НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ

Диссертационный совет Д 05.06.319

На правах рукописи
УДК 519.3:62 – 50

Самохвалова Татьяна Пантелимовна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ И РАЗНОТЕМПОВЫМИ ДВИЖЕНИЯМИ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Бишкек – 2006

Работа выполнена в Институте автоматики Национальной Академии Наук Кыргызской Республики

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, с.н.с. **Мамытов Джуман Мамытович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор **Рафатов Рамиз Рафатович**

доктор физико-математических наук, доцент **Сатыбаев Абдуганы Джунусович**

Ведущая организация: **Кыргызско-Российский Славянский университет.**

720000, г.Бишкек, ул. Киевская, 44.

Защита состоится «24» ноября 2006 г. в 14^{00} часов на заседании *Диссертационного совета Д 05.06.319* при Институте автоматики Национальной Академии Наук Кыргызской Республики по адресу: 720071, г.Бишкек, пр. Чуй, 265, Ин-т автоматики, ауд. 118.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национальной Академии Наук Кыргызской Республики по адресу: 720071, г.Бишкек, пр. Чуй, 265 «а».

Автореферат разослан «24» октября 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета к.т.н., с.н.с. **В.И.Замай**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Задачи оптимального управления системами с распределенными параметрами (СРП) и разнотемповыми движениями являются весьма актуальными при математическом моделировании и синтезе управления сложными динамическими объектами. Это обусловлено усложнением современного производства и требованиями высококачественного управления сложными процессами и объектами с использованием компьютерных технологий. Решению указанных задач посвящены исследования многих ученых как в Кыргызской Республике, так и за рубежом. Это сравнительно молодая область науки, и в ней развиваются многие теоретические и практические проблемы. Актуальность данной работы обусловлена также необходимостью разработки таких алгоритмов оптимального управления, которые учитывали бы режимы реального времени при управлении и моделировании сложных технологических процессов.

Связь темы диссертации с научными программами и научно-исследовательскими работами. Исследования, представленные в диссертации, выполнены в Институте автоматики НАН КР в соответствии с утвержденными темами по научным проектам НАН КР.

Цели и задачи работы. Целями работы являются математическое моделирование и построение для некоторых СРП в классе обобщенных функций алгоритмов синтеза оптимального управления, более экономичных по затратам машинного времени по сравнению с существующими алгоритмами, и переводящих объект из одного состояния в другое с достаточной точностью.

В рамках достижения поставленной цели решались следующие **задачи** синтеза оптимального управления процессами теплопроводности с краевыми условиями третьего рода в классе обобщенных функций с квадратичным критериям и качества:

– с двумя управлениями, $p_1(t)$ в уравнении и $p_2(t)$ по границе;
– с управлением $p_3(t,x)$ в уравнении объекта;
– для квазилинейных СРП с полиномиальными нелинейностями;
– для линейных и квазилинейных разнотемповых СРП.

Методы исследования, используемые в работе: метод динамического программирования Беллмана для СРП, методика А.И.Егорова для задач синтеза СРП в классе обобщенных функций, метод степенных рядов В.И.Зубова, идея корректирующих добавок, методы теории дифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве, методы теории оптимального управления и современного функционального анализа и др. Для численной реализации разработанных алгоритмов использованы методы прогонки и переменных направлений, для вычислительных экспериментов – моделирование на ЭВМ.

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

– получены новые решения уравнения Беллмана и соответствующие алгоритмы оптимальных синтезирующих управлений в линейных системах с распределенными параметрами в классе обобщенных функций;
– получен в явном виде интегрально-степенной ряд для решения уравнения Беллмана в нелинейных разнотемповых системах с распределенными параметрами и со степенными нелинейностями в классе обобщенных функций;
– выявлены особенности применения методов прогонки и переменных направлений к решению уравнений с изменяющимся порядком пространственных переменных, возникающих в задачах синтеза оптимального управления СРП;
в результате вычислительных экспериментов получено удовлетворительное приближение расчетной величины состояния процесса к требуемому значению при оптимальном синтезирующем управлении в СРП.

Степень новизны: данная работа является **дальнейшим развитием** метода динамического программирования Р.Беллмана для СРП. А именно, развитием методики А.И.Егорова построения алгоритмов синтеза управления методом динамического программирования в классе обобщенных функций.

Отличие от известных работ: в рамках дальнейшего развития метода предложены новые формы решения уравнения Беллмана и новый вид квадратичного критерия качества для СРП. В результате получены новые системы вспомогательных уравнений типа Риккати (с уменьшенным числом пространственных переменных и дельта-функций) и получены новые алгоритмы синтеза управления для линейных и квазилинейных разнотемповых СРП. Работоспособность разработанных алгоритмов синтеза численно показана на ЭВМ и получены обнадеживающие удовлетворительные результаты расчетов.

Теоретическая значимость работы состоит в следующем:
– получены новые знания в области детерминированных управляемых СРП и разнотемповых систем с распределенными параметрами в классе обобщенных функций;
– показана неединственность решения функционального уравнения Беллмана в СРП, получены новые вспомогательные системы типа Риккати и оптимальные синтезирующие управления;
– выявлена особенность применения методов прогонки и переменных направлений в уравнениях с частными производными с изменяющимся порядком пространственных переменных;
– обоснована применимость алгоритма управления редуцированной СРП для управления полной линейной разнотемповой СРП при стремлении к нулю малого параметра.

Практическая значимость работы состоит в следующем:
– разработаны алгоритмы синтезирующего управления линейными и нелинейными СРП, которые применимы для широкого класса задач управления динамическими объектами;

– получены алгоритмы управления с уменьшенными вычислительными затратами при реализации синтеза;
– разработаны программы для вычислительных экспериментов и для решения задач оптимизации температурных режимов в процессах нагрева некоторых металлических и полупроводниковых материалов;
– улучшено приближение расчетного состояния объекта к требуемой величине для СРП в прямоугольной системе координат;
– аналитические преобразования и разностные схемы получены в виде, ориентированном непосредственно на использование алгоритмических языков программирования.

Основные положения, выносимые на защиту:
– новые формы второго порядка для решения уравнений Беллмана в линейных СРП, соответствующие вспомогательные системы типа Риккати и оптимальные синтезирующие управления;
– функционально-степенные ряды для решения уравнений Беллмана в квазилинейных СРП и упрощенные алгоритмы синтеза оптимального управления в линейных и квазилинейных разнотемповых СРП;
– модифицированный квадратичный критерий качества с корректирующей добавкой для СРП и соответствующие алгоритмы оптимального управления;
– обоснование сходимости по критерию качества при стремлении к нулю малого параметра для линейной разнотемповой СРП.

Реализация результатов работы. Теоретические результаты использованы в хоздоговорной работе с Госагентством по науке и интеллектуальной собственности при Правительстве КР (Акт использования в ГАО «Кристалл»). Результаты работы приняты к использованию на кафедре Математики КРСУ (Заключение об использовании в КРСУ) для спецкурсов и научной работы преподавателей и студентов старших курсов, совместно с преподавателями кафедры опубликован ряд научных статей. Программные средства разработаны на IBM PC/AT с помощью пакета Matlab.

Личный вклад автора. Совместные работы [1, 8, 12, 13, 18] относятся к основному содержанию диссертации, совместные работы [6, 7, 9 – 11, 15 – 17, 19] относятся к приложению.

В работе [1] Абдикеримову Т.А. принадлежит постановка задачи оптимального управления нелинейной системой с распределенными параметрами.

В работах [6, 8– 10, 12, 13, 15 – 18, 19] Шаршеналиеву Ж.Ш. принадлежат: 1) постановка задачи оптимального управления разнотемповыми системами с распределенными параметрами; 2) постановка задачи в терминах оптимального управления температурным режимом стержней поликремния в процессе их роста в реакторе водородного восстановления; 3) организация и руководство хоздоговорной работой с Госагентством по науке и интеллектуальной собственности при Правительстве КР в течение 2000-2003 г.г.; 4) анализ и представление результатов работы на конференциях и в научных статьях. В работе [19] Мамытову Дж.М. принадлежит руководство аналитическим решением задачи с нелинейностью в граничном условии.

В [6, 8, 10, 15, 17] Эралиев К.А., Педяшев В.М. участвовали в хоздоговорной работе по разработке автоматической системы регулирования температуры стержней поликремния. В [6, 8 – 10, 15 – 17] Лещенко Ю.М.: 1) разрабатывал вариант автоматической системы регулирования температуры стержней поликремния в режиме реального времени; 2) участвовал в применении новых теоретических результатов и алгоритмов управления к указанному конкретному технологическому процессу; 3) участвовал в написании соответствующей части в научных статьях; 4) участвовал в серии вычислительных экспериментов.

В статьях [7, 11] Лелевкина Л.Г. участвовала в постановке задачи оптимизации индукционного нагрева металлов, оказала помощь в редактировании и публикации статей. В [7, 11] Шемякина Т.А. участвовала в разработке разностных схем, написании и отладке программы численных расчетов, написании первого варианта и доработке статей.

Таким образом, автором выполнена существенная часть работы, изложенной в совместных публикациях. Во всех совместных работах использованы теоретические результаты, полученные лично автором в [1 – 5, 14].

Апробация результатов исследования. Основные результаты данной работы доложены и обсуждены (или представлены и опубликованы) на:
– Конференции Ин-та автоматики Академии наук «Проблемы автоматизации» – Бишкек, октябрь, 1992;
– Жыйынтыктоочу илимий конференциянын И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик педагогикалык институту – Бишкек, март, 1993;
– Международной научно - практич. конфер. «Проблемы механики и прикладной математики», посвященной памяти проф. Ф.И.Франкля – Бишкек, ноябрь, 1995;
– Международной научно-практич. конфер. «Современные методы и средства информационных технологий» – Ош, июнь, 1995;
– Международных научно-практических конференциях Кыргызско-Российского Славянского Ун-та – Бишкек, КРСУ, 1997, 1998, 2000, 2002;
– Международных симпозиумах «Обобщенные решения в задачах управления» – Россия, г.Переславль-Залесский, август, 2002, сентябрь, 2004, г.Улан-Удэ, июль, 2006;
– Международном научно-техническом юбилейном симпозиуме «Образование через науку», посвященном 50-летию КТУ (ФПИ) им. И.Раззакова – Бишкек, октябрь, 2004;
– заседании кафедры Математики КРСУ – Бишкек, октябрь, 2001;
– расширенном семинаре лабораторий «Оптимальные и адаптивные большие системы», «Алгоритмизация управления» Института автоматики НАН КР – Бишкек, 2005;
– Ученом совете Института автоматики НАН КР – Бишкек, май, 2005.

Опубликованность результатов исследования. По данной диссертации автором опубликовано 28 работ, из них 17 научных статей (лично автора 5 статей), список которых приведен в автореферате, и 11 тезисов докладов на научных Республиканских и Международных конференциях и симпозиумах. Публикации достаточно полно отражают содержание диссертационной работы.

Структура и объем работы. Диссертация оформлена в соответствии с рекомендациями НАК КР от 2005 г. Диссертация состоит из списка обозначений, введения, 4-х глав, заключения, выводов по главам, списка использованных источников (из 123 наименований) и приложения. Общий объем работы 178 страниц, собственные исследования автора изложены в главах 3 и 4, занимают около 135 страниц, содержат 39 рисунков, 24 таблицы.

Диссертантом выражается искренняя признательность научному руководителю д.ф.-м.н. Дж. Мамытову, а также научному консультанту д.т.н. академику НАН КР, Заслуженному деятелю науки КР Ж.Ш. Шаршеналиеву за полезные советы и рекомендации, неизменное и доброжелательное внимание к этой работе.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, показано состояние проблемы, приведены научная новизна, основные положения, выносимые на защиту, теоретическая и практическая значимость работы, приведены сведения о структуре и объеме работы.

В главе 1 приведен обзор литературы по исследуемой проблеме. Из множества неразрешенных пока вопросов по проблеме приведены те, которые решаются в данной работе. Указано, что решение этих вопросов является актуальной потребностью современной теории и практики управления разнотемповыми системами с распределенными параметрами.

В главе 2 приведено обоснование выбора принятого направления исследований. Дано описание направления исследований, приведены разработанные методы решения задач, описаны методы численных расчетов. Приведены оценка полноты решения поставленных задач, подтверждение достоверности полученных научных результатов, основные гипотезы и руководящая идея работы, а также перспектива исследований.

В главе 3 рассмотрены линейные и нелинейные системы с распределенными параметрами, а именно, процессы теплопроводности, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных с различными граничными условиями и различными типами управляющих функций. Предлагается искать решение уравнения Беллмана для линейных СРП в виде новых форм второго порядка и минимизировать критерии качества с соответствующими корректирующими добавками [1 – 5, 14].

В разделе 3.1 сформулирована задача синтеза оптимального управления линейным процессом теплопроводности с двумя управляющими функциями, $p_1(t)$ в уравнении объекта, $p_2(t)$ по границе в прямоугольной системе координат. По методике А.И.Егорова (1978) получено уравнение Беллмана в классе обобщенных функций с критерием качества, в который входят слагаемые, характерные для систем с распределенными и сосредоточенными параметрами (СРП и ССП).

Управляемый процесс описывается уравнением теплопроводности в прямоугольной системе координат

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} + a_1(x)\frac{\partial u(t,x)}{\partial x} + a_2 u(t,x) + q(x)p_1(t) + f(t,x), \quad (1)$$

с начальным и граничными условиями 3-го рода

$$u(0,x) = u_0(x),\ \alpha_1\frac{\partial u(t,0)}{\partial x} + \alpha_2 u(t,0) = \alpha_3 u_1(t),$$

$$\alpha_4\frac{\partial u(t,1)}{\partial x} + \alpha_5 u(t,1) = \alpha_6 p_2(t) + \alpha_7 u(t,1)p_2(t) + \alpha_8 u_2(t). \quad (2)$$

Здесь $f(t,x) \in L_2(Q)$, $a_1'(x), q(x), u_0(x) \in L_2(0,1)$, постоянные величины $a, a_2 \le 0, \alpha_i, i = 1,...,8$ – известны. Для линейных задач $\alpha_7 = 0$.

Задан критерий качества управления, в который входят слагаемые, характерные для ССП и СРП [14]:

$$J = \gamma_1\int_0^T\int_0^1 [u(t,x) - g_1(t,x)]^2 dxdt + \gamma_2\int_0^1 [u(T,x) - \psi(x)]^2 dx +$$

$$+\xi_1\int_0^T [u(t,1) - g(t)]^2 dt + \xi_2[u(T,1) - \psi(1)]^2 + \beta\int_0^T p_1^2(t)dt + \delta_1\int_0^T p_2^2(t)dt. \quad (3)$$

В (3) положительные постоянные γ_1, γ_2, ξ_1, ξ_2, β, δ_1 заданы. При выводе уравнения Беллмана предполагаем, что в (3) функции $g(t,x) \in L_2(Q)$, $\psi(x) \in L_2(0,1)$. В численных расчетах все заданные функции в (1) – (3) непрерывны и дифференцируемы. Допустимыми управлениями являются функции $p_1(t) \in L_2(0,T)$, $p_2(t) \in L_2(0,T)$ со значениями в области $P = (-\infty, \infty)$. Для рассматриваемого критерия оптимальности должен существовать предел $\lim_{\Delta t \to 0}\frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t} p_i^2(\tau)d\tau = p_i^2(t)$, $i = 1,2$.

Задача. Найти синтезирующие управления $p_1^0(t) \equiv p_1^0(t,u(t,x)) \in L_2(0,T)$, $p_2^0(t) \equiv p_2^0(t,u(t,x)) \in L_2(0,T)$, которые вместе с обобщенным решением $u(t,x)$ краевой задачи (1) – (2) доставляют критерию качества (3) наименьшее возможное значение.

Эти управления будем называть оптимальными относительно минимизируемого критерия (3).

Решением краевой задачи (1) – (2) является обобщенное решение в смысле В.И.Плотникова (1968): функция $u(t,x) \in W_2^{0,1}(Q)$, которая

удовлетворяет уравнению (1) и граничным условиям (2) в смысле интегрального тождества

$$\int_0^1 u(t,x)\Phi(t,x)\Big|_{t=t_1}^{t=t_2} dx = \int_{t_1}^{t_2}\int_0^1\Big\{u(t,x)\frac{\partial\Phi(t,x)}{\partial t} - a\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial\Phi}{\partial x} + \Big[a_1(x)\frac{\partial u}{\partial x} +$$

$$+ a_2 u + q(x)p_1(t) + f(t,x)\Big]\Phi(t,x)\Big\}dxdt + \int_{t_1}^{t_2} a\Big\{\Big[-\frac{\alpha_5}{\alpha_4}u(t,1) +$$

$$+\frac{\alpha_6}{\alpha_4}p_2(t) + \frac{\alpha_8}{\alpha_4}u_2(t)\Big]\Phi(t,1) + \Big[\frac{\alpha_2}{\alpha_1}u(t,0) - \frac{\alpha_3}{\alpha_1}u_1(t)\Big]\Phi(t,0)\Big\}dt, \quad (4)$$

$\forall\Phi(t,x) \in W_2^{1,1}(Q)$, $\forall t_1, t_2$, $0 \le t_1 \le t_2 \le T$, и начальному условию (2) в слабом смысле: $\lim_{t\to 0}\int_0^1 [u(t,x) - u_0(x)]\Phi_1(x)dx = 0$, $\forall\Phi_1(x) \in L_2(0,1)$.

В соответствии с принципом оптимальности Р.Беллмана вводим функционал

$$S(t,u) = \min_{\substack{p_i(\tau)\in P\\(\tau,x)\in Q}}\Big\{\gamma_1\int_t^T\int_0^1[u(\tau,x) - g_1(\tau,x)]^2 dxd\tau + \gamma_2\int_0^1[u(T,x) - \psi(x)]^2 dx +$$

$$+\xi_1\int_t^T[u(\tau,1) - g(\tau)]^2 d\tau + \xi_2[u(T,1) - \psi(1)]^2 + \beta\int_t^T p_1^2(\tau)d\tau + \delta_1\int_t^T p_2^2 d\tau\Big\}, \quad (5)$$

где $t \in [0,T]$ – произвольный момент времени. После преобразований по методике А.И.Егорова (1978) из (4) – (5) получаем уравнение Беллмана:

$$-\frac{\partial S(t,u)}{\partial t} (=) \min_{\substack{p_1(t)\in P\\p_2(t)\in P}}\Big\{\gamma_1\int_0^1[u(t,x) - g_1]^2 dx + \xi_1[u(t,1) - g(t)]^2 + \beta p_1^2(t) + \delta_1 p_2^2 +$$

$$+\int_0^1\Big[u(t,x)\frac{\partial v}{\partial t} - a\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} + \Big[a_1(x)\frac{\partial u}{\partial x} + a_2 u + q(x)p_1(t) + f(t,x)\Big]v(t,x)\Big]dx +$$

$$+ a\frac{\partial u(t,1)}{\partial x}v(t,1) - a\frac{\partial u(t,0)}{\partial x}v(t,0)\Big\}. \quad (6)$$

Символ $(=)$ означает равенство, справедливое почти при всех $t \in [0,T]$. Непосредственно из определения (5) функционала $S(t,u)$ следует, что $S(t,u) \ge 0$ и выполняется конечное условие

$$S(T,u) = \gamma_2\int_0^1 [u(T,x) - \psi(x)]^2 dx + \xi_2[u(T,1) - \psi(1)]^2. \quad (7)$$

Пусть в (1) – (2) $a_1(x) \equiv 0, a_2 = 0, f \equiv 0, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = 0$, в критерии (3) пусть равны нулю параметры $\xi_1 = 0$, $\xi_2 = 0$. Тогда уравнение Беллмана (6) принимает вид

$$-\frac{\partial S(t,u)}{\partial t} = \gamma_1\int_0^1 u^2(t,x)dx - 2\gamma_1\int_0^1 g_1(t,x)u(t,x)dx + \gamma_1\int_0^1 g_1^2(t,x)dx -$$

$$-\frac{1}{4\beta}\left(\int_0^1 q(x)v(t,x)dx\right)^2 - \frac{a\alpha_5}{\alpha_4}u(t,1)v(t,1) - au(t,1)\frac{\partial v(t,1)}{\partial x} +$$

$$+ au(t,0)\frac{\partial v(t,0)}{\partial x} + a\int_0^1 uv_{xx}dx - \frac{a^2\alpha_6^2}{4\alpha_4^2\delta_1}v^2(t,1)\ . \qquad (8)$$

Решение уравнения (8) ищем в виде известной формы

$$S(t,u) = \int_0^1\int_0^1 K(t,x,s)u(t,x)u(t,s)dxds + \int_0^1 \varphi(t,x)u(t,x)dx + \eta(t)\,. \qquad (9)$$

В отличие от известных работ в данной работе функция $\psi(x)$ не входит в форму (9), она перенесена в конечные условия для вспомогательных функций. Функциональная производная Фреше $v(t,x)$ в (8) при выполнении (9) имеет вид

$$v(t,x) = \int_0^1 \left[K(t,x,s) + K(t,s,x)\right]u(t,s)ds + \varphi(t,x)\,. \qquad (10)$$

В линейной задаче (1) – (3) ($\alpha_7 = 0$) решением уравнения Беллмана (8) является форма второго порядка (9), оптимальные синтезирующие управления определяются с помощью (10), вспомогательные функции $K(t,x,s)$, $\varphi(t,x)$, $\eta(t)$ определяются из системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных типа Риккати с конечными условиями

$$K(T,x,s) = \gamma_2\delta(x-s), \quad \varphi(T,x) = -2\gamma_2\psi(x), \quad \eta(T) = \gamma_2\int_0^1 \psi^2(x)dx\,. \qquad (11)$$

с двумя (при $\xi_1 = 0$, $\xi_2 = 0$) или тремя (при $\xi_1 \neq 0$, $\xi_2 = 0$) дельта-функциями.

Это является повышением сложности задачи, так как в первоначальной постановке функция трех переменных $K(t,x,s)$ и дельта-функции отсутствуют.

Требуется найти другие решения уравнения Беллмана, соответствующие системы типа Риккати и оптимальные синтезирующие управления. Решения найдены в разделах 3.2 – 3.4 при различных значениях параметров $\gamma_1, \gamma_2, \xi_1, \xi_2$ в критериях качества вида (3).

В разделе 3.2 задача синтеза с двумя управлениями решается в цилиндрической системе координат. Показано, что в задаче (1) – (3) при $\xi_1 = 0$, $\xi_2 = 0$ решением уравнения Беллмана (8) является форма [2]:

$$S(t,u) = \int_0^1 k(t,x)u^2(t,x)dx + \int_0^1\int_0^1 K(t,x,s)u(t,x)u(t,s)dxds + \int_0^1 \varphi(t,x)u(t,x)dx + \eta\,, (12)$$

оптимальные синтезирующие управления определяются по формулам

$$p_1^0 = -\frac{1}{2\beta}\int_0^1 q(x)\left\{2k(t,x)u(t,x)\int_0^1\left[K(t,x,s) + K(t,s,x)\right]u(t,s)ds + \varphi(t,x)\right\}dx\,,$$

$$p_2^0(t,u) = -\frac{a\alpha_6}{2\alpha_4\delta_1}\left\{2k(t,1)u(t,1) + \int_0^1 \left[K(t,1,s) + K(t,s,1)\right]u(t,s)ds + \varphi(t,1)\right\},$$

вспомогательные функции $k(t,x)$, $K(t,x,s)$, $\varphi(t,x)$, $\eta(t)$ определяются или из системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных типа Риккати без дельта-функций с конечными условиями

$$k(T,x) = \gamma_2 x,\ K(T,x,s) = 0,\ \varphi(T,x) = -2x\gamma_2\psi(x),\ \eta(T) = \gamma_2\int_0^1 x\psi^2 dx\,, \qquad (13)$$

или из системы с конечными условиями с одной дельта-функцией

$$k(T,x) = 0, K(T,x,s) = \gamma_2 x\delta(x-s), \varphi(T,x) = -2x\gamma_2\psi, \eta(T) = \gamma_2\int_0^1 x\psi^2 dx\,. \qquad (14)$$

Таким образом, форма (12) позволяет уменьшить число дельта-функций.

В процессе построения разностных схем выявлено, что если в уравнении (1) $a_1 = const$, то во вспомогательной системе уравнений типа Риккати с изменяющимся порядком пространственных переменных производная $K_t(t,x,s)$ симметрична по x, s. В этом случае в методе переменных направлений для промежуточного слоя $t^{n+1/2}$ и последующего слоя t^{n+1} используются неявные разностные схемы. Если $a_1 = a_1(x)$, то производная $K_t(t,x,s)$ не симметрична по x, s, на вычислении промежуточного слоя по неявной схеме это не отражается, однако на последующем слое неявная разностная схема неприменима, требуется модификация в процедуре вычислений по методу переменных направлений.

В разделе 3.3 рассматривается управляемый процесс, состояние которого определяется функцией $u(t,x)$, удовлетворяющей уравнению (1) и условиям (2) при $a_1(x) \equiv 0$, $a_2 = 0$, $\alpha_2 = 0$ в прямоугольной системе координат. Задан критерий качества

$$J = \xi_1\int_0^T \left[u(t,1) - g(t)\right]^2 dt + \xi_2\left[u(T,1) - \psi(1)\right]^2 + \beta\int_0^T p_1^2(t)\,dt + \delta_1\int_0^T p_2^2\,dt\,. \qquad (15)$$

В данной работе решение соответствующего уравнения Беллмана предлагается искать в виде формы [14]:

$$S(t,u) = k_1(t)u^2(t,1) + \varphi_1(t)u(t,1) + \eta(t)\,. \qquad (16)$$

Функциональная производная $v(t,x)$ от $S(t,u)$ равна $v(t,x) = 2k_1(t)u(t,1) + \varphi_1(t)$, то есть $v(t,x)$ не зависит от «x». Показано, что в задаче (1) – (2), (15) решением уравнения Беллмана является форма (16), оптимальные синтезирующие управления определяется по формулам

$$p_1^0(t) = -\frac{1}{2\beta}\int_0^1 q(x)\,dx\{2k_1(t)u(t,1) + \varphi_1(t)\}, \qquad p_2^0(t) = -\frac{a\alpha_6}{2\alpha_4\delta}\{2k_1(t)u(t,1) + \varphi_1(t)\} \qquad (17)$$

соответствующая система типа Риккати для СРП состоит из обыкновенных дифференциальных уравнений с конечными условиями $k_1(T) = \xi_2$, $\varphi_1(T) = -2\xi_2\psi(1)$, $\eta(T) = \xi_2\psi^2(1)$. Численно решена задача (1) – (2), (15) при $a_1(x) \equiv 0$, $a_2 = 0$, $\alpha_2 = 0$, $q(x) = 0$. Таким образом, форма

(16) позволяет уменьшить число пространственных переменных до 1 в системе типа Риккати для управлений $p_1(t), p_2(t)$ с критерием (15).

Далее решается задача синтеза с одной управляющей функцией $p(t)$ по границе:
$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} + a_2 u(t,x) + f(t,x), \qquad (18)$$
$$u(0,x) = u_0(x), \quad \alpha_1\frac{\partial u(t,0)}{\partial x} + \alpha_2 u(t,0) = \alpha_3 u_1(t),$$
$$\alpha_4\frac{\partial u(t,1)}{\partial x} + \alpha_5 u(t,1) = \alpha_6 p(t) + \alpha_8 u_2(t), \qquad (19)$$
минимизируются критерии качества
$$J_2 = \gamma_1\int_0^T\int_0^1 [u(t,x) - g_1(t,x)]^2 dxdt + \gamma_2\int_0^1 [u(T,x) - \psi(x)]^2 dx +$$
$$+ \xi_1\int_0^T [u(t,1) - g(t)]^2 dt + \delta_1\int_0^T p^2(t)dt,$$
$$J_1 = \gamma_1\int_0^T\int_0^1 [u(t,x) - g_1(t,x)]^2 dxdt + \gamma_2\int_0^1 [u(T,x) - \psi(x)]^2 dx + \delta_1\int_0^T p^2(t)dt. \qquad (20)$$

Показано, что в (18)–(20) решением уравнения Беллмана является форма
$$S(t,u(t,x)) = \int_0^1 k(t,x)u^2(t,x)dx + \int_0^1 \varphi(t,x)u(t,x)dx + \eta(t), \qquad (21)$$
оптимальное синтезирующее управление определяется по формуле
$$p^0(t,u) = -\frac{a\alpha_6}{2\alpha_4\delta_1}\{2k(t,1)u(t,1) + \varphi(t,1)\}, \qquad (22)$$
вспомогательные функции $k(t,x), \ \varphi(t,x), \ \eta(t)$ определяются из системы уравнений в частных производных типа Риккати.

Так как в задаче (18) – (20) уравнение типа Риккати относительно $K(t,x,s)$ с нулевыми конечным и граничными условиями имеет нулевое решение $K(t,x,s) \equiv 0$, то получаем, что, решая задачу (18)–(20) с формой (12) с условиями (13), получим такое же решение, как с формой (21).

Таким образом, форма (21) позволяет уменьшить число пространственных переменных до 2 в системе типа Риккати для $p_2(t)$ с критериями (20).

Пример с управлением p(t) по границе: $\dfrac{\partial u(t,x)}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}$;
$$u(0,x) \equiv 0; \quad \frac{\partial u(t,0)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial u(t,1)}{\partial x} = \alpha[p(t) - u(t,1)]; \quad \alpha = 0.5.$$

Возьмем критерии качества J_1 в виде (20) и J_2 в виде (15) при $\beta = 0$, $\psi(x) = g(T,x)$; $g(t,x) \equiv 1$; $T = 10$; $\gamma_1 = 0$; $\gamma_2 = 1$; $\xi_1 = 0$; $\xi_2 = 1$.

Синтезирующее оптимальное относительно критерия J_1 управление вычисляется по (22), $a = 1$; $\alpha_4 = 1$; $\alpha_6 = 0.5$; $\delta_1 = 0.03$; оптимальное относительно критерия J_2 - по (17), $\delta_1 = 0.000065$. Графики оптимального

управления и состояния при критериях J_1, J_2 приведены на рисунках 1 – 4. На рисунках 2, 4 выделена 5%-ая зона от требуемой величины g(t,x)=1.

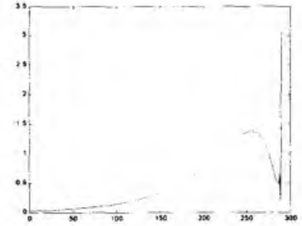

Рис. 1. Управление при J_1.

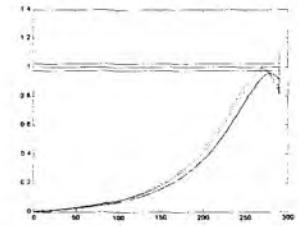

Рис. 2. Состояние при J_1.

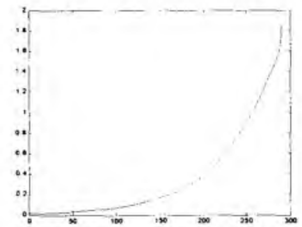

Рис. 3. Управление при J_2.

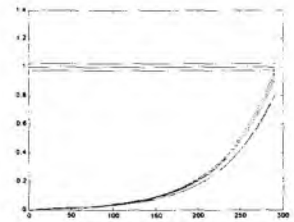

Рис. 4. Состояние при J_2.

Получили, что для рассмотренного численного примера разработанные алгоритмы (22) и (17) оптимального синтезирующего управления для СРП обеспечивают минимизацию выбранных критериев качества и попадание расчетного состояния объекта в заданную зону с удовлетворительной точностью.

В разделе 3.4 решается задача с распределенным управлением $p(t,x)$ в уравнении объекта (1), где $p_1 = p(t,x)$, с начальным и граничными условиями (2), где $\alpha_6 = 0, \alpha_7 = 0$, минимизируется критерий качества
$$J = \gamma_1\int_0^T\int_0^1 [u(t,x) - g]^2 dxdt + \gamma_2\int_0^1 [u(T,x) - \psi]^2 dx + \beta\int_0^T\int_0^1 p^2(t,x)dxdt. \qquad (23)$$

Показано, что для критерия (23) решением уравнения Беллмана является форма (21), оптимальное управление определяется по формуле
$$p^0(t,x,u(t,x)) = -\frac{\beta_1}{2\beta}-\frac{q(x)}{2\beta}\left\{ 2k(t,x)u(t,x) + \varphi(t,x) \right\}, \qquad (24)$$
вспомогательные функции $k(t,x), \ \varphi(t,x), \ \eta(t)$ определяются из соответствующей системы уравнений в частных производных типа Риккати. Таким образом, форма (21) позволяет уменьшить число пространственных переменных до 2 в системе типа Риккати для управления (24) $p(t,x)$ с критерием (23).

В главе 4 рассматриваются разнотемповые объекты, описывающиеся линейными и квазилинейными системами уравнений в частных производных, в частности, объекты с происходящими в них процессами теплопроводности и диффузии.

В разделе 4.1 рассматривается разнотемповый объект с управляющей функцией $p(t)$, входящей в уравнение математической модели:

$$\frac{\partial u_\mu(t,x)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u_\mu(t,x)}{\partial x^2} + a_1(x)\frac{\partial u_\mu}{\partial x} + a_2 u_\mu + a_3 y_\mu + f_1(t,x),$$

$$\mu\frac{\partial y_\mu(t,x)}{\partial t} = b_2 y_\mu + b_3 u_\mu + q(x)p(t) + f_2(t,x), \qquad (25)$$

где $\mu \rangle 0$ – малый параметр, $q(x) = q_1(x)\delta(x-1)$. Заданы начальные и граничные условия: $u_\mu(0,x) = u_0(x),\ y_\mu(0,x) = y_0(x)$,

$$\alpha_1\frac{\partial u_\mu(t,0)}{\partial x} = \alpha_3 u_1(t), \alpha_4\frac{\partial u_\mu(t,1)}{\partial x} + \alpha_5 u_\mu(t,1) = \alpha_8 u_2(t).$$

Минимизируется критерий качества следующего вида:

$$J_\mu = \gamma_1\int_0^T\int_0^1 [u_\mu(t,x) - g(t,x)]^2 dxdt + \gamma_2\int_0^1 [u_\mu(T,x) - \psi(x)]^2 dx + \beta\int_0^T p^2(t)dt. \quad (26)$$

При $\mu = 0$, $b_2 \neq 0$ получим редуцированную систему. Для нее строится эквивалентная задача с управлением $p(t)$ по границе со связью коэффициентов $q_1(1) = a\alpha_6/\alpha_4$. Для определения синтезирующего управления решается система типа Риккати относительно функций $k(t,x)$, $\varphi(t,x)$, $\eta(t)$. Затем полученный алгоритм синтезирующего управления применяется для управления полной разнотемповой системой (25) – (26). Приведен численный пример.

В разделе 4.2 численно решается задача об управлении процессом нагрева стального изделия в расплавленной соли $NaNO_3$, рассмотрено управление $p(t)$ по границе в редуцированной системе. Математическая модель процесса имеет вид: $\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}$, $u(0,x) = T_0$, $\frac{\partial u(t,0)}{\partial x} = 0$,

$$\lambda\frac{\partial u(t,1)}{\partial x} = \alpha(u_n)(T_c - u_n), \qquad (27)$$

где $u_n = u(t,1)$, $T_{fiks} = 823^0 K$, $T_0 = 598^0 K$, $R = 4$ см, $\lambda = 0.4428\frac{вт}{см \cdot град}$, $a = 0.09\frac{см^2}{сек}$,

$\alpha(u_n) = \{\alpha_0 + b_1(u_n - T_0)\}$, $\alpha_0 = 0.0244\frac{вт}{см^2 \cdot град}$, $b_1 = 0.0001945\frac{вт}{см^2 \cdot град^2}$.

Требуется вести нагрев стального изделия так, чтобы его температура находилась в 5% зоне от требуемой фиксированной температуры T_{fiks}. При $T_{fiks} = 823^0 K$ допустимая 5%-ая зона представляет собой диапазон температур

от $802.4^0 K$ до $843.5^0 K$. Возьмем линейное приближение модели, полагая $b_1 = 0$. Управлением будем полагать температуру окружающей среды $T_c = p(t)$, в данном случае это температура расплавленной соли $NaNO_3$, в которой находится стальное изделие – стержень радиуса R. Сформулируем линеаризованную задачу о синтезирующем оптимальном управлении процессом нагрева с модифицированным критерием качества (15), $N = 591$; $M = 11$; $\beta = 0.00055$. Графики оптимального управления и состояния при критерии (15) приведены на рисунках 5 – 6.

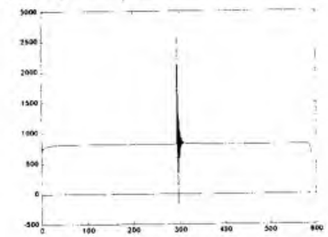

Рис. 5.Оптимальное управление при помехе, $g(t,x) = u(p^*)$.

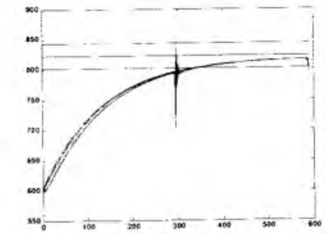

Рис. 6. Температура при помехе, $g(t,x) = u(p^*)$.

Получили, что предложенный алгоритм синтеза управления с модифицированным критерием (15) позволяет переводить расчетную температуру объекта (27) от измеренной в 5% зону от требуемой и удерживать ее в этой зоне. Этот алгоритм синтеза используем для соответствующей разнотемповой СРП с управлением p(t), входящим в граничное условие для $u_\mu(t,x)$, минимизируемый критерий качества возьмем в виде (15):

$$J_\mu = \xi_1\int_0^T [u_\mu(t,1) - g(t,1)]^2 dt + \xi_2 [u_\mu(T,1) - \psi(1)]^2 + \beta\int_0^T p^2(t)\, dt. \quad (28)$$

Оптимальное синтезирующее управление $p(t)$ по границе для редуцированной системы с критерием качества (15) имеет вид (17). Вспомогательные функции $k_1(t)$, $\varphi_1(t)$, $\eta(t)$ определяются из системы обыкновенных дифференциальных уравнений типа Риккати. Затем полученный алгоритм синтезирующего управления применяется для управления полной разнотемповой системой, соответствующей (25), (27).

Графики оптимального управления и состояния редуцированной и полной разнотемповой систем при критерии (28) приведены на рисунках 7 – 8.

В разделе 4.3 разработаны алгоритмы приближенного решения задач синтеза оптимального управления некоторыми разнотемповыми динамическими системами с распределенными параметрами со степенными нелинейностями. В данной работе решение уравнения Беллмана для нелинейных СРП со степенными нелиней-ностями предлагается искать в виде функционально - степенных рядов [2, 5, 14]:

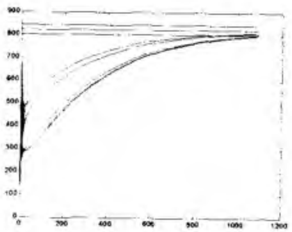

Рис. 7. Первая компонента $u(t,x)$ полной СРП, $\mu=10^{-6}$.

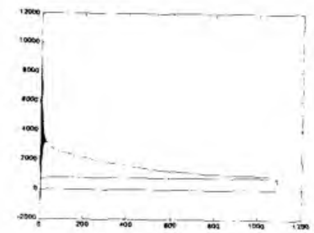

Рис. 8. Управления линейной редуцированой и нелинейной полной СРП, $\mu=10^{-6}$.

$$S(t,u(t,x))=\sum_{i=1}^{\infty}\int_0^1 k_i(t,x)u^i(t,x)dx+\eta(t)\ , \tag{29}$$

$$S(t,u(t,x),y(t,x))=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\int_0^1 k_{ij}(t,x)u^i(t,x)y^j(t,x)dx+k_{00}(t)\,,\ \mathrm{i}+\mathrm{j}\geq 1, \tag{30}$$

$$S(t,u(t,x))=\sum_{i=1}^{\infty} k_i(t)u^i(t,1)+\eta(t)\,. \tag{31}$$

Построены оптимальные синтезирующие управление редуцированных систем в виде функционально-степенных рядов. Выписаны первые вспомогательные уравнения бесконечных систем типа Риккати. Упрощенные алгоритмы управления редуцированными системами используется для управления исходными разнотемповыми СРП. Рассмотрены случаи сосредоточенного управления $p(t)$ в линейном и распределенного $p(t,x)$ в линейном и квазилинейном уравнениях объектов.

Рассмотрим разнотемповый объект, описываемый квазилинейной системой уравнений: $\dfrac{\partial u(t,x)}{\partial t}=a_2u+a_4y+a_5uy+f_1(t,x),\quad u(0,x)=u_0(x)$,

$$\mu\frac{\partial y(t,x)}{\partial t}=b_2y+b_4u+b_5p(t,x)+f_1(t,x),\quad y(0,x)=y_0(x)\,. \tag{32}$$

Задан квадратичный критерий качества

$$J_\mu=\gamma_1\int_0^T\int_0^1\left[u_\mu(t,x)-g\right]^2dxdt+\gamma_1\int_0^1\left[u_\mu(T,x)-\psi\right]^2dx+\beta\int_0^T\int_0^1 p^2(t,x)\,dxdt\,. \tag{33}$$

Требуется найти управление $p^0(t,x,u,y)$ и соответствующее решение $u^0(t,x)$, $y^0(t,x)$ нелинейной системы (32) так, чтобы критерий качества (33) принимал наименьшее возможное значение.

Получено уравнение Беллмана для задачи (32) – (33), его решение предлагается искать в виде функционально-степенного ряда (30). Оптимальное синтезирующее управление имеет вид

$$p^0(t,x,u,y)=-\frac{q_2(x)}{2\beta\mu}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty} j\,k_{ij}(t,x)\,u^i(t,x)\,y^{j-1}(t,x)\,. \tag{34}$$

Решение уравнения Беллмана квазилинейной редуцированной системы для (32) с критерием вида (33) предлагается искать в виде функционально-степенного ряда (29).

Решение уравнения Беллмана квазилинейной редуцированной системы (32) с критерием вида (28) предлагается искать в виде степенного ряда (31).

Приведем доказательство сходимости по критерию качества (33) при $\mu\to 0$ для полной и редуцированной линейной СРП:

$$\frac{\partial u_\mu(t,x)}{\partial t}=a_2u_\mu+a_4y_\mu+f_1(t,x),\quad \mu\frac{\partial y_\mu(t,x)}{\partial t}=b_2y_\mu+b_4u_\mu+q_2(x)\ p(t)+f_2(t,x)\,; \tag{35}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a_2u(t,x)+a_4y(t,x)+f_1(t,x),\quad 0=b_2y(t,x)+b_4u(t,x)+q_2(x)\ p(t)+f_2(t,x)\,. \tag{36}$$

После преобразований можем записать неравенство для решений полной (35) и редуцированной (36) систем при фиксированном управлении $p(t)$:

$$\left|u_\mu(p)-u(p)\right|\leq\varepsilon_\mu,\qquad \forall p(t)\in P,\quad \lim_{\mu\to 0}\varepsilon_\mu=0\,. \tag{37}$$

Пусть $p(t)$ – произвольно фиксированное управление из множества допустимых управлений. Доказывается, что для критериев качества полной линейной разнотемповой (35) и редуцированной (36) систем выполняется неравенство:

$$\left|J_\mu\left[u_\mu(p(t))\right]-J\left[u(p(t))\right]\right|\leq C\varepsilon_\mu,\qquad \forall p(t)\in P,\quad C=const>0\,. \tag{38}$$

Теорема 4.1. Последовательность оптимальных управлений $\left\{p_\mu^{\,0}(t)\right\}\subset P$ полной линейной разнотемповой системы (35) является минимизирующей для функционала (26) редуцированной системы (36):

$$\lim_{\mu\to 0}J\left[u(p_\mu^{\,0}(t))\right]=J\left[u(p^0(t))\right]=J^0\,.$$

Следствие 4.1. Для квадратичного критерия качества (26) в линейной задаче оптимального управления полной разнотемповой системой (35) имеют место:

$$\lim_{\mu\to 0}\left|J_\mu\left[u_\mu(p_\mu^{\,0}(t))\right]-J_\mu\left[u_\mu(p^0(t))\right]\right|=0\,, \tag{39}$$

$$\left|J_\mu\left[u_\mu(p_\mu^{\,0}(t))\right]-J_\mu\left[u_\mu(p^0(t))\right]\right|\leq 2C\varepsilon_\mu\,. \tag{40}$$

Из соотношения (39) следует, что алгоритм синтеза оптимального управления редуцированной системы (36) можно применять для приближенного управления полной линейной разнотемповой системой (35), допускаемая при этом погрешность по критерию качества (26) оценивается неравенством (40).

Для контроля за расчетами используется линейная аппроксимирующая ССП. Вспомогательная система типа Риккати состоит из матричного, векторного и скалярного уравнений, на матрицу $K(t)$ не накладывается требование симметричности.

В приложении приведены документы о принятии к использованию полученных результатов, приведены тексты программ численных расчетов на ПЭВМ для линейной и нелинейной разнотемповых СРП.

ВЫВОДЫ

В данной работе получены следующие результаты:

– показана неединственность решения уравнения Беллмана для линейных систем с распределенными параметрами в классе обобщенных функций. В результате исследований получены новые решения уравнения Беллмана, соответствующие вспомогательные системы типа Риккати и алгоритмы оптимальных синтезирующих управлений;

– получен в явном виде интегрально-степенной ряд для решения уравнения Беллмана для нелинейных СРП со степенными нелинейностями в классе обобщенных функций;

– разработаны алгоритмы численного решения ряда задач оптимального управления линейными процессами теплопроводности с распределенными параметрами по полученным в данной работе формулам;

– численно реализованы разработанные алгоритмы решения, в результате вычислительных экспериментов получено удовлетворительное приближение расчетной величины состояния процесса к требуемому значению при оптимальном синтезирующем управлении в СРП;

– при варьировании параметров критерия качества получены различные режимы оптимального управления при близких состояниях управляемого объекта;

– выявлены особенности применения метода прогонки и переменных направлений к решению уравнений с изменяющимся порядком пространственных аргументов, возникающих в задачах синтеза оптимального управления СРП;

– выполнено сравнение результатов расчетов с известными для СРП, получено их удовлетворительное совпадение. Это показывает работоспособность предложенных алгоритмов при уменьшении расходов памяти и машинного времени;

– разработанные алгоритмы применены для решения прикладных задач оптимального управления: 1) нагревом стального изделия в расплавленной соли $NaNO_3$; 2) индукционным нагревом металлов; 3) температурой стержней поликремния в реакторе водородного восстановления;

– изложенная идея корректирующих добавок в форме решения уравнения Беллмана и в минимизируемом критерии качества, получение алгоритмов оптимальных синтезирующих управлений могут быть применены не только для процессов теплопроводности, но и для других линейных и нелинейных разнотемповых СРП.

ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Результаты данной работы могут быть использованы специалистами по теории и практике оптимального управления различными линейными и нелинейными системами с распределенными параметрами. Численные алгоритмы для сформулированных задач доведены до стадии, когда можно непосредственно программировать на подходящем языке программирования. Для новых задач можно использовать основную идею данной работы и полученные в ней формулы. Работа может быть использована в спецкурсах, дипломных работах технических факультетов и в научной работе студентов и преподавателей ВУЗов.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Абдикеримов Т.А., Самохвалова Т.П. Приближенное решение задачи синтеза оптимального управления квазилинейным процессом теплопроводности / Жыйынтыктоочу илимий конференциянын тезистери. И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик педагогикалык институту. 16 – 18 марта 1993, г.Бишкек). – Бишкек: МП «Буудайык», 1993. – С. 81 – 82.

2. Самохвалова Т.П. Варианты решений уравнения Беллмана в системах с распределенными параметрами, связанных с уравнением теплопроводности // Проблемы автоматики и процессов управления. – Бишкек: Илим, 1995. – С. 112 – 121.

3. Самохвалова Т.П. Синтез оптимального управления в одномерных линейных системах с распределенными параметрами / «Компьютеры в учебном процессе и современные проблемы математики»: Материалы IV Республиканс. научно-методич. конфер. (28-29 ноября 1996). Часть II. – Бишкек: Кыргыз. гос. пед. ун-т им. И.Арабаева, 1996. – С. 210 – 214.

4. Самохвалова Т.П. Синтез оптимального управления в одномерных линейных системах с распределенными параметрами // Проблемы автоматики и управления. – Бишкек: Илим, 1997. – С. 71 – 79.

5. Самохвалова Т.П. Приближенное решение квазилинейных задач синтеза оптимального управления процессами теплопроводности // Проблемы автоматики и управления. – Бишкек: Илим, 1998. – С. 43 – 52.

6. Шаршеналиев Ж.Ш., Эралиев К.Э., Педяшев В.М., Лещенко Ю.М., Самохвалова Т.П. Оптимальное регулирование температуры стержней поликремния // Проблемы автоматики и управления. – Бишкек: Илим, 2000. – С. 92–98.

7. Лелевкина Л.Г., Самохвалова Т.П., Шемякина Т.А. Метод Беллмана в задачах синтеза оптимального индукционного нагрева металлов // Вестник Кырг.-Россий. Славянского ун-та. – Бишкек: КРСУ, 2001, т.1, №2.– С. 54–62.

8. Шаршеналиев Ж.Ш., Эралиев К.Э., Педяшев В.М., Лещенко Ю.М., Самохвалова Т.П. Принципы построения системы автоматического управления температурой стержней поликремния // Проблемы автоматики и управления. – Бишкек: Илим, 2001. – С. 108 – 117.

9. Шаршеналиев Ж.Ш., Самохвалова Т.П., Лещенко Ю.М. Синтез оптимального управления температурой кристаллов поликремния в процессе водородного восстановления // Известия Ошск. технолог. ун-та. – Ош: ОшТУ, 2001, № 1. – С. 28 – 35.

10. Шаршеналиев Ж.Ш., Эралиев К.Э., Педяшев В.М., Лещенко Ю.М., Самохвалова Т.П. Трехкомпонентное управление температурой стержня

поликремния в реакторе водородного восстановления // Проблемы автоматики и управления. – Бишкек: Илим, 2002. – С. 36 – 40.

11.Lelevkina Liliya G., Samohvalova Tatyana P. and Shemyakina Tatyana A. Numerical Solution of the Synthesis Problem of Optimal Inductive Heat. – In book: H.-P.Blatt, R.Felix, L.G.Lelevkina, M.Sommer (Eds.). Analytical and Approximate Methods. (International Conference at the Kyrgyz-Russian Slavic University, Bishkek, Kyrgyzstan, September 23 – 24, 2002). – Germany, Aachen: Shaker Verlag, 2003. – P. 163-169. (In English).

12.Шаршеналиев Ж.Ш., Самохвалова Т.П. Алгоритм численного решения задачи синтеза оптимального управления нагревом стержней поликремния // Проблемы автоматики и управления.–Бишкек: Илим, 2003.– С. 37– 46.

13.Шаршеналиев Ж.Ш., Самохвалова Т.П. Оптимальное управление температурой стержней поликремния // Проблемы автоматики и управления.– Бишкек: Илим, 2003. – С. 47 – 54.

14.Самохвалова Т.П. Решения уравнения Беллмана в задачах синтеза оптимального управления процессами теплопроводности // Проблемы автоматики и управления. – Бишкек: Илим, 2004. – С. 52 – 62.

15. Шаршеналиев Ж.Ш., Эралиев К.Э., Педяшев В.М., Лещенко Ю.М., Самохвалова Т.П. Расчет величины регулирования температуры стержней поликремния // Проблемы автоматики и управления.– Бишкек: Илим, 2004. – С. 36 – 43.

16. Sharshenaliev J.SH., Samochvalova T.P., Leschenko IU.M. Optimal Control by Temperature of Stacks Polysilicon // Generalized solutions in control problems. Proceedings of the IFAC Workshop GSCP-2004 and satellite events, Pereslavl-Zalessky, Russia, September 21 – 27, 2004. – Moskow: Fizmatlit, 2004. – P. 276 – 279. (In English).

17.Шаршеналиев Ж.Ш., Эралиев К.Э., Педяшев В.М., Лещенко Ю.М., Самохвалова Т.П. Расчет величины регулирования в автоматической системе управления температурой стержней поликремния / Материалы Междунар. науч.-технич. юбилейного симпозиума «Образование через науку», посвящ. 50-летию КТУ (ФПИ) им. И.Раззакова, 7 – 9 октября 2004. Том 1. – Бишкек: КТУ, 2004. – С. 55 – 58.

18.Шаршеналиев Ж.Ш., Самохвалова Т.П. Решение уравнения Беллмана для системы с распределенными параметрами с двумя управлениями // Проблемы автоматики и управления. – Бишкек: Илим, 2005. – С. 37 – 46.

19.Шаршеналиев Ж.Ш., Мамытов Дж.М., Самохвалова Т.П. Оптимизация температуры стержней поликремния // Тезисы докладов Междунар. симпозиума «Обобщенные решения в задачах управления», 5 – 7 июля 2006, Россия, Бурятия. – Улан-Удэ: Улан-Удэнский филиал Ин-та динамики систем и теории управления СО РАН, 2006. – С. 100 – 102.

Сам

РЕЗЮМЕ

Самохвалова Татьяна П.

Математикалык моделдештирүү, бөлүнүштүрүлгөн параметрлүү системаларды жана ар кандай темптеги кыймылдарды оптималдуу башкарууну синтездөө

Адистиги 05.13.18 «Математикалык моделдөө, сандардын методтору жана программалар комплекси» боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасына багытталган диссертация.

Маанилүү сөздөр: **параметрлери бөлүнүштүрүлгөн объекттер, оптималдуу башкаруунун синтезинин алгоритмдери, Беллмандан тендемеси, жалпыланган функциялардын классы, сызыктуу жана сызыктуу сымал система, түрдүү темптеги система, сандык алгоритм, жыйналуучулук, каталыкты баалоо, моделдештирүү, эсептөөчү эксперимент.**

Изилдөө объектиси: бөлүштүрүлгөн параметрлүү процесстерди жана аркыл темптеги системаларды башкаруу. **Иштин максаты:** жалпыланган функциялар классында бөлүштүрүлгөн параметрлүү системаларды (БПС) оптималдык синтездөө башкаруунун жаңы алгоритмаларын түздүү. **Изилдөө методтору:** жалпыланган функциялар классында БПС үчүн динамикалык программирование методу. **Аппаратуралар:** Pentium III, пакет Matlab 6.0.

Диссертациялык иште төмөнкү жыйынтыктар алынды:

– четчик p(t) жана p(t), p(t,x) объектин тендемесиндеги эки башкаруучу функциялары бар бөлүштүрүлгөн параметрдеги сызыктуу система үчүн Беллмандын тендемесин чыгаруу үчүн керек болгон корректирлөөчү кошумча мүчөсү менен форма түзүлдү, тиешелүү түрдөгү Риккати тибиндеги кошумча системалар жана жалпыланган функциялардын классында оптималдык синтездөөчү башкаруу функциялары алынды;

– параметрлери бөлүштүрүлгөн сызыктуу сымал системалар үчүн Беллмандын тендемесин чыгаруу үчүн функционалдык даражалуу катар жана сызыктуу сымал параметрлери бөлүштүрүлгөн системалар үчүн оптималдуу башкарууну синтездөөчү жөнөкөйлөтүлгөн алгоритмдер түзүлдү;

– сызыктуу түрдүү темптеги параметрлери бөлүштүрүлгөн система үчүн $\mu \to 0$ дагы сапаттык критерий боюнча жыйналуучулук негизделди, жол берилген каталарды баалоолор алынды;

– параметрлери бөлүштүрүлгөн система үчүн корректирлөөчү кошумчасы менен квадраттык сапаттык критерийи түзүлдү, эсептөөчү эксперименттер моделдештирүүдө берилген үчүн сандык алгоритмдер иштелип чыкты, моделдештирүүдө берилген чоңдукка карата параметрлери бөлүштүрүлгөн объектинин эсептоо абалынын жакындыштыруусу жакшыртылды.

Жаңылыгы: Алынган жыйынтыктар жаңы Р.Беллмандын динамикалык программирование методунун БПС үчүн мындан аркы өркүндөтүлүшү.

РЕЗЮМЕ

Самохвалова Татьяна П.

Математическое моделирование и синтез оптимального управления системами с распределенными параметрами и разнотемповыми движениями

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Ключевые слова: **объекты с распределенными параметрами, алгоритмы синтеза оптимального управления, уравнение Беллмана, класс обобщенных функций, линейная и квазилинейная система, разнотемповая система, численный алгоритм, сходимость, оценка погрешности, моделирование, вычислительный эксперимент.**

Объект исследования: управляемые процессы и разнотемповые системы с распределенными параметрами. **Цель работы:** построение новых алгоритмов синтеза оптимального управления СРП в классе обобщенных функций. **Методы исследования:** метод динамического программирования для СРП. **Аппаратура:** ПЭВМ Pentium III, пакет Matlab.

Результаты: – построены формы с корректирующей добавкой для решения уравнений Беллмана для линейных СРП с двумя управляющими функциями, с управлением p(t) по границе и p(t), p(t,x) в уравнении объекта, получены соответствующие вспомогательные системы типа Риккати и оптимальные управления в классе обобщенных функций;

– построен функционально-степенной ряд для решения уравнения Беллмана в квазилинейных СРП и упрощенные алгоритмы синтеза оптимального управления для разнотемповых СРП;

– обоснована сходимость по критерию качества при стремлении к нулю малого параметра для линейной разнотемповой СРП, получены оценки допускаемых погрешностей;

– построен квадратичный критерий качества с корректирующей добавкой для СРП, разработаны численные алгоритмы для вычислительных экспериментов, при моделировании улучшено приближение расчетного состояния объекта с распределенными параметрами к требуемой величине.

Новизна: Полученные результаты являются новыми, представляют собой **дальнейшее развитие** метода динамического программирования Р.Беллмана для систем с распределенными параметрами. **Рекомендации по использованию:** Результаты данной работы могут быть использованы специалистами по теории и практике оптимального управления линейными и нелинейными системами с распределенными параметрами, а также в научной работе студентов и преподавателей ВУЗов.

RESUME

Samokhvalova Tatyana P.

Mathematical modeling and syntheses of optimal control distributed parameter systems and different-speed movements

05.13.18 – Matematical models, computer methods and complex of programs.

The Keywords: **objects with distributed parameters, algorithm of the syntheses of optimal control, equation of Bellman, class of generalized functions, linear and quasi-linear system, different-speed system, the numerical algorithm, convergence, estimation to inaccuracy, modeling, computing experiments.**

The following results are obtained in the dissertation:

- The forms with correcting additive for decision of the equations of Bellman for linear distributed parameter systems with two controlling function, with control p(t) on border and p(t), p(t,x) in equation of the object, are received corresponding to types of the auxiliary systems of the type Rikkati and optimal synthesizing control in class generalized functions are built;

- The function-power-mode row for decision Bellman s equation for quasi-linear distributed parameter systems and simplified algorithms of the syntheses of optimal control for different-speed distributed parameter systems is built;

- The convergence on criterion quality under for linear different-speed distributed parameter system for $\mu \to 0$ are motivated, estimations of allowed inaccuracy are received;

- The square-law criterion quality with correcting additive for distributed parameter systems is built, numerical algorithms for computing experiment are designed, at modeling approach the accounting condition of the object with distributed parameters to required to value is perfected.

Сам

Самохвалова Т.П.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ И РАЗНОТЕМПОВЫМИ ДВИЖЕНИЯМИ

Автореферат диссертации

Подписано к печати 08.09.2006 г. Формат бумаги 60×84 1/16.

Бумага офс. Печать офс. Объем 1,0 п.л. Тираж 100 экз. Заказ ...

Отпечатано в Институте автоматики НАН КР

720071, Бишкек, пр-т Чуй, 265

Тел.: 65-55-22, E-mail: avtomatika_nankr@mail.ru