

6  
A-1

— ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПРОГНОЗОВ —

Г.А. АЛЕКСЕЕВ

ОБОБЩЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА  
ВЕРОЯТНЫХ ВЕЛИЧИН  
МАКСИМАЛЬНОГО И СЕЗОННОГО СТОКА

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Ленинград, 1952 г.

## ЧАСТЬ I

### — ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД —

#### РАСЧЕТА ВЕРОЯТНЫХ МАКСИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ ВОДЫ и ОБЪЕМОВ СТОКА СНЕГОВЫХ и ДОЖДЕВЫХ ПАВОДКОВ (при отсутствии или недостатке наблюдений)

1. Изучение и расчет вероятных в многолетней перспективе величин максимального и сезонного стока имеет важное практическое значение при проектировании различных гидротехнических сооружений: для определения размеров водосбросных отверстий плотин, мостов и труб, для водоэнергетических и водохозяйственных расчетов, связанных с регулированием и использованием паводкового и сезонного стока.

Практика гидрологических расчетов за последние 20 лет показывает, что при наличии длительных систематических наблюдений за речным стоком, свыше 15-20 лет, расчетные элементы паводка (максимальный расход воды, объем стока, продолжительность) и величины сезонного стока, заданной повторяемости, можно определять статистическим способом, с помощью кривых распределения вероятностей, прибегая, как правило, к экстраполяции кривых за пределы изменения наблюденных величин.

Вопросу о перспективах и путях развития в гидрологии статистических методов расчета посвящена вторая часть диссертации.

В первой части диссертации рассматриваются преимущественно генетические методы изучения и расчета максимальных расходов воды и объемов стока снеговых и дождевых паводков, применимые при отсутствии или недостатке наблюдений за паводочным стоком.

2. Представление о процессе формирования снеговых и дождевых паводков обычно дается на основе схемы изохрон стока;

при этом паводочный расход воды в любой момент времени выражается известной общей генетической формулой паводочного стока, основанной на одноразмерном суммировании элементарного притока по длине русловой сети и неучитывающей: 1) распластывания водного потока, происходящего вследствие изменения по длине потока скорости течения воды и 2) регулирующего влияния русловой сети на паводочный сток, обусловленного неравномерным распределением скоростей течения воды в живом сечении потока.

Практическое использование давно известной общей генетической формулы паводочного стока затрудняется слабой изученностью: 1) законов изменения интенсивности водоотдачи (осадки минус потери) во времени и по площади водосбора и 2) скоростей добегания воды по склонам и русловой сети водосбора. В частности, оценка характера хода интенсивности водоотдачи во времени может быть произведена пока только схематически с учетом следующих главных характеристик или параметров: 1) максимальной интенсивности водоотдачи  $P_m$ ; 2) продолжительности водоотдачи  $t_c$ , в течение которой интенсивность осадков  $i_t$  превышает интенсивность потерь  $K_t$ , т.е. когда интенсивность водоотдачи  $P_t = i_t - K_t \geq 0$ ; 3) суммарного слоя водоотдачи  $h$  за время  $t_c$ ; 4) момента  $t_m$  наступления максимальной интенсивности водоотдачи ( $0 \leq t_m \leq t_c$ ).

Оценка повторяемости в многолетней перспективе каждой из указанных характеристик водоотдачи и их сочетаний ( $P_m$ ,  $h$ ,  $t_c$ ,  $t_m$ ) представляет весьма сложную задачу. Поэтому до сих пор при отсутствии наблюдений определение расчетных гидрографов паводков заданной повторяемости производится путем непосредственной схематизации формы гидрографа паводка в виде треугольника, трапеции, двух парабол и других фигур, исходя из заранее вычисленных величин максимального расхода  $Q_m$  и слоя паводочного стока  $h$ , заданной повторяемости.

Для определения максимальных паводочных расходов воды  $Q_m$  как дождевого, так и снегового происхождения

практически необходимо знать только два параметра водоотдачи  $P_m$  и  $h$ , длину главного водотока  $L$ , площадь водосбора  $F$  и среднюю скорость добегания воды  $\bar{v}$  по длине реки  $L$ , зависящую главным образом от среднего уклона реки  $J^{\circ}/oo$  и максимального расхода воды  $Q_m$  (см. формулу / 7<sub>I</sub> /):

$$Q_m = f(P_m, h, L, F, J)$$

Процесс формирования снеговых и дождевых паводков по существу один и тот же, между тем до сих пор, практически, расчет снеговых и дождевых максимальных расходов воды производится по различным формулам и схемам расчета. При этом существует две крайности: либо дается эмпирическая формула, учитывающая всего один-два фактора паводочного стока (как, например, формула Д.Л.Соколовского для весенних максимальных расходов воды), либо предлагаются сложные генетические схемы расчета, без достаточного обоснования их и методики определения ряда параметров. К числу таких схем расчета можно отнести, например, известный метод расчета максимального дождевого стока М.М.Протодьяконова и метод расчета весенних максимальных расходов воды А.В.Огневского - В.И.Мокляк.

3. Общую генетическую формулу паводочного стока нельзя использовать непосредственно для расчета вероятных максимальных расходов воды как вследствие отмеченной выше трудности оценки вероятности различных возможных "неповторимых" вариантов хронологического изменения водоотдачи  $P_t$ , так и вследствие необходимости дополнительного учета естественного регулирующего влияния русловой сети.

Применяя к общей генетической формуле стока известное правило осреднения произведения двух функций и учитывая противоположное действие как по знаку, так и по величине неравномерности ширины водосбора и регулирующего влияния русловой сети на величину максимального паводочного расхода воды  $Q_m$ , в результате получены прежние

формулы автора, установленные впервые в 1939 году путем интегрирования приближенного дифференциального уравнения руслового стока, а именно:

- а) На "больших водосборах" (преимущественно при дождевых паводках) или, точнее, в тех случаях, когда время добегания  $\tau = L : \bar{v}$  больше продолжительности водоотдачи  $t_c$ , максимальный паводочный расход воды  $Q_m$  формируется за счет всего слоя водоотдачи  $h$  на площади одновременного притока  $F_{t_c} < F$  и выражается следующей формулой:

$$Q_m = \bar{v} h \bar{B} = \frac{\bar{v} h}{L} F, \quad \dots (1)$$

где  $\bar{B} = F : L$  — средняя ширина водосбора в км,  
 $h$  — суммарный слой паводочного стока в мм,  
 $\bar{v}$  — средняя скорость добегания в м/сек.

- б) На "малых водосборах" (преимущественно при весенних паводках) или, точнее, при  $\tau = (L : \bar{v}) < t_c$ , максимальный расход воды  $Q_m$  формируется на всей площади водосбора  $F$  за счет наиболее интенсивной части слоя водоотдачи  $h_\tau \leq h$  за время добегания воды  $\tau$  от истока до замыкающего створа и выражается следующей формулой:

$$Q_m = \bar{v} h_\tau \bar{B} = \frac{\bar{v} h_\tau}{L} F. \quad \dots (2)$$

Из формул (1) и (2) вытекают важные выводы:

- I) Модуль максимального стока  $q_m = Q_m : F$  в обоих случаях равен наибольшей средней интенсивности водоотдачи за время добегания воды по длине главного водотока:

при

$$\tau = \frac{L}{\bar{v}} > t_c \quad q_m = \frac{\bar{v} h}{L} = \frac{h}{\tau} \quad \dots (I_1)$$

$$\text{при } \tau = \frac{L}{\bar{v}} < t_c \quad q_m = \frac{\bar{v} h_\tau}{L} = \frac{h_\tau}{\tau} \quad \dots (2_1)$$

Поэтому, для расчета максимальных паводочных расходов воды необходимо и, практически, достаточно произвести схематизацию изменения наибольшей средней интенсивности водоотдачи  $h_\tau$ :  $\tau$  за текущий интервал времени  $\tau$ , а не хронологического хода водоотдачи.

- 2) На элементарном водосборе модуль максимального стока  $q_m$  равен максимальной интенсивности водоотдачи:

$$\text{при } \tau \approx 0 \quad q_m = q_o = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{h_\tau}{\tau} = p_m$$

и не зависит от скорости добегания  $\bar{v}$  и суммарного слоя водоотдачи  $h$ .

- 3) Напротив, на больших водосборах, при  $\tau = L$ :  $\bar{v} > t_c$  модуль максимального стока  $q_m$  зависит от времени добегания  $\tau$  и суммарного слоя водоотдачи  $h$  и не зависит от величины максимальной интенсивности водоотдачи  $p_m \equiv q_o$ .

Ограничиваюсь только двумя основными параметрами водоотдачи  $q_o$  и  $h$ , можно выразить наибольшую среднюю интенсивность водоотдачи за интервал времени  $\tau$  или, что то же самое, модуль максимального паводочного стока  $q_m = h_\tau : \tau$  следующей простой интерполяционной формулой:

$$q_m = \frac{q_o}{1 + \frac{q_o}{h} \tau} = \frac{q_o}{1 + \frac{q_o}{h \bar{v}} L} \quad \dots (3)$$

Эта формула удовлетворяет указанным выше предельным физическим условиям 2), 3) и применима для расчета максимальных паводочных расходов воды как дождевого, так и снегового происхождения на водосборах любых размеров.

4. Для паводков снегового происхождения, ввиду суточных колебаний интенсивности снеготаяния и водоотдачи, параметр  $q_o$  отражает максимальную среднесуточную интенсивность водоотдачи  $\tilde{q}_o$  и соответственно этому модуль стока  $q_m$  характеризует максимальный среднесуточный сток с единицы площади водосбора. Благодаря внутрисуточным изменениям интенсивности водоотдачи, на малых водосборах, у которых длина главного водотока  $L$  меньше суточного пути пробега воды:

$$L_c = 86,4 \bar{v} = 13 \sqrt[3]{Q_m^{\frac{1}{4}}} \text{ км}$$

имеют место внутрисуточные колебания весеннего стока, обусловленные внутрисуточными изменениями интенсивности снеготаяния и водоотдачи.

Переходный коэффициент  $K_\tau$  от среднесуточного максимального расхода воды  $\tilde{Q}_m$  к мгновенному внутрисуточному максимуму  $Q_m$  можно определять по следующей интерполяционной формуле:

$$K_\tau = \frac{Q_m}{\tilde{Q}_m} = \frac{K_o}{1 + (K_o - 1) \frac{L}{L_c}} = \frac{K_o}{1 + (K_o - 1) \frac{\tau}{24}}, \quad \dots (4)$$

где  $\tau = \frac{L}{3,6 \bar{v}}$  — время добегания в часах, а параметр  $K_o = q_o : \tilde{q}_o$  характеризует отношение между мгновенной и среднесуточной максимальной интенсивностью водоотдачи и примерно равен:

$$K_o = 2,5 - 3,0 \quad \text{— в степной зоне}$$

$$K_o = 2,0 - 2,5 \quad \text{— в лесостепной зоне}$$

$$K_o = 1,5 - 2,0 \quad \text{— в лесной зоне}$$

При  $K_o = 3$  формула (4) почти в точности воспроизводит эмпирическую кривую В.И.Мокляк  $K_3 = f(\frac{L}{L_c})$ ,

5. Величины отношений  $\frac{q_o}{h}$  и  $\frac{q_o}{h\bar{v}}$ , входящие в формулу (3), можно назвать "коэффициентами убывания модуля максимального стока" с увеличением времени добегания или длины реки. Коэффициенты убывания максимального дождевого стока превосходят в сотни раз соответствующие коэффициенты убывания максимального талого стока.

При отсутствии или недостоверности данных о длине реки можно пользоваться следующими приближенными эмпирическими зависимостями:

$$L = \sqrt{\delta} \sqrt{F} \approx 1,8 \sqrt{F} \quad \text{при } F < 100 - 1000 \text{ км}^2$$

$$L \approx 1,41 F^{0,57} \quad \text{при } F > 100 - 1000 \text{ км}^2$$

где -  $\delta = L : \bar{B} = L^2 : F$  - отношение длины реки к средней ширине водосбора, характеризующее вытянутость водосбора.

Согласно формуле (3) и опытным данным, на водосборах площадью  $F > 2 - 4 \text{ км}^2$  модули максимального дождевого стока обратно пропорциональны длине реки или корню квадратному из площади водосбора. Этот факт находит свое выражение в ряде существующих эмпирических формул и норм максимального стока. Существующие попытки теоретического объяснения этого факта (Б.В.Полякова, А.В.Огневского, Д.Л.Соколовского) ошибочные.

Формула (3) при  $L = 1,41 F^{0,57}$  хорошо согласуется с известными эмпирическими выводами Д.И.Кочерина относительно характера зависимости максимальных расходов талых вод от площади водосбора. До сих пор эти выводы нашли выражение в неявном виде лишь в расчетной схеме А.В.Огневского - В.И.Мокляк, и явным образом игнорируются в ряде других формул и схем расчета максимальных расходов талых вод.

6. Максимальная интенсивность водоотдачи  $q_o$  (или  $\tilde{q}_o$ )

можность первоочередного и более надежного определения параметров максимального стока талых вод. При таком порядке решения вопроса создается возможность использовать параметры средней скорости добегания талых вод при расчете максимального дождевого стока.

7. Для определения параметров максимального стока, входящих в формулу (3), преобразуем последнюю к линейному виду относительно длины реки:

$$\frac{1}{\tilde{q}_m} = \frac{1}{q_0} + \frac{L}{\bar{v} h} \quad \dots (6)$$

Отсюда, согласно соотношению (5):

$$\frac{1}{\tilde{q}_m} = \frac{1}{\gamma \sqrt{h}} + \frac{L}{\bar{v} h}$$

или

$$\frac{\sqrt{h}}{\tilde{q}_m} = \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\bar{v}} \cdot \frac{L}{\sqrt{h}} \quad \dots (6_1)$$

Если предположить, в качестве первого приближения, что средняя скорость добегания воды  $\bar{v} = \text{const}$ , то уравнение (6<sub>1</sub>) относительно переменных величин

$$x = \frac{L}{\sqrt{h}}, \quad y = \frac{\sqrt{h}}{\tilde{q}_m}$$

представляет прямую линию с угловым коэффициентом  $\frac{1}{\bar{v}}$  и отрезком на оси ординат  $\frac{1}{\gamma}$ .

Известно, однако, что скорость течения воды в каждом живом сечении потока зависит от гидравлических элементов данного участка русла: уклона  $J$ , расхода воды  $Q$ , коэффициента шероховатости  $n$  и формы сечения русла. В частности, для треугольного сечения русла по формуле Шези-Манинга:

$$\bar{v} = \frac{\alpha'}{n^{\frac{3}{4}}} J^{\frac{3}{8}} Q^{\frac{1}{4}},$$

где параметр  $\alpha'$  зависит от крутизны стенок русла.

На этом основании естественно попытаться опреде-

лять среднюю русловую скорость дебегания воды по формуле:

$$\bar{v} = \alpha J^{\frac{1}{3}} Q_m^{\frac{1}{4}}, \quad \dots (7)$$

где  $\alpha$  - коэффициент, подлежащий эмпирическому определению, зависящий от осредненного характера формы сечения русла и средней шероховатости русла по всей длине главного водотока.

Согласно выражениям (6<sub>1</sub>) и (7) уравнение:

$$\frac{\sqrt{h}}{\tilde{q}_m} = \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{L}{J^{\frac{1}{3}} Q_m^{\frac{1}{4}} h^{\frac{1}{2}}} \quad \dots (6_2)$$

относительно переменных величин

$$x = \frac{L}{J^{\frac{1}{3}} Q_m^{\frac{1}{4}} h^{\frac{1}{2}}}, \quad y = \frac{\sqrt{h}}{\tilde{q}_m}$$

представляет прямую линию с угловым коэффициентом  $\frac{1}{\alpha}$  и отрезком на оси ординат  $\frac{1}{\gamma}$ .

На основании наблюденных данных по весеннему стоку ( $Q_m$ ,  $q_m$ ,  $h$ ), длин и уклонов рек ( $L$ ,  $J^{\circ}/oo$ ), взятых из работ К.П.Воскресенского (Труды ГГИ, вып.29(83), 1951) и В.И.Мокляк (Труды КНИГО, вып. 3(4), 1949), построено более 20 графиков связи вида (6<sub>1</sub>) и (6<sub>2</sub>) для рек степной и лесостепной зон ЕТС, входящих в бассейны рр. Волги, Дона, Днепра, Южного Буга. При этом, из работы К.П. Воскресенского брались модули максимального весеннего стока  $q_m$  и соответствующие слои весеннего стока  $h$ , как за конкретные годы (многоводные, средние и маловодные), так и определенной обеспеченности (определенные по средним значениям  $\bar{h}$ ,  $\bar{Q}_m$ , коэффициентам вариации  $C_{vh}$ ,  $C_{vQ_m}$  и  $C_s = 2C_v$ ).

В результате получены следующие выводы:

- I) Наблюденные точки ( $x$ ,  $y$ ) в полном согласии со структурой уравнений (6<sub>1</sub>) и (6<sub>2</sub>) при любых величинах слоя

паводочного стока  $h$  располагаются вдоль "огибающих" прямых линий, соответствующих наибольшим максимумам  $q_m$ , возможным при дружном весеннем снеготаянии и при отсутствии залесенности, заболоченности и зарегулированности.

- 2) Отрезок, отсекаемый на оси ординат графиком огибающими прямыми  $(6_1)$  и  $(6_2)$  для всех районов степной и лесо-степной зон  $\frac{1}{\bar{v}} = 20$ . Это значит, что для весеннего стока связь между равнообеспеченными значениями  $\tilde{q}_o$  и  $h$  выражается соотношением (5).
- 3) Угловой коэффициент огибающих прямых на всех графиках вида  $(6_1)$   $\frac{1}{\bar{v}} = 1,73$ . Это значит, что средняя скорость добегания воды на различных реках  $\bar{v} = \frac{1}{1,73} = 0,58$  м/сек = 50 км/сутки.
- 4) Угловой коэффициент огибающих прямых на всех графиках вида  $(6_2)$   $\frac{1}{\alpha} = 6,7$ . Отсюда  $\alpha = 0,15$  и, следовательно, для определения средней скорости добегания воды получаем формулу:

$$\bar{v} = 0,15 J^{\frac{1}{3}} Q_m^{\frac{1}{4}} \text{ м/сек}, \quad \dots (7_1)$$

Где уклон  $J$  выражен в промилях, а расход воды  $Q_m$  в  $\text{м}^3/\text{сек}$ .

8. Наиболее интенсивная часть слоя водоотдачи  $h_c$  за время добегания  $\tau$ , участвующая в формировании максимума  $Q_m$ , согласно (2<sub>1</sub>) и (7<sub>1</sub>) характеризуется выражением:

$$h_c = q_m \tau = \frac{q_m L}{\bar{v}} = q_m^{\frac{3}{4}} \Phi, \quad \dots (8)$$

где

$$\Phi = \frac{L}{0,15 J^{\frac{1}{3}} F^{\frac{1}{4}}} \approx 9 \frac{\sqrt[3]{F}}{\sqrt[3]{J}}$$

Функция, зависящая только от морфометрических характеристи-

тик водосбора.

Основную формулу (3), согласно (2<sub>1</sub>), можно записать так:

$$\frac{q_m}{q_0} + \frac{h_r}{h} = 1 \quad \dots (3_1)$$

или

$$q_m = \frac{q_0}{h} (h - h_r) \quad \dots (3_2)$$

Отсюда видно, что при данных величинах  $q_0$  и  $h$  модуль максимального паводочного стока  $q_m$  пропорционален остаточной части слоя водоотдачи  $h - h_r$ , не участвующей в формировании максимального расхода воды.

Подставляя в равенство (3<sub>1</sub>)  $\tilde{q}_m = \gamma \sqrt{h}$  и решая квадратное уравнение относительно  $\sqrt{h}$ , получаем явную форму зависимости слоя паводочного стока  $h$  от модуля максимального стока  $\tilde{q}_m$

$$h = \left[ \frac{\tilde{q}_m}{2\gamma} + \sqrt{\frac{\tilde{q}_m^2}{4\gamma^2} + \tilde{q}_m^{\frac{3}{4}} \Phi} \right]^2 \quad \dots (9)$$

Эта формула дает для элементарных водосборов  $\tilde{q}_m = \gamma \sqrt{h}$  и для "больших водосборов"

$$q_m = \left( \frac{h}{\Phi} \right)^{\frac{4}{3}} = \frac{h}{\Phi} \sqrt[3]{\frac{h}{\Phi}} \quad \dots (10)$$

Для промежуточных водосборов зависимость  $h = f(\tilde{q}_m)$  близка к прямолинейной.

По формуле (9) составлена таблица соответственных значений  $h$  и  $\tilde{q}_m$  при разных значениях  $\Phi_i = \text{const}$ , и соответствующая абака.

Следует иметь в виду, что формула (9) дает связь  $h = f(\tilde{q}_m)$  между равнообеспеченными величинами слоя  $h$  и модуля максимального стока  $\tilde{q}_m$ . Поэтому эмпирические точки ( $h$ ,  $\tilde{q}_m$ ) за конкретные годы в ряде случаев, в особенности на малых водосборах, могут располагаться около осредненной кривой связи  $h = f(\tilde{q}_m)$ .

со значительным разбросом, зависящим от дружности и характера хода снеготаяния в различные годы. Однако, при расчетах вероятных максимальных расходов воды в будущей многолетней перспективе нет принципиальной необходимости и практически пока невозможно предвычислять дружность весны и характер хода снеготаяния.

Разумеется, что для целей прогнозов максимальных расходов и объемов снегового стока в предстоящую весну должна быть разработана дополнительно методика прогноза и учета дружности весны и характера хода снеготаяния.

9. Рассматривая формулу (3) нетрудно видеть, что влияние залесенности и заболоченности водосбора может отразиться главным образом, на величине максимальной среднесуточной интенсивности водоотдачи  $\tilde{q}_o$ , поскольку наблюденный или районированный слой весеннего стока  $h$  автоматически отражает влияние залесенности и заболоченности данного водосбора или района.

На основе данных об относительной залесенности  $f_L$  и относительной заболоченности  $f_B$  водосборов рек, приведенных в упомянутой работе В.И.Мокляк, нами установлена эмпирическая формула для коэффициента снижения максимальной среднесуточной интенсивности водоотдачи:

$$K = \frac{\tilde{q}_o^*}{\tilde{q}_o} = \frac{1}{1 + 2f_L + 2f_B}, \quad q_o^* = K \tilde{q}_o = \gamma^* \sqrt{h}, \dots (11)$$

где  $\gamma^* = K \gamma = 0,05 K$ .

Согласно (11) для залесенных и заболоченных водосборов:

$$\tilde{q}_m = \frac{\tilde{q}_o^*}{1 + \frac{\tilde{q}_o^*}{h \bar{v}} L} = \frac{K \tilde{q}_o}{1 + \frac{K \tilde{q}_o}{h \bar{v}} L} \dots (12)$$

Эта формула показывает, что залесенность и заболоченность

водосборов существенно снижает величину снеговых максимальных расходов только на малых водосборах и практически не влияет на больших водосборах, в согласии с указаниями Д.И.Кочерина, что поправочные "коэффициенты  $\delta$  и  $\beta$  можно распространять лишь на малые бассейны не свыше - 2000-5000 км<sup>2</sup>". (Вопросы инженерной гидрологии, 1932, стр. 64).

10. Коэффициент зарегулированности максимального паводочного расхода воды прудом, расположенным непосредственно у замыкающего створа, зависит от величины отношения объема наполнения пруда  $W_p$  к объему паводочного стока  $W_c = 1000 \bar{v} F$  и определяется обычно по приближенной формуле Д.И.Кочерина:

$$\gamma = \frac{Q_{m3}}{Q_m} = 1 - \frac{W_p}{W_c} \quad \dots (13_1)$$

Если пруд расположен выше замыкающего створа и имеет водосборную площадь  $F_p < F$ , то в этом случае:

$$\gamma = 1 - \frac{W_p}{W_c} \cdot \frac{F_p}{F} \quad \dots (13_2)$$

Любопытно отметить, что по расчетной схеме В.И.Мокляк, поправочный коэффициент на зарегулированность вводится дважды, - сначала к скорости дебегания воды  $\bar{v}$ , а затем в виде множителя к формуле. Применяя такой прием к формуле (3) или (12), получаем:

$$\tilde{q}_{m3} = \frac{\gamma q_o^*}{1 + \frac{q_o^*}{\gamma \bar{v} h} L} \quad \dots (14)$$

По этой формуле и, следовательно, в явном виде по схеме расчета В.И.Мокляк, получаем для малых водосборов:

$$\tilde{q}_{m3} = \gamma q_o^* = \gamma \tilde{q}_m,$$

а для больших водосборов

$$\tilde{q}_{m3} = \frac{\gamma^2 \bar{v} h}{L} = \gamma^2 \tilde{q}_m,$$

что противоречит формулам (16) и опытным фактам.

II. Расчеты максимальных весенних расходов воды по формуле (3) или (12) на основе зависимостей (5), (7<sub>1</sub>) и поправочных коэффициентов (11) и (4) легко осуществляются путем последовательного приближения, принимая в качестве первого приближения среднюю скорость дебегания воды  $\bar{v} = 0,58 \text{ м/сек}$  ( $v = 50 \text{ км/сутки}$ ). Опыт вычисления показывает, что второе приближение, как правило, можно принимать за окончательный результат.

Указанным выше путем произведены вычисления максимальных весенних расходов воды для нескольких сот рек и пунктов Европейской территории СССР по исходным данным, приведенным в работе В.И.Мокляк.

Произведенные сопоставления вычисленных результатов с наблюденными по исходным данным В.И.Мокляка и К.П. Вескесенского дают основание считать, что:

- 1) разработанный метод расчета максимальных весенних расходов воды проверен на массовом материале наблюдений в различных физико-географических условиях (от крайнего севера - до крайнего юга ЕТС) и дает результаты в пределах точности наблюденных максимальных расходов воды;
- 2) разработанный метод можно рекомендовать для практических расчетов в любом районе, где может быть установлен расчетный слой паводочного весеннего стока заданной обеспеченности.

Согласно формул (3) или (12) можно построить номограмму для непосредственного определения модуля максимального стока, в зависимости от всех учитываемых факторов.

12. По наблюдениям Н.Е.Долгова в Пологовском районе, т.е. в районе обычных и южных черноземов, дождевые паводки образуются только при дождях с максимальной интенсивностью  $J \geq 0,5 \text{ мм/мин.}$  и суммарным слоем осадков за дождь  $H \geq 15 \text{ мм.}$  Эти выводы подтверждаются также рядом экспериментальных исследований и, в частности, шкалой

интенсивности инфильтрации дождевой воды на различных почвах, составленной проф. М.Ф.Срибным.

Благодаря высоким интенсивностям инфильтрации дождевой воды в почву и кратковременности интенсивных дождей, продолжительность водоотдачи  $t_c$ , как правило, не превышает 20-30 минут. Поэтому: 1) расчетную интенсивность инфильтрации  $K \frac{\text{мм}}{\text{мин}}$  можно считать постоянной за всю продолжительность водоотдачи и определять по шкале типа М.Ф.Срибного, 2) на водосборах, где время дебегания  $\tau = L : \bar{v}$  больше 20-30 минут, максимальные расходы воды дождевых паводков, как правило, формируются за счет всего слоя водоотдачи  $h$  и определяются по формуле (1) или, учитывая приближенную зависимость (4<sub>1</sub>), по формуле вида:

$$Q_m = \frac{\bar{v} h}{\sqrt{\delta}} \sqrt{F} \approx \frac{\bar{v} h}{1,8} \sqrt{F} = c \sqrt{F}, \quad \dots (15)$$

где параметр  $c$  зависит от трех величин:

$$c = \frac{\bar{v} h}{\sqrt{\delta}} = \frac{\bar{v} h}{1,8} \quad \dots (16)$$

13. Принимая расчетную интенсивность инфильтрации дождевой воды в почву  $K \text{ мм/мин}$  по шкале типа М.Ф.Срибного, можно вычислять слой стока дождевых паводков  $h$  (в мм), вообще говоря, тремя способами:

1) по формуле:

$$h = 2 K t_c = 2 K \left( \frac{s}{3K} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} s \sqrt{\frac{s}{3K}}, \quad \dots (17)$$

где  $s = A + B \lg N$  — параметр в формуле автора 1940 г. для слоя осадков  $H_\tau$  за интенсивную часть дождя продолжительностью  $\tau$ :

$$H_\tau = s \tau^{\frac{1}{3}} = (A + B \lg N) \tau^{\frac{1}{3}} \quad \dots (18)$$

Формула (18) и соответственно ей формула (17) дают хорошие результаты при повторяемости 1 раз в  $N = 1-10$  лет, а при более редкой повторяемости они дают заниженные величины  $H_{\tau}$  и  $h$ .

- 2) Для равнинной Европейской территории СССР слой паводочного дождевого стока  $h$  можно определять по методике, изложенной в работе автора 1950 г. (Труды ГГИ, вып. 26(80), 1950) и основанной на композиционном способе определения обеспеченности слоя водоотдачи  $h$  как функции от суммарного слоя дождя  $H$ , максимальной интенсивности дождя  $J$  и расчетной интенсивности инфильтрации  $K$ .
- 3) Слой паводочного дождевого стока  $h$ , заданной повторяемости, можно определять упрощенным способом по суммарному слою осадков  $H$ , заданной повторяемости, и коэффициенту стока  $\varphi$ , зависящему от величины отношения интенсивности инфильтрации  $K$  к максимальной интенсивности дождя  $J$ , равнообеспеченной со слоем осадков:

$$\varphi = \left(1 - \sqrt{\frac{K}{J}}\right)^2 \quad \dots (19)$$

$$h = \varphi H \quad \dots (20)$$

Формула (19) основана на предположении, что для расчетного дождя, характеризуемого равнообеспеченными величинами  $H$  и  $J$ , средняя интенсивность  $\bar{i}_{\tau}$  и слой осадков  $H_{\tau}$  за интенсивную часть дождя продолжительностью  $\tau$ , выражается формулами вида (3):

$$\bar{i}_{\tau} = \frac{J}{1 + \frac{J}{H} \tau}, \quad H_{\tau} = \bar{i}_{\tau} \tau = \frac{J \tau}{1 + \frac{J}{H} \tau} \quad \dots (21)$$

Формула (19) дает результаты, практически совпадающие с результатами расчета по композиционному способу, если в обоих случаях принять одинаковую интенсивность инфильтрации.

Кривую обеспеченности слоя дождевых осадков  $H$  в

многолетней перспективе можно построить обычным статистическим способом (по  $C_r$  и  $C_s$ ) на основе: а) максимальных количеств осадков за отдельный дождь в каждом году, либо б) максимальных суточных осадков за каждый год, поскольку в обоих случаях кривые обеспеченности практически совпадают.

Однако, более точно кривая обеспеченности слоя осадков  $H$  определяется по совокупности всех дождей или всех суточных осадков, наблюденных на данной метеостанции, по методике, изложенной в работе автора (Труды ГГИ, вып. 26(80), 1950).

14. Максимальную интенсивность дождя  $J$  (в мм/мин), равнообеспеченную со слоем осадков  $H$  (в мм), можно определять по прямолинейной связи:

$$J = \gamma_1 H \quad \dots (22)$$

Коэффициент  $\gamma_1$  определяется по материалам наблюдений над ливнями как отношение суммы наибольших или средних за 5 минут интенсивностей всех дождей к сумме осадков за те же дожди.

Климатический коэффициент  $\gamma_1$  изменяется по территории незначительно. В частности, на Европейской части СССР:

$\gamma_1 = 0,05 - 0,06$	- в степной зоне
$\gamma_1 = 0,04 - 0,05$	- в лесостепной зоне
$\gamma_1 = 0,03 - 0,04$	- в лесной зоне

Полезно отметить, что формула М.М.Протодьяконова  $\bar{t}_r = 5 : (1 + 0,06 \tau)$  представляет частный вид формулы (21) при значениях:  $J = 5$  мм/мин.,  $\gamma_1 = 0,06$ ,  $H = 83,3$  мм.

15. На основании соотношения (22), формулы (19) и (20) можно представить в более простой форме:

$$\varphi = \left(1 - \sqrt{\frac{H_0}{H}}\right)^2 \quad \dots (19_1)$$

$$h = \varphi H = \left(\sqrt{H} - \sqrt{H_0}\right)^2 \quad \dots (20_1)$$

где

$$H_0 = \frac{K}{\gamma_1} \dots (23)$$

начальный слой потерь (до момента образования стока) на смачивание почвы, заполнение микровпадин и инфильтрацию.

Формулу (20<sub>1</sub>) можно представить так:

$$\sqrt{H} = \sqrt{H_0} + \sqrt{h} \quad \text{или} \quad H = H_0 + 2\sqrt{hH_0} + h \dots (20_2)$$

Отсюда видно, что слой осадков  $H$  расчленяется на три составляющих части:  $H_0$  - начальный слой потерь - до момента образования стока,  $2\sqrt{hH_0}$  - слой потерь за период паводка,  $h$  - слой паводочного стока.

Важно отметить, что для степной и лесостепной зон при  $\gamma_1 = 0,05$  и интенсивностях инфильтрации  $K = 0,5; 0,75; 1,0 \text{ мм/мин.}$  (по шкале М.Ф.Срибного) согласно формуле (23) начальный слой потерь  $H_0 = 10, 15, 20 \text{ мм}$ , что находится в хорошем согласии с указанными ранее результатами наблюдений Н.Е.Долгова.

Любопытно, что формула (20<sub>1</sub>) при  $H_0 = 15 \text{ мм}$  хорошо отражает также эмпирическую связь слоя весеннего стока  $h$  и запаса воды в снегу (плюс весенние осадки)  $H$ , построенную Е.Г.Поповым для р.Вишера у Митраково (Труды ЦИП, вып. 24(51), 1951, стр. 37).

16. Максимальная интенсивность водоотдачи  $q_o$ , выраженная в  $\text{м}^3/\text{сек}/\text{км}^2$ , определяется по формуле:

$$q_o = 16,67 (J - K)$$

или, учитывая соотношения (22), (23) и (20<sub>2</sub>),

$$q_o = 16,67 \gamma_1 (H - H_0) = 16,67 \gamma_1 (h + 2\sqrt{hH_0}) \dots (24)$$

Отсюда следует, что коэффициент убывания максимального дождевого стока (с увеличением времени добегания)

$$\frac{q_o}{h} = 16,67 \gamma_1 (1 + 2\sqrt{\frac{H_0}{h}}) \dots (25)$$

так же, как и для талого стока, находится в обратной зависимости от слоя паводочного стока  $h$ .

17. В настоящее время максимальные расходы воды дождевых паводков чаще всего определяют по эмпирическим формулам вида (15); при этом параметр  $C$  (обозначаемый у других авторов буквами А или В) обычно дается в виде изолиний на картах, либо в табличном виде для отдельных районов.

Материалы наблюдений по дождевым максимумам  $Q_m$  (1-2% обеспеченности) на малых реках, оврагах и балках, имеющих, как правило, уклоны  $J = 1-20\%$ , показывают, что средняя скорость дебегания воды  $\bar{v} = 0,15 J^{1/3}$ .  $Q_m^{1/4} \approx 0,8 - 1,0$  м/сек. Поэтому из формулы (16) вытекает приближенное соотношение между параметром  $C$  и слоем дождевого паводочного стока  $h$  (в мм):

$$C \approx 0,5h, h \approx 2C = \frac{2Q_m}{\sqrt{F}} \quad \dots (26)$$

18. На основании наблюденных величин  $Q_m$ ,  $F$ ,  $L$ ,  $J\%$ , определенных экспедицией НИЖНЕВОЛГОПРОЕКТа 1938-1939 гг., по следам прошлых дождевых паводков на 67 малых реках и оврагах в Заволжье, были определены по формуле (7<sub>1</sub>) средние скорости дебегания воды  $\bar{v}$  и затем построены графики связи вида:

$$Q_m = h \bar{v} \bar{B} = f(\bar{v} \bar{B}) \quad \dots (27)$$

$$Q_m = h \bar{v} \frac{\sqrt{F}}{1,8} = f(\bar{v} \frac{\sqrt{F}}{1,8}) \quad \dots (28)$$

$$\frac{1}{Q_m} = \frac{1}{q_0} + \frac{1}{h} \cdot \frac{L}{\bar{v}} = f\left(\frac{L}{\bar{v}}\right) \quad \dots (29)$$

Угловые коэффициенты этих графиков показывают, что на исследованных водосборах, где были установлены следы прошлых выдающихся паводков (примерно, 1-2% обеспеченности), слой паводочного стока  $h$  изменяется в пределах от 10 до 30 мм и составляет в среднем 19 мм. Этому слою стока по

формуле (20<sub>1</sub>), при  $H_0 = 15$  мм, соответствует слой осадков:

$$H = (\sqrt{H_0} + \sqrt{R})^2 = (\sqrt{15} + \sqrt{19})^2 = 68 \text{ мм}$$

Непосредственный расчет слоя дождевых осадков  $H_{2\%}$  для этого же района по наблюдениям на метеостанциях дает слой осадков  $H_{2\%} = 60-72$  мм.

Аналогичные выводы получены на основании наблюденных величин  $Q_m$ ,  $F$ ,  $L$ ,  $J\%$ , определенных экспедицией ГГИ в 1939 г. по следам 61 прошлых дождевых паводков на балках Крыма в басс. озер Саки и Сасык.

Согласно зависимости (7<sub>1</sub>) выражения (27) и (28) после упрощения принимают следующий вид:

$$Q_m = 0,08 J^{\frac{4}{3}} (h \bar{b})^{\frac{4}{3}} \quad \dots (27_1)$$

$$Q_m = 0,0365 J^{\frac{4}{3}} h^{\frac{4}{3}} F^{\frac{2}{3}} \quad \dots (28_1)$$

Для водосборов площадью  $F > 2-4 \text{ км}^2$  формулы (27<sub>1</sub>) и (29) дают теоретически и практически одинаковые результаты, поэтому более общей формулой (29) целесообразно пользоваться только на очень малых водосборах, при  $F < 2-4 \text{ км}^2$ . Формулой (28<sub>1</sub>) можно пользоваться при отсутствии или ненадежности данных о длине главного водотока.

Из сопоставления формул (15) и (28<sub>1</sub>) следует, что при учете зависимости средней скорости дебегания воды от уклона водотока и расхода воды показатель степени у площади водосбора уменьшается по сравнению со случаем, когда средняя скорость дебегания воды принимается неизменной. Этот вывод вполне закономерен, поскольку с увеличением площади водосбора уклоны рек, как правило, уменьшаются и тем самым лимитируется полное влияние площади водосбора на величину максимального стока.

19. Приведенные выше формулы и методика расчета мак-

симальных расходов воды и объемов стока дождевых паводков хорошо согласуются со всеми известными фактами и выводами из наблюдений и опыта расчета максимального дождевого стока.

Наиболее важными из них являются:

- 1) Теоретическая зависимость (15) совпадает с давно известной эмпирической зависимостью такого же вида.
- 2) Начальный слой потерь для степной зоны  $H_0 = 15 \text{ мм}$ , вычисленный по формуле (23), при  $K = 0,75$  (по М.Ф. Срибному), хорошо согласуется с результатом обстоятельных наблюдений Н.Е.Долгова.
- 3) Пользуясь картами слоя осадков  $H$  для степной и лесостепной зон ЕТС, помещенными в работе автора (Труды ГГИ, вып. 26(80), 1950, рис. 15-18), шкалой интенсивностей инфильтрации типа М.Ф.Срибного и параметром  $\gamma_1 = 0,05 - 0,06$ , или просто тремя значениями  $H_0 = 10, 15, 20 \text{ мм}$  и формулой (20<sub>1</sub>) для определения слоя стока  $h$ , нетрудно убедиться, что параметр  $C \approx 0,5h$  получается того же порядка, что и по существующим картам и районным таблицам расчетных значений  $C$ .
- 4) Рекомендуемая методика расчета дождевых максимумов хорошо оправдывается на материалах полевых исследований в Заволжье и Крыму, поскольку формула (7<sub>1</sub>) установлена независимым путем на массовом материале по максимальному снеговому стоку.
- 5) Единство формул и методики расчета максимального стока талых и дождевых вод соответствует единству сущности процесса формирования снегового и дождевого паводочного стока.

На основании изложенного выше, разработанные методы расчета максимального дождевого и снегового стока можно рекомендовать для практического использования в любом районе, где могут быть установлены слой весеннего стока или слой дождевых осадков заданной обеспеченности.-

ЧАСТЬ П  
ГРАФО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОРРЕЛЯТИВНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ  
и ИХ ПРИМЕНЕНИЕ  
для РАСЧЕТА ДОЖДЕВЫХ ОСАДКОВ и СТОКА

1. В дискуссии, поднятой на страницах Известий технического Отделения Академии Наук СССР, отмечается слабое развитие в гидрологии генетических методов исследования и подчеркивается чрезмерное увлечение статистическими методами. При этом генетический и статистический методы исследования противопоставляются как методы более и менее перспективные, взаимно исключающие друг друга.

Такое противопоставление противоречит учению диалектического материализма о существовании и взаимосвязи различных форм закономерностей, — в частности, генетической (динамической, или причинной) закономерности, характерной для отдельных конкретных явлений, и статистической (или вероятностной) закономерности, присущей массовым явлениям. Задача науки и, в частности, гидрологии как раз и состоит в отыскании своеобразий этих двух конкретных форм закономерностей, в целях использования их на практике.

В истории науки известна и другая крайность. Так, например, в области физики современные мастисты Эддингтон, Гейзенберг, Иордан, Бор, Дирак предлагают отбросить закон причинности, который, якобы, не имеет места в элементарных процессах и предлагают заменить его статистическими закономерностями.

Неправильное, скептическое отношение к вопросу установления и использования в гидрологии и водохозяйственных расчетах статистических закономерностей проистекает, главным образом, вследствие отсутствия правильных общих представлений о сущности статистических закономерностей, а также недостаточного знакомства некоторых специалистов с аппаратом математической статистики, более общим, чем применяемый в гидрологии в настоящее время.

В целях устранения существующих неправильных взглядов

на роль и пути применения математической статистики в гидрологии, в диссертации дается, следя взглядам акад. А.Н. Колмогорова и его учеников, краткий анализ сущности статистических закономерностей, а также рассматривается и развивается специальный аппарат математической статистики, который позволяет и принципиально требует произвести увязку между причинно-следственными или функциональными закономерностями отдельных конкретных явлений и статистическими или вероятностными закономерностями, проявляющимися в массовых явлениях.

В природе и, в частности, в гидрологии существует много сложных явлений, зависящих от весьма большого числа факторов, или причин, при изучении которых практически и принципиально поддается учету только некоторая часть необходимых условий появления интересующего нас явления. Очевидно, что при осуществлении такого "неполного" комплекса условий ( $s$ ) рассматриваемое явление, или событие ( $A$ ), может как произойти, так и не произойти, в зависимости от ряда других неучтенных обстоятельств.

Явление или событие, которое может как произойти, так и не произойти, при осуществлении одного и того же определенного комплекса условий, называют возможным или случайным.

Комплекс условий  $s$ , определяющий случайное событие  $A$ , отражает не всю совокупность факторов и причин, необходимых и достаточных для обязательного появления события  $A$ . В этом состоит основное отличие случайных событий, изучаемых в теории вероятностей и математической статистике, от достоверных (или невозможных) событий, рассматриваемых при изучении функциональных закономерностей.

Наблюдения и опыт показывают, что объективная закономерная связь между неполным комплексом условий  $s$  и случайным событием  $A$  проявляется статистически путем, при массовых случайных явле-

ниях, т.е. при многократном осуществлении комплекса условий  $s$ , и выражается в том, что частота случайного события  $p' = \frac{m}{n}$  (равная отношению числа случаев  $m$ , когда событие  $A$  произошло, к общему числу испытаний  $n$ ) лишь издерка уклоняется сколько-нибудь значительно от некоторого среднего числа  $p$ , называемого вероятностью события  $A$ .

Количественная оценка объективно существующей связи между некоторым неполным комплексом условий и появлением интересующих нас событий в виде определенных вероятностей, а также установление ряда других своеобразных количественных характеристик вероятной изменчивости и взаимосвязи случайных величин (средних величин, дисперсий, коэффициентов корреляции и т.д.) или, другими словами, установление своеобразных вероятностных закономерностей, проявляющихся в массовых случайных явлениях, составляет предмет и задачи теории вероятностей или математической статистики.

На своеобразный характер проявления закономерностей в массовых явлениях неоднократно указывают основоположники марксизма.

По образному выражению акад. Т.Д.Лысенко, "наука - враг случайности" и это верно, поскольку задачей науки является установление и практическое использование закономерностей природы и общества, проявляющихся с определенной необходимостью как для отдельных достоверных явлений (в виде причинно-следственных или функциональных связей), так и через бесконечное множество случайностей в массовых явлениях (в виде своеобразных вероятностных закономерностей).

Необходимо иметь в виду, что вероятностные закономерности определяются исходя из "неполного" комплекса условий, что они сами по себе не вскрывают механизма и сущности отдельных случайных явлений, но зато они отражают общий характер поведения всей рассматриваемой сово-

купности массовых однородных явлений в виде частоты их появления, коррелятивных связей и других осредненных характеристик, необходимых для решения ряда важных теоретических и практических задач в различных областях науки и техники.

Несмотря на общие объективные основания для применения математической статистики к изучению массовых случайных явлений и существенные практические успехи, достигнутые в гидрологии благодаря использованию кривых распределения вероятностей, некоторые гидрологи выражают принципиальное сомнение в правомерности и целесообразности применения кривых распределения вероятностей для количественной оценки повторяемости и изменчивости гидрологических явлений. В чем же заключается главная причина создавшегося у некоторых гидрологов неправильного, скептического отношения к вопросу применения математической статистики в гидрологии?

Известно, что в гидрологии до сих пор используют из математической статистики почти исключительно только безусловные кривые распределения вероятностей и в результате оценивают только вероятную изменчивость какой либо отдельно взятой случайной величины, без учета ее взаимосвязи с другими известными факторами. Такое, узко ограниченное использование математической статистики в гидрологии, в отрыве от исследований причинно-следственных или функциональных связей, и создает у некоторых гидрологов неправильное представление о роли математической статистики в исследовании массовых гидрологических явлений.

Из аппарата математической статистики, позволяющего и требующего производить увязку между причинно-следственными или функциональными закономерностями отдельных явлений и статистическими, или вероятностными, закономерностями массовых явлений, необходимо указать в первую очередь условные кривые распределения, поверхности распределения (или, иначе говоря, корреляцию) нескольких случай-

ных величин и определение обеспеченности функций от случайных величин.

Первые шаги в использовании указанного выше аппарата математической статистики в области водохозяйственных расчетов (преимущественно для независимых случайных величин) принадлежат советским гидрологам-гидротехникам (С.Н.Крицкий и М.Ф.Менкель, А.Д.Саваренский, Г.Н.Бровкович, М.В.Потапов и др.).

Большое значение для дальнейшей разработки методов изучения массовых гидрологических явлений представляют общие принципиальные взгляды члена-корреспондента АН СССР М.А.Великанова на роль и пути применения математической статистики в гидрологии, которые коротко можно сформулировать так:

Изучение и количественная (вероятностная) оценка массовых многофакторных гидрологических явлений как по содержанию, так и по методике состоит из трех основных задач или этапов исследования:

1) определения функциональной связи между компонентами, или факторами, отдельного элементарного явления  $x, y, z, \dots$  и интересующей нас величиной  $w = F(x, y, z, \dots)$ ;

2) выявления статистической, или коррелятивной связи между компонентами совокупности рассматриваемых явлений в виде поверхности (или, иначе говоря, многомерной функции) распределения обеспеченности сочетаний компонент  $P = P(x, y, z, \dots)$ , либо в виде ряда условных кривых обеспеченности каждой из компонент;

3) определения обеспеченности  $P(w) =$  вероятн. ( $w' \geq w$ ) интересующей нас функции  $w = F(x, y, z, \dots)$  путем интегрирования вероятностей всевозможных сочетаний компонент ( $x', y', z', \dots$ ), удовлетворяющих условию  $F(x', y', z', \dots) \geq w$ .

Прогрессивная роль приведенной выше схемы состоит

в том, что она указывает в последовательном порядке необходимость выявления и увязки причинно-следственных и вероятностных закономерностей при изучении массовых явлений.

Известно, что определение причинно-следственных и, в частности, функциональных связей  $w = F(x, y, z, \dots)$ , представляет основную задачу физико-географических наук при исследовании явлений природы, и методика решения этой задачи в зависимости от характера рассматриваемых явлений разрабатывается соответствующими физико-географическими науками.

По вопросу определения многомерных функций распределения (двух и более) случайных величин до сих пор в математической статистике обстоятельно разработана методика только для случая так называемой нормальной корреляции. Между тем, в природе и, в частности, в гидрологических явлениях большинство случайных величин характеризуется другими, более сложными коррелятивными зависимостями и функциями распределения. Таким образом, для изучения и количественной (вероятностной) характеристики массовых многофакторных явлений необходимо разрабатывать методику определения коррелятивных зависимостей, или многомерных функций распределения.

Учитывая вышеизложенное, мы поставили перед собой задачу разработать новые, достаточно общие графоаналитические методы определения коррелятивных зависимостей, а также обеспеченности функций от случайных величин, и показать их применение на примерах вероятностного расчета дождевых осадков, максимального и сезонного стока. Результаты этих исследований автора, представленные в трех опубликованных работах, и составляют основное содержание второй части диссертации.

2. В первой работе - "Методика применения кривых и поверхностей распределения вероятностей при анализе многофакторных явлений" - рассматриваются общие принципы изучения и количественной вероятностной оценки массовых много-

факторных явлений и дается простейший графо-аналитический аппарат для решения этих задач в случае двух статистических переменных, или факторов  $x$  и  $y$ .

В качестве типового уравнения поверхности распределения обеспеченности  $p(x, y)$ , содержащего только один параметр статистической связи  $s$  между признаками распределения  $x$  и  $y$ , может служить следующее уравнение:

$$[-\lg p(x, y)]^s = [-\lg p(x)]^s + [-\lg p(y)]^s \quad (1 \leq s \leq \infty), \dots (1)$$

где  $p(x)$  и  $p(y)$  - кривые обеспеченности  $x$  и  $y$ . Для независимых признаков:  $s = 1$ ,  $p(x, y) = p(x)p(y)$ .

При наличии между  $x$  и  $y$  возрастающей функциональной связи  $y = f(x)$ :  $s = \infty$ ,  $p(y) = p(x)$ . Значение параметра связи  $s$  определяется простым графическим путем по эмпирическим обеспеченностям  $p(x)$ ,  $p(y)$ ,  $p(x, y)$ .

Условная кривая обеспеченности  $p_x(y)$  признака  $y$  при заданном значении  $x = \text{const}$  выражается уравнением:

$$p_x(y) = \frac{p(x, y)}{p(x)} \left[ \frac{\lg p(x, y)}{\lg p(x)} \right]^{1-s} \dots (2)$$

Эта формула, в частности, позволяет производить прогноз одной величины ( $y$ ) по известной другой величине ( $x$ ) с оценкой вероятности всех возможных значений прогнозируемой величины  $y$ .

На плоскости вспомогательных прямоугольных координат  $\xi = p(x)$ ,  $\eta = p_x(y)$  плотность (или частота) распределения сочетаний  $(x, y)$  равномерная и равна единице. Поэтому, обеспеченность  $p(w_k)$  любого значения функции  $F(x, y) = w_k = \text{const}$  выражается интегралом:

$$p(w_k) = \int p_x(y) dp(x) \quad \dots (3)$$

$[F(x, y) = w_k]$

и может быть определена графически как площадь, ограниченная изолинией  $F(x, y) = W_k = \text{const}$ , построенной на плоскости координат  $\rho(x)$ ,  $\rho(y)$ .

3. На основе разработанного графо-аналитического аппарата, во второй опубликованной работе дается расчет дождевых осадков на Европейской территории СССР и рассматривается методика определения максимальных расходов воды и объемов стока дождевых паводков по осадкам заданной повторяемости.

Принимая суммарный слой осадков  $H$  и максимальную интенсивность  $I$  за основные параметры, или статистические признаки, отдельного дождя, можно выразить интенсивность дождя  $i_\tau$  и слой осадков  $H_\tau$  за интенсивную текущую продолжительность дождя  $\tau$  интерполяционными формулами:

$$i_\tau = I e^{-\frac{I}{H}\tau}, \quad H_\tau = \int_0^\tau i d\tau = H(1 - e^{-\frac{I}{H}\tau}) \quad \dots (4)$$

Эти формулы, в отличие от других существующих формул, удовлетворяют условиям экстраполяции и при разном соотношении между параметрами дождя  $H$ ,  $I$  дают различную скорость убывания интенсивности  $i_\tau$  и возрастания слоя осадков  $H_\tau$  с увеличением интервала времени  $\tau$ .

Для любого пункта равнинной Европейской территории СССР вероятная изменчивость слоя осадков  $H$  и максимальной интенсивности дождя  $I$  достаточно хорошо характеризуется порознь кривыми обеспеченности:

$$\rho(H) = \frac{1}{\bar{m}N_H} = 10^{-\left(\frac{H}{\alpha}\right)^{0,55}} \quad \text{или} \quad H = \alpha(-\lg \rho)^{1,82} = \alpha(\lg \bar{m} + \lg N_H)^{1,82} \quad \dots (5)$$

$$\rho(I) = \frac{1}{\bar{m}N_I} = 10^{-\left(\frac{I}{\beta}\right)^{0,45}} \quad \text{или} \quad I = \beta(-\lg \rho)^{2,22} = \beta(\lg \bar{m} + \lg N_I)^{2,22} \quad \dots (6)$$

а в сочетании ( $H, J$ ) - поверхностью распределения обеспеченности:

$$\rho(H, J) = \frac{1}{\bar{m} N_{HJ}} = 10^{-\left[\left(\frac{H}{\alpha}\right)^{1,65} + \left(\frac{J}{\beta}\right)^{1,35}\right]^{\frac{1}{3}}} \quad \dots (7)$$

где  $N_H, N_J, N_{HJ}$  - число лет, в течение которых повторяется в среднем 1 раз дождь со слоем более  $H$  мм, максимальной интенсивностью более  $J$  мм/мин, или сочетанием ( $H, J$ );  $\bar{m}, \alpha, \beta$  - статистические параметры дождей, определяемые для каждого данного пункта по картограммам либо по таблицам, составленным на основании наблюдений за дождевыми осадками.

По формулам (5), (6), (7) составлены вспомогательные расчетные таблицы и номограмма.

Продолжительность эффективной части дождя  $t_c$ , в течение которой интенсивность дождя  $i_t$  превышает расчетную интенсивность инфильтрации  $K$  мм/мин, можно определить по формуле (1) из условия:

$$i_{t_c} = J e^{-\frac{J}{K} t_c} = K,$$

откуда

$$t_c = 2,3 \frac{H}{J} \lg \frac{J}{K} \quad \dots (8)$$

При этом стокообразующий слой осадков  $h$  - за эффективную продолжительность дождя  $t_c$ , характеризующий объем паводочного дождевого стока (в миллиметрах слоя) выражается формулой:

$$h = H_{t_c} - K t_c = H \left(1 - e^{-\frac{J}{K} t_c}\right) - K t_c = H \left(1 - \frac{K}{J}\right) - 2,3 K \frac{H}{J} \lg \frac{J}{K} \quad \dots (9)$$

Наиболее интенсивную часть слоя водоотдачи  $h_\tau < h$  за время дебегания воды  $\tau$  можно определять, вообще говоря, по двум формулам:

$$h_\tau = H_\tau - K \tau = H \left(1 - e^{-\frac{J}{K} \tau}\right) - K \tau \quad \dots (10_1)$$

либо

$$h_t = \varphi H_t = \varphi H \left(1 - e^{-\frac{1}{H} t}\right) \dots (10_2)$$

При данной расчетной величине интенсивности инфильтрации  $K = \text{const}$  каждая из величин  $H_t, t_e, h, h_t$  представляет функцию от сочетания случайных величин  $H$  и  $t$ , характеризуемых функцией распределения (7). Применя указанный выше графический способ (композиционный), согласно выражения (3) составлены расчетные таблицы для определения величин  $H_t, t_e, h, h_t$  любой заданной обеспеченности  $P = \frac{1}{mN}$  среди совокупности всех возможных значений, где:  $\bar{m}$  - среднее число дождей в году и  $N$  - число лет в течение которых данная величина может быть превышена в среднем 1 раз.

4. В третьей опубликованной работе - "Метод определения коррелятивных зависимостей и его применение для вероятностного прогноза и расчета сезонного стока" - разработан графо-аналитический метод определения обобщенных видов твердой и изогенной корреляции, позволяющий отражать основные физические и стохастические особенности рассматриваемых явлений.

Большинство гидрологических величин (сток, осадки, испарение и т.д.) изменяются как в течение года, так и от года к году и, как правило, представляют собой случайные коррелятивно зависимые величины. Поэтому обычный способ оценки вероятной изменчивости гидрологических величин с помощью безусловных кривых обеспеченности в ряде случаев, например, для сезонных величин стока, дает слишком грубую, не полную оценку вероятной изменчивости изучаемой гидрологической величины, без учета ее коррелятивной зависимости от предшествующих условий и других известных нам факторов.

Наиболее полно вероятная изменчивость коррелятивно зависимых величин характеризуется поверхностью распределения

ления обеспеченности либо рядом условных кривых обеспеченности.

В отличие от безусловной кривой обеспеченности, характеризующей только вероятную изменчивость рассматриваемой случайной величины (при всех возможных прочих условиях), условная кривая обеспеченности характеризует одновременно как вероятную изменчивость, так и зависимость изучаемой случайной величины от других рассматриваемых факторов или случайных величин.

До сих пор в математической статистике обстоятельно разработан только метод определения нормальной корреляции, характерным свойством которой является независимость отклонений точек относительно прямых регрессии от соответствующих аргументов регрессии. Обобщая нормальную корреляцию и развивая исследования акад. С.Н.Бернштейна, О.В.Сарманов установил общий вид функций распределения при наличии так называемых твердой, упругой и изогенной видов корреляции.

При твердой (и, в частности, нормальной) корреляции отклонения точек от кривых (в частности, прямых) регрессии не зависят от соответствующих аргументов регрессии.

При упругой корреляции переменные в среднем не зависят друг от друга (т.е. линии регрессии параллельны осям координат), а отклонения точек от линий регрессии, будучи помноженными на некоторые функции деформации, становятся также независимыми от соответствующих аргументов регрессии.

При наличии изогенной (в частности, твердой либо упругой) корреляции отклонения точек от кривых (в частности, прямых) регрессии, будучи помноженными на функции деформации (в частности, на постоянные величины), становятся независимыми от соответствующих аргументов регрессии.

Основной идеей в определении всех указанных выше видов корреляции является идея выявления и

исключений зависимости между исходными величинами путем введения новых переменных: отклонений от линий регрессии или их трансформаций. Плодотворность этой идеи заключается в том, что плотность вероятности сочетаний исходных зависимых переменных выражается непосредственно произведением плотностей вероятности порознь взятых новых статистически независимых переменных. При этом безусловная кривая обеспеченности всех отклонений или их трансформаций характеризует одновременно условную кривую обеспеченности исходной интересующей нас величины при данном значении другой, заранее известной нам исходной величины.

Существенным принципиальным недостатком упомянутых выше видов корреляции, сильно сужающим и затрудняющим их практическую применимость, является то обстоятельство, что в основу определения корреляции кладется слишком жесткое и, по существу, искусственное требование: независимость от аргументов регрессии отклонений точек от обеих линий регрессии. Поэтому рассматриваемые виды корреляции обладают одинаковым свойством твердости, упругости или изогенности относительно обеих переменных. Такие виды корреляции наблюдаются в природе сравнительно редко, поскольку обычно одна из коррелятивно зависимых величин характеризует преимущественно причину, а другая - следствие и их условные распределения могут иметь различный характер.

Учитывая вышесказанное, в работе рассматривается и иллюстрируется на примерах расчета вероятной изменчивости сезонного стока метод определения более общих видов твердой и изогенной корреляции относительно одной из переменных, не накладывая условий твердости или изогенности корреляции одновременно на обе переменные. Этот метод несколько в ином, более формальном и примитивном виде впервые рассмотрен П.М. Машковым.

В работе дается общий итерационный

способ преобразования исходных статистических переменных к новым переменным, в среднем независимым между собой, при этом: 1) линии регрессии для новых переменных совпадают с осями (новых) координат и 2) определитель преобразования на любом этапе итерации равен единице, благодаря чему плотность распределения вероятностей сочетания новых переменных всегда равна плотности распределения сочетаний исходных переменных.

Итерационный процесс преобразования переменных состоит из ряда так называемых примитивных преобразований, последовательно осуществляемых путем определения и исключения зависимости в среднем между отклонениями переменных от линий регрессии и соответствующими аргументами регрессии.

Характер связи между исходными зависимыми и новыми независимыми случайными величинами помогает вскрывать физические и стохастические особенности рассматриваемого явления, и, обратно, исходя из физической и стохастической сущности явления, можно судить о характере связи между исходными и новыми переменными, т.е. о характере коррелятивной зависимости между интересующими нас исходными случайными величинами.

В работе рассматриваются способы определения условных кривых обеспеченности, а также композиционный метод определения кривых обеспеченности любой функции от исходных переменных, связанных твердой или изогенной коррелятивной зависимостью относительно  $n$ -ых отклонений. Эти способы принимают особенно простую форму при наличии твердой или изогенной корреляции относительно первых отклонений.

Приведенные в работе примеры расчета вероятной изменчивости сезонных величин стока с учетом их коррелятивной зависимости от предшествующих условий показывают наиболее простые практические пути вероятностного прогноза сезонного стока, которые могут найти широкое применение

для расчета и рационального планирования орошения, водно-энергетических и других водохозяйственных проблем, связанных с регулированием и использованием сезонного стока.

Рассматриваемый в работе пример композиционного метода построения кривой обеспеченности весеннего стока (для реки Десны у г. Чернигова) показывает, что, не прибегая к экстраполяции кривых обеспеченности исходных факторов (снегозапасов и коэффициента стока), можно достаточно надежно определять весенний сток повторяемостью 1 раз в 500-1000 лет при наличии наблюдений за 30-50 лет. Это важное принципиальное и практическое значение композиционного метода неоднократно отмечалось М. А. Великановым. Однако до сих пор практически композиционный метод определения кривых обеспеченности не используется в должной мере, вследствие неразработанности метода и аппарата определения функций распределения коррелятивно зависимых величин. Восполнению этого пробела и служат разработанные автором новые, достаточно общие графо-аналитические методы определения коррелятивных зависимостей и обеспеченности функций от случайных величин.

Разработанные новые теоретические схемы и практические методы расчета, изложенные в диссертации, представляют итог работ, проведенных автором в Государственном Гидрологическом Институте в последние годы в связи с предпринятыми Институтом экспериментальными и теоретическими исследованиями процессов формирования стока.

Т. Алиев -