

П-167/2

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИЗВЕСТИЯ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК
СССР



НОВОСИБИРСК

1959

ИЗВЕСТИЯ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК
СССР

5

П-167/2	П-23482
1959	
№ 5	Известия Сибирско го Отделения АН СССР
	7 руб

П-23482

ИЗДАТЕЛЬСТВО
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

1959

А. А. ЗЫКОВ

ФУНКЦИИ ОТ ГРАФОВ,
ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ ЛИНЕЙНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ

Сообщение 1

§ 1. Основные определения и постановка задачи

1. Под графом мы понимаем здесь конечное множество M произвольных элементов с заданным на нем бинарным симметричным отношением смежности, причем ни один элемент M не смежен сам с собой. Геометрически граф изображается конечной совокупностью вершин — точек пространства — и ребер — дуг, соединяющих некоторые вершины и не имеющих между собой других общих точек, кроме концов. Графу, вершины которого занумерованы последовательными натуральными числами $1, 2, \dots, m$, однозначно соответствует матрица смежности — квадратная таблица (a_{ij}) порядка m , в которой $a_{ij} = 1$, когда i -я и j -я вершины графа смежны, и $a_{ij} = 0$, когда они не смежны.

Графы L и L' изоморфны, если между множествами M и M' их вершин можно установить взаимно-однозначное соответствие, сохраняющее отношение смежности. Изоморфные графы геометрически изображаются гомеоморфными фигурами из точек и дуг. Матрицы смежности изоморфных графов сильно подобны, т. е. могут быть преобразованы друг в друга перестановкой рядов (перестановкой строк с последующей точно такой же перестановкой столбцов). Граф определяется матрицей смежности, вообще говоря, неоднозначно (см., например, рис. 1), но графы, соответствующие сильно подобным матрицам (в частности, одной и той же матрице), изоморфны.

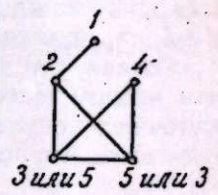
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$


Рис. 1.

Граф L называется подграфом графа L' , если $M \subseteq M'$ и любые два элемента M смежны тогда и только тогда, когда они, как элементы M' , смежны в графе L' . Геометрически всякий подграф получается из исходного графа удалением некоторых вершин вместе с идущими в них ребрами. Матрица смежности подграфа образуется из матрицы первоначального графа посредством вычеркивания некоторых строк вместе с одноименными столбцами.

Дополнением графа L называется граф \bar{L} с теми же вершинами, в котором любые две различные вершины смежны тогда и только тогда, когда они не смежны в L . Граф, никакие две вершины которого не смежны, называется пустым, а его дополнение — полным. Одновершинный граф считается одновременно и полным и пустым; то же самое принимаем для нулевого графа, совсем не имеющего вершин.

п. 23482
ЦЕНТРАЛЬНАЯ НАУЧНАЯ
БИБЛИОТЕКА
А. Н. ИРГИЗОНОВА ООР

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Д-р хим. наук В. Т. Быков, член-корр. Т. Ф. Горбачев (зам. главного редактора), член-корр. Н. П. Дубинин, д-р физ.-мат. наук Л. В. Киренский, д-р техн. наук К. Н. Коржавин, канд. экон. наук В. А. Кротов, член-корр. А. В. Николаев, член-корр. И. И. Новиков, член-корр. Г. А. Пруденский, акад. С. Л. Соболев (главный редактор), д-р биол. наук К. А. Соболевская.

Адрес редакции: г. Новосибирск, ул. Советская, 20.

2. Пусть $d_i(L)$, или просто d_i , означает количество полных i -вершинных подграфов графа L ($d_0 = 1$); многочлен

$$D_L(t) (= D(t)) = 1 + d_1 \cdot t + d_2 \cdot t^2 + \dots,$$

степень которого, очевидно, не превосходит d_1 (числа вершин L), называется размерностным многочленом графа L . Если d_i — количество пустых i -вершинных подграфов L , то многочлен

$$\bar{D}_L(t) (= \bar{D}(t)) = 1 + \bar{d}_1 t + \bar{d}_2 t^2 + \dots$$

является размерностным для дополнительного графа \bar{L} , т. е. равен $\bar{D}_L(t)$. Легко видеть, что $d_1 = \bar{d}_1$, $d_2 + \bar{d}_2 = C_{d_1}^2$, и $d_i + \bar{d}_i \leq C_{d_1}^i$ при $3 \leq i \leq d_1$.

По самому смыслу определения размерностного многочлена он должен быть одним и тем же для изоморфных графов. ** Поэтому $D_L(t)$ и $\bar{D}_L(t)$ однозначно определяются матрицей смежности графа L . Однако непосредственный подсчет чисел $d_3, \bar{d}_3, d_4, \bar{d}_4, \dots$ по матрице смежности или даже по нарисованной геометрической фигуре практически весьма затруднителен для графов с большим количеством вершин. Здесь оказывается полезным следующий рекурсивный способ нахождения $D_L(t)$ и $\bar{D}_L(t)$.

Пусть L — произвольный ненулевой граф, a — какая-либо из его вершин. Обозначим через L_p тот подграф L , который получается удалением вершины a и всех несмежных с ней; через L_q — подграф, получаемый из L удалением a и всех смежных с ней вершин; через L_r — подграф, остающийся после удаления из L одной только вершины a . Число полных i -вершинных подграфов L , содержащих a , совпадает с числом $(i-1)$ -вершинных подграфов L_p , а число полных i -вершинных подграфов L , не содержащих a , такое же, как у L_r ; поэтому

$$D_L(t) = tD_{L_p}(t) + D_{L_r}(t). \quad (1)$$

Поскольку каждый из графов L_p и L_r имеет наверняка меньше вершин, чем L , то, применяя соотношение (1) сначала к L , затем к L_p и L_r и т. д. и учитывая, что для нулевого графа $D(t) = 1$, мы вычислим $D_L(t)$ конечным числом шагов; выбор вершины a в исходном графе и всех промежуточных ненулевых графах, разумеется, не влияет на окончательный результат. Аналогично из соотношения

$$\bar{D}_L(t) = t\bar{D}_{L_q}(t) + \bar{D}_{L_r}(t) \quad (2)$$

и условия, что для нулевого графа $\bar{D}(t) = 1$, можно вычислить $\bar{D}_L(t)$. В качестве примера найдем $D(t)$ и $\bar{D}(t)$ для графа, изображенного на рис. 1; ради простоты будем вместо $D_L(t)$ (соответственно $\bar{D}_L(t)$) писать матрицу смежности графа L , если он ненулевой, и число 1, если он нулевой, а также условимся в качестве a каждый раз выбирать ту вершину графа, которой соответствуют первая строка и первый столбец его матрицы смежности.

Для $D(t)$ имеем:

$$\begin{pmatrix} 01000 \\ 10101 \\ 01011 \\ 00101 \\ 01110 \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0101 \\ 1011 \\ 0101 \\ 1110 \end{pmatrix} = t(t+1) + t \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 011 \\ 101 \\ 110 \end{pmatrix} = t(t+1) +$$

* Для полного графа $D(t) = (1+t)^{d_1}$, для пустого $D(t) = 1 + d_1 t$.
 ** Обратное вообще неверно; например, существуют два неизоморфных графа, для которых $D(t) = 1 + 4t + 2t^2$.

$$+ t^2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} = t(t+1) + 2(t^2+t) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = t(t+1) + 2(t^2+t)(t+1) + (t+1)(t+1) = 1 + 5t + 6t^2 + 2t^3.$$

Для $\bar{D}(t)$:

$$\begin{pmatrix} 01000 \\ 10101 \\ 01011 \\ 00101 \\ 01110 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 011 \\ 101 \\ 110 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0101 \\ 1011 \\ 0101 \\ 1110 \end{pmatrix} = t^2 + t \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 011 \\ 101 \\ 110 \end{pmatrix} =$$

$$= t^2 + t^2 + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t + \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} = 2t^2 + 2t(t+1) + t + t + (t+1) = 1 + 5t + 4t^2.$$

Итак, для графа рис. 1 $D(t) = 1 + 5t + 6t^2 + 2t^3$, $\bar{D}(t) = 1 + 5t + 4t^2$.

3. Займемся теперь подсчетом числа вилок графа L , т. е. таких его трехвершинных подграфов, каждый из которых имеет ровно два ребра.

Пусть L — произвольный ненулевой граф, a — какая-нибудь его вершина. Общее число вилок $v(L)$ составляется из трех величин:

- 1) количества вилок, оба ребра которых сходятся в точке a ; оно равно числу пустых двухвершинных подграфов L_p , т. е. $\bar{d}_2(L_p)$;
- 2) количества вилок, у которых в точку a идет одно из ребер; оно равно числу тех ребер (полных двухвершинных подграфов) L , которые имеют один конец в L_p , а другой в L_q , т. е. $d_2(L_r) - d_2(L_p) - d_2(L_q)$;
- 3) количества вилок, не содержащих a ; оно равно $v(L_r)$; поэтому

$$v(L) = \bar{d}_2(L_p) + d_2(L_r) - d_2(L_p) - d_2(L_q) + v(L_r).$$

Сюда надо добавить еще рекурсивные соотношения, связывающие вспомогательные величины:

$$d_2(L) = d_1(L_p) + d_2(L_r),$$

$$\bar{d}_2(L) = d_1(L_q) + \bar{d}_2(L_r),$$

$$d_1(L) = d_1(L_r) + 1.$$

В результате для величин $v(L)$, $d_2(L)$, $\bar{d}_2(L)$, $d_1(L)$ получаем систему четырех линейных уравнений, которая в матричной форме имеет вид

$$\Phi(L) = p\Phi(L_p) + q\Phi(L_q) + r\Phi(L_r) + S, \quad (3)$$

где

$$\Phi(L) = \begin{pmatrix} v(L) \\ d_2(L) \\ \bar{d}_2(L) \\ d_1(L) \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$p = \begin{pmatrix} 0 & -110 \\ 0 & 001 \\ 0 & 000 \\ 0 & 000 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 0 & -100 \\ 0 & 000 \\ 0 & 001 \\ 0 & 000 \end{pmatrix}, \quad r = \begin{pmatrix} 1100 \\ 0100 \\ 0010 \\ 0001 \end{pmatrix}.$$

Соотношение (3) вместе с начальным условием

$$\Phi^{(\text{нул гр})} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

позволяет найти матрицу $\Phi(L)$ для любого графа L по его матрице смежности.

Снова рассмотрим для примера граф, показанный на рис. 1. По-прежнему условимся вместо $\Phi(L)$ при ненулевом графе L писать его матрицу смежности. В силу (3) и (4) матрицы смежности первого порядка $\|0\|$ можно заменять на S , а слагаемые, соответствующие нулевым графам, опускать.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 01000 \\ 10101 \\ 01011 \\ 00101 \\ 01110 \end{pmatrix} &= p \|0\| + q \begin{pmatrix} 011 \\ 101 \\ 110 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0101 \\ 1011 \\ 0101 \\ 1110 \end{pmatrix} + S = pS + qp \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} + \\ &+ qr \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} + qS + rp \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} + rq \|0\| + r^2 \begin{pmatrix} 011 \\ 101 \\ 110 \end{pmatrix} + rS + S = (p + \\ &+ q + r + rq)S + S + (qp + qr + rp) \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} + r^2p \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} + r^3 \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \end{pmatrix} + \\ &+ r^2S = (p + q + r + rq + r^2)S + S + (qp + qr + rp + r^2p + r^3) \cdot (p \cdot S + \\ &+ rS + S) = [p + q + r + rq + r^2 + e + (qp + qr + rp + r^2p + \\ &+ r^3) \cdot (p + r + e)] \cdot S, \end{aligned}$$

где e — единичная матрица четвертого порядка. Заменяя теперь p, q, r и e соответственными матрицами и производя над ними действия, указанные в квадратных скобках, мы получим в итоге

$$[\dots] = \begin{pmatrix} 5064 \\ 0506 \\ 0054 \\ 0005 \end{pmatrix}, \text{ откуда } \Phi = [\dots] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix},$$

т. е. $v = 4, d_2 = 6, \bar{d}_2 = 4, d_1 = 5$.

4. До сих пор мы рассматривали конкретные функции $\Phi(L)$, которые ставят графам в соответствие числа, или многочлены, или матрицы-столбцы, представляющие некоторые количественные характеристики графов, и для этих функций составляли однозначно определяющие их линейные уравнения (вместе с начальными условиями). При этом нас интересовали только такие функции, значения которых для изоморфных графов совпадают; функции, обладающие этим свойством, представляют особый интерес, поскольку они описывают свойства графов, не зависящие от порядка нумерации их вершин и вообще от каких бы то ни было различий между элементами множества M , не охватываемых отношением смежности.

Допустим теперь, что дано некоторое линейное уравнение

$$\Phi(L) = p\Phi(L_p) + q\Phi(L_q) + r\Phi(L_r) + S \quad (5)$$

относительно неизвестной функции от графов, подчиненной начальному условию

$$\Phi^{(\text{нул гр})} = \Phi_0. \quad (6)$$

Задавшись определенным графом L с определенной нумерацией вершин и условившись при применении (5) к графу и его подграфам каждый раз выбирать в качестве a вершину с наименьшим номером, можно найти соответствующее значение $\Phi(L)$, выраженное через p, q, r, S и Φ_0 . При произвольных p, q, r, S, Φ_0 это значение, вообще говоря, зависит от нумерации вершин исходного графа*. Чтобы для любого графа L результат вычисления $\Phi(L)$ не зависел от нумерации вершин L , иначе говоря, чтобы функция, заданная соотношениями (5) и (6), была однозначной функцией от классов изоморфных друг другу графов, величины p, q, r, S и Φ_0 должны удовлетворять некоторым условиям**. Ниже, в § 2 уточняется постановка задачи и выводятся необходимые и достаточные условия независимости функции Φ , определяемой уравнением (5) вместе с начальными данными, от упорядочения вершин графов. В § 3 полностью решается вопрос о том, какие вообще свойства графов могут описываться такими функциями.

Дальнейшие обобщения этих задач возникают, если, наряду с операциями образования подграфов L_p, L_q и L_r из графа L , рассматривать и другие операции над графами (отождествление вершин, удаление или добавление ребер, топологическое подразделение и т. д.). Исследованиям в этом направлении, частично освещенным в [1] и [2], будет посвящено Сообщение 2 настоящей работы.

§ 2. Вершинные функции. Условия однозначности

5. Пусть K — произвольное кольцо с единицей e , а G — произвольная аддитивная группа, для которой K служит областью операторов, причем e — тождественный оператор***. Например, это имеет место, когда K и G — одно и то же кольцо (чисел, многочленов и т. п.) с единицей или когда K — кольцо квадратных матриц некоторого порядка m с элементами из какого-либо поля, а G — аддитивная группа всех матриц-столбцов высоты m с элементами из того же поля.

Через $\Phi(L)$ мы здесь и в дальнейшем будем обозначать всякую такую функцию, которая каждому графу с определенным упорядочением его вершин однозначно относит некоторый элемент группы G .

Пусть дано линейное уравнение

$$\Phi(L) = p\Phi(L_p) + q\Phi(L_q) + r\Phi(L_r) + S \quad (5)$$

и начальное условие

$$\Phi^{(\text{нул гр})} = \Phi_0, \quad (6)$$

где $p, q, r, \in K$ и $S, \Phi_0 \in G$; подграфы L_p, L_q и L_r образуются, как прежде (см. п. 2 § 1), в предположении, что за a взята первая вершина упо-

* Чтобы убедиться в этом, достаточно при неопределенных p, q, r, S и Φ_0 вычислить значение Φ для графа-вилки двумя способами, начав первый раз с угловой, а второй раз — с концевой точки.

** В ранее рассмотренных примерах эти условия, очевидно, выполнены автоматически.

*** То есть для любых $k \in K$ и $G \in G$ определено произведение kG , причем всегда

$$\begin{aligned} (k_1 + k_2)G &= k_1G + k_2G, \\ k(G_1 + G_2) &= kG_1 + kG_2, \\ k_1(k_2 \cdot G_2) &= (k_1 \cdot k_2) \cdot G_2, \\ e \cdot G &= G. \end{aligned}$$

Отсюда вытекает, что

$$\begin{aligned} 0 \cdot G &= 0, \\ k \cdot 0 &= 0, \end{aligned}$$

ибо $0G + 0G = (0 + 0)G = 0G$, откуда $0G = 0G - 0G = 0$,
и $k0 + k0 = k(0 + 0) = k0$, откуда $k0 = k0 - k0 = 0$.

рядоченного графа L , причем для этих подграфов сохраняет силу порядков вершин в L . При этих условиях соотношения (5) и (6), очевидно, определяют некоторую функцию $\Phi(L)$, значение которой для любого упорядоченного графа L находится конечным числом шагов.

Сделаем одно упрощение. Для одновершинных графов из (5) и (6) имеем однозначно

$$\Phi(\bullet) = (p + q + r)\Phi_0 + S.$$

Используя это равенство и вводя новую функцию

$$\Phi'(L) = \Phi(L) - \Phi_0,$$

мы можем записать соотношения (5) и (6) в виде

$$\Phi'(L) = p\Phi'(L_p) + q\Phi'(L_q) + r\Phi'(L_r) + \Phi'(\bullet), \quad (5')$$

$$\Phi'(\text{нуль гр}) = 0. \quad (6')$$

Поэтому целесообразно ограничиться изучением таких функций $\Phi(L)$, удовлетворяющих уравнению (5), для которых начальные условия имеют вид

$$\Phi(\text{нуль гр}) = 0, \quad \Phi(\bullet) = S. \quad (6'')$$

Рассматривая величины p, q, r и S как неопределенные (переменные) параметры, можно для любого упорядоченного графа L представить значение функции $\Phi(L)$, задаваемой соотношениями (5) и (6''), в общем виде

$$\Phi(L) = \varphi(p, q, r) \cdot S, \quad (7)$$

где $\varphi(p, q, r)$ — многочлен от p, q, r и e с целыми коэффициентами. В частных случаях, когда L есть полный n -вершинный граф F_n или пустой n -вершинный граф E_n , многочлен φ не зависит от порядка вершин, именно:

$$\Phi(F_0) = 0, \quad \Phi(F_{n+1}) = [(p+r)^n + (p+r)^{n-1} + \dots + (p+r) + e] \cdot S, \quad (8)$$

$$\Phi(E_0) = 0, \quad \Phi(E_{n+1}) = [(q+r)^n + (q+r)^{n-1} + \dots + (q+r) + e] \cdot S. \quad (8')$$

Сформулируем еще принцип двойственности (полезный при дальнейших выкладках): если вершины дополнительного графа \bar{L} упорядочены так же, как и у L , то общее выражение для $\Phi(\bar{L})$ получается из общего выражения для $\Phi(L)$ переменными p и q , т. е.

$$\Phi(\bar{L}) = \varphi(q, p, r) \cdot S. \quad (7')$$

Действительно, в силу одинаковости упорядочений L и \bar{L} имеем $\bar{L}_p = \bar{L}_q$, $\bar{L}_q = \bar{L}_p$, $\bar{L}_r = \bar{L}_r$; значит

$$\begin{aligned} \Phi(\bar{L}) &= p\Phi(\bar{L}_p) + q\Phi(\bar{L}_q) + r\Phi(\bar{L}_r) + S = \\ &= p\Phi(\bar{L}_q) + q\Phi(\bar{L}_p) + r\Phi(\bar{L}_r) + S; \end{aligned}$$

таким образом, для функции $\bar{\Phi}(L)$, по определению равной $\Phi(\bar{L})$,

$$\bar{\Phi}(L) = q\bar{\Phi}(L_p) + p\bar{\Phi}(L_q) + r\bar{\Phi}(L_r) + S;$$

причем

$$\bar{\Phi}(\text{нуль гр}) = 0, \quad \bar{\Phi}(\bullet) = S.$$

(ибо нулевой и одновершинный графы совпадают со своими дополнениями); отсюда и вытекает наше утверждение.

6. Функция $\Phi(L)$ называется вершинной, если для этой функции существуют такие $p, q, r \in K$ и такое $S \in G$, что при любом графе L с любым упорядочением вершин удовлетворяется уравнение

$$\Phi(L) = p\Phi(L_p) + q\Phi(L_q) + r\Phi(L_r) + S, \quad (9)$$

причем

$$\Phi(\text{нуль гр}) = 0, \quad \Phi(\bullet) = S. \quad (10)$$

Всякая вершинная функция Φ принимает на изоморфных графах одинаковые значения. В самом деле, для нулевого и одновершинных графов это тривиально; допустим теперь, что Φ принимает одинаковые значения на любых двух изоморфных графах, имеющих менее n вершин, и рассмотрим произвольные изоморфные n -вершинные графы L и L' ; установим между множествами вершин обоих графов изоморфное соответствие и упорядочим оба множества так, чтобы отношение порядка сохранялось при данном изоморфизме; тогда подграфы L_p и L'_p , L_q и L'_q , L_r и L'_r будут соответственно изоморфны, а поскольку каждый из них имеет менее n вершин, то по допущению индукции

$$\Phi(L_p) = \Phi(L'_p), \quad \Phi(L_q) = \Phi(L'_q), \quad \Phi(L_r) = \Phi(L'_r);$$

из уравнения (9) получаем теперь $\Phi(L) = \Phi(L')$, что и требовалось.

Для выбранной наугад четверки величин p, q, r, S функция $\Phi(L)$, определяемая соотношениями (9) и (10), вообще говоря, не является вершинной; условиями однозначности («вершинности») мы будем называть такую совокупность Ω (конечную или бесконечную) уравнений относительно параметров p, q, r и S , которая удовлетворяется конкретной четверкой величин тогда и только тогда, когда соответствующие этой четверке соотношения (9) и (10) определяют некоторую вершинную функцию.

Рассмотрим произвольный граф L , имеющий более одной вершины, и выберем в нем какие-нибудь две вершины a и b . Все остальные вершины L распределим по четырем категориям, в зависимости от их смежности или несмежности с a и b ; для подграфов L , соответствующих каждой из категорий, введем обозначения A, B, C и D , как показано на рис. 2. Условимся весь граф L записывать также в виде $abABCD$, подграф, получаемый из него удалением вершины a , — в виде $bABCD$ и т. д.

Остановимся сначала на случае, когда a и b смежны. Упорядочивая граф L так, чтобы его вершина a была первой, вершина b — второй, в остальном произвольно, мы можем для значения Φ , соответствующего этому порядку, на основании (9) написать:

$$\begin{aligned} \Phi(L) &= p\Phi(bAC) + q\Phi(BD) + r\Phi(bABCD) + S = \\ &= p[p\Phi(C) + q\Phi(A) + r\Phi(AC) + S] + q\Phi(BD) + \\ &\quad + r[p\Phi(BC) + q\Phi(AD) + r\Phi(ABCD) + S] + S. \end{aligned}$$

Считая же первой вершиной b , второй a и сохраняя порядок остальных вершин прежним, имеем:

$$\begin{aligned} \Phi(L) &= p\Phi(aBC) + q\Phi(AD) + r\Phi(aABCD) + S = \\ &= p[p\Phi(C) + q\Phi(B) + r\Phi(BC) + S] + q\Phi(AD) + \\ &\quad + r[p\Phi(AC) + q\Phi(BD) + r\Phi(ABCD) + S] + S. \end{aligned}$$

Второе значение $\Phi(L)$, вообще говоря, отлично от первого, но значения $\Phi(C)$, $\Phi(AC)$, $\Phi(AD)$, $\Phi(BC)$, $\Phi(BD)$ и $\Phi(ABCD)$ в обоих выражениях одни и те же. Приравнявая нулю разность между двумя значениями для $\Phi(L)$, составляем уравнение

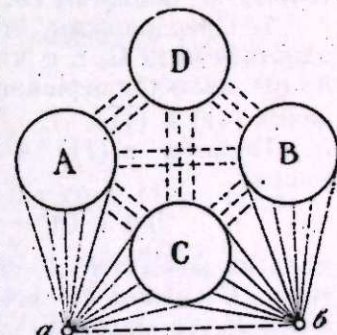


Рис. 2.

$$pq[\Phi(A) - \Phi(B)] + (pr - rp)[\Phi(AC) - \Phi(BC)] + (r - e)q[\Phi(AD) - \Phi(BD)] = 0. \quad (11)$$

Случай несмежных a и b можно разобрать точно так же или свести к уже рассмотренному, учитывая, что в дополнительном графе \bar{L} роли A, B, C, D играют соответственно $\bar{B}, \bar{A}, \bar{D}, \bar{C}$, роль AC играет $\bar{B}\bar{D}$ (не $\bar{B}\bar{D}!$) и т. д., и применяя затем принцип двойственности, получаем уравнение

$$qp[\Phi(A) - \Phi(B)] + (qr - rq)[\Phi(AD) - \Phi(BD)] + (r - e)p[\Phi(AC) - \Phi(BC)] = 0. \quad (1\bar{1})$$

Из способа получения уравнений (11) и (1 $\bar{1}$) мы можем сделать следующие выводы.

1) Пусть величины p, q, r, S удовлетворяют условиям однозначности Ω , а Φ означает вершинную функцию, определяемую соотношениями (9) и (10); тогда для любых графов A, B, C и D , любым образом соединенных между собой ребрами, выполняются уравнения (11) и (1 $\bar{1}$).

2) Пусть p, q, r и S подобраны так, что для всех графов L с количеством вершин, меньшим некоторого натурального числа n , значение $\Phi(L)$, вычисленное из (9) и (10), не зависит от упорядочения вершин и что, кроме того, для любых и любым образом связанных между собой графов A, B, C и D , но таких, что все графы AC, AD, BC и BD имеют менее n вершин, выполняются уравнения (11) и (1 $\bar{1}$); тогда и для всякого n -вершинного графа L значение $\Phi(L)$, найденное из (9) и (10), не зависит от порядка вершин L .

Первое из этих утверждений мы используем для вывода необходимых условий однозначности, не содержащих произвольных графов, а второе — для доказательства того, что найденные условия также достаточны, т. е. образуют систему Ω .

7. Предположим, что величины p, q, r, S удовлетворяют условиям однозначности Ω , т. е. что функция Φ , определяемая соотношениями (9) и (10), является вершинной и для нее, следовательно, выполняются уравнения (11) и (1 $\bar{1}$).

Полагая в (11) $A = F_{n+1}, B = F_n, C = D = F_0$, на основании (8) имеем

$$[pq + (pr - rp) + (r - e)q] \cdot (p + r)^n \cdot S = 0;$$

полагая же $A = F_{n+1}, B = F_n, C = F_1, D = F_0$ и считая, что вершина графа C смежна со всеми вершинами A и B (т. е. что $AC = F_{n+2}, BC = F_{n+1}$), находим

$$[pq + (pr - rp)(p + r) + (r - e)q] \cdot (p + r)^n \cdot S = 0;$$

откуда, используя предыдущее равенство, получаем

$$(pr - rp)(p + r)^n(p + r - e) \cdot S = 0;$$

наконец, полагая $A = F_{n+1}, B = F_n, C = F_0, D = F_1, AD = F_{n+2}, BD = F_{n+1}$, аналогичным образом получаем

$$(r - e)q(p + r)^n(p + r - e) \cdot S = 0.$$

То же самое можно проделать, подставляя вместо A, B, \dots не полные, а пустые графы; к полученным в обоих случаях равенствам можно применить принцип двойственности или же провести заново все выкладки, отправляясь от (1 $\bar{1}$) вместо (11). В результате будем иметь следующую систему равенств (справедливых при любом $n \geq 0$):

$$[pq + (pr - rp) + (r - e)q](p + r)^n \cdot S = 0, \quad (12_1)$$

$$[pq + (pr - rp) + (r - e)q](q + r)^n \cdot S = 0, \quad (12_2)$$

$$[qp + (qr - rq) + (r - e)p](p + r)^n \cdot S = 0, \quad (12_3)$$

$$[qp + (qr - rq) + (r - e)p](q + r)^n \cdot S = 0, \quad (12_4)$$

$$(pr - rp)(p + r)^n(p + r - e) \cdot S = 0, \quad (13_1)$$

$$(pr - rp)(q + r)^n(q + r - e) \cdot S = 0, \quad (13_2)$$

$$(qr - rq)(p + r)^n(p + r - e) \cdot S = 0, \quad (13_3)$$

$$(qr - rq)(q + r)^n(q + r - e) \cdot S = 0, \quad (13_4)$$

$$(r - e)p(p + r)^n(p + r - e) \cdot S = 0, \quad (14_1)$$

$$(r - e)p(q + r)^n(q + r - e) \cdot S = 0, \quad (14_2)$$

$$(r - e)q(p + r)^n(p + r - e) \cdot S = 0, \quad (14_3)$$

$$(r - e)q(q + r)^n(q + r - e) \cdot S = 0. \quad (14_4)$$

Покажем теперь, что из (12 $_1$)—(14 $_4$) вытекают равенства

$$[p(q + r - e) - (r - e)][(p + r - e) - (q + r - e)] \cdot S = 0, \quad (15_1)$$

$$[q(p + r - e) - (r - e)][(q + r - e) - (p + r - e)] \cdot S = 0, \quad (15_2)$$

$$pq^{n+1}(q + r - e) \cdot S = 0, \quad (15_3)$$

$$qp^{n+1}(p + r - e) \cdot S = 0, \quad (15_4)$$

$$(r - e)p^{n+1}(p + r - e) \cdot S = 0, \quad (15_5)$$

$$(r - e)q^{n+1}(q + r - e) \cdot S = 0, \quad (15_6)$$

$$(r - e)p(q + r - e) \cdot S = 0, \quad (15_7)$$

$$(r - e)q(p + r - e) \cdot S = 0, \quad (15_8)$$

$$p(r - e)^{n+1}(p + r - e) \cdot S = 0, \quad (15_9)$$

$$p(r - e)^{n+1}(q + r - e) \cdot S = 0, \quad (15_{10})$$

$$q(r - e)^{n+1}(p + r - e) \cdot S = 0, \quad (15_{11})$$

$$q(r - e)^{n+1}(q + r - e) \cdot S = 0. \quad (15_{12})$$

Равенства (15 $_1$) и (15 $_2$) суть иначе записанные равенства (12) для $n = 0$.

Равенство (15 $_3$) есть частный случай равенства

$$pq^{n+1}(q + r)^m(q + r - e) \cdot S = 0.$$

Последнее при $n = 0$ справедливо для любого $m \geq 0$ в силу (12 $_2$), (13 $_2$) и (14 $_2$), ибо

$$pq(q + r)^m(q + r - e) \cdot S = [pq + (pr - rp) + (r - e)q](q + r)^{m+1} \cdot S - [pq + (pr - rp) + (r - e)q](q + r)^m \cdot S - (pr - rp)(q + r)(q + r - e) \cdot S - (r - e)q(q + r)^m(q + r - e) \cdot S;$$

если оно уже верно для некоторого $n \geq 0$ (и всех m), то

$$pq^{n+2}(q + r)^m(q + r - e) \cdot S = pq^{n+1}(q + r)^{m+1}(q + r - e) \cdot S - pq^n(qr - rq)(q + r)^m(q + r - e) \cdot S - pq^n(r - e)q(q + r)^m(q + r - e) \cdot S - pq^{n+1}(q + r)^m(q + r - e) \cdot S = 0$$

на основании (13 $_4$), (14 $_4$) и предположения индукции. Аналогично доказывается (15 $_4$).

Равенство (15 $_5$) является частным случаем равенства

$$(r - e)p^{n+1}(p + r)^m(p + r - e) \cdot S = 0.$$

Последнее при $n = 0$ верно в силу (14 $_1$); если оно справедливо для некоторого $n \geq 0$, то

$$(r - e)p^{n+2}(p + r)^m(p + r - e) \cdot S = (r - e)p^{n+1}(p + r)^{m+1}(p + r - e) \cdot S - (r - e)p^n(pr - rp)(p + r)^m(p + r - e) \cdot S - (r - e)p^n(r - e)p(p + r)^m(p + r - e) \cdot S - (r - e)p^{n+1}(p + r)^m(p + r - e) \cdot S = 0$$

на основании (13₁), (14₁) и допущения индукции. Аналогично доказывается (15₆).

Равенства (15₇) и (15₈) представляют собой соответственно (14₂) и (14₃) для $n=0$.

Наконец, равенство (15₉) есть частный случай равенства

$$p(r-e)^{n+1}(p+r)^m(p+r-e) \cdot S = 0.$$

Справедливость последнего при $n=0$ вытекает из (13₁) и (14₁); если оно уже справедливо для некоторого $n \geq 0$, то

$$p(r-e)^{n+2}(p+r)^m(p+r-e) \cdot S = p(r-e)^{n+1}(p+r)^{m+1}(p+r-e) \cdot S - p(r-e)^{n+1}p(p+r)^m(p+r-e) \cdot S - p(r-e)^{n+1}(p+r)^m(p+r-e) \cdot S = 0$$

в силу (14₁) и предположения индукции. Равенства (15₁₀), (15₁₁) и (15₁₂) доказываются аналогично.

8. Оказывается, соблюдение всех условий (15) для величин p, q, r, S не только необходимо, но и достаточно для того, чтобы функция Φ , определяемая из соотношений (9) и (10), была вершинной. Иначе говоря, можно считать, что условия однозначности Ω выражаются как раз системой уравнений (15₁)—(15₁₂). Прежде чем это доказывать, мы уточним представление (7) п. 5.

Покажем сначала, что для любого упорядоченного графа L значение $\Phi(L)$, задаваемое соотношениями (9) и (10) с произвольными параметрами p, q, r и S , можно записать в виде

$$\Phi(L) = [\varphi(p, q, r) \cdot (p+r-e) + \bar{\varphi}(p, q, r) \cdot (q+r-e) + d_1(L)e] \cdot S, \quad (16)$$

где φ и $\bar{\varphi}$ — многочлены от p, q, r и e с целочисленными коэффициентами.*

Для нулевого и одновершинного графов возможность представления $\Phi(L)$ в виде (16) тривиальна. Пусть уже доказано, что $\Phi(L)$ можно представить в таком виде при любом упорядоченном графе L , имеющем менее n вершин. Тогда для произвольного упорядоченного n -вершинного графа L на основании (9) и предположения индукции имеем

$$\begin{aligned} \Phi(L) &= p[\varphi_p(p, q, r) \cdot (p+r-e) + \bar{\varphi}_p(p, q, r) \cdot (q+r-e) + d_1(L_p) \cdot e] \cdot S + \\ &+ q[\varphi_q(p, q, r) \cdot (p+r-e) + \bar{\varphi}_q(p, q, r) \cdot (q+r-e) + d_1(L_q) \cdot e] \cdot S + \\ &+ r[\varphi_r(p, q, r) \cdot (p+r-e) + \bar{\varphi}_r(p, q, r) \cdot (q+r-e) + d_1(L_r) \cdot e] \cdot S + S = \\ &= [(p\varphi_p + q\varphi_q + r\varphi_r)(p+r-e) + (p\bar{\varphi}_p + q\bar{\varphi}_q + r\bar{\varphi}_r)(q+r-e) + \\ &+ d_1(L_p) \cdot p + d_1(L_q) \cdot q + d_1(L_r) \cdot r + e] \cdot S = [(p\varphi_p + q\varphi_q + \\ &+ r\varphi_r + d_1(L_p)e](p+r-e) + [p\bar{\varphi}_p + q\bar{\varphi}_q + r\bar{\varphi}_r + d_1(L_q)e](q+r-e) + \\ &+ [d_1(L_r) - d_1(L_p) - d_1(L_q)](r-e) + [d_1(L_r) + 1] \cdot e] \cdot S. \end{aligned}$$

Но $p\varphi_p + q\varphi_q + r\varphi_r + d_1(L_p) \cdot e$ и $p\bar{\varphi}_p + q\bar{\varphi}_q + r\bar{\varphi}_r + d_1(L_q) \cdot e$ суть многочлены от p, q, r, e с целыми коэффициентами, $d_1(L_r) - d_1(L_p) - d_1(L_q) = 0$, $d_1(L_r) + 1 = d_1(L)$. Поэтому для $\Phi(L)$ получаем опять представление вида (16), что и требовалось.

До сих пор p, q, r и S были у нас произвольными; теперь предположим, что они подчинены условиям (15). В этом случае представление (16) допускает дальнейшее уточнение:

$$\Phi(L) = \{[f(p) + g(r-e)](p+r-e) + [\bar{f}(q) + \bar{g}(r-e)](q+r-e) + d_1(L) \cdot e\} S, \quad (17)$$

* $d_1(L)$, как прежде, означает число вершин графа L .

где $f(p), \bar{f}(q), g(r-e), \bar{g}(r-e)$ — многочлены от аргументов, указанных в скобках, причем $g(0) = \bar{g}(0) = 0$. Докажем это.

Каждый из многочленов φ и $\bar{\varphi}$ в (16) можно при помощи тождественных преобразований представить в виде суммы произведений величин $p, q, r-e$, с соответственными целочисленными коэффициентами, и свободного члена le (где l — целое число). Свободные члены φ и $\bar{\varphi}$ можно сразу же включить в состав $f(p)$ и $\bar{f}(q)$. Слагаемые многочлена φ , оканчивающиеся множителем q , мы ликвидируем с помощью равенства (15₂), превращая их в пары слагаемых (одно — многочлена φ , другое — многочлена $\bar{\varphi}$) с множителем $r-e$ на конце; так же при помощи (15₁) поступаем со слагаемыми $\bar{\varphi}$, оканчивающимися буквой p . Если после этого в φ или $\bar{\varphi}$ остаются еще слагаемые, в которых не все сомножители (не считая числового коэффициента) одинаковы, то мы можем такие слагаемые просто отбросить на основании (15₃)—(15₆), (15₉)—(15₁₂). В итоге для $\Phi(L)$ получаем выражение вида (17).

Переходим к доказательству достаточности условий (15). Для нулевого и одновершинных графов независимость $\Phi(L)$ от порядка вершин при соблюдении (15) (и даже без этих условий) тривиальна. Допустим теперь, что для всех графов, число вершин которых меньше некоторого натурального n , значение Φ , вычисляемое из (9) и (10) при соблюдении условий (15), не зависит от упорядочения вершин; чтобы доказать ту же независимость для n -вершинных графов, а значит и завершить все доказательство, остается, ввиду утверждения (2) п. 6, проверить лишь выполнение соотношений (11) и (11').

Пусть A, B, C и D — такие графы, что $d_1(A) + d_1(C) < n$, $d_1(B) + d_1(C) < n$, $d_1(A) + d_1(D) < n$, $d_1(B) + d_1(D) < n$, в остальном произвольные, произвольно связанные между собой. В соответствии с допущением величины $\Phi(A), \dots, \Phi(AC), \dots$ определяются независимо от упорядочения вершин графов, причем все эти величины допускают представление вида (17), т. е.

$$\begin{aligned} \Phi(A) &= \{[f_A(p) + g_A(r-e)](p+r-e) + \\ &+ [\bar{f}_A(q) + \bar{g}_A(r-e)](q+r-e) + d_1(A) \cdot e\} \cdot S, \dots \\ \Phi(AC) &= \{[f_{AC}(p) + g_{AC}(r-e)](p+r-e) + \\ &+ [\bar{f}_{AC}(q) + \bar{g}_{AC}(r-e)](q+r-e) + d_1(AC) \cdot e\} \cdot S, \dots \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в левую часть уравнения (11), мы получим сумму слагаемых вида

$$\begin{aligned} &pq(l_0e + l_1p + l_2p^2 + \dots)(p+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 1}) \\ &pq(l_0e + l_1q + l_2q^2 + \dots)(q+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 2}) \\ &pq[l_1(r-e) + l_2(r-e)^2 + \dots](p+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 3}) \\ &pq[l_1(r-e) + l_2(r-e)^2 + \dots](q+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 4}) \\ &(pr-rp)(l_0e + l_1p + l_2p^2 + \dots)(p+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 5}) \\ &(pr-rp)(l_0e + l_1q + l_2q^2 + \dots)(q+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 6}) \\ &(pr-rp)[l_1(r-e) + l_2(r-e)^2 + \dots](p+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 7}) \\ &(pr-rp)[l_1(r-e) + l_2(r-e)^2 + \dots](q+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 8}) \\ &(r-e)q(l_0e + l_1p + l_2p^2 + \dots)(p+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 9}) \\ &(r-e)q(l_0e + l_1q + l_2q^2 + \dots)(q+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 10}) \\ &(r-e)q[l_1(r-e) + l_2(r-e)^2 + \dots](p+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 11}) \\ &(r-e)q[l_1(r-e) + l_2(r-e)^2 + \dots](q+r-e) \cdot S, \quad (\text{слаг. 12}) \end{aligned}$$

где l_0, l_1, l_2, \dots — целые числа (вообще говоря, разные в разных слагаемых); а также слагаемого

$$\{ [d_1(A) - d_1(B)]pq + [d_1(AC) - d_1(BC)](pr - rp) + [d_1(AD) - d_1(BD)](r - e)q \} \cdot S. \quad (\text{слаг. } 13)$$

Покажем, что все эти слагаемые равны нулю в силу условий однозначности (15).

Для слаг. 1 имеем

$$= l_0 [pq \cdot l_0 e \cdot (p + r - e) \cdot S - p(r - e)(q + r - e) \cdot S - p(r - e)(p + r - e) \cdot S] = 0$$

на основании (15₂), (15₁₀) и (15₉), а при $i > 0$

$$pq \cdot l_i p^i (p + r - e) \cdot S = 0$$

на основании (15₄).

Равенство нулю второго, третьего и четвертого слагаемых сразу следует из (15₃), (15₁₁) и (15₁₂) соответственно.

Для слаг. 5 имеем

$$(pr - rp) l_i p^i (p + r - e) \cdot S = l_i p(r - e) p^i (p + r - e) \cdot S - l_i (r - e) p^{i+1} (p + r - e) \cdot S;$$

уменьшаемое равно нулю при $i = 0$ в силу (15₉), а при $i > 0$ — в силу (15₅); вычитаемое при $i \geq 0$ равно нулю в силу (15₅).

Для слаг. 6 имеем

$$(pr - rp) l_i q^i (p + r - e) \cdot S = l_i p(r - e) q^i (p + r - e) \cdot S - l_i (r - e) p q^i (p + r - e) \cdot S;$$

при $i = 0$ уменьшаемое обращается в нуль ввиду (15₉), вычитаемое — ввиду (15₅); при $i = 1$ уменьшаемое равно нулю в силу (15₈), вычитаемое — в силу равенства

$$= p(r - e)(q + r - e) \cdot S = p(r - e)(p + r - e) \cdot S,$$

которое следует из (15₂), и в силу (15₁₀) и (15₉); наконец, при $i > 1$ как уменьшаемое, так и вычитаемое равны нулю вследствие равенства

$$q^2(p + r - e) \cdot S = q(r - e)(q + r - e) \cdot S - q(r - e)(p + r - e) \cdot S,$$

тоже вытекающего из (15₂), и в силу (15₁₂) и (15₁₁).

Седьмое слагаемое равно нулю вследствие (15₉), так как

$$(pr - rp) \cdot l_{i+1} (r - e)^{i+1} (p + r - e) \cdot S = l_{i+1} p(r - e)^{i+2} (p + r - e) \cdot S - l_{i+1} (r - e) p(r - e)^{i+1} (p + r - e) \cdot S.$$

Точно так же из (15₁₀) выводится равенство нулю восьмого слагаемого.

Для слаг. 9 имеем

$$l_i (p - e) q p^i (p + r - e) \cdot S = 0$$

при $i = 0$ — на основании (15₈), а при $i > 0$ — на основании (15₄).

Десятое слагаемое равно нулю ввиду (15₆), одиннадцатое — в силу (15₁₁), двенадцатое — в силу (15₁₂).

Наконец, тринадцатое слагаемое можно представить в виде

$$[d_1(A) - d_1(B)] \cdot [pq + (pr - rp) + (r - e)q] \cdot S,$$

ибо $d_1(AC) = d_1(A) + d_1(C)$ и т. д.; в силу (15₁) оно тоже обращается в нуль.

Таким образом, при сделанных предположениях уравнение (11) удовлетворяется. Поскольку уравнение (11) двойственно (11), а система (15) двойственна самой себе, то (11) также удовлетворяется. Доказательство закончено.

Итак, условия однозначности Ω могут быть выражены совокупностью уравнений (15). В практически важных случаях среди них имеется лишь конечное число независимых. Например, если p, q и r — квадратные матрицы порядка m с элементами из некоторого поля, то в силу теоремы Кэли — Гамильтона достаточно проверять (15₃)—(15₆) и (15₉)—(15₁₂) лишь для $n < m - 1$.

§ 3. Свойства графов, описываемые вершинными функциями

9. Сделаем еще одно, на этот раз последнее, уточнение формы (17) представления вершинных функций.

Из (15₁) и (15₇) вытекает равенство

$$[(r - e)^2(p + r - e) - (r - e)^2(q + r - e)] \cdot S = 0,$$

с помощью которого можно объединить члены $g(r - e)$, содержащие множитель $r - e$ в степени выше первой, с соответственными членами $\bar{g}(r - e)$. Именно, если

$$\begin{aligned} g(r - e) &= g_1(r - e) + g_2(r - e)^2 + \dots \\ \bar{g}(r - e) &= \bar{g}_1(r - e) + \bar{g}_2(r - e)^2 + \dots \\ g(r - e) + \bar{g}(r - e) - (g_1 + \bar{g}_1)(r - e) &= \\ &= (g_2 + \bar{g}_2)(r - e)^2 + (g_3 + \bar{g}_3)(r - e)^3 + \dots = h(r - e), \end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned} \Phi(L) &= \{ [f(p) + g_1(r - e) + h(r - e)](p + r - e) + \\ &+ [\bar{f}(q) + \bar{g}_1(r - e)](q + r - e) + d_1 e \} S = \\ &= \{ [f(p) + g_1(r - e)](p + r - e) + \\ &+ [\bar{f}(q) + \bar{g}_1(r - e) + h(r - e)](q + r - e) + d_1 e \} S. \quad (18) \end{aligned}$$

10. Рассмотрим важный случай, когда представление $\Phi(L)$ в виде (18) единственно (с точностью до «переброски» $h(r - e)$).

Пусть K — кольцо, образующими которого служат формальные символы p, q, r и e , не связанные никакими соотношениями, кроме условия, что e является единицей. Пусть G — свободная абелева группа с произвольным непустым множеством образующих. Пусть, наконец, для некоторого $S \in G$ умножение элементов кольца K на S удовлетворяет, кроме общих требований (п. 5, § 2), также условиям (15) и не подчинено никаким условиям, которые не были бы следствиями соотношений (15). Покажем, что в этом случае представление $\Phi(L)$ в виде (18) единственно, и выясним смысл всех числовых коэффициентов. Предварительно отметим очевидное обстоятельство: если после наложения на образующие кольца K каких-либо соотношений некоторые из коэффициентов в (18) определяются по графу L однозначно, то эта однозначность имеет место и без наложения соотношений.

Чтобы расшифровать $f(p)$, допустим, что образующие кольца K удовлетворяют условиям

$$q = 0, \quad r = e. \quad (19)$$

Отсюда, как легко видеть, следует выполнение всех соотношений (15). Для соответственной вершинной функции в этом случае имеем

$$\Phi(L) = [f(p)p + d_1 e] S,$$

причем данное представление единственно, ибо никакое соотношение между элементами S, pS, p^2S, \dots группы G не может быть следствием (19), а значит и следствием (15). С другой стороны, условиям (19) соответствует уравнение

$$\Phi(L) = p\Phi(L_p) + \Phi(L_r) + S$$

с обычными начальными данными:

$$\Phi^{(\text{нуль гр})} = 0, \Phi(\bullet) = S,$$

решением которого, очевидно, служит функция

$$\Phi(L) = \frac{D_L(p) - e}{p} \cdot S = [d_1(L) \cdot e + d_2(L) \cdot p + \dots] \cdot S^*$$

где

$$D_L(p) = e + d_1(L) \cdot p + d_2(L) \cdot p^2 + \dots$$

— размерностный многочлен графа L . В силу единственности представления $\Phi(L)$ имеем

$$f(p) \cdot p + d_1 \cdot e = \frac{D_L(p) - e}{p} = d_1 \cdot e + d_2 \cdot p + \dots,$$

откуда

$$f(p) = \frac{D_L(p) - e - d_1(L) \cdot p}{p^2} = d_2(L) \cdot e + d_3(L) \cdot p + \dots \quad (20)$$

Для расшифровки $\bar{f}(q)$ полагаем

$$p = 0, r = e \quad (19)$$

и аналогично предыдущему приходим к выводу:

$$\bar{f}(q) = \frac{\bar{D}_L(q) - e - d_1(L) \cdot q}{q^2} = \bar{d}_2(L) \cdot e + \bar{d}_3(L) \cdot q + \dots, \quad (20)$$

где

$$\bar{D}_L(q) = \bar{D}_L(q) = e + d_1(L) \cdot q + \bar{d}_2(L) \cdot q^2 + \dots$$

Примем теперь

$$p = q = 0. \quad (21)$$

Снова все уравнения (15) удовлетворяются, и снова никакое соотношение между элементами S, rS, r^2S, \dots группы G не может быть следствием (15), так что представление

$$\begin{aligned} \Phi(L) &= \{ [f(0) + g_1 \cdot (r - e) + h(r - e)] \cdot (r - e) + \\ &+ [\bar{f}(0) + \bar{g}_1(r - e)] \cdot (r - e) + d_1 \cdot e \} \cdot S = \\ &= [d_1 \cdot e + (d_2 + \bar{d}_2)(r - e) + (g_1 + \bar{g}_1)(r - e)^2 + h(r - e)(r - e)] \cdot S \end{aligned}$$

единственно. С другой стороны, условия

$$\begin{aligned} \Phi(L) &= r\Phi(L_r) + S, \\ \Phi^{(\text{нуль гр})} &= 0, \Phi(\bullet) = S \end{aligned}$$

определяют вершинную функцию

$$\begin{aligned} \Phi(L) &= (r^{d_1-1} + r^{d_1-2} + \dots + r + e) \cdot S = \frac{r^{d_1} - e}{r - e} \cdot S = \\ &= [d_1 \cdot e + C_{d_1}^2 \cdot (r - e) + C_{d_1}^3 \cdot (r - e)^2 + \dots + (r - e)^{d_1-1}] \cdot S. \end{aligned}$$

* Для многочлена $P(p)$ с целыми коэффициентами, все члены которого содержат множитель p , смысл записи $\frac{P(p)}{p}$ очевиден.

В силу единственности

$$g_1 + \bar{g}_1 = C_{d_1}^3, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} h(r - e) &= \frac{r^{d_1} - e - d_1 \cdot (r - e)}{(r - e)^2} - C_{d_1}^2 - C_{d_1}^3 \cdot (r - e) = \\ &= C_{d_1}^4 \cdot (r - e)^2 + C_{d_1}^5 \cdot (r - e)^3 + \dots + (r - e)^{d_1-2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Осталось выяснить смысл коэффициентов g_1 и \bar{g}_1 ; в этом нам поможет изложенный в п. 3 § 1 способ подсчета числа вилок $v(L)$ графа L . Пусть K — кольцо, порожаемое матрицами

$$p = \begin{pmatrix} 0 & -110 \\ 0 & 001 \\ 0 & 000 \\ 0 & 000 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 0 & -100 \\ 0 & 000 \\ 0 & 001 \\ 0 & 000 \end{pmatrix}, \quad r = \begin{pmatrix} 1100 \\ 0100 \\ 0010 \\ 0001 \end{pmatrix}, \quad e = \begin{pmatrix} 1000 \\ 0100 \\ 0010 \\ 0001 \end{pmatrix};$$

G — аддитивная группа всех матриц-столбцов, высоты 4 с целочисленными элементами; $S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Непосредственно проверяется, что матрицы

$$e, p, q, r - e = \begin{pmatrix} 0100 \\ 0000 \\ 0000 \\ 0000 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad t = -p^2 = \begin{pmatrix} 0001 \\ 0000 \\ 0000 \\ 0000 \end{pmatrix}$$

связаны соотношениями, которые можно записать в виде таблицы умножения

	$r - e$	t	p	q	e
$r - e$	0	0	t	0	$r - e$
t	0	0	0	0	t
p	0	0	$-t$	t	p
q	0	0	$-t$	0	q
e	$r - e$	t	p	q	e

(24)

и что эти пять матриц линейно независимы. Поэтому кольцо K определяется соотношениями (24) с точностью до изоморфизма*. Как легко показать, из (24) вытекают все соотношения (15). Далее,

$$(r - e) \cdot S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad t \cdot S = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad p \cdot S = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad q \cdot S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e \cdot S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

* Действительно, кольцо K в данном случае можно рассматривать как алгебру над кольцом всех целых чисел, в которой закон умножения базисных элементов $r - e, t, p, q, e$ задается таблицей (24).

Посредством (24) и (25) выражение (18) для $\Phi(L)$ приводится к виду

$$\Phi(L) = (g_1 - d_3) \cdot tS + d_2 \cdot pS + \bar{d}_2 \cdot qS + d_1 \cdot S = \begin{vmatrix} g_1 - d_3 \\ d_2 \\ \bar{d}_2 \\ d_1 \end{vmatrix};$$

где коэффициенты при tS , pS , qS и S определяются однозначно, поскольку эти четыре элемента группы G линейно независимы. Теперь остается найденное значение сравнить со значением $\Phi(L)$, непосредственно вычисляемым из (9) и (10) при условиях (24); в силу замечания об изоморфизме колец последнее вычисление нет надобности проделывать в общем виде. и можно с самого же начала заменить p , q , r , e и S их вышеупомянутыми матричными значениями; соответственная система уравнений, как мы уже знаем, имеет решение

$$\Phi(L) = \begin{vmatrix} v(L) \\ d_2(L) \\ \bar{d}_2(L) \\ d_1(L) \end{vmatrix}, \text{ причем } \Phi_{\text{подгр}} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\Phi(\bullet) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = S. \text{ Следовательно, } \begin{vmatrix} g_1 - d_3 \\ d_2 \\ \bar{d}_2 \\ d_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v(L) \\ d_2(L) \\ \bar{d}_2(L) \\ d_1(L) \end{vmatrix},$$

откуда $g_1 - d_3 = v(L)$, т. е.

$$g_1 = d_3(L) + v(L). \quad (26)$$

Аналогично можно было бы доказать, что

$$\bar{g}_1 = \bar{d}_3(L) + \bar{v}(L), \quad (26)$$

где $\bar{v}(L)$ — число трехвершинных подграфов L , имеющих по одному ребру; но этот результат сразу получается из (22), поскольку количество всех вообще трехвершинных подграфов L равно $C_{d_1}^3(L)$.

11. Итак, в «самом свободном» случае, когда p , q , r , e и S связаны только условиями однозначности, представление $\Phi(L)$ в виде (18) возможно единственным образом, причем $f(p)$, $f(q)$, $h(r-e)$, g_1 и \bar{g}_1 определяются из (20), (20), (23), (26) и (26). В общем случае p , q , r , e и S удовлетворяют, кроме условий (15), каким-то дополнительным соотношениям; это может привести только к нарушению единственности нашей расшифровки f , \bar{f} , h , g_1 и \bar{g}_1 . Иначе говоря, равенства

$$\begin{aligned} \Phi(L) = & \{[(d_2(L) \cdot e + d_3(L) \cdot p + \dots) + (d_3(L) + v(L))(r-e) + \\ & + C_{d_1}^4 \cdot (r-e)^2 + C_{d_1}^5 \cdot (r-e)^3 + \dots + (r-e)^{d_1-2}]\} (p+r-e) + \\ & + \{[\bar{d}_2(L) \cdot e + \bar{d}_3(L) \cdot q + \dots] + (\bar{d}_3(L) + \bar{v}(L))(r-e)\} (q+r- \\ & - e) + d_1(L) \cdot e \cdot S = \{[(d_2(L) \cdot e + d_3(L) \cdot p + \dots) + (d_3(L) + \\ & + v(L))(r-e)]\} (p+r-e) + \{[\bar{d}_2(L) \cdot e + \bar{d}_3(L) \cdot q + \dots] + (\bar{d}_3(L) + \\ & + \bar{v}(L))(r-e) + C_{d_1}^4 \cdot (r-e)^2 + C_{d_1}^5 \cdot (r-e)^3 + \dots + (r-e)^{d_1-2}\} (q+r- \\ & + r-e) + d_1(L) \cdot e \cdot S \end{aligned} \quad (27)$$

всегда справедливы, но, получив для $\Phi(L)$ при одном и том же L два выражения вида (27), мы, вообще говоря, не имеем права приравнять соответственные коэффициенты.

Из формулы (27) можно сделать следующий вывод: для любого графа L значение $\Phi(L)$ любой вершинной функции Φ при заданных кон-

кретных p , q , r и S полностью определяется количествами $d_i(L)$ его полных подграфов, количествами $\bar{d}_i(L)$ его пустых подграфов ($i=1, 2, \dots, d_1(L)$ и числом $v(L)$ его подграфов-вилок (или числом $\bar{v}(L)$ его трехвершинных односторонних подграфов).

Следует заметить, что «разрешающая способность» вершинных функций довольно слабая: уже среди пятивершинных графов можно указать два неизоморфных (рис. 3), у которых числа d_1 , \bar{d}_1 и v соответ-



Рис. 3.

ственно совпадают и на которых, следовательно, любая вершинная функция принимает одинаковые значения; последнее ясно и из того, что при указанном на рис. 3 выборе вершины a в каждом из графов соответственные их подграфы L_p , L_q и L_r изоморфны. С помощью одних только вершинных функций невозможно вычислять такие характеристики графа, как распределительный многочлен (см. [1], гл. 2, § 5), количество связанных компонент и количество простых множителей графа ([1], гл. 1, § 3), количества k_i тех его вершин, которые смежны ровно с i вершинами ($i=0, 1, \dots, d_1(L)-1$), и др. Однако изложенные здесь методы, позволившие нам полностью изучить вершинные функции, применимы и для изучения других функций от графов, характеризующих их гораздо полнее и, следовательно, обладающих значительно более высокой «разрешающей способностью»; такой функцией является, в частности, многочлен $P_L(z)$, определенный в работе [2].

Институт математики
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30/XII 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Зыков, О некоторых свойствах линейных комплексов. Математ. сб., нов. серия, т. 24 (66), вып. 2, Изд. АН СССР, 1949. (Есть опечатки. Так, на стр. 163 в пункте Б должно быть K).
2. А. А. Зыков, Об одной многочленной характеристике линейных комплексов. Тр. III Всес. матем. съезда, т. II, Изд. АН СССР, М., 1956. (Опечатка: на стр. 114 должно быть: «Чтобы $P_L(z)$ по любому L определялся однозначно, образующие...»).

СУНЬ ЦАО

О ВОЛНОВОДЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ

Одним из самых важных и интересных явлений в области распространения линейных волн (малой амплитуды) всякого типа в неоднородной среде является «волновод» [1]. Волновод представляет собой такой район среды, где имеется минимальная скорость распространения волн. Поэтому, когда волны распространяются по волноводу, лучи волн периодически пересекают его и не уходят от него. Вследствие этого энергия волн концентрируется на волноводе, и волны могут распространяться с медленным затуханием. В природе имеется много явлений такого рода, например, подводный канал для звуковых волн в океане. В случае линейных поверхностных волн тяжелой жидкости возможность существования волновода была показана Мунком и Арсэром [2] чисто теоретическим путем, базирующимся на применении принципа геометрической оптики.

В этом сообщении мы покажем волновод другого типа. В опыте выяснилось, что подводный гребень является хорошим волноводом для нелинейной поверхностной волны (большой амплитуды), форма которой близка к уединенной волне. В данном случае волна может распространяться по гребню очень далеко, сохраняя свою энергию. Но в отличие от приведенного выше случая теперь фронт волны уже не периодически сходится и расходится, а имеет довольно устойчивую форму и движется с почти постоянной скоростью. Это странное явление, вероятно, связано с нелинейностью. Нам кажется, такое явление имеет место при распространении цунами и других больших волн на мелководье и при их подходе к берегу. Может быть, оно имеет аналогию в случае распространения большого звукового возмущения. Так как явление имеет существенно нелинейный и пространственный характер, его теоретическое изучение представляет большую трудность. Ограничимся лишь изложением опыта и его предварительным анализом.

Постановка эксперимента

Осенью 1958 г. был произведен следующий опыт в мелком бассейне (20 × 20 × 0,25 м) Института гидродинамики СО АН СССР. Мы загордили четверть бассейна и создали канал длиной 20 м и шириной 5 м (рис. 1). По центральной линии канала сделали подводный цементный гребень шириной 1 м и высотой 7 см, поперечное сечение которого, а также и система координат показаны на рис. 2. На этом рисунке видно, что плоскость oxy положена на невозмущенную поверхность воды и ось y направлена с правого конца канала на левый. Метод измерения волн был предложен Б. В. Войцеховским и А. А. Ковалем.*

* См. статью в этом номере журнала (стр. 127). — Ред.

На правом конце канала создаем волну, бросая доску в воду. Вследствие малой глубины воды полученная волна имеет форму и скорость распространения уединенной волны, когда отсутствует подводный

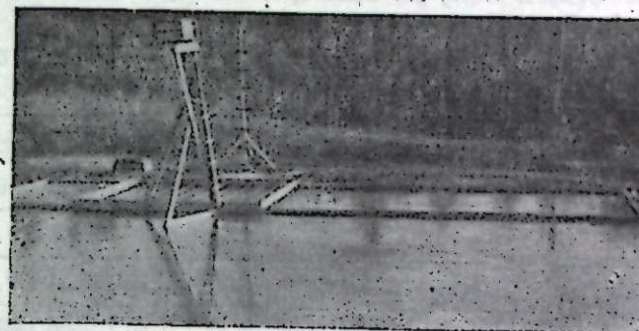


Рис. 1.

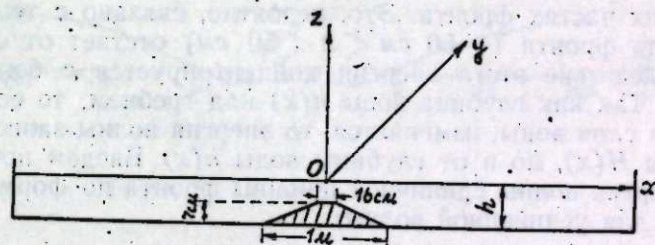


Рис. 2.

гребень. Такая уединенная волна бежит после создания ее по каналу справа налево. Ее фронт над гребнем постепенно повышается и отстает от других частей фронта, то есть фронт изгибается. Проходя некоторое расстояние, фронт почти прекращает изгибаться и в дальнейшем остается установившимся. В это время распределение высоты волны по фронту также становится довольно постоянным. Обозначим такое установившееся движение фронта через

$$y(x, t) = C_0 t + \varphi(x), \quad (1)$$

где C_0 означает скорость смещения фронта как целого по оси y , и распределение высоты волны — через $H(x)$. Фотографируем волну на том месте, где движение уже становится установившимся (место деревянной рамы, см. рис. 1), при помощи фотоснимка (рис. 3) определяем C_0 , $\varphi(x)$ и $H(x)$.

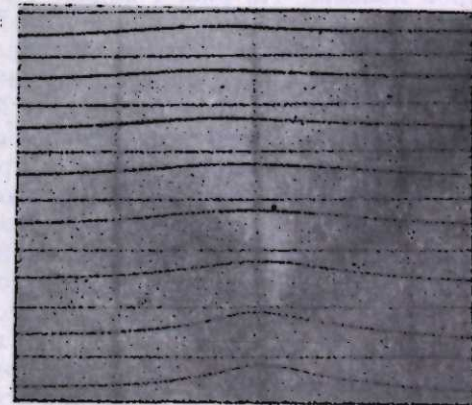


Рис. 3.

Экспериментальные данные и их анализ

Были проведены опыты при разных глубинах воды h и начальных высотах уединенной волны H_0 ($H(x) = H_0$, когда $t = 0$). Покажем общую картину $\varphi(x)$ и $H(x)$ на примере, изображенном при помощи табл. 1 и рис. 4 и 5.

Таблица 1

 $\varphi(x)$ и $H(x)$ при $h = 13,8$ см, $C_0 = 120$ см/сек

x , см	± 10	± 30	± 50	± 70	± 90	± 110	± 130	± 150
$\varphi(x)$, см	-2	-3	0	6	11,5	14,5	16,5	18
$H(x)$, см	4,7	4,0	3,1	2,7	2,4	2,0	1,9	1,9
$E_r(x)$, 10^5 дн.	3,82	4,78	4,50	3,76	3,12	2,34	2,16	2,16
$E_b(x)$, 10^5 дн.	2,95	4,05	4,16	3,44	2,86	2,20	2,02	2,02
$C_l(x)$, см/сек	108	119	127	127	126	125	124	124
$C_p(x)$, см/сек	119	120	116	115	118	119	120	120

На рис. 5 видно, что высота волны над гребнем гораздо больше, чем на других частях фронта. Это, вероятно, связано с тем, что центральная часть фронта (-50 см $< x < 50$ см) отстает от его боковых частей и вследствие этого энергия концентрируется с боков в центр (см. рис. 4). Так как глубина воды $h(x)$ над гребнем, то есть толщина движущегося слоя воды, изменяется, то энергия волны зависит не только от высоты $H(x)$, но и от глубины воды $h(x)$. Введем показатели E_r и E_b для энергии волны единичной ширины фронта по формулам Рэлея и Буссиннека для уединенной волны:

$$E_r = \frac{8}{3} \rho g H^2 h \sqrt{\frac{h+H}{3H}}, \quad E_b = \frac{8}{3} \rho g H^2 h \sqrt{\frac{h}{3H}} \quad (2)$$

На рис. 5 мы провели кривую по формуле Рэлея и выразили E_b через точки. Наша волна неточная уединенная волна, причем само значение энергии уединенной волны тоже не точно выражено этими формулами, когда $H(x)$ большая, поэтому рис. 5 дает только общую картину распределения энергии по фронту $E(x)$. Отметим другое интересное явление. На рис. 4 видно, что $\varphi(10) > \varphi(30)$. Действительно, в опыте выяснилось, что самая центральная часть фронта иногда немного перегоняет соседние, причем тем дальше, чем больше волна; при малейшей волне такого явления не наблюдается. Для выяснения закономерностей этого явления так же, как падения плотности энергии к центру фронта (рис. 5), требуется дальнейшее, более детальное исследование. Рассмотрим теперь вопрос о применимости принципа геометрической оптики к данному исследованию. Как известно, этот принцип основывается на двух предположениях: во-первых, скорость любого участка фронта $C(x, t)$ равна локальной скорости в данной точке среды, причем она перпендикулярна фронту; во-вторых, энергия волны между двумя соседними лучами сохраняется, то есть нет обмена энергией через луч. Обозначим через $y(x, t)$, $H(x, t)$, $C(x, t)$ и $E(x, t)$ соответственно положение фронта, высоту, скорость и энергию волны в любой момент времени t в любой точке x . Нетрудно понять, что предположение о перпендикулярности скорости $C(x, t)$ фронту $y(x, t)$ математически выражается следующей формулой:

$$\frac{dy}{dt} = C \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

Обозначим через C_p значение скорости $C(x, t)$ в уравнении (3). Подставив (1) в (3), получим значение C_p при установившемся движении:

$$C_p = \frac{C_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2}} \quad (4)$$

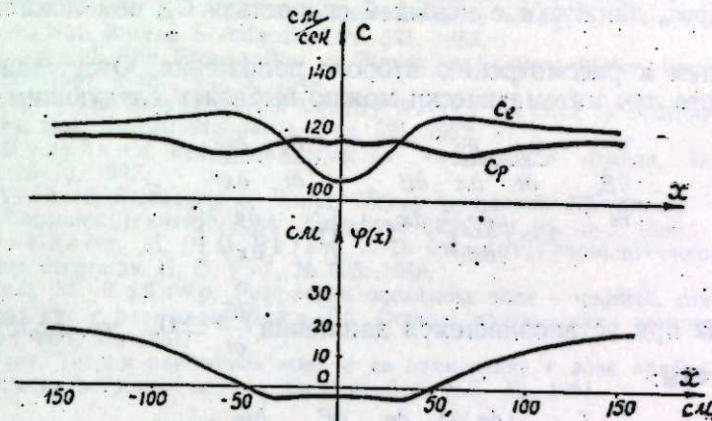


Рис. 4.

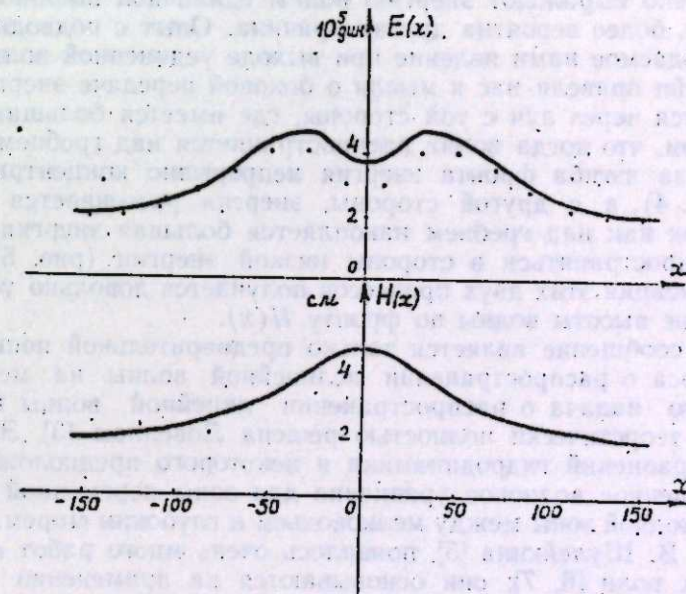


Рис. 5.

Вместе с тем предположение о равенстве $C(x, t)$ с локальной скоростью в данной точке среды показывает, что

$$C = C_1 = \sqrt{g(H+h)}. \quad (5)$$

Если эти два предположения верны, то $C_1 = C_p$. Величины C_1 и C_p вычисленные по данным $h(x)$, $H(x)$ и $\varphi(x)$, показаны в табл. 1 и на рис. 4. Различие между C_1 и C_p , хотя и не очень большое ($|C_1 - C_p|/C_0 \approx 10\%$), но все-таки указывает на трудность применения первого положения принципа геометрической оптики. Здесь нам придется либо отказаться от предположения о перпендикулярности скорости фронту, либо признать, что фронт над гребнем (например, $-30 \text{ см} < x < 30 \text{ см}$) движется с большей скоростью C_p , чем положенная ему локальная скорость C_1 , ввиду своих быстро движущихся «соседей» ($|x| > 30 \text{ см}$), которые, наоборот, движутся с меньшей скоростью C_p , чем локальная скорость C_1 .

Перейдем к рассмотрению второго положения. Отсутствие обмена энергии через луч математически можно выразить следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\frac{\partial y}{\partial t} \cdot \frac{\partial y}{\partial x}}{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2} \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\frac{\partial y}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]^2} E. \quad (6)$$

Так как при установившемся движении $\frac{\partial E}{\partial t} = 0$, то, подставив (1) в (6), получим:

$$\left[1 + \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2\right] \cdot \frac{d\varphi}{dx} \cdot \frac{dE}{dx} + \frac{d^2\varphi}{dx^2} E = 0. \quad (7)$$

Вычисленные величины как E_a , так и E_b не удовлетворяют уравнению (7). Причина этого заключается, может быть, в том, что E_a или E_b неправильно выражают энергию волны единичной ширины. Но как нам кажется, более вероятна другая причина. Опыт с подводным гребнем и наблюдаемое нами явление при выходе уединенной волны из канала в бассейн привели нас к мысли о боковой передаче энергии: энергия передается через луч с той стороны, где имеется большая энергия E . Дело в том, что когда волна распространяется над гребнем, с одной стороны, из-за изгиба фронта энергия непрерывно концентрируется в центре (рис. 4), а с другой стороны, энергия рассеивается по обеим сторонам, так как над гребнем накапливается большая энергия, которая должна распространяться в стороны низкой энергии (рис. 5). Вследствие компенсации этих двух процессов получается довольно устойчивое распределение высоты волны по фронту $H(x)$.

Данное сообщение является только предварительной попыткой решения вопроса о распространении нелинейной волны на мелководье. Известно, что задача о распространении линейной волны на мелководье была теоретически полностью решена Ловеллом [3]. Эккарт [4], исходя из уравнений гидродинамики и некоторого предположения, получил обобщенное волновое уравнение для зоны переменной глубины, то есть переходной зоны между мелководьем и глубоким морем. Начиная с работы В. В. Шулейкина [5], появилось очень много работ о рефракции морских волн [6, 7]; они основываются на применении принципа геометрической оптики. Мунк [8, 9] показал недостаток применения модели линейных синусоидальных волн для морской зыби вблизи берега и вместо нее ввел модель нелинейных периодических уединенных волн. Но принцип геометрической оптики остается по-прежнему основой теории

Мунка. Как мы уже говорили, нам кажется, что при изучении распространения цунами и других огромных волн на мелководье возможность применения принципа геометрической оптики очень сомнительна.

Институт гидродинамики
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14/II 1959

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах. Гл. VI, Изд. АН СССР, М., 1957.
2. W. H. Munk, R. S. Arthur, Wave intensity along a refracted ray. Gravity Waves, Nat. Bureau Standards, Circ. 521, 1952.
3. S. C. Lowell, The Propagation of Waves in Shallow Water. Communication on Pure and Appl. Math., vol. 2, 1949.
4. C. Eckart, The Propagation of Gravity Waves from Deep to Shallow Water. Gravity Waves, Nat. Bureau Standards, Circ. 521, 1952.
5. В. В. Шулейкин, Рефракция волн на материковой отмели. Изв. АН СССР, ОМН, № 10, 1935.
6. R. S. Arthur, Refraction of Water Waves by Islands and Shoals with Circular bottom Contours. Transact. Amer. Geophys. Union, vol. 27, № 2, 1946.
7. J. W. Johnson, M. P. O'Brien, J. D. Isaacs, Graphical construction of Wave Refraction diagrams. H. O. Pub., № 605, 1948.
8. В. Мунк, М. Тэйлор, Рефракция океанских волн — процесс, связывающий топографию дна с размывом пляжа. Сб. Основы предсказания ветровых волн, зыби и прибоа, ИЛ, М., 1951.
9. В. Мунк, Теория одиночных волн и ее применение к зоне прибоа. Сб. Основы предсказания ветровых волн, зыби и прибоа. ИЛ, М., 1951.

Ю. Т. БОРЩЕВСКИЙ

О ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА
ПЛОСКОЙ КРУГОВОЙ РЕШЕТКИ

При расчете обтекания круговых решеток, составленных из профилей конечной толщины, обычно применяется довольно сложный метод интегральных уравнений. Но этот расчет может быть выполнен также методами, основанными на конформном отображении. При этом возможны два варианта: внешность профилей круговой решетки может быть отображена либо на внутренность изолированного круга, либо на внешность прямолинейной решетки кругов.

Метод расчета, основанный на первом варианте преобразования круговой решетки, разработан Д. А. Войташевским [1]. Задача настоящей работы — дать метод расчета потенциального обтекания идеальной жидкостью подвижной (вращающейся) круговой решетки из профилей конечной толщины, основанный на конформном отображении внешности профилей круговой решетки на внешность прямолинейной решетки кругов.

Метод расчета, основанный на преобразовании круговой решетки на решетку кругов, в отличие от других методов, дает возможность решать не только прямую, но и обратную задачи. В данной статье рассматривается прямая задача, т. е. вопрос о расчете круговой решетки из заданных профилей.

Порядок расчета круговой решетки

Круговую решетку профилей с угловым периодом $\frac{2\pi}{m}$ можно получить из прямолинейной решетки следующим преобразованием:

$$W = \exp \frac{2\pi}{mt} Z, \quad (1')$$

где $W = u + iv$ — плоскость круговой решетки,
 $Z = x + iy$ — плоскость прямолинейной решетки,
 t — шаг прямолинейной решетки,
 m — целое вещественное число, выражающее количество профилей в круговой решетке.

При расчетах обычно задается контур профиля круговой решетки. Заданный профиль W с помощью уравнений

$$\begin{aligned} x &= \frac{mt}{2\pi} \ln r, \\ y &= \frac{mt}{2\pi} \varphi, \end{aligned} \quad (1'')$$

где r, φ — соответственно радиус-вектор и угол, определяющий направление радиуса-вектора точки контура профиля W , мо-

жет быть представлен в плоскости прямолинейной решетки. Тогда задача о построении заданного профиля круговой решетки сводится к задаче о построении профиля прямолинейной решетки, иначе говоря, к задаче об отыскании функции

$$Z = Z(\zeta), \quad (1''')$$

преобразующей внешность решетки кругов $\zeta = e + i\eta$ на внешность полученной по уравнениям (1'') прямой решетки Z .

Отыскать эту функцию, а также определить густоту решетки кругов $q = \frac{1}{t}$, которой определяется густота искомой решетки Z , можно методом, предложенным М. И. Жуковским [2].

После определения функции $Z = Z(\zeta)$ и густоты решетки кругов q может быть найдена касательная скорость к профилю круговой решетки

$$\bar{v}_w = \bar{v}_n(\theta) \frac{d\zeta}{dZ} \frac{dZ}{dW}, \quad (1''')$$

где $\bar{v}_n(\theta)$ — сопряженная скорость циркуляционного обтекания решетки кругов.

Отсюда, ограничиваясь вычислением модуля скорости на поверхности профиля, получим:

$$|v_w| = |v_n(\theta)| \frac{mt}{2\pi r_l(\theta)} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2}}, \quad (1''')$$

где $r_l(\theta)$ — величина радиуса-вектора точки контура профиля круговой решетки, соответствующая $x(\theta), y(\theta)$.

Зная величину касательной скорости жидкости на профиле круговой решетки, найдем величину относительной скорости:

$$v_{w0} = v_w - r_l \omega \sin \gamma_l, \quad (1''')$$

где ω — угловая скорость вращения круговой решетки,
 $\gamma_l = \arctg \left(\frac{dx}{d\theta} \frac{dy}{d\theta} \right)$ — угол между касательной к профилю и радиусом-вектором $r_l(\theta)$.

Распределение давлений по профилю круговой решетки находится из уравнения Д. Бернулли для вращающихся координат:

$$P + \frac{1}{2} \rho [v_{w0}^2 - r_l^2 \omega^2] = \text{const}, \quad (1''')$$

где P — давление в рассматриваемой точке профиля,

ρ — массовая плотность жидкости.

Таким образом, обтекание круговой решетки заданных параметров известно, если известно значение скорости $v_n(\theta)$, входящей в уравнение (1'''). При расчете неподвижной (т. е. невращающейся) круговой решетки величину $v_n(\theta)$ можно определить непосредственно на решетке кругов ζ . В случае вращения решетки профилей $v_n(\theta)$ должна соответствовать заданному режиму обтекания, т. е. заданному соотношению между угловой скоростью вращения круговой решетки ω и расходом через решетку Q . Определять $v_n(\theta)$ будем с помощью некоторой вспомогательной (параметрической) области изолированного круга.

Параметрический метод определения скорости циркуляционного обтекания $v_{ц.0}$

Простейшую решетку из пластин в плоскости Z получим, используя характеристическую функцию бесциркуляционного обтекания однорядной решетки кругов, направленной вдоль мнимой оси, считая, что поток набегаёт под углом γ по отношению к вещественной оси. Соответствие точек пластины Z точкам круга ζ определится из формулы:

$$\underline{S} = \varphi_1(\theta, q) \cos \gamma + \varphi_2(\theta, q) \sin \gamma, \quad (2^1)$$

где φ_1 и φ_2 — безразмерные потенциалы скоростей обтекания решетки кругов соответственно вдоль оси ε и η со скоростью на бесконечности, равной единице;

$$\underline{S} = \frac{s}{t} \text{ — относительная дуговая координата пластины.}$$

Введем некоторую вспомогательную область изолированного круга U единичного радиуса, помещенного в систему вихресточников и вихрестокков. Плоскость этого круга возьмем в качестве параметрической области. Тогда в плоскости Z можно получить точно такую же решетку пластин не преобразованием решетки кругов ζ , а преобразованием круга U с помощью преобразующей функции Кенинга [3].

$$Z_1 = \frac{te^{-i\gamma}}{2\pi} \ln \frac{U_0 - U}{U_0 - 1} + \frac{te^{i\gamma}}{2\pi} \ln \frac{\bar{U}_0 - \bar{U}}{\bar{U}_0 - 1}, \quad (2^2)$$

где $U = \varepsilon' + i\eta'$ — плоскость параметрического круга,

$U_0 = Re^{i\theta}$ — точка вне круга, в которой помещена особенность (вихресточник).

Так как решетки пластин Z и Z_1 одинаковы и для соответственных точек на пластинах имеем соотношения [5]

$$|Z| = |\varphi(\theta)|, \quad (2^3)$$

$$|Z_1| = |\varphi(\alpha)|,$$

где Z , Z_1 — значения Z и Z_1 , отнесенные к t ;

α — координатный угол в плоскости круга U ,

то с помощью решеток пластин Z и Z_1 можно найти точки с равными потенциалами и на основном круге ζ и на круге параметрической области U . Иначе говоря, можно найти соответствие между координатными углами θ и α , определяющими положение соответствующих точек на кругах. Это соответствие выразится соотношением:

$$\underline{S} - \underline{S}(\theta_0) = \frac{1}{2\pi} \left[\cos \gamma \ln \frac{1 + R^2 - 2R \cos(\delta - \alpha)}{1 + R^2 - 2R \cos \delta} - 2 \sin \gamma (\pi - \delta - \gamma + \arctg \frac{\sin(\delta - \alpha)}{R - \cos(\delta - \alpha)}) \right], \quad (2^4)$$

где θ_0 — угол, определяющий положение критической точки на круге ζ . Параметры R и δ в уравнении (2⁴) определяются как неявные функции параметров решетки пластин $\frac{b}{t}$ и γ из уравнений:

$$R = \frac{\sin \gamma}{\sin(\gamma + \delta)}, \quad (2^5)$$

$$\tau = \frac{b}{t} = \frac{1}{\pi} \left[\cos \gamma \ln \frac{\sin(2\gamma + \delta)}{\sin \delta} - 2(\pi - \delta - \gamma) \sin \gamma \right],$$

где b — длина пластины в плоскости Z .

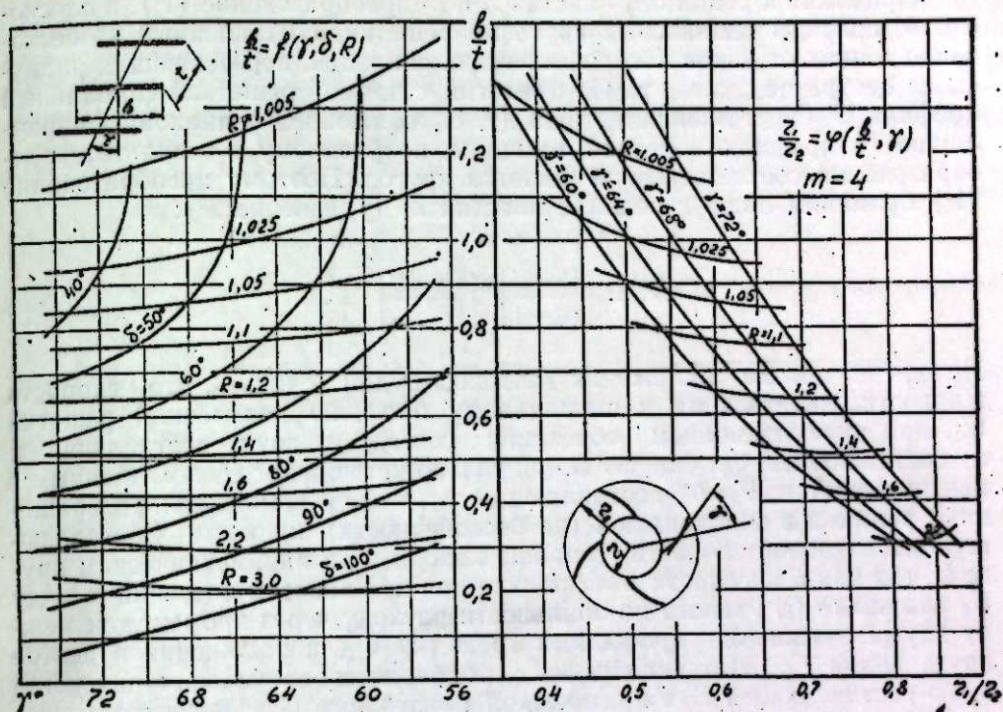


Рис. 1. Зависимость параметров R и δ от густоты $\frac{b}{t}$ и аэродинамического выноса γ решетки пластин Z .

На правой части графика дана зависимость параметров решетки W , составленной из четырех отрезков логарифмических спиралей (типа землесосных колес), от параметров решетки Z .

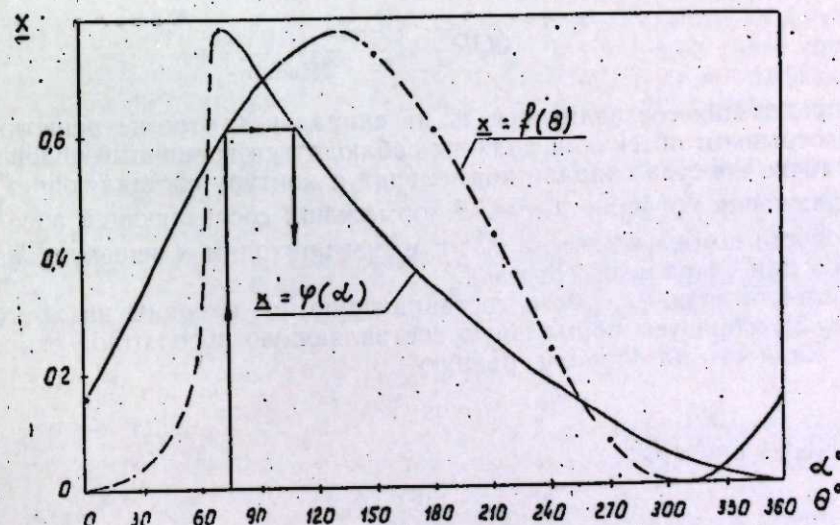


Рис. 2. Соответствие между точками на контурах кругов плоскостей U и ζ . Пунктир соответствует вогнутой стороне спирали.

Значения величин R и δ в функции параметров решетки пластин $\frac{b}{t}$ и γ приведены на графике (рис. 1).

Для примера на рис. 2 дана также зависимость (2⁴) в виде графика, построенного на основании расчетов, выполненных для колеса насоса.

Применяя к решеткам пластин Z и Z_1 преобразование (1¹), в плоскости W получим одинаковые круговые решетки, составленные из бесконечно тонких отрезков логарифмических спиралей, пересекающих радиусы из центра под углом γ . По аналогии с прямой решеткой спиральный профиль W будет эквивалентным (т. е. создающим одинаковую циркуляцию Γ) профилю конечной толщины, полученному в результате преобразования соответственной решетки кругов. Поэтому преобразование (1¹) применим лишь к решетке пластины Z_1 (уравнение 2²):

$$W_1 = \left[\frac{U_0 - U}{U_0 - 1} \right] \frac{1}{m} \left[\frac{\bar{U}_0 - \bar{U}}{\bar{U}_0 - 1} \right] \frac{e^{2i\gamma}}{m} \quad (2^6)$$

Исходя из метода наложения потоков, будем считать, что скорость жидкости, касательная к спиральному профилю полученной решетки W_1 , при циркуляционном обтекании состоит из двух составляющих: а) составляющей v_Q , определяемой только источником Q , помещенным в центре решетки W_1 ; б) составляющей v_ω , определяемой только вращением решетки в неподвижной (на бесконечности) жидкости. Составляющую касательной скорости v_Q проще находить на параметрическом круге U , так как в плоскости U v_Q получается при простом внесении в точку U_0 источника Q , равного по обильности расходу через промежуток между двумя смежными профилями решетки W_1 , и наложении в центре круга вихря Γ_Q . Интенсивность Γ_Q подбирается из условия равенства нулю составляющей v_Q в критической точке круга $U = 1$, соответствующей точке схода струй с логарифмического профиля W_1 .

Значение v_Q на круге U найдется из уравнения [3]

$$v_Q(\alpha) = \frac{QR}{\pi} \cdot \frac{\sin(\alpha - \delta)}{1 + R^2 - 2R \cos(\alpha - \delta)} + \frac{\Gamma_Q}{2\pi} \quad (2^7)$$

где присоединенный вихрь

$$\Gamma_Q = 2QR \frac{\sin \delta}{1 + R^2 - 2R \cos \delta} \quad (2^8)$$

Для определения составляющей v_ω на спиральном отрезке решетки W_1 при безотрывном обтекании должны соблюдаться граничные условия: в любой точке контура спирали нормальная к контуру составляющая скорости движения профиля v_n^k равна нормальной составляющей абсолютной скорости потока жидкости v_n^* , т. е. мы приходим к решению задачи Неймана для спирального отрезка.

Составляющую v_ω , как и составляющую v_Q , находим на круге U . Поэтому преобразуем нормальную составляющую абсолютной скорости потока жидкости на спирали, равную

$$\bar{v}_n = i\omega \cos \gamma \bar{W}_1 e^{i\gamma} \quad (2^9)$$

на плоскость круга U :

$$\bar{v}_{Un} = \bar{v}_n \frac{dW_1}{dU} \quad (2^{10})$$

В результате для касательной скорости на круге U при бесциркуляционном обтекании круга потоком возмущения получим формулу [1]:

$$v_\omega(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_{Un} \operatorname{ctg} \frac{\beta - \alpha}{2} d\beta \quad (2^{11})$$

где β — текущий координатный угол в плоскости круга U . Удовлетворяя условию конечности скорости на выходном конце спирали W_1 , присоединим в центре круга U вихрь Γ_ω , чтобы скорость в критической точке круга $U = 1$ была равна нулю. Тогда составляющая касательной скорости при циркуляционном обтекании круга потоком возмущения будет равна

$$v_\omega(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_{Un} \operatorname{ctg} \frac{\beta - \alpha}{2} d\beta - \frac{\Gamma_\omega}{2\pi} \quad (2^{12})$$

Или, подставив в (2¹²) соответственные величины, получим окончательно:

$$v_\omega(\alpha) = C \int_0^{2\pi} D \operatorname{ctg} \frac{\beta - \alpha}{2} - \frac{\Gamma_\omega}{2\pi} \quad (2^{13})$$

где присоединенный вихрь Γ_ω равен:

$$\Gamma_\omega = 2\pi C \int_0^{2\pi} D \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} d\beta \quad (2^{14})$$

$$C = \frac{\omega \cos \gamma \exp \left[-\frac{2}{m} (\pi - \delta - \gamma) \sin^2 \gamma \right]}{\pi m [1 + R^2 - 2R \cos \delta] \frac{1 + \cos 2\gamma}{m}}$$

$$\left. \begin{aligned} D &= [1 + R^2 - 2R \cos(\delta - \beta)]^P \sin(\gamma + \delta + \Delta - \beta) \cdot e^{\frac{2\Delta}{m} \sin 2\gamma} \\ P &= \frac{1 + \cos 2\gamma - 0.5m}{m}; \Delta = \arctg \frac{\sin(\delta - \beta)}{R - \cos(\delta - \beta)} \end{aligned} \right\} \quad (2^{15})$$

При вычислении интегралов (2¹³) и (2¹⁴) удобно подынтегральную функцию D , которая имеет одно и то же выражение для всех точек круга (так как функция D не содержит угла α), построить в виде графика, после чего значения интегралов найдутся методом, указанным в работе Л. А. Симонова [4].

Найденные по уравнениям (2⁷) и (2¹³) составляющие касательной скорости циркуляционного обтекания $v_Q(\alpha)$ и $v_\omega(\alpha)$ на круге U идентичны составляющим скоростям в соответственных точках пластин Z и Z_1 . Так как в качестве отображающей функции кругов ζ на плоскость с разрезами Z мы использовали характеристическую функцию бесциркуляционного обтекания решетки кругов, т. е. имеем [5]

$$\underline{Z} = \varphi(\theta), \quad \frac{dZ}{d\zeta} = \frac{d\zeta(\theta)}{d\theta} = v_\zeta(\theta),$$

то, чтобы преобразовать $v_Q(\alpha)$ и $v_\omega(\alpha)$ на плоскость решетки кругов ζ , достаточно умножить их на соответственное значение безразмерной скорости бесциркуляционного обтекания решетки кругов $v_\zeta(\theta)$.

Таким образом, искомое значение скорости циркуляционного обтекания решетки кругов $v_n(\theta)$ для заданного режима обтекания круговой решетки найдется из соотношения:

$$v_n(\theta) = [v_Q(\alpha) + v_\omega(\alpha)] v_\zeta(\theta) \quad (2^{16})$$

При этом циркуляция по профилю будет равна

$$\Gamma_{np} = \Gamma_\omega - \Gamma_Q \quad (2^{17})$$

Отметим, что составляющая $v_Q(\theta)$ при наличии циркуляции может быть найдена непосредственно на круге ξ ; составляющая $v_\omega(\theta)$ находится лишь параметрически.

Преобразуя составляющие $v_Q(\alpha)$ и $v_\omega(\alpha)$ на плоскость решетки W_1 , мы найдем также скорости циркуляционного обтекания на спиральных отрезках.

Влияние спирального корпуса на распределение скоростей по профилю круговой решетки

Изложенный выше метод расчета распределения скоростей и давлений по профилю круговой решетки можно отнести лишь к решеткам, работающим в свободной жидкости, т. е. когда решетка ничем не ограничена вплоть до $r \rightarrow \infty$.

Выявим теперь влияние спирального корпуса на распределение скоростей по профилю.

Пусть в центре решетки W_1 помещен вихрь Γ_k , причем будем считать, что он создается спиральным корпусом. Тогда на расстоянии $r \rightarrow 0$ в плоскости W_1 будем иметь добавочный комплексный потенциал течения

$$f = \frac{i\Gamma_k}{2\pi} \ln W_1, \quad (3^1)$$

который должен создавать поле скоростей, выражаемое

$$\bar{v}_k = \frac{i\Gamma_k}{2\pi W_1}. \quad (3^2)$$

Если считать, что влияние вихря Γ_k в плоскости круга U можно воспроизвести простым внесением вихря $\Gamma = \frac{\Gamma_k}{m}$, то после преобразования \bar{v}_k на плоскость круга U для определения дополнительной касательной скорости на круге после простых выкладок получим выражение:

$$v_k(\alpha) = \frac{\Gamma_k}{2\pi m \sqrt{1 + R^2 - 2R \cos(\delta - \alpha)}} \sqrt{(\cos B - \cos A)^2 + (\sin B + \sin A)^2}, \quad (3^3)$$

где

$$A = \arctg \frac{\sin(\delta - \alpha)}{R - \cos(\delta - \alpha)}; \quad B = 2(\gamma + \delta - \alpha) - A. \quad (3^4)$$

Чтобы в критической точке круга $U = 1$ скорость была равна нулю (из условия конечности скорости на кромке логарифмического профиля W_1), в центре круга необходимо присоединить дополнительный вихрь

$$\Delta\Gamma = \frac{\Gamma_k}{m} \sqrt{\frac{[\cos B(0) - \cos A(0)]^2 + [\sin B(0) + \sin A(0)]^2}{1 + R^2 - 2R \cos \delta}}. \quad (3^5)$$

Вихрь $\Delta\Gamma$, создаваемый корпусом на контуре лопасти, так же, как и Γ_Q в случае лопастей, загнутых назад, уменьшает циркуляцию $\Gamma_{\text{проф}}$.

При тесном спиральном корпусе вихрь $\Delta\Gamma$ имеет большую величину, чем при спиральном корпусе с увеличенным сечением канала. Именно этим и можно объяснить то, что насосы с тесными корпусами имеют более крутую характеристику $H - Q$.

Таким образом, чтобы при расчете круговой решетки профилей учесть влияние спирального корпуса, в квадратные скобки формулы (2¹⁶) необходимо добавить в качестве дополнительного слагаемого величину

$$\Delta v = v_k(\alpha) - \frac{\Delta\Gamma}{2\pi}, \quad (3^6)$$

которая является добавочной скоростью циркуляционного обтекания за счет влияния, создаваемого корпусом осевого вихря Γ_k .

Определим величину вихря Γ_k для спиральных корпусов, рассчитанных по закону $v_{\text{ср}} r_{\text{ср}} = \text{const}$ ($v_{\text{ср}}$ и $r_{\text{ср}}$ — соответственно средняя скорость в канале корпуса и средний радиус канала).

Если считать, что по всему периметру внешней окружности колеса жидкость в корпус подается равномерно, то

$$v_{\text{ср}} = \frac{Q_{\text{н}}}{2\pi} \frac{\psi}{f_k}, \quad (3^7)$$

где $Q_{\text{н}} = mQ$ — расход насоса,
 f_k — площадь сечения канала, соответствующего углу ψ от начала спирали.

Скорость $v_{\text{ср}}$ направлена в сторону вращения решетки, ее величина зависит только от сечения канала. В случае «свободной» решетки касательная скорость к окружности $r_{\text{ср}}$ за решеткой была бы равна:

$$v'_{\text{ср}} = \frac{\Gamma_{\text{реш}}}{2\pi r_{\text{ср}}}. \quad (3^8)$$

Следовательно, величина вихря, создаваемого корпусом, может быть выражена равенством

$$\Gamma_k = 2\pi r_{\text{ср}}(v_{\text{ср}} - v'_{\text{ср}}) = \frac{Q_{\text{н}} \psi r_{\text{ср}}}{f_k} - \Gamma_{\text{реш}}, \quad (3^9)$$

причем направление вихря совпадает с направлением вращения решетки. Отсюда следуют выводы:

а) корпус оказывает влияние на распределение скоростей лишь с момента, когда $v_{\text{ср}}$ становится больше $v'_{\text{ср}}$;

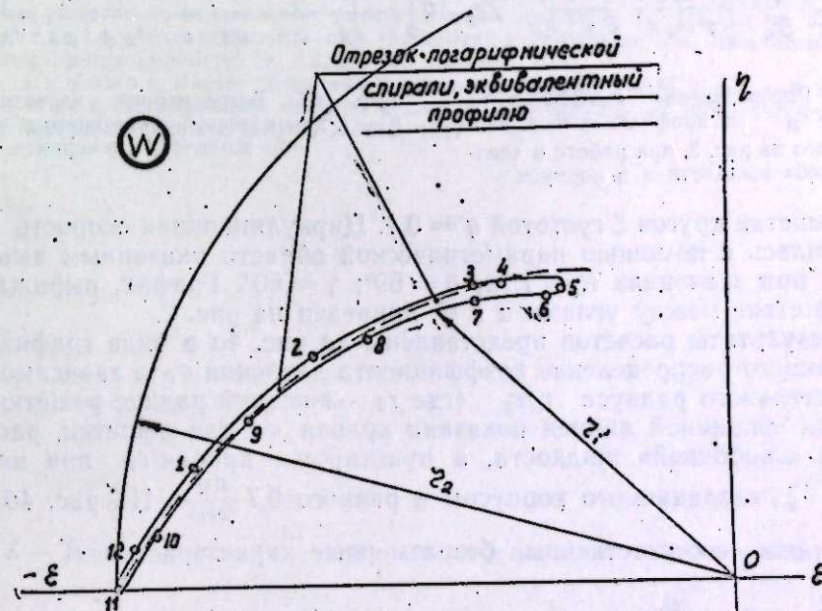


Рис. 3. Профиль 4-лопастного колеса землесоса, полученный преобразованием решетки кругов ξ , густотой $q = 0,4$. Цифрами обозначены точки, соответствующие точкам круга ξ при изменении θ от 0 до 2π через 30° .

б) величина сечения канала корпуса оказывает влияние на величину безударного угла входа потока на лопасть;

в) циркуляцию решетки уменьшает не контрвихрь, возникающий в межлопастном пространстве, а вихрь, создаваемый корпусом.

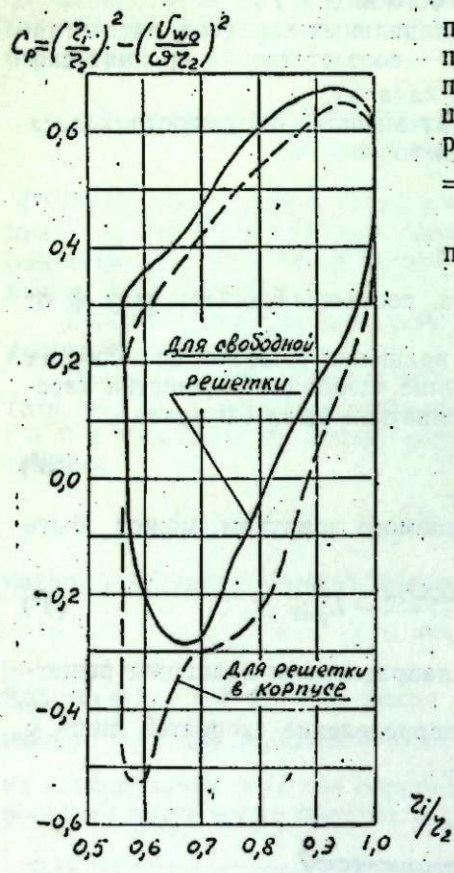


Рис. 4а. Распределение коэффициента давления c_p по профилю колеса, изображенного на рис. 3, при работе в «свободной» жидкости и в корпусе.

ной решетки кругов ζ густотой $q = 0,4$. Циркуляционная скорость $v_{\text{ц}}(0)$ находилась с помощью параметрической области указанным выше методом при значениях $R = 1,12$; $\delta = 69^\circ$; $\gamma = 60^\circ$. График, выражающий соответствие между углами α и θ , приведен на рис. 2.

Результаты расчетов представлены на рис. 4а в виде графика, выражающего распределение коэффициента давления c_p в зависимости от относительного радиуса r_1/r_2 (где r_2 — внешний радиус решетки). На графике сплошной линией показана кривая c_p для решетки, работающей в «свободной» жидкости, а пунктиром — кривая c_p при наличии вихря Γ_k , создаваемого корпусом и равного $0,7 \frac{e d^2}{\text{сек}}$.

На рис. 4б нанесены также соответственные безразмерные характеристики $K - \lambda$ ($K =$

$$= \frac{gH}{\omega^2 r_2^2}, \quad \lambda = \frac{Q_{\text{н}}}{\omega r_2^2 b}, \quad b — \text{высота решетки}).$$

Влияние спирального корпуса на распределение давлений (скоростей) по профилю круговой решетки покажем на примере четырехлопастной насосной решетки, профиль которой изображен на рис. 3 (для рабочего режима $n = 300$ об/мин., $Q = 6,9 \frac{e d^3}{\text{сек}}$).

Рассматриваемая решетка профилей получена преобразованием прямолиней-

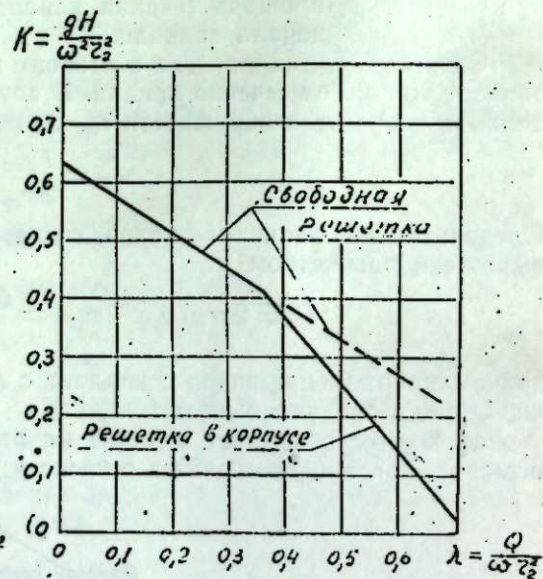


Рис. 4б. Безразмерные характеристики $K - \lambda$ для колеса, работающего в «свободной» жидкости и в корпусе.

Этот пример показывает, что с уменьшением сечения канала корпуса насоса наименьшее значение коэффициента давления c_p снижается, что ведет к снижению всасывающей способности (кавитационных качеств) насоса. На рис. 4б виден перегиб характеристики $K - \lambda$, который соответствует моменту начала влияния корпуса на работу решетки.

Сопоставляя полученные результаты с поведением реальных характеристик насосов, приходим к заключению, что приведенный метод расчета удовлетворительно отражает действительный рабочий процесс.

Заключение

Параметрический метод расчета круговой решетки позволяет в результате одного варианта расчета определить распределение давлений и скоростей при всех режимах работы насоса, так как соотношение между угловой скоростью ω вращения рабочего колеса и расходом жидкости Q достигается простой линейной интерполяцией.

Расчет тонких профилей, как и профилей конечной толщины, одинаков по сложности. Приведенный выше метод расчета круговых решеток по сложности незначительно отличается от наиболее распространенных в настоящее время методов расчета прямых решеток.

Изложенный метод расчета позволяет учесть влияние корпуса на распределение скоростей и давлений по профилю круговой решетки.

Транспортно-энергетический институт
Сибирского отделения АН СССР

Поступила в редакцию
20/XII 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Войташевский, Расчеты и исследования гидродинамических решеток. Тр. ВИГМ, вып. 16, 1953.
2. М. И. Жуковский, Расчет обтекания произвольной решетки профилей и построение решеток по задаваемому распределению скоростей. Тр. ЦКТИ, кн. 27, 1954.
3. A. I. Acosta, An experimental and theoretical investigation of two-dimensional centrifugal-pump impellers. Tr. ASME, vol. 76, № 5, 1954.
4. Л. А. Симонов, Расчет обтекания крыловых профилей. ПММ, т. XI, вып. 1, 1947.
5. Э. Л. Блох, Исследование плоской решетки, составленной из теоретических профилей конечной толщины. ЦАГИ, № 611, 1947.

В. К. ЩЕРБАКОВ, Э. С. ЛУКАШОВ

САМОВОЗБУЖДЕНИЕ ГЕНЕРАТОРА
В НАСТРОЕННЫХ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧАХ
(О ВОЗМОЖНОСТИ УЧАСТИЯ РЕАКТИВНОСТИ ГЕНЕРАТОРА
В НАСТРОЙКЕ)

Проблема устойчивости является решающей при передаче электроэнергии на дальние расстояния. Из всех известных схем дальних электропередач переменным током схема настройки передачи на полуволну решает эту проблему наиболее радикальным способом. Для приведения электропередачи к полуволновой длине требуется более или менее значительная мощность настраивающих устройств — конденсаторов, реакторов, поэтому заслуживает внимания идея использования в качестве настраивающих индуктивностей реактивных сопротивлений генератора и трансформатора — «естественных» индуктивностей.

Е. А. Чернышева [1] и А. А. Вульф [2] указывали на эту возможность, однако, признавая невозможность использования синхронного реактивного сопротивления генератора полностью, они не уточняют, какая же его доля может участвовать в настройке и исходя из каких условий эту долю следует выбирать.

Более подробно вопрос об участии генератора в настройке исследовался В. Т. Агафоновым [3, 4], причем за основу всех рассуждений принималось следующее положение. В условиях работы генератора с безынерционным быстродействующим регулятором возбуждения обычно принято замещать генератор его переходным реактивным сопротивлением и э.д.с. за переходной реактивностью; следовательно, и в схемах настройки в этом случае можно использовать только переходное реактивное сопротивление. Если же генератор работает без регулятора возбуждения, то в настроенных схемах можно использовать синхронное реактивное сопротивление и, в качестве запаса, настраивать электропередачу не на 180° угла поворота векторов напряжения в начале и конце передачи, а на угол несколько больший.

По поводу этого положения следует сделать несколько замечаний, относящихся к схемам замещения генератора. Как известно, синхронный генератор может быть представлен двояко: 1) синхронным реактивным сопротивлением и э.д.с. холостого хода, 2) переходным реактивным сопротивлением и э.д.с. за переходной реактивностью. Первый способ используют при расчете статических режимов. Применение же его при исследовании переходных процессов затруднительно вследствие скачкообразного изменения э.д.с. холостого хода при внезапных переходах за счет наведения свободных токов в обмотке ротора, накладывающихся на ток возбуждения, и вследствие невозможности сколько-нибудь простой оценки этого изменения. Вторая схема широко применяется при изучении переходных процессов, например динамической устойчивости генератора, поскольку при всех внезапных переходах э.д.с. за переходным реактивным сопротивлением сохраняет свое значение в первый момент после возмущения, а при работе быстродействующих регуляторов воз-

буждения — и в течение всего переходного процесса. Это в значительной степени упрощает все расчеты. Однако первая схема лучше отражает физическую сущность явлений в синхронной машине и является, по меньшей мере, настолько же равноправной, как и вторая. Вследствие этого вышеприведенное положение, связывающее величину реактивности генератора, используемую для настройки, с фактом наличия или отсутствия на генераторе регулятора возбуждения, является спорным; приведенное В. Т. Агафоновым без доказательства, оно в таком виде не нуждается.

Использование генератора в качестве настраивающего элемента дало бы значительный экономический эффект. Однако дальнейшее рассмотрение этого вопроса приводит к необходимости изучения и учета явления самовозбуждения генератора в настроенных схемах.

В настоящей статье и ставится цель показать, что основным условием, определяющим использование реактивности генератора в схемах настройки в качестве настраивающего элемента, является самовозбуждение генератора, что по условиям самовозбуждения генератор участвовать своим реактивным сопротивлением в настройке практически не может.

Самовозбуждение синхронной машины возможно при ее работе на емкостное сопротивление.

Вследствие того, что в процессе самовозбуждения токи и напряжения машины могут возрасти значительно выше допустимых, это явление не должно иметь места, по крайней мере, в нормальных режимах. Самовозбуждение определяется соотношением между активной и реактивной составляющими сопротивления, включенного на генератор, согласно рис. 1, где по оси ординат откладывается входная емкость, а по оси абсцисс — суммарное активное сопротивление цепи. На рис. 1 приведена граничная кривая зон самовозбуждения для явнополюсной машины без успокоительных обмоток. Кривая для машины с демпферными контурами отличается только для III зоны (примерная кривая показана пунктиром).

Зоны I и II не зависят от структуры схемы, они определяются только входным сопротивлением при нормальной частоте [5]. Зона III определяется параметрами демпферных обмоток, цепи возбуждения и частотными характеристиками схемы [6].

В последнее время предложено несколько способов борьбы с самовозбуждением, однако для явнополюсного генератора метод устранения зоны II пока неизвестен. Есть основания предполагать, что это принципиально невозможно [7]. Поскольку возможным применением настроенных схем будет связь между отдаленной крупной гидроэлектростанцией и системой, то и все выводы настоящей статьи делаются применительно к явнополюсной синхронной машине нормального исполнения.

Для изучения самовозбуждения генератора всю систему, подключенную к его выводам, необходимо представить в виде активного двухполюсника, э.д.с. которого равна напряжению холостого хода двухполюс-

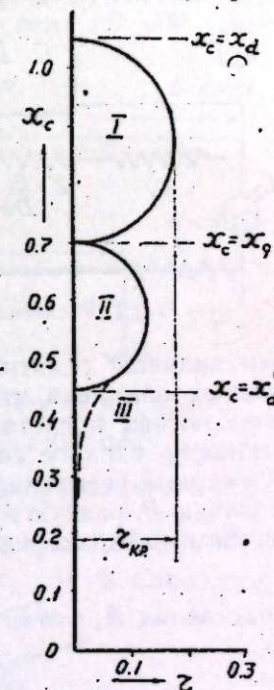


Рис. 1. Граничные кривые зон самовозбуждения явнополюсной синхронной машины.

I — зона синхронного самовозбуждения, II и III — зоны асинхронного самовозбуждения.

нении частоты от 51 до 44 герц. В связи с тем, что величина r_n имеет второстепенное значение, корона и потери в настраивающих конденсаторах и реакторах не учитывались. Суммарное активное сопротивление генератора и трансформатора принято равным 1%. Соответствующие кривые $x_{вх} = f(r_{вх})$ наносились на чертеж с характеристиками самовозбуждения генератора (рис. 4, 5).

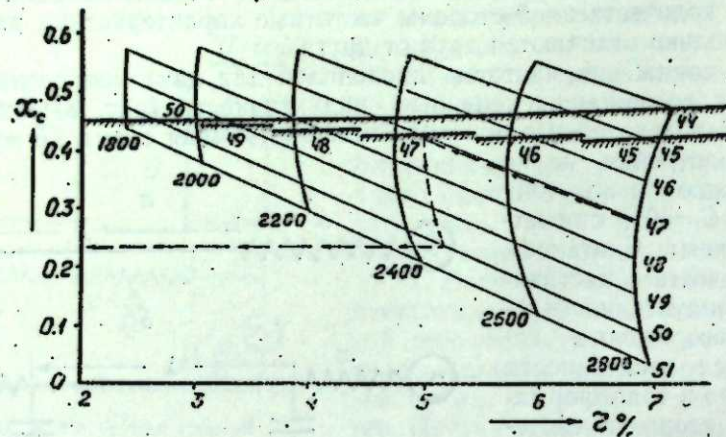


Рис. 5. Частотные характеристики линий, настроенных по схеме б.

Используя полученные графики, можно построить кривые, показывающие, какая доля реактивности генератора может быть использована для настройки, в зависимости от принятого расчетного уровня понижения частоты в системе. Задавая частоту, находим длину линии, соответствующую граничной кривой самовозбуждения при той же частоте, и, соответственно, входное сопротивление этой настроенной линии при нормальной частоте, как показано на рис. 5 стрелками. Полученные кривые приведены на рис. 6.

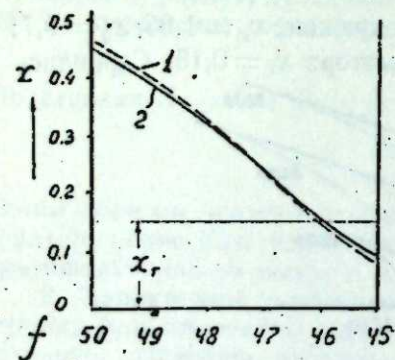


Рис. 6. Зависимость используемой для настройки доли реактивного сопротивления генератора от расчетного снижения частоты.
1 — для схемы а; 2 — для схемы б.

Они показывают, что при расчетном снижении частоты в 47 герц для схемы а) можно использовать $x = 0,23$, а для схемы б) $x = 0,24$ от суммарного реактивного сопротивления генератора и трансформатора, т. е. трансформатор используется полностью, а из реактивности генератора используется только $x = 0,08...0,09$, или 9% от продольного реактивного сопротивления. При расчете на более глубокую посадку частоты используемая доля реактивного сопротивления генератора еще больше уменьшается. Следует иметь в виду, что для машины с успокоительными обмотками характеристика самовозбуждения располагается несколько ниже, что, в свою очередь, сдвигает вниз и кривые рис. 6.

Выводы

1. Использование реактивного сопротивления генератора в схемах настройки на полуволну в качестве настраивающего элемента недопустимо по условиям самовозбуждения при понижении частоты в системе.

2. Возможность использования трансформатора должна проверяться в каждом конкретном случае с учетом типа генераторов, их характеристик самовозбуждения и расчетного уровня понижения частоты в системе.

Транспортно-энергетический институт
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22/IV 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Чернышев а, Пропускная способность линии передачи с трансформаторами по концам и настройка линий на полуволну напряжения. Электричество, № 6—7, 1933.
2. А. А. Вульф, Проблема передачи электрической энергии на сверхдальние расстояния по компенсированным линиям. Госэнергоиздат, М., 1941.
3. В. Т. Агафонов, Использование генераторов и трансформаторов при настройке линий на полуволну. Изв. Томского политехнич. ин-та, вып. 1, сер. электрофиз., 1957.
4. В. Т. Агафонов, Настройка линии на полуволну с использованием переходного реактивного сопротивления генератора и реактивных сопротивлений трансформаторов. Изв. Томского политехнич. ин-та, вып. 1, сер. электрофиз., 1957.
5. М. Л. Левиштейн, Явление параметрического резонанса при работе синхронной машины на емкостную нагрузку. Тр. ЛПИ, № 3, 1948.
6. А. И. Долгинов, Резонанс в электрических цепях и системах. Госэнергоиздат, М., 1957.
7. Э. С. Лукашов, О самовозбуждении синхронной машины с регулятором. Изв. Сиб. отд. АН СССР, № 1, 1959.

Л. С. АЛЕКСЕЕВ

О МЕТОДЕ ИЗВЛЕЧЕНИЯ МИНЕРАЛЬНЫХ ПРИМЕСЕЙ ИЗ ИСКОПАЕМЫХ УГЛЕЙ

Изучение минеральных примесей, рассеянных в веществе ископаемых углей и обуславливающих их зольность, имеет важное теоретическое и практическое значение. Оно необходимо для выяснения генезисов угольных пластов и слагающих их типов углей, для решения вопросов корреляции и параллелизации пластов угля, для прогнозирования степени обогатимости углей и представления об их промышленной ценности. Однако вопрос о минеральных примесях углей под углом зрения геологии разработан еще очень слабо.

К наиболее существенным исследованиям в этой области относятся работы Р. Лессинга [1], И. Р. Чудовской и Е. В. Искуль [2], Н. П. Ярош [3], Л. И. Боголюбовой [4], Д. Тиссен [5], Н. М. Крыловой [6], З. И. Танатар-Бараш [7], А. А. Ларищева и А. А. Курбатова [8]. Одни из них касаются изучения золы в отдельных ингредиентах и типах угля химическими и спектроскопическими методами (Лессинг) или рентгеноскопическими (Ярош); другие основываются на изучении минеральных примесей под микроскопом в угольных шлифах и аншлифах (Чудовская, Искуль, Боголюбова, Крылова) или с иммерсией (Танатар-Бараш, Ларищев и Курбатов).

Работа И. Р. Чудовской и Е. В. Искуль [2] представляет собой попытку систематизации наблюдений над минеральными примесями в углях СССР, сделанную для ограниченного числа углей. Минеральные примеси изучались вне генетической связи с веществом углей.

Работы Л. И. Боголюбовой [4] и, особенно, Н. М. Крыловой [6] выгодно отличаются от предыдущей тем, что минеральные компоненты исследовались в единой природной целостности с веществом угля.

Микроскопические исследования минеральных примесей, по сравнению с химическими, спектроскопическими и рентгеноскопическими, являются более совершенными. Но и они не выявляют всего богатого комплекса минералообразований в углях, ибо минеральные примеси изучаются только в угольных шлифах и аншлифах. И, естественно, из поля зрения выпадают акцессорные аллотигенные и аутигенные минералы, количество которых слишком мало, чтобы они могли быть обнаружены в угольных шлифах, и глинистые минералы, размерность которых находится вне пределов разрешающей способности поляризационного микроскопа.

З. И. Танатар-Бараш, А. А. Ларищев и А. А. Курбатов подходят к изучению минеральных примесей в углях с принципиально новых позиций.

Статья З. И. Танатар-Бараш [7] посвящена методу извлечения минеральных примесей из бурых углей. Суть метода сводится к обработке пробы угля, измельченного до частиц диаметром 1 мм, последовательно четыреххлористым углеродом, раствором перманганата калия и пергид-

ролем. Автор считает, что дальнейшее изучение поставленного вопроса должно быть направлено на установление действия пергидроля на различные минеральные составляющие.

Интересные результаты микроскопического изучения минеральных примесей в углях получили А. А. Ларищев и А. А. Курбатов [8], наглядно показавшие богатое разнообразие акцессорных минералов в веществе углей и целесообразность их изучения для получения дополнительных критериев при параллелизации угольных пластов. Кроме того, эти авторы на основании своих наблюдений пришли к выводу, что минералогический анализ вещества углей, с учетом терригенных тяжелых минералов, может приобрести в дальнейшем определенное значение для выяснения генезиса углей и восстановления палеогеографической и фацальной обстановки угленакопления. А. А. Ларищев и А. А. Курбатов изучали акцессорные терригенные минералы с иммерсией под микроскопом, предварительно выделив их из вещества углей. Угли высокой степени метаморфизма (от ПЖ и выше) они сжигали, чтобы из золы извлечь интересовавшие их акцессорные аллотигенные минералы. Для слабо- и среднеметаморфизованных углей применялся метод «химической мацерации» с целью полного растворения органических компонентов соответствующими растворителями: в одних случаях окислителями, в других — щелочами с предварительным окислением или без него. Для растворения органического вещества бурых углей применялись 30% пергидроль, 25% раствор аммиака или более крепкая щелочь — КОН. Каменные угли обрабатывались азотной кислотой или даже смесью Шульце с последующим растворением окисленных органических компонентов в щелочи (аммиак или едкий калий). Минеральные концентраты как бурых, так и каменных углей неоднократно промывались в воде с центрифугированием до полного просветления осадка. Длительность воздействия и выбор реактивов, как замечают авторы, производились индивидуально-опытным путем и зависели от природы и свойств органического вещества углей и от количества и качества минеральных примесей в них. В итоге выделялся весь комплекс терригенных минералов, неизменных в результате воздействия химических реагентов или измененных, но не в такой степени, чтобы это препятствовало их определению.

Недостатком обоих методов «химической мацерации» и метода озонирования является отсутствие полной представительности минеральных примесей, рассеянных в органическом веществе углей, так как значительная часть из них разрушается под воздействием сильных химических реагентов или высоких температур. Из поля зрения минералогического анализа при названных выше методах исключаются глинистые минералообразования, карбонаты (кальцит, сидерит и др.), сульфаты (в основном гипс), сульфиды (преимущественно пирит и марказит), закисные и окисные соединения железа (гематит, гидроокислы железа, магнетит, ильменит), лейкоксен и др.

При изучении минеральных примесей мезозойских углей Хабаровского края мы применяли метод механического выделения их из вещества углей, в основе которого лежит избирательное разрушение более хрупкого, по сравнению с минеральными примесями, органического вещества углей. Этот метод дает возможность полностью изучить всю минеральную ассоциацию в углях. Кроме того, для него характерны простота процесса обработки проб, возможность применения самого элементарного оборудования и единый подход к углям различного типа.

По методике, описанию которой посвящена данная статья, обрабатывались угли Ургальского месторождения Бурейского каменноугольного бассейна, а также угли Тымринского месторождения и Еврейской

автономной области (бирские и лондоковские). Все угли высокозольные или средnezольные, средней степени метаморфизма в основном кларе-нового состава.

Предлагаемый метод механического выделения минеральных примесей из вещества углей сводится к следующему (рис. 1). Из пробы

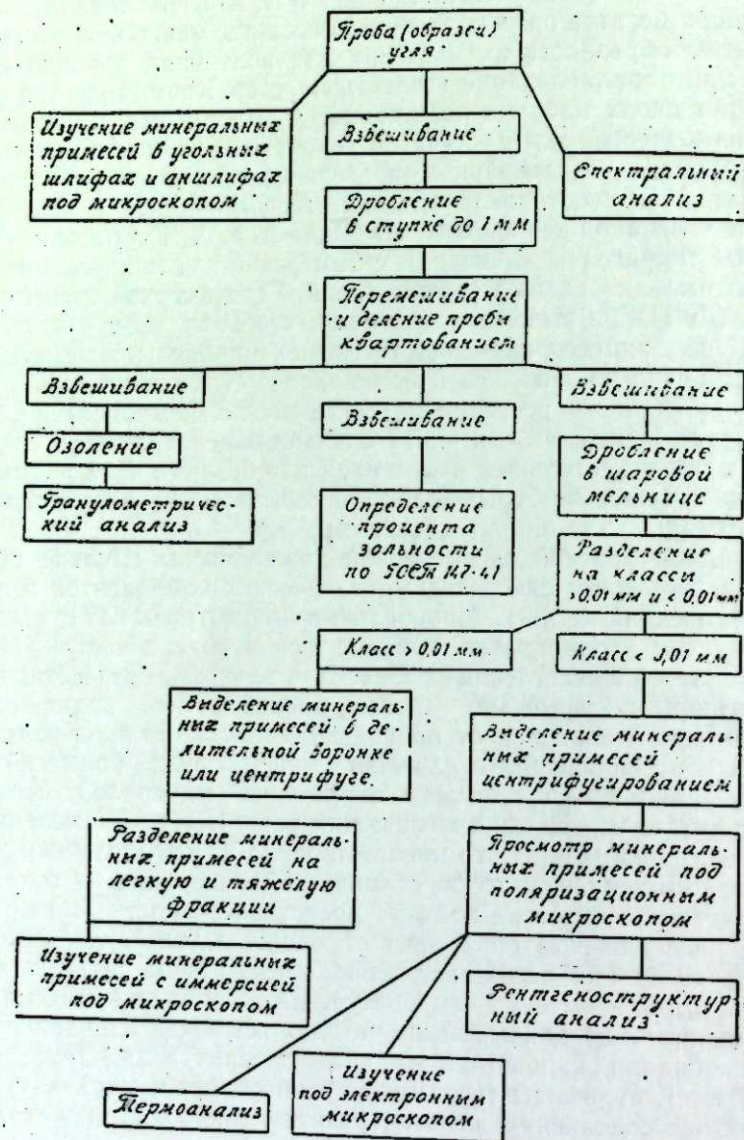


Рис. 1. Схема извлечения и исследования минеральных примесей из вещества углей.

угля, предназначенной для анализа, берется навеска*, которая дробится в ступке до частичек размером 1 мм, затем перемешивается и делится квартованием на три части. Часть раздробленного угля идет на озоление, чтобы после этого произвести гранулометрический анализ золы, который позволит судить о приблизительном гранулометрическом составе минеральных примесей. Другая часть повторно дробится в ступе до

* Навеска берется такого веса, чтобы ее хватило на производство всех предусмотренных анализов в соответствии с их методикой.

частичек размером 0,2 мм и затем сжигается для определения процента зольности пробы угля согласно ГОСТ 147—41. Третья часть квартуемой навески измельченного до 1 мм угля идет на извлечение минеральных примесей из вещества углей, для чего она дробится в шаровой мельнице и пропускается через сито с размером отверстий 0,1 мм.*

Может создаться впечатление, что все минеральные примеси, наряду с органической частью угля, будут раздроблены. Это не так. Нужно иметь в виду, что у органической массы углей значительно меньшая способность сопротивления силе упругих ударов шаров, по сравнению с минеральными примесями. Минеральные примеси в углях, как правило, не превышают алевритовых размеров, так как процесс угленакопления характеризуется более или менее спокойными условиями отложения. Таким образом, дробление доводится только до размерности минеральных примесей.

Экспериментально был подобран режим дробления, соответствующий наименьшему разрушению минеральных примесей. Следует отметить, что мы отыскивали режим минимального переизмельчения, приспособляясь к одной из имевшихся у нас шаровых мельниц. Мельницу лучше применять чугунную, а не фарфоровую. Шары должны быть таких размеров, чтобы сила их ударов была достаточной для разрушения органического вещества углей и недостаточной для разрушения минеральных примесей (мы применяли шары от шарикоподшипников, 0,5 см в диаметре). Мокрый помол предпочтителен сухому: он экономичнее во времени и способствует меньшему переизмельчению материала. Режим дробления должен быть рассчитан на удар, а не на истирание. В этом случае достигается лучшее раскрытие зерен.

На основании наблюдений установлено, что происходит незначительное издробление части кластических минералов алевритовой размерности легкой фракции и аутигенных минералообразований, относительно крупных и непрочных. Акцессорные минералы из-за большой твердости и очень малых их количеств в углях не дробятся. Глинистые минералы пелитовой размерности не подвержены разрушению в силу их чрезвычайно малых размеров и присущей им вязкости. Вопрос измельчения минералов пелитовой фракции имеет значение только при определении глинистых минералов под электронным микроскопом. Для термоанализа это не имеет никакого значения.

Наблюдение аутигенных минералообразований следует проводить в шлифах и аншлифах. Это обеспечивает возможность изучать их в естественной целостности с вмещающим веществом угля. Смысл исследования этих минералообразований отдельно от вещества угля (в иммерсии под микроскопом) заключается в том, чтобы способствовать диагностике и выявлению всего комплекса этих минералов.

Установлено, что глинистые фракции в значительной мере, но не полностью, отделяются от органического вещества углей. Это лишает возможности проводить гранулометрический анализ выделенных таким образом минеральных примесей углей и вынуждает довольствоваться гранулометрическим анализом золы углей.

Полученная после размолла в шаровой мельнице угольная пудра разделяется на класс больше 0,01 мм и класс меньше 0,01 мм по методу АзНИИ.

* Навеска, загружаемая в шаровую мельницу, берется из расчета, чтобы количество извлеченных минеральных примесей было достаточным для всех последующих анализов. Вес ее зависит от степени засорения углей минеральными примесями, а также от вещественного и гранулометрического состава минеральных примесей. При изучении буренских углей мы брали навеску в 60—80 г.

Суспензия, содержащая угольную пудру класса меньше 0,01 мм, сливается в большие банки или бутылки и осаждается. Для более быстрого осаждения следует добавлять немного кислоты или жидкого стекла, которые препятствуют образованию коллоидов. При отмучивании рекомендуется несколько раз (обычно 2—4) извлекать осадок из банки и тщательно растирать его резиновым пестиком в фарфоровой чашке до тех пор, пока такое растирание не будет давать никакого результата, т. е. осадок, помещенный после растирания обратно в банку и затем взмученный, за определенное время будет полностью оседать. Это необходимо для возможно полной ликвидации угольных сростков.

Класс меньше 0,01 мм не доводится до сухого состояния, так как возможно затвердевание в корку, которая впоследствии не поддается размачиванию, а во влажном состоянии заливается тяжелой жидкостью с расчетом, чтобы удельный вес полученной суспензии равнялся 2. Минеральная часть из этого класса выделяется центрифугированием. Минералогические центрифуги рассчитаны на выделение тяжелой фракции, содержание которой по отношению ко всем минеральным составляющим осадка очень мало. В нашем случае, при отделении минеральных примесей от органического вещества углей, в роли тяжелой фракции выступает весь комплекс минеральных примесей, достаточно значительный в количественном отношении. Поэтому для отделения минеральной части от органического вещества лучше пользоваться медицинской центрифугой с вместительными стаканчиками, рассчитанной на 3000—3500 об/мин. Пелитовая минеральная фракция «рекогносцировочно» просматривается под поляризационным микроскопом, после чего поступает на термоанализ, а также может изучаться под электронным микроскопом и подвергаться рентгеноструктурному анализу.

Угольная пудра класса больше 0,01 мм высушивается, после чего производится отделение минеральных примесей от органического вещества. Разделение ведется в делительных воронках или центрифуге в тяжелой жидкости с удельным весом 2. Минералы с удельным весом меньше 2 или равным 2 очень редки и несвойственны угольным фациям, к тому же они, как правило, неустойчивы и в большинстве случаев растворяются в воде. Исключение составляют опал, удельный вес которого колеблется от 1,9 до 2,3, и сера — с удельным весом 2,06*. При наличии этих минералов в угле они могут быть изучены в угольном шлифе. Выделенные минеральные примеси разделяются на легкую и тяжелую фракции, которые изучаются с иммерсией под микроскопом.

Чистота отделения минеральных примесей от органического вещества угля для класса больше 0,01 мм и класса меньше 0,01 мм не одинакова. Для последнего характерна значительная чистота отделения, что объясняется малым количеством сростков такой размерности. Минеральный концентрат с размером зерен выше 0,01 мм в большей степени засоряется угольными сростками. Путем более тщательной обработки проб (дробление в шаровой мельнице, растирание резиновым пестом, гравитационное разделение) можно получить очень чистые минеральные концентраты. Незначительное засорение минерального концентрата крупинками угля сказывается только на легкой фракции минеральных примесей и не мешает наблюдению их с иммерсией под микроскопом.

Необходимо отметить еще следующее. Из-за мелкой размерности фракции, с которыми приходится иметь дело, значительную важность при гравитационных разделениях приобретает выбор тяжелых жидкостей. Как показал наш опыт, подходящими для этих целей являются мо-

* Значения удельных весов взяты по Ларсену.

вые тяжелые жидкости типа ПД и М-45, предложенные и внедренные С. М. Мазуровым, В. В. Яновским и М. В. Посвольским [9]. Эти жидкости характеризуются инертностью по отношению к минеральным примесям, большой подвижностью, прозрачностью, стойкостью, легкостью и дешевой приготвления, безвредностью и полным отсутствием запаха или слабым запахом.

Применение описанной выше методики позволяет обнаружить большой и разнообразный комплекс минеральных примесей, содержащихся в веществе углей, провести их точную диагностику, выяснить характерные минеральные ассоциации для тех или иных угольных пластов и выявить возможность установления по ним корреляционных признаков; эта методика помогает также выяснению генезиса пластов угля и восстановлению палеогеографической и фациальной обстановки угленакпления.

Дальневосточный филиал
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
9/IX 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Лессинг, Угольная зола и чистый уголь. Обогащение и петрография угля, (сб. переводов), ОГИЗ, М.—Л., 1933.
2. И. Р. Чудовская, Е. В. Искюль, Материалы к вопросу о форме и распределении минеральных включений в углях. Записки Всеросс. минер. об-ва, ч. 65, вып. 1, 1936.
3. Н. П. Ярош, Минеральные включения в углях Донецкого бассейна. Геол.-хим. карта углей Донецкого басс., т. V, изд. ДНТБУ, Днепропетровск, 1941.
4. Л. И. Боголюбова, Минеральные примеси в углях ерунаковской свиты Кузнецкого бассейна. Изв. АН СССР, сер. геол., № 5, 1949.
5. Д. Тиссен, Состав и происхождение минеральных примесей в углях. Химия твердого топлива, сб. 1, ИЛ, М., 1951.
6. Н. М. Крылова, Минеральные примеси в угольных пластах Карагандинского бассейна, их распространение, характеристика и генезис. Рукопись (фонды Лаб. геологии угля АН СССР), М., 1954.
7. З. И. Танаатар-Бараш, К методике извлечения минеральных включений из бурых углей для целей минералогического анализа. Науч. записки Днепропетровского гос. ун-та, т. XXXIX, 1954.
8. А. А. Ларишев, А. А. Курбатова, Об акцессорных минералах среди терригенных минеральных примесей вещества углей и методах их изучения. Тр. Лаб. геологии угля АН СССР, вып. VI, М., 1956.
9. С. М. Мазуров, М. В. Посвольский, В. В. Яновский, Исследование в области получения новых тяжелых жидкостей для спорово-пыльцевого, диатомового и минералогического анализов. Разведка и охрана недр, № 6, 1955.

А. М. РОЖКОВ, С. Р. РАФИКОВ, И. Г. АНУЧИНА

СОВМЕСТНАЯ ПОЛИМЕРИЗАЦИЯ ДИПЕНТЕНА С АКРИЛОНИТРИЛОМ

Совместная полимеризация непредельных соединений является наиболее эффективным способом синтеза полимеров с различными свойствами. Имеется огромное число работ, посвященных изучению реакции сополимеризации самых разнообразных ненасыщенных соединений.

Вопросы совместной полимеризации терпеновых углеводородов с некоторыми непредельными мономерами освещены лишь в патентной литературе. В ней отмечается, с одной стороны, способность терпенов вступать в реакции сополимеризации, а с другой — определенная практическая ценность получаемых сополимеров.

Так, например, сообщается [1], что дипентен, β -пинен, а также скипидар могут быть подвергнуты сополимеризации с винилхлоридом, винилиденхлоридом и соединениями общей формулы: $R'R''C = CR'''R''''$, где: R' — H, CH_3 , Cl или Br; R'' — Cl, Br, хлор- или бромметильный радикал; R''' и R'''' — H или CH_3 . Сополимеризация проводилась в присутствии хлористого алюминия или активной глины в инертном растворителе при температурах от -60 до 200° . Полученные сополимеры рекомендуются для пропитки различных материалов.

При сополимеризации индивидуальных ациклических и циклических терпенов или их смеси с циклопентадиеном или 1,3-циклогексадиеном под влиянием катализаторов ионной полимеризации (BF_3 , $AlCl_3$, HF, H_3PO_4 , H_2SO_4) могут быть получены сополимеры, которые можно использовать для добавок при приготовлении быстровысыхающих лаков и красок [2].

Есть сведения [3, 4] о получении твердых сополимеров дипентена, α - и β -пинена, а также скипидара с 1-винил-3-циклогексеном.

Имеются указания на возможность образования твердых сополимеров терпеновых углеводородов с ненасыщенными ароматическими соединениями [4], бутадиеном и его производными [5].

Однако литературные данные о сополимеризации терпеновых углеводородов недостаточно полны. Отсутствуют сведения о механизме реакции, о возможности сополимеризации терпенов под влиянием свободных радикалов. Многие широко применяемые в реакциях сополимеризации виниловые соединения до сих пор не исследованы в качестве компонентов при совместной полимеризации с терпеновыми углеводородами. К числу таких соединений относится акрилонитрил, легко вступающий в реакции полимеризации и сополимеризации под влиянием свободных радикалов.

Настоящая работа посвящена исследованию сополимеризации дипентена с акрилонитрилом в присутствии органических инициаторов. При этом ставилась цель количественно охарактеризовать относительную активность дипентена в данной реакции, установить основные закономерности и характер процесса для взятых компонентов.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Исходные вещества применялись свежеперегнанные и имели следующие константы: дипентен — т. кип. $177-178^\circ$, $d_4^{20} = 0,8490$, $n_D^{20} = 1,4746$; акрилонитрил — т. кип. $77-77,5^\circ$, $d_4^{20} = 0,8054$, $n_D^{20} = 1,3918$.

Инициаторами реакции служили динитрил азоизомасляной кислоты, который дважды перекристаллизовывался из метанола и имел т. пл. 102° , и перекись бензоила. Последняя очищалась от примесей двукратным переосаждением из хлороформа метанолом. Чистый продукт имел т. пл. $103,5^\circ$.

Сополимеризация дипентена с акрилонитрилом (10—20 г) осуществлялась в блоке в запаянных стеклянных ампулах при различных соотношениях компонентов в исходной смеси, в присутствии 0,5% инициатора. Ампулы нагревались в воздушном термостате с колебаниями температуры опыта $\pm 1^\circ$.

Во всех опытах совместной полимеризации получались полимеры, нерастворимые в смеси мономеров, и в ампулах происходило расслоение с выпадением нерастворимых сополимеров в осадок. По окончании опыта ампулы охлаждались и затем вскрывались. Их содержимое переносилось в стаканы. Ампулы промывались ацетоном, и порции последнего добавлялись к полимеру. Из ацетонного раствора сополимеры осаждались избытком петролейного эфира. После полного осаждения сополимера раствор сливался и осадок несколько раз промывался свежими порциями петролейного эфира. Затем сополимер вновь переосаждался из ацетонного раствора петролейным эфиром и дважды промывался теплым осадителем. В побочных продуктах реакции, остающихся после упаривания в вакууме фильтратов и промывных жидкостей, полимеры дипентена и акрилонитрила не обнаружены. Следовательно, процесс сополимеризации не сопровождается образованием полимеров исходных компонентов.

Сушка сополимеров проводилась в вакуум-сушильном шкафу при 50° до постоянного веса. Во всех опытах были получены твердые сополимеры, окрашенные в светло-желтый цвет.

Состав сополимеров рассчитывался по содержанию азота в очищенных и высушенных до постоянного веса продуктах. Состав смеси непрореагировавших мономеров определялся по разности между составом исходной смеси и составом сополимера. Содержание азота в сополимерах определялось по методу Кьельдаля. Относительные вязкости ацетонных растворов сополимеров измерялись в вискозиметре Пинкевича при 20° . Концентрация раствора составляла 2 г на 100 мл растворителя.

Предварительные опыты сополимеризации дипентена с акрилонитрилом в присутствии перекиси бензоила и динитрила азоизомасляной кислоты показали, что глубина сополимеризации зависит от химического строения взятых инициаторов. Выходы сополимеров для различных по составу смесей исходных компонентов в опытах, проводившихся с динитрилом азоизомасляной кислоты, были в 1,5—2 раза выше, чем при иницировании реакции перекисью бензоила (табл. 1).

Таким образом, динитрил азоизомасляной кислоты оказался значительно более активным инициатором, чем перекись бензоила. Поэтому все дальнейшие опыты по изучению совместной полимеризации дипентена с акрилонитрилом проводились в присутствии этого инициатора.

Для повышения выхода сополимеров продолжительность реакции в последующих опытах принята 200 часов.

Таблица 1

Выходы сополимеров дипентена с акрилонитрилом, полученные в присутствии динитрила азонмасляной кислоты и перекиси бензола (температура реакции 100°, продолжительность опыта 60 час.)

Соотношение компонентов в исх. смеси, мол. %		Выходы сополимеров (в %) в присутствии	
акрилонитрил	дипентен	перекиси бензола	динитрила азонмасляной кислоты
79,40	20,60	19,3	39,6
66,65	33,35	15,3	28,8
52,15	47,85	13,8	21,2

Первая серия опытов была проведена с целью установить зависимость состава и свойств сополимеров от соотношения исходных мономеров в смеси. Полученные данные были также использованы для оценки относительной реакционной способности мономеров.

Таблица 2

Сополимеризация дипентена (M_2) с акрилонитрилом (M_1)

Соотношение мономеров в исх. смеси				Продолжительность сополимеризации	Выход сополимера, вес. %	Содержание азота в сополимере, %	Состав сополимера, мол. %		Состав смеси непрореаг. мономеров, мол. %		Уд. вязкость раствора сополимера	Температура размягчения сополимера, по Крейчу (°C)
вес. %		мол. %					M_1	M_2	M_1	M_2		
M_1^0	M_2^0	M_1^0	M_2^0									
100	—	100	—	15 мин.	47,1	26,31	100	—	100	—	—	—
99	1	99,5	0,5	20	40,0	25,86	99,3	0,7	99,7	0,3	—	—
98	2	99,1	0,9	30	48,3	25,81	99,1	0,9	99,1	0,9	—	—
80	20	91,1	8,9	80 час.	50,2	21,22	91,4	8,6	90,9	9,1	—	—
70	30	85,7	14,3	200	48,7	18,67	86,2	13,8	85,2	14,8	—	145
60	40	79,4	20,6	200	43,6	17,07	82,5	17,5	76,9	23,1	0,2243	143
50	50	72,0	28,0	200	39,9	15,41	78,3	21,7	67,3	32,7	0,1245	135
40	60	67,3	32,7	200	29,1	13,72	73,8	26,2	58,0	42,0	0,1074	132
30	70	52,4	47,6	200	25,6	11,80	67,5	32,5	46,0	54,0	0,0972	131
10	90	22,2	77,8	200	2,9	10,08	61,6	38,4	20,5	79,5	0,0902	127

Опыты проводились при $100 \pm 1^\circ$ в течение 200 часов (за исключением опытов с 80 вес. % и большими количествами акрилонитрила, когда увеличение времени нагревания приводило к осмолению продукта). Результаты этой серии опытов сведены в табл. 2, а кинетические кривые выходов сополимеров при трех различных соотношениях мономеров показаны на рис. 1.

Из данных табл. 2 видно, что с увеличением доли дипентена в исходной смеси, начиная с 20 вес. %, молекулярные веса, температуры размягчения и выходы сополимеров уменьшаются. Все полученные сополимеры обогащены акрилонитрилом и обеднены дипентеном по сравнению с исходной смесью мономеров. Это указывает на то, что акрилонитрил в данной реакции является более активным компонентом, чем дипентен.

С помощью интегральной формы уравнения Майо и Льюиса [6]

$$r_2 = \frac{\lg \frac{M_2^0}{M_2} - \frac{1}{p} \lg \frac{1-p \frac{M_1}{M_2}}{1-p \frac{M_1^0}{M_2^0}}}{\lg \frac{M_1^0}{M_1} + \lg \frac{1-p \frac{M_1}{M_2}}{1-p \frac{M_1^0}{M_2^0}}}$$

где

$$p = \frac{1-r_1}{1-r_2}$$

графическим методом были рассчитаны относительные активности мономеров, которые оказались равными для акрилонитрила (r_1) — 1,154 и дипентена (r_2) — 0,676. Расчет производился, исходя из данных трех

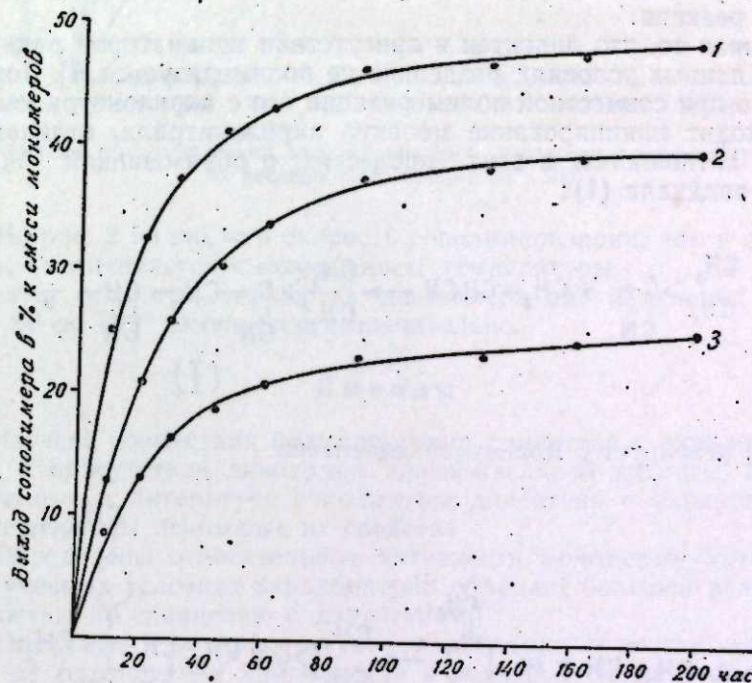


Рис. 1. Зависимость выхода сополимера от состава исходной смеси мономеров. Отношение акрилонитрила к дипентену ($M_1 : M_2$) в вес. %: 1 — 70 : 30; 2 — 50 : 50; 3 — 30 : 70. Температура сополимеризации 100°.

опытов с содержанием акрилонитрила в исходной смеси 80, 70 и 60 вес. %.

При рассмотрении значения констант $r_1 = \frac{K \cdot M_1 \cdot M_1}{K \cdot M_1 \cdot M_2}$ и $r_2 = \frac{K \cdot M_2 \cdot M_2}{K \cdot M_2 \cdot M_1}$

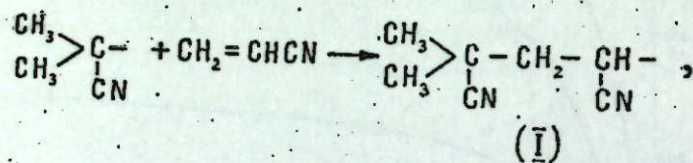
видно, что радикал нитрила акриловой кислоты (M_1) присоединяет одиономерный мономер быстрее, чем дипентен (M_2) взаимодействует со

своим радикалом (полимерный радикал, оканчивающийся дипентеном) и радикалом акрилонитрила. В результате акрилонитрил, как более активный компонент, преобладает в сополимере по сравнению с его содержанием в исходной смеси. Таким образом, найденное соотношение констант сополимеризации подтверждает вывод о том, что акрилонитрил обладает большей реакционной способностью по сравнению с дипентеном.

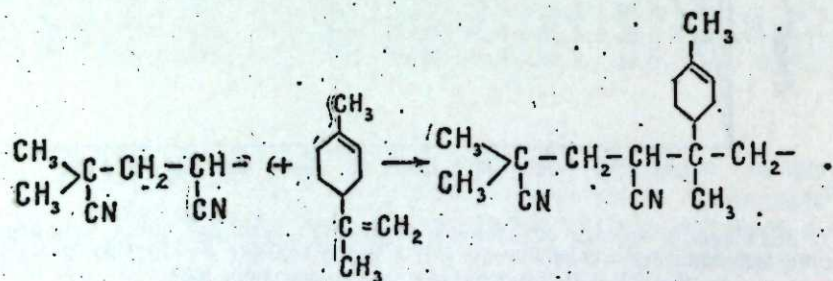
С увеличением содержания в исходной смеси менее активного компонента (дипентена) повышается и содержание его в сополимере. Однако скорость реакции при этом снижается (выход сополимера падает до 2,9%).

Как показывают кривые на рис. 1, общая скорость сополимеризации возрастает с относительным увеличением акрилонитрила в исходной смеси. Характер кривых вместе с тем свидетельствует о том, что процесс сополимеризации развивается с некоторой постоянной скоростью лишь на относительно ранних стадиях, затем наблюдается уменьшение его скорости и, наконец, процесс практически прекращается еще до израсходования компонентов реакции. Остановка процесса, по-видимому, может быть объяснена тем, что количество инициатора в ходе реакции постепенно уменьшается и, достигнув нулевого значения, вызывает прекращение реакции.

Учитывая то, что дипентен в присутствии инициаторов радикального типа в данных условиях отдельно не полимеризуется [7], можно полагать, что при совместной полимеризации его с акрилонитрилом сначала происходит иницирование молекул акрилонитрила, отличающихся большой активностью в этих процессах, с образованием активного сложного радикала (1):



который и реагирует с молекулой дипентена.



Результаты изучения растворимости синтезированных сополимеров в некоторых органических растворителях показали, что характер растворимости зависит от состава сополимеров. С ростом содержания акрилонитрила в сополимерах их растворимость в ацетоне, нитробензоле, пиридине и хлороформе уменьшается. Сополимеры, содержащие акрилонитрила более 86 мол. %, практически не растворимы в этих растворителях.

Изучалась также зависимость скорости сополимеризации от температуры процесса (60, 80 и 100°) при соотношении исходных компонентов $M_1 : M_2 = 50 : 50$ и содержании динитрила азонзоемальной кислоты 0,5% от веса мономеров. Полученные данные представлены на

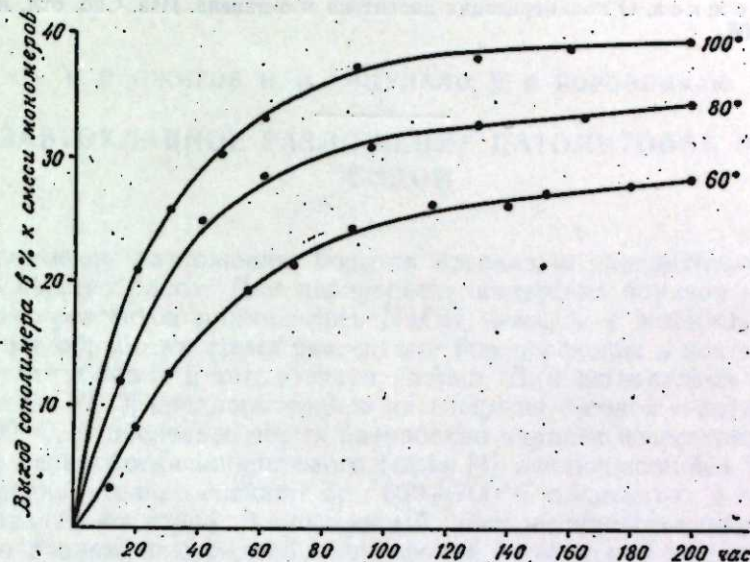


Рис. 2. Влияние температуры на сополимеризацию дипентена с акрилонитрилом (при их весовом соотношении 50 : 50).

рис. 2. Из рис. 2 видно, что скорость сополимеризации, как и следовало ожидать, увеличивается с повышением температуры.

Следует отметить, что состав сополимера при изменении температуры от 60 до 100° изменяется незначительно.

Выводы

1. Изучена совместная полимеризация дипентена с акрилонитрилом в блоке в присутствии динитрила азонзоемальной кислоты. Получены не описанные в литературе сополимеры дипентена с акрилонитрилом, охарактеризованы некоторые их свойства.

2. Определены относительные активности мономеров. Установлено, что в изученных условиях акрилонитрил обладает большей реакционной способностью по сравнению с дипентеном.

3. Показано, что скорость сополимеризации и состав сополимера зависят от соотношения компонентов в исходной смеси и температуры реакции.

Химико-металлургический институт
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
23/V 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Rummelsburg, Ам. пат. 2354775; 2347970. С. А., vol. 39, p. 221, 1945.
2. E. Ott, Ам. пат. 2348565. С. А., vol. 39, p. 648, 1945.
3. S. Burroughs, Ам. пат. 2567916. С. А., vol. 46, p. 1805, 1952; Ам. пат. 2568216. С. А., vol. 46, p. 776, 1952.

4. A. Rummelsburg, Ам. пат. 2383084. С. А., vol. 40, p. 1060, 1946.
5. A. Rummelsburg, Ам. пат. 2384000. С. А., vol. 40, p. 4560, 1946; Ам. пат. 2487898. С. А., vol. 44, p. 2279, 1950.
6. F. R. Mayo, F. M. Lewis, Copolymerization (I). A basis for comparing the behavior of monomers in copolymerization; the copolymerization of styrene and methylmethacrylate. J. Am. Chem. Soc., vol. 66, p. 1594, 1944.
7. А. М. Рожков, О полимеризации дипентена и α -пинена. Изв. Сиб. отд. АН СССР, № 7, 1958.

Е. П. ОЖИГОВ, Н. П. КОЦУПАЛО, Н. В. БОРОВИЦКАЯ

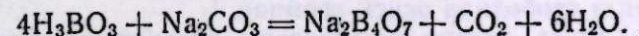
БЕЗАВТОКЛАВНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ДАТОЛИТОВОЙ РУДЫ СОДОЙ

Щелочному разложению боратов посвящено сравнительно небольшое количество работ. Для переработки индерских боратов в качестве щелочных реагентов применялись NaOH, Na₂CO₃ и NaHCO₃ [1—4]. В результате обработки этими реагентами бор переходит в раствор в виде солей — метабората и тетрабората натрия. Для ашаритовых руд было предложено [2, 3] предварительное их спекание с содой и щелочью при 700—800° С. В последнее время разработан вариант известково-содового способа переработки ашаритового сырья [4], заключающийся в том, что руду предварительно спекают при 600—700° С с известью, а спекшуюся массу разлагают содой. Значительный интерес представляют работы [5, 6] по разложению гидроборатитовой и ашаритовой руд растворами сернистого натрия. Пока все эти исследования носят лабораторный характер и не нашли промышленного применения.

Еще меньше работ посвящено щелочному разложению датолита (2CaO · В₂O₃ · 2SiO₂ · Н₂O) и датолитовой руды. Так, Е. М. Абрамова [7] в своей кандидатской диссертации приводит данные о разложении северокавказской датолитовой руды различными реагентами: Na₂CO₃ на 12%, NaHCO₃ от 2 до 3% и Na₂SO₄ на 70%. А. М. Поляк и Л. И. Девятковская [8] проводили опыты спекания тетюхинского датолита с содой и при 900° С добились выхода водорастворимого бора до 54,7%.

В отличие от индерских боратов датолит является боросиликатом, а потому труднее разлагается химическими реагентами. Тем не менее, изучению датолитового сырья уделяется все большее внимание в связи с истощением месторождений индерских боратов и большими запасами датолитового сырья в стране. Дальнейшее изучение щелочных методов разложения датолита представляет не только теоретическое, но и практическое значение, так как на основе этих методов можно разработать прямой способ получения буры из датолита.

В настоящее время бура в промышленных масштабах получается из борной кислоты путем нейтрализации ее углекислым натрием по уравнению:



Этот процесс длителен и сложен в технологическом отношении, и ему присущи все недостатки существующей схемы получения борной кислоты.

Получение буры непосредственно из борсодержащего сырья, минуя стадию получения борной кислоты, безусловно, представляет интерес, так как исключает ряд сложных технологических операций.

В настоящей статье излагаются результаты термической обработки датолита с добавкой и в отсутствие соды, в результате чего удалось добиться значительного перехода бора в водорастворимую форму.

Термическая обработка, согласно [8], должна приводить к значительному качественному изменению руды и тем самым сделать возможным более эффективное разложение ее химическими реагентами.

Теоретически датолит можно рассматривать как систему $\text{CaO} - \text{SiO}_2 - \text{B}_2\text{O}_3$, если пренебречь конституционной водой (5,6%), которая удаляется при нагревании.

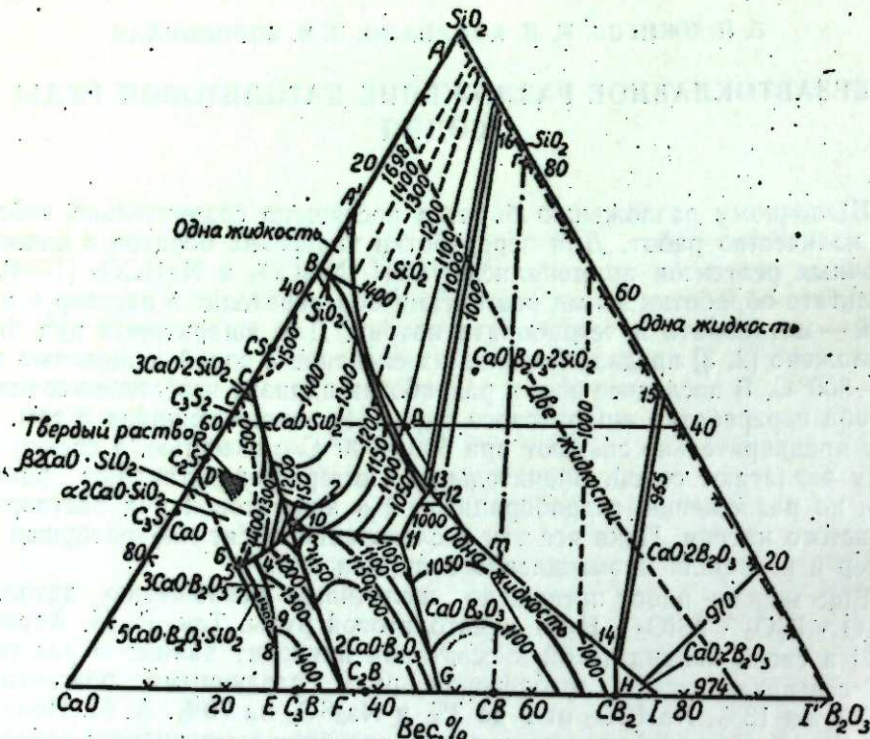
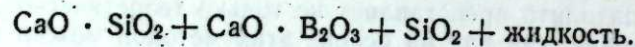


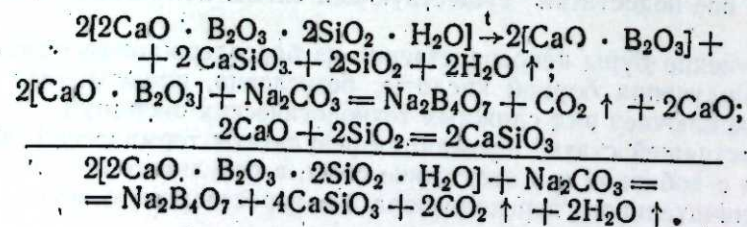
Рис. 1. Диаграмма состояния системы $\text{CaO} - \text{SiO}_2 - \text{B}_2\text{O}_3$.

По диаграмме состояния системы (рис. 1) из расплава, полученного при 1080—1100°, в точке Д при застывании кристаллизуется сначала избыточная SiO_2 , а затем по пограничной кривой идет совместная кристаллизация (SiO_2 и $\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2$); в эвтектической точке 12 имеем следующий состав:

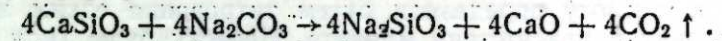


Температура эвтектики 977°С. Можно предполагать, что при прокаливании датолит при температуре 1050°С, близкой к плавлению, происходит изменение и перестройка структуры датолита в направлении состава; приведенного выше. Образуются монокальциевый силикат, диборат кальция и свободная окись кремния.

Исходя из этого, можно предполагать следующую схему структурной перестройки датолита и взаимодействия полученного продукта с содой:



Метасиликат кальция слабо растворим в воде, и выщелачивание буры водой затруднено. Поэтому приходится расходовать излишнюю соду для разрыхления спека и перевода кремнезема моносилката кальция в растворимую форму в виде Na_2SiO_3 по схеме:



Этот расчет несколько отличается от расчета работников УНИХИМа [8], которые потребное количество соды устанавливают на SiO_2 датолита ($\text{Na}_2\text{CO}_3 + \text{SiO}_2 = \text{Na}_2\text{SiO}_3 + \text{CO}_2$). Возможно, что недостаточное количество соды в их опытах по спеканию датолита и сравнительно невысокая температура привели к низкому переходу B_2O_3 в водорастворимую форму.

На основе приведенного расчета нами подсчитывалось стехиометрическое соотношение реагентов, а экспериментальные данные подтвердили его правильность.

В работе были использованы также некоторые теоретические положения, например, о сокращении продолжительности спекания, развиваемые в работах Ю. И. Усатенко и др. [9, 10].

Экспериментальная часть

В минерале датолите химического состава $2\text{CaO} \cdot \text{B}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ содержится 21,9% B_2O_3 . В датолитовой руде на месторождении среднее содержание B_2O_3 — 9—10%. Датолитовая руда содержит примеси кальцита, кварца, граната, геденбергита. В зависимости от количества этих примесей различаются четыре основные разновидности датолитовых пород: датолит кварц-карбонатный, датолит геденбергитовый, датолит гранатовый и датолит геденбергит-гранатовый.

Нами изучалась проба кварц-карбонатной датолитовой руды, содержащей 13,25% B_2O_3 . Из этой же пробы ручным путем отбирался минерал. Выбор кварц-карбонатной пробы был обусловлен тем, что эта разновидность руды преобладает на месторождении.

Химический состав минерала и руды (в %) показан в табл. 1.

Таблица 1

Наименование пробы	B_2O_3	SiO_2	CaO	Fe_2O_3	Al_2O_3	MgO	п.п.п.	Сумма
Минерал датолит:								
вычислено по теории	21,9	37,5	35,0	0	0	0	5,6	100
определено	21,4	37,75	35,1	0,71	0,16	0,42	4,77	100,31
Руда	13,25	40,36	33,0	$\text{R}_2\text{O}_3=2,11$		0,27	10,5	99,49

В экспериментальной части работы выяснялись условия разложения руды в зависимости от температуры предварительного прокаливании, дисперсности, времени прокаливании, дозировки соды при совместном прокаливании ее с рудой и т. д.

Все опыты по термической обработке датолита и его спеканию с содой проводили в лабораторной муфельной печи с нагревом 1100°С. Температуру регулировали с помощью печного терморегулятора. Замеряли ее платино-платинородневой термпарой, подключенной к гальванометру, с точностью измерения $\pm 10^\circ\text{C}$. Термическую обработку датолита и

его спекание с содой производили в фарфоровых (до 1050°С) и графитовых (свыше 1050°С) тиглях.

Нерастворимые остатки и фильтраты анализировали на содержание V_2O_5 [4].

Борную кислоту определяли путем титрования едким натром по фенолфталеину в присутствии маннита. Навеску руды (или нерастворимого остатка) кипятили в течение 40 минут в 10% соляной кислоте, раствор нейтрализовали углекислым кальцием и кипятили в течение 20 минут. Охлажденный и профильтрованный раствор подкисляли 0,1 н. соляной кислотой по метилоранжу и снова кипятили в течение 20 минут для удаления углекислоты. После охлаждения и нейтрализации едким натром по метилоранжу раствор титровали 0,1 н. едким натром по фенолфталеину в присутствии маннита до розовой окраски, не исчезающей при повторном прибавлении маннита.

Анализ жидких фаз на содержание V_2O_5 проводили аналогично. Из мерной колбы отбирали определенный объем раствора, кипятили для удаления CO_2 и далее поступали, как описано выше.

Степень извлечения V_2O_5 в раствор (K) определялась в процентах от общего содержания ее в пробе.

Теоретические соображения о необходимости прокаливания датолитовой руды были проверены экспериментально. Для этого датолит дисперсностью +1 мм и 0,5—0,25 мм прокаливали до определенной температуры (содержание V_2O_5 при этом повышалось против исходного 13,25%) и из него определенным количеством соды выщелачивали V_2O_5 .

При этом на 100 весовых частей датолитовой руды брали 60 весовых частей соды. Полученные данные представлены в табл. 2.

Таблица 2
Зависимость извлечения V_2O_5 из датолитовой руды от температуры прокаливания (при весовом соотношении руды и соды 100 : 60)

№ опыта	Дисперсность руды, мм	t прокаливания	Содержание V_2O_5 , %	Извлечение V_2O_5 , %	K, %
1	+1	850	14,1	1,4	10,0
2	+1	900	14,1	1,9	13,5
3	+1	950	14,1	2,8	20,0
4	+1	1000	14,3	4,5	31,4
5	+1	1050	14,4	7,96	55,3
6	+1	1080	14,9	7,8	52,3
7	0,5—0,25	1000	14,6	10,8	74,4
8	0,5—0,25	1020	14,4	11,1	77,0
9	0,5—0,25	1050	11,5	12,2	84,1

Как видно из табл. 2, оптимальной температурой прокаливания датолитовой руды является 1050°, особенно для мелкодисперсной фракции, для которой выход растворимых соединений бора составляет 84,1%. В среднем в этих условиях достигается разложение от 80 до 86%.

На основании ранее проведенных работ [8—10] можно было предполагать, что при повышении температуры прокаливания кристаллическая решетка датолита расшатывается, энергия активации падает, число активных молекул растет и при определенной, оптимальной температуре прокаливания достигает максимума, при котором возможно более легкое разрушение ее щелочным реагентом. Опыт подтвердил это предположение.

Немаловажное значение имеет время прокаливания.

В табл. 3 показано, что для пробы датолитовой руды дисперсностью 0,25—0,5 мм время прокаливания лучше всего ограничить одним часом. При увеличении времени прокаливания выход растворимых соединений бора падает.

Таблица 3

Зависимость извлечения V_2O_5 из датолитовой руды от времени прокаливания (при 1050°)

Время прокаливания, час.	Содержание V_2O_5 , %	Извлечение V_2O_5 , %	K, %
1	14,3	12,3	86,0
2	14,8	12,0	81,2
3	14,5	11,6	80,0
4	14,6	11,4	78,0

Таблица 4

Зависимость извлечения V_2O_5 из датолитовой руды от ее измельчения (весовое соотношение руды и соды 100 : 60, Na_2CO_3 от стехиометр. к-ва 74%, концентрация соды 1,2%)

Дисперсность, мм	Содержание V_2O_5 , %	Извлечение V_2O_5 , %	K, %
-0,25	14,5	11,07	76,3
+0,25	14,8	11,80	80,0
+0,5	14,1	10,17	72,1
+1,0	12,1	8,47	70,0

Примечание: Приведенные выходы V_2O_5 — средние из трех опытов.

Степень измельчения пробы играет большую роль в процессах термической обработки и последующем выщелачивании. При более крупном измельчении реакционная поверхность может быть недостаточной; при очень тонком измельчении возможно быстрое протекание процессов и переход реагирующих веществ в устойчивую форму. Как видно из табл. 4, более крупное измельчение значительно снижает выход растворимых соединений бора в раствор. Лучше всего брать пробу дисперсностью +0,25—0,50 мм. Дальнейшее увеличение тонины помола частиц при том же времени прокаливания несколько снижает выход V_2O_5 в раствор.

Для выяснения оптимальных условий разложения прокаленной датолита изучалось влияние на процесс количества соды, отношения Т : Ж (твердой фазы к жидкой) и продолжительности процесса выщелачивания.

В табл. 5 показана зависимость степени разложения прокаленной

Таблица 5

Влияние количества соды на степень разложения датолита (температура прокаливания 1050°С, время выщелачивания 1 час)

Весовое соотношение		% Na_2CO_3 от стехиометр. к-ва	Концентрация Na_2CO_3 , %	Содержание V_2O_5 в пробе, %	Извлечение V_2O_5 , %	K, %
руда	сода					
Отношение Т : Ж = 1 : 50						
100	26	33	0,53	14,5	8,97	61,1
100	60	74	1,2	14,6	12,05	82,5
100	106	130	2,1	14,6	12,86	88,1
100	265	330	5,3	14,6	13,98	95,8
Отношение Т : Ж = 1 : 25						
100	265	330	10,6	14,3	13,30	93,0
100	132	163	5,3	14,5	12,80	88,3

Примечание: Приведенные выходы V_2O_5 — средние из четырех определений.

датолитовой руды от количества соды. Из данных табл. 5 видно, что при норме соды 130% от стехиометрического количества коэффициент разложения датолита составляет ~ 90%. Дальнейшее увеличение количества соды нежелательно, так как повышенные расходы соды в 2,5 раза против стехиометрической нормы увеличивает выход V_2O_3 в раствор всего на 7%.

Того же увеличения выхода растворимых соединений бора мы можем добиться, увеличивая время выщелачивания до 2 часов (табл. 6).

Таблица 6

Зависимость выхода растворимых соединений бора от времени выщелачивания

Характеристика процесса	Весовые соотношения		t прокаливания, °C	Время прокаливания, мин.	% Na_2CO_3 от стехиометр. к-ва	Копп. соды, %	K (%) при времени выщелачивания, часы		
	руда	сода					K (%) при времени выщелачивания, часы		
							1	2	3
Руда прокаливалась отдельно	100	100	1050	60	123	2,0	91,6	95,1	98,7
Прокаливание руды проводилось совместно с содой	100	100	850	5	123	—	91,8	94,5	98,5

Из данных табл. 6 видно, что при прокаливании датолитовой руды в спеке после выщелачивания остается некоторое количество V_2O_3 . Полнота разложения не достигается, по-видимому, вследствие образования труднорастворимых боратов кальция.

Совместное спекание датолитовой руды с содой позволяет проводить этот процесс при более низкой температуре и за более короткое время. Поэтому можно предположить, что введение в шихту щелочного реагента должно привести к образованию более рыхлой структуры спека при более низкой температуре прокаливании.

В табл. 7 приведены данные, показывающие зависимость выхода V_2O_3 при совместном прокаливании руды и соды от времени прокаливании и температуры.

Таблица 7

Зависимость выхода растворимых соединений бора от времени выщелачивания и времени прокаливании

Весовые соотношения		% Na_2CO_3 от стехиометр. к-ва	t прокаливания, °C	K (%) при времени прокаливании, мин.			
руда	сода			5	15	30	60
100	60	73	980	72,5	68,2	66,5	—
100	60	73	900	66,0	76,7	80,0	79,2
100	60	73	850	61,2	76,5	82,0	75,7
100	60	73	800	61,7	78,5	85,0	74,5
100	100	123	800	—	—	74,0	—
100	100	123	850	60,6	88,6	90,0	83,3
100	120	150	800	91,8	88,0	86,1	—
100	120	150	800	75,4	86,4	95,4	—

Из данных табл. 7 видно, что при совместном прокаливании руды с содой температуру прокаливании можно снизить с 1050 до 800°С, а время прокаливании — с 60 до 30 и даже до 15 минут.

Последующая серия опытов была поставлена с целью уточнить условия спекания руды с содой за время 30 минут и выщелачивания полученных спеков. Полученные данные представлены в табл. 8.

Таблица 8

Зависимость извлечения V_2O_3 при совместном прокаливании руды и соды от температуры прокаливании и содержания соды при времени прокаливании 30 минут

Весовые соотношения		% Na_2CO_3 от стехиометр. к-ва	t прокаливания, °C	Содержание V_2O_3 , %		
руда	сода			в смеси	в растворе после кипячения спека 1 час.	K, %
100	60	73	980	10,4	6,9	66,5
100	60	73	900	10,0	8,2	82,0
100	60	73	850	9,6	7,1	74,0
100	60	73	800	9,6	7,1	74,0
100	100	123	800	7,1	6,6	93,0
100	100	123	800	7,1	6,4	90,0
100	100	123	800	7,1	6,4	90,0
Среднее:						91,0
100	100	123	850	7,2	6,2	86,1
100	120	150	800	6,5	6,2	95,4

Из данных табл. 8 видно, что при увеличении расхода соды до 150% от стехиометрического количества выход растворимых соединений бора достигает 95,4%. При увеличении времени выщелачивания до 2—3 часов наблюдается повышение выхода растворимых соединений бора до 96—98%.

Обсуждение результатов

Термическая обработка и спекание датолитовой руды с содой при 800° относятся к типичным твердофазовым процессам.

Прокаливание датолитовой руды до 1050° позволяет разрушить исходную кристаллическую решетку минерала датолита и путем последующего остывания «заморозить» ее в особо «рыхлом» реакционноспособном состоянии, благодаря чему при последующем выщелачивании раствором соды удается перевести максимальное количество V_2O_3 в растворимую форму.

После плавления датолита и его остывания получается более устойчивая форма вещества, приближающаяся по составу и строению к стеклу. В этом случае выход растворимого V_2O_3 уменьшается.

При нагревании смеси датолитовой руды с содой скорость химического взаимодействия между порошкообразными веществами возрастает до такого значения, при котором наступает обмен местами кристаллической решетки. Если при нагревании один из реагентов (например, сода при 850°С) превращается в жидкость, то скорость реакции увеличивается во много раз. Однако и при более низких температурах в присутствии соды происходят глубокие изменения кристаллической решетки датолита.

Одним из авторов этой статьи было показано [11], что сода при спекании с гранитом, леском при 800° полностью их разлагает. По-видимому, наряду с состоянием поверхности и «рыхлостью» кристаллической решетки третьим действующим здесь фактором является диффузия ионов более легкоплавкого компонента.

Проникновение чужеродного иона натрия в кристаллическую решетку второго вещества вызывает ее деформацию и тем самым создает благоприятные условия для химической реакции. Поэтому в присутствии соды удается снизить температуру обработки датолитовой руды с 1050 до 800° С. Следовательно, на разрушение кристаллической решетки датолита влияет ряд факторов: состояние реакционной поверхности, температура, необходимая для разрушения решетки, и диффузия ионов натрия. Таким образом, путем подбора необходимых термодинамических и кинетических условий спекания датолитовой руды с содой становится возможным получение буры.

После выщелачивания спека предполагается освобождение кристаллизацией от избытка соды, а затем путем карбонизации раствора — разделение буры и бикарбоната натрия.

Выводы

1. На основании анализа диаграммы состояния системы $\text{CaO} - \text{B}_2\text{O}_3 - \text{SiO}_2$ и экспериментальных исследований датолитовой руды, содержащей 13,25% B_2O_3 , найдены оптимальные условия ее термической обработки: температура прокаливании 1050° С, время прокаливании 1 час и измельчение пробы + 0,25 — 0,5 мм.

2. Для разложения прокаленной датолитовой руды норма расхода соды составляет 130% от стехиометрического количества, вычисленного по реакции. Степень разложения датолитовой руды достигает 88,1% при времени извлечения 1 час.

3. При совместном прокаливании датолитовой руды с содой удается добиться снижения температуры спекания до 800°, времени прокаливании до 30 минут и перехода до 91% B_2O_3 в растворимую форму при времени выщелачивания 1 час; при увеличении времени выщелачивания до 2 часов выход достигает 95%.

Дальневосточный филиал
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22/VIII 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Грушвицкий, Работы Всесоюзного института галургии по разрешению проблемы бора в СССР. Сб. Большая Эмба, т. 1, Изд. АН СССР, М., 1937.
2. Г. А. Беркович, В. Г. Грибановский, Авт. свид. № 52591, от 8/VIII 1936.
3. В. Г. Грибановский, Э. К. Бейдинг, Г. А. Беркович, Авт. свид. № 52592 от 28/II 1938.
4. Л. Е. Берлин, Производство борной кислоты, буры и борных удобрений. Госхимиздат, М.—Л., 1950.
5. А. Б. Бектуров, В. И. Антонова, Разложение гидроборачита и гидроборачитовой руды растворами сернистого натрия. Тр. Ин-та химии АН Каз. ССР, Алма-Ата, 1957.
6. В. И. Антонова, А. Б. Бектуров, Разложение ашарита и ашаритовой руды растворами сернистого натрия. Тр. Ин-та химии АН Каз. ССР, Алма-Ата, 1957.
7. Е. М. Абрамова, Изучение условий получения борной кислоты из датолитового сырья. Дисс., Научный ин-т по удобрениям и инсектофунгицидам им. проф. Я. В. Самойлова, М., 1955.
8. А. М. Поляк, Л. И. Девятковская, Получение борных удобрений из различных видов боратового сырья. Тр. Уральского научно-исслед. хим. ин-та, вып. IV, 1957.
9. Ю. И. Усатенко, М. И. Винник, Е. А. Климович, Изучение твердофазных реакций с целью вскрытия нерастворимых в кислотах материалов. Тр. Днепропетровского хим.-технолог. ин-та, вып. IV, Изд. технич. литературы УССР, Киев, 1955.

10. Ю. И. Усатенко, К. Ф. Ермолова, Н. П. Федаш, О некоторых закономерностях протекания твердофазных реакций. Тр. Днепропетровского хим.-технолог. ин-та, вып. V, Изд. технич. литературы УССР, Киев, 1956.
11. Е. П. Ожигов, Разложение и анализ силикатов без применения платиновой посуды. Зав. лаборатория, № 8, 1953.
12. Д. С. Белянкин, В. А. Лапин, И. В. Торопов, Физико-химические системы силикатной технологии. Промстройиздат, М., 1954.

Л. К. ЯКОВЛЕВ, И. С. ЛИЛЕЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ХИМИЗМА ПРОЦЕССОВ,
ПРОТЕКАЮЩИХ В СИСТЕМЕ $\text{Na}_2\text{O} - \text{Al}_2\text{O}_3 - \text{SiO}_2$
ПРИ ТЕМПЕРАТУРАХ СПЕКАНИЯ

Сообщение 1

Взаимодействие кванита с содой

Силикат алюминия $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2$ является единственным бинарным соединением в системе $\text{Na}_2\text{O} - \text{Al}_2\text{O}_3 - \text{SiO}_2$, химизм взаимодействия которого с содой, судя по литературным данным, изучается впервые. Соединению этого состава в природе соответствуют три минерала: кванит, андалузит и силлиманит. Из них лишь кванит является собственно силикатом алюминия, т. е. в нем ион Al^{3+} имеет координационное число 6 и проявляет свои основные свойства. Оба других минерала следует, по-видимому, считать алюмосиликатами алюминия. Особенно это справедливо для силлиманита, в котором половина ионов Al^{3+} находится в шестерной координации, а другая половина изоморфно замещает Si^{4+} в кремнекислородных тетраэдрах и имеет, следовательно, координационное число 4.

Структура кванита довольно подробно описана Н. В. Беловым [1]. Ионы кислорода образуют плотнейшую кубическую упаковку, в октаэдрических пустотах которой размещаются ионы Al^{3+} , а в тетраэдрических — ионы Si^{4+} . Этот последний образует характерные для ортосиликатов группы $[\text{SiO}_4]^{4-}$, т. е. соседние ионы Si^{4+} не имеют общих ионов кислорода, а связаны друг с другом через посредство ионов Al^{3+} . При этом один ион кислорода остается вне кремнекислородного тетраэдра и принадлежит только Al^{3+} . С учетом структуры формула кванита записывается в виде $\text{Al}_2[\text{SiO}_4]\text{O}$, и он относится к группе оксисиликатов [2].

В Советском Союзе разведаны огромные запасы кванита. Высокое содержание в нем окиси алюминия (62%) делает этот минерал весьма ценным глиноземным сырьем, одним из способов переработки которого может быть спекание с содой и известняком. В связи с этим изучение химизма взаимодействия кванита с содой имеет не только теоретический интерес, но также и практическое значение.

Несмотря на ряд попыток синтезировать силикат алюминия, до сих пор удалось получить лишь силлиманит [3]. Кванит, как и андалузит, искусственным путем не получен. Поэтому в качестве объекта исследования нами был взят кванитовый концентрат Кейвского месторождения. Концентрат дополнительно очищали от кварца, слюды, углистых включений и железосодержащих минералов. Кварц и другие легкие примеси удалось отделить путем обогащения в жидкости Туле. Для удаления железистых минералов концентрат кипятили с крепкой соляной кислотой и затем промывали водой до отрицательной реакции по хлор-иону. Кванит по отношению к кислотам (в частности, соляной) весьма устойчив и никаким изменениям под их воздействием не подвергается. Углистые включения выгорают без остатка при обжиге концентрата при

температуре около 800° в течение 1 часа. Очищенный концентрат имел следующий химический состав (в %): $\text{SiO}_2 - 36,6$; $\text{Al}_2\text{O}_3 - 62,5$; $\text{Fe}_2\text{O}_3 - 0,14$; $\text{TiO}_2 - 0,73$; $\text{Na}_2\text{O} - 0,09$. Отношение $\text{SiO}_2 : \text{Al}_2\text{O}_3 = 1 : 1,05$.

Соду использовали реактивную безводную, марки ХЧ. Степень измельчения исходных веществ — 250 меш. (размер стороны отверстия сита — 50 микрон).

Химизм взаимодействия кванита с содой изучался с помощью комплексного дифференциального термического, микроскопического, рационального химического и рентгенофазового методов анализа.

Комплексный дифференциальный термический анализ проводился на приборе, аналогичном прибору Келера—Кузнецова [4], с некоторыми конструктивными изменениями, описанными нами ранее [5]. Методика термографирования заключалась в следующем. Из исследуемых смесей кванита с содой прессовались 3 брикета под давлением в 2000 кг/см^2 . Два из них высотой 15 мм и диаметром 10 мм служили для получения термо- и дилатограмм, а третий, предназначенный для определения потерь веса, готовился таких размеров, чтобы содержание летучих в нем не превышало 0,150 г, а общий вес — 2 г, что связано с конструктивными особенностями весов [5]. Все брикеты до и после опыта взвешивались на аналитических весах, а их размеры контролировались микрометром. Режим термографирования: скорость нагрева $13^\circ/\text{мин.}$, охлаждение регулируемое (естественное остывание печи после выключения тока), максимальная температура 1100° .

Рентгенофазовый анализ выполнялся на рентгеновской ионизационной установке (Институт химии силикатов АН СССР).

Методика рационального химического анализа была разработана И. С. Лилеевым [6] и уточнена М. К. Мошкиной [7]: анализируемый спек (0,5–1 г) последовательно обрабатывается вначале водой, а затем 5% серной кислотой при $65-70^\circ$ в течение 30 минут. При обработке водой имеется в виду растворить силикат натрия и алюминат натрия, в кислотную же вытяжку извлекаются алюмосиликаты натрия типа нефелина. Нерастворимый в кислоте остаток анализируется по обычным схемам силикатного анализа.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Для изучения химизма взаимодействия были приготовлены кванит-содовые смеси со следующими молярными соотношениями кванита и соды*:

- 1) $\text{K} : \text{C} = 1 : 0,5$; 2) $\text{K} : \text{C} = 1 : 1$; 3) $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$.

Кроме того, из продуктов обжига первых двух шихт готовились дополнительные смеси путем добавления полумоля соды (с целью облегчить расшифровку термических эффектов):

- 4) $(\text{K} : \text{C}) + \text{C} = (1 : 0,5) + 0,5$; 5) $(\text{K} : \text{C}) + \text{C} = (1 : 1) + 0,5$.

Всего, таким образом, изучено 5 смесей.

На рис. 1–5 представлены результаты термического анализа этих смесей.

Первые две термограммы (рис. 1 и 2) обнаруживают весьма близкое сходство. На кривых нагревания здесь имеется один эндотермический эффект при температуре $820-857^\circ$, которому соответствует потеря в весе и сильное увеличение размеров образца. Это указывает на то, что в данном интервале температур происходит взаимодействие между кванитом и содой, а не плавление соды (т. пл. = 853°). На кривой охлаждения проявляется небольшой по величине, но четкий экзотермический эффект, который не свойственен ни одному из исходных веществ и может, следовательно, принадлежать только продукту их взаимодей-

* В дальнейшем смесь кванит — сода с соответственным молярным отношением компонентов мы будем сокращенно обозначать $\text{K} : \text{C}$.

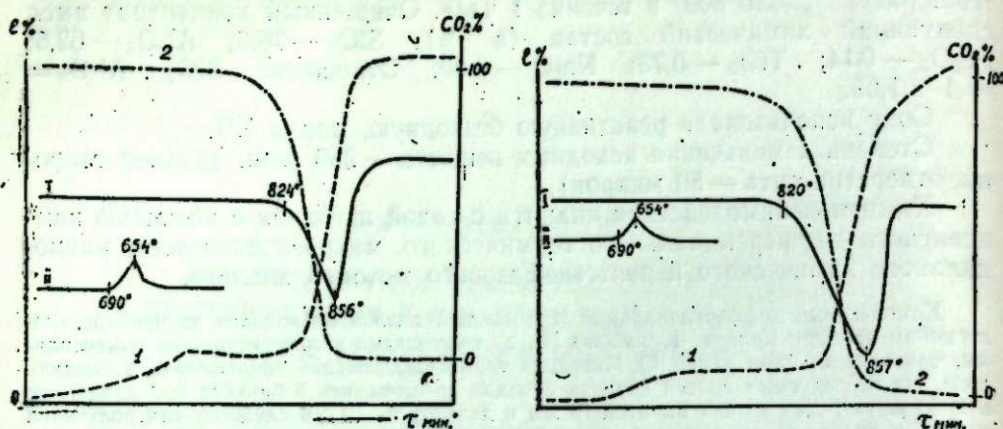


Рис. 1. Термограмма смеси К : С = 1 : 0,5.
I — нагревание, II — охлаждение, 1 — усадка-
расширение, 2 — потери веса.

Рис. 2. Термограмма смеси К : С = 1 : 1.
(Усл. обозначения те же, что на рис. 1).

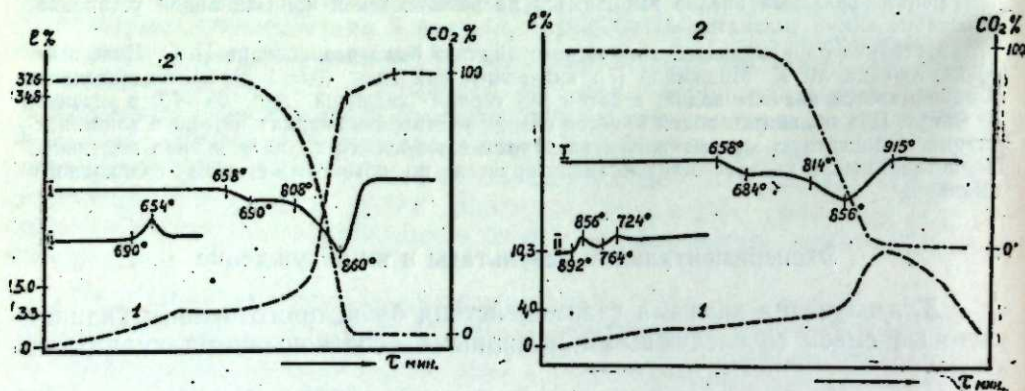


Рис. 3. Термограмма смеси
(К : С) + С = (1 : 0,5) + 0,5.
(Усл. обозначения те же, что на рис. 1).

Рис. 4. Термограмма смеси
(К : С) + С = (1 : 1) + 0,5.
(Усл. обозначения те же, что на рис. 1).

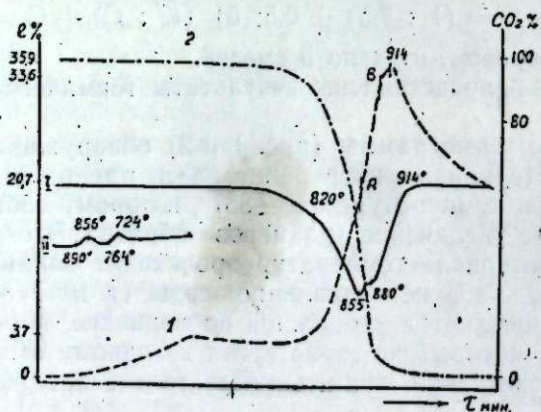


Рис. 5. Термограмма смеси К : С = 1 : 1,5.
(Усл. обозначения те же, что на рис. 1).

ствия. Эффект этот обратим, как видно из термограммы смеси № 4 (рис. 3).

Таблица 1
Результаты химического анализа кианит-содовых спеков

№ смеси	Единица измерения	Водная вытяжка			Кислотная вытяжка			Нерастворимый остаток	
		Na_2O	Al_2O_3	SiO_2	Na_2O	Al_2O_3	SiO_2	Al_2O_3	SiO_2
		%	%	%	%	%	%	%	%
1	г	0,0083	0,017	0,0055	0,1606	0,264	0,153	0,2490	0,1520
	%	5,17	3,2	1,8	95,0	50,0	49,3	47,0	49,0
	м. о.	1,46	1,8	1,0	0,97	1,0	1,0	0,96	1,0
2	г	0,0174	0,0140	0,0085	0,2612	0,4280	0,252	0,0110	0,0068
	%	6,3	3,1	3,2	94,5	94,1	94,3	2,4	2,5
	м. о.	2,0	0,98	1,0	1,00	1,00	1,0	0,95	1,0
4	г	0,005	0,005	0,0026	0,272	0,448	0,2635	0,0006	0,0027
	%	2,0	1,1	0,9	98,6	98,5	98,0	0,2	0,6
	м. о.	2,2	1,12	1,0	1,01	1,01	1,0	0,13	1,0
3	г	0,087	0,098	0,0147	0,2740	0,297	0,2125	не опр.	не опр.
	%	24,5	24,5	6,25	75,2	74,3	90,4		
	м. о.	5,7	3,9	1,0	1,25	0,82	1,0		
5	%	0,0796	0,0540	0,0160	0,2776	0,3380	0,2080	0,0024	0,0054
	м. о.	21,8	13,5	6,8	76,1	84,5	88,4	0,60	2,2
	г	4,8	2,0	1,0	1,29	0,95	1,0	0,26	1,0

В табл. 1 представлены результаты химического анализа кианит-содовых спеков. Из нее видно, что спекы, полученные в результате термографирования первой и второй смесей, содержат очень мало водорастворимых соединений, в кислотной же вытяжке молекулярное отношение компонентов $\text{Na}_2\text{O} : \text{Al}_2\text{O}_3 : \text{SiO}_2 = 1 : 1 : 1$, что соответствует соединению общего состава $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2$. В нерастворимом остатке первого спека мы находим до 50% окиси алюминия и столько же кремнезема, т. е. полмоля кианита в реакцию не вступило. Действительно, на термограмме смеси № 4 (рис. 3) видна та же картина взаимодействия кианита, что и для смесей № 1 и № 2 (рис. 1 и 2): эффект при 808—860° и соответствующий ему потеря в весе и сильное увеличение размеров образца. О том, что во взаимодействие вступил именно кианит, свидетельствует сохранение на кривой охлаждения экзотермического эффекта при 690—654°, соответствующего продукту взаимодействия кианита с содой. Это же подтверждает и химический анализ: спек № 4 растворяется в кислоте без остатка; отношение компонентов в кислотной вытяжке остается неизменным — 1 : 1 : 1.

Микроскопическое исследование спека № 1 показывает, что он состоит из частично прореагировавших кристаллов кианита и слабоанизотропных кристаллов новообразованного продукта с показателем преломления 1,537, что, по данным А. М. Винчелла ([8], стр. 141), соответствует нефелину. Сода не найдена.

Спек № 3 состоит в основном из кристаллов новообразования и единичных кристаллов кианита, свободная сода здесь также не обнаружена. Следует особо остановиться на природе соединения, образующегося при спекании кианита с содой.

По данным химического анализа, валовой состав кислотной вытяжки соответствует соединению $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2$. Алумосиликат такого состава в литературе не описан, хотя для калия он известен. Но вместе с тем известна большая склонность нефелина образовывать твердые растворы с различными веществами, в частности с алюминатом натрия; и тогда те же химические данные могут быть представлены в виде: $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot (\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3)$. Однако показатель преломления такого твердого раствора должен занимать промежуточное положение между показателями преломления нефелина (1,537) и алюмината натрия ($N_g = 1,580$ и $N_p = 1,566$), т. е. должен быть больше, чем 1,537, найденный для кристаллов новообразования. Такое несоответствие, а также наличие обратимого эффекта при $690-654^\circ$, несвойственного нефелину, как будто бы делает непреемлемым предположение о том, что новообразование является твердым раствором алюмината натрия в нефелине.

Из литературных данных ([9], стр. 160), однако, известно, что в указанной температурной области ($654-690^\circ$) происходит β - α -превращение карнегита — высокотемпературной формы нефелина. Возможность образования высокотемпературной формы ниже точки инверсии (1248°) не противоречит аналогичным фактам, известным для других соединений. Устойчивый ниже 654° β -карнегит, по данным Винчелла [8], имеет показатель преломления 1,514. Найденный нами для новообразования показатель преломления 1,537 занимает промежуточное положение между показателями преломления β -карнегита и алюмината натрия.

Таким образом, на основании термографических, микроскопических и химических методов анализа мы приходим к выводу, что взаимодействие кианита с содой при соотношении один моль кианита на один моль или меньшее число молей соды приводит к образованию твердого раствора алюмината натрия в карнегите.

Для подтверждения этого вывода были сняты ионизационные рентгенограммы* кианит-содовых спеков. Съемка производилась как при комнатной, так и при повышенных температурах (вплоть до 1000°). На рентгенограмме спека состава $\text{K} : \text{C} = 1 : 0,5$ (рис. 6, б) отчетливо видны линии кианита (ср. рис. 6, а) и линии новообразования. Интенсивность последних возрастает при увеличении содержания соды в спеке (рис. 6, в), тогда как линии кианита почти исчезают (3,31; 1,95; 1,37; 1,34).

Съемка спека $\text{K} : \text{C} = 1 : 1$ (рис. 6, г) при 800° дает несколько иную картину: спектр становится беднее, ряд линий исчезает совсем, интенсивность других, напротив, возрастает, например, линии 1,49. Такие изменения вполне закономерны, так как при температуре 800° должен существовать уже α -карнегит, тогда как при комнатной температуре устойчив β -карнегит. Рассчитанные по рентгенограмме (рис. 6, г) межплоскостные расстояния решетки новообразования дают очень хорошее совпадение с табличными данными α -карнегита [10] (табл. 2). Интенсивности линий, однако, заметно отличаются, что характерно для твердых растворов.

Таким образом, рентгенофазовый анализ подтверждает сделанный нами выше вывод о природе продуктов взаимодействия кианита с содой при соотношении один моль кианита на один моль или меньшее количество молей соды: образуется твердый раствор алюмината натрия в карнегите.

* Съемка производилась сотрудником Института химии силикатов АН СССР Ю. Г. Соколовым.

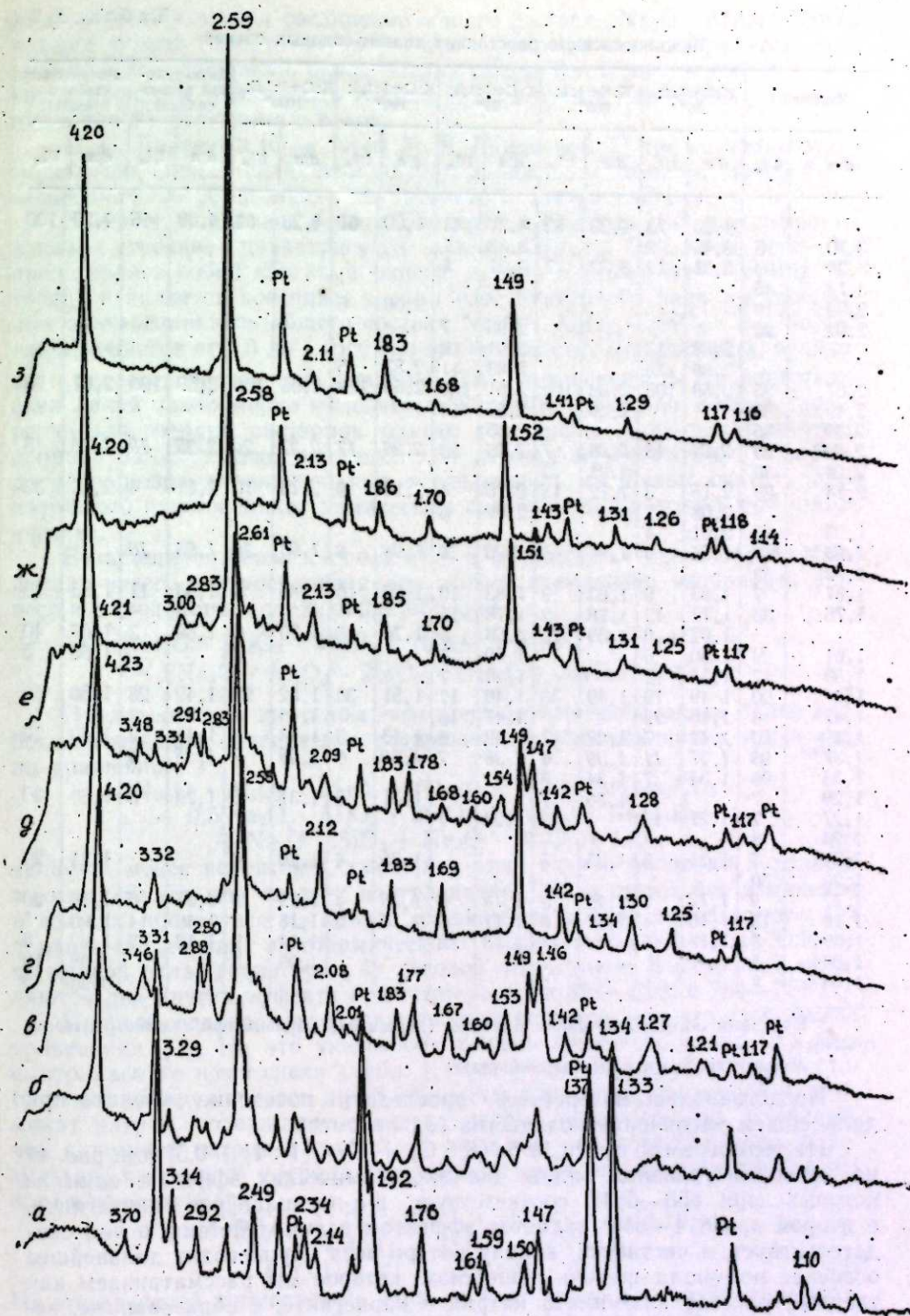


Рис. 6. Ионизационные рентгенограммы кианит-содовых спеков.

а — кианит; б — спек $\text{K} : \text{C} = 1 : 0,5$; в — спек $\text{K} : \text{C} = 1 : 1$, снятый при 20° ; г — спек $\text{K} : \text{C} = 1 : 1$ при 800° ; д — спек $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$ при 20° ; е — спек $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$ при 800° ; ж — спек $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$ при 1000° ; з — синтетический двунариевый алумосиликат, снятый при 20° .

Таблица 2

Межплоскостные расстояния квантит-содовых спеков

Квантит	K:C=1:1; 20°		K:C=1:1; 800°		K:C=1:1,5; 20°		K:C=1:1,5; 800°		K:C=1:1,5; 1000°		Двунарие- вый алюмо- силикат		α-карнегит (таблич- ный)		
	d/n	l/l ₀	d/n	l/l ₀	d/n	l/l ₀	d/n	l/l ₀	d/n	l/l ₀	d/n	l/l ₀	d/n	l/l ₀	
3,70	16	4,20	73	4,23	82	4,21	41	4,20	61	4,23	51	4,20	46	4,29	100
3,29	10	3,46	9	3,32	7	3,48	7								
3,14	35	3,31	12	3,31	6	3,31	6								
2,99	10							3,00	6						
2,92	20					2,93	7								
		2,88	13			2,91	10								
2,67	25	2,80	15			2,83	11	2,83	5						
2,49	35	2,58	100	2,62	100	2,61	100	2,58	100	2,65	100	2,59	100	2,61	90
2,34	35			2,50	5	2,57	50								
2,24*	23					2,35	6								
2,20	30	2,24	15	2,26	7	2,25	23	2,26	17	2,27	20	2,25	19	2,23	5
2,14	20			2,21	2										
		2,15	3	2,12	13	2,16	4	2,13	9	2,13	10	2,11	4	2,13	30
1,99	15	2,08	12			2,09	6								
1,95**	100	2,01	4												
1,92	53	1,95	8	1,96	5	2,03	10	1,96	6	1,96	10	1,95	10		
1,87	7	1,83	9	1,83	9	1,83	10	1,85	10	1,86	8	1,83	11	1,85	10
1,76	30	1,77	12	1,76	2	1,78	11								
		1,67	9	1,69	10	1,68	5	1,70	6	1,70	6	1,68	3	1,69	40
1,61	9	1,60	6			1,60	5							1,65	5
1,59	17	1,53	12			1,54	7								
1,50	20	1,49	19	1,49	33	1,49	17	1,51	30	1,52	27	1,49	28	1,50	60
1,47	13	1,46	22			1,47	15			1,46	4				
1,41	10	1,42	7	1,42	7	1,42	6	1,43	5	1,43	5	1,41	2	1,42	20
1,37**	93	1,37	11	1,39	6	1,38	7	1,39	6	1,39	7	1,38	3		
1,33	90	1,34	7	1,34	3										
1,29	7			1,30	7			1,31	6	1,31	6	1,29	5	1,30	30
1,27	7	1,27	12			1,28	7								
1,26	8														
1,24	7	1,21	5	1,25	5			1,25	4	1,26	4			1,24	20
1,20	30														
1,17	9	1,17	4	1,19	2	1,18	6	1,18	4	1,19	5	1,17	5	1,16	20
1,10	15	1,15	4	1,17	6	1,17	5	1,17	5	1,18	6	1,16	4	1,06	5
1,09	5	1,13	9			1,13	6			1,14	2	1,13	2	1,02	5
1,064	5									1,06	3			0,98	10
1,06	8													0,96	5

* Курсивом обозначены линии платины (держатель образца при съемке рентгенограммы).

** Линии квантита и платины совпадают.

Представлялось интересным проследить поведение квантита при дальнейшем увеличении количества соды в смеси.

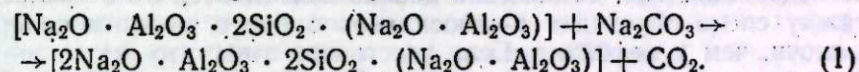
На термограмме смеси № 5 [(K : C) + C = (1 : 1) + 0,5] (см. рис. 4) на кривой нагревания видны два эндотермических эффекта, один из которых при 658—684° соответствует β-α-превращению карнегита, а второй при 814—856° является эффектом взаимодействия, о чем свидетельствует, в частности, кривая потери веса. Происходит дальнейшее освоение полумоля щелочи веществом, которое мы рассматриваем как твердый раствор алюмината натрия в карнегите, с образованием, вероятно, алюмосиликатов более основного характера, чем нефелин (сода практически реагирует нацело). Указания о существовании такого рода алюмосиликатов в литературе имеются [6, 7, 11, 12]. Так, Грунером [11] было установлено, что при спекании одного моля каолина с двумя мо-

лями соды образуется соединение общего состава 2Na₂O · Al₂O₃ · 2SiO₂, которое можно назвать двунариевым алюмосиликатом. При этом оказывается, что один моль окиси натрия связан в алюмосиликате недостаточно прочно и может быть нацело удален путем длительного (в течение 6 часов) кипячения с водой.

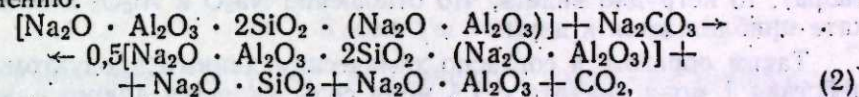
И. С. Лилеевым [6], а затем М. К. Мошкиной [7] при изучении взаимодействия между силикатом натрия и окисью алюминия также было зафиксировано образование двунариевого алюмосиликата.

В 1947 г. появилась работа Борхерта и Кейделя [13], расшифровывающая строение двунариевого алюмосиликата. Оказалось, что он представляет собой «богатый окисью натрия α-карнегит» (термин авторов) и является конечным членом изоструктурного ряда многоосновных алюмосиликатов общего состава Na₂O · Al₂O₃ · 2SiO₂ · n · Na₂O,* где n меняется от 0,5 до 1. Все они имеют решетку α-карнегита, величина a остается постоянной, равной 7,37Å, интенсивность же рентгеновских линий закономерно изменяется. Указанная картина весьма характерна для твердых растворов, однако для однозначного решения этого вопроса одних только рентгеновских данных недостаточно, и впредь до завершения дополнительных исследований мы будем считать двунариевый алюмосиликат химическим соединением со структурой α-карнегита.

Возвращаясь вновь к смеси № 5 и предполагая здесь образование двунариевого алюмосиликата, мы можем схематично изобразить процесс взаимодействия следующим образом:

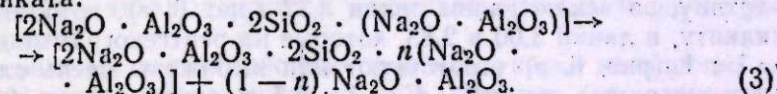


Предположение же о том, что здесь могут происходить более глубокие изменения, связанные с расщеплением алюмосиликата, например, по уравнению:



является менее вероятным, так как в этом случае половина исходного алюмосиликата, как следует из уравнения (2), остается без изменения и должна проявиться на кривой охлаждения в виде характерного для данного соединения экзотермического эффекта при 690—654°. Однако на кривой охлаждения (рис. 4) таковой отсутствует. Вместо него появляются два других эффекта при температурах 892—856° и 764—724°.

Процесс, однако, протекает несколько сложнее, чем это изображено уравнением (1). На это указывают данные химического анализа рассматриваемого нами спека (табл. 1, спек № 5). В водной вытяжке этого спека обнаруживается до 13,5% окиси алюминия, связанной в алюминат натрия, содержание силиката натрия незначительно. Очевидно, что алюминат натрия в свободном виде мог образоваться лишь в результате частичного распада твердого раствора его на базе двунариевого алюмосиликата:



На комплексной термограмме (рис. 4) этот процесс находит свое отражение на кривой усадки: образец почти не изменяет своих размеров до температуры 856° — момента завершения реакции по уравнению (1), а

* Более правильно: Na₄[Al₂Si₄O₁₆] · nNa₂O; n = 1—2.

затем начинает «расти» вплоть до 914° (распад твердого раствора), после чего происходит уменьшение его размеров до первоначальной величины (процесс спекания). Еще отчетливее этот эффект проявляется на термограмме смеси 1 моля кианита с 1,5 моля соды (смесь № 3). Здесь (см. рис. 5) даже наблюдается температурная остановка при 880—890°. Этому моменту соответствует более интенсивный рост образца (участок АВ на кривой усадки). Начиная с 914°, происходит уменьшение размеров брикета.

Мы склонны также думать, что сам распад твердого раствора алюмината натрия в двунариевом алюмосиликате происходит в результате полиморфного превращения последнего при температуре около 890°. Образующаяся при этом другая модификация этого соединения может иметь пониженную способность к растворению алюмината натрия, излишек которого и освобождается. Разрыхление решетки в результате распада твердого раствора приводит к увеличению размеров образца, что находит отражение на термограммах (см. рис. 4 и 5).

Оба экзотермических эффекта на кривых охлаждения этих термограмм являются обратимыми. Такая воспроизводимость весьма характерна для эффектов, отражающих энантиотропные полиморфные превращения кристаллических веществ. Интересно, что при повторном нагревании спеков размеры их больше не изменяются, так как процесс распада твердого раствора необратим.

Данные термического анализа подтверждаются и другими методами исследования. Так, химический анализ показывает, что в кислотную вытяжку спека переходит алюмосиликат с более высоким содержанием щелочи, чем у нефелина. Если учесть при этом, что некоторое количество окиси натрия в силу гидролиза $2\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2$ [6, 7, 11] попадает в водную вытяжку вместо кислотной, а часть окиси алюминия должна быть связана в алюминат натрия (составная часть твердого раствора), то нетрудно видеть, что отношение Na_2O к Al_2O_3 в алюмосиликате приближается к двум.

Таким образом, и согласно химическим данным продуктом взаимодействия 1 моля кианита с 1,5 моля соды является алюмосиликат натрия, содержащий щелочи в 2 раза больше, чем карнегит, и образующий с алюминатом натрия твердые растворы.

Микроскопические наблюдения показывают, что спекы $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$ или $(\text{K} : \text{C}) + \text{C} = (1 : 1) + 0,5$ состоят в основном из слабоанизотропных частиц и агрегатов, пронизанных большим количеством мелких сильно двупреломляющих кристаллов (показатель преломления их определить не удалось), которые являются, по-видимому, частицами алюмината натрия.

Рентгенографическое исследование спека $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$ дает весьма интересные данные. Как явствует из рис. 6, д, в, никакого отличия между рентгенограммами спеков $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$ и $\text{K} : \text{C} = 1 : 1$ нет, несмотря на существующую разницу в их составе. Точно так же рентгенограммы этих спеков, снятые при 800°, дают почти тождественную картину, за исключением линии 3,32 (рис. 6, г), которая принадлежит кианиту, и линий 3,00 и 2,83, которые на рентгенограмме спека $\text{K} : \text{C} = 1 : 1$ (рис. 6, з) отсутствуют или выражены очень слабо. Наконец, рентгенограмма спека $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$, полученная при 1000° (рис. 6, ж), по сравнению с рентгенограммой этого спека, снятой при 800° (рис. 6, е), не содержит только линии 3,00 и 2,83.

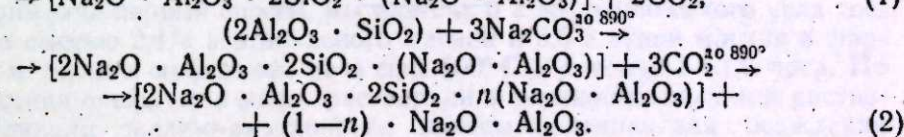
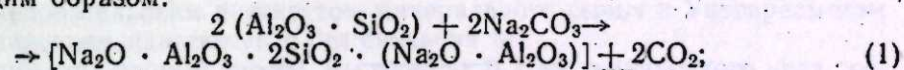
Сравнение высокотемпературных рентгенограмм кианит-содовых спеков состава $\text{K} : \text{C} = 1 : 1$ и $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$ с рентгенограммой специально синтезированного из каолина и соды двунариевого алюмоси-

ликата, с одной стороны, и с табличными данными α -карнегита, — с другой, обнаруживает большое сходство между ними; что хорошо согласуется с данными Борхерта и Кейделя [13]. Мы видели, что при взаимодействии кианита с содой при соотношении 1 моль кианита на 1 моль или меньшее количество молей соды образуется твердый раствор алюмината натрия в карнегите, причем этот твердый раствор, подобно карнегиту, испытывает полиморфное превращение в области температур 654—690°. Однако решетка карнегита оказывается, по-видимому, способной поглотить еще некоторое количество щелочи, что и наблюдается при спекании 1 моля кианита с 1,5 моля соды. При этом образуется твердый раствор алюмината натрия в двунариевом алюмосиликате. Твердый раствор этого вида сохраняет структуру карнегита, но полиморфное превращение его сдвигается в область более высоких температур — 724—764° (ср. рис. 2 и 5). Кроме того, он, по-видимому, способен испытывать еще одно полиморфное превращение при температурах 890—915°, о чем свидетельствует, например, термограмма синтетического продукта. Следует отметить, что на этой термограмме отсутствует эндотермический эффект при 724—764°, соответствующий β - α -превращению карнегита. Последнее обстоятельство хорошо согласуется с данными Борхерта и Кейделя [13], которые считают, что окись натрия стабилизирует структуру α -карнегита. По-видимому, алюминат натрия оказывает противоположное действие, чем и объясняется сохранение карнегитового эффекта (724—764°) в продуктах взаимодействия 1 моля кианита с 1,5 моля соды.

Факт наличия на термограммах шихт $(\text{K} : \text{C}) + \text{C} = (1 : 1) + 0,5$ и $\text{K} : \text{C} = 1 : 1,5$ экзотермического эффекта при 890—855° и отсутствия его на термограмме синтетического двунариевого алюмосиликата также, по-видимому, находится в связи с растворением в этом последнем алюмината натрия.

Выводы

1. Кианит легко вступает в реакцию с содой при температурах 800—850°.
2. Взаимодействие это сопровождается сильным увеличением объема образца.
3. Химизм взаимодействия может быть схематично выражен следующим образом:



Здесь $[\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot (\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3)]$ обозначает твердый раствор алюмината натрия в карнегите, а $[2\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot n(\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3)]$ — твердый раствор алюмината натрия в двунариевом алюмосиликате.

По уравнению (1) взаимодействие протекает, когда количество соды меньше или равно одному молю на моль кианита, а по уравнению (2) — если соды взято от 1 до 1,5 моля на моль кианита.

4. Оба твердых раствора имеют структуру β - α -карнегита с переходом в области температур 654—690° и 724—764°, соответственно. В этом отношении твердый раствор $[2\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot n(\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3)]$ отличается от лежащего в его основе двунариевого алюмоси-

ликата, который вплоть до комнатной температуры сохраняет структуру карнегита.

5. Полученные данные позволяют предположить наличие у двунатриевого алюмосиликата полиморфной модификации, устойчивой выше 890° и отличающейся пониженной способностью к растворению алюмината натрия, по сравнению с низкотемпературной модификацией.

Химико-металлургический институт
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2/II 1959

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. В. Белов, Очерки по структурной минералогии. Сообщ. VII, Минералогический сб., № 10, 1956.
2. Г. Б. Боккий, С. С. Бацанов, Оксисиликаты, их химическая природа и положение среди других силикатов. Зап. Всес. минералог. об-ва, сер. 2-я, ч. 85, № 2, 1956.
3. C.-H. Hörte, J. Wiegmann, Untersuchungen über die Reaktionen zwischen amorphem SiO_2 und Al_2O_3 . Naturwissenschaften, B. 43, № 1, 1956.
4. Э. К. Келер, А. К. Кузнецов, Комплексный термический анализ силикатов. ДАН СССР, т. 88, № 6, 1953.
5. Л. К. Яковлев, Некоторые изменения в конструкции комплексного прибора для дифференциального термического анализа. Бюлл. Новосиб. горкома КПСС и облсовпрофа «За технический прогресс», № 4—5, Новосибирск, 1957.
6. И. С. Лилеев, О роли кремнезема в процессе получения окиси алюминия. Дисс., ХМИ ЗСФАН СССР. Новосибирск, 1947.
7. М. К. Мошкина, О химизме взаимодействия между содой, кремнеземом и глиноземом при нагревании. Дисс., ХМИ ЗСФАН СССР, Новосибирск, 1952.
8. А. М. Винчелл, Оптика и микроскопия искусственных минералов. Госхимиздат, Л., 1933.
9. Д. С. Белякин, В. В. Лалин, Г. Н. Торопов, Физико-химические системы силикатной технологии. Промстройиздат, М., 1954.
10. T. F. W. Barth, E. Posnjak, Silicate structures of the cristobalite type: 1. The crystal structure of α -carnegieite (NaAlSiO_4). Z. Kristallogr., № 81, 1932.
11. E. Gruner, Untersuchungen der Alkali-Aluminium Silikaten. Z. anorg. Ch., B. 182, № 88, 1929.
12. Г. В. Куколев, Химия кремния и физическая химия силикатов. Промстройиздат, М., 1951.
13. W. Borchert, J. Keidel, Reaktionsfähigkeit der Silikate bei niedrigen Temperaturen, 2 Mitteilung — Strukturen Na_2O -reicher Carnegieite. Heidelberger Beiträge zur Mineralogie und Petrographie, B. 1, № 1—3, 1947.

Ф. А. БАРЫШНИКОВ, И. Л. РУЗИНОВА, В. Я. ФЕДОСОВА

К ВОПРОСУ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕРМАНИЯ В КАМЕННОМ УГЛЕ

Самым распространенным методом определения малых количеств германия является колориметрический с использованием фенол-флуорона. Колориметрическому определению германия в углях предшествует разложение навески угля и отделение германия от мешающих примесей. Вследствие этого определение состоит из ряда трудоемких и длительных операций.

В настоящей работе мы поставили целью проанализировать несколько методов выделения и определения германия и выявить наиболее быстрый и точный метод, необходимый для контроля процессов обогащения угля при исследовательских работах.

Ряд авторов: Алимарин ([1], стр. 375), Ключей ([2], стр. 523), Фредерик [3], стр. 1328), предполагают, что присутствующий в золе углей германий связан главным образом с силикатной частью, считают, что количественное извлечение его кислотами нельзя осуществить без сплавления с окислителями и, следовательно, невозможно непосредственное отделение германия от других элементов дистилляцией его из золы угля. Поэтому, хотя озоление угля и является простейшим методом его разложения, все же для предотвращения предполагаемых потерь германия указанные авторы проводили сплавление угля с окислительными плавнями.

Чтобы выяснить, какое влияние оказывает метод анализа на точность определения германия, мы проводили разложение угля двумя способами: 1) спеканием по методике, рекомендованной Всесоюзным научно-исследовательским институтом минерального сырья и Укргиредметом и 2) озолением навески угля без спекания [4].

Применяя первый способ, мы навеску 5 г воздушно-сухого угля спекали со смесью 2,4 г азотнокислого магния и 3,6 г окиси магния в фарфоровом тигле в муфельной печи при 500°C в течение 1—1,5 часа. По охлаждению спекшуюся массу растворяли в соляной кислоте и к раствору добавляли железо-аммонийные квасцы и аммиак для осаждения гидроокиси железа. Германий соосаждался с гидроокисью железа. Полученный осадок гидроокисей растворяли в 6 н. соляной кислоте, далее производили дистилляцию германия в виде тетраоксида и последующее колориметрирование с фенол-флуороном.

Известно, что осаждение определяемых следов металла в случаях, когда концентрация компонента очень мала, в присутствии микроколичеств других элементов, остающихся в растворе, очень затруднено. Поэтому для выявления полноты соосаждения германия с коллектором — гидроокисью железа — мы добавляли в фильтрат вторично железо-аммонийные квасцы и проводили вторичное осаждение гидроокиси железа и германия.

Было установлено, что после первого осаждения в фильтрате остается от 6 до 18% невыделенного германия.

В методике только с озолением навески угля отсутствует ряд операций, связанных с осаждением германия, вследствие этого указанные потери исключаются.

При использовании второго способа мы производили озоление навески угля при 550°C и из озоленного остатка извлекали германий соляной кислотой с одновременной перегонкой его, положив в основу определения германия метод, рекомендованный Альмондом, Кроу и Томпсоном [4].

Для отделения германия от мешающих элементов применяются два метода: экстрагирование с четыреххлористым углеродом из солянокислого 9 н. раствора и дистилляция из солянокислого 6 н. раствора. В результате проведенной работы мы считаем возможным не применять экстракцию, так как точность определения германия при этом не повышается, работа с четыреххлористым углеродом при массовых анализах неудобна, длительна и вредна.

Дистилляция германия из больших объемов раствора (25—50 мл) не желательна, так как при этом концентрация германия в 1 мл раствора уменьшается. Рекомендованное Всесоюзным институтом минерального сырья (Арефьева, Позднякова) повторное добавление соляной кислоты при перегонке также не является целесообразным при анализе угля по той же причине.

При навеске угля 0,5 г достаточно перенести зольный остаток («золу») пятнадцатью миллилитрами 6 н. соляной кислоты в колбу и провести дистилляцию германия в течение 15—20 минут, отогнав при этом 12 мл раствора. Проверка показала, что в этом случае отгоняется 98—99% германия, потери составляют 1—2%, что при содержании германия в угле 0,001% на результаты повлиять не может.

Анализ завершается определением германия общепринятым колориметрическим методом с фенил-флуороном.

Колориметрирование производили в 1 н. растворе соляной кислоты в присутствии желатини.

Для установления 1 н. солянокислого раствора перед колориметрированием в дистилляте определялась кислотность. Для этого к 1—2 мл дистиллята добавляли 5 мл воды, 1—2 капли раствора фенолфталеина и проводили титрование 6 н. раствором щелочи до появления розовой окраски. Установив кислотность, в мерную колбу на 25 мл отбирали 5 мл дистиллята и добавляли столько щелочи, чтобы содержание соляной кислоты в растворе соответствовало 1 н. Затем добавляли 1,5 мл желатини (1% раствор) и 1,5 мл фенил-флуорона (0,05% спиртовый раствор) и заполняли колбу до метки 1 н. соляной кислотой.

Оптическую плотность растворов измеряли на фотоэлектроколориметре.

Содержание германия вычисляли по калибровочной кривой, которую строили в день колориметрирования.

Сравнительные данные двух методов анализа приведены в табл. 1.

Данные табл. 1 показывают, что извлечение германия при методе озоления навески угля без спекания достаточно полное. Относительная ошибка анализа в методе только с озолением угля ниже, чем в методе со спеканием; это можно объяснить уменьшением потерь в результате сокращения числа операций.

Проверка метода со спеканием навески показала, что в различных полупродуктах анализа частично теряется германий (при спекании, в

Таблица 1
Сравнительные данные результатов анализа на германий (в %)

№ проб	Метод разложения угля спеканием	Метод разложения угля только озолением
1	0,0054	0,0068
2	0,0057	0,0060
3	0,0055	0,0064
4	0,0063	0,0060
5	0,0072	0,0068
6	0,0060	0,0060
7	0,0057	0,0066
8	0,0054	0,0064
Среднее значение	0,0059	0,0064
Относит. ошибка анализа	8,4%	6,2%

фильтрате после отделения гидроокисей и др.), что приводит к ошибке анализа, доходящей до 20%. Помимо этого, к недостаткам методики со спеканием следует отнести длительность процесса, сложность и трудоемкость.

Учитывая изложенные недостатки метода со спеканием, не дающие возможности быстро контролировать исследуемые процессы при обогащении угля и др., нами для определения германия был применен более быстрый метод — только с озолением угля. Одновременно было проведено сравнение его с методом, рекомендованным Уральским филиалом АН СССР, в котором определение германия в углях производится из навески 5 г (табл. 2).

Таблица 2
Сравнительные результаты определения германия (в %) по методам ЗСФАН СССР (навеска 0,5 г), УФАИ СССР (навеска 5 г) и спектральным анализом (в ГГИ ЗСФАН)

№ определения	Методика ЗСФАН		Методика УФАИ		Спектр. анализа содержание германия в зольном остатке
	содержание германия в угле	содержание германия в зольном остатке	содержание германия в угле	содержание германия в зольном остатке	
1	0,0008	0,02	0,0005	0,012	0,027
2	0,001	0,05	0,0007	0,031	0,041
3	0,001	0,045	0,00065	0,030	0,039
4	0,0011	0,032	0,0005	0,028	0,031
5	0,001	0,018	0,0003	0,004	0,013
6	0,0013	0,13	0,001	0,10	0,014

Большая чувствительность реакции фенил-флуорона с германием дает возможность открывать незначительные количества германия (от 0,001 до 0,0005% из навесок 0,5 г), поэтому мы считаем целесообразным применять навески угля в 0,5 г.

Как видно из данных табл. 2, по методике Уральского филиала АН СССР мы получили несколько заниженные результаты в сравнении с нашими и данными спектральных анализов.

Чтобы изучить влияние температуры на полноту извлечения германия из угля, навески его по 0,5 г мы озоляли без спекания при разных температурах и обрабатывали соляной кислотой с одновременной

дистилляцией германия по методу, уточненному лабораторией обогащения ИГД ЗСФАН. Результаты опытов приведены в табл. 3.

Таблица 3
Зависимость извлечения германия от температуры озоления навесок угля 0,5 г (продолжительность озоления 1 час)

№ определения	Зольный остаток, %	Температура озоления, °С	Содержание германия в навеске, %	Содержание германия в зольном остатке, %
1	94,3	300	0,0002	0,0002
2	38,2	400	0,0007	0,0019
3	2,66	500	0,001	0,037
4	2,52	550	0,001	0,040*
5	2,44	600	0,001	0,041
6	2,38	700	0,001	0,042
7	2,36	800	0,001	0,040
8	2,34	850	0,001	0,043

* По данным спектрального анализа — 0,037.

Как видно из данных табл. 3, уже при температурах озоления 300—400° и выше происходит, по-видимому, образование таких соединений германия, которые под действием соляной кислоты переходят в раствор. Характерно также то, что при температурах озоления навесок угля от 550 до 800° содержание германия в них одинаковое, то есть какого-либо улетучивания его в пределах указанных температур озоления угля не наблюдается. Небольшое повышение содержания германия в зольных остатках при температурах озоления угля выше 550° происходит за счет незначительного уменьшения количества зольных остатков с повышением температур озоления. Таким образом, по нашим данным, чтобы иметь зольные остатки с более высоким содержанием германия, нужно озоление угля проводить при температуре около 800°. Низший температурный предел озоления угля, при котором наблюдается наиболее полное выщелачивание германия соляной кислотой, — 550°. При температурах озоления ниже 500° извлечение германия в раствор соляной кислоты весьма низкое. Табл. 3 также показывает хорошее совпадение данных химического анализа с данными спектрального анализа при температуре озоления 550°.

Из табл. 3 следует особо важный вывод, что по содержанию германия в зольных остатках можно проводить промышленную оценку пачки угля, пласта или угольного месторождения, так как с увеличением содержания золы в углях среднее содержание германия в зольном остатке («в золе») будет уменьшаться. Но по содержанию германия в зольных остатках нельзя делать выводов о природе связи германия с угольными ингредиентами или минеральными компонентами угля, так как содержание (а следовательно, и количество) германия в навесках угля остается постоянным, равным 0,001%, и оно не зависит от содержания золы в навесках угля в пределах 2,66—2,34%. Эти наблюдения нами будут уточнены на большем числе анализов углей с различной зольностью в процессе исследовательских работ по обогащению.

На основании изложенного выше мы рекомендуем для определения германия в углях применять следующую методику (ход анализа).

Навеску 0,5 г воздушно-сухого угля помещают в фарфоровый тигель и озоляют в муфельной печи в течение 1 часа при 550° С, доводя температуру до 550° постепенно в течение 2—2,5 часа. Полученную золу (зольный остаток) взвешивают на аналитических весах, рассчиты-

вают зольность при 550° С в процентах и переносят содержимое тигля в круглодонную перегонную колбу емкостью 50 мл.

В эту колбу, снабженную игольчатым дефлегматором, приливают 15 мл 6 н. соляной кислоты, затем присоединяют ее к шариковому холодильнику и отгоняют германий в виде тетраоксида в мерный цилиндр, служащий приемником для дистиллята.

Отгоняют 12 мл объема и из него отбирают в мерную колбу на 25 мл для колориметрирования 5 мл, нейтрализуют щелочью до кислотности, равной 1 н. по соляной кислоте, добавляют 1,5 мл 1% раствора желатини и 1,5 мл 0,05% спиртового раствора фенол-флуорона и через 60 минут измеряют оптическую плотность раствора в кювете $l = 20$ мм при зеленом светофильтре на фотоэлектроколориметре.

Содержание германия находят по калибровочной кривой, которую строят в день колориметрирования.

О точности данных ускоренного метода можно судить по сравнению их с результатами спектрального анализа (табл. 4).

Таблица 4
Сравнительные данные химического и спектрального методов определения содержания германия в зольном остатке (в %)

№ определения	Серия первая		Серия вторая	
	метод химический	метод спектральный	метод химический	метод спектральный
1	0,048	0,054	0,016	0,011
2	0,024	0,027	0,014	0,018
3	0,016	0,019	0,027	0,021
4	0,011	0,019	0,028	0,027
5	0,061	0,076	0,005	0,003
6	0,0053	0,0055	0,005	0,006
7	0,004	0,005	0,005	0,005
8	0,057	0,057	0,004	0,005
9	0,022	0,028	0,015	0,014
10	0,066	0,07	0,009	0,013
11			0,006	0,005
12			не обнаруж.	0,007
13			0,004	Следы

Кроме колориметрического определения германия в углях, нами было проведено еще полярографическое.

Подготовка аналитической пробы к полярографированию осуществлялась так же, как и к колориметрическому определению. Часть дистиллята поступала на колориметрическое определение и часть на полярографирование.

Полярографирование германия проводилось на фоне 6 н. соляной кислоты после его восстановления до двухвалентного гипофосфитом кальция (в присутствии двух-трех капель CoCl_2) с последующим пропуском водорода.

Полярографирование производили в микроэлектролизере с выносным анодом [5] при чувствительности гальванометра, равной $1/2$ на полярографе СГМ-8.

Следует отметить, что колориметрическое определение германия с фенол-флуороном обладает большей чувствительностью и дает возможность определить 0,001 г германия в 1 мл раствора, что на полярографе СГМ-8 осуществить не удалось.

Выводы

Результаты исследований показали, что большая чувствительность реакции германия с фенил-флуороном позволяет применить малые навески угля — 0,5 г, и озоление их производить без спекания, что не снижает точности определения германия и удобно для контроля процесса обогащения в лабораторных условиях.

Метод озоления навески угля без спекания позволяет получить результаты анализа на 2—3-й день и по точности не уступает другим методам.

Расхождение между данными химического и спектрального анализов находится в пределах от 5 до 15% при определяемых количествах германия 0,01—0,005% в золе угля.

Описанным методом были проанализированы пробы углей Кузбасса. Мы считаем, что и для других углей он может быть успешно применен.

Институт горного дела
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
20/V 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. И. П. Алмари, Методы количественного химического определения германия в золах ископаемых углей и промышленных отходах. Тр. Всес. конф. по аналитич. химии, т. II, 1943.
2. H. S. Cleyley, The determination of germanium. II Absorptiometric determination With Phenylfluorone. Analyst, 76, 1951.
3. W. G. Frederick, G. A. White, H. E. Biber, Determination of germanium in coal, ash and flue dust. Analytical Chem., vol. 26, № 8, Washington, 1954.
4. A. Almond, H. E. Crowe, Ch. E. Thompson, Rapid determination of germanium in coal, soil rock. Geolog. Survey Bull. № 1036—13, 1955.
5. Методы химического анализа минерального сырья, вып. 2, Всес. ин-т минералогич. сырья, М., 1956.

Д. И. КУРБАТОВ

ПОЛЯРОГРАФИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ НИОБИЯ
В ПРИСУТСТВИИ ТИТАНА И ЖЕЛЕЗА
НА ФОНЕ ПИРОФОСФОРНОЙ КИСЛОТЫ

При аналитическом определении ниобия его обычно отделяют от многих сопутствующих элементов дифференциальным гидролизом или осаждением при помощи таннина [1]. Полученные в этом случае осадки всегда бывают загрязнены титаном и железом, что затрудняет дальнейшее определение ниобия весовыми или calorиметрическими методами. Это побудило исследователей искать новые методы, при которых не сказывалось бы влияние соосаждаемых элементов.

Полярографическому изучению ниобия посвящено много работ, но большинство из них относится к раздельному исследованию ниобия, влияние же сопутствующих ему элементов не изучалось. Только Е. И. Крыловым с сотрудниками [2, 3] проведено изучение ниобия в присутствии титана на фоне 70% серной кислоты. Однако впоследствии было показано [4], что определение ниобия в присутствии титана затруднено вследствие накладывающейся волны водорода.

Таким образом, исследователями не найден способ определения ниобия в присутствии титана и других соосаждающихся с ним элементов.

Нашими исследованиями [5] было показано, что использование фосфорных кислот (пиро и орто) позволяет получать хорошо выраженные полярографические волны титана и ниобия как отдельно, так и при совместном их присутствии. Высота волн титана и ниобия в таких условиях прямолинейно зависит от концентрации этих элементов в растворе. Прямолинейная зависимость наблюдалась до 50 ммол/л.

В настоящем сообщении приводятся данные исследования полярографического поведения ниобия, титана и железа при их совместном присутствии на фоне пирофосфорной кислоты.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Растворы титана и ниобия были приготовлены из окислов этих элементов путем сплавления их и последующего выщелачивания разбавленной серной кислотой. Из полученных сернокислых растворов титана и ниобия аммиаком выделялись гидроокиси, которые после отмывания были растворены в пирофосфорной кислоте. Измерения проводились на полярографе СГМ-8 завода «Геологоразведка». Электролиз велся с внутренним анодом. В качестве фона применялась пирофосфорная кислота (пл. 1,85). Ниже приводятся результаты исследования.

В табл. 1 представлены данные о полярографическом поведении ниобия в присутствии железа на фоне пирофосфорной кислоты.

Как видно из табл. 1, предельный ток ниобия пропорционален содержанию ниобия в растворе. Присутствие железа в количествах от 1,50 до 32,5 ммол/л при содержании ниобия от 7,7 до 5,2 ммол/л не ока-

Таблица 1

Полярографическое поведение ниобия в присутствии железа в пиррофосфорной кислоте
($P = m^{2/3} \tau^{1/6} = 0,94 \text{ мг } 2/3$)

№ опытов	Содержание в растворе				Id	
	Fe		Nb		C (ммоль/л)	
	ммоль/л	г/л	ммоль/л	г/л	Fe	Nb
1	—	—	7,7	0,715	—	13,2
2	1,50	0,085	7,57	0,705	—	14
3	5,1	0,285	7,3	0,68	—	14
4	9,82	0,48	7,03	0,655	17,0	14
5	11,5	0,67	6,78	0,632	18,5	14
6	14,5	0,81	6,58	0,612	17,0	14
7	17,2	0,95	6,37	0,592	—	14
8	19,7	1,10	6,18	0,574	—	16
9	22,2	1,24	6,0	0,557	—	16
10	24,2	1,37	5,82	0,541	—	16
11	25,7	1,48	5,76	0,525	—	16
12	28,4	1,60	5,5	0,511	—	14
13	30,4	1,70	5,36	0,497	—	14
14	32,5	1,80	5,22	0,484	—	11

зывает влияния на величину $\frac{Id}{C}$. На рис. 1 приведена полярограмма железа и ниобия при их совместном присутствии (кривая 1).

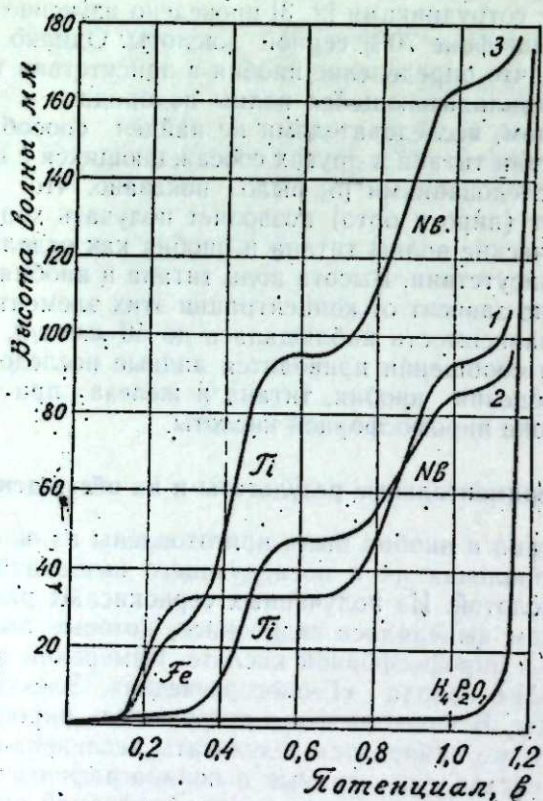


Рис. 1. Полярографические волны ниобия, титана и железа на фоне пиррофосфорной кислоты (температура 25°C; анод ртутный — внутренний; $S = 5 \text{ см}^2$, $m^{2/3} \tau^{1/6} = 0,94 \text{ мг } 2/3$. 1 — Fe (8,45 ммоль/л) + Nb (13,2 ммоль/л), 2 — Ti (8,8 ммоль/л) + Nb (8,8 ммоль/л), 3 — Fe (5,64 ммоль/л) + Ti (14,5 ммоль/л) + Nb (16,0 ммоль/л).

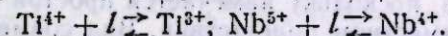
В табл. 2 помещены данные о полярографическом поведении ниобия в присутствии титана.

Таблица 2

Полярографическое поведение титана и ниобия при их совместном присутствии в пиррофосфорной кислоте
($P = m^{2/3} \tau^{1/6} = 0,94 \text{ мг } 2/3$)

№ опытов	Содержание в растворе				Id		Значение углового коэффициента		Потенциал полу-волны в вольтах $E_{1/2}$ (п. к. э.)	
	Fe		Nb		C (ммоль/л)		Ti	Nb	Ti	Nb
	ммоль/л	г/л	ммоль/л	г/л	Ti	Nb				
1	9,4	0,45	6,25	0,58	—	16	0,063	0,067	0,148	0,519
2	8,33	0,40	11,1	1,03	18,0	15	0,050	0,086	0,123	0,522
3	то же через сутки	то же через сутки	то же через сутки	то же через сутки	19,0	15	0,055	0,067	0,149	0,515
4	7,9	0,378	13,2	1,23	20,0	15	0,060	0,067	0,150	0,537
5	7,15	0,342	16,65	1,55	17,4	14	0,056	0,067	0,150	0,523
6	6,55	0,314	19,65	1,82	18	14	0,060	0,069	0,147	0,532
7	6,02	—	22,0	2,04	18	15	0,049	0,075	0,150	0,513
8	5,35	0,756	25,0	2,33	18	14	0,048	0,081	0,150	0,519
9	5,25	0,252	19,0	1,77	16,0	14	0,070	0,081	0,140	0,512
10	8,7	0,418	17,4	1,61	17	13	0,050	0,067	0,137	0,510
11	12,0	0,575	15,9	1,48	17	14	0,057	0,072	0,118	0,515
12	то же через двое суток	то же через двое суток	то же через двое суток	то же через двое суток	17	14	0,050	0,076	0,143	0,531
13	14,9	0,711	14,8	1,375	17	15	0,061	0,077	0,156	0,528
14	17,3	0,826	13,8	1,28	17	15	0,054	0,080	0,155	0,532
15	19,6	0,93	12,9	1,20	19	14	0,065	0,062	0,150	0,528
16	19,6	0,93	12,9	1,20	18	14	0,053	0,064	0,146	0,530
17	23,0	1,09	11,4	1,06	19	14	0,054	0,061	0,150	0,530
18	25,7	1,23	10,2	0,95	19	14	0,056	0,052	0,150	0,505
19	30,0	1,42	8,2	0,76	18	14	0,053	0,055	0,150	0,510
20	—	—	—	—	среднее значение	—	0,057	0,070	0,145	0,521

Результаты этих опытов показывают, что предельные токи титана и ниобия при совместном присутствии этих элементов пропорциональны концентрации их в растворе; такая пропорциональность наблюдается в широких пределах концентраций. Потенциалы полуволны титана и ниобия соответственно равны 0,145 и 0,521 в. относительно н.к.э. Анализ полярографических кривых показал, что процесс катодного восстановления титана и ниобия протекает по уравнениям:



Фосфорнокислые растворы ниобия и титана достаточно устойчивы. В растворах, простоявших сутки и двое суток (опыты 3 и 12), пропорциональность предельного тока содержанию титана и ниобия в растворе сохранилась и величина $\frac{Id}{C}$ осталась прежней. Было установлено, что фосфорнокислые растворы титана и ниобия дают хорошую воспроизводимость полярограмм и в растворах, простоявших месяцы. На рис. 1 показана полярограмма ниобия в присутствии титана (кривая 2).

Данные о полярографическом поведении ниобия в присутствии железа и титана приведены в табл. 3.

Из табл. 3 следует, что предельные токи не только ниобия, но и титана и железа при совместном присутствии этих элементов пропорциональны содержанию их в растворе. Присутствие железа в количестве от 25,6 до 2,33 ммоль/л и титана от 4,92 до 22,2 ммоль/л при изменении со-

Таблица 3

Полярографическое поведение ниобия в присутствии железа и титана в пирофосфорной кислоте
 $(P = m^{2/3} \tau^{1/6} = 0,94 \text{ мг } 2/3)$

№ опыта	Содержание в растворе						Id		
	Fe		Ti		Nb		C (ммоль/л)		
	ммоль/л	г/л	ммоль/л	г/л	ммоль/л	г/л	Fe	Ti	Nb
1	25,6	1,43	4,92	0,238	4,91	0,46	—	14,35	14,5
2	22,2	1,26	5,22	0,25	5,22	0,48	—	17,0	15,3
3	12,65	1,1	5,36	0,257	5,36	0,497	—	14,57	14,58
4	17,56	0,48	5,49	0,264	5,51	0,51	—	15,3	16,6
5	15,5	0,85	5,66	0,27	5,66	0,525	15,0	16,4	13,25
6	12,7	0,76	7,63	0,36	7,63	0,78	16	15,7	15,62
7	12,82	0,69	9,22	0,44	9,25	0,86	15	16,9	13,15
8	11,77	0,63	10,56	0,506	10,55	0,97	16	16,07	16,5
9	10,48	0,585	11,72	0,55	11,67	1,08	17	15,35	15,63
10	9,72	0,535	12,64	0,606	12,75	1,18	16	16,6	14,12
11	8,76	0,507	13,5	0,647	13,48	1,27	16	15,6	13,73
12	8,5	0,475	14,23	0,68	14,23	1,34	15	15,8	14,06
13	7,55	0,42	15,44	0,74	15,42	1,46	18	15,05	14,75
14	7,15	0,40	15,95	0,76	15,95	1,48	15,0	15,7	15,85
15	6,82	0,379	16,37	0,786	16,36	1,55	15,0	17,4	15,9
16	6,47	0,362	16,8	0,805	16,79	1,56	—	16,9	15,3
17	6,16	0,342	17,21	0,824	17,2	1,596	15,0	17,0	16,3
18	5,88	0,329	17,55	0,84	17,5	1,64	16,0	16,8	15,7
19	5,42	0,307	18,17	0,87	18,15	1,68	17,0	17,5	16,4
20	5,22	0,296	18,4	0,88	18,4	1,76	17,0	17,4	15,2
21	4,55	0,254	19,3	0,925	19,3	1,79	19,0	16,05	15,4
22	3,98	0,221	20,0	0,958	20,0	1,85	—	16,15	16,35
23	3,92	1,99	20,05	0,98	20,03	1,91	19,0	16,3	16,6
24	3,21	1,8	20,95	1,02	20,94	1,94	—	16,9	16,4
25	2,97	1,64	21,15	1,025	21,15	1,98	15	17,7	16,7
26	2,7	1,51	21,54	1,03	21,6	2,02	—	17,4	17,6
27	2,33	1,302	22,2	1,07	22,03	2,50	—	18,7	17,3
				Сред. значение				16,2	16,3
									15,5

держания ниобия от 4,91 до 22,03 ммоль/л не оказывает влияния на величину $\frac{Id}{C}$ совместно присутствующих в растворе железа, титана и ниобия.

Это обстоятельство имеет большое значение для аналитической химии ниобия и титана, поскольку намечается простой и точный метод их определения при совместном присутствии. Вид совместной полярограммы железа, титана и ниобия изображен на рис. 1 (кривая 3).

Экспериментальное изучение влияния концентрации фона — пирофосфорной кислоты — на воспроизводимость полярограмм титана и ниобия показало, что воспроизводимость полярографической волны ниобия в присутствии титана наблюдается при концентрации пирофосфорной кислоты от 10 ммоль/л и выше. При концентрации пирофосфорной кислоты меньше 10 ммоль/л предельный ток ниобия сливается с волной водорода и воспроизведение волны ниобия становится невозможным. Для титана воспроизводимость полярографической волны наблюдается при концентрации пирофосфорной кислоты от 1 ммоль/л и выше. С понижением концентрации кислоты (меньше 1 ммоль/л) имеют место осцилляции гальванометра в области предельного тока. Следует отметить, что волна кислорода в пирофосфорной кислоте не наблюдается.

Из сказанного выше следует, что предельные токи ниобия, титана и железа на фоне пирофосфорной кислоты прямолинейно зависят от со-

держания этих элементов в растворе. Прямолинейная зависимость, наблюдающаяся в широких интервалах концентраций, хорошо выраженные полярографические волны и значительная разность потенциалов полуволн дают возможность определять ниобий, титан и железо при их совместном присутствии. В табл. 4 приведены результаты определения ниобия, титана и железа.

Таблица 4
 Полярографическое определение ниобия, титана и железа при их совместном присутствии на фоне пирофосфорной кислоты

Взято, г/л			Найдено, г/л		
Fe	Ti	Nb	Fe	Ti	Nb
1,34	0,244	0,47	1,30	0,25	0,46
0,447	0,712	1,38	0,45	0,70	1,40
1,400	1,06	2,43	1,45	1,0	2,40

Выводы

1. Изучено полярографическое поведение ниобия в присутствии титана и железа на фоне пирофосфорной кислоты. Показано, что предельные токи ниобия, титана и железа пропорциональны их концентрации в широких пределах.

2. Установлено, что ниобий, титан и железо в пирофосфорной кислоте образуют полярографические волны при разных потенциалах, что дает возможность проводить их определение при совместном присутствии.

Уральский филиал
 Академии наук СССР

Поступила в редакцию
 7/Х 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Анализ минерального сырья. Госхимиздат, 1956.
2. Е. И. Крылов, В. С. Колеватова, В. А. Самарина, Полярографическое исследование сернистых растворов титана и ниобия. ДАН СССР, т. 98, № 4, стр. 593, 1954.
3. Е. И. Крылов, В. С. Колеватова, Полярографическое исследование реакций восстановления ниобия и титана из сернистых растворов. ЖАХ, т. 11, № 2, стр. 144, 1956.
4. Я. П. Гохштейн, Определение ниобия в присутствии больших количеств титана методом осциллографической полярографии. Зав. лаборатория, № 1, стр. 38, 1956.
5. Д. И. Курбатов, Полярографические свойства ниобия в фосфорнокислых растворах. ЖАХ, № 1, 1959.

А. И. САКС

К ИЗУЧЕНИЮ ЭКОЛОГО-АНАТОМИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЕЙ
ВИДОВ И СОРТОВ ЗЕМЛЯНИКИ И КЛУБНИКИ*

Введение

Одной из важнейших биологических закономерностей, установленных физиологической анатомией растений, является относительно хорошая приспособленность структуры органа к выполнению его жизненных функций. В этом биологическом положении отражена основная идея мичуринской биологии — о связи организма с условиями его жизни и об единстве онтогенеза и филогенеза. Формообразовательные процессы в организме связаны с эволюцией вида и с ведущим влиянием условий жизни. Акад. В. Р. Вильямс [1] подчеркивал, что анатомо-морфологические признаки являются отражением основных биологических свойств сортов и видов растений, отражением взаимодействия организма и среды.

К. А. Тимирязев в работе «Борьба растения с засухой» [2] уделил очень большое внимание эволюционным анатомо-морфологическим приспособлениям ксерофитов, с помощью которых эти растения обращают в свою пользу враждебные им силы природы и успешно борются с засухой. По Тимирязеву, анатомо-морфологические «...биологические механизмы, выработанные растением для защиты от засухи, действуют автоматически, при помощи тех самых враждебных сил, с которыми растение вступает в борьбу» [2].

И. В. Мичурин [3] также обращал большое внимание на анатомо-морфологические особенности органов растений в своей методике отбора, на ранних этапах браковки селекционного материала по устойчивости растений к морозу, засухе и т. п.

Исследованиями В. Р. Заленского [4], В. В. Колкунова [5], Н. А. Максимова [6], В. Г. Александрова [7], П. А. Генкеля [8—10], В. П. Ногтева [11, 12] и др. установлены анатомические и физиологические особенности ксерофитов, как более засухоустойчивых жизненных форм. Установлено, что для ксерофитов характерны мелкоклетчатость тканей, увеличенное число устьиц на единице поверхности листа с уменьшением их размеров, сильное развитие сосудисто-волокнистых лучков, повышенное осмотическое давление клеточного сока, выносливость к завяданию и перегреву и т. д. При закаливании засухой мезофитов анатомические изменения в органах у них также идут в сторону повышения их ксероморфности [8, 10, 13—15]. Большинство сельскохозяйственных культур и их сорта в этом отношении еще мало изучены.

Изучение закономерных связей между изменениями во внешних условиях жизни, функциями и изменениями в анатомии органов культурных растений, их сортов имеет большое теоретическое и практическое

значение для селекции и растениеводства в целом. Изучая количественно-анатомические признаки у разных сортов на разных агрофонах, при различных погодных условиях, мы глубже поймем характер воздействия того или иного агротехнического приема или фактора погоды на сорт, полнее изучим физиологию сортов, их приспособляемость, особенности их реакции на благоприятные и неблагоприятные факторы среды. В. Г. Александров [7] писал по этому поводу: «Сам процесс образования сортов с их хозяйственно-ценными для того или другого района свойствами может быть установлен с большей детальностью, если обратить внимание на особенности анатомического строения отдельных сортов... при рациональном и критическом использовании методы количественной анатомии могут быть применены с большой пользой для растениеводства».

Изучая строение отдельной ткани или органа растения, необходимо всегда помнить, что анатомическая структура органа формируется не автономно, не изолированно от внешней среды, она зависит от филогенеза сорта и в онтогенезе отражает в какой-то степени весь комплекс биохимических и физиологических процессов, протекавших в растении как едином целом организме в период роста и формирования органа.

В. Р. Заленский [4] еще в 1904 г. обосновал важное биологическое положение о том, что более ксероморфная анатомия органа является следствием более интенсивного хода физиологических процессов, например более интенсивного водообмена в верхних ярусах листьев. В. П. Ногтев [11, 12] связывает мелкие клетки с более интенсивным обменом веществ. Многие исследователи, например В. В. Колкунов [5], В. К. Василевская [16], П. А. Генкель [8, 9], В. Г. Александров [7], Н. А. Максимов [6], рекомендуют селекционерам использовать анатомические коэффициенты, ксероморфизм в методике оценки сортов на засухоустойчивость.

П. А. Генкель [10] делит ксероморфизм на «наследственный» и «функциональный» и полагает, что «...в случае функционального ксероморфизма наблюдаются совпадения засухоустойчивости и мелкоклетчатости; при наследственном же ксероморфизме этого соответствия может и не быть» (стр. 12). Он считает, что если причины, породившие ксероморфную структуру, разные (засуха, особенности минерального или азотного питания и т. д.), то и действие ксероморфизма в онтогенезе будет разным; этим он объясняет предполагаемую разницу во влиянии «наследственного» и «функционального» ксероморфизма — соответствия функционального ксероморфизма засухоустойчивости сорта и несоответствия наследственного ксероморфизма.

Наши данные говорят о том, что и «наследственный» и «функциональный» ксероморфизм — положительные признаки при оценке сорта на засухоустойчивость; при этом сорта, обладающие «наследственным» ксероморфизмом, обычно в условиях той или иной засухи способны в еще большей степени развивать ксероморфность своих органов, чем сорта, не обладающие «наследственным» ксероморфизмом. Однако несоответствие между ксероморфизмом сорта и его засухоустойчивостью может иметь место как при «наследственном», так и при «функциональном» ксероморфизме. Причиной встречающегося несоответствия является не «разнокачественность ксероморфизма», возникшего в филогенезе («наследственный») или в онтогенезе («функциональный»), а то, что засухи слагаются при разном соотношении фактора перегрева и обезвоживания, а также сложность, комплексность взаимодействий факторов, создающих в каждом данном случае урожай, — основной критерий засухоустойчивости сорта. В одних условиях засухи урожай определяют одни сочетания биологических свойств, а в других условиях на первый план вы-

* В исследованиях 1956 г. принимала участие научный сотрудник Н. В. Данько.

ступают как определяющие урожай, а следовательно, и засухоустойчивость другие комплексы биологических свойств сортов. Ксероморфизм, по-видимому, имеет большее значение для стойкости организма против обезвоживающего действия засух.

Засухоустойчивость сорта является интегральным динамичным сортовым признаком. Она выражается в высоком урожае в условиях засухи, в наименьшем снижении урожая, наименьшем ухудшении качества урожая растений, переживших засуху. Засухоустойчивость в таком понимании у одного и того же сорта сильно изменяется в онтогенезе растений, в зависимости от их закаленности и от условий, предшествовавших засухе и следующих за засухой. К оценке этого комплексного сортового признака нельзя подходить упрощенно и пытаться свести его только к степени ксероморфности органов растений данного сорта. Правильно то положение, что весь комплекс физиологических процессов, слагающих определенный тип устойчивого обмена, обуславливающих сортовую устойчивость к тому или иному типу засухи, повышает в какой-то степени и ксероморфность органов растений. Организмы с гигроморфной структурой обычно менее устойчивы к недостатку влаги в тот или иной период жизни. В связи с этим степень относительной сортовой ксероморфности служит одним из положительных признаков комплексной оценки сорта на засухоустойчивость. Если мы у сорта обнаруживаем, по выражению К. А. Тимирязева, выработавшиеся в эволюции у диких растений «биологические механизмы, которые вооружают дикую растительность в борьбе с засухой», то это только положительное свойство создаваемого селекционером сорта.

Сорта земляники и клубники по анатомическим коэффициентам совсем не изучены. В связи с этим мы поставили себе задачу изучить их физиологию и анатомию, чтобы более глубоко познать особенности сортов и облегчить в какой-то мере агротехническую и селекционную работу по созданию устойчивоурожайных сортов. В Сибири земляника является важной ягодной культурой, и создание зимостойких и относительно засухоустойчивых ее сортов — производственно актуальная проблема. В данной статье сообщим лишь результаты трехлетнего изучения анатомии сортов земляники и клубники четырех видов: 1) *Fr. grandiflora* Ehrh., 2) *Fr. virginiana* Duch., 3) *Fr. viridis* Duch., 4) *Fr. elatior* Ehrh.

Методика работы

В 1955 и 1956 гг. мы изучали землянику и клубнику в сухих степных условиях Ростовской области на южном черноземе, а в 1957 г. в условиях Новосибирской области на выщелоченном черноземе. При этом учитывались следующие анатомические показатели: число клеток нижнего эпидермиса и число клеток верхнего эпидермиса листа в поле зрения микроскопа, число устьиц в поле зрения микроскопа (или на 1 мм^2), длина устьиц в микронах, длина жилок в поле зрения микроскопа в сантиметрах (или на 1 см^2), площадь ксилемы и площадь флоэмы в сосудисто-волокнистом пучке на поперечном срезе черешка листа.

Методика этих исследований разработана нами в 1955 г. Главное в ней сводится к следующему. Листья заготавливались вполне развитыми, закончившими рост, в одинаковом возрасте, определенного яруса, с формировавшимися в один и тот же период и в сравнимых условиях, с растений одного возраста. Консервировались листья в этиловом спирте. На делянках брали для анализа по 10 листьев, из вегетационных сосудов — по 5 листьев, причем во всех случаях брали средний листочек тройчато-сложного листа.

Срезы делались только в средней части листовой пластинки, ближе к средней жилке. Для каждого листа сделано по 5 учетов анатомических показателей; следовательно, в среднем по сорту каждый коэффициент учтен с 25-кратной повторностью для листьев из сосудов и с 50-кратной повторностью для листьев с делянок сортоопытания. Длина жилок и площади ксилемы и флоэмы учтены соответственно с 5- и 10-кратной повторностью. Работа выполнена биологическим микроскопом М-10; число клеток верхнего и нижнего эпидермисов, число устьиц в поле зрения микроскопа (или на 1 мм^2) и длина устьиц учтены при увеличении в 600 раз; суммарная длина жилок в поле зрения (или на 1 см^2) и площади ксилемы и флоэмы в пучке учтены при увеличении в 120 раз. Срезы на поперечном сечении сосудисто-волокнистого пучка в черешке листа во всех случаях производились на расстоянии 10 мм от средней пластинки сложного листа. Длина жилок в поле зрения микроскопа и площади ксилемы и флоэмы пучка зарисовывались с помощью рисовального аппарата РА-4; столик устанавливался на высоте 12 см от зеркала. После зарисовки длина жилок измерялась курвиметром, площади ксилемы и флоэмы пучка — планиметром. Цифровые данные по всем анатомическим коэффициентам обработаны методом вариационной статистики. Результаты говорят о том, что по изложенной методике точность наблюдений достаточно высокая; так, например, погрешность (Р) при определении числа клеток нижнего эпидермиса в поле зрения микроскопа колеблется по сортам от $\pm 0,77$ до $\pm 3,22\%$, а в целом по всем учтенным анатомическим коэффициентам погрешность наблюдения не превышает 4,5%.

Результаты опытов

Как мы уже выше отметили, ни в коем случае не следует ксероморфность строения органа абсолютизировать, превращать в универсальный признак засухоустойчивости, имеющий для разных культур, то есть в разных комплексах признаков стойкости, одинаковое значение. Такой подход был бы ошибочным, что уже известно и может быть иллюстрировано результатами одного из наших сравнительных опытов, приведенными в табл. 1. У земляники и клубники был взят для анализа 4-й ярус листьев (счет снизу), у злаков — 5-й ярус.

Таблица 1

Культура, сорт	Число клеток в поле зрения			Число устьиц			Длина устьиц, м	Длина жилок, см
	нижнего эпидермиса	верхнего эпидермиса	сумма	в нижнем эпидермисе	в верхнем эпидермисе	сумма		
Земляника Комсомолка	85,6	42,9	128,5	12,1	0	12,1	48,9	71,5
Клубника Миланская	38,5	23,8	62,3	5,5	0	5,5	60,9	49,8
Кукуруза, гибрид ВИР-42 (F ₁)	16,4	16,1	32,5	2,6	2,5	5,1	99,6	49,7
Оз. пшеница Приазовская	24,2	28,2	52,4	2,2	3,2	5,4	117,7	35,9
Просо Весело-Подольское	42,4	48,3	90,7	6,0	7,0	13,0	58,5	73,2

Ксероморфность органов может служить некоторым ориентиром устойчивости растений лишь в пределах близких родственных групп, в пределах вида или при сравнении одного и того же сорта на разных

агрофонах, в разных погодных условиях и т. п. Из приведенных в табл. 1 представителей семейства злаковых наиболее ксероморфным является просо, и оно действительно при прямых испытаниях обнаруживает большую засухоустойчивость в сравнении с озимой пшеницей и кукурузой. Земляника Комсомолка, по нашим данным, более ксероморфна, чем клубника Миланская, и ее засухоустойчивость тоже выше, чем у последней.

По-видимому, значимость ксероморфизма в комплексе свойств устойчивости у злаков иная, чем у земляники и клубники. Поэтому нельзя ожидать прямого соответствия между ксероморфностью органов и сравнительной засухоустойчивостью при сравнении таких далеких культур, как земляника и кукуруза и т. д. Хотя ксероморфность кукурузы и озимой пшеницы ниже, чем земляники Комсомолка, эти злаки все же более приспособлены к сухим степным условиям, чем земляника; у злаков несколько иной комплекс «биологических механизмов» засухоустойчивости, и в этом комплексе ксероморфность имеет иную удельную значимость.

Рассмотрим данные анализов листьев сортов земляники и клубники полевого сортоиспытания за 1955—1957 гг. (табл. 2). Опыты проводились на черноземе (южном в 1955—1956 гг. и выщелоченном в 1957 г.); предшественником был черный пар. В 1955 и 1957 гг. листья взяты с двухлетней плантации, а в 1956 г. с плантации первого года (ранневесенней посадки однолетних кустов). Анализировались листья 4-го яруса (1955, 1956 гг.) и 7-го яруса (1957 г.).

Сравнивая анатомические показатели по сортам за 1955 и 1956 гг., видим, что в 1956 г. у всех сортов листья более ксероморфны. Размеры эпидермальных клеток уменьшились в 1956 г., и в силу этого число клеток в поле зрения микроскопа на нижней стороне листа в зависимости от сорта от 1,5 до 1,7 раза увеличилось; на верхней стороне листа число клеток эпидермиса в поле зрения микроскопа увеличилось по сортам от 1,2 до 1,6 раза; сумма клеток на обеих сторонах листа увеличилась в зависимости от сорта от 1,4 до 1,6 раза. Число устьиц на 1 мм² имеет большие колебания по сортам: у Коралки этот коэффициент за 2 года мало изменился, а у других сортов он увеличился от 1,1 до 1,3 раза. Суммарная длина жилок на единице поверхности листа тоже увеличилась у разных сортов от 1,1 до 1,5 раза. Нижний эпидермис у всех сортов земляники и клубники более мелкоклетный, чем верхний, и поэтому число клеток на единице площади от 1,44 до 2,31 раза больше. С повышением ксероморфности листьев в 1956 г. у всех сортов это соотношение увеличилось, иначе говоря, при изменении внешних условий жизни у всех сортов сильнее перестраивается нижний эпидермис листа; при этом сильно изменяются обычные эпидермальные клетки и в какой-то степени число клеток нижнего эпидермиса) у всех сортов в 1956 г. снизился при общем увеличении ксероморфности листа. Следует отметить одну специфическую особенность клубники Виридис: при высокой ксероморфности анатомии листа она имеет очень мало устьиц; устьичные клетки составляют всего лишь 12% от всех клеток нижнего эпидермиса, в то время как у других сортов этот показатель колеблется от 21 до 29% (в 1956 г.).

По-видимому, число устьиц менее отражает степень ксероморфности, чем число обычных эпидермальных клеток, и сильнее варьирует. Этим вовсе не отрицается некоторая сопряженность между анатомическими коэффициентами, например, с уменьшением размеров обычных эпидермальных клеток уменьшаются размеры устьиц и увеличивается число тех и других в поле зрения микроскопа, увеличивается длина сети жилок

Таблица 2

Вид, сорт	Группа ксероморфности	Годы изучения	Число клеток эпидермиса			Число устьиц на 1 мм ²	Листья-устьиц	Устьичный показатель, %	Длина жилок в см на 1 см ²	% от стандарта			Число устьиц	Длина устьиц	Длина жилок
			нижнего	верхнего	сумма					нижнего	верхнего	сумма			
Земляника Виргинская (<i>Fr. virginiana</i> Duch.)	I	1956	109	59	168	1,84	418	40,7	85	149	171	156	138	78	123
		1955	72	50	122	1,44	318	40,4	68	155	210	174	131	78	155
Клубника Виридис (<i>Fr. viridis</i> Duch.)	I	1956	78	47	125	1,66	145	39,0	75	107	136	117	48	75	109
		1957	74	45	119	1,54	542	—	94	100	100	100	100	—	100
Земляника Комсомолка (стандарт) (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	II	1956	73	34	107	2,11	303	52,0	68	100	100	100	100	100	100
		1955	46	24	70	1,91	242	51,9	44	100	100	100	100	100	100
Земляника Мысовка (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	II	1957	58	43	101	1,34	370	—	78	78	95	85	61	—	83
		1956	70	37	107	1,86	233	56,3	62	96	109	100	77	108	90
Земляника Коралка (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	II	1955	41	26	67	1,58	209	54,1	43	89	108	96	86	104	94
		1957	67	47	114	1,42	409	—	87	91	104	96	75	—	92
Земляника Рошинская (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	II	1956	65	39	104	1,68	203	53,4	64	90	113	97	67	103	92
		1955	46	27	73	1,70	206	53,4	56	100	115	104	85	103	123
Земляника Ада (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	II	1957	57	42	99	1,35	418	—	70	77	93	83	77	—	75
		1956	72	39	111	1,88	261	49,7	64	99	112	103	86	95	93
Земляника Сеянец Комсомолки (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	II	1955	45	23	68	1,95	191	56,3	56	102	103	101	86	108	127
		1957	62	38	100	1,63	409	—	70	85	84	75	—	75	
Земляника Белая Анастасия (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	II	1956	70	42	112	1,63	233	52,3	73	95	123	104	77	100	106
		1956	62	30	92	2,00	258	54,0	65	85	86	86	85	104	95
Земляника Поздняя из Загорья (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	III	1956	54	29	83	1,88	188	53,4	51	74	84	77	62	103	78
		1956	57	25	82	2,31	254	56,6	55	75	72	76	84	109	80
Земляника Миланская (<i>Fr. elatior</i> Ehrh.)	III	1957	39	35	74	1,11	273	—	58	53	78	62	50	—	62
		1955	37	18	55	2,05	170	63,5	56	80	78	78	70	122	132

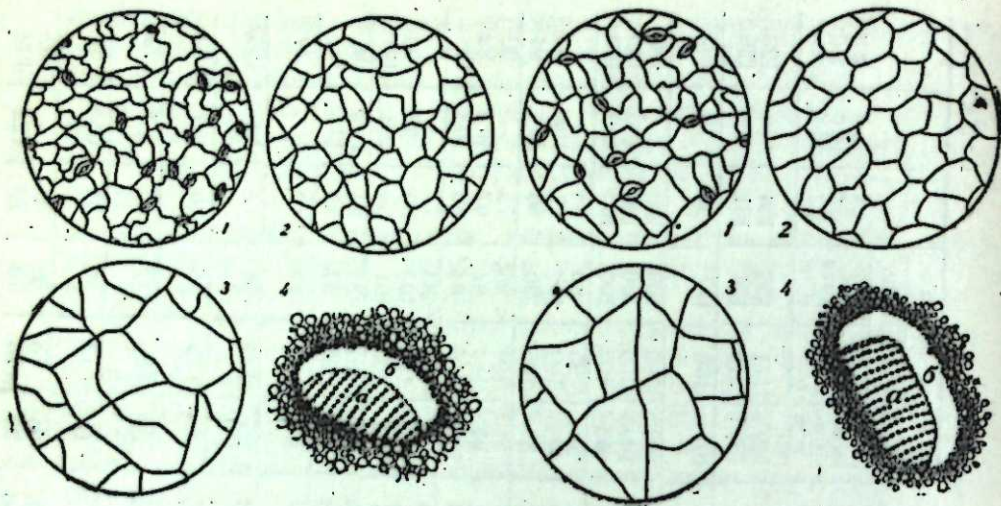


Рис. 1. Земляника Виргинская (*Fr. virginiana* Duch.):

1 — нижний эпидермис листа, 2 — верхний эпидермис листа, 3 — жилкование, 4 — поперечный разрез сосудисто-волокнистого пучка (а — ксилема, б — флоэма).

Рис. 2. Земляника Комсомолка (*Fr. grandiflora* Ehrh.):

(Обозначения такие же, как на рис. 1).

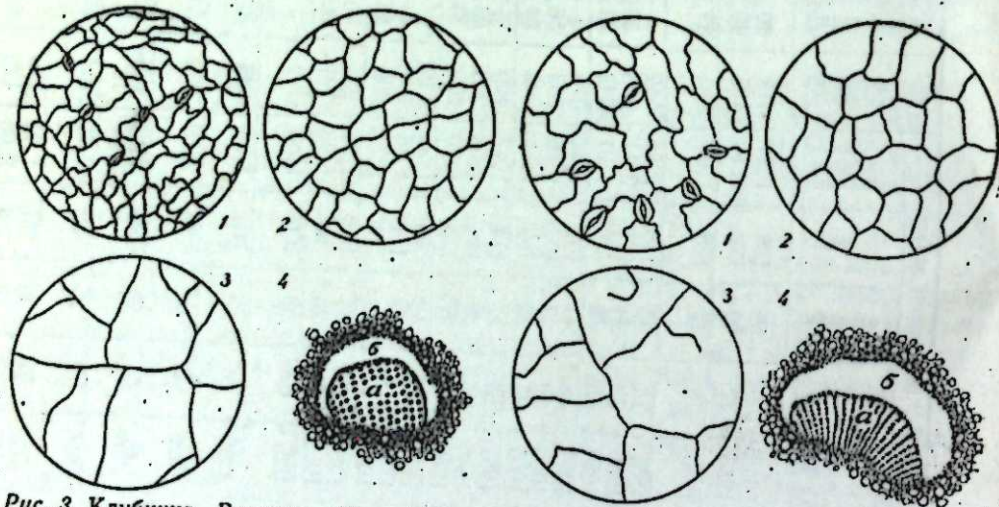


Рис. 3. Клубника Виридис (*Fr. viridis* Duch.):

(Обозначения такие же, как на рис. 1).

Рис. 4. Клубника Миланская (*Fr. elatior* Ehrh.):

(Обозначения такие же, как на рис. 1).

и т. д. Но количественные соотношения между этими коэффициентами не постоянные. Отсюда ясно, что для характеристики ксероморфности правильное учитывать в первую очередь число клеток нижнего и верхнего эпидермисов. Учет же лишь одного числа устьиц в поле зрения микроскопа может дать нехарактерные, противоречивые данные.

Различия между нижним и верхним эпидермисом у земляники и клубники по их сортам видны на рис. 1—4.

Увеличение ксероморфности листьев у всех сортов в 1956 г. в сравнении с 1955 г. объясняется двумя причинами: в 1956 г. листья взяты с однолетних кустов весенней посадки, а в 1955 г. — с двухлетних плантаций; корневая система была у двухлетних кустов более развитой, и водоснабжение растений в силу этого было в 1955 г. лучше, чем в 1956 г.; кроме

того, в 1956 г. период формирования 4-го и 5-го ярусов листьев (май и июнь) был более солнечным и засушливым, чем в 1955 г.

По основным анатомическим коэффициентам изученные нами в 1955 и 1956 гг. сорта распределяются в 3 группы. К первой группе, наиболее ксероморфных, относятся дикие виды: земляника Виргинская (*Fr. virginiana* Duch.) и клубника Виридис (*Fr. viridis* Duch.). Ко второй группе мезоморфных относятся сорта земляники Комсомолка, Коралка, Белая Анапанская, Мысовка, Рошинская и ремонтантный сорт Ада; в пределах этой группы относительно более ксероморфны Коралка и Белая Анапанская; Мысовка по своему происхождению близка Комсомолке (одни и те же родители), но она менее ксероморфна, чем Комсомолка, и менее устойчива. К третьей группе, относительно гигроморфных, относятся земляники Красавица Загорья, Поздняя из Загорья, ремонтантный сорт Ненсчерпаемая и клубника Миланская.

Для средней группы — мезоморфных сортов — характерен стандартный сорт земляники Комсомолка. Сравнивая с Комсомолкой сорта первой и третьей групп, мы видим (табл. 3), что разница в анатомических коэффициентах между этими тремя группами сортов разной ксероморфности математически вполне достоверна. Разность средних арифметических между стандартом и сравниваемыми сортами превышает среднюю ошибку разности во всех случаях в 3—3,5 раза.

Таблица 3

Вид, сорт	Группа ксероморфности	Число клеток нижнего эпидермиса		Число клеток верхнего эпидермиса		Число устьиц	
		$M \pm m$	$\frac{M_{ст.} - M}{\sqrt{\frac{m^2 + m^2}{ст.}}}$	$M \pm m$	$\frac{M_{ст.} - M}{\sqrt{\frac{m^2 + m^2}{ст.}}}$	$M \pm m$	$\frac{M_{ст.} - M}{\sqrt{\frac{m^2 + m^2}{ст.}}}$
Земляника Виргинская (<i>Fr. virginiana</i> Duch.)	I	$109,0 \pm 0,89$	18,5	$59,3 \pm 1,60$	13,5	$13,8 \pm 0,47$	6,0
Клубника Виридис (<i>Fr. viridis</i> Duch.)	I	$78,4 \pm 0,20$	3,2	$47,1 \pm 1,35$	7,7	$4,8 \pm 0,36$	9,1
Земляника Комсомолка (стандарт) (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	II	$73,0 \pm 1,74$	стандарт	$34,5 \pm 0,98$	стандарт	$10,0 \pm 0,45$	стандарт
Земляника Красавица Загорья (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	III	$54,3 \pm 1,31$	8,6	$28,9 \pm 0,92$	4,3	$6,2 \pm 0,26$	7,4
Земляника Поздняя из Загорья (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	III	$61,8 \pm 1,13$	5,4	$30,0 \pm 0,64$	4,0	$8,5 \pm 0,20$	3,2
Земляника Ненсчерпаемая (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	III	$57,3 \pm 0,87$	8,1	$24,6 \pm 0,85$	7,7	$8,4 \pm 0,20$	3,3
Клубника Миланская (<i>Fr. elatior</i> Ehrh.)	III	$36,6 \pm 1,30$	16,5	$18,5 \pm 1,76$	8,0	$5,6 \pm 0,48$	6,9

В 1957 г. в полевых условиях период формирования листьев 7-го яруса (для анализа взят 7-й лист) был менее засушливым, а температуры почвы и воздуха менее высокие, чем в 1955 и 1956 гг. Результаты 1957 г. (см. табл. 2) подтверждают данные предыдущих двух лет. Земляники Комсомолка, Коралка, Сеянец Комсомолки (Бердской селек. станции), Мысовка и Рошинская оказались в средней группе ксероморфности (II группа); в этой группе сорта Мысовка, Рошинская и Сеянец

Таблица 5

Вид, сорт	Величины	70% Д										70% НК									
		число клеток эндермиса					отношение площади к площади в см на 1 см ²					число клеток эндермиса					отношение площади к площади в см на 1 см ²				
		нижнего	верхнего	сумма	отношение нижнего к верхнему	число устьиц на 1 мм ²	устьичный показатель, %	длина устьиц, м	длина жилок в см на 1 см ²	отношение площади к площади в см на 1 см ²	нижнего	верхнего	сумма	отношение нижнего к верхнему	число устьиц на 1 мм ²	устьичный показатель, %	длина устьиц, м	длина жилок в см на 1 см ²	отношение площади к площади в см на 1 см ²		
Земляника Сеянец Комсомолки (стандарт) (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	50	33	83	1,51	424	36	53	75	1,14	54	37	91	1,45	382	32	51	72	0,87		
		100	100	100	100	100	100	100	100	100	108	112	109	96	90	89	96	96	76		
		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100		
Земляника Смена (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	52	33	85	1,57	418	35	53	75	0,95	48	33	81	1,45	357	33	55	72	0,82		
		100	100	100	100	100	100	100	100	100	92	100	91	92	86	94	104	96	86		
		104	100	102	104	95	97	100	100	83	89	89	89	100	94	103	108	100	94		
Земляника Колхозная (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	53	35	88	1,51	333	29	52	81	0,98	44	29	73	1,51	333	33	58	63	1,05		
		100	100	100	100	100	100	100	100	100	82	84	83	100	100	114	111	77	107		
		106	106	106	100	79	80	98	107	86	81	78	80	103	87	103	113	86	120		
Земляника Полярная (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	44	30	74	1,46	357	35	54	70	0,96	34	27	61	1,25	245	32	60	57	1,00		
		100	100	100	100	100	100	100	100	100	77	84	81	86	69	91	111	82	104		
		88	91	89	97	84	97	102	93	84	63	73	67	86	64	100	118	79	115		
Клубника Миланская (<i>Fr. elatior</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	43	29	72	1,48	336	34	54	66	1,05	33	26	59	1,27	254	34	58	58	0,93		
		100	100	100	100	100	100	100	100	100	77	91	82	86	76	106	107	88	89		
		86	88	87	98	79	94	102	87	92	61	70	65	88	67	106	114	80	107		

Продолжение таблицы 5

Вид, сорт	Величины	40%, 0										40%, НК									
		число клеток эндермиса					отношение площади к площади в см на 1 см ²					число клеток эндермиса					отношение площади к площади в см на 1 см ²				
		нижнего	верхнего	сумма	отношение нижнего к верхнему	число устьиц на 1 мм ²	устьичный показатель, %	длина устьиц, м	длина жилок в см на 1 см ²	отношение площади к площади в см на 1 см ²	нижнего	верхнего	сумма	отношение нижнего к верхнему	число устьиц на 1 мм ²	устьичный показатель, %	длина устьиц, м	длина жилок в см на 1 см ²	отношение площади к площади в см на 1 см ²		
Земляника Сеянец Комсомолки (стандарт) (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	68	42	110	1,61	482	32	51	100	1,30	50	33	83	1,51	418	35	51	88	1,00		
		136	127	132	107	114	89	96	132	114	100	100	100	100	99	97	96	116	87		
		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100		
Земляника Смена (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	60	37	97	1,62	479	35	48	97	1,06	54	40	94	1,35	457	36	48	79	0,86		
		115	112	114	103	114	100	91	128	111	104	121	111	86	109	103	91	104	91		
		88	88	88	100	99	109	94	97	80	108	121	113	89	109	103	94	90	86		
Земляника Колхозная (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	62	39	101	1,59	491	34	51	97	1,08	54	33	87	1,63	400	33	53	92	1,00		
		116	110	111	105	147	117	97	119	110	101	95	99	108	120	114	102	114	102		
		91	93	91	99	102	106	100	97	80	108	100	105	118	96	94	104	105	100		
Земляника Полярная (<i>Fr. grandiflora</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	61	38	99	1,60	400	30	47	90	1,09	63	36	99	1,75	424	31	48	87	0,99		
		138	124	132	110	163	86	87	128	113	142	120	133	120	144	89	88	123	103		
		50	50	90	99	83	94	93	90	80	126	109	119	116	101	89	91	99	99		
Клубника Миланская (<i>Fr. elatior</i> Ehrh.)	Абсолютные % от (70%, 0) % от стандарта	58	46	104	1,26	354	28	49	84	1,24	41	32	73	1,28	303	33	53	81	1,03		
		135	163	174	85	105	82	91	127	111	96	112	102	87	90	97	99	123	98		
		85	109	95	78	74	88	96	84	55	82	97	88	85	72	94	104	93	103		

Из данных табл. 5 видно, что изученные сорта земляники — Сеянец Комсомолки, Смена, Колхозная, Полярная — на контрольном варианте (70% влажность почвы, без удобрения) по анатомическим коэффициентам мало отличаются от гигроморфного сорта клубники Миланской; к последней стоит ближе всего земляника Полярная, несколько более мелкоклетны нижний и верхний эпидермисы у Сеянца Комсомолки, Смены и Колхозной. На фоне оптимального увлажнения и полного минерального удобрения (70%, NPK) сортовые различия по ксероморфизму увеличиваются. Сорта Сеянец Комсомолки, Смена мало изменили свои количественно-анатомические показатели, в то время как у земляники Колхозной, Полярной и клубники Миланской сильно увеличилась гигроморфность под влиянием NPK, клетки стали крупнее, число их в поле зрения микроскопа меньше, сеть жилок уменьшилась, отношение площади ксилемы к площади флоэмы в сосудисто-волокнистом пучке уменьшилось; относительно большее развитие получила флоэмная зона пучка на фоне NPK. Отзвучившее на NPK по анатомическим показателям оказались более гигроморфные сорта — клубника Миланская и земляники Полярная, Колхозная.

При недостаточном увлажнении почвы (40% от полной капиллярной влагосемкости) ксероморфность у всех сортов возрастает, особенно без удобрения; NPK при недостатке влаги в почве мало повлияло на анатомию земляники Смены и Полярной, а у Колхозной, Сеянца Комсомолки и особенно у клубники Миланской под влиянием NPK при 40% влажности значительно возросла гигроморфность структуры листьев. На варианте «40%, О» у всех сортов в сосудисто-волокнистых пучках отношение площади ксилемы к площади флоэмы достигает наибольшей величины и сеть жилок наиболее длинная, что, очевидно, способствует лучшей передаче влаги клеткам мезофилла и т. п.; под влиянием NPK при недостатке влаги и данный показатель снижается. В итоге можем сделать общий вывод, что при разном корневом питании (водном и минеральном) земляники Сеянец Комсомолки и Смена менее изменяют свою анатомическую структуру, чем Колхозная, Полярная и особенно клубника Миланская.

Различия в реакции сортов по анатомическим коэффициентам на различный режим корневого питания (водного и минерального) выражают различия в приспособляемости сортов к изменяющейся внешней среде.

Выводы

1. Земляника и клубника являются мезофитами, но их сорта существенно отличаются друг от друга по анатомическим коэффициентам, что позволяет выделить группу сортов более ксероморфной структуры, группу сортов гигроморфной структуры и группу промежуточных, мезоморфных сортов. При изменяющихся условиях выращивания сорта крайних групп обычно сохраняют свое положение; из средней же, мезоморфной, группы сортов в этих условиях могут быть переходы в группы гигроморфных или более ксероморфных сортов.

К наиболее ксероморфным сортам (видам) относятся земляника Виргинская (*Fr. virginiana* Duch.), клубника Виридис (*Fr. viridis* Duch.). К наиболее гигроморфной группе сортов относятся клубника Миланская (*Fr. elatior* Ehrh.), земляники вида *Fr. grandiflora* Ehrh. — ремонтантная Ненсчерпаемая, Красавица Загорья, Поздняя из Загорья; из местных районированных селекционных сортов более гигроморфной структурой органов обладают земляники Полярная и Колхозная. К мезоморфной группе сортов земляники относятся Комсомолка, Коралка, Бе-

лая Анапасная, Мысовка, Рошинская, ремонтантный сорт Ада; к этой группе примыкают из местных сортов Сеянец Комсомолки, Смена.

2. Анатомические коэффициенты сортов сильно изменяются под влиянием изменяющихся внешних условий жизни; в засушливых условиях ксероморфизм у всех сортов возрастает, но не в одинаковой степени. Обычно более ксероморфные сорта в условиях недостаточного увлажнения резко повышают свою ксероморфность, и в этих условиях различия между крайними сортами увеличиваются. Временное затопление почвы увеличивало гигроморфность структуры у всех испытанных сортов, кроме клубники Миланской. Полное минеральное удобрение при оптимальном увлажнении почвы сильно увеличивало гигроморфность структуры органов у всех сортов, при недостаточном увлажнении почвы полное удобрение менее изменяло анатомию органов, а на ряд сортов вообще не оказывало влияния. При изменяющихся внешних условиях выращивания наиболее изменчивой анатомической структурой обладали земляники Виргинская, Коралка, Комсомолка; наименьшие изменения в анатомии наблюдались у Мысовки, Сеянца Комсомолки и Смены. В наших опытах на полное минеральное удобрение отзывчивее оказались более гигроморфные сорта — клубника Миланская, земляники Полярная и Колхозная.

3. Между анатомическими коэффициентами, как известно, существует сопряженность, но изменяются они под влиянием условий жизни не в одинаковой степени, наиболее изменчивым анатомическим коэффициентом является число устьиц на единице поверхности листа; нижний эпидермис перестраивается сильнее, чем верхний. Количественные соотношения между анатомическими коэффициентами не постоянны, сильно изменяются в разных условиях. Число устьиц не всегда выражает относительную степень ксероморфности: клубника Виридис при очень мелкоклетной ксероморфной структуре имеет очень мало устьиц на 1 мм² (145 шт.), даже меньше, чем у самого гигроморфного сорта — клубники Миланской (170 шт.). При недостатке влаги в почве не только увеличивается длина сети жилок на единице площади листа, но и в каждом сосудисто-волокнистом пучке преобладающее развитие получает ксилемная зона пучка, что в целом направлено на улучшение водоснабжения тканей органов. Полное минеральное удобрение снижает суммарную длину сети жилок и приводит к более сильному росту флоэмной зоны пучка.

4. Изучение количественно-анатомических показателей сортов с.-х. культур в разных условиях выращивания имеет большое значение для познания сортовых особенностей, их реакции на различные агрофоны, на благоприятные и неблагоприятные факторы среды. В пределах близких систематических групп относительный ксероморфизм растений может служить положительным признаком в комплексной оценке сорта, например на засухоустойчивость, в оценке фонов при направленном воспитании селекционного материала на ранних стадиях селекционной работы, в познании приспособляемости сортов к изменяющимся внешним условиям.

Новосибирский
сельскохозяйственный институт

Поступила в редакцию
27/X 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Р. Вильямс, Естественные основы луговодства, ч. II, ОГИЗ, М., 1922.
2. К. А. Тимирязев, Борьба растения с засухой. Соч., т. III, Сельхозгиз, М., 1937.
3. И. В. Мичурин, Принципы и методы работы. Соч., т. I, Сельхозгиз, М., 1948.

4. В. Р. Заленский, Материалы к количественной анатомии различных листьев одних и тех же растений. Изв. Киевского политехнич. ин-та, т. 4, вып. 1, 1904.
5. В. В. Колупов, К вопросу о выработке выносливых к засухам рас культурных растений. Изв. Киевского политехнич. ин-та, т. 1, 1905; т. 2, 1907.
6. Н. А. Максимов, Водный режим и засухоустойчивость растений. Избранные работы по засухоустойчивости и зимостойкости растений, т. 1, Изд. АН СССР, М., 1952.
7. В. Г. Александров, Анатомия растений. Сельхозгиз, М., 1954.
8. П. А. Генкель, Устойчивость растений к засухе и пути ее повышения. Тр. Ин-та физиологии растений им. К. А. Тимирязева, т. 5, вып. 1, 1946.
9. П. А. Генкель, Засухоустойчивость растений и способы ее повышения. АН СССР, М., 1954.
10. П. А. Генкель, Диагностика засухоустойчивости культурных растений и способы ее повышения. Изд. АН СССР, М., 1956.
11. В. П. Ногтев, Новые количественно-анатомические и физиологические показатели ксероморфизма и гигроморфизма растений. ДАН СССР, т. 74, № 1, 1950.
12. В. П. Ногтев, О скорости осмотического поступления растворов в растительную клетку и влиянии формы клеток на эту скорость. ДАН СССР, т. 82, № 6, 1952.
13. А. И. Сакс, К изучению коэффициентов завядания и влияния низкой влажности почвы на анатомические коэффициенты с.-х. растений. Журн. «Сельская» и Лясная Гаспадарка, № 2—3, Минск, 1930.
14. А. И. Сакс, Изучение сортов озимой пшеницы по морозоустойчивости и устойчивости к почвенной засухе. Изв. АН СССР, отд. матем. и естеств. наук, вып. № 5—6, 1938.
15. И. И. Туманов, Завядание растений как метод изучения их засухоустойчивости. Тр. Всес. съезда по генетике, селекции и семеноводству, вып. 5, Л., 1930.
16. В. К. Василевская, О значении анатомических коэффициентов как признака засухоустойчивости растений. Бот. журн. СССР, т. 23, 1938.

З. Н. БРЯНЦЕВА

О ПРИВИВКАХ НЕКОТОРЫХ ДЕКОРАТИВНЫХ ЦВЕТОЧНЫХ РАСТЕНИЙ

Вопросам озеленения и благоустройства городов в последние годы уделяется большое внимание. Проблема озеленения и высококачественного декоративного оформления населенных пунктов должна решаться как путем расширения площади зеленых насаждений, так и путем использования новых форм декоративных растений, ценных по своим внешним качествам и в то же время способных легко переносить специфику городских условий. В связи с этим очень важны селекционные работы с декоративными растениями, в частности с цветочными.

Одним из ценных методов селекции является метод прививок. Многочисленные исследования советских и зарубежных авторов по этому вопросу подтверждают возможность получения изменений в различных признаках растительного организма под влиянием прививки и наследуемость ряда возникших изменений в семенном потомстве. Особенно перспективен метод прививок при отдаленной гибридизации, так как значительно расширяет возможности гибридизации, позволяя объединять организмы, часто не скрещивающиеся между собой, обычным, половым путем.

Среди опубликованных работ, посвященных изучению прививок, исследования цветочных растений занимают очень небольшое место. Однако они [1—8] позволяют говорить о перспективности использования метода прививок, наряду с другими ценными методами (половая гибридизация, отбор) в селекции декоративных растений.

Небольшое количество данных о прививках декоративных растений и в то же время перспективность этого метода и необходимость расширения селекционных работ с декоративными культурами побудили нас начать настоящие исследования. Мы стремились изучить закономерности изменчивости морфологических признаков у ряда декоративных цветочных растений под влиянием прививки и наметить на основании этого некоторые пути улучшения их декоративных качеств, которые можно было бы использовать в селекции цветочных растений. Содержащийся в статье материал взят из исследований, проводившихся автором в течение четырех лет.

Методика и объекты исследования

Объектами исследования служили представители семейства пасленовых (петунья белая, петунья розовая, табак душистый, табак махорка, табак турецкий) и семейства сложноцветных (астра многолетняя, астра однолетняя, маргаритка, космея, тагетес, диморфотека, календула).

Растения выращивались из семян согласно принятой в цветоводстве агротехнике [9—11], а затем подвергались прививкам. Часть материала оставалась без прививок и использовалась в качестве контроля.

Прививка проводилась наиболее распространенным для травянистых растений методом — в расщеп, подробно описанным в ряде работ ([12, 13] и др.). Использовались разновозрастные компоненты. Более старшим по возрасту (на 1—1,5 месяца) брался подвой.

Объектами работы служили следующие растения, взятые из семян местной репродукции:

Сем. пасленовых

Петуния белая и розовая (*Petunia violaceae*)
 Табак душистый (*Nicotiana affinis* T. Moore)
 Табак турецкий (*Nicotiana tabacum*)
 Табак махорка (*Nicotiana rustica*)

Сем. сложноцветных

Астра однолетняя (*Callistephus chinensis* Nees)
 Астра многолетняя (*Aster amethystinus* Natt)
 Маргаритка (*Bellis perennis*)
 Космея (*Cosmea praecox*)
 Тагетес (*Tagetes signata* Bartl.)
 Диморфотека (*Dimorphoteca aurantiaca*)
 Календула (*Calendula officinalis*)

Прививки производились в следующих вариантах:

Привой	Подвой
Петуния белая	Табак махорка
Петуния розовая	»
Петуния белая	Табак турецкий
Петуния розовая	»
Петуния белая	Табак душистый
Петуния розовая	»
Табак турецкий	Петуния розовая
Астра многолетняя	Астра однолетняя
Маргаритка	»
Тагетес	Космея
Диморфотека	Календула

Экспериментальные данные

Прививки в семействе пасленовых

Прививка петунии белой и петунии розовой на табак махорку

Осуществляя эти варианты прививки, мы преследовали цель объединить организмы, хотя и принадлежащие к одному семейству, но значительно различающиеся по специфике обмена веществ. Такая комбинация прививочных компонентов могла вызвать определенные, может быть, резко выраженные изменения в характере обмена веществ и морфологии компонентов.

Прежде всего были отмечены изменения в форме куста у привитой петунии. Петуния, как правило, имеет куст раскидистой формы с большим количеством направленных в разные стороны побегов. Такая форма куста не всегда удобна при использовании петунии как декоративного растения на клумбах. У привитой петунии произошло значительное сокращение длины междоузлий, в силу чего резко изменился общий габит-

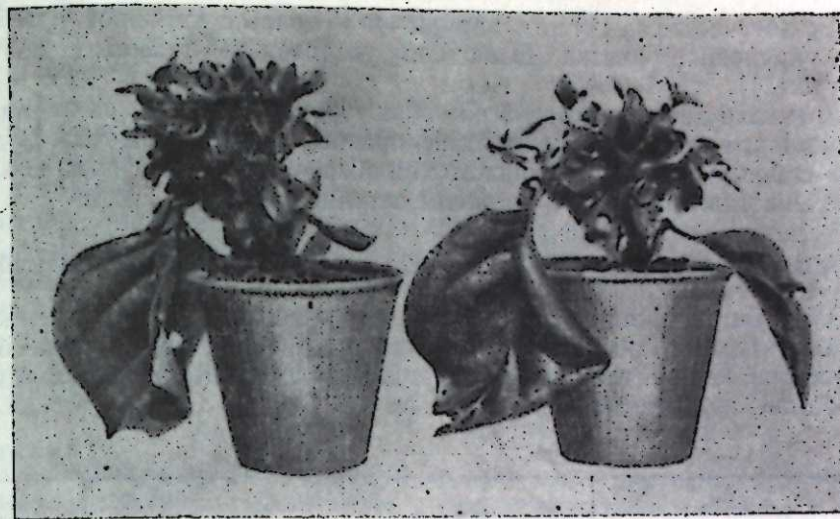


Рис. 1. Прививки петунии розовой на табак махорку (общий вид).

тус куста. Особенно малы были междоузлия у опытных растений в первую половину вегетации. Листья располагались почти в виде розетки. Поэтому прививки выглядели очень своеобразно (рис. 1).

Примерно через месяц после прививки у петунии было обнаружено появление листьев, более грубых наощупь, с несколько утолщенной листовой пластинкой. Листья обладали также некоторой опушенностью и клейкостью, имели более темную окраску.

Цветение опытных растений данных вариантов в год прививки наступило примерно в те же сроки, что и цветение контрольных растений. Было отмечено заметно большее количество цветков у прививок по сравнению с контролем, причем цветки были более крупные из-за увеличения диаметра венчика (5,6 см — у контрольной петунии и 6,8 см — у прививок).

Прививка петунии белой и петунии розовой на табак турецкий

Прививки обогнали контроль по количеству боковых побегов, листьев и цветков, хотя отстали по высоте (табл. 1). Они отличались большей мозаичностью листьев: на темном фоне листовой пластинки выступало значительное количество светлых пятен. Такая окраска отсутствовала в контроле и других вариантах. Наличие «мозаичности» в окраске листьев опытных растений данных вариантов позволяет считать, что после прививки произошли нарушения в нормальном распределении хлорофилла в ткани листа.

Таблица 1*

Вариант	Высота, см	К-во боковых побегов	Длина боковых побегов, см	К-во листьев	К-во цветков	Диаметр венчика цветка, см
Петуния розовая (контроль)	41,3	12	28,5	151,3	3,5	5,3
Петуния розовая/табак турецкий**	31,4	14,3	20,5	168,5	8,5	0,5

* В таблицах приводятся средние данные из промеров десяти растений.
 ** Нами принято следующее обозначение прививочных компонентов: первым пишется привой, вторым — подвой.

Аналогично предыдущим вариантам у данных прививок наблюдалось укрупнение цветка благодаря увеличению диаметра венчика (см. табл. 1).

Прививки петунии розовой на табак турецкий отличались от остальных вариантов очень большим разнообразием в окраске цветка. В сочетании с более крупным венчиком это разнообразие красных тонов в окраске цветка придавало растениям петунии эффектный вид.

Прививка петунии белой и петунии розовой на табак душистый

Опытные растения этих вариантов росли значительно быстрее контрольных и намного обогнали их по высоте, по количеству и длине боковых побегов, количеству листьев и цветков. В табл. 2 приводятся результаты одного из проведенных промеров.

Таблица 2

Вариант	Высота, см	К-во боковых побегов	К-во листьев	К-во цветков	Диаметр венчика цветка, см
Петуния белая (контроль)	46,1	13,9	38,3	12,5	5,2
Петуния белая/табак душистый	64,3	25,8	42,1	23,4	6,4

Привитые растения зацвели на 14—16 дней раньше контрольных. Цветок был более крупный.

Чтобы усилить влияние подвоя на привой, мы во второй год работы обратили особое внимание на воспитание привитого организма, что могло вызвать более глубокие изменения в нем.

В молодом возрасте растительный организм представляет собой очень пластичный объект, легко подвергающийся изменениям. В то же время, хотя стебель у молодой петунии очень нежный, она довольно легко переносит прививку. Исходя из этих соображений, мы в своих опытах взяли для прививки петунию в очень молодом возрасте — фазе двух листочков. Подвой был примерно на полтора месяца старше привоя. Это, с одной стороны, давало возможность усилить влияние подвоя, как уже более сформировавшегося организма, с другой стороны, увеличивало процент приживаемости прививок, так как у табака к этому времени, кроме прикорневых розеточных листочков, уже образовывался стебелек, что значительно облегчало прививку.

Важное значение в прививочных работах имеет и регуляция развития листовой массы привоя и подвоя [14, 15], так как лист играет первостепенную роль в процессах синтеза органических веществ и обуславливает их специфичность для данного вида растений. Поэтому нами в течение вегетационного сезона производилось частичное удаление ассимиляционной поверхности у привоя с целью более мощного развития листовой массы подвоя и усиления его влияния. Точки роста и бутоны на подвое удалялись.

Наблюдения показали, что такое воспитание привитых организмов вызвало определенные изменения:

1. Изменилась окраска цветка привоя (работа проводилась с прививками розовой петунии). Преобладали бледные тона, у нескольких экземпляров цветки были почти белые, как у контроля — душистого табака, цветков яркой окраски не было. В то же время у опытных растений

остальной половины варианта, где прививка производилась обычным путем и не было регуляции листовой массы, большая часть цветков имела яркую окраску.

2. Цветки петунии приобрели приятный и сильный аромат, напоминавший аромат цветка душистого табака.

Чтобы иметь более точные представления об аромате цветка опытных растений, нами был проведен ряд анализов количественного содержания эфирных масел в цветках опытной и контрольной петунии, а также в цветках контрольного душистого табака. Анализы проводились микрометодом Гинзбурга. При общем небольшом содержании эфирных масел в исследуемом материале анализы показали заметную разницу между взятыми объектами: больше эфирных масел оказалось в цветках душистого табака и привитой петунии и меньше — в цветках контрольной петунии.

Отмеченное при исследовании пасленовых укрупнение цветка петунии под влиянием прививки ее на различные виды табаков, а также увеличение количества цветков, листьев и боковых побегов у прививки петунии на табак турецкий и душистый нашли подтверждение в недавно опубликованных исследованиях М. Пишно [16—18]. По ее данным, при изучении прививок в семействе *Solanaceae* (в том числе и петунии) у привитых растений обнаружена большая мощность куста, обильная листва, более крупные цветок и плод; эти изменения наследовались и растениями семенного потомства.

Семенное потомство прививок

Большой интерес представляет исследование семенного потомства прививок, так как оно позволяет проследить степень наследуемости возникших изменений и изучить характер изменчивости признаков в последующих поколениях.

Нами высевались семена, собранные с привоев следующих вариантов прививок: петуния белая/табак махорка, петуния белая/табак душистый, петуния белая/табак турецкий, табак турецкий/петуния розовая, петуния розовая/табак турецкий.

Было выращено первое семенное потомство, а у последнего варианта также и второе. В среднем выращивалось по 100—120 растений в каждом варианте.

В результате наблюдений за семенным потомством было установлено следующее:

1. Изменение интенсивности роста растений. Наши опыты показали, что семенное потомство прививок как в первом, так и во втором поколениях с первых дней своего развития значительно отличалось от контроля. Опытные растения были выше контрольных, имели большее количество листьев, боковых побегов. Листья были крупнее. Ниже в табл. 3 приводятся результаты двух промеров растений, проведенных в начале и середине вегетации.

2. Изменения формы листовой пластинки и куста. Известно, что не изменившиеся в год прививки формы могут давать потомство с измененными в той или иной степени признаками [19—20]. Это касается как биохимических, так и морфологических признаков. В наших опытах в год прививки изменился ряд признаков растений, но изменений в форме листа не наблюдалось. В семенном потомстве уже с первых дней после появления всходов растений оказалось, что листья опытной петунии имеют более удлиненную форму. Отношение

Таблица 3

Вариант	Возраст, месяцев	Высота, см	К-во листьев	Ширина листа (самого крупного), см	Длина листа (самого крупного), см
Петуния белая (контроль)	1	2,04	2-3	0,8	0,9
Петуния белая/табак турецкий (F ₂)	1	4,06	3-4	1,3	1,7
Петуния белая (контроль)	3,5	44	120	6,5	4,8
Петуния белая/табак турецкий (F ₁)	3,5	58	235	10,1	6,2

длина листа к его ширине у различных вариантов семенного потомства показано в табл. 4.

Таблица 4

Петуния белая (контроль)	Петуния белая/табак душистый (F ₁)	Петуния белая/табак турецкий (F ₁)	Петуния белая/табак махорка (F ₁)	Петуния розовая (контроль)	Петуния розовая/табак турецкий (F ₁)
Возраст 1 месяц					
1,15	—	1,37	1,36	1,08	1,38
Возраст 3,5 месяца					
1,35	1,6	1,61	1,4	1,31	1,53

На рис. 2 представлены контуры листьев опытной петунии и исходных контрольных форм.

Удлиненная форма листа петунии у семенного потомства от прививок ее на табак душистый и турецкий сохранилась до конца вегетации (см. табл. 4). У семенного же потомства прививок петунии на табак махорку, у которого лист имеет более округлую форму, чем лист табака душистого, удлиненная форма листа наблюдалась только в начале вегетации, а затем сгладилась.

Листовая пластинка у растений данного варианта была толще и грубее наощупь, чем у контрольных растений и растений других вариантов. Сохранилась в F₁ и некоторая клейкость листа, отмечавшаяся в этом варианте в год прививки.

Характерная форма куста, свойственная прививке на табак махорку, сохранилась в потомстве только частично. Междоузлия были укорочены по сравнению с контролем и другими вариантами, но в меньшей степени, чем в год прививки. Поэтому хотя определенные изменения и были в форме куста (некоторое укорочение междоузлий, уменьшение раскинутости побегов), но в целом та своеобразная форма куста, которой отличались эти растения в год прививки, не сохранилась. Очевидно, для усиления и закрепления этого признака в потомстве необходимы повторные прививки.

Появление измененной формы листа в семенном потомстве наблюдалось не только в вариантах с прививкой петунии на различные виды табаков, но и в вариантах с обратной прививкой. В год прививки у турец-

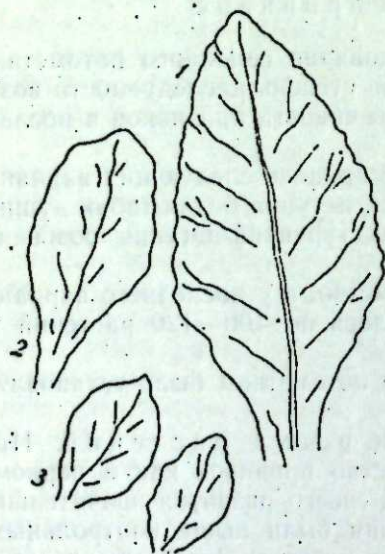


Рис. 2. Контур листа:

1 — табак душистый (контроль); 2 — петуния розовая F₁ (петуния розовая/табак душистый); 3 — петуния розовая (контроль).

кого табака, привитого на розовую петунию, изменений в форме листа обнаружено не было. Отношение длины листа к его ширине было примерно одинаковым у привитых (2,17) и контрольных (2,30) растений. Однако в семенном потомстве появилась большая округлость листа, в силу чего изменилось и отношение длины листа к его ширине: табак турецкий (контроль) — 2,18; табак турецкий F₁ — 1,6; петуния розовая (контроль) — 1,35.

3. Изменения в цветении семенного потомства. Семенное потомство прививок как F₁, так и F₂ зацвело на 2,5—3 недели раньше контрольных растений. Опытные растения цвели вплоть до конца января. Контрольные же растения прекратили цветение в ноябре.

Промеры цветков показали, что отмеченное в год прививки увеличение диаметра венчика сохранилось в F₁ и F₂. Цветков на кусте было в 1,5—3 раза больше, чем в контроле.

В семенном потомстве прививок на душистый табак у цветков петунии сохранился сильный и приятный аромат, сходный с ароматом цветка душистого табака. Запах цветка, как и в год прививки, в этом варианте усиливался в вечерние часы и в ясную погоду.

Исключительно большим разнообразием отличалась окраска цветка розовой петунии (F₁ и F₂) в варианте, где подвоем в предыдущий год был турецкий табак. Среди растений были экземпляры, которые по окраске венчика и крупным размерам цветка с успехом можно использовать для выведения новой формы петунии с более эффектным по внешнему виду цветком.

Характеризуя в целом семенное потомство рассмотренных вариантов прививок, следует особо подчеркнуть некоторые признаки опытных растений: повышенную интенсивность роста растений, значительно большее количество листьев и более крупную величину их, более раннее зацветание и более продолжительное цветение. Все эти особенности семенного потомства говорят о хорошо выраженном явлении гетерозиса, что подтверждает гибридную природу этих растений.

Очень интересно провести здесь параллель с явлением гетерозиса у половых гибридов. Э. Малиновским [21] исследовалось явление гетерозиса в семенном потомстве половых гибридов нескольких сортов петунии. Как показали исследования, гетерозис сказался на таких показателях, как высота растения, число и длина междоузлий, число и размеры листьев и некоторых других. Представляют интерес и наблюдения Э. Малиновского над цветением опытных растений. Сроки зацветания растений или более ранние, чем у обеих исходных форм, или промежуточные, но период цветения более продолжительный, чем у родительских форм. Таким образом, картина гетерозиса у петунии, отмеченная в исследованиях Э. Малиновского, оказалась весьма сходной с тем, что наблюдалось нами.

Явление гетерозиса в сильной степени проявилось также в семенном потомстве прививок семейства гвоздичных (гвоздика турецкая/гвоздика голландская), которые были взяты в качестве дополнительного материала в наших исследованиях.

Прививки в семействе сложноцветных Прививка астры многолетней на астру однолетнюю

Несмотря на трудности прививки (приживаемость составляла 50—60%), привитые растения развивались хорошо и в дальнейшем значительно обогнали по высоте и количеству листьев контрольные растения



Рис. 3.

1 — астра многолетняя/астра однолетняя, 2 — астра многолетняя (контроль).

(рис. 3). Максимальная высота привитой многолетней астры составляла в конце вегетации 35—40 см, контрольной же только 15—17 см.

Опытные и контрольные растения перед наступлением заморозков были перенесены в помещение, где в ноябре привитая многолетняя астра зацвела. Цветы были мелкие — до 1,0 см в диаметре. Контрольные растения не цвели. Очевидно, зацветание многолетней астры явилось результатом прививки ее на растение с более ускоренными темпами развития — однолетнюю астру.

Прививка многолетней астры в третий год работы не рассадой, а побегами с перезимовавших кустов значительно повысила процент сращиваемости прививочных компонентов (до 78%). Но интенсивность роста привитых растений в этом случае была меньшей, чем при прививке рассадой, и растения по высоте отставали от контрольных. У них были обнаружены изменения в форме листовой пластинки (рис. 4) и диаметре соцветия (3,0 см — контроль, 3,6 см — опыт). Количество соцветий увеличилось.

Прививка маргаритки на астру однолетнюю

Эти прививки были предприняты с целью изучить возможности изменения продолжительности вегетационного периода растения. Осуществлялись они сравнительно легко. Характерными для этого варианта являются более крупные размеры соцветия и измененная форма листа у подвоя: с более ровными краями, овальная. Изменения в форме листовой пластинки подвоя стали обнаруживаться примерно с середины вегетации. Изменений в продолжительности вегетационного периода у компонентов прививки не установлено.

Прививка тагетес на космею

Прививки тагетес на космею проводились для изучения возможностей улучшения некоторых декоративных качеств тагетеса. Однако в

процессе работы выяснилось, что в этой комбинации прививочных компонентов наблюдалось некоторое сокращение длины междоузлий у подвоя (космея) и появление при растирании листьев подвоя характерного, специфического для тагетес запаха. Это позволило предположить, что здесь заметное влияние оказывает привой, благодаря чему возможно изменить некоторые декоративные качества космея, в частности получить формы с более низким, более компактным кустом. Космея, как известно, высокое растение с раскидистыми побегами. Так же, как и петунья, космея благодаря этим особенностям куста не всегда удобна для посадки на клумбах. Поэтому в данной комбинации прививочных компонентов и было обращено внимание на подвой, с которого были собраны семена и высеяны для получения семенного потомства.

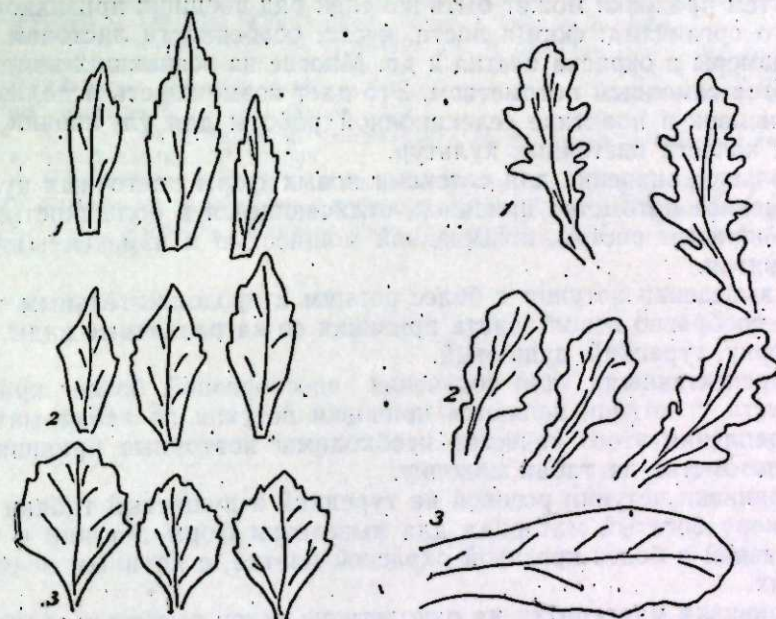


Рис. 4. Контуры листа:

1 — астра многолетняя (контроль), 2 — прививка (побегами) астра многолетняя/астра однолетняя, 3 — астра однолетняя (контроль).

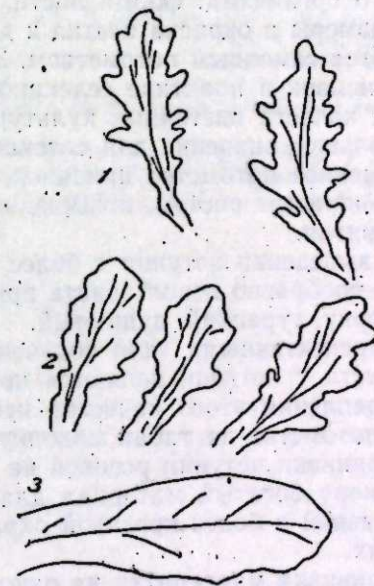


Рис. 5. Контуры листа:

1 — диморфотека (контроль), 2 — диморфотека F₁ (диморфотека/календула), 3 — календула (контроль).

Было выращено два поколения семенного потомства: F₁ и F₂. Как в первом, так и во втором поколении сохранилась сокращенная длина междоузлий у космея по сравнению с контролем. Уменьшилась и высота куста (табл. 5). В F₂, кроме того, обнаружено несколько растений со значительно более крупным цветком и расширенной листовой пластинкой.

Характерный для тагетеса запах, появившийся у листьев космея в год прививки, был в F₁ и F₂ значительно ослаблен.

Таблица 5

Вариант	Высота, см	Длина междоузлий, см		Длина листа среднего яруса
		минимальная	максимальная	
Космея (контроль)	21,3	1,2	4,7	6,2
Тагетес (контроль)	11,0	0,7	3,2	4,5
Тагетес/космея (F ₂)	15,9	0,9	3,5	5,2

Прививка диморфотеки на календулу

В год прививки наблюдалось некоторое изменение окраски цветка диморфотеки, не сохранившееся, однако, в семенном потомстве. У привитой диморфотеки наряду с обычными появились листья видоизмененной формы, отчасти напоминавшей форму листа у календулы, с менее изрезанными краями и широким основанием. Эти изменения в форме листа, хорошо выраженные в год прививки, сохранились также в продолжение всей вегетации и в семенном потомстве, которое нами было выращено из семян, взятых с привоя (рис. 5).

Выводы

1. Путем прививки может быть изменен ряд внешних признаков растительного организма: форма листа, куста, особенности листовой пластинки, размеры и окраска цветка и др. Многие из возникших изменений наследуются семенным потомством. Это дает возможность использовать метод прививок в практике селекционной работы для улучшения декоративных качеств цветочных культур.

2. Большое значение для селекции новых форм цветочных культур имеет семенное потомство прививок, отличающееся в большинстве случаев интенсивным ростом, повышенной мощностью и измененными сроками развития.

При выведении петунии с более ранним и продолжительным цветением целесообразно использовать прививки ее на различные виды табаков: махорку, турецкий, душистый.

4. Перспективными для получения своеобразной, более красивой формы куста у петунии являются прививки петунии на табак махорку. Для закрепления этого качества необходимы повторные прививки семенного потомства на табак махорку.

5. Прививки петунии розовой на турецкий и душистый табак дают селекционеру богатый материал для выведения форм петунии с более разнообразной и более красивой окраской цветка, с крупным венчиком, ароматных.

6. Прививка маргаритки на однолетнюю астру вызывает значительное укрупнение цветка привоя, что может быть использовано для выведения более крупноцветной формы маргаритки.

7. Для получения космеи с более компактной формой куста представляют интерес прививки на нее тагетес, благодаря которым меняется общий габитус куста космеи.

Биологический институт
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
23/X 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Н. Кузнецова-Зарудная, М. Н. Шмидт, Вегетативная гибридизация травянистых растений. Сов. ботаника, № 1—2, 1941.
2. Д. А. Синицкая, О результатах межвидовой и межсемейственной гибридизации некоторых декоративных растений. Природа, № 9, 1950.
3. Д. А. Синицкая, Вегетативная гибридизация георгин. Тр. БИН АН СССР, сер. VI, вып. 2, 1952.
4. Д. А. Синицкая, Вегетативная гибридизация георгин. Сб. Интродукция растений и зеленое строительство. Тр. БИН АН СССР, вып. 2, 1952.
5. Э. И. Шендеревский, Опыт выведения зимующих гладиолусов. Агробиология, № 2, 1952.

6. Клод-Шарль Матон, Мичуринское учение во Франции. Изв. АН СССР, сер. биол., № 5, 1955.
7. Ж. Сиرونваль, Мичуринцы Бельгии. Агробиология, № 4, 1955.
8. Д. С. Догонадзе, Вегетативные гибриды георгин с хризантемой. Агробиология, № 1, 1957.
9. Н. И. Кичунов, Цветоводство. ОГИЗ—Сельхозгиз, М., 1941.
10. А. Я. Дрейман, Г. Е. Киселев, Летники и сопутствующие им культуры. Сельхозгиз, М., 1937.
11. Г. Е. Киселев, Цветоводство. Сельхозгиз, М., 1949.
12. В. Н. Ржавитин, Вегетативная гибридизация растений. ОГИЗ—Сельхозгиз, М., 1949.
13. С. Ф. Груздев, Прививка растений. Сельхозгиз, М., 1954.
14. Л. Даниэль, Наследование приобретенных признаков у привитых растений. Перевод в журн. Яровизация, № 3 (24), 1939.
15. Р. Георгиева, Гибридная изменчивость при трансплантации некоторых пасленовых. ИД, М., 1948.
16. M. Pichenot, Essai de greffage de *Solanum sisymbriifolium* L a m k. sur *Datura stramonium* L. Comptes rendus Acad. de Sc., t. 243, № 25, 1956.
17. M. Pichenot, Modifications apportées par le greffage dans le développement du *Petunia violaceae* Lindl. Comptes rendus Acad. de Sc., t. 244, № 12, 1957.
18. M. Pichenot, Essai de greffage interspecific dans le genre *Solanum*. Comptes rendus Acad. de Sc., t. 244, № 20, 1957.
19. С. С. Хачатрян, Характер изменчивости вегетативных и половых гибридов томата. Агробиология, № 2, 1948.
20. Н. М. Сисакян, Н. А. Васильева, Биохимические изменения у морфологически неизменных вегетативных гибридов. ДАН СССР, т. 87, № 3, 1952.
21. Э. Малиновский, Гетерозис фасоли и петунии. Бюлл. Польской АН, отд. II, т. III, № 5, 1955.

Г. Ф. ПАТРИЕВСКАЯ

МАТЕРИАЛЫ К ХАРАКТЕРИСТИКЕ
АРУНДИНЕЛЛОВЫХ ЛУГОВ ПРИХАНКАЙСКОЙ РАВНИНЫ

Своеобразная растительность обширной Приханкайской равнины описана в трудах В. Л. Комарова [1], И. К. Шишкина [2, 3], Г. Э. Куренцовой [4, 5] и др. Однако работ, посвященных изучению экологии и фенологии луговых сообществ, многолетней изменчивости и отавности, мало. Особенно слабо изучена арундинелловая формация (*Arundinella anomala* Steud.), занимающая здесь большие пространства и продолжающаяся расширяться за счет лесных площадей. Сообщества с преобладанием арундинеллы И. К. Шишкин и др., по-видимому, относят к группе разнотравно-злаковых лугов.

Для выяснения причин низкой урожайности лугов и путей их улучшения нами изучались наиболее широко распространенные на Приханкайской равнине луговые сообщества в районе с. Астраханка (земли колхоза им. Ильича). В 1954—1955 гг. сделано около 300 описаний фитоценозов, составлена геоботаническая карта, велись наблюдения за сезонным развитием каждого вида в сообществе с составлением фенологических спектров по методике А. П. Шенникова [6], учтен ход роста травянистой массы, урожайность, отавность, агроботанический состав сена. Собран материал для биохимического анализа растений в разные фазы развития и для характеристики почв (морфология, влажность, химизм, задернение). Проведены опыты для изучения влияния поверхностно внесенного минерального удобрения, фрезерования, пала.

**

Климат Приханкайской равнины муссонный. Лето отличается выпадением массы осадков, что приводит к разливу рек и наводнениям (табл. 1).

Таблица 1

Характеристика климата в р-не с. Астраханка*

Годы	Средняя месячная температура воздуха, °С				Сумма осадков, мм				Средняя месячная относит. влажность воздуха, %			
	V	VI	VII	VIII	V	VI	VII	VIII	V	VI	VII	VIII
1900	12,5	17,5	22,4	23,0	65,1	83,0	161,4	22,3	70	76	82	76
1951	13,1	19,0	19,8	22,8	59,4	99,8	81,4	81,7	59	78	82	80
1952	13,2	17,1	20,6	20,9	6,9	62,0	123,0	66,5	60	79	82	84
1953	11,0	17,4	20,2	20,0	87,8	50,8	167,5	80,0	76	80	86	78
1954	12,4	17,9	22,8	20,0	46,6	34,5	54,7	133,7	62	78	77	15
1955	10,4	16,6	22,6	22,9	44,0	44,3	219,0	—	—	—	81	—

* По данным Владивостокской гидрометеобсерватории.

Говорить о засухе как весной, так и летом не приходится (май формирования травостоя. Следует особо отметить высокую влажность воздуха. За VI—VIII 1955 г. было 45 дней со средней суточной влажностью воздуха выше 80%. Днем, в 13 часов, влажность воздуха не опускалась ниже 50%, а утром и ночью была 90—100%. Такая влажность воздуха бывает в тропических лесах. Для зимы характерны низкие температуры воздуха в сочетании с почти полным отсутствием снежного покрова.

Лиственные леса, изреженное мелколесье и кустарники остались в настоящее время лишь в предгорье и на сопках. В отрицательных элементах рельефа широко распространены сырые вейниковые луга. По склонам увалов и их шлейфам, на высоких геоморфологических уровнях равнины господствуют арундинелловые луга.

О природе почв Дальнего Востока среди почвоведов до сих пор нет единого мнения. Ю. А. Ливеровским [7, 8] описаны солонцевато-солончачоватые осолоделые почвы, то есть почвы, соответствующие влажной фации лесостепи или прерии. На болотный и дерново-подзолистый типы почвообразования указывали Д. В. Иванов [9], К. Д. Глинка [10], А. И. Прохоров [11] и др. Сейчас разделяют это мнение А. А. Хантулев [12], А. И. Качияни [13] и др.

Под арундинелловыми лугами господствуют дерновые средне- или слабоподзоленные с иллювиальным гумусовым горизонтом почвы на ханкайских глинах. По нашим данным, указанные почвы бедны фосфором и калием и богаты гумусом (табл. 2). Влажность почвы этих лугов не падала ниже 22,7%, а в июне на поверхности лугов две недели стояла вода. А. И. Качияни [13] указывает, что для данного типа почв коэффициент увядания наступает при влажности почвы в гор. A_1 — 9,8—13,6%, а в гор. A_2 — 7,2—8,8%.

Таблица 2

Данные о химическом составе и изменении влажности почв разнотравно-арундинелловых лугов (1955 г.)

Горизонт и глубина взятия образца, см	pH солевой вытяжки	Р ₂ O ₅ по Кирсанову, мг	Калий, по Перле, мг	Гумус, по Торину, %	Влажность, %						
					6/VI	28/VI	12/VII	17/VII	22/VIII	1/VIII	15/VIII
A ₁ , 0—10	5	2,5	9	8	40,59	30,5	39,6	59,87	Вода стояла на поверхности луга после ливней.	55,76	35,1
A ₂ , 10—18	4,95	3	6	2,1	28,41	29,37	30,4	34,74		62,60	40,3
B, 18—50	4	3	—	1	25,4	22,70	32,3	53,85		50,0	30,2

Флористический состав арундинелловых лугов богат — 94 вида, из них 60 отмечено и в 1954 г. и в более влажном 1955 г. Среди наиболее постоянных компонентов в 1954 г. обильнее были сухолюбивые виды, а в 1955 г. многочисленным было и влаголюбивое разнотравье. Ярусность всегда отчетливо выражена. Первый ярус представлен злаками (*Arundinella anomala* Steud., *Koeleria gracilis* Pers. var. *foliosa* Domin, *Agrostis Trinii* Turcz.), разнотравьем (*Sanguisorba media* R. J., *Patrinia scabiosaefolia* Link.). Злаки не образуют сплошного покрова. Основу второго яруса составляют многочисленные виды разнотравья (*Galium verum*, *Achillea sibirica*, *Veronica longifolia*, *Artemisia stolonifera*), иногда бобовые. В третьем ярусе — *Arthraxon Langsdorffii* Hack., *Lespedeza striata* и различные виды мелкотравья (*Potentilla fragarioides* L. и др.). Мхи редки.

Биологический спектр жизненных форм по корневым системам показал, что травостой арундинелловых лугов представлен в основном корневищными видами (48%). Поражает резкая экологическая контрастность форм, слагающих травостой: *Arundinella anomala* Steud., ксерофильные полыни встречаются рядом с *Calamagrostis Langsdorffii* и др. Подобную экологическую неоднородность травостоя можно объяснить резкой переменностью в увлажнении почвы. Чередование «сухих» и «сырых» (затопление лугов водой после ливней) фаз объясняет парадоксальное, на первый взгляд, сожителство в одинаковых условиях растений, экологически крайне различных. Несмотря на погодные колебания как по числу видов (51—65%), так и по обилию, господствуют мезофиты, а более или менее ксерофильных видов 11—14%.

Арундинелловые луга не однотипные: мезофильный облик имеют ассоциации разнотравно-арундинелловая и полевицево-арундинелловая; на сравнительно высоких и сухих местообитаниях равнины при значительной примеси ксерофильных полыней отмечено слабое остепнение (келернево- и горноосоково-арундинелловая ассоциации), а на увлажненных содоминантом является *Calamagrostis Langsdorffii* (вейниково-арундинелловая). Эти ассоциации имеют много общего с ассоциациями вейниковой формации.

Для арундинелловых лугов наиболее типична разнотравно-арундинелловая ассоциация (рис. 1). Основу травостоя составляют злаки: арундинелла, келерия (*Koeleria gracilis* Pers.) и др. со значительной примесью разнотравья.

На рис. 1 изображен фенологический спектр разнотравно-арундинелловой ассоциации за 1955 г.

Ширина полосок видовых спектров на рисунке соответствует проценту встречаемости вида, ширина полосок генеративной фазы — проценту встречаемости генеративных побегов. Сезонные стадии луга: III — середины весны, IV — конца весны — начала лета, V — разгара лета. Фенологические фазы: а — вегетативная, б — бутонизации, в — цветения, г — созревания семян, д — обсеменения, е — отмирания. Виды (в скобках — процент встречаемости): 1 — *Potentilla flagellaris* Willd. (70), 2 — *Anemone dichotoma* L. (20), 3 — *Ajuga multiflora* B. G. (20), 4 — *Carex montana* L. (70), 5 — *Hierochloa odorata* (L. W. H. B. G.) (20), 6 — *Iris sibirica* L. var. *orientalis* Thunb. (20), 7 — *Potentilla fragarioides* L. (70), 8 — *Primula patens* Turcz. (20), 9 — *Ranunculus japonicus* Thunb. (60), 10 — *Viola Patrini* D. C. (20), 11 — *Hemerocallis flava* L. (20), 12 — *Clematis fusca* Turcz. (20), 13 — *Koeleria gracilis* Pers. (55), 14 — *Thesium chinense* Turcz. (20), 15 — *Agrostis Trini* Turcz. (45), 16 — *Festuca rubra* L. (20), 17 — *Polygonum alopecuroides* Turcz. (40), 18 — *Galium verum* L. (55), 19 — *Hypochaeris grandiflora* L. db. (20), 20 — *Inula chinensis* Kom. (20), 21 — *Veronica longifolia* L. (20), 22 — *Lythrum salicaria* L. (22), 23 — *Patrinia scabiosaefolia* Link. (50), 24 — *Trifolium lupinaster* L. (50), 25 — *Bupleurum scarzonaerifolia* W. (50), 26 — *Aster fastigiatus* F. et M. (20), 27 — *Dianthus chinensis* L. (15), 28 — *Lilium callosum* S. et Z. (15), 29 — *Sanguisorba media* R. I. (80), 30 — *Spiranthes australis* L. C. Rich. (20), 31 — *Achillea sibirica* L. db. (40), 32 — *Angelica viridiflora* Max. (15), 33 — *Adenophora verticillata* Fish. var. *angustifolia* Korsch (55), 34 — *Eupatorium Kirilovi* Turcz. (20), 35 — *Hypericum Gebleri* L. db. (20), 36 — *Sedum Aizoon* L. (15), 37 — *Artemisia stolonifera* Max. (60), 38 — *Arundinella anomala* Steud. (95), 39 — *Artemisia manshurica* Kom. (60), 40 — *Campanula glomerata* var. *salviaefolia* Wallr. (15), 41 — *Lycopus lucidus* Turcz. (20), 42 — *Gentiana trifolia* Pall. (20), 43 — *Sanguisorba parviflora* Max. (30), 44 — *Senecio campestris* D. C. (Retz.) (20), 45 — *Cynanchum amplexicaula* Hemsl. (20), 46 — *Calamagrostis epigeios* Roth. (20), 47 — *Equisetum arvense* L. (20), 48 — *Geranium Wlasovianum* Fisch. (20), 49 — *Phragmites communis* Trin. (15), 50 — *Saussurea amurensis* Turcz. (20).

Для стадии середины весны (до 18 июня) характерен сине-желтый аспект сибирского касатика (*Iris sibirica* L.) и японского лютика (*Ranunculus japonicus* Thunb.). В стадию конца фенологической весны (с середины июня до 20-х чисел июля) луг уже покрыт сомкнутым травостоем. Аспект луга желтовато-белый от обилия цветов горлеца (*Polygonum alopecuroides* Turcz.) и подмаренника (*Galium verum* L.) В стадию раз-

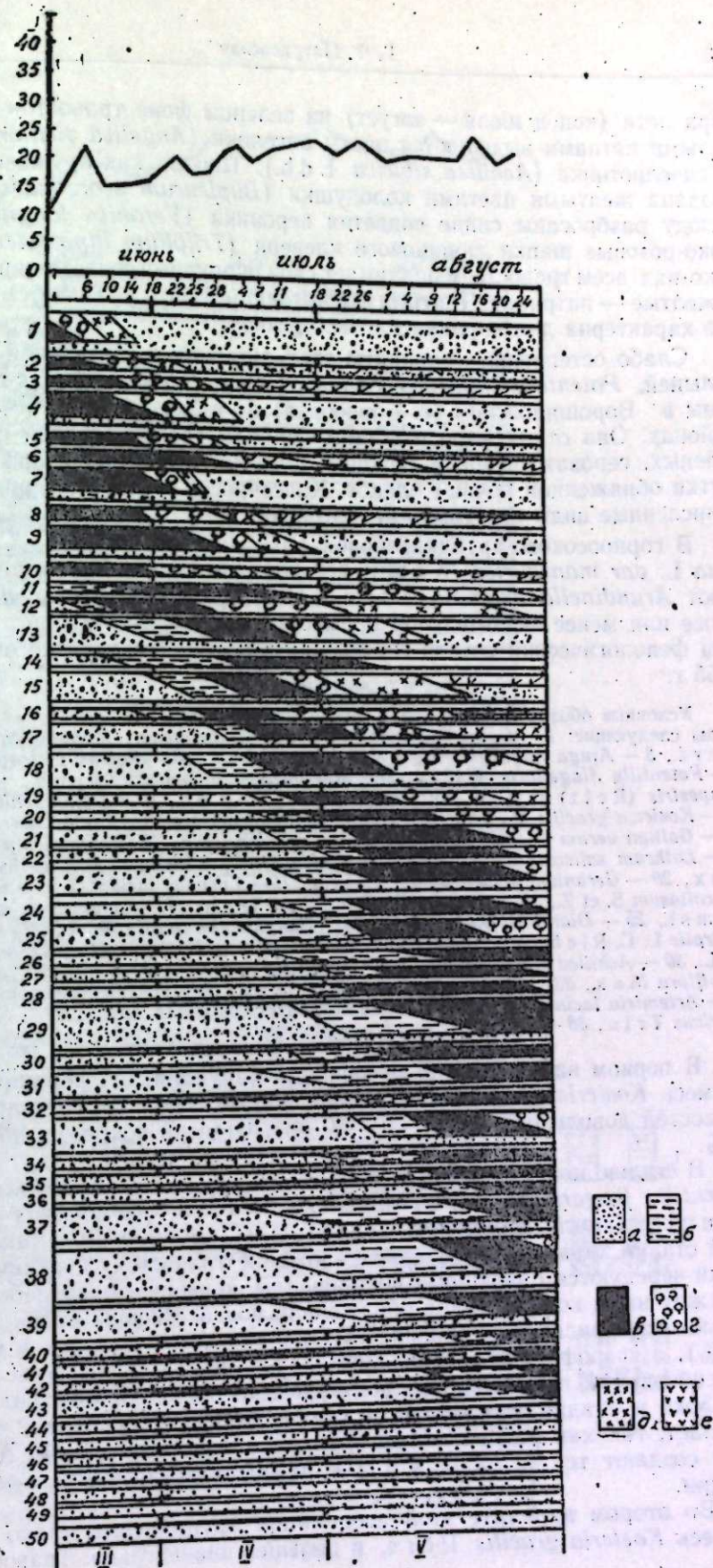


Рис. 1.

гара лета (конец июля — август) на зеленом фоне травостоя большими белыми пятнами выделяются цветы ангелики (*Angelica viriflora* Max.), тысячелистника (*Achillea sibirica* Ldb.). Тонкая, как кружевная, канва создана желтыми цветами колодушки (*Bupleurum scorzonaeifolia* W.). Всюду разбросаны синие соцветия вероники (*Veronica longifolia* L.) и ярко-розовые шапки люпинового клевера (*Trifolium lupinaster* V.). Высоко над всем травостоем поднимает свои пурпурные соцветия кровохлебка и желтые — патриния (*Patrinia scabiosaefolia* Link.). Такая смена аспектов характерна для арундинелловых лугов.

Слабо остепненные варианты этих лугов со значительной примесью полыней, *Potentilla chinensis*, *Sedum Aizoon*, *S. eupatorioides* и др. отмечены в Ворошиловском (с. Борисовка) и в Хорольском (с. Поповка) районах. Они отличаются и общим обликом травостоя: фон состоит из зеленых, серовато-зеленых (группы полыней, ив) и буро-серых (промежуток обнаженной почвы) бликов. Красочность травостоя придают многочисленные виды цветущего разнотравья.

В горноосоково-арундинелловой (*Arundinella anomala* + *Carex montana* L. var. *manshurica* Kom.) ассоциации основу травостоя составляют *Arundinella anomala* Steud, создатель — *Carex montana*, с более или менее значительной примесью разнотравья. На рис. 2 изображен фенологический спектр горноосоково-арундинелловой ассоциации за 1955 г.

Условные обозначения на рис. 2 те же, что на рис. 1.

Виды следующие: 1 — *Carex montana* Kom., 2 — *Taraxacum mongholicum* Hand. Margz., 3 — *Ajuga multiflora* Bge., 4 — *Iris sibirica* L., 5 — *Potentilla fragarioides* L., 6 — *Potentilla flagellaris* Willd., 7 — *Ranunculus japonicus* Thunb., 8 — *Senecio campestris* (Retz) D. C., 9 — *Valeriana alternifolia* Ldb., 10 — *Hemerocallis flava* L., 11 — *Koeleria gracilis* Pers., 12 — *Trifolium lupinaster* L., 13 — *Inula chinensis* Kom., 14 — *Galium verum* L., 15 — *Hypochaeris grandiflora* Ldb., 16 — *Hypericum ascyron* L., 17 — *Lythrum salicaria* L., 18 — *Patrinia scabiosaefolia* Link., 19 — *Angelica viridiflora* Max., 20 — *Geranium Wlasovianum* Fisch., 21 — *Lycopus lucidus* Turcz., 22 — *Lilium callosum* S. et Z., 23 — *Scutellaria scordifolia* Fisch., 24 — *Cynanchum amplexicaule* Hemsl., 25 — *Dianthus chinensis* L., 26 — *Sanguisorba media* R. L., 27 — *Spiranthes australis* L. C. Rich., 28 — *Thalictrum chinense* (Rgl.) Freyn., 29 — *Veronica longifolia* L., 30 — *Achillea sibirica* Ldb., 31 — *Artemisia manshurica* Kom., 32 — *Sanguisorba parviflora* Max., 33 — *Arundinella anomala* Steud., 34 — *Artemisia stolonifera* Max., 35 — *Artemisia laciniata* Willd., 36 — *Phragmites communis* Trin., 37 — *Spodiopogon sibiricus* Trin., 38 — *Sedum Aizoon* L.

В первом варианте этой ассоциации (арундинелла хорошо развита, примесь *Koeleria gracilis* Pers. var. *foliosa* Domin незначительна) травостой довольно высокий (40—50 см). Степень покрытия почвы 80—95%.

В стадию конца фенологической весны луг желтый от обилия цветов *Potentilla fragarioides* L., *P. flagellaris* Willd., *Ranunculus japonicus* Thunb., *Senecio campestris* (Retz) D. C., *Hemerocallis flava* L. Для этой стадии характерно групповое сложение травостоя. Куртинки горной осоки чередуются с группами арундинеллы, келерии, кровохлебки и т. д., а между ними кое-где видна обнаженная почва. Внешне облик лугов довольно ксерофильный, но господствуют в травостое этих лугов мезофиты (60%), а ксерофильных видов лишь 13%. Анализ флоры этих лугов по Элленбергу [14] показал, что и по обилию преобладают мезофиты.

Уже в стадии разгара лета (июль — август) групповое сложение исчезает, так как разрастаются арундинелла и разнотравье. Аспект на лугу создают те же виды, что и в разнотравно-арундинелловой ассоциации.

Во втором варианте этой ассоциации арундинелла плохо развита, примесь *Koeleria gracilis* Pers. и полыней значительна. Травостой низ-

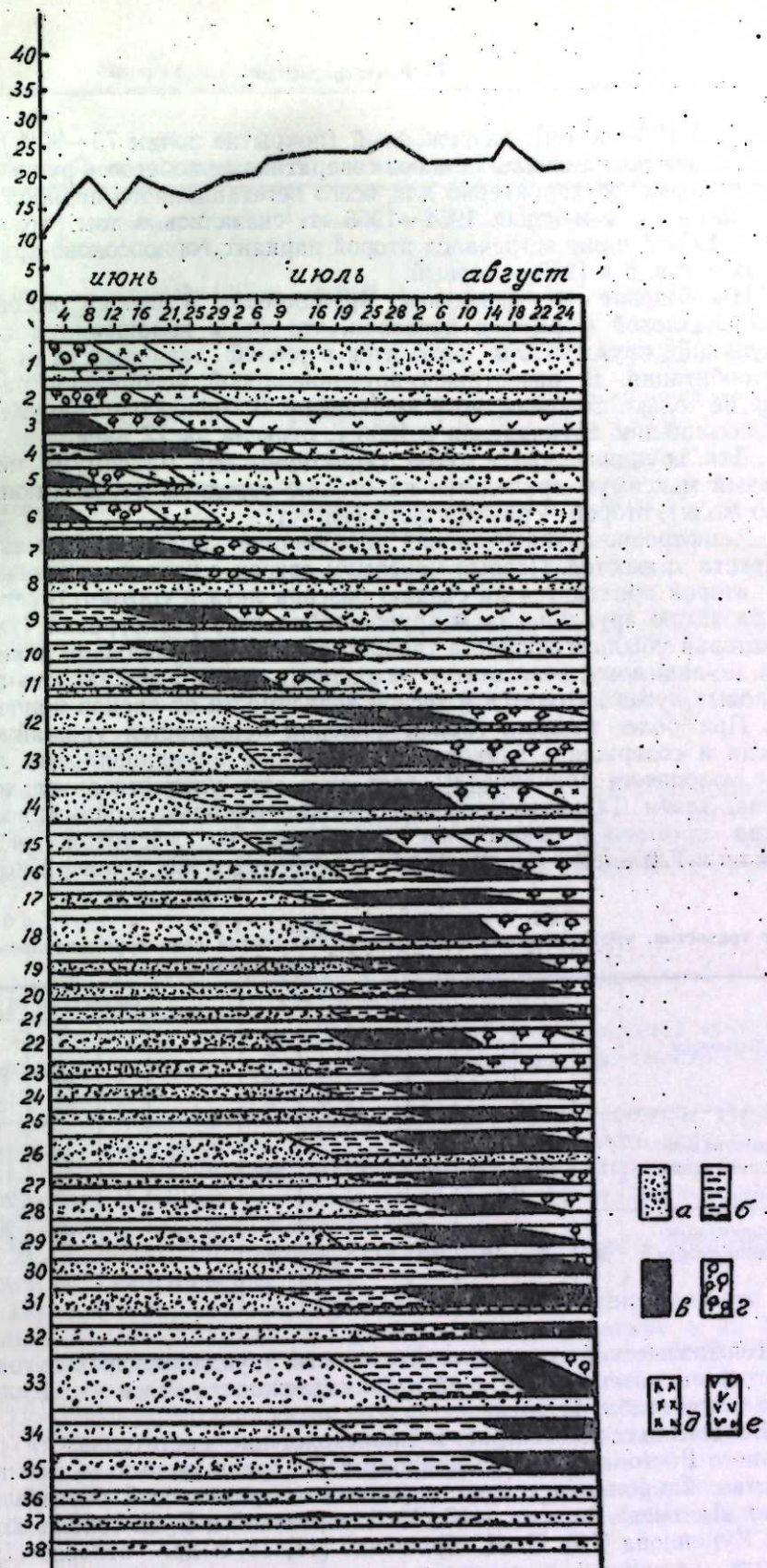


Рис. 2.

корослый (20—40 см), разреженный (покрытие почвы 75—90%). Около 30% особей арундинеллы не дают генеративных побегов. Групповое сложение травостоя характерно для всего вегетационного периода.

Погодные изменения 1954—1955 гг. сказались в том, что в более сухой, 1954 г. чаще встречался второй вариант горноосоково-арундинелловых лугов, а в 1955 — первый.

Наблюдения за развитием арундинеллы в разных ассоциациях арундинелловой формации показали, что фазы колошения и цветения популяций арундинеллы находятся в тесной зависимости от условий местообитания. В разнотравно-арундинелловой ассоциации растянута фаза не только цветения, но и колошения. В горноосоково-арундинелловой ассоциации арундинелла в 1955 г. отцвела за 12 дней.

Для арундинелловых лугов характерны два максимума цветения. Первый максимум приходится на стадию середины весны (июнь — начало июля), второй — разгара лета (август).

Разнотравно-арундинелловая ассоциация имеет два максимума прироста травостоя. Первый максимум связан с цветением весенних видов, второй приходится на стадию разгара лета и соответствует полному развитию арундинеллы и крупностебельного разнотравья (табл. 3). Некоторая убыль в приросте травостоя во второй половине июня является, по-видимому, результатом затопления лугов. Урожайность арундинелловых лугов находится в тесной зависимости от сроков кошения лугов. При более поздних сроках кошения повышается урожайность, а иногда и содержание злаков в сене. Уборка арундинелловых лугов в фазе колошения арундинеллы дает сено еще удовлетворительного качества. Злаки Дальнего Востока содержат несколько пониженное количество протеина и повышенное — клетчатки, но, несмотря на это, в Японии и Китае сено с этих лугов расценивается как хороший корм.

Таблица 3

Рост травостоя, урожайность и агроботанический состав сена арундинелловых лугов в разные сроки сенокосения (1955 г.)

Ассоциации	Травостой, г сух. вещ-ва на 1 м ²							Состав сена, %				
	4/VI	13/VI	25/VI	6/VII	25/VII	4/VIII	16/VIII	дата	лигн.	газие-трассе	осокн	общая урожайность сена, кг/га
Разнотравно-арундинелловая	123	139	125	209	240	150	313	25/VI	41	44	15	12
								25/VII	41	33	26	20
Горноосоково-арундинелловая	36	80	184	183	242	240	276	25/VI	29	59	12	20.7
								25/VII	55	25	20	25

Биохимический состав растительности арундинелловых лугов зависит от фазы развития растений и принадлежности видов к той или иной ассоциации (табл. 4).

Во взглядах на генезис и происхождение растительности равнин Дальнего Востока, как и на природу почв, среди ученых до сих пор нет единства. Сторонники теории первичности травянистой растительности равнин Дальнего Востока — Ю. А. Ливеровский и Б. П. Колесников [15], Г. Э. Куренцова [16], П. Д. Ярошенко [17, 18] и др. — относят Приханкайскую равнину к лесостепи, а арундинелловую формацию считают степной. Суть другой, антропогенной теории состоит в том, что современ-

Таблица 4

Данные биохимического анализа (в %) растительности арундинелловых лугов (1955 г.)

Растения	Ассоциации	Дата	Фенофаза	Влага	Зола	Протеин	Жир	Клетчатка	Безазот. экстракт. вещества
Арундинелла	разнотравно-арунд.	10/VI	цветение	6,75	5,12	3,85	1,52	31,70	57,97
	полевицево-арунд.	11/VIII	.	6,75	3,46	5,35	1,10	29,50	50,59
	горноосоково-арунд.	18/VI	вегетация	8,38	12,20	12,35	2,83	10,6	62,03
<i>Koeleria gracilis</i>	келерицево-арунд.	10/VII	бутонизация	7,61	5,83	6,17	2,39	20,1	77,20
		25/VI	колошение	7,30	7,1	6,5	1,46	33,4	51,54
<i>Trifolium lupinaster</i>	.	7/V	бутонизация	7,95	8,24	14,70	1,22	21,6	54,24
<i>Patrinia</i>	горноосоково-арунд.	18/VI	вегетация	8,38	12,20	12,35	2,83	10,60	62,02
<i>Scabiosaefolia</i>	.	10/VII	бутонизация	7,61	5,83	6,17	2,39	20,10	77,20

ные луга возникли на месте сведенных человеком лесов. Наши анализы почв, флоры, наблюдения над сезонным развитием растительности подтверждают последнюю теорию*. Вопрос происхождения травянистой растительности равнины, несомненно, заслуживает особого обсуждения.

Выводы

1. Луга района представлены арундинелловой, вейниковой и полевицевой формациями.
2. Особенностью растительного покрова лугов является сочетание сухих арундинелловых с сырыми вейниковыми и часто тесный контакт их в пространстве.
3. Для арундинелловой формации характерны: сложное строение ассоциаций, большая видовая насыщенность, цветистость аспекта, особенно в стадии разгара лета, два максимума прироста травостоя.
4. Кривые цветения арундинелловых лугов имеют два максимума. Периода покоя в сезонном развитии нет.
5. Жизненность, темпы сезонного развития для вида в пределах одной и той же формации различны.
6. На сравнительно более высоких и сухих местообитаниях при значительной примеси польней отмечено слабое остепнение, а на более увлажненных содоминантом является *Calamagrostis Langsdorffii*, и эти луга имеют много общего с вейниковыми.
7. Погодные колебания сказались на жизненности травостоя, обилии видов (в 1954 г. преобладали варианты с суходобивыми видами, а в 1955 г. было многочисленно и влаголюбивое разнотравье).
8. Постоянные летние дожди, наводнения, высокая влажность воздуха, большие полузаболоченные пространства под вейниковыми сооб-

* Произведенное нами изучение анатомического строения арундинеллы и некоторых других, якобы степных, видов показывает отсутствие ксероморфных признаков.

шествами — все это не соответствует условиям обитания степных ксерофитов.

9. Почвы арундинелловых лугов богаты гумусом (гор. A_1 — 8—10%), но черноземов, характерных для степей, нет.

10. Анализы почв, флоры и т. д. показали, что луга Приханкайской равнины имеют лесное, отчасти болотное прошлое.

Биологический институт
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10/XI 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Комаров, Типы растительности Южно-Уссурийского края. Тр. почв.-бот. экспед. по исслед. колониз. районов Азиат. России, ч. 2, СПб, 1917.
2. И. К. Шишкин, Типы лугов Приханкайского района и их хозяйственная ценность. Произв. силы Дальнего Востока, вып. 2, Книжное дело, Хабаровск—Владивосток, 1927.
3. И. К. Шишкин, Луга Приханкайского района и их хозяйственная ценность. Дальневост. краевое землед. упр., Хабаровск, 1928.
4. Г. Э. Куренцова, Остепненные ассоциации Суйфунской равнины. Сообщ. ДВФАН СССР, вып. 2, Владивосток, 1951.
5. Г. Э. Куренцова, Разнотравно-арундинелловые луга восточной части Приханкайской низменности Приморского края. Сообщ. ДВФАН СССР, вып. 4—5, Владивосток, 1952.
6. А. П. Шенников, Фенологические спектры растительных сообществ. Тр. Вологодской обл. с.-х. опыт. станции, вып. 2, Вологда, 1928.
7. Ю. А. Ливеровский, О ландшафте равнин Южного Приморья и Приамурья и его генезисе. Пробл. физич. географии, т. XII, Изд. АН СССР, М.—Л., 1946.
8. Ю. А. Ливеровский, Почвы Амурской лесостепи. Почвоведение, № 7, 1947.
9. Д. В. Иванов, Краткий предварительный отчет по работе Южно-Уссурийской горной экспедиции. Горн. журн., т. X, 1895.
10. К. Д. Глинка, Краткая сводка данных о почвах Дальнего Востока. СПб, 1910.
11. А. И. Прохоров, Почвенная карта Ханкайского района. Экон. жизнь Дальнего Востока, № 6—7, 1927.
12. А. А. Хантулев, Материалы к характеристике почв земледельческих районов Приморского края. Уч. зап. ЛГУ, № 221, вып. 42, 1956.
13. А. И. Качияни, Почвы земледельческих районов Дальнего Востока. Хабаровск, 1954.
14. H. Ellenberg, Wiesen und Weiden und ihre Standortliche Bewertung, В. II, 1952.
15. Ю. А. Ливеровский, Б. П. Колесников, Природа южной половины Советского Дальнего Востока (физико-географическая характеристика). М., 1949.
16. Г. Э. Куренцова, К происхождению растительности Приханкайской равнины Приморского края. Бот. журн., № 2, 1955.
17. П. Д. Ярошенко, О сходстве разнотравно-арундинелловых сообществ Приханкайской равнины с некоторыми типами прерий. Сообщ. ДВФАН СССР, вып. 8, Владивосток, 1955.
18. П. Д. Ярошенко, Улучшение сенокосов и пастбищ Приморского края. Владивосток, Примор. кн. изд., 1956.

Н. Н. НАПЛЕКОВА

АНТАГОНИСТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ АКТИНОМИЦЕТОВ НА АЗОТОБАКТЕР

Эффективность применения азотобактерина в большой мере зависит от взаимоотношений азотобактера с микрофлорой почвы.

Известно, что под влиянием бактерий и актиномицетов азотобактер либо погибает, либо приспособляется и меняет свои свойства.

М. И. Нахимовская [1] описывает антагонистические взаимоотношения между актиномицетами и почвенными бактериями. В опытах И. С. Захарова [2] при массовом развитии бактерий и актиномицетов в почве вырастали только единичные колонии азотобактера. Н. А. Красильников [3] сообщает, что в черноземах встречается от 1 до 2 млн. актиномицетов в 1 г почвы, из них актиномицеты-антагонисты составляют 120—180 тысяч. По его данным, в подмосковных подзолистых почвах микроорганизмов-ингибиторов азотобактера значительно больше, чем таковых для растений. В южных черноземах Новосибирской области, по данным И. Л. Клевенской [4], актиномицеты составляют 33% от общего числа микробов.

В нашей работе показывается, что ряд видов актиномицетов из наиболее распространенных в черноземах Новосибирской области продуцирует вещества, которые тормозят рост местных штаммов азотобактера, и что антибактериальная активность актиномицетов зависит от источника их азотного питания.

В опыте применялись 20 видов актиномицетов: 17 — выделенных из южных черноземов Кулунды И: Л. Клевенской, один — музейный вид *Actinomyces griseus streptomycini* 8283 из Института антибиотиков и два вида — *A. flavus* 3369 и *A. scabies* из Института микробиологии АН СССР.

Торможение роста ризосферных штаммов азотобактера испытывалось методом наложения комочков 5—10-суточной культуры актиномицетов на газон азотобактера в агаровой среде Эшби, а также путем добавления фильтрата актиномицетов к посеву азотобактера в жидкой среде Эшби из расчета 1 : 4. Культивирование велось в термостате при 28—30°.

Актиномицеты выращивались на синтетической среде 1. Результаты наблюдений показали, что 6 видов — *A. chromogenes* (штамм 125), *A. longisporus*, *A. griseoflavum*, *A. violaceae*, *A. cylindrosporus*, *A. griseus streptomycini* 8283 — подавляли рост азотобактера (см. табл. 2). Девять видов актиномицетов — *A. halstedii*, *A. violaceus chromogenes*, *A. flavus*, *A. viridichromogenes*, *A. griseus*, *A. albus*, *A. coelicolor*, *A. flavus* 3369, *A. globisporus griseus* — улучшали рост азотобактера.

Пять видов — *A. fradiae*, *A. globisporus*, *A. scabies*, № 11, *A. globosus* — не влияли на рост азотобактера.

Ранее Н. А. Красильников и А. И. Коренько [5] установили антаго-

низм 5 штаммов *A. violaceae* к *Azotobacter chroococcum*. Они не обнаружили антагонизма к азотобактеру у *A. aurantiaca*, *A. griseus*, *A. globisporus*.

В наших опытах два последних актиномицета не только не угнетали, но даже улучшали рост ризосферных штаммов азотобактера.

А. А. Бачинская и А. П. Петросян [6] показали, что актиномицеты *A. albus*, *A. longisporus ruber*, *A. coelicolor*, *A. violaceus*, *A. flavus* ускоряют пигментообразование азотобактера. Аналогичное явление наблюдалось и в наших опытах. Все 20 видов актиномицетов усиливали пигментообразование ризосферных штаммов азотобактера.

Более детально изучался характер действия *A. chromogenes* (штамм 125), *A. griseus streptomycini* 8283 на азотобактер.

Из зон задержки роста маленький кусочек агара растирался шпателем по поверхности агаризованной среды Эшби. Азотобактер из зоны угнетения роста не дал.

Аналогичные результаты получены и при добавлении 1 см³ фильтрата указанных актиномицетов к 4 см³ жидкой среды Эшби с посевом азотобактера. На другой день после внесения фильтрата был сделан посев азотобактера из испытуемых пробирок на агаризованную среду Эшби. Вырастали единичные колонии азотобактера (по-видимому, из резистентных клеток).

Проведенные опыты показывают, что *A. chromogenes* (штамм 125) и *A. griseus streptomycini* 8283 оказывают бактерицидное действие на азотобактер.

Выяснялась также антибактериальная активность *A. chromogenes* (штамм 125) и *A. griseus streptomycini* в зависимости от возраста культуры. Применялся метод блоков. Актиниомицеты выращивались на среде с 0,01% азотнокислого калия от 5 до 20 суток. Результаты наблюдений приведены в табл. 1.

Таблица 1
Антагонизм актиномицетов в зависимости от возраста культуры

Актиниомицеты-антагонисты	Длительность роста, дни	Зона под-влияния роста азотобактера, мм
<i>A. griseus streptomycini</i> 8283	5	12
	8	13
	10	13
	15	13
	20	13
<i>A. chromogenes</i> (штамм 125)	5	16
	8	16
	10	16
	15	0
	20	0

Как видно из данных табл. 1, у *A. griseus streptomycini* 8283 антибактериальная активность не меняется с возрастом культуры, а у *A. chromogenes* (штамм 125) в старых культурах антагонизм его не проявляется, хотя в молодом возрасте он подавляет рост азотобактера сильнее, чем *A. griseus streptomycini* 8283. Общеизвестно, что антибиотические вещества могут разрушаться при определенных условиях в результате метаболических реакций, что, вероятно, и происходило в наших опытах с культурой *A. chromogenes* (штамм 125).

Нами изучался также антагонизм актиномицетов в зависимости от источников их азотного питания.

Актиниомицеты выращивались на средах с 0,01% азотнокислого калия, 0,02% сернокислого аммония, 0,08% триптофана и 0,05% пептона. Результаты наблюдений приведены в табл. 2.

Таблица 2
Действие актиномицетов, выращенных на разных средах, на ризосферные штаммы азотобактера

Растение, под которым выделен азотобактер	<i>A. longisporus</i>	<i>A. griseoflavum</i>	<i>A. violaceae</i>	<i>A. cylindrosporus</i>	<i>A. chromogenes</i> (штамм 125)		<i>A. griseus streptomycini</i> 8283			
					0,01% KNO ₃	0,02% (NH ₄) ₂ SO ₄	0,01% KNO ₃	0,02% (NH ₄) ₂ SO ₄	0,08% триптофан	0,05% пептон
Пшеница	0	0	0	0	16	16	13	12	17	16
Лук	0	0	3	0	13	5	13	3	17	13
Овес	0	0	0	0	17	7	11	12	17	16
Редис	11	4	0	0	12	4	14	3	17	16
Кукуруза	0	0	0	3	18	5	12	5	16	16
Гречиха	0	0	0	4	14	4	15	3	17	6
Морковь	0	0	0	0	18	5	12	5	16	16
Картофель	12	7	4	10	17	6	10	5	17	16
Огурцы	11	0	0	0	17	4	12	5	16	16

На среде с азотнокислым калием выявлено 6 актиномицетов-антагонистов азотобактера: *A. chromogenes* (штамм 125), *A. griseus streptomycini* 8283, *A. cylindrosporus*, *Act. violaceae*, *A. griseoflavum*, *A. longisporus*.

На среде с сернокислым аммонием антагонистическое действие обнаружено у *A. chromogenes* (штамм 125) и *A. griseus streptomycini* 8283, хотя проявляется оно значительно слабее, чем на среде с азотнокислым калием.

На средах с триптофаном и пептоном лишь один музейный штамм *A. griseus streptomycini* 8283 подавлял рост всех ризосферных штаммов азотобактера, причем антибактериальная активность его на белковых средах значительно выше, чем на синтетических.

Другие актиномицеты на рост азотобактера не влияли.

Несмотря на активный рост всех актиномицетов на белковых средах, большее число актиномицетов-антагонистов азотобактера выявлено на синтетических средах. Другие исследователи [7] также отмечали отсутствие связи между характером роста актиномицетов и образованием антибиотических веществ.

В опытах с различными источниками азотного питания антагонизм *A. chromogenes* (штамм 125) сильнее проявлялся на синтетических средах, а у *A. griseus streptomycini* 8283 — на белковых средах. Наибольшее число актиномицетов-антагонистов выделено нами на средах с азотнокислым калием.

Многочисленными работами ([8—10] и др.) установлено, что образование антибиотических веществ идет более активно на обедненных синтетических средах. Аналогичное явление отмечалось в наших опытах.

Выводы

1. Из изученных 20 видов актиномицетов девять видов улучшали рост ризосферных штаммов азотобактера, пять не влияли на него, шесть — подавляли. Из последних *A. griseus streptomycini* 8283 и *A. chromogenes* (штамм 125) оказывают бактерицидное действие.

2. Антибактериальная активность некоторых штаммов актиномице-

тов связана с возрастом культуры, так, у *A. chromogenes* (штамм 125) она проявляется только в молодом возрасте.

3: Антагонистические свойства актиномицетов по отношению к азотобактеру меняются в зависимости от источника азотного питания. На синтетических средах выявлено большое число актиномицетов-антагонистов. Только у одного вида — *A. griseus streptomycini* 8283 — антибактериальная активность сильнее проявляется на белковых средах.

Биологический институт
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5/IX 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Нахимовская, Антагонизм между актиномицетами и почвенными бактериями. Микробиология, т. VI, вып. 2, 1937.
2. И. С. Захаров, Влияние навоза на микрофлору некоторых полей севооборота на черноземных почвах Молдавии. Изв. Молдавского филиала АН СССР, № 2 (29), 1956.
3. Н. А. Красильников, Микроорганизмы почвы и высшие растения. Изд. АН СССР, М., 1958.
4. И. Л. Клевенская, Изменение численности почвенных микроорганизмов при различной обработке залежных земель Северной Кулунды. Тр. Биол. ин-та ЗСФАН СССР, вып. 3, Новосибирск, 1957.
5. Н. А. Красильников, А. И. Коренько, Бактерицидное вещество актиномицетов. Микробиология, т. VIII, вып. 6, 1939.
6. А. А. Бачинская, А. П. Петросян, О взаимоотношениях между *Azotobacter chroococcum* и актиномицетами. Микробиология, т. 6, вып. 7, 1937.
7. G. Nickell, P. Burkholder, Inhibition of azotobacter by Soil actinomycetes. J. Am. Soc. of Agronomy, vol. 39, № 9, 1947.
8. З. А. Ваксман, Антагонизм микробов и антибиотические вещества. ИЛ, М., 1947.
9. P. Villetin, H. Lechevalier, S. Waksman, Antibiotics of actinomycetes with special reference to their role in the physiology of the organisms producing them. Actinomycetales morfologia, biologia e sistematica, Simposium (6 Congr. internat. di microbiologia), 1953.
10. Н. А. Красильников, Актиномицеты-антагонисты и антибиотические вещества. Изд. АН СССР, М., 1953.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Ю. Л. ЯКИМОВ

ПРИЧИНА ГАШЕНИЯ ВОЛН ДОЖДЕМ*

Механизм гашения волн дождем, по нашему мнению, состоит в том, что падение каплей дождя на поверхность воды вызывает интенсивное перемешивание жидкости в верхнем слое воды. Поскольку гравитационной волне присущ градиент скорости, то при перемешивании происходит обмен количеством движения между отдельными слоями воды, а это приводит к диссипации энергии волн, так как равносильно наличию вязкости, зависящей от интенсивности перемешивания.

Введем фиктивный коэффициент вязкости μ и сделаем для него оценку, исходя из следующих соображений. Пусть каждая капля дождя массой m вызывает перемещение количества жидкости массой M с поверхности на глубину L . Если за время τ выпало h миллиметров осадков, то за малый промежуток времени dt на поверхность dS упадет $\frac{\rho h}{m\tau} dt \cdot dS$ каплей дождя, за это же время dt с поверхности dS на глубину

L будет унесено количество жидкости, равное $\frac{M\rho h}{m\tau} dt \cdot dS$. При наличии градиента скоростей произойдет обмен импульсами между верхним слоем жидкости и слоем, находящимся на глубине L , на величину, пропорциональную разности горизонтальных скоростей $(V_1 - V_2)$ на поверхности и на глубине L и массе, унесенной с поверхности жидкости.

Таким образом, между слоями жидкости как бы происходит взаимодействие с силой F , импульс которой Fdt мы приравняем потере импульса от перемещения масс

$$Fdt = \frac{M\rho h}{m\tau} (V_1 - V_2) dt dS. \quad (1)$$

Сила F может быть вычислена и через фиктивный коэффициент вязкости:

$$F = \mu \text{grad} V dS.$$

Положив для простоты оценок

$$\text{grad} V = \frac{V_1 - V_2}{L},$$

получим

$$Fdt = \frac{\mu(V_1 - V_2)}{L} dt dS. \quad (2)$$

Исключив из равенств (1) и (2) F , получим:

$$\frac{\mu(V_1 - V_2)}{L} dt dS = \frac{M\rho h}{m\tau} (V_1 - V_2) dt dS.$$

После сокращения получим следующее выражение для коэффициента фиктивной вязкости:

$$\mu = \frac{ML\rho h}{m\tau}.$$

Величина $\frac{h\rho}{\tau}$ есть масса дождя, выпадающая за единицу времени на единицу поверхности воды и, следовательно, зависящая только от интенсивности дождя.

Величину $\frac{ML}{m}$ можно оценить из эксперимента, изучив падение одной капли.

* Работа выполнена при участии студенток МГУ В. М. Лаврентьевой и Т. С. Миляевой.

При этом возникают трудности только при определении массы M , увлеченной поверхностью, так как масса отдельной капельки легко может быть измерена: $m \sim 0,1$ г, а величину L легко определить, произведя эксперимент с подкрашенной жидкостью. Величина L — порядка 5 см, но иногда при падении капли образуется вихревое кольцо, которое проникает на значительную глубину.

Для оценки величины M мы проделали следующий простой эксперимент. В сосуд с подсоленной водой сверху был налит слой толщиной 1,5 см подкрашенной маслянистой жидкости с удельным весом несколько меньшим, чем удельный вес раствора соли, той жидкости с удельным весом (около 2 м) от поверхностного слоя отрывается масса маслянистой жидкости, которая под действием сил поверхностного натяжения приобретает шарообразную форму и, двигаясь по инерции, проникает сначала на глубину $L = 5$ см, а затем снова всплывает к поверхности. Измерив оптическим методом диаметр шара, можно легко вычислить M . В этом опыте мы полу-

$$\frac{M}{m} = 15.$$

Рассмотрим теперь задачу о затухании гравитационных волн в вязкой жидкости, если коэффициент вязкости μ отличен от нуля только в слое толщиной L около поверхности. Сделаем обычное предположение ([1], стр. 122), что распределение скоростей по координатам такое же, как и в идеальной жидкости, и рассматривая плоские волны на поверхности бесконечно глубокой жидкости в линейной постановке, для потенциала скоростей имеем

$$\varphi = A(t; e^{-\frac{2\pi z}{\lambda}} \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}} t \right),$$

где λ — длина волны.

Тогда скорость диссипации механической энергии E за счет сил вязкости на участке шириной λ будет

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\mu}{2} \int \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \right) dV = -8\mu \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \int_0^L e^{-\frac{4\pi z}{\lambda}} dz \int_0^\lambda A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}} t \right) dx.$$

Полная механическая энергия (кинетическая и потенциальная) волны на этом же участке будет

$$E = \rho \int V^2 dV = 2\rho \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \int_0^L e^{-\frac{4\pi z}{\lambda}} dz \int_0^\lambda A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}} t \right) dx.$$

Отсюда

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{dE}{dt} = -4 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left(1 - e^{-\frac{4\pi L}{\lambda}} \right).$$

Принтегрировав, получим:

$$E = E_0 e^{-\frac{4\mu}{\rho} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left(1 - e^{-\frac{4\pi L}{\lambda}} \right) t} = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

Таким образом, за промежуток времени $\theta = \frac{\lambda^2 m \tau}{(2\pi)^2 4Mh \left(1 - e^{-\frac{4\pi L}{\lambda}} \right)}$ энергия волны

уменьшится наполовину. Для сильного дождя, когда выпадает 20 мм осадков, положив, что за 5 минут $L = 5$ см, $\frac{M}{m} = 15$, и для волн длиной $\lambda = 0,5$ м получим $\theta = 45$ сек.

Институт гидродинамики
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27/XI 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред. М., 1954.

Б. В. ВОЙЦЕХОВСКИЙ, А. А. КОВАЛЬ, СУНЬ ЦАО

ТЕНЕВОЙ МЕТОД РЕГИСТРАЦИИ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

1. Экспериментальное исследование мощных труднопроизводимых морских волн может осуществляться главным образом в лабораторных условиях, в бассейнах, моделирующих естественные морские бассейны.

Некоторые, наиболее интересные, волновые явления связаны с пространственным движением жидкости. При этом возникает необходимость регистрировать высоту волны одновременно на всей поверхности лабораторного бассейна в отдельные моменты времени.

В настоящее время широко распространен метод регистрации, основанный на применении шлейфового осциллографа. На поверхности бассейна устанавливаются датчики проводимости, соединенные проводами со шлейфами. Ток, идущий через шлейф, пропорционален площади электродов, покрытых водой. Отклонение луча каждого шлейфа пропорционально высоте волны в соответственной точке бассейна. Изменение высоты волны со временем фиксируется в виде кривой на осциллографической бумаге.

Каждый шлейф может регистрировать высоту волны только в одной точке бассейна. Для снятия достаточно подробного поля высот необходимо одновременно пустить в действие несколько сотен шлейфов и полученные кривые затем синхронизовать. Выполнение такого опыта является практически нереальным.

Измерение высоты волны вдоль прямой может производиться по методу плоскости симметрии, применимому в том случае, если изучаемое волновое движение обладает симметрией относительно одной из плоскостей, перпендикулярных поверхности бассейна.

Движение жидкости не изменится, если в бассейн погрузить в вертикальном положении плоский гладкий щит с координатной сеткой, поскольку поток жидкости через плоскость симметрии в любой момент времени равен 0, независимо от наличия или отсутствия щита.

Высота волны вдоль щита регистрируется путем фотографирования киносьемочным аппаратом. Координатная сетка на снимках позволяет расшифровать профиль волновой поверхности. Возможности этого метода ограничены только плоскостью симметрии.

Один из весьма эффективных методов основан на применении большого числа узких пучков света, сфокусированных на поверхности жидкости.

2. Мы опишем новый, теневой метод, который позволяет регистрировать высоту волны вдоль серии параллельных прямых, расположенных так часто, как позволяет разрешающая способность фотоаппарата. Из следующего ниже описания будет видно, что точки отсчета высоты волны расположены вдоль волнистых линий, крелебующихся вокруг прямых.

Сущность метода видна из рис. 1. Над поверхностью бассейна натянута сетка параллельных между собой черных нитей (1), лежащих в одной плоскости, параллельной поверхности жидкости. Сетка освещается точечным или линейным источником света (2), расположенным параллельно нитям. Каждая нить оставляет на поверхности воды тень, которая на покоящейся воде направлена также параллельно нитям и является началом отсчета высоты волны на снимках, произведенных фотоаппаратом (3).

Для удобства расшифровки фотографий перпендикулярно основной сетке параллельных нитей натянута сеть вспомогательных нитей, определяющих координаты точек бассейна на снимке. Нити и их тени являются черными линиями на светлом фоне.

Для большей контрастности поверхность воды покрывается тонким слоем алюминиевой пудры.

При наличии волнения на поверхности жидкости картина теней, наблюдаемая из какой-либо точки над бассейном, принимает криволинейную форму. Нетрудно заметить, что каждая криволинейная тень представляет собой разрез волновой поверхности.

Заметим, что оптическая ось фотоаппарата и источник света располагаются в плоскости, перпендикулярной сетке параллельных линий (1).

3. Пусть δ — отклонение тени на фотопленке от начала отсчета, то есть от того положения, которое она занимала бы при отсутствии волн. Если учесть, что угол ACE , под которым виден отрезок AE из точки фотографирования, обычно не превышает 2° , то выражение для расчета высоты волны в точке O можно представить в таком виде:

$$h = \frac{\delta k \cos \varphi_1 \sin \alpha_1}{\sin \gamma_1} \quad (1)$$

где k — коэффициент уменьшения в объективе фотоаппарата,
 φ_1 — угол между оптической осью объектива и направлением на данную нить,
 α_1 — угол между пучком света, освещающим данную нить, и горизонтальной плоскостью,
 γ_1 — угол между лучом DA и линией, соединяющей точку E с объективом.

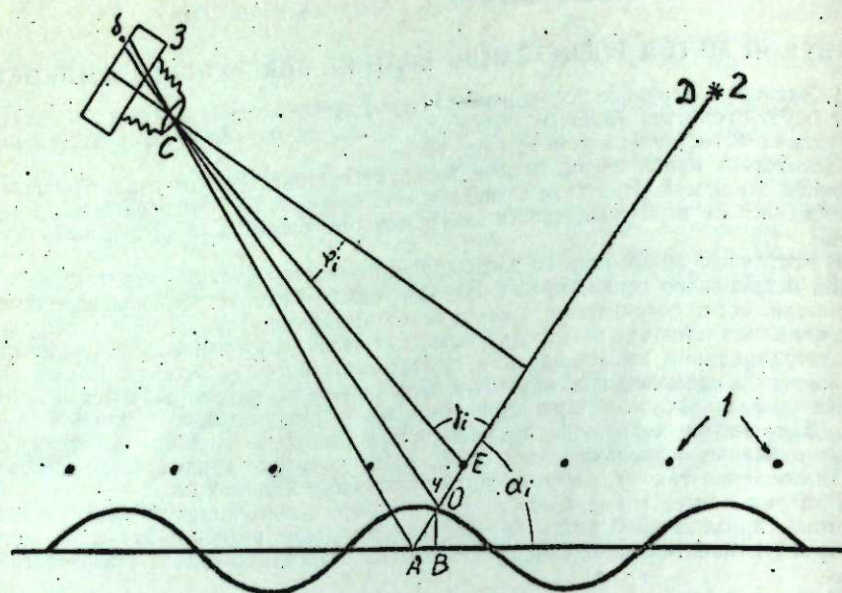


Рис. 1. Принципиальная схема теневого метода.

1 — сетка параллельных черных нитей, 2 — источник света, 3 — фотоаппарат, 4 — тень нити в точке O на поверхности волны.

Углы φ_i , α_i , γ_i остаются постоянными вдоль нити с порядковым номером i .

Типичная фотография, полученная тевым методом, изображена на рис. 2. Волновые линии, проходящие в промежутке между прямыми, представляют собой вер-

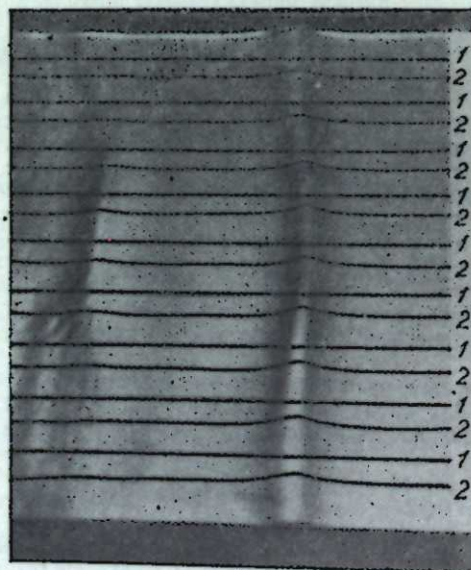


Рис. 2. Типичный снимок волновой поверхности, полученный тевым методом.

1 — нити над поверхностью жидкости, 2 — тени нитей, изображающие разрезы волновых поверхностей, проведенные вдоль расположения теней.

кальные разрезы поверхности жидкости, проведенные не вдоль прямых, как может первоначально казаться, а вдоль тех же самых волнистых линий. С учетом этого обстоятельства тевый метод можно применять также для регистрации крутых поперечных волн.

Амплитуда волнистых линий связана с амплитудой волны постоянным коэффициентом, величина которого определяется из соотношения (1).

Каждый снимок представляет собой серию разрезов волновой поверхности, произведенных в определенный момент времени.

Институт гидродинамики
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14/II 1959

А. К. ДЮНИН

О ПОЛУЭМПИРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Параллельно с разработкой строгой теории турбулентности целесообразно уделять внимание созданию физически приемлемых и доводимых до стадии инженерного расчета упрощенных полуэмпирических теорий путем введения гипотез. Хотя в этой области сделано много предложений, но они большей частью применимы лишь для свободной турбулентности [1, стр. 380, 384] и не соответствуют эксперименту вблизи твердых границ движения.

Воспользовавшись работой [2], введем гипотезу:

Приближение к твердым границам движения турбулентного потока сопровождается постепенным уменьшением внешнего локального масштаба турбулентности, а у самой границы различие между внешним и внутренним масштабами теряет смысл.

В качестве границы движения мы можем рассматривать стенку, место истечения свободной струи и т. д.

Согласно гипотезе расстояние l до границы движения от данной точки потока характеризует размеры и частоту пульсаций в этой точке, а следовательно, имеет порядок внешнего масштаба турбулентности в соответственной части потока.

Обобщенной характеристикой скорости турбулентного движения будем считать разность $\Delta \bar{v} = \bar{v} - v_0$ между абсолютной средней скоростью \bar{v} в данной точке потока и скоростью v_0 на его границе, на расстоянии порядка l .

В областях, не очень близких от границы, кинематическая турбулентная вязкость ν^* пренебрежимо мало зависит от молекулярной вязкости жидкости ν . Поэтому, по Л. Д. Ландау [3, стр. 149], можно принять:

$$\nu^* \sim \Delta \bar{v} \cdot l. \quad (1)$$

При отсутствии градиента средней скорости и при равномерном вращении жидкости как твердого тела (вместе с границами движения) не может проявиться эффект ни молекулярных, ни турбулентных осредненных сил трения. Следовательно, в уравнении Рейнольдса можно представить тензор касательных напряжений в виде:

$$\sigma_{ik} = \rho(\nu^* + \nu) \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial x_i} \right), \quad i \neq k \quad (2)$$

где ρ — массовая плотность жидкости.

ν^* , в отличие от ν , зависит от двух направленных величин и в общем случае является тензором.

Таким образом, полная кинематическая вязкость имеет порядок: $\nu^* \sim \nu(1 + Re)$, что соответствует физическому смыслу явления и принятой нами гипотезе.

Для плоского и горизонтального однородного потока можем записать:

$$\sigma_{31} = 2a^2 \rho \Delta \bar{v}_1 l \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial x_3} = 2a^2 \rho (\bar{v}_1 - v_0) x_3 \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial x_3}, \quad (3)$$

где x_3 — расстояние от поверхности стенки,

a — некоторый безразмерный параметр.

Аналогичная по структуре формула была предложена в 1947 г. И. М. Коноваловым [4].

Интересно проверить соответствие приближенной теории явлениям в турбулентном пограничном слое.

При обычных допущениях получим из (2) и (3):

$$[2a^2 x_3 (\bar{v}_1 - v_0) + \nu] = \nu^* \quad (4)$$

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$

где τ_0 — касательное напряжение трения у стенки. Элементарным интегрированием получим:

$$\bar{v}_1 - \bar{v}_0 = \frac{v_*}{a} \sqrt{\ln \frac{x_1}{x_0}} \quad (5)$$

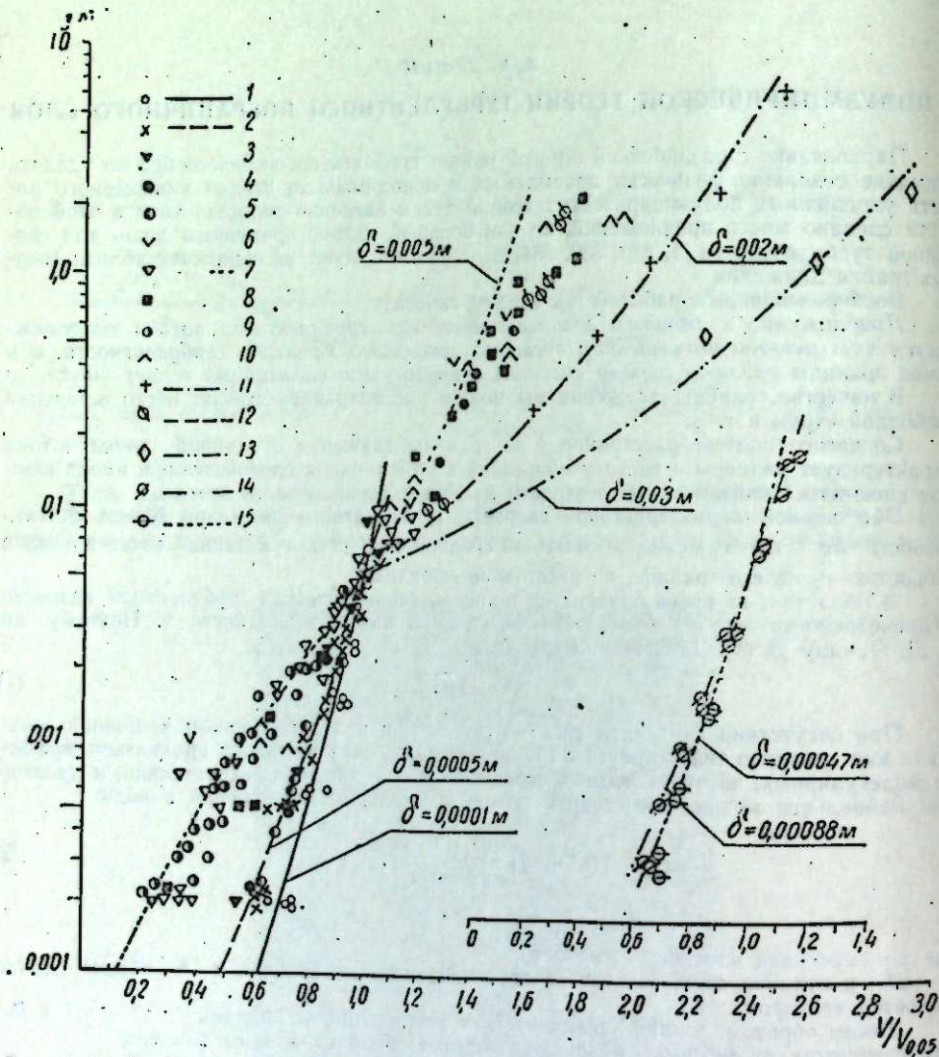


Рис. 1. Профиль скоростей воздушного потока в приграничном слое. (Скорость на уровне 0,05 м принята за единицу).

1 — искусств. канал, металлическая поверхность, $\delta \approx 0,1$ мм, $v_{0,05} = 7,10 - 12,76$ м/сек (автор); 2 — искусств. канал, снежная поверхность без переноса снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 9,15 \pm 18,26$ м/сек (автор); 3 — искусств. канал, снежная поверхность, начало переноса снега, $\delta \sim 0,05$ мм, $v_{0,05} = 3,93$ м/сек (автор); 4 — поле, снежная поверхность, начало переноса снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 4,01$ м/сек (автор); 5 — искусств. канал, песчаная поверхность, начало переноса снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 4,00$ м/сек (Р. Бэгнольда); 6 — поле, песчаная поверхность, начало переноса снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 4,90$ м/сек (Р. Бэгнольда); 7 — искусств. канал, снежная поверхность, развитый перенос снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 6,48 - 15,12$ м/сек (автор); 8 — поле, снежная поверхность, развитый перенос снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 5,10$ м/сек (автор); 9 — искусств. канал, песчаная поверхность, развитый перенос снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 5,30 \pm 9,00$ м/сек (Р. Бэгнольда); 10 — поле, песчаная поверхность, развитый перенос снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 5,80 - 7,10$ м/сек (Р. Бэгнольда); 11 — ровная травяная поверхность, развитый перенос снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 5,10 \pm 5,30$ м/сек (анемометрическая съемка автора); 12 — поле, снежная поверхность, развитый перенос снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 2,22$ м/сек (Н. Ридер); 13 — ровная травяная поверхность, развитый перенос снега, $\delta \sim 0,5$ мм, $v_{0,05} = 2,22$ м/сек (Н. Ридер); 14 — профиль скорости водного потока, $\delta = 0,88$ мм (В. Ванони, опыты 14В, 14А); 15 — то же, $\delta = 0,47$ мм (В. Ванони, опыты 1А, 2В). Опытные точки 1—10 получены с помощью пьезометрических трубок.

где

$$\delta = \frac{\sqrt{\pi v}}{2a v_*} \left(\operatorname{erf} \frac{a(\bar{v}_1 - \bar{v}_0)}{v_*} \right)$$

Величина δ играет здесь роль линейного показателя шероховатости поверхности. На рис. 1 показаны результаты измерений автора и Р. Бэгнольда [5] для профиля относительных скоростей воздушного потока, сопоставленные с теоретическими кривыми [5] при $\bar{v}_0 = 0$ и известными значениями δ . Только для двухфазного потока δ определено подбором. На чертеже даны единичные измерения в аэродинамических каналах и в поле при различных видах поверхностей, в том числе размываемых поверхностей снега и песка, с переносом и без переноса частиц. Приведены также данные А. Беста и Н. Ридера (см. [6, 7]) для стадионов с травянистым покровом высотой 2 и 3 см.

В правой части чертежа показаны при сдвинутой вправо оси абсцисс данные В. Ванони [8], полученные в гидравлическом лотке при известных размерах выступов шероховатости дна.

Интересно отметить, что величина δ везде имеет порядок реальных выступов шероховатости. Аналогичный показатель в логарифмических формулах Прандтля и Никурадзе в десятки раз меньше фактических выступов шероховатости, причем коэффициент уменьшения является переменной величиной, зависящей от свойств среды и ряда других факторов.

При включении в поток твердой фазы появляется как бы наведенная этой фазой фиктивная шероховатость, а градиент осредненной скорости у самой поверхности резко падает, что свидетельствует о насыщении потока твердыми частицами и об уменьшении сопротивления трению по стенке. Наблюдающееся при этом выравнивание приграничных скоростей удовлетворительно согласуется с нижней, выпуклой ветвью теоретических кривых.

При высотах более 0,2—0,5 м опытные полевые точки отклоняются в сторону от кривых. Это, видимо, объясняется тем, что с увеличением высоты турбулентный поток начинает испытывать запаздывающее влияние шероховатости последовательно повышающихся порядков крупностей (зерна, рябь, гребни, заструги, барханы и т. д.). Малость отклонений в экспериментах А. Беста и Н. Ридера, произведенных на обширных, ровных и однородно-шероховатых полях, косвенно подтверждает этот факт.

Нет принципиальных затруднений и для приближенного исследования приграничных пространственных течений с использованием выражений (2).

Транспортно-энергетический
институт Сибирского отделения
Академии наук СССР.

Поступила в редакцию
17/XII 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Шлихтинг, Теория пограничного слоя. ИЛ, М., 1956.
2. А. Н. Колмогоров, О новом варианте гравитационной теории движения взвешенных наносов М. А. Великанова. Вести. МГУ, № 3, 1954.
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред. Гостехиздат, М., 1954.
4. И. М. Коновалов, Свободные турбулентные струи жидкости. Тр. Ленингр. ин-та инж. вод. транспорта, вып. XIV, 1947.
5. R. A. Bagnold, The Movement of Desert Sand. Proc. of the Royal Soc., ser. A, vol. 157, 1936.
6. О. Г. Сеттон, Микрометеорология. Гидрометеониздат, Л., 1958.
7. N. E. Rider, The effect of a hedge on the flow of air Quarterly Journ. of the Royal Meteorol. Soc., vol. 78, № 335, 1952.
8. Vito A. Vanoni, Transportation of Suspended Sediment by water. Proceeding of the American Soc. of Civil Engineers, vol. 70, № 6, 1944.

И. И. БУТАКОВ

МЕТОД ТЕПЛООВОГО БАЛАНСА В РАЗРЕШЕНИИ ВОПРОСОВ ТЕПЛООВОГО ЭНЕРГЕТИКИ

Тепловой баланс любой ТЭС или энергосистемы в общем виде записывается так:

$$Q_T + Q_K + Q_{\text{кот}} = Q, \quad (1)$$

где: Q_T — расход тепла в топливе, в ккал, на теплофикационные, противодавленные (или ухудшенного вакуума) части за рассматриваемый отрезок времени, например за год;

Q_K — то же, на конденсационные части;
 $Q_{кот}$ — то же, при подаче тепла непосредственно из котлов;
 Q — общий расход тепла топлива, $ккал/год$.

В случае подачи, кроме того, тока от гидростанций тепловой баланс (1) может быть представлен в ином виде:

$$\frac{860 \mathcal{E}_T + Q_{отб}}{\eta_T} + \frac{860(\mathcal{E} - \mathcal{E}_T - \mathcal{E}_{гидр})}{\eta_K} + \frac{Q_{кот}}{\eta_{ку} \eta_{пот}} = \frac{860(\mathcal{E} - \mathcal{E}_{гидр}) + Q_{отб} + Q_{кот}}{\eta} \quad (2)$$

Здесь

\mathcal{E}_T — выработка $квт-ч/год$ на тепловом потреблении $Q_{отб}$;
 \mathcal{E} — общая выработка $квт-ч/год$;
 $\mathcal{E}_{гидр}$ — количество $квт-ч/год$, поступающее в систему от гидростанций;
 η_T — кпд теплофикационной части;
 η_K — то же, конденсационной;
 $\eta_{ку}$ и $\eta_{пот}$ — кпд котлоагрегатов и потоков тепла внутри ТЭС;
 η — общий кпд тепловой части энергосистемы.

Зная, что $\mathcal{E}_T = \frac{Q_{отб}}{q}$, где $q = \frac{860}{\eta_{0Э} H} (i_1 - \tau_{в} H - t_{конд})$ $ккал/квт-ч$, из формулы

(2) определяем

$$\frac{1}{\eta} = \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{Q_{кот}}{Q_{отб}}\right) \frac{Q_{отб}}{860(\mathcal{E} - \mathcal{E}_{гидр})}} \left\{ \frac{\eta_T}{\eta_K} - \frac{860 \varphi}{\left(1 - \frac{Q_{кот}}{Q_{отб}}\right) q} \right\} \frac{1}{\eta_T} + \frac{860 \varphi}{\eta_T \left(1 + \frac{Q_{кот}}{Q_{отб}}\right) q} \quad (3)$$

Величину $1/\eta$ можно рассматривать и как отвлеченную, и как количество $ккал$ в топливе, приходящееся на 1 $ккал$ выработки тепловой частью энергосистемы в виде ее продукции (электроэнергия, тепло для тепловых абонентов).

Отсюда можно получить соответственные расчеты для ТЭЦ или энергосистемы с подачей тепла через РОУ, когда $\mathcal{E}_{гидр} = 0$, а также в случае КЭЦ со сверхвысокими параметрами пара для электрических потребителей и с крупными центральными котельными с высоким кпд, на местах теплового потребления, когда в формуле (2)

$$\mathcal{E}_{гидр} = 0, \quad Q_{отб} \text{ и } \mathcal{E}_T = 0.$$

Как показала исследование последнего случая [2], только что указанная раздельная установка является более выгодной в тепловом отношении, чем ТЭЦ на средних параметрах пара (29 $ата$, 425°C). ТЭЦ должны иметь, по крайней мере, высокие параметры пара (90 $ата$, 500°C), чтобы они стали рентабельными, и то лишь при более

высоких значениях энергетического коэффициента $Z = \frac{Q_{отб} + Q_{кот}}{860 \mathcal{E}}$. Абсолютная же

рентабельность оказывается на стороне крупных ТЭЦ (150—300 $мвт$), мощность отдельных турбоагрегатов которых 50—100 $мвт$, а начальные параметры пара такие же высокие, как у КЭЦ (130 $ата$, 565°C). Подобные турбоагрегаты для ТЭЦ уже запроектированы. Повысить же рентабельность со средними параметрами пара возможно путем установки предвключенных турбин, расширения теплового потребления, повышения расчетной температуры ТЭЦ. Для заводов с большим выходом тепловых отходов пар котлов-утилизаторов целесообразно подавать на заводскую ТЭЦ при ее начальных параметрах, что делает ТЭЦ в тепловом отношении более выгодной, чем раздельная установка с КЭЦ сверхвысоких параметров пара и с экономичными котельными на местах теплового потребления.

Интересные результаты дает применение метода теплового баланса в сельскохозяйственной энергетике. Исследование показывает выгоду в тепловом отношении сооружения сельскохозяйственных электростанций в виде комбинированных установок с дизелями и противодавленческими локомотивами на базе теплового потребления для нужд колхозов, совхозов и МТС.

Здесь получается гиперболическая зависимость между $\frac{1}{\eta}$ и $Z = \frac{Q_{отб}}{860 \mathcal{E}}$ с аси-

* Значение $\varphi = \left(\frac{Q_{кот}}{Q_{отб}} \frac{\eta_T}{\eta_{ку} \eta_{пот}} + 1 \right) \frac{q}{860} - \left(\frac{\eta_T}{\eta_K} - 1 \right)$. Вывод формулы (3) дан нами в [1].

мптотами $Z_1 = -1,0$ и $\frac{1}{\eta} = 1,43 - 2860 \frac{1}{q}$. Начальная точка на оси $\frac{1}{\eta}$ при $Z_1 = 0$ имеет

значение $\frac{1}{\eta} = 3,33$, т. е. кпд $\eta = 0,3$. Пусть, например, $Z_1 = 1,0$. Тогда $\frac{1}{\eta} \cong 2,0$, т. е. $\eta \cong 0,5$. Энергосистема должна при этом на своих электростанциях обеспечивать кпд $\eta = \frac{0,5}{0,92 \cdot 0,93} = 0,59$, считая, что потери в линиях передачи 8%, а на собственные нуж-

ды расходуется 7%. Получение такого кпд возможно, поскольку, кроме КЭЦ, в энергосистеме имеются гидростанции, ТЭЦ, экономические котельные централизованного снабжения теплом на местах. Формула (3) дает возможность определить, при каком значении энергетического коэффициента $Z = \frac{Q_{отб} + Q_{кот}}{860(\mathcal{E} - \mathcal{E}_{гидр})}$ возможно получение

значения $\frac{1}{\eta} = \frac{1}{0,59} = 1,7$. Значение Z нередко оказывается больше 3 (см. [2]).

В статье не рассматриваются вопросы капиталовложений и штатных коэффициентов. Несомненно, однако, что для колхозов, совхозов и МТС, находящихся вдали от линии передачи, вышеуказанный тип комбинированной установки из дизелей и противодавленческих локомотивов может быть рекомендован и с этой точки зрения.

Приведенные примеры использования тепловых балансов не исчерпывают, конечно, других многочисленных случаев их применения, когда приходится, например, решать вопрос о выборе типа установки раздельной, с отбором пара или противодавлением, а также о выборе ТЭЦ в зависимости от количества тепла, подаваемого через РОУ непосредственно от котлов (см. [1]).

Надо отметить еще, что величина $\frac{1}{\eta}$ удельного расхода тепла топлива на каждую выработанную $ккал$ орню удобна для исследования степени выгодности разных способов использования тепловых отходов котельных установок (экономайзеры низкого давления, непрерывная продувка), а также для выбора привода для различных рабочих машин (молоты, прессы, компрессоры, насосы, термокомпрессоры) в увязке с ТЭЦ или энергосистемой.

Не умножая больше числа примеров целесообразности использования метода тепловых балансов, что уместно сделать в особой монографии, остановимся еще только на вопросах кпд ТЭЦ и себестоимости энергопродукции последней.

Как известно, вопрос определения кпд ТЭЦ, этот коренной вопрос для энергетиков, все еще остается дискуссионным в СССР и до сих пор имеет место большой разноречивости во мнениях исследователей, несмотря на решения Всесоюзного совещания при ЭНИН АН СССР и МОНИТОЭ в январе 1950 г. Метод теплового баланса позволяет решать и этот вопрос. Тепловой баланс, например, в том виде, как он записан выше (2), дает в левой части отдельные кпд в зависимости от природы каждого вида продукции ТЭЦ, а в правой части — общий усредняющий кпд для всей продукции ТЭЦ в целом. Из баланса (2) и определяется $\frac{1}{\eta}$, т. е. и самый общий кпд η ТЭЦ.

На основе баланса типа (2) определяется и себестоимость 1 $мккал$ и 1 $квт-ч$ на ТЭЦ, ибо расход топлива в $кг$, на тепловых абонентов

$$\left(\frac{Q_{отб}}{\eta_T} + \frac{Q_{кот}}{\eta_{ку} \eta_{пот}} \right) \frac{1}{\rho} = B_T$$

при общем на ТЭЦ расходе топлива B . Таким образом, если все расходы котельной за год равны $S_{котруб.}$, то на долю тепловых абонентов падает $S_{кот}^{тп} = S_{кот} \cdot \frac{B_T}{B}$ руб.,

к чему надо присоединить расходы бойлерной — $S_{бойл}$ руб/год. Поэтому суммарные расходы, падающие на тепловых потребителей, $S_{тп} = S_{кот}^{тп} + S_{бойл}$ руб/год, а на

одну $мккал$ $S_{тп} = \frac{S_{тп} \cdot 10^6}{Q_{отб} + Q_{кот}}$ руб. Тогда на потребителей электричества придется

$$S_{ст} - S_{тп} = S_{э}, \text{ а на } 1 \text{ } квт-ч - \frac{100 \cdot S_{э}}{\mathcal{E}} = S_{э} \text{ коп.}$$

Нельзя сказать, чтобы этот способ определения себестоимости 1 $мккал$ не встречал возражений. Так, указывается, что эта себестоимость оказывается независимой от параметров отбираемого пара, что объявляется явно противоречащим здравому смыслу. Между тем, если внимательно присмотреться к действительному процессу на ТЭЦ, иного положения здесь и быть не может, так как для тепловых абонентов используется главным образом скрытая теплота парообразования отъемного пара, которая, как известно, мало зависит от давления этого пара. Для турбины ВПТ-25, например, скрытая теплота парообразования будет 527 $ккал$ как при отборе 10 $ата$, так и при отборе 1,2 $ата$.

Далее, в возражениях отмечается, что указанный выше способ распределения топлива по видам продукции ведет к тому, что главная доля топлива ложится на тепловую энергию, сильно ее удорожая, а это не способствует развитию ТЭЦ. Но развитие ТЭЦ обусловлено выгодностью комбинированного производства электроэнергии и тепла, этого процесса в целом. Нет никаких оснований считать в разной стоимости калории, вышедшие из котельной установки, независимо от дальнейшего употребления энергии, ибо в каждой этой калории содержится одинаковое количество общественно-необходимого труда. Калории от пара из котла и калории после РОУ естественно экономически равноценны. Но ведь и двигатель, острый пар которого утилизируется, является редуктором. Отработавший пар направляется частично для теплового потребления, частично для дальнейшего производства электроэнергии в части низкого давления двигателя. Существует, однако, разница между двумя этими путями использования отработавшего пара с точки зрения стоимости: поскольку использование пара в части низкого давления получается менее совершенным (потеря в конденсаторе), то на каждую выработанную здесь в виде электроэнергии калорию приходится большее количество затраченных калорий, что, конечно, будет значительно повышать стоимость выработанной калории. Так как скрытая теплота отработавшего пара, используемая тепловыми абонентами, может в несколько раз превышать тепловой перепад в двигателе до точки отбора, то, естественно, на тепловых потребителей должна падать и большая доля расходов котельной. Поэтому-то все нападки ортодоксальных термодинамиков на способ распределения расходов по видам продукции и их предложения не имеют научной основы, как и записано в решении Всесоюзного совещания при ЭНИН АН СССР и МОНИТОЭ в январе 1950 г.

Томский политехнический институт

Поступила в редакцию
15/1 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Н. Бутаков, Теплосиловые установки, ч. 1, стр. 145. Томск, 1954.
2. И. Н. Бутаков, К вопросу о теплофикации городов на современном этапе развития энергетики. Изв. высших учебных заведений. Энергетика, № 1, 1958.

Ю. Г. МЕЛНИК-СТЕПАНОВ

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ГОРНО-МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЕ ИНСТИТУТЫ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

(по материалам заграничной командировки)

В РНР имеется два крупных технических научно-исследовательских института — ИЧЕМИН и ИЧЕМ. Оба они расположены в Бухаресте.

Институт горных исследований (ИЧЕМИН) — крупное научное учреждение, насчитывающее 450 сотрудников. В институте наиболее широко исследуются проблемы обогащения; в первую очередь разрабатываются темы, имеющие промышленное значение. Из 30 работ, выполненных в 1957 г., шесть относились к вопросам промывки, обессеривания, брикетирования и сушки коксуемых углей; в семи работах изучались вопросы обогащения железных и марганцевых руд, четыре выполнены для промышленности неметаллических ископаемых; семь работ посвящены обогащению руд цветных металлов; в шести работах детально изучались отдельные обогатительные процессы и возможности использования отходов промышленности для синтеза новых флотационных реагентов.

Из исследований по углю наибольший интерес представляет изучение сушки и концентрации угля в «кипящем слое», доведенное до стадии изготовления промышленных печей барабанного типа диаметром 2,5 м. В работах по обогащению руд черных содержащих сидерит, магнетит, гематит, лимонит и пиролюзит. Специальные исследования проводятся по флотации минералов, содержащих железо и марганец, и использованию марганцевых сланцев. В порядке оказания технической помощи бумажной, керамической и строительной промышленности в 1957 г. выполнялись исследования по обработке глины, удалению железных соединений из кварцевого песка, улучшению качества графитовых концентратов, поступающих в промышленности для изготовления карандашей. В связи с обнаружением в республике больших запасов титано-циркониевых минералов выполнена интересная работа по обогащению бедных россыпей.

В институте удалось из исходных песков, содержащих 0,7% TiO_2 и 3—3,5% граната, получить при высоком извлечении кондиционные титановый и гранатовый концентраты по схеме: первичная концентрация на спиральях Гэмфри с одной перечисткой хвостов и оборотным промпродуктом и доводка первичного концентрата на магнитных и электрических сепараторах. Гранатовый концентрат ценится примерно в три раза дороже ильменитового и экспортируется из РНР. Получаемый при этом циркониевый промпродукт будет использоваться для выделения двуокиси циркония при гидрометаллургической переработке.

В центре угольной промышленности — г. Петрошань — ИЧЕМИН имеет филиал с крупными установками для обжига и сушки в кипящем слое, печью для коксования и сушки углей, с установками для получения фенолов и разделения в тяжелых суспензиях. В г. Петрошань находится учебный горный институт РНР.

Угольные месторождения республики крайне сложны по петрографическому составу, и уголь относится к труднообогащаемым. На отдельных участках одного и того же месторождения уголь непостоянен по составу, имеет повышенную зольность, содержит много серы, связанной с органическими веществами, и перемежается с прослойками глины, валунами из сидерита. Все это крайне затрудняет его обогащение.

Установка для обогащения угля в тяжелых суспензиях имеет производительность 250 т/сутки и работает по следующей схеме: предварительное грохочение на сите 10 мм с последующей раздельной промывкой классов 80—10 мм и 0—10 мм в реологических баках и обогащением крупных классов в тяжелой суспензии из барита, а мелких — в отсадочных машинах гарцевского типа. Испытание этой установки в течение двух месяцев показало малую ее эффективность, что объясняется, во-первых, наличием в углях большого количества (до 28%) мелочи крупностью — 0,075 мм, теряемой с оборотной водой, а во-вторых, тем, что не выявлен оптимальный средний удельный вес суспензий. Селективной добычи нет. С участков поступает различный уголь, требующий применения суспензий удельного веса от 1,36 до 1,41. Для доизвлечения мелкого угля из воды спроектирована установка с последовательно включенными гидроциклонами. Примерно около 30% от теряемого количества угля доизвлекается на этой установке, однако при небольшой производительности — до 5 т/час.

В план работ института на 1958 г. включены новые темы: обогащение титано-ванадиевых руд, железных руд Кривого Рога (СССР), изучение образцов новых машин ударного действия для дробления и селективного измельчения и др. В 1958 г. значительно увеличивается объем работ по изучению углей (брикетирование, дисульфидизация, исследование петрографической связи между пиритом и породообразующими в коксуемых углях и др.). Планируется также изыскание эффективных методов очистки сточных вод от органических флотационных реагентов.

В связи с окончанием крупными месторождениями тонковкрапленных свинцово-цинково-медных руд в районе Мунчеля и Лешулл большие исследования проводятся институтом в области комплексного использования руд цветных металлов.

В рудах месторождения Лешулл содержится 0,9—1,8% Pb, 1,62—2,29% Zn, 0,7—0,2% Cu при небольшом количестве Au и Ag. В состав руды входят галенит, сфалерит, марказит, пирит, халькопирит, пирротин, тетраэдрит, арсениопирит и другие минералы, исключительно тонковкрапленные. Рациональная степень измельчения 100%—0,1 мм. Для разделения минералов был испытан ряд схем, в том числе селективная и коллективная флотация, коллективная флотация с последующей десорбцией и селективной флотацией, селективный обжиг — магнитная сепарация с последующей флотацией немагнитной фракции. Ни одна из них не дала эффективного разделения минералов на моноконцентраты.

Руды эти напоминают сплошные колчеданные руды типа Сибавского, Дегайринского месторождений, для которых до сих пор не решена проблема извлечения цинка. Известно, что при обогащении этих руд цинк не извлекается в отдельный концентрат, а часть его, содержащаяся в медном концентрате, вызывает значительные затруднения при последующем металлургическом переделе.

Изучение этих руд в ИЧЕМИН продолжается при участии ЦНИГРИ, Гинцветмета (СССР).

Отдел обогащения института имеет на окраине Бухареста прекрасную установку для полупромышленных испытаний, основное оборудование для которой изготовлено на заводах ГДР.

В числе оборудования — двойные гидроциклоны, установка для разделения в тяжелых суспензиях, спираль Гэмфри и др. Заслуживает внимания конструкция винтового сепаратора типа Вендаля (рис. 1), а также установка для определения магнитной восприимчивости минералов (рис. 2). Установка эта состоит из электромагнита, питаемого постоянным током, и весов, которыми измеряется сила притяжения образцов. При измерении восприимчивости слабомагнитных минералов сила притяжения испытываемых образцов мала, поэтому обычно применяются аналитические весы.

Нельзя не упомянуть о проектных работах, выполняемых в ИЧЕМИН. За 1957 г. разработаны до стадии рабочего проектирования следующие обогатительные аппараты: мельница с классификатором, флотационные машины, спиральный сепаратор Гэмфри,

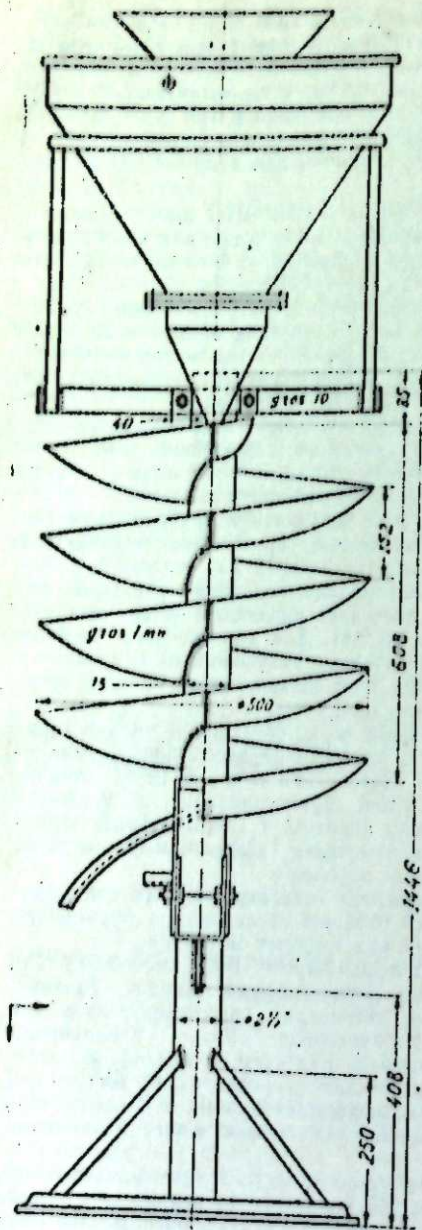


Рис. 1.

сепаратор Вейдала, установка Мерилль-Кроу, установка для окисления керосина, отсеивочные машины и многие другие.

Институт металлургических исследований (ИЧЕМ) занимает большую территорию в центре Бухареста. В период нашего пребывания в некоторых производственных помещениях закончился монтаж оборудования. Разрабатываемые в ИЧЕМ лабораторные схемы металлургического передела затем проверяются в заводских условиях на опытных установках. Например, разработанный здесь высокоэффективный метод хлорирования свинцово-цинковых концентратов с применением $FeCl_3$ проверялся на опытной установке производительностью до 5 т/сутки при свинцовом заводе им. 1 Мая.

Разработанный в ИЧЕМ другой интересный метод — доизвлечения меди и цинка из клинкера, получающегося в результате пельд-процесса, — принят к внедрению на цинковом заводе. Известно, что даже при хорошем ведении процесса в клинкере (пиритная зола) в небольшом количестве остаются сера, цинк, медь (3—5% цинка, до 3% меди). Для извлечения из клинкера цветных металлов разработан оригинальная схема передела (рис. 3).

Нам удалось побывать в шахтах и на фабриках в центре цветной металлургии РНР — Баз Мари. Осмотренные нами фабрики в Сегар, Бая-Сирне и Кашик, средние по производительности (от 350 до 500 т/сутки), представляют современные флотационные предприятия по обогащению комплексных свинцово-цинко-

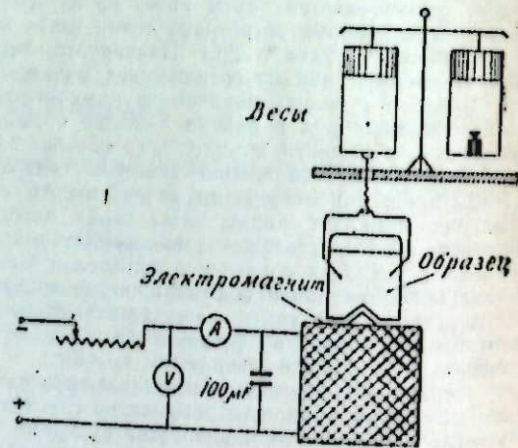


Рис. 2.

вых медьсодержащих руд. Руды этих месторождений, как правило, небогатые и содержат 1,5—2,5% Pb, 2,2—3,8% Zn, от 0,25 до 0,7% Cu.

Благодаря энергии и инициативе коллектива рабочих, ИТР и руководства треста, фабрики выполняют свои плановые задания и успевают проводить в условиях производства исследовательские работы. Так, на фабрике Бая-Сирне местной лабораторией с участием сотрудников ИЧЕМИИ проведены большие работы по разделению медно-свинцового концентрата с применением сернистого натрия и цианистого натрия, по выделению вольфрамовых минералов из хвостов фабрики и др.

Фабриками намечены плановые мероприятия для усовершенствования производства: комплексное использование руд, упорядочение реagentного режима, автоматизация контроля процесса опробования, более тесная связь предприятий с ИЧЕМИИ и др. Выполнение их поднимет производство еще на более высокий технический уровень.

Обмен опытом и аннотациями по законченным работам, взаимные командировки специалистов, взаимная передача чертежей новых конструкций, обогатительной аппара-

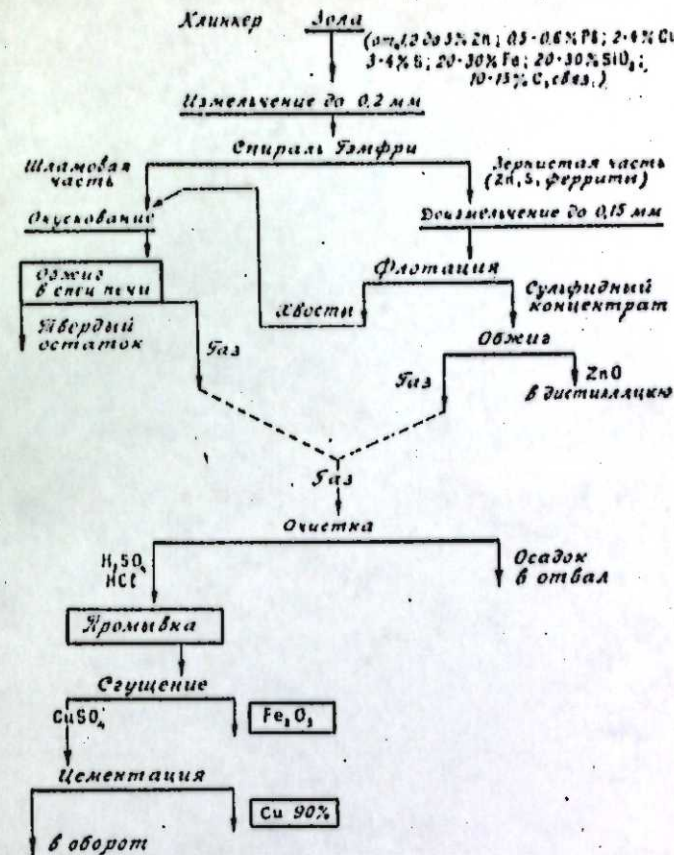


Рис. 3.

туры, совместная работа над проблемами обогащения тонковкрапленных свинцово-цинково-медных руд и другие формы связи научных институтов РНР с советскими научно-исследовательскими учреждениями будут способствовать дальнейшему росту науки и экономики обеих стран — и Румынской Народной Республики и Советского Союза.

Якутский филиал
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
31/X 1958

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

А. А. Зыков. Функции от графов, определяемые линейными уравнениями	3
Сунь Цао. О волноводе поверхностных волн тяжелой жидкости	20
Ю. Т. Борщевский. О параметрическом методе расчета плоской круговой решетки	26
В. К. Щербаков, Э. С. Лукашов. Самовозбуждение генератора в настроенных электропередачах (о возможности участия реактивности генератора в настройке)	36
Л. С. Алексеев. О методе извлечения минеральных примесей из ископаемых углей	42

ХИМИЯ

А. М. Рожков, С. Р. Рафиков, И. Г. Анучина. Совместная полимеризация динитена с акрилонитрилом	48
Е. П. Ожигов, Н. П. Коцупало, Н. В. Боровицкая. Безавтоклавное разложение датолитовой руды содой	55
Л. К. Яковлев, И. С. Лилеев. Исследование химизма процессов, протекающих в системе $\text{Na}_2\text{O}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$ при температурах спекания. Сообщ. 1. Взаимодействие кианита с содой	64
Ф. А. Барышников, И. Л. Рузинова, В. Я. Федосова. К вопросу методики определения германия в каменном угле	75
Д. И. Курбатов. Полярографическое поведение ниобия в присутствии титана и железа на фоне пирофосфорной кислоты	81

БИОЛОГИЯ

А. И. Сакс. К изучению эколого-анатомических особенностей видов и сортов земляники	86
З. Н. Брянцева. О прививках некоторых декоративных цветочных растений	101
Г. Ф. Патривская. Материалы к характеристике арундинелловых лугов Приханкайской равнины	112
Н. Н. Наплекова. Антагонистическое действие актиномицетов на азотобактер	121

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Ю. Л. Якимов. Причина гашения волн дождем	125
Б. В. Войцеховский, А. А. Коваль, Сунь Цао. Теневой метод регистрации волн на поверхности жидкости	127
А. К. Дюнин. О полуэмпирической теории турбулентного пограничного слоя	129
И. И. Бутаков. Метод теплового баланса в разрешении вопросов тепловой энергетики	131
Ю. Г. Мелик-Степанов. Научно-исследовательские горно-металлургические институты Румынской Народной Республики	134

Художественный редактор А. А. Федихметов.
Технический редактор А. Ф. Мазурова. Корректор Э. Н. Колодочкина.

МН 00196. Подписано к печати 1 июля 1959 г. Тираж 1200. Заказ № 6636. Формат бумаги
70×108^{1/16}—4,375 бум. л., 11,93 печ. л., 13,0 изд. л.

Издательство Сибирского отделения Академии наук СССР. Советская, 20. Типография № 1. По-
лиграфиздата, Новосибирск, Красный проспект, 20. Цена 7 руб.

Цена 7 руб.