бабанлы М. Б., Мамедова А. Н., Кулиев А. А. Уч. Зап. МВ и ССО Азерб. ССР, серия хим. наук, № 1. 11, 1977. 7. Глазов В. М., Вигдорович В. Н. Микротвердость металлов и полупроводников. «Металлургия», М., 1969. 8. Суворов А. В. Термодинамическая химия парового состояния. «Химия», Л., 1970. АГУ им. С. М. Кирова

Поступило 25. XII 1981

Н. А. Гулијева, М. Б. Бабанлы, И. С. Сәттарзадә.

ҮЧЛҮ $Tl_2Ge_2Se_5$, Tl_2GeSe_3 ВӘ Tl_4GeSe_4

БИРЛӘШМӘЛӘРИНИН СЕЛЕНЛӘ ГАРШЫЛЫГЛЫ ТӘСИРИ.

Мәгаләдә физики-химияви анализ үсүлләри илә $Tl_2Ge_2Se_5-Se$ (I), Tl_2GeSe_3-Se (II) вә Tl_4GeSe_4-Se (III) системләриндә фазалар таразлыгы тәдгиг олунараг оңларын һал диаграммалары гурулмушдур.

(I) вә (II) системләринин квазибинарлыгы вә бу системләрдә уҗғун оларат $TlGeSe_3$ вә Tl_2GeSe_4 бирләшмәләринин әмәлә кәлмәси кәстәрилмишдир.

(I)—(III) системләриндә мәҗе һалда лајлашма области мұһанидә олуимушдур.

N. A. Kulieva, M. B. Babanly, I. S. Sattar-zade

INTERACTION OF THE TERNARY COMPOUNDS $Tl_2Ge_2Se_5$, Tl_2GeSe_3 AND Tl_4GeSe_4 WITH SELENIUM

The phase diagrams of the systems $Tl_2Ge_2Se_5-Se$ (1), Tl_2GeSe_3-Se (2) and Tl_4GeSe_4-Se (3) have been determined. Two incongruently melting compounds by composition $TlGeSe_3$ and Tl_2GeSe_4 have been shown in the pseudobinary systems (1) and (2). Miscibility gaps were observed in all systems (1)—(3). (2).

УДК 551.311.8

ГРЯЗЕВОЙ ВУЛКАНИЗМ

Р. Р. РАХМАНОВ

УСЛОВИЯ И МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ ГРЯЗЕВЫХ ВУЛКАНОВ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР А. А. Ализаде)

Установлено, что грязевые вулканы образуются в прогибах (впадинах) характеризующихся большой (8 000—15 000 м и более) мощностью осадочной толщи [6], геохимические условия в которых благоприятствуют формированию нефтегазоносных свит. Распространение грязевых вулканов в таких прогибах (впадинах) не случайно. Наиболее глубокие слои осадочной толщи генерируют в основном углеводородный газ [2, 3, 5, 8]. Газы в грязевулканическом процессе являются движущей силой. В связи с тем, что грязевые вулканы за пределами областей глубокого прогиба не встречаются, логично рассматривать в качестве источника необходимых объемов газа глубоко погруженные толщи отложений. На глубинах более 5—6 км, где имеются жесткие термобарические условия [5], генерация газа протекает в масштабах, необходимых для выноса пород на поверхность литосферы. В неглубоко залегающих толщах процессы генерации газа протекают очень медленно и их газогенерирующая способность не столь высока [2, 5]. Поэтому относительно неглубоко залегающие отложения, как правило, не в состоянии обеспечить аккумуляцию необходимого объема газа, способного формировать энергетические ресурсы для образования грязевых вулканов. Кроме того, на таких глубинах вообще существует состояние общего газового дефицита.

Глинистые породы составляют основную массу твердых выносов. При отсутствии в разрезе осадочной толщи глинистых отложений образование грязевых вулканов, разумеется, представляется невозможным, так как для их проявления не имеется исходного материала.

Роль воды в деятельности грязевых вулканов двоякая: она, во-первых, проникая в пустоты и поры, приводит к разбуханию глинистых пород, превращая их в вязкую массу, а, во-вторых, совместно с газовой струей способствует выдавливанию сопочной брекчии на поверхность.

К основным факторам, обуславливающим образование грязевых вулканов, относится наличие разрывных нарушений второго порядка, осложняющих строение антиклинальных зон нефтегазоносных провинций и в отличие от глубинных разломов секущих только осадочную толщу. Повсеместно установлена приуроченность грязевых вулканов к продольным нарушениям или к узлам пересечения продольных и поперечных разрывов. Отмеченные разрывы на прерывистых складках развиваются одновременно с формированием самих складок. В результате перемещения слоев по разрывам происходит раздробление и перетирание пород вдоль них, которые в дальнейшем формируют грязевулканическую брекчию. В ряде впадин или прогибов (Сицилийский, Паданская, Оринокский

и др.) в образовании исходного материала для грязевулканической брекчии существенную роль сыграли подводно-оползневые явления, в результате которых формируются осадочные брекчии, включающие отдельные фрагменты более древних пород.

Анализ морфологических особенностей поднятий и соотношения разновозрастных структурно-формационных комплексов отложений подвижных поясов показывает, что развитие или отсутствие различных морфологических типов грязевых вулканов в тех или иных впадинах (прогибах) контролируется степенью смятия в складки мезокайнозойского комплекса отложений и их осложнения разрывной дислокацией. Наиболее крупные грязевые вулканы приурочиваются к тектоническим зонам характеризующимся наличием мощного молассового комплекса отложений и объединяющим резко выраженные складчатые структуры, осложненные в свою очередь единым крупным разрывным нарушением. При отсутствии резко выраженных поднятий в орогенном или геосинклинальном структурно-формационном комплексе и сплошного разрывного нарушения, секущего всю мезокайнозойскую толщу, грязевые вулканы не формируются, несмотря на наличие мощной осадочной толщи с большой долей пластичных глинистых пород в ее разрезе и нефтегазоносных свит.

В связи с наличием мощного комплекса мезокайнозойских отложений и развитием во всех нефтегазоносных областях антиклинальных зон с резко выраженными локальными складками, осложненными крупными разрывными нарушениями наибольшая концентрация грязевых вулканов Земного шара сосредоточена на территории Восточного Азербайджана.

Анализ развития складчатых структур Апшеронской и Прикаспийско-Кубинской областей [1, 4, 7] а также Кюровдаг-Нефтечалинской антиклинальной зоны Нижнекуринской впадины свидетельствует, что для образования грязевых вулканов важное значение имеет непрерывно-прерывистый рост поднятий.

Таким образом, основными факторами обуславливающими формирование грязевых вулканов, являются: 1) накопление в областях опусканий мощной осадочной толщи, в разрезе которой присутствуют нефтегазоносные свиты, состоящие из глинисто-песчаных пород, содержащих газовые скопления и пластовые воды; 2) смятие орогенных и геосинклинальных комплексов отложений в резко выраженные складки, характеризующиеся непрерывно-прерывистым развитием; 3) наличие сплошных разрывных нарушений, секущих осадочную толщу.

В общей последовательности процесса грязевулканического извержения выделяются следующие стадии: 1) образование благоприятных геолого-геохимических условий (накопление глинисто-песчаных толщ, скопление газа, формирование складок и осложнение их разрывными нарушениями); 2) подготовка извержения (подъема пород и газов); 3) взрыв, выброс газа (местами самовоспламенение) и излияние глинистых масс с обломками пород; 4) затухание извержения.

Выявленные особенности геологического строения тех или иных областей развития грязевых вулканов показывают, что рост складок в их пределах происходил в основном одновременно с осадконакоплением. Неравномерные нагрузки, возникшие в зонах поднятий и опусканий, приводили к нагнетанию глинистых масс из синклинальных участков в сторону поднятий. Беспрерывное выпирание грязевулканической брекчии из эруптивных центров ряда вулканов свидетельствует о важной роли

этого процесса, иначе говоря диапризма и криптодиапризма в механизме формирования грязевых вулканов.

Все, без исключения, области широкого развития грязевого вулканизма испытывали интенсивное погружение, обусловившее накопление молассовых образований большой мощности. В результате уплотнения глины в молассовых толщах отжимаемые из них флюиды проникают в более проницаемые пласты и со временем они полностью насыщаются ими. В этих условиях увеличение веса вышележащих слоев уже не может вызвать движение флюида и геостатическая нагрузка и складкообразовательные процессы создают сверхвысокое пластовое давление, отмеченное во всех прогибах (впадинах), где развит грязевой вулканизм.

В зависимости от региональной геотектонической обстановки и строения складчатых структур создается необходимое внутреннее давление для выброса или выпирания снизу вверх раздробленных пород вдоль разрывных нарушений. Процесс извержения грязевого вулкана начинается со времени нарушения равновесия в структурной ловушке и импульсом для разрядки внутреннего давления служит тектонические подвижки по разрывным нарушениям.

Литература

1. Ахмедбейли Ф. С. Неотектоника восточной части Большого Кавказа (в пределах Азербайджана). Изд-во АН Азерб. ССР. Баку, 1966.
2. Высоцкий И. В. Геология природного газа. «Недра», М., 1979.
3. Геодекян А. А. Геолого-геохимические особенности нефтегазообразования в Южно-Каспийской впадине «Недра», М., 1968.
4. Овнатанов С. Т. Геология и нефтегазоносность Фатма-Зыхской антиклинальной зоны Апшеронского полуострова. Азерб. шр. Баку, 1962.
5. Рагозина Е. А., Неручев С. Г., Успенский В. А. «Изв. АН СССР, серия геол.», № 9, 1974.
6. Рахманов Р. Р. «АНХ», № 5, 1972.
7. Самедов Ф. И., Бураковский Л. А., Дадашев Р. М. и др. «АНХ», № 2, 1970.
8. Соколов В. А. Процессы образования и миграции нефти и газа. «Недра», М., 1965.

Институт геологии

Поступило 22. II 1982

Р. Р. Рахманов

ПАЛЧЫГ ВУЛКАНЛАРЫНЫН ЭМЭЛӘКӘЛМӘ ШӘРАИТИ ВӘ МЕХАНИЗМИ

Палчыг вулканы пүскүрмәләринин визуал мүшәһидәси вә онларын интишар етдији видәјәтләрини геоложи гурулушунун тәһлили палчыг вулканларынын јаранмасынын галын чөкүнтү гатынын топланмасы. мезокајнозој чөкүнтүләринин кәскин гирышыгыга мә'руз галмасы вә чөкүнтү гатыны кәсән гирылма позғунлугларла сых әләгәдә олмасыны көстәрир. Рекионал геотектоник шәрантдән вә гирышыг структурларын гурулушундан асылы олараг јер тәкиндә палчыг вулканы тәзәһүрү үчүн лазым олан дахили тәзјиг јараныр. Онуң бошалмасы үчүн импульс гирылма позғунлуг үзрә тектоник һәрәкәт нәтичәсиндә јараныр.

R. R. Rakhmanov

CONDITIONS AND MECHANISM OF MUD VOLCANOES FORMATION

On the basis of visual observations upon mud volcanoes eruptions and geological structure analysis of their distribution area it is concluded, that mud volcanoes formation is closely related to the thick sedimentary series accumulation, to meso-cenozoic deposits crush into marked folds and to occurrence of through dislocations with a break in continuity, passing through the sedimentary series. Depending on regional geotectonic conditions and fold structure composition, a required pressure for mud volcano eruption is produced in the interior part of the earth, and tectonic movements along dislocations with a break in a continuity serve as an impulse for discharge.

Г. М. ТАЛЫШИНСКИЙ

БЕЛКОВЫЕ СПЕКТРЫ В ЛИСТЯХ МУЖСКИХ ПОЛИПЛОИДНЫХ ФОРМ ШЕЛКОВИЦЫ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Н. К. Абдуллаевым)

Белковые спектры в листьях разнополых полиплоидных мутантов шелковицы привлекает внимание как носители специфических функций и основные элементы пластид.

В доступной нам литературе отсутствуют материалы изучения белковых спектров в листьях разнополых полиплоидных форм шелковицы.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА

Материалом для наших исследований служили диплоидные сорта Сыхгез-тут (2 п), из которых в отделе генетики и селекции шелковицы нашего института методом колхичинирования семян были получены женские (АзТ 58-15) и мужские (АзТ 58-41) тетраплоидные формы, а затем путем скрещивания диплоидного сорта Сыхгез-тут с тетраплоидами (АзТ 58-41) созданы опять женские (АзТ 59-6) и мужские (АзТ 59-6а) триплоидные формы.

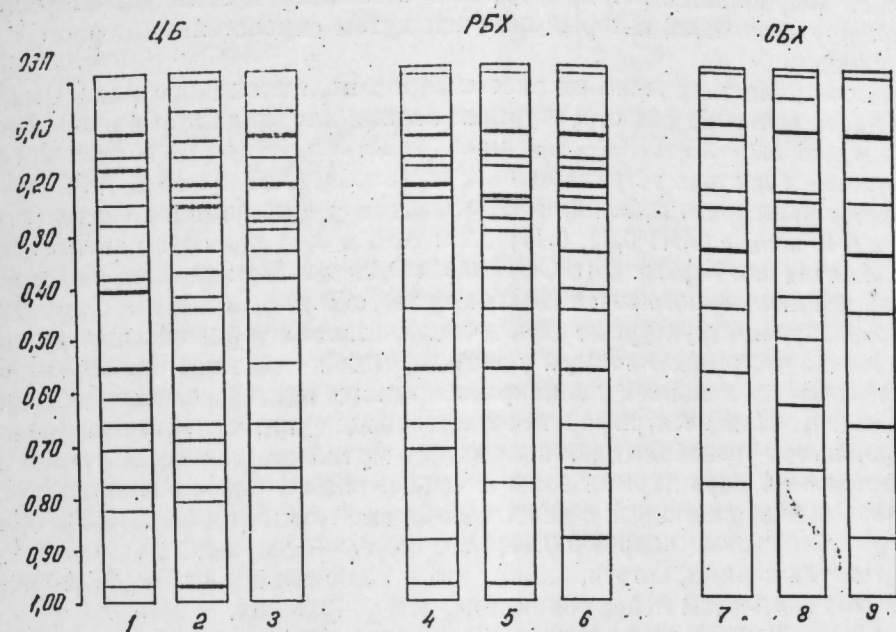
Пробы полиплоидных форм Сыхгез-тут были взяты из плантации экспериментальной полиплоидии на Кусарчайской ЗОС, базы Института генетики и селекции АН Азербайджанской ССР в 1974—1975 гг. Подробное сообщение о качестве методики проведения анализа приспособленных для нашего объекта и изменение белковых фракций в листьях женских полиплоидных мутантов шелковицы дано в ранее опубликованной работе [1]. В настоящей статье мы приводим результаты исследований белковых спектров в листьях мужских полиплоидных мутантов шелковицы.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Ранее результаты наших исследований свидетельствовали, что среди цитоплазматических белков у листьев, не достигших своей биологической зрелости женского диплоидного сорта Сыхгез-тут зафиксировано 18 зон, а у триплоида (АзТ 59-6) и тетраплоида (АзТ 58-15), полученных от этого сорта — 16 зон [1]. В то же время в листьях мужского экземпляра Сыхгез-тут (F₁) число белковых зон составляло 17. У триплоида (АзТ 59-6а) — 18, а у тетраплоида (АзТ 58-41) — 14 зон (рисунок).

Как показывают результаты наших исследований, в листьях мужских ди- и тетраплоидных мутантов цитоплазматические белки с ОЭП 0,15; 0,20; 0,24; 0,25; 0,55; 0,66, и 0,77 идентичны: Аналогично идентичны белки с ОЭП 0,15; 0,20; 0,24; 0,33; 0,55; 0,66; 0,77 и 0,97 у диплоида и

триплоида. Таким образом, число идентичных растворимых белков у диплоидной и тетраплоидной форм не превышает 7, а у диплоидной и тетраплоидной форм оно равно 8.



Белки листьев мужских исходных и полиплоидных мутантов, наблюдаемые при их фракционировании методом электрофореза в полиакриламидном геле (средние данные за два года): ЦБ—цитоплазматические белки; РБХ—растворимые белки хлоропластов; СБХ—структурные белки хлоропластов; 1, 4, 7—Сыхгез-тут F₁ (диплоид); 2, 5, 8—АзТ 59-6а (триплоид); 3, 6, 9—АзТ 58-41 (тетраплоид)

Цитоплазматические белки мужских экземпляров шелковицы отличаются от женских полиплоидных более высокими значениями ОЭП. В листьях разнополых диплоидов цитоплазматические белки с ОЭП 0,15; 0,17; 0,20; 0,40; и 0,55 одинаковы. Это же относится к белкам триплоидов (АзТ 59-6 и АзТ 59-6а — одинаковые ОЭП 0,02; 0,20; 0,44; 0,55 и 0,68) и тетраплоидов (АзТ 58-15 и АзТ 58-41 — одинаковые ОЭП 0,15; 0,26; 0,44 и 0,55). Большинство совпадающих белковых зон характеризуется малой и средней электрофоретической подвижностью. Как и у женских экземпляров, на каждом уровне плоидности проявляются некоторые специфические белковые зоны.

У мужских экземпляров количество общего и белкового азота в листьях диплоида (Сыхгез-тут F₁) и триплоида (АзТ 59-6а) почти одинаково — соответственно 3,73—3,76 и 3,57—3,62%, у тетраплоида (АзТ 58-41) содержание этих компонентов выше — 4,00—3,88%. Из сравнения этих данных с полученными по женским экземплярам ясно видно значительное превосходство мужских полиплоидных форм. Безусловно, это имеет немаловажное значение для кормления гусениц тутового шелкопряда.

Растворимые белки хлоропластов в листьях мужского экземпляра Сыхгез-тут (F₁) и его триплоидной формы при электрофорезе в полиакриламидном геле дают по 13 зон, у тетраплоидной формы этих зон 15 (у женских экземпляров 15—19 зон). У диплоидной и тетраплоидной

форм идентичными оказались белки с ОЭП 0,02; 0,15; 0,17 и 0,20; 0,22; 0,44; 0,55; 0,66 и 0,88 — у диплоида и триплоида — с ОЭП 0,02; 0,15; 0,17; 0,22; 0,32; 0,44 и 0,97. Несомненно, в таком распределении растворимых белков хлоропластов между формами сказывается большая близость к диплоиду триплоида, который получен путем скрещивания первого с тетраплоидом.

Если в листьях женских экземпляров полиплоидного ряда Сыхгез-тут число белковых зон структурных белков хлоропластов равно 12—14, то у мужских — лишь 10—11. Наименьшее количество белковых зон обнаружено в листьях тетраплоидных мутантов (АзТ 58-15 и АзТ 58-41). В труднорастворимых белках хлоропластов у диплоидного сорта (F₁) и АзТ 58-41 зоны с ОЭП 0,02; 0,11; 0,22; 0,33 и 0,44 являются аналогичными. Из этих зон первые 3 (с ОЭП 0,02; 0,11 и 0,22) является схожими с таковыми диплоидного сорта Сыхгез-тут и АзТ 59-6.

Сравнивая структурные белки хлоропластов у разнополых диплоидов видим, что у них 4 зоны, а у тетраплоидов — 3 зоны одинаково располагаются на колонках полиакриламидного геля (в основном в средней части). При электрофоретическом разделении структурных белков хлоропластов разнополых полиплоидных мутантов шелковицы резко выделяется 3—4 характерные зоны с относительно небольшой подвижностью, прочно связанные с зелеными пигментами (их ОЭП 0,08; 0,11 и 0,13 у женских экземпляров и 0,11; 0,15 и 0,17 — у мужских).

Из этих данных, кстати, видно, что у женских полиплоидов пигмент-белковые комплексы менее подвижны, чем у мужских.

Таким образом, из фактических материалов видно, что половые различия оказывают вполне определенное влияние на качественный состав и количественное содержание белковых фракций, и по-видимому, связаны с полоопределяющим геном.

Литература

Талышинский Г. М. «Изв. АН Азерб. ССР, серия биол. наук», № 5, 54—60, 1975.

Институт генетики и селекции

Г. М. Талышинский

Поступило 18, IX 1981

ЕРКӘК ПОЛИПЛОИД ФОРМАЛЫ ТУТ БИТКИСИНИН ЯРПАГЛАРЫНДА ЗУЛАЛ СПЕКТРЛӘРИ

Мәғаләдә еркәк полиплоид формалы (ди-, три- ва тетраплоид) тут биткисинин ярпагларында алынмыш хлоропластларда ва цитоплазмада зулал спектрләринин дәјиш-мәсиндән бәһс едиләр.

Иккиллик (1974—1975-чи илләр) тәдқиғатын нәтижәләриндән мә'лум олмушдур ки, пloidлиликлә әлағәдәр олараг зулал спектрләрн кәмијјәт вә кәјфијјәтчә дәјишир. Ең-тимал ки, буунун сәбәби чинс тәјини дән кенләрлә әлағәдәрдыр.

G. M. TALYSHINSKI

PROTEIN SPECTRA IN THE LEAVES OF MALE POLYPLOID FORMS OF MULBERRY

The results of two-year (1974—1975) study on the change of protein spectra in chloroplasts and cytoplasm in di-, tri- and tetra-ploid specimens are given in the article.

It is observed that sex differences influence upon the quantitative content and qualitative composition of protein fractions. This apparently is connected with sex determining gene.

Г. А. ГАДЖИЕВ, Н. И. ЗАКИЕВ

ФОРМИРОВАНИЕ ПЕРИФЕРИЧЕСКИХ ВЕТВЕЙ КРЫЛО-НЕБНОГО УЗЛА

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР Г. Гасановым)

Крыло-небный узел является коллектором самых разнообразных по функции нервных волокон, иннервирующих важные рефлексогенные зоны головы. Однако вопрос о том, как и на каком уровне комплектуется набор этих волокон в периферические ветви узла почти не освещен в работах по крыло-небному узлу [1—14] и др. Поэтому в настоящей работе мы ставили задачу: исследовать, каким образом и на каком уровне происходит формирование периферических ветвей крыло-небного узла.

Материалом исследования служили сагиттальные распилы голов от трупов плодов, детей и взрослых, на которых под микроскопом МБС-1 производилась микропрепаровка с распучиванием крыло-небного узла и его ветвей.

В результате исследования установлено, что форма, положение и ветвление крыло-небного узла подвержены значительным вариациям как в индивидуальном, так и билатеральном плане. Постоянным является наличие самого узла и главных его ветвей. Разнообразие положения узла и формирования его ветвей можно свести к двум основным типам: концентрированному и рассыпному.

При концентрированном типе узловые ветви короткие, толстые. Проходя транзитом, пучки из узловых ветвей спаяны с капсулой узла, сам узел располагается высоко, отходящие от его нижнего полюса небные ветви образуют компактный пучок, покрытый общим с узлом периневральным футляром.

При рассыпном типе узловые ветви длинные, лежат рыхло, количество их больше, также больше количество и проходящих мимо узла пучков, с капсулой узла они связаны рыхло. Стволики небных нервов не связаны в единый пучок и легко отделяются друг от друга, количество их больше, чем при концентрированном типе.

Узловые ветви начинают отходить уже в пределах круглого отверстия и общая протяженность и отхождения доходит до 8—10 мм. Проксимальный корешок узловых ветвей в виде отдельного пучка прослеживается в стволе верхнечелюстного нерва, вплоть до тройничного узла. Количество узловых ветвей колеблется от 2 до 6, длина — от 2 до 8 мм, диаметр — от 0,1 до 0,5 мм.

В состав узловых ветвей из крыло-небного узла включаются центробежные вегетативные волокна. Тщательная микропрепаровка с распучиванием приводит к убеждению, что средние и дистальные узловые ветви содержат пучки волокон исходящих из крыло-небного узла, вступающие не только в скуловую нерв, но и в состав ствола верхнечелюстного нерва. После присоединения узловых ветвей верхнечелюстной нерв становится смешанным и присоединившиеся к нему из крыло-небного узла вегетативные волокна далее поступают в его периферические ветви: в скуловую

нерв, верхние задние альвеолярные и через подглазничный нерв в средний и передние верхние альвеолярные ветви.

Формирование глазничных ветвей крыло-небного узла как при концентрированном, так и рассыпном типе, происходит внутри узла из транзитом проходящих чувствительных пучков узловых ветвей и присоединяющихся к ним волокон, исходящих из узла. В количестве 2—3 ветвей, уже в укомплектованном виде, они отходят от верхнемедиального края узла через нижнюю глазничную щель в глазницу и далее через отверстия основно-решетчатого шва проникают в слизистую оболочку задних ячеек решетчатой кости и основной пазухи.



Рис. 1. Крыло-небный узел ребенка 5 лет, слева. Концентрированный тип ветвления



Рис. 2. Крыло-небный узел мужчины 61 лет, слева. Рассыпной тип ветвления

Укомплектование корешков задних верхних носовых ветвей происходит под капсулой узла путем присоединения к проходящим транзитом чувствительным пучкам узловых ветвей волокон, исходящих из узла. Корешки в количестве от 3 до 5 отходят от медиальной поверхности узла и направляются в основно-небное отверстие, где из них формируются задние верхние медиальные и латеральные носовые ветви.

В большинстве работ, посвященных крыло-небному узлу и в ряде руководств по анатомии, совершенно не упоминается о глоточной ветви узла, по-видимому, считая ее одной из задних верхних носовых ветвей. Однако, следует отметить, что глоточная ветвь не имеет отношения к задним верхним носовым ветвям, формируется она под капсулой узла самостоятельно, путем присоединения к транзитом проходящему пучку из узловых ветвей волокон, исходящих из узла. Отделяется она от заднемедиального края узла внутрь от нерва крыловидного канала и, пройдя

через небо-влагалищный канал направляется к своду глотки и к устью слуховой трубы.

Укомплектование небных нервов происходит частично под капсулой, большей частью за пределами узла. При концентрированном типе стволики, формирующие большой небный нерв, тесно спаяны с узлом, вместе с задними нижними носовыми и малыми небными ветвями они отходят от нижнего полюса узла одним компактным пучком.

При рассыпном типе проходящий мимо узла чувствительный пучок от узловых ветвей распадается на множество стволиков (их может насчитываться до 10). У нижнего полюса узла к ним присоединяются ветви, отходящие от самого узла, после чего стволики переплетаются, число их уменьшается и в количестве 3—6 входят в состав большого небного нерва. Один или два стволика отделяются от него на уровне нижней носовой раковины в виде задних нижних носовых ветвей. Мелкие ветви от этих стволиков проникают через кость в слизистую верхнечелюстной пазухи. Так называемый большой небный нерв состоит из 3—5 стволиков, окутанных рыхлой клетчаткой, которые после выхода из большого небного отверстия, направляются вперед, распределяясь на еще большее число мелких стволиков.

Малые небные нервы при концентрированном типе отходят под нижним полюсом узла от общего с большим небным нервом пучка и формирование их происходит под капсулой.

При рассыпном типе формирование малых небных нервов происходит за пределами капсулы узла. Один или два пучка они получают от стволиков большого небного нерва. У задне-нижнего края узла к ним присоединяются транзитом проходящий поверх капсулы пучок от узловых ветвей и пучок, отходящий от самого узла. Из этих пучков формируется один-два корешка, от которых начинаются 2—4 стволика малых небных нервов. Выходя из малых небных отверстий, они направляются назад и разветвляются в тканях мягкого неба.

Таким образом, за исключением нерва крыловидного канала, все остальные ветви крыло-небного узла являются периферическими. Ветви верхнечелюстного нерва используются узлом для распределения центробежных волокон. Все периферические ветви крыло-небного узла являются смешанными и формируются как под капсулой, так и за пределами узла по концентрированному и рассыпному типу.

Литература

1. Авербух С. С. Труды РККА. Л., 1934; Труды, ВМА. Л., 1948.
2. Золотарева В. В., Стрюк Э. В. «Мат-лы к макро-микроскопической анатомии», т. VII. Харьков 1971.
3. Крицкий Я. М. Труды научно-исслед. ин-та ортоп. пластической хирургии. Казань. 1948; 1955.
4. Демьянская О. А. Труды Алма-атинского мед. ин-та, 1970; Сб. «Общие закономерности морфогенеза и регенерации». Алма-Ата, 1972.
5. Пентешина Н. А. Журн. невропатологии и психиатрии им. Корсакова, 1965.
6. Рахмиев А. Р., Демьянская О. А. Сб. «Некоторые аспекты изучения периферической нервной системы», Алма-Ата, 1973.
7. Толпаров Б. А. Сб. «Общие закономерности морфогенеза и регенерации». Алма-Ата, 1972.
8. Фельдман А. И., Иванецкий М. Ф. Журн. ушных, горловых и носовых болезней, т. 5, 1928.
9. Hovelacque A. "Anatomie des Nerves craniens et cervicaux", т. 5, 1928.
10. Longossek, Beltr. "zur Histol. der Nervensystem und Sinnesorgane". Wiesbaden, 1894.
11. Nitschke I. "Anat. Anz.", 139, № 1,2, 1976.
12. Russell G. J. "anat.", 109, №2, 1971.
13. Terracol. "Archives Internationales de Laryngologie. Otologie. Rhinologie et broncho-Oesophagoscopie", 1925.
14. Shimoza A. "Anat. Rec.", 1971, 170, №3, 1973, 175, № 5

АМИ им. Н. Нариманова

Поступило 4. XII 1981

ДАМАГГАНАД ДҮҮНҮН ПЕРИФЕРИК ЧЫХЫНТЫЛАРЫНЫН ФОРМАЛАШМАСЫ

Дамагганад дүүнүн периферик чыхынтыларынын формалашмасы һәм дахили, һәм да дүүндән кәнар, лакин һәмни дүүндән аҗрылан вегетатив лифләрин јухары чәнә синирийини һәссас лифләриндән кечән транзитләрә бирләшмә јолу илә баш верир. Бу чыхынтыларын формалашмасы сәвијјәсиндә ајдын фәрди фәрг гејд олунур. Дамагганад дүүнүн периферик чыхынтыларынын формалашмасынын мүхтәлифлији гатылашма вә сәпәләнмә кими типләрә кәтириб чыхарыр.

G. A. Gadjiev, I. I. Zakiev

FORMATION OF PERIPHERAL RAMI OF PTERYGOPALATINE GANGLION

The formation of peripheral rami of pterygopalatine ganglion occurs within as well as out of the ganglion by addition of transit passing sensitive fibers of maxillary nerve of vegetative fibers originated from this ganglion. The expressed individual differences are registered in the formation levels of these rami. The variety of the formation of peripheral rami of pterygopalatine ganglion comes to two extreme types: concentrated and loose.

ДЖ. З. БУНИЯТОВ

НОВЫЙ ИСТОЧНИК ПО ИСТОРИИ КАРМАТОВ

(Представлено академиком АН Азербайджанской ССР З. М. Буниятовым)

Кроме основных средневековых письменных источников, которые с той или иной полнотой освещают начало, развитие и конец восстания карматов (ат-Табари, Ариб, Ибн ал-Асир, Ибн Халликан, Иакут ал-Хамави) есть источники, о которых в отечественной историографии сведений нет. К числу таких авторов относится Абу Али Салах (или Фахр) ад-Дин Мухаммад ибн Шакир ибн Ахмад ал-Халаби ад-Дарани ад-Димашки ал-Кутуби (умер в 1363 г.) — известный арабский историк и биограф.

Биографические сведения о нем чрезвычайно скудны. Только Ибн Хаджар ал-Аскалани (1371—1448) в своем труде *ад-Дура ал-камини фи а'йан ал-ми'а ас-самина* («Скрытые жемчужины в биографиях видных людей восьмого века [хиджры]»), в краткой заметке упоминает, что ал-Кутуби получил образование в Халебе и Дамаске и приобрел большое состояние от торговли книгами¹. Ал-Кутуби является автором сборника газелей *Раудат ал-азкар ва хадикат ал-аш'ар* («Сад воспоминаний и парк стихотворений») ², а также исторического сочинения *Уйин ат-таварих* («Источники истории») ³. Однако главной его труд — двухтомный биографический словарь знаменитых людей *Фават ал-вафайат* («Забытые кончины») ⁴, который является дополнением к большому биографическому сочинению Шамс ад-Дина Ахмада Ибн Халликана (1211—1282) *Вафайат ал-а'йан* («Кончины великих людей») ⁵.

Сведения, приводимые Мухаммадом ал-Кутуби, иногда тождественны тем, что зафиксированы Ибн Халликаном. Однако в ряде случаев они более обширны и опираются на источники не известные Ибн Халликану.

В настоящей публикации приводятся биографические данные о двух знаменитых предводителях восстания карматов — ал-Хасане ибн Ахмаде ал-Джаннаби ал-Кармат и Сулеймане ибн Вахбе ал-Джаннаби ал-Кармат, которые Мухаммед ал-Кутуби дополнил новыми материалами.

1. [Абу Али] ал-Хасан ибн Ахмад Аби Са'ид ал-Джаннаби ал-Кармат⁶

Родился он в ал-Ахсе⁷, умер в ар-Рамле⁸ в 366 году (976), завоевал Сирию, был предводителем карматов. Своим наместником в Дамаске он назначил Вишаха ибн Абдаллаха, который прибыл в Дамаск, разбил египетскую армию и убил ее командующего Джа'фара ибн Фаллаха. Затем ал-Джаннаби направился на Египет и в течение многих месяцев осаждал его столицу. Он подчинялся Эмиру верующих халифу ат-Та'и (974—991).

Ал-Кады в своей книге *ал-Иш'ар би-ма лил-мулук мин ан-навадир вал-аш'ар* («Сообщение о забавных историях и стихах, в которых упоминаются владыки») пишет⁹: «Абу Али ал-Кармат однажды ночью спросил у своего секретаря Аби Насра ибн Кушаджима: «Что привело тебя на

огонек этих свечей?» Тот ответил: «Мы приходим на меджлис нашего господина, чтобы послушать его речи и извлечь для себя пользу из его нравоучений». На это ал-Кармати, да смилуется над ним Аллах всевышний, ответил экспромтом»¹⁰.

2. Сулейман ибн Вахб ал-Кармати ал-Джаннаби

Сулайман ибн Вахб ибн Бахрам ал-Кармати ал-Джаннаби, предводитель карматов.

Ибн ал-Асир среди событий 286 года (899) упоминает: «В этом году в Бахрейне появился человек, известный по имени ал-Хасан ал-Джаннаби. К нему примкнули люди из арабов-бедуинов и карматов и дело его обрело силу и мощь. В 301 году (913) он был убит своим рабом — славянином (*гуламуху ас-саклаби*), после чего продолжателем его дела стал его сын Абу Тахир»¹¹.

В 311 году (923) Абу Тахир двинулся на Басру и овладел ею без боя, взобравшись [на ее стены] с помощью волосяных лестниц. Когда [защитники Басры] заметили карматов, они бросились на них, но те убили правителя (*вали*) города предали их мечу. Спаслись лишь те из защитников города, которые сумели бежать.

Карматы оставались в Басре 17 дней. Они разграбили в городе все, что в нем было, после чего возвратились в свой город, не прекращая, однако, до 317 года (929) бесчинствовать в стране умножая в ней пороки; убивая и угоняя людей в плен, сжигая все и грабя.

В этом году паломники, [как обычно], совершали хаджж. Карматы пропустили их, не тронув, но затем в день Тарвини¹² разграбили имущество паломников и перебили их [убивая] даже в Запретной Мечети (*Масджид ал-Харам*) и в самой Ка'бе (*Бейт Аллах ал-Харам*). Они выломали Черный Камень и отправили его в Хаджар¹³.

Против карматов выступил эмир Мекки во главе группы знатных [горожан], но они убили его и перебили остальных. Они взломали ворота ал-Ка'бы, а один из них взобрался наверх, чтобы выломать водосточный желоб (*ал-мизаб*), однако свалился и погиб. Часть убитых была брошена в колодец Замзам¹⁴, остальные были оставлены в Запретной Мечети. Карматы унесли священное покрывало с ал-Ка'бы и разделили его на части между собой. Они разграбили также дома жителей Мекки.

Когда об этом узнал правитель Африки ал-Махди Убайдаллах¹⁵, то он отправил Абу Тахиру послание, в котором порицал, осуждал его и проклинал. Он писал: «То, что ты сотворил с нашими шиитами и проповедниками (*ду'ат*) нашего государства — кощунство и имя содеянному тобой — безбожие! Если ты не возвратишь жителям Мекки и паломникам то, что ты забрал у них, не установишь на место Черный Камень и не вернешь священное покрывало, то я избавлю от тебя этот мир и мир загробный!»

Когда это послание дошло [до Абу Тахира], то он возвратил Черный Камень и все, что было возможно из имущества жителей Мекки и сказал: «Мы увезли его по приказу, по приказу и возвратили!».

Эмир Ирака и Багдада Баджкам ат-Турки¹⁶ предлагал карматам за возвращение Черного Камня 50 тысяч динаров, но они не вернули его.

Ибн ал-Асир говорит¹⁷, что карматы возвратили Черный Камень в месяце зул-ка'да 339 года (апрель 951 г.), в правление халифа ал-Муты' (946—974). Когда карматы его увозили, то под его тяжестью пало три

сильных верблюда, а когда они его возвращали, то везли его только на одном верблюде, который благополучно его доставил.

Ибн Аби-д-Дам в своем сочинении¹⁸ *ал-Фирак ал-ислами* («Мусульманские секты») пишет: Халиф [ал-Муты'] переписывался с Абу Тахиром о выкупе Черного Камня и тот дал на это согласие. Карматы продали его мусульманам за 50 тысяч динаров. Халиф отправил к карматам знатока хадисов Абдаллаха ибн Хакима с группой людей. Прибыл и Абу Тахир, чтобы быть свидетелем при передаче Камня представителям халифа. Потом карматы представили им один из двух поддельных камней. Тогда Абдаллах ибн Хаким сказал им: «Мы знаем, что наш камень обладает особыми [свойствами]: он не греется на огне, а, во-вторых, он не тонет в воде!» Доставили воду и огонь. Камень бросили в воду и он погрузился в нее. Затем его бросили в огонь и камень раскалился [так], что едва не раскололся. И Абдаллах ибн Хаким сказал: «Это — не наш камень!» После этого вынесли второй поддельный камень, заранее смазанный благовониями и покрытый парчой, чтобы подчеркнуть его благородство. Абдаллах проделал с ним то же, что и первым камнем и сказал: «Этот камень тоже не наш!»

Тогда вынесли настоящий Черный Камень. Он поместил его в воду и камень остался на поверхности и не утонул. Затем он испытал его огнем и камень не грелся, и он сказал: «Этот камень — наш!»

Абу Тахир изумился и спросил Абдаллаха о том, как ему удалось это узнать. Абдаллах ответил: «Такой-то рассказал нам со слов такого-то, что пророк, да благословит его Аллах и да приветствует, говорил: «Черный Камень знамение Аллаха всевышнего на его земле. Аллах сотворил его в раю из белой жемчужины, а почернел он от грехов человеческих. В день Страшного Суда он вставит в него два глаза, которыми он будет видеть, и язык, которым он будет говорить. Он будет свидетельствовать за тех, кто к нему прикладывается и лобзает его с верой. Истинно, это — камень, который плавает на воде и не греется на огне, если его поместить в него».

И Абу Тахир сказал: «Эта вера достойна подражания!»

Салах ад-Дин ас-Сафадн¹⁹ в своей «Истории» пишет: «Некоторые говорят, что карматы увозили Черный Камень дважды. Есть предположение, что в первый раз они вернули его после получения послания Убайдаллаха ал-Махди, а во-второй раз они возвратили его за деньги. Или наоборот, однако Аллах знает лучше!»

Карматы вторглись в пределы Сирии и захватили Саламию²⁰ и Ба'албек²¹ и перебили большую часть живших в них мусульман. Против них с громадным войском выступил сам халиф ал-Муктафи (902—908), когда они решили осадить Дамаск. Тогда в Багдаде поднялся великий переполох. Халиф двигался с войском, пока не остановился в ар-Ракке. Он рассредоточил войска между Халобом, Хамой и Хомсом²². Тогда карматы бросились на осаду Халеба. Обе армии встретились в сражении в местности, расположенной в 12 милях (*мил* = 12 км), между Халобом и Хамой.

Это произошло в 291 году (904)²³, когда был еще жив его (Абу Тахира) отец Абу Са'ид. Карматы были разбиты наголову. Мусульмане преследовали их и уничтожили.

Затем карматы вновь воспряли и участилось число их выступлений

(сражений). Они не прекращались до самой смерти Абу Са'ида, потом и убил египетского наместника Джа'фара ибн Фаллаха.

Далее войска карматов достигли Айи Шамса²⁴, что почти у ворот Каира, но были разбиты, после чего египтяне одержали над ними верх и отбросили их. Люди, жившие с карматами, испытывали нужду и мучения до тех пор, пока в 332 году (943) не умер Абу Тахир. Однако о его смерти лучше знает Аллах всевышний!²⁵

Примечания

- ¹ С. Brockelmann, OAL, II, 48.
- ² См. Катиб Челеби, Кашф аз-зунун, № 6622.
- ³ См. К. Брокельман, там же.
- ⁴ Мухаммед ибн Шекир ал-Кутуби, Фават ал-вафайат, ч. I—II, Каир, 1953. До этого сочинение дважды издавалось в Булаке в 1866 и 1881 гг.
- ⁵ См. Ибн Халликан, Вафайат ал-А'йан, изд. Вюстенфельда, Геттинген, 1835—1839.
- ⁶ См. также: Ибн ал-Имад ал-Ханбали, Шазарат аз-захаб фи ахбар ман захаб, т. II, ч. 3, стр. 52; Ибн Халликан, т. III, стр. 49; Ибн ал-Асир, ал-Камил, т. VII, стр. 42, Плукит ал-Хамави, Му'джам ал-булдан, т. III, стр. 143; «Джаннаба — город на берегу Персидского залива»; Закарийя ал-Казвини, Асар ал-билад. Бейрут, 1960, стр. 180.
- ⁷ Ал-Ахса — город в Бахрейне, называется также ал-Хуфуф.
- ⁸ Ар-Рамла — городок в Палестине, с — в Иерусалима.
- ⁹ Автор данного сочинения неизвестен. У Катиба Челеби фиксируется только название сочинения. Нет имени автора и у Брокельмана.
- ¹⁰ Мухаммад ал-Кутуби, ч. I, стр. 227, № 88.
- ¹¹ Ибн ал-Асир, т. VI, стр. 92.
- ¹² День Тарии (йау ат-Тарийя) — восьмой день месяца зул-хиджа, в который паломники запасаются водой перед выходом на гору Арафат (близ Мекки): День Арафат — девятый день зул-хиджа, который паломники проводят на самой горе.
- ¹³ Хаджар — населенная область Бахрейна.
- ¹⁴ Замзам — священный колодец при храме Ка'бы в Мекке.
- ¹⁵ Абу Мухаммед Убайдаллах ал-Алани ал-Махди (909—934) — основатель династии Фатимидов (909—1171), правившей Сев. Африкой, позднее — Египтом и Сирией.
- ¹⁶ Баджкам ат-Турки — турецкий военачальник, эмир ал-умара при халифе ар-Рады (934—940). См. Ибн ал-Асир, т. VI, стр. 335.
- ¹⁷ Ибн ал-Асир, там же.
- ¹⁸ Абу Исхак Ибрахим ибн Али ибн Абд ал-Му'мин Шихаб ад-Дин ибн Абн-д-Дам ал-Хамдани ал-Халаби ан-Шафи'и (1187—1244), сирийский историк и богослов. См. Катиб Челеби, т. II, стр. 1255; К. Брокельман, т. I, стр. 347.
- ¹⁹ Салах ад-Дин ибн Халил ибн Айбек ас-Сафадн (1296—1363) — ученый биограф, автор сочинения ал-Вафи бил-вафайат («Подробный реестр [кончин]»).
- ²⁰ Салмийя — городок в Сирии, восточнее реки ал-Аси.
- ²¹ Ба'албек — городок в Ливане, греческое название Гелиополис.
- ²² Ар-Ракка, Халеб, Хама и Хомс — города в Сирии.
- ²³ См. Ибн ал-Асир, т. VI, стр. 108—109.
- ²⁴ Айи Шамс — городок в Египте, близ ал-Матарин, в 8 км от Каира.
- ²⁵ См. Мухаммад ал-Кутуби, ч. I, стр. 352—355, № 143.

Институт Ближнего
и Среднего Востока

Поступило 29. VII 1981

Ч. З. Бунятлов

ГЭРМЭТИЛЭР ТАРИХИНЭ АНД ЈЕНИ МЭНБЭ

Магаләдә Совет тарихшүнаслыгында илк дәфә әрәб тарихчиси Мәһәмәд ибн Шакир ал-Кутубинин (1363-чү илдә вәфат едиб) гәрмәтиләр үсәлиһини ики мәшһур башчысы — ал-Һасан ибн Әһмәд ал-Мәннаби вә Сүлейман ибн Вәһб ал-Мәннаби һаггында јени мә'луматлар дәрч едиләр.

Dj. Z. Bunlyatov

NEW SOURCE ON THE HISTORY OF THE QARMATIANS

In the article for the first time in the Soviet historiography biographical information of the Arab historian Mohammad Ibn Shakir al-Kutubi (died in 1363) about two famous leaders of the rebellion of Qarmatians, al-Hasan ibn Ahmad al-Jannab and Sulaiman ibn Wahb al-Jannabi, was used.

И. А. Әлијев. Чохдәјишәни там функцијаларын индикатор диаграммы терминиңдә С. М. Николски типли бәрабәрсизликләр	3
А. М. Гомилко. Бир гиперболик сәрһәд мәсәләсинин спектрал хәссәләри һаггында	7
Т. Ј. Әмәров. Мәхсусијәтли интеграл операторларын дәјишәнин кәср үстлү гүввәтләринә көрә сыраја мүәјјән ајрылышлары	11
Б. А. Искәндәров. Гиперболик тәһликләр үчүн лимит амплитуду принципи	17
Ә. Ә. Новрузов, Ә. А. Гурбанов. Регулјар сәрһәд нөгтәсиндә һармоник функцијанын кәсимләзлик модулу һаггында	22
С. Ш. Бабаханова, Е. Е. Пашајева. Интеграл сәрһәд шәртли дифференциал операторун мәхсус функцијаларына көрә бир тәкрар ајрылышы һаггында	26

Астрофизика

З. Ф. Сејидов. Фырланан мајенин чөкүк формаларда таразлыгы	30
--	----

Радиофизика

Ч. О. Гачар, С. А. Мусајев, Е. Ј. Салајев. $(CD_3)_2CDOH$ вә $(CH_3)_2CHON$ молекулларынын микродалгалы фырланма спектри	34
--	----

Физика

Н. Ә. Ибраһимов, М. Ш. Мәммадов. $Cu_{1-x}S$ вә $Cu_{1-x}Se$ монокристалларынын мүхтәлиф температурларда бирохлу сыхма деформасијасында механики хәссәләри	39
--	----

Теоретик физика

Р. Р. Һүсәјнов. Јарымкечиричи назик тәбәгәләрдә elektrik жүкләринин енинә һәрәкәти	42
--	----

Јарымкечиричиләр физикасы

Е. Ф. Багыззаде. $CaSe_xTe_{1-x}<Sn>$ монокристалларынын elektrik сәһсиндә удулма спектрләриндә интерференсија	45
А. М. Пашајев, З. З. Маһмудов, А. А. Гулијев. Галынылыгы вә аралыгы бурулған чәрәјән веричиләринин дахил едилән импедансларына тәһсир	48

Техниқ механика

П. А. Лебедев, В. Ә. Мәммадов. Нисби винтвари һәрәкәтдә олан цилиндрик чүтләрдә вектор үсулу илә гаршылыгы тәһсир гүввәләринин тәһјини	52
--	----

Гејри-үзви кимја

Н. А. Гулијева, М. Б. Бабанлы, И. С. Сәттарзаде. Үчлү $TiGe_2Se_6$, $TiGeSe_3$ вә $TiGeSe_4$ бирләшмәләринин селенлә гаршылыгы тәһсир	56
--	----

Палчыг вулканизми

Р. Р. Раһманов. Палчыг вулканларынын әмәләкәлмә шәранти вә механизми	59
--	----

Биокимја

Һ. М. Талышински. Еркәк полипloid формалы тут биткисинин јарпагларында зүлал спектрләри	62
---	----

Тибб

Г. А. Һачыјев, И. М. Зәкијев. Дамағһанад дүјүнүн периферик чыхынтыларынын формалашмасы	65
--	----

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

А. А. Алиев. Неравенства типа С. М. Никольского в терминах индикаторных диаграмм целых функций многих переменных	3
А. М. Гомилко. О спектральных свойствах одной гиперболической крайвой задачи	7
Т. Е. Омаров. Некоторые разложения особых интегральных операторов в ряд по дробным степеням переменной	11
Б. А. Искендеров. Принцип предельной амплитуды для гиперболических уравнений	17
А. А. Новрузов, А. А. Курбанов. О модуле непрерывности гармонических функций в регулярных граничных точках	22
С. Ш. Бабаханова, Э. Э. Пашаева. Об одном кратном разложении по собственным функциям дифференциального оператора с интегральными крайвыми функциями	26

Астрофизика

З. Ф. Сеидов. Вогнутые фигуры равновесия вращающейся жидкости	30
---	----

Радиофизика

Чл.-корр. Ч. О. Каджар, С. А. Мусаев, чл.-корр. Э. Ю. Салаев. Микроволновый вращательный спектр молекул $(CD_3)_2CDON$ и $(CH_3)_2CHON$	34
---	----

Физика

Н. А. Ибрагимов, М. Ш. Мамедов. Механические свойства монокристаллов $Cu_{1-x}S$ и $Cu_{1-x}Se$ при различных температурах в ходе одноосной деформации	39
--	----

Теоретическая физика

Р. Р. Гусейнов. О поперечном движении зарядов в полупроводниковых пленках	42
---	----

Физика полупроводников

Э. Ф. Багирзаде. Интерференция в спектрах электропоглощения монокристаллов $GaSe_xTe_{1-x}<Sn>$	45
А. М. Пашаев, З. З. Махмудов, А. А. Кулиев. Влияние толщины и зазора на величину вносимых импедансов токовых датчиков	48

Техническая механика

П. А. Лебедев, В. А. Мамедов. Векторный метод определения взаимодействия сопряженных цилиндрических тел при винтовом относительном движении	52
---	----

Неорганическая химия

Н. А. Кулиева, М. Б. Бабанлы, И. С. Саттарзаде. Взаимодействие тройных соединений $Te_2Ge_2Se_3$, Tl_2GeSe_3 и Tl_4GeSe_4 с селеном	56
--	----

Грязевой вулканизм

Р. Р. Рахманов. Условия и механизм образования грязевых вулканов	59
--	----

Биохимия

Г. М. Талышинский И. Белковые спектры в листьях мужских полноразвитых форм шелковицы 62

Медицина

Г. А. Гаджиев, И. И. Закиев. Формирование периферических ветвей крыло-небного узла 65

История

Дж. З. Буниятов. Новый источник по истории карматов 68

Сдано в набор 1. 04. 1982 г. Подписано к печати 25. 08. 1982 г. ФГ 17502.
Формат бумаги 70×100¹/₁₆. Бумага типографская № 1.
Гарнитура шрифта литературная. Печать высокая. Печ. лист. 6,65.
Уч. изд. лист. 4,3. Тираж 590. Заказ 174. Цена 70 коп.

Издательство «Элм». 370143 Баку-143, проспект Нариманова, 31,
Академгородок, Главное здание.
Типография «Красный Восток» Государственного комитета
Азербайджанской ССР по делам издательства, полиграфии
и книжной торговли. Баку, ул. Ази Асланова, 80.

9. Текст статьи печатается на белой бумаге через два интервала на одной стороне листа стандартного размера, с полями с левой стороны (не более 28 строк на одной странице по 58—60 знаков в строке). В тексте нельзя делать рукописные вставки и вклейки.

Статьи, напечатанные на портативной машинке, не принимаются.

10. Текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан авторами в печать. В математических статьях желательно избегать доказательств теорем, лемм и т. п. При использовании в тексте сокращенных названий (кроме общепринятых) необходимо давать их расшифровку.

11. Математические и химические формулы и символы в тексте должны быть написаны четко. Следует избегать громоздких обозначений, применяя, например, дробные показатели степени вместо радикалов, а также $\exp$. Занумерованные формулы обязательно выключаются в красную строку, номер формулы ставится у правого края строки. Желательно нумеровать лишь те формулы, на которые имеются ссылки. Подстрочные и надстрочные индексы и степени следует отмечать карандашом, дугами сверху и снизу:

R^n, r_n

Греческие буквы нужно обводить (в кружок) красным карандашом. Буквы готического шрифта и рукописные в рукописях не использовать, векторные величины — подчеркивать черным, буквы латинского рукописного шрифта следует отметить на полях (например, H рукоп.).

Во избежание ошибок следует четко обозначать прописные (заглавные) и строчные буквы латинского алфавита, имеющие сходное начертание (Cc; Kk; Pp; Oo; Ss; Uu; Vv; и т. д.), буквы I(i) и J(j), букву l и римскую единицу I, а также арабскую цифру 1 и римскую I, (вертикальная черта), 1 и штрих в индексах, I (латинское α) и ϵ . Прописные буквы подчеркивают карандашом двумя черточками снизу (C), а строчные — сверху (c).

Следует избегать знаков типа $\sim$ (волна), $\odot$, $\oplus$, $\otimes$; $\square$, $\square$, $\diamond$, $\vee$ $\wedge$ (крышки) над и под буквами, а также знаков:

$\hbar$ $\times$ $\pounds$, $\pounds$, $\pounds$, $\pounds$

Латинские названия вписываются на машинке.

Слова «теорема», «лемма», «следствие», «определение», «замечание» и т. п. следует подчеркивать штриховой чертой, а текст утверждений типа теорем — волнистой чертой (исключая математические символы).

При выборе единиц измерения рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

12. При описании методики исследования следует ограничиваться оригинальной ее частью. При элементном анализе приводить только усредненные данные.

13. Необходимо тщательно проверить написание местных географических названий.

14. Цитируемая литература приводится общим списком на отдельной странице: ссылки в тексте даются порядковым номером в круглых скобках над строкой (например, ¹). Список литературы оформляется следующим образом:

для книг: инициалы и фамилии авторов, полное название книги, место и год издания;

для журнальных статей: инициалы и фамилия авторов, название журнала, номер тома, номер выпуска, страница и год издания.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

15. Все статьи должны иметь резюме на английском языке, кроме того статьи написанные на русском и азербайджанском языках должны иметь резюме на азербайджанском и на русском соответственно.

Публикация статьи в «Докладах» не препятствует напечатанию расширенного ее варианта в другом периодическом издании.

