

**ИНСТИТУТ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ
И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ НАН КР и КРСУ им. Б. ЕЛЬЦИНА**

Диссертационный совет Д.01.14.002

На правах рукописи

УДК 537.527

Урусова Индира Руслановна

**РАЗВИТИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТРЕХМЕРНОЙ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ**

01.04.14 – Тепло физика и теоретическая теплотехника

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек 2015

Работа выполнена в Институте физико-технических проблем и материаловедения НАН КР.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Урусова Толкун Эсеновна

Официальные оппоненты: д.ф.-м.н., профессор
Десятков Геннадий Александрович

к.ф.-м.н., доцент
Байтереков Алымбек Токоевич

Ведущая организация: Казахский Национальный
Университет им. аль-Фараби,
физико-технический факультет,
кафедра теплофизики и
технической физики

Защита состоится 27 февраля 2015 г. в 14⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д.01.14.002 при Институте физико-технических проблем и материаловедения НАН КР и КРСУ им. Б. Ельцина по адресу: 720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265а, Институт физико-технических проблем и материаловедения НАН КР, тел.: (0312) 39-18-67

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке Национальной Академии Наук Кыргызской Республики.

Автореферат разослан «25» января 2015 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.т.н., профессор

Алымкулов С.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Электродуговые разряды находят широкое применение в научных и технологических процессах. Для более глубокого понимания протекающих в дуге физических процессов требуется дальнейшее изучение свойств электродуговой плазмы. Наряду с экспериментальными методами исследования (Меккер Г., Жуков М.Ф., Аньшаков А.С., Солоненко О.П., Энгельшт В.С., Жеенбаев Ж.Ж.), большое значение имеют теоретические методы, в частности, математическое моделирование и вычислительный эксперимент.

К настоящему времени развиты и широко используются в расчетах стационарные и нестационарные одно- и двухмерные математические модели в приближении локального термодинамического равновесия (ЛТР) плазмы (Урюков Б.А., Энгельшт В.С., Жайнаков А.Ж., Гурович В.Ц., Десятков Г.А.).

Предложены модели электрической дуги с учетом турбулентности потока дуговой плазмы (Слободянюк В.С.), в приближении частичного локального термодинамического равновесия (ЧЛТР) плазмы (Pfender E., Лелевкин В.М.). Получают развитие трехмерные модели дуги (Васильев Е.Н., Baeva M.)

Вместе с тем, во многих технологических установках имеют место дуговые разряды, не обладающие осевой симметрией, а протекающие физические процессы являются нестационарными. Математическая сложность и большая вычислительная ресурсоемкость данного класса задач до недавнего времени сдерживали их решение. Количество работ, посвященных данной тематике, на сегодняшний день весьма незначительно. В этой связи развитие трехмерной нестационарной математической модели электродугового разряда представляет собой актуальную задачу.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами в Институте физико-технических проблем и материаловедения НАН КР. Работа выполнялась по плану научных исследований Института физико-технических проблем и материаловедения НАН КР в рамках проекта «Математическое моделирование процессов образования наноструктурных материалов электродуговым методом», № госрегистрации 0006784.

Целью исследования является развитие трехмерной нестационарной математической модели дугового разряда в приближении ЧЛТР плазмы и численный анализ нестационарной электрической дуги, горящей во внешнем аксиальном однородном магнитном поле.

Поставленная цель достигалась решением следующих задач:

- формулировка нестационарной трехмерной математической модели в приближении ЧЛТР плазмы;
- тестирование численного метода расчета и компьютерной программы;
- проведение численных расчетов характеристик нестационарной электрической дуги, горящей во внешнем аксиальном магнитном поле.

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

- ♦ развита трехмерная нестационарная математическая модель дугового разряда в приближении ЧЛТР плазмы и выполнен численный расчет электрической дуги во внешнем однородном продольном магнитном поле.
- ♦ при значениях магнитного поля $H_x = 35$ кА/м, силы тока дуги $I = 220$ А и межэлектродного расстояния $L = 5$ мм численно реализована пространственная форма электрической дуги, представляющая собой вблизи поверхности анода формирование в виде однородного полого конуса – конусная дуга.
- ♦ установлено, что тепловое воздействие дуговой плазмы на поверхность анода распределено по кольцевой поверхности с внутренним и внешним радиусом $r_0 \approx 2$ мм и $r_1 \approx 3$ мм соответственно. Вблизи оси дуги у поверхности анода температура газа $T \approx 1,2$ кК примерно в 4,5 раза меньше по сравнению со значением $T \approx 5,2$ кК на расстоянии $r = 2,6$ мм от оси.
- ♦ выявлено, что в приосевой области протяженностью $\sim 2/3$ длины дуги имеет место циркуляционное течение и обратный поток плазмы от анода, который движется внутри основного потока в противоположном направлении. Скорость вращения дуговой плазмы в различных сечениях дуги существенно – в несколько раз, отличается друг от друга. В приосевой области диаметром около 2 мм, радиальное распределение скорости вращения является близким к линейному распределению, что соответствует закону вращения твердого тела.

Достоверность результатов обеспечивается использованием проверенного метода аппроксимации дифференциальных уравнений и итерационного метода их решения, и подтверждается удовлетворительным совпадением с известными данными эксперимента, а также с результатами расчета других авторов – отличие результатов не превышает 10 – 15 %.

Практическая значимость полученных результатов. Полученные результаты расширяют знания о нестационарных процессах в электрической дуге, горящей во внешнем однородном аксиальном магнитном поле, и могут найти применение в поисках оптимальных режимов работы, а также при разработке новых конструкций дуговых аппаратов и процессов.

Результаты исследований могут быть рекомендованы в учебном процессе преподавания дисциплин по теме «Нестационарные математические модели низкотемпературной плазмы и методы численного решения уравнений».

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

- ♦ трехмерная нестационарная математическая модель электродугового разряда в приближении ЧЛТР плазмы.
- ♦ численная реализация конусной формы электрической дуги, горящей во внешнем однородном продольном магнитном поле;
- ♦ результаты исследования процессов тепло- массопереноса в конусной дуге: – тепловое воздействие на поверхность анода распределено по кольцевой поверхности с внутренним и внешним радиусом $r_0 \approx 2$ мм и $r_1 \approx 3$ мм.

Вблизи оси температура газа $T \approx 1,2$ кК примерно в 4,5 раза меньше по сравнению со значением $T \approx 5,2$ кК на расстоянии $r = 2,6$ мм от оси.

– в приосевой области разряда протяженностью около $2/3$ длины дуги реализуется циркуляционное течение и обратный поток плазмы от анода, который движется внутри основного потока в противоположном направлении.

– скорость вращательного движения плазмы в различных сечениях дуги существенно, в несколько раз, отличается друг от друга. В приосевой области диаметром ≈ 2 мм, радиальное распределение скорости вращения близко к линейному распределению, что соответствует закону вращения твердого тела.

Личный вклад соискателя. Представленные в диссертации результаты являются итогом самостоятельных исследований автора. Личный вклад соискателя заключается в выборе путей и способов достижения цели работы, выполнении исследований, анализе результатов, подведении итогов и выводов, написании и публикации научных статей.

В определении цели работы и обсуждении полученных результатов участвовала научный руководитель работы д.ф.-м.н. Урусова Т.Э.

Апробация результатов диссертации. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на научно-практической конференции «Перспективы энергетики Таджикистана», Душанбе, 2011, на семинаре научно-технического совета Кыргызского технического университета им. И.Раззакова, семинарах в ИФТПМ НАН КР.

Полнота отражения результатов в публикациях. Результаты исследования опубликованы в 10-ти статьях в научных изданиях, рекомендованных ВАК КР, основное содержание диссертации отражено в 8 статьях.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа содержит введение, три главы, заключение и список литературы. Работа содержит 125 страниц текста, 65 рисунков, 4 таблицы и 104 библиографических источника.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводится краткий литературный обзор по теме диссертации, показана актуальность исследования, дана формулировка цели исследования, показана научная новизна и практическая значимость полученных результатов. Приведены положения, выносимые на защиту.

В первой главе приведена формулировка трехмерной нестационарной математической модели электрической дуги, записанной в приближении ЧЛТР плазмы. Представлена постановка граничных и начальных условий для расчета характеристик дуги. Проводится аппроксимация исходных дифференциальных уравнений методом конечных разностей, описана методика численного решения разностного аналога.

В декартовой системе координат x, y, z уравнения для электродуговой плазмы в приближении ЧЛТР могут быть записаны в следующем виде (Андерсен Дж., Брагинский С.И., Урюков Б.А., Pfender E.):

уравнение непрерывности газа тяжелых частиц

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (1)$$

уравнение непрерывности газа электронов

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \operatorname{div}(N_e \mathbf{V}_e) = R_e, \quad (2)$$

уравнение сохранения энергии газа электронов

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} k T_e + U_i \right) N_e + \operatorname{div} \left[N_e \mathbf{V}_e \left(\frac{5}{2} k T_e + U_i \right) \right] = \operatorname{div}(\lambda_e \operatorname{grad} T_e) + \mathbf{j}^2 / \sigma - \psi - B(T_e - T), \quad (3)$$

уравнение сохранения энергии газа тяжелых частиц:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} k \rho T \right) + \operatorname{div} \left(\frac{5}{2} k \rho \mathbf{V} T \right) = [\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + B(T_e - T)], \quad (4)$$

уравнение баланса импульса газа вдоль осей координат x , y , z соответственно:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V} u) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_x + s_x + (\rho - \rho_e) \mathbf{g}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V} v) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_y + s_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V} w) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_z + s_z, \quad (7)$$

уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \quad (8)$$

закон Ома в обобщенной форме

$$\mu_0 (\mathbf{V} \times \mathbf{H}) + \mathbf{E} = \mathbf{j} / \sigma + (\mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{H} - \operatorname{grad} P_e) / q_e N_e, \quad (9)$$

$$\text{закон парциальных давлений } P/kT = N_i + N_a + N_e T_e / T. \quad (10)$$

При записи уравнений (1 – 10) приняты следующие обозначения: t – время, ρ – плотность дуговой плазмы, ρ_e – плотность окружающего холодного газа, λ_e – коэффициент теплопроводности газа электронов, λ – коэффициент теплопроводности газа, μ – коэффициент вязкости, σ – коэффициент электропроводности, ψ – коэффициент излучения, N_i , N_a , N_e – концентрация ионов, атомов и электронов соответственно, $R_e = (K_i N_e N_a - K_r N_e^2 N_i)$ – скорость генерации электронов, K_i – константа ударной ионизации, K_r – константа трехчастичной рекомбинации, U_i – ионизационный потенциал плазмообразующего газа, $P_e = N_e k T_e$ – парциальное давление электронного газа, k – постоянная Больцмана, $B = 3/2 \delta_e v_e N_e k$ – коэффициент энергообмена между электронами и тяжелыми частицами (атомы, ионы) при соударениях,

$\delta_e = 2m_e/m$ – коэффициент соударения электронов с тяжелыми частицами, v_e – частота соударения электронов с тяжелыми частицами, m_e – масса электрона, m – масса атома плазмообразующего газа, \mathbf{g} – ускорение свободного падения, q_e – элементарный электрический заряд, μ_0 – магнитная константа, \mathbf{E} – напряженность электрического поля, \mathbf{j} – плотность электрического тока, \mathbf{H} – напряженность собственного магнитного поля дуги, T , T_e – температура газа и электронов, P – давление, u , v , w – компоненты вектора скорости \mathbf{V} в направлении осей координат x , y , z , s_x , s_y , s_z – вязкие слагаемые, $\mathbf{V}_d = \mathbf{j} / (q_e N_e)$ – вектор скорости дрейфа электронов, $\mathbf{V}_t = -D_d / T_e \operatorname{grad} T_e$ – вектор скорости термодиффузии электронов, $\mathbf{V}_a = -D_a / N_e \operatorname{grad} N_e$ – вектор скорости амбиполярной диффузии электронов, D_a – коэффициент амбиполярной диффузии, $\mathbf{V}_e = \mathbf{V} + \mathbf{V}_d + \mathbf{V}_t + \mathbf{V}_a$ – суммарная скорость электронов.

Согласно оценкам (Меккер Г., Жуков М.Ф., Урюков Б.А.) при записи системы уравнений (1 – 10) принято, что плазма электрической дуги представляет собой квазинейтральный однократно ионизованный газ (аргон атмосферного давления) в приближении объемного излучения, режим течения газа является ламинарным, дозвуковым, пренебрегается вязкой диссипацией энергии и токами смещения.

Процессы непосредственно вблизи электродов не рассматриваются. Коэффициенты переноса и теплофизические свойства плазмы являются функциями температуры электронов и тяжелых частиц и рассчитываются в рамках молекулярно-кинетической теории.

Электромагнитная часть задачи решается с использованием скалярного потенциала электрического поля ϕ и векторного потенциала магнитного поля \mathbf{A} , которые связаны с векторами \mathbf{E} и \mathbf{H} соотношением $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \phi$ и $\operatorname{rot} \mathbf{A} = \mathbf{H}$.

С учетом уравнений Максвелла (8), закона Ома (9) и условия неразрывности электрического тока $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$, уравнения для расчета скалярного потенциала ϕ и компонент векторного потенциала A_x , A_y , A_z имеют вид:

$$\operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} \phi) = \operatorname{div}[\sigma \mu_0 (\mathbf{V} \times \mathbf{H}) - \sigma (\mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{H} - \operatorname{grad} P_e) / q_e N_e], \quad (11)$$

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} A_x) = -j_x, \quad \operatorname{div}(\operatorname{grad} A_y) = -j_y, \quad \operatorname{div}(\operatorname{grad} A_z) = -j_z. \quad (12)$$

Температуры неплавящихся катода и анода T_a^k определяются из нестационарного уравнения теплопроводности:

$$\partial \rho c T_a^k / \partial t = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T_a^k) + \mathbf{j}^2 / \sigma \quad (13)$$

где ρ – плотность материала электродов, c – удельная теплоемкость, λ – коэффициент теплопроводности, σ – коэффициент электропроводности.

Теплофизические свойства материала электродов (вольфрам, сталь, графит) определялись по справочным данным (Зиновьев В.Е.).

Исходная система уравнений (1 – 13) для рассчитываемых переменных после несложных преобразований может быть записана (Патанкар С.) в виде обобщенного дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial \alpha \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \beta \rho u \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \beta \rho v \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \beta \rho w \Phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \delta \quad (14)$$

где Φ – одна из переменных: $A_x, A_y, A_z, \varphi, w, v, u, T_e^k, T, T_e, N_e$, коэффициенты $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ имеют вид в соответствии со смыслом переменной Φ и представлены в таблице 1. Компоненты вектора скорости u, w, v и давления P рассчитываются по известному алгоритму SIMPLE'R (Патанкар С.).

Таблица 1. Значения коэффициентов $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ уравнения (14).

Φ	α	β	γ	δ
N_e	$1/\rho$	$1/\rho$	D_e	R_e
T_e	$\frac{3}{2} k N_e / \rho$	$\frac{5}{2} k N_e / \rho$	λ_e	$[j^2 / \sigma - \psi - B(T_e - T) - R_e U_i]$
T	$\frac{3}{2} k / m$	$-\frac{5}{2} k / m$	λ	$B(T_e - T)$
T_e^k	ρc	0	λ	j^2 / σ
u	1	1	μ	$-\partial P / \partial x + \mu_0 [j \times H]_x + s_x + (\rho - \rho_e) g$
v	1	1	μ	$-\partial P / \partial y + \mu_0 [j \times H]_y + s_y$
w	1	1	μ	$-\partial P / \partial z + \mu_0 [j \times H]_z + s_z$
A_x	0	0	1	j_x
A_y	0	0	1	j_y
A_z	0	0	1	j_z
φ	0	0	σ	$\text{div}[\sigma \mu_0 (\mathbf{V} \times \mathbf{H}) - \sigma (\mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{H} - \text{grad} P_e) / q_e N_e]$

Граничные и начальные условия. Дифференциальное уравнение (14) является уравнением эллиптического типа по пространственным координатам и параболического типа по временной координате. Граничные условия для задаются по всему периметру трехмерной расчетной области, также задаются начальные условия в момент времени $t = 0$.

Для расчета характеристик в нерегулярной расчетной области, которая включает в себя электродугую плазму и твердую фазу электродов с криволинейными границами, используется известный в вычислительной гидродинамике метод фиктивных областей (Смагулов Ш., Орунханов М.К., Данаев Н.Т., Вабищевич П.Н.).

Рассмотрим граничные условия для расчета характеристик открытой дуги с конусным катодом радиусом R_c и плоским анодом толщиной l_a (рис. 1).

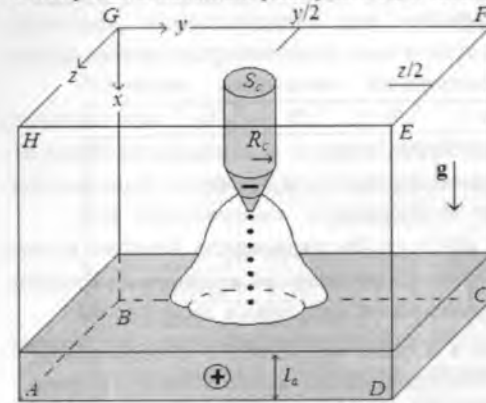


Рис. 1. Схема расчетной области дуги в декартовой системе координат x, y, z . $y/2, z/2$ – срединные сечения по y и z .

Трехмерная расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед с вершинами в точках $ABCDEFGH$.

Отметим, что из-за большой сложности физики приэлектродных процессов, их завершённая теория на сегодня отсутствует. В этой связи размер катодной привязки дуги задается из опытных данных. В случае отсутствия таковых, размер катодной привязки задавался таким, чтобы рассчитанная максимальная плотность тока непосредственно вблизи поверхности катода составляла, согласно экспериментам (Дандарон Г.-Н.Б., Пустогаров А.В. и др.) около $j \approx 5 \cdot 10^7$ А/м². Размеры и положение анодного пятна привязки дуги определяются непосредственно в процессе численного счета из условия: вблизи поверхности анода на расстоянии сеточного шага поперечное сечение, внутри которого выполняется условие $T_e > T_e^{\text{min}}$, приравнивается размеру и положению анодного пятна (где $T_e^{\text{min}} = 3\text{кК}$ – значение температуры электронов для холодного не ионизованного газа).

На боковых вертикальных границах расчетной области $AHED, DEFC, BGFC, AHGB$ задается условие сопряжения рассчитываемых характеристик с окружающей средой: $\partial/\partial n = 0$, здесь n является нормалью к границе. Течение электрического тока через указанные границы отсутствует.

На граничной поверхности $HGFE$, исключая токоведущую поверхность S_c , задается условие сопряжения расчетных параметров дуги с внешней средой, течения электрического тока вне катодной поверхности S_c нет.

Значения температуры и концентрации электронов полагаются равными $T_e = T_e^{\text{min}}, N_e = N_e^{\text{min}} = 10^{17}$ м⁻³; температура на катоде S_c равна $T = T^0$. Потенциал электрического поля φ рассчитывается из условия, что на поверхности катода S_c электрический ток течет по нормали к торцу катода.

На внешней поверхности анода $ABCD$ температура и концентрация электронов равна $T_e = T_e^{min}$, $N_e = N_e^{min}$, для температуры неплавящегося анода задано значение $T = T^0 = 300$ К, течение газа отсутствует. Давление P полагается равным некоторому относительному условному значению, например, $P = P_0 = 1$ Па (Патанкар С.).

Для компонент векторного потенциала A задается условие $\partial A/\partial x=0$, для потенциала φ принято, что электрический ток I течет нормально к $ABCD$. Граничные условия приведены в таблице 2.

Таблица 2. Граничные условия.

Граница	Переменная
$AHED, DEFC, BGFC, AHGB$	$N_e = N_e^{min}; T_e = T_e^{min}; \partial T/\partial n=0; \partial V/\partial n=0; \partial P/\partial n=0; \partial \varphi/\partial n=0; \partial A/\partial n=0;$
$HGFE$	$N_e = N_e^{min}; T_e = T_e^{min}; \partial T/\partial x=0; \partial V/\partial x=0; P = P_0; \partial \varphi/\partial x=0; \partial A/\partial x=0;$
сечение катода S_c	$N_e = N_e^{min}; T_e = T_e^{min}; T = T^0; V=0; P = P_0; \partial A/\partial x=0;$
$ABCD$	$N_e = N_e^{min}; T_e = T_e^{min}; T = T^0; V=0; P = P_0; \partial A/\partial x=0;$

При постановке начальных условий в момент времени $t = 0$ полагается, что между катодом и анодом имеется токопроводящая высокотемпературная ($T = 9$ кК) зона цилиндрической формы радиуса r_c с покоящимся газом.

Конечно-разностная аппроксимация уравнений и метод численного решения дискретного аналога. Численное решение обобщенного дифференциального уравнения (14) проводится конечно-разностным методом (Самарский А.А., Роуч П., Патанкар С.) по неявной разностной схеме. Расчетная область покрывается прямолинейной ортогональной сеткой шагом $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ и разбивается на конечное число непересекающихся контрольных объемов $\Delta_x \Delta_y \Delta_z$ (рис. 2). Чтобы не загромождать рисунок, показан двухмерный контрольный объем. Узловые точки обозначены символами P, E, W, S, N, C, B; символами e, w, s, n, c, b обозначены точки пересечения граней контрольного объема и сеточных линий.

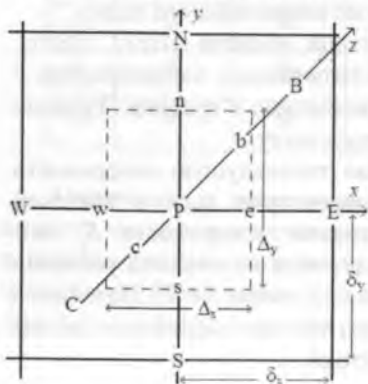


Рис. 2. Фрагмент трехмерной разностной сетки в декартовой системе координат x, y, z .

Интегрируя обобщенное дифференциальное уравнение (14) по контрольному объему и временному интервалу от t до $t + \Delta t$, получим дискретный аналог дифференциального уравнения. Отметим, что при проведении численных расчетов сеточный шаг принят одинаковым $\delta_x = \delta_y = \delta_z = \delta$ для всех задач.

Дискретный аналог является алгебраическим уравнением, который связывает значение Φ в точке P в момент времени $t + \Delta t$ с ее значениями в точках E, W, N, S, C, B в моменты времени $t + \Delta t$ и t :

$$a_P \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E + a_S \Phi_S + a_N \Phi_N + a_C \Phi_C + a_B \Phi_B + \Gamma, \quad (15)$$

где $a_P, a_W, a_E, a_S, a_N, a_C, a_B, \Gamma$ – соответствующие коэффициенты.

Решение дискретного аналога проводится методом переменных направлений (Патанкар С.). Данный метод является комбинацией метода прогонки, используемого для численного решения одномерных задач в приближении пограничного слоя и метода Зейделя-Гаусса.

Условием окончания внутреннего итерационного цикла является условие: $\max |(\Phi_p^{\tau} - \Phi_p^{\tau-1}) / \Phi_p^{\tau-1}| < \varepsilon$, где Φ_p^{τ} – значение переменной на текущей итерации τ в момент времени t , $\Phi_p^{\tau-1}$ – значение переменной на предыдущей итерации в момент времени t , $\varepsilon = 10^{-3} \div 10^{-5}$.

Для обеспечения устойчивости итерационного процесса применяется метод нижней релаксации: $\Phi_p^{\tau} = \Theta \Phi_p^{\tau} + (1 - \Theta) \Phi_p^{\tau-1}$, где Θ – параметр нижней релаксации в диапазоне $0,3 \div 0,7$.

Во второй главе представлены результаты тестирования численного метода расчета и компьютерной программы.

Рассчитывается обтекание цилиндра диаметром 4 мм ламинарным потоком изотермической вязкой жидкостью при значениях числа Рейнольдса $Re = 140$ и $Re = 250$. Сеточный и временной шаг приняты равными $\delta = 0,1$ мм и $\tau = 5 \cdot 10^{-4}$ с соответственно. Как следует из эксперимента, в этих условиях формируется вихревая дорожка Кармана. Результаты расчетов (рис.3, 4) согласуются с опытными наблюдениями. Анализ показал, что расчетное значение частоты n отрыва вихрей и расчетное значения параметра $h/l = 0,26$ достаточно близко к опытным данным $h/l = 0,28$, отличие составляет $\approx 10\%$.

С целью сравнения результатов расчета с экспериментом, выполнен расчет осесимметричной электрической дуги при силе $I = 200$ А и межэлектродном расстоянием $L = 10$ мм, горячей между катодным насадком и плоским анодом. Сравнение расчетных и экспериментальных данных поля температуры после выхода на стационарный режим (рис.5) показывает их удовлетворительное согласие, различие составляет около 10% .

В соответствии с условиями эксперимента (рис.6) была рассчитана дуга во внешнем однородном поперечном магнитном поле H^{ext} . Сеточный и временной шаг приняты равными $\delta = 0,5$ мм и $\tau = 10^{-4}$ с соответственно. Результаты численного расчета удовлетворительно согласуются с опытными наблюдениями, в которых установлено, что при наложении внешнего магнитного поля деформация столба дуги происходит непрерывно и плавно, начиная с катода и заканчиваясь на аноде. Это видно из анализа временной эволюции расчетного поля температуры дуги, показанного на рисунке 7.

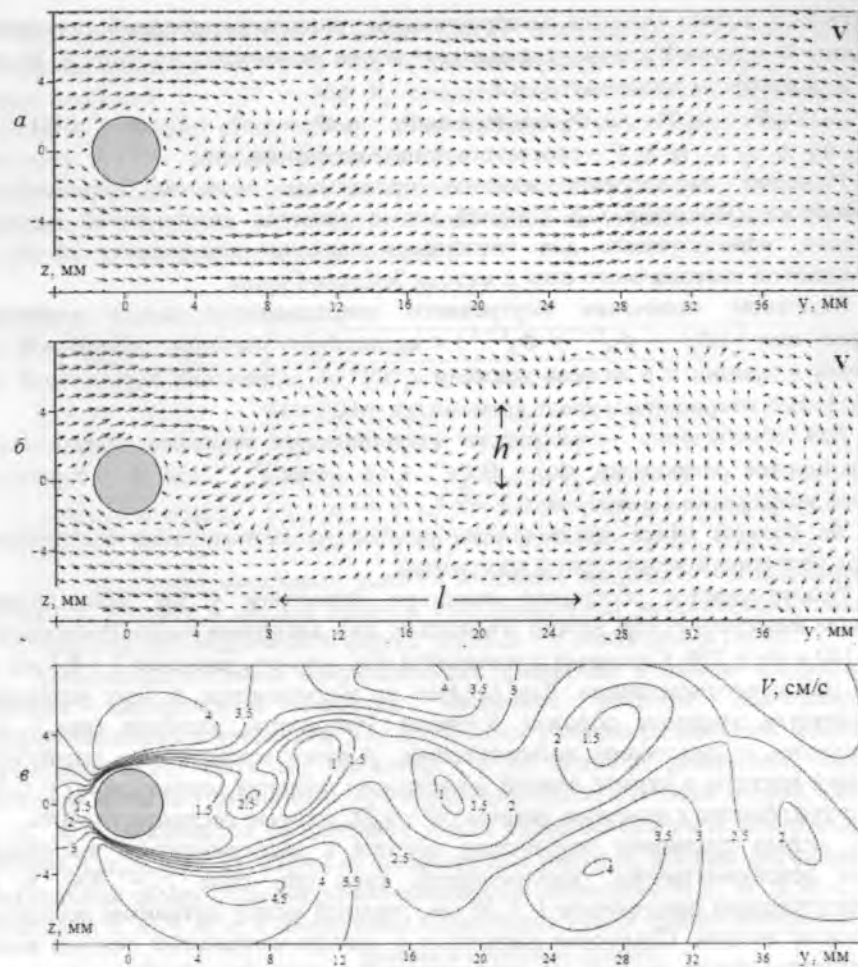


Рис. 3. Фрагменты векторного поля скорости V при $Re = 140$; $t = 4$ с.
 а – наблюдатель неподвижен относительно цилиндра;
 б – наблюдатель движется по течению вдоль оси y со скоростью $\approx v^0$.
 в – поле изолиний скорости V . Масштаб векторов не выдержан.

Удовлетворительное совпадение результатов численного расчета с опытными данными свидетельствует в целом о корректной формулировке математической модели, постановке граничных и начальных условий, методике решения и достоверности полученных результатов расчетов.

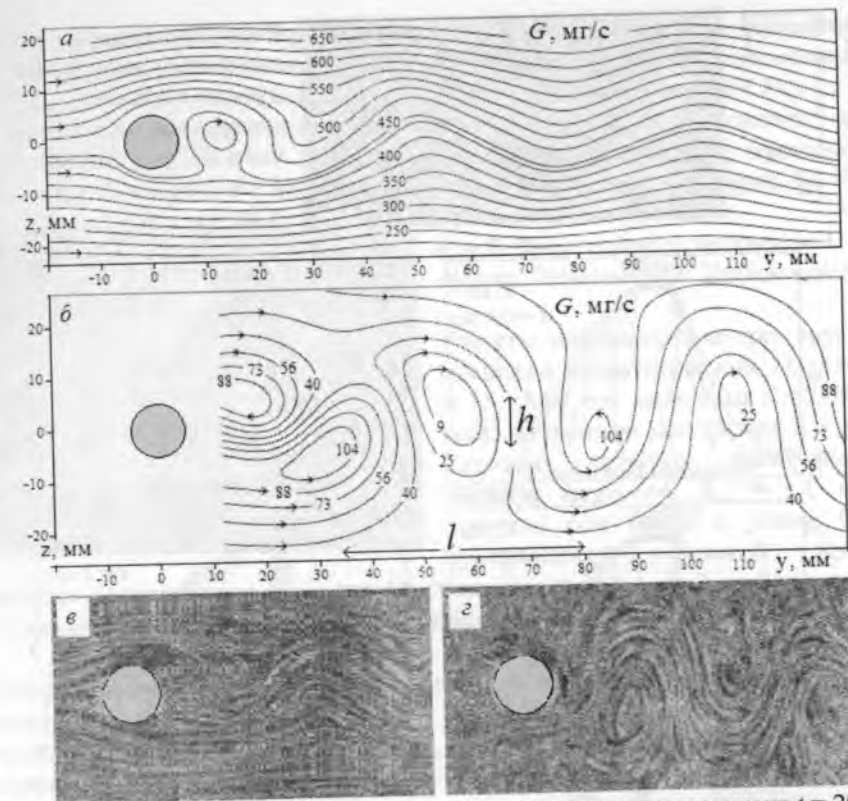


Рис. 4. Расчетные изолинии тока при обтекании цилиндра в момент $t = 20$ с; $Re = 250$; а – наблюдатель неподвижен относительно цилиндра;
 б – наблюдатель движется в направлении потока. Эксперимент (Н.З. Френкль):
 в) – фотокамера покоится относительно цилиндра;
 г) – фотокамера движется со скоростью натекающего потока.

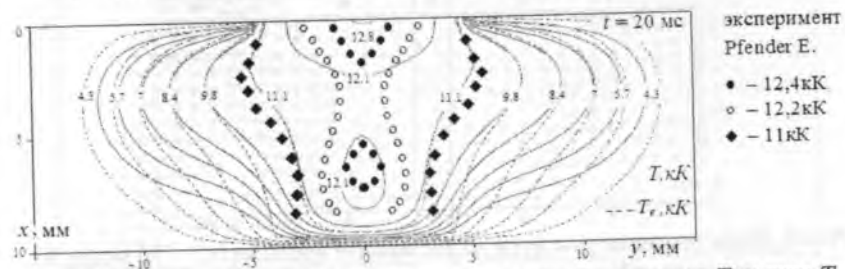


Рис. 5. Расчетные распределения температуры электронов T_e и газа T после выхода на стационарный режим горения дуги.

эксперимент
 Pfender E.
 ● – 12,4кК
 ○ – 12,2кК
 ◆ – 11кК



Рис. 6. Фотография стационарного режима дуги во внешнем поперечном магнитном поле $H^{Ext} = 1,3$ кА/м, $I = 317$ А, $L = 20$ мм, (Сердюк Г.Б.)

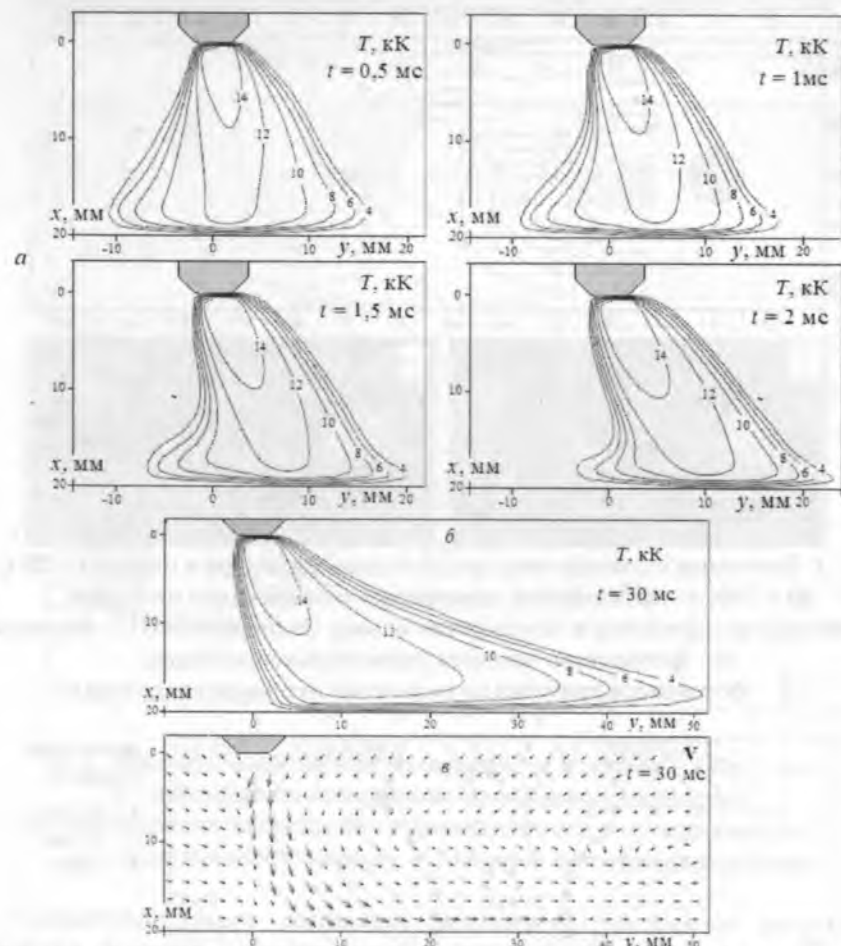


Рис. 7. Поле температуры дуги на интервале времени 0,5 – 30 мс (а, б), векторное V (в) поле скорости газа в момент $t = 30$ мс в плоскости $X-Y$ при $Z/2$ после выхода на стационарный режим.

В третьей главе приведены результаты численного исследования электрической дуги, горящей в однородном внешнем продольном магнитном поле согласно условиям эксперимента (Леваков В.С., Любавский К.В.).

В ходе экспериментов установлено, что дуга представляет собой стабильное образование в виде однородного полого конуса с вершиной на катоде «-» и привязкой в виде кольца на поверхности анода «+» (рис. 8).



Рис.8. Фотография дуги конусной формы. Леваков В.С., Любавский К.В.

Расчеты выполнены для трех значений внешнего магнитного поля $H_x = 10; 20$ и 35 кА/м, при силе тока $I = 220$ А и межэлектродном расстоянии $L = 5$ мм. Катодом является вольфрамовый цилиндр радиусом $R_c = 1,4$ мм с заточкой под конус с углом 90° и притупленной вершиной. Анодом является неплавящаяся стальная пластина толщиной $l_a = 2$ мм (см. рис.1).

Сеточный и временной шаг приняты равными $\delta = 0,2$ мм и $\tau = 10^{-5}$ с.

Анализ результатов при $H_x = 35$ кА/м, показывает следующее. Течение электрического тока в дуге порождает собственное магнитное поле. Взаимодействие электрического тока j с собственным магнитным полем H порождает электромагнитные силы $f_{совс.} \sim j \times H$, которые приводят к сжатию столба дуги (пинч-эффект) в радиальном направлении, как показано на рис. 9а.

Отметим, что далее на рисунках распределения характеристик дуги в вертикальном сечении $X-Y$ приведены для срединного сечения $z = Z/2$.

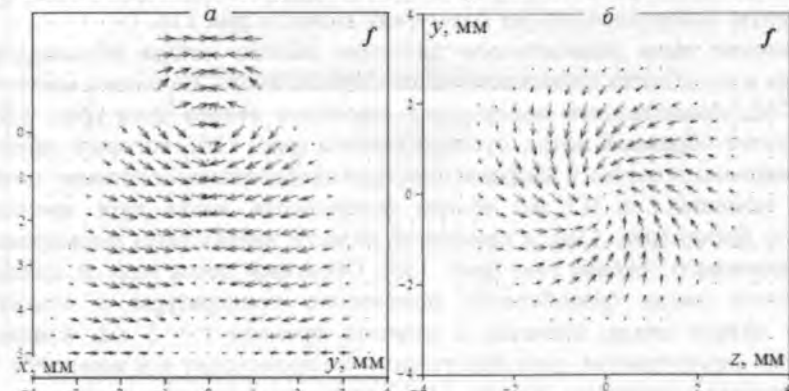


Рис. 9. Векторные поля электромагнитных сил f в вертикальном сечении $X-Y$ (а) и в поперечном сечении $Y-Z$ (б) при $x = 2,5$ мм, $t = 0,05$ мс.

Взаимодействие радиальной компоненты тока j_{yz} с внешним аксиальным магнитным полем H_x порождает электромагнитные силы $f_{анем} \sim j_{yz} \times H_x$, которые направлены в поперечном сечении $Y-Z$ по касательной к столбу дуги. Результирующее поле электромагнитных сил f в поперечном сечении показано на рис. 9б. Таким образом, электромагнитные силы создают градиент давления, и поток плазмы ускоряется в аксиальном направлении (рис. 10а). Кроме этого, воздействие электромагнитных сил на дуговую плазму приводит ее во вращательное движение против часовой стрелки (рис. 10б). Результирующее движение плазмы является вращательно-поступательным.

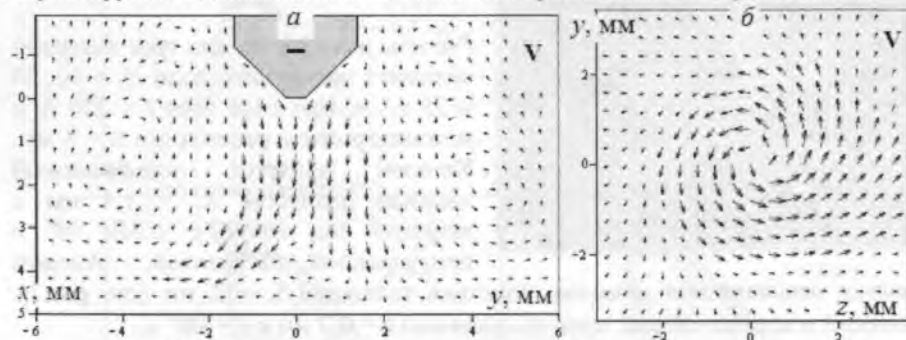


Рис. 10. Векторные V поля скорости плазмы в вертикальном (а) и поперечном сечении при $x = 2,5$ мм (б) в момент $t = 0,05$ мс.

В результате воздействия центробежных сил происходит смещение дуговой плазмы из приосевой области на периферию. В приосевой области дугового разряда, главным образом около катода, происходит формирование зоны пониженного давления (рис. 11а). Тепловой столб дуги пока имеет характерную колоколообразную форму, как видно из рис. 11б.

Наличие зоны пониженного давления вблизи катода обуславливает движение в эту область потока плазмы со стороны анода. Начиная с момента $t \approx 0,1$ мс, продолжается деформация теплового столба дуги (рис. 12б) и формируется обратный поток дуговой плазмы (рис. 12б), который движется внутри основного потока в направлении, противоположном основному потоку.

С момента $t \approx 0,5$ мс вблизи поверхности анода дуга принимает конусную форму (рис. 13а), в приосевой области наблюдается формирование циркуляционного течения газа (рис. 13б). Обратный поток газа от холодной поверхности анода способствует понижению температуры в приосевой области вблизи анода. Начиная с момента времени $t > 3$ мс, изменения расчетных характеристик дуги практически не происходит и к моменту $t = 15$ мс расчет был остановлен. На рис. 14–17 приведены некоторые из расчетных характеристик конусной дуги в момент времени $t = 15$ мс.

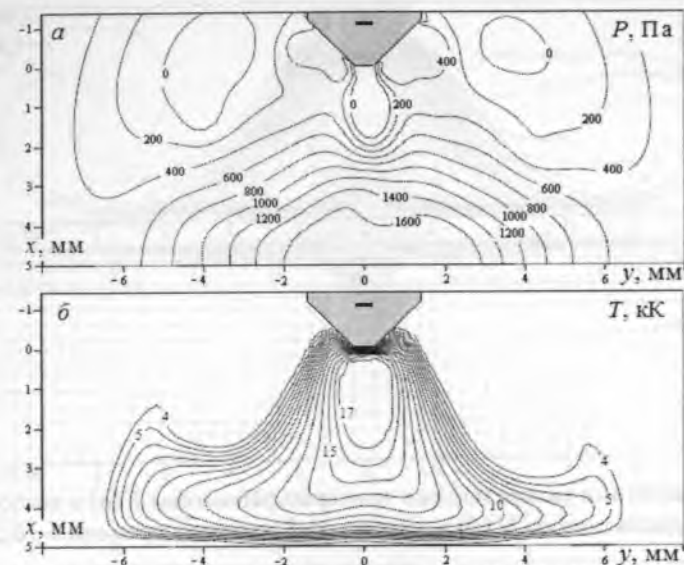


Рис. 11. Расчетные распределения относительного давления P (а) и температуры T плазмы (б) в момент времени $t = 0,05$ мс в сечении $X-Y$.

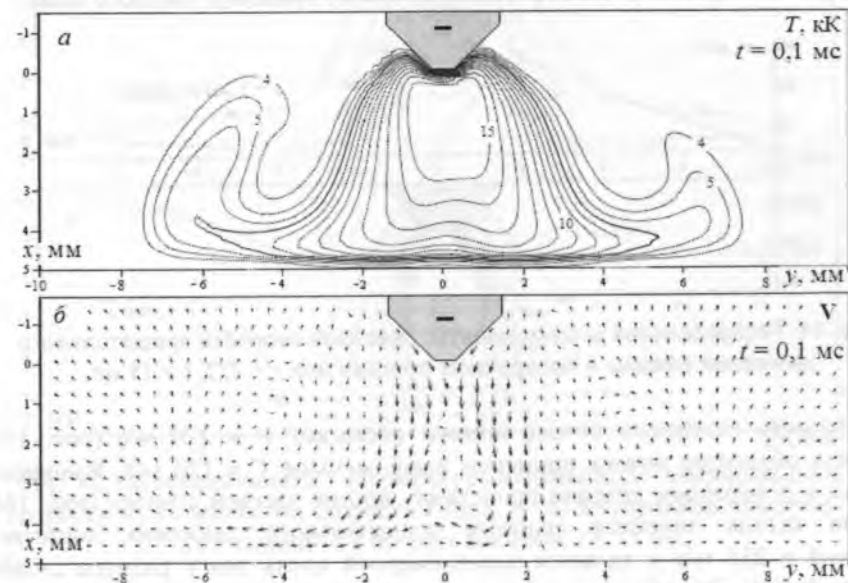


Рис. 12. Расчетные распределения температуры плазмы T (а) и векторного поля скорости плазмы V (б) в сечении $X-Y$ в момент времени $t = 0,1$ мс.

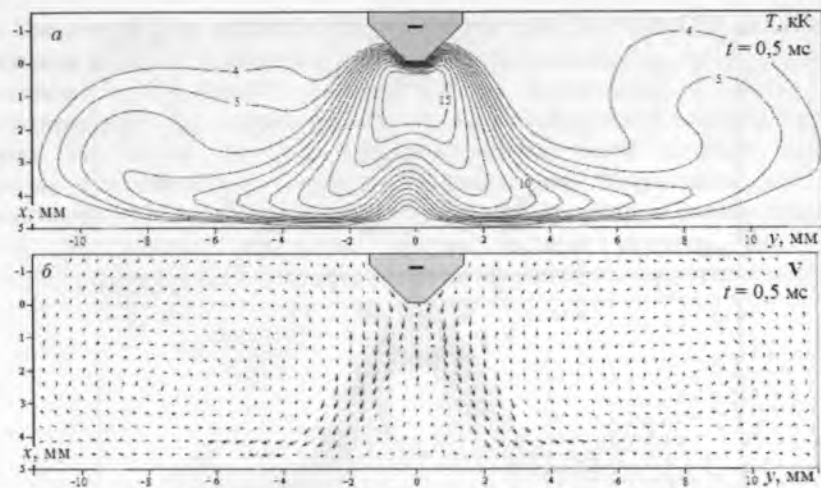


Рис. 13. Расчетные распределения температуры плазмы T (а) и векторного поля скорости плазмы V (б) в сечении X - Y в момент времени $t = 0,5$ мс.

В приосевой области, особенно вблизи анода, радиальное распределение скорости вращательного движения является достаточно близким к линейному распределению (рис. 14), что соответствует закону вращения твердого тела.

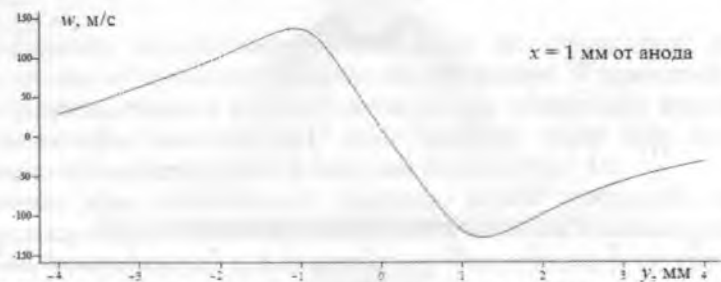


Рис. 14. Распределения w -компоненты линейной скорости вращательного движения плазмы в поперечном сечении при $z = Z/2$, $t = 15$ мс.

Скорость основного потока плазмы достигает $V \approx 220$ м/с (рис. 15), скорость обратного потока примерно вдвое меньше $V \approx 120$ м/с. Вращение плазмы в поперечном сечении происходит против часовой стрелки (рис. 16). Вблизи катода линейная скорость вращательного движения достигает значений ≈ 230 м/с и является неравномерной вдоль оси и радиуса столба конусной дуги. Это обусловлено тем, что воздействие электромагнитных сил, ускоряющих плазму, является наибольшим именно вблизи катода.

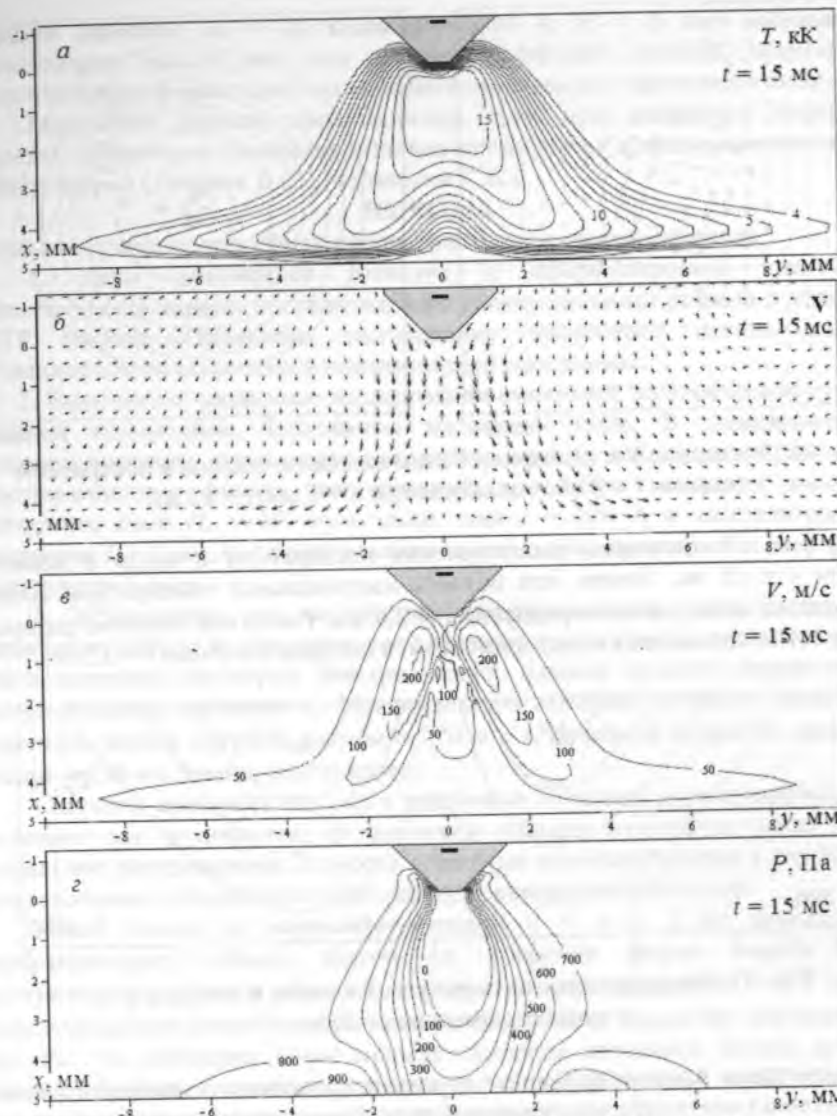


Рис. 15. Распределения: а – температура плазмы T , б – векторное поле скорости V , в – изолинии скорости V газа, г – относительное давление P в сечении X - Y в момент времени $t = 15$ мс.

По мере приближения к поверхности анода линейная скорость вращения потока электродуговой плазмы уменьшается.

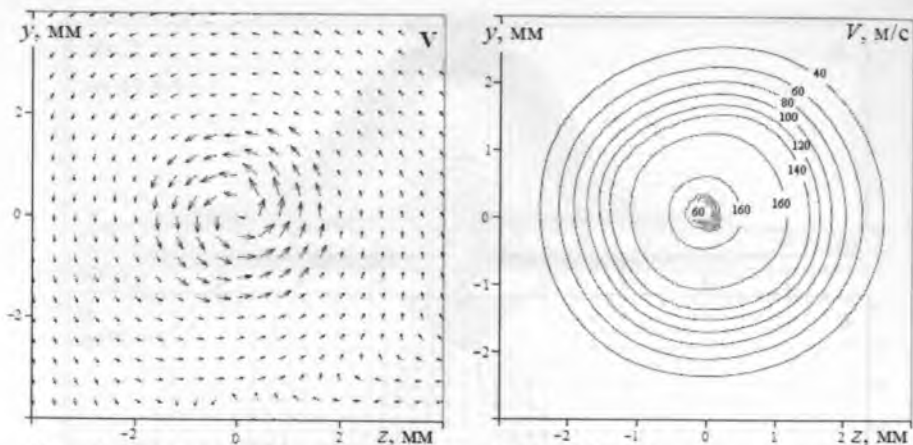


Рис. 16. Векторное V и скалярное V поле скорости плазмы в поперечном сечении $Y-Z$ вблизи катода при $x = 1$ мм, $t = 15$ мс.

На рис. 17 приведены распределения температуры в аноде в момент времени $t = 15$ мс. Видно, что область максимальной температуры анода расположена на окружности радиусом $r \approx 2,6$ мм. Расчетное значение радиуса окружности r согласуется с экспериментом, в котором получено $r \approx 2,5$ мм.

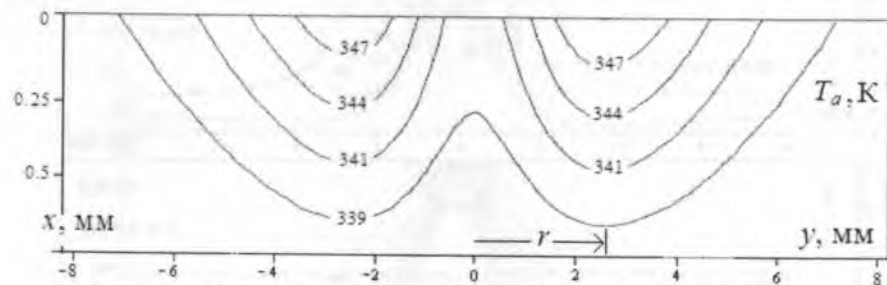


Рис. 17. Распределения температуры T в аноде в сечении $X-Y$ к моменту времени $t = 15$ мс.

Рассмотрено влияние величины внешнего продольного магнитного поля на характеристики столба электрической дуги. Результаты численных расчетов показывают, что при значении внешнего однородного продольного магнитного поля $H_x = 20$ кА/м, силе тока $I = 220$ А, межэлектродном расстоянии $L = 5$ мм имеет место вращающийся вокруг продольной оси столб дуги со слабо выраженной конусной пространственной формой, близкой к форме дуги без внешнего аксиального магнитного поля.

Для значения $H_x = 10$ кА/м ($I = 220$ А, $L = 5$ мм) наблюдается вращающаяся вокруг оси дуга с пространственной формой, практически неотличимой от формы дуги без внешнего продольного магнитного поля.

Результаты расчета характеристик дуги при указанных значениях внешних параметров удовлетворительно согласуются с экспериментальными наблюдениями (Леваков В.С., Любавский К.В.).

ВЫВОДЫ

Результаты работы могут быть сформулированы в следующем виде.

1. Дано дальнейшее развитие и сформулирована трехмерная математическая модель нестационарного электродугового разряда в условиях ЧЛТР плазмы. Проведено тестирование численного метода расчета, вычислительного алгоритма и компьютерной программы.

2. Выполнены численные исследования сварочной электрической дуги во внешнем однородном продольном магнитном поле. В зависимости от величины внешнего аксиального магнитного поля H_x наблюдаются различные пространственные формы электрической дуги. При значениях внешнего магнитного поля $H_x = 35$ кА/м, силы тока $I = 220$ А и межэлектродного расстояния $L = 5$ мм, численно реализована конусная пространственная форма электрической дуги.

3. Установлено, что воздействие электромагнитных сил на дуговую плазму приводит ее во вращательное движение по всей длине дугового столба. Результирующее движение электродуговой плазмы является вращательно-поступательным движением. Максимальные значения скорости основного конусного потока дуговой плазмы ≈ 220 м/с и линейной скорости вращения плазмы ≈ 230 м/с близки друг к другу.

Скорости вращения плазмы в различных сечениях дуги существенно, в несколько раз, отличаются. В приосевой области диаметром около 2 мм, радиальное распределение скорости вращения является близким к линейному распределению, что соответствует закону вращения твердого тела.

Вблизи анода на интервале времени $0 < t < 3$ мс формируется циркуляционное течение плазмы и конусная форма столба дуги. Протяженность области обратного потока плазмы составляет $\sim 2/3$ длины дуги. Аксиальная скорость обратного потока плазмы достигает значений $V \approx 120$ м/с, что примерно вдвое меньше скорости основного потока дуговой плазмы. Начиная с момента времени $t > 3$ мс расчетные характеристики конусной дуги выходят на стационарный режим.

В приосевой области плотность электрического тока примерно в 2 раза меньше по сравнению со значениями на кольцевой поверхности с внутренним и внешним радиусом $r_0 \approx 2$ мм и $r_1 \approx 3$ мм.

Установлено, что тепловое воздействие дуговой плазмы на поверхность анода распределено по кольцевой поверхности с внутренним и внешним радиусом $r_0 \approx 2$ мм и $r_1 \approx 3$ мм.

Вблизи оси температура газа $T \approx 1,2$ кК примерно в 4,5 раза меньше по сравнению со значением $T \approx 5,2$ кК на расстоянии $r = 2,6$ мм от оси.

4. При значениях $H_x = 20$ кА/м, $I = 220$ А, $L = 5$ мм имеет место вращающаяся вокруг продольной оси дуга со слабо выраженной конусной пространственной формой, близкой к форме дуги без внешнего аксиального магнитного поля. При значениях $H_x = 10$ кА/м, $I = 220$ А, $L = 5$ мм наблюдается вращающаяся вокруг оси дуга с пространственной формой, практически неотличимой от формы дуги без внешнего магнитного поля.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Урусова, И.Р. Трехмерная нестационарная модель электродуговых потоков плазмы [Текст] / Урусова И.Р. // Современные проблемы механики сплошных сред. – Бишкек: Ин-т геомеханики НАН КР, 2010. – Вып. 12. – С. 207 – 217.
2. Урусова, И.Р. Тестирование нестационарной трехмерной математической модели электрической дуги [Текст] / Урусова И.Р. // Интернет-журнал ВАК КР, <http://www.nakkr.kg/jurnalVAK> – Бишкек, № 3, 2011.
3. Урусова, И.Р. Численное исследование электрической дуги, «горящей» во внешнем поперечном магнитном поле [Текст] / Урусова И.Р., Урусова Т.Э. // – Бишкек: Известия НАН КР, 2011. № 2, – С.76–80.
4. Урусова, И.Р. Расчет короткой электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле [Текст] / Урусова И.Р. // Вестник Евразийского Национального Университета. – Астана, 2011, № 6, – С. 104 – 110.
5. Урусова, И.Р. К расчету электромагнитных характеристик электрической дуги в рамках нестационарной трехмерной модели [Текст] / Урусова И.Р. // Материалы научно-практической конференции «Перспективы энергетики Таджикистана» – Душанбе, 2011, – С. 35 – 42.
6. Урусова, И.Р. Тестирование динамической части трехмерных нестационарных уравнений электрической дуги [Текст] / Урусова Т.Э., Урусова И.Р. // Физика. – Бишкек: Ин-т физико-технических проблем и материаловедения НАН КР, 2013. № 1. – С. 68 – 76.
7. Урусова, И.Р. Нестационарная трехмерная модель электрической дуги. Математическая модель и результаты тестирования [Текст] / Урусов Р.М., Урусова И.Р. // Теплофизика и аэромеханика, – СО РАН, Новосибирск, 2014, № 1, – С. 121 – 134.
8. Урусова, И.Р. Нестационарная трехмерная модель электрической дуги. Верификация [Текст] / Урусов Р.М., Урусова И.Р. // Теплофизика и аэромеханика, – СО РАН, Новосибирск, 2014, № 2. – С. 241 – 250.

Урусова Индира Руслановнанын «Электр жаасынын үч өлчөмдүү математикалык моделинин туруктуу эмес өсүшү» деген темадагы 01.04.14 – жылуулук физикасы жана теоретикалык жылуулук техникасы адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасына көрсөтүлгөн диссертациясынын РЕЗЮМЕСИ

Ачык сөздөр: Электр жаасынын разряды, сандык моделдештирүү, үч өлчөмдүү туруктуу эмес модель, тышкы аксиалдуу магнит талаасы.

Изилденүүчү объекттер: Тышкы аксиалдуу магнит талаасындагы осесимметриялуу эмес туруктуу эмес электр жаасы.

Иштин максаты: Термикалык жана ионизациялашкан тең салмактуулук абалдарына жараша электр жаасынын жантаюусун эске алуу менен электр жаасынын үч өлчөмдүү математикалык моделинин туруктуу эмес өсүшүн туруктуу эмес аймактарда өнүктүрүү. Тышкы бир тектүү узатасынан тараган магнит талаасында күйгөн электр жаасын сандык изилдөө.

Изилдөө ыкмалары: математикалык моделдештирүү, эсептөө тажрыйбасы.

Алынган жыйынтыктар жана алардын илимий жаңылыгы:

♦ туруктуу эмес аймакта плазманын айрым жерлериндеги термодинамикалык тең салмактуулукка АЖТТ жакындаштыруусунда электр жаасынын үч өлчөмдүү математикалык модели өнүктүрүлдү. Тышкы бир тектүү узатасынан тараган магнит талаасында күйгөн электр жаасын изилдөөлөр аткарылды.

♦ магнит талаасынын $H_x = 35$ кА/м, ток күчүнүн $I = 220$ А жана электроддор аралык $L = 5$ мм маанилеринде конустук жаа сандык жактан ишке ашырылды.

♦ жаалык плазманын жылуулук таасири аноддун бетине айлана түрүндө бөлүштүрүлдү. Жаанын огуна $r = 2,6$ мм аралыктагы температура $T \approx 5,2$ кК маанисине салыштырмалуу жаанын огуна жакын аноддун бетиндеги газдын температурасы $T \approx 1,2$ кК болжол менен 4,5 эсе кичине.

♦ октун узатасынан кеткен жаанын узундугу $\sim 2/3$ түзгөн аймакта плазманын айланма агымы жана кайра артка аноддон агым байкалат, ал негизги агымдын ичинде карама-каршы багытта кыймылдайт. Ар кандай кесилиште плазманын айлануу ылдамдыгы дээрлик айырмаланат. Анодко жакын жердеги плазманын айлануусу катуу заттын айлануусуна жакын.

Колдонуу аймагы: Жыйынтыктарды оптималдуу режимдерди тандоого жана жаңы жаалык аппараттардын конструкцияларын иштеп чыгууга колдонууга болот. Жыйынтыктар ошондой эле физика жана математика факультеттеринде окуган адистиктер үчүн окуу процессинде «Төмөнкү температурадагы плазманын стационардуу эмес математикалык модели жана теңдемелердин сандык чыгарылышынын ыкмалары» темасында окутууга сунуштоого болот.

РЕЗЮМЕ

диссертации Урусовой Индиры Руслановны на тему: «Развитие нестационарной трехмерной математической модели электрической дуги» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.14 – теплофизика и теоретическая теплотехника.

Ключевые слова: электродуговой разряд, численное моделирование, трехмерная нестационарная модель, внешнее аксиальное магнитное поле.

Объект исследования: неосесимметричная нестационарная электрическая дуга во внешнем аксиальном магнитном поле.

Цель работы: развитие трехмерной нестационарной математической модели электрической дуги в нерегулярных областях с учетом отклонения электродуговой плазмы от состояния термического и ионизационного равновесия. Численное исследование электрической дуги, горящей во внешнем однородном продольном магнитном поле.

Методы исследования: математическое моделирование, вычислительный эксперимент.

Полученные результаты и их новизна:

♦ развита трехмерная нестационарная математическая модель электродугового разряда в нерегулярной области в приближении ЧЛТР плазмы. Выполнены исследования электрической дуги, горящей во внешнем однородном продольном магнитном поле.

♦ значениях магнитного поля $H_x = 35$ кА/м, силы тока $I = 220$ А и межэлектродного расстояния $L = 5$ мм численно реализована конусная дуга.

♦ тепловое воздействие дуговой плазмы на поверхность анода распределено по кольцевой поверхности. Вблизи оси дуги у поверхности анода температура газа $T \approx 1,2$ кК примерно в 4,5 раза меньше по сравнению со значением температуры $T \approx 5,2$ кК на расстоянии $r = 2,6$ мм от оси.

♦ в приосевой области протяженностью $\sim 2/3$ длины дуги наблюдается циркуляционное течение и обратный поток плазмы от анода, который движется внутри основного потока в противоположном направлении. Скорость вращения плазмы в различных сечениях существенно отличается. Вблизи анода вращение плазмы близко к вращению твердого тела.

Область применения: Результаты могут найти применение в выборе оптимальных режимов и разработке новых конструкций дуговых аппаратов. Результаты также могут быть рекомендованы в учебном процессе преподавания дисциплин по теме «Нестационарные математические модели низкотемпературной плазмы и методы численного решения уравнений» физических и математических факультетах.

SUMMARY

dissertation Urusova Indira Ruslanovna on the theme: "Development of unsteady three-dimensional mathematical model of the electric arc" for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, specialty 01.04.14 - Thermophysics and theoretical the heating engineer.

Keywords: electric arc discharge, numerical simulation, three-dimensional time-dependent model, the external axial magnetic field.

Object of study: non-axisymmetric non-stationary electric arc in an external axial magnetic field.

Objective: To develop a three-dimensional non-stationary mathematical model of the electric arc in irregular domains, taking into account the deviation of the plasma arc on the state of the thermal and ionization equilibrium. Numerical study of electric arc burning in a uniform external longitudinal magnetic field.

Methods of study: mathematical modeling, computer experiment.

Results and novelty:

• development of a three-dimensional non-stationary mathematical model of the electric arc discharge in an irregular field approximation PLTR plasma. The studies of electric arc burning in a uniform external longitudinal magnetic field.

• the values of the magnetic field $H_x = 35$ kA/m, the current $I = 220$ A and the interelectrode distance $L = 5$ mm is implemented numerically the cone arc.

• thermal effects of the arc plasma to the surface of the anode is distributed over the annular surface. Near the axis of the arc at the anode surface, the gas temperature $T \approx 1,2$ kK approximately 4.5 times less than the value of the temperature $T \approx 5,2$ kK distance $r = 2,6$ mm from the axis.

• in the axial region stretching $\sim 2/3$ arc length occurs during circulation and reverse flow of plasma from the anode, which moves inside the main flow in the opposite direction. The rotational speed of the arc plasma in various sections of the arc is significantly different from each other. Near the surface of the anode plasma rotation is close to the rotation of a rigid body.

Scope: The results obtained can be used in searching for the optimal modes, as well as the development of new designs of arc apparatuses and processes. The research results can also be recommended in the educational process of teaching disciplines on «Non-stationary mathematical model of low-temperature plasma and methods for the numerical solution of the equations» physical and mathematical faculties.

