

6  
А66  
Министерство высшего и среднего специального образования

РСФСР

Тульский политехнический институт

---

В.Ф. ТОКМАКОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ  
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ МЕТОДОМ  
ОБЪЕМНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Специальность 05.254 - Автоматическое управление  
и регулирование

Диссертация написана на русском языке

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Тула - 1972

Министерство высшего и среднего специального образования  
РСФСР

Тульский политехнический институт

---

В.Ф. ТОКМАКОВА

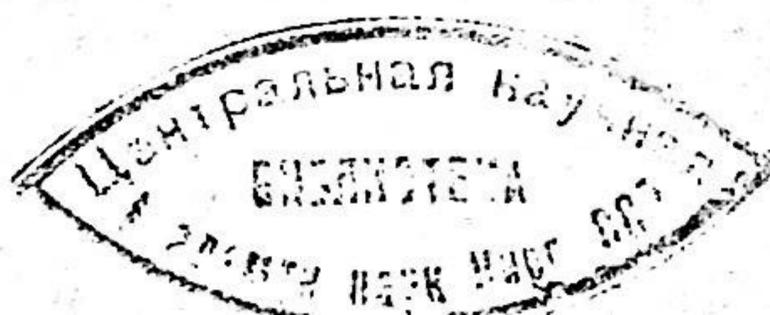
ИССЛЕДОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ  
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ МЕТОДОМ ОБЪЕМНОГО  
ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Специальность 05.254 - Автоматическое управление  
и регулирование

Диссертация написана на русском языке

А в т о р е ф е р а т -  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Тула - 1972



Одним из путей решения намеченной XXIV съездом КПСС задачи интенсификации производства является широкое применение для управления технологическими процессами оптимальных систем.

На практике в большинстве технических приложений приходится иметь дело с системами, имеющими распределенные в пространстве параметры.

К настоящему времени разработан ряд приближенных методов оптимизации объектов с распределенными параметрами, а также получили свое развитие принцип максимума Л.С. Понтрягина и динамическое программирование Р. Беллмана в применении к таким объектам.

Целью настоящей работы является дальнейшее развитие методов оптимизации систем с распределенными параметрами.

В работе формулируются основные положения метода оптимизации объектов с распределенными параметрами, именуемого в дальнейшем методом объемного динамического программирования, и алгоритмы расчета на ЦВМ оптимальных по быстродействию программ управления. Приводятся примеры использования метода для оптимизации объектов металлургической и химической промышленности. Объектами оптимизации выбраны широкораспространенные в промышленности процессы нагрева массивных тел и регенерации катализаторов.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, основных результатов и приложений.

Первая глава посвящена анализу работ по теории и практике оптимизации систем с распределенными параметрами. На основе проведенного обзора литературы ставится задача исследований.

Фундаментальные исследования по теории оптимального управления системами с распределенными параметрами выполнены А.Г. Бутковским.

Развитию и обобщению теории оптимальных систем на случай систем с распределенными параметрами посвящены работы других авторов.

Методы оптимизации систем с распределенными параметрами можно подразделить на две группы. Первую группу составляют точные методы оптимизации — принцип максимума и динамическое программирование. Ко второй группе можно отнести различные приближенные методы.

Среди методов приближенного решения задач оптимизации систем с распределенными параметрами известны: метод  $L_1$ -проблемы моментов, метод гармоник и метод прямых, метод последовательных приближений на основе градиентной процедуры и итеративный способ нахождения последовательных приближений. Наилучшим с точки зрения расчетного алгоритма признан метод  $L_1$ -проблемы моментов.

В работах, посвященных разработке точных методов, доказана возможность распространения принципа максимума на объекты с распределенными параметрами и сформулированы основные положения расширенного принципа максимума для линейных и импульсных систем управления. Главным недостатком принципа максимума как метода оптимизации является локальность определяемых экстремумов.

Метод динамического программирования позволяет определять глобальную стратегию управления. В исследованиях ряда работ показана возможность применения метода динамического программирования для оптимизации систем с распределенными параметрами. Однако использование уравнения Беллмана для отыскания оптимальных управлений имеет ряд неудобств, среди которых самым главным является предположение о непрерывной дифференцируемости функций. Последнее условие даже в простейших линейных задачах, как правило, не выполняется, и применение изложенного метода становится необоснованным. Кроме этого, уравнение Беллмана в частных производных даже в простейших случаях объектов с сосредоточенными параметрами приводит к необходимости решения нелинейного дифференциального уравнения в частных производных.

Задача нахождения аналитического решения нелинейного уравнения с частными производными крайне сложна и может быть решена только в отдельных благоприятных случаях.

В связи с быстрым развитием и широким применением электронной вычислительной техники появилась реальная возможность формулировать задачу оптимального управления в терминах дискретного динамического программирования, идеально приспособленного к решению на ЦВМ и обладающего рядом существенных преимуществ по

сравнению с непрерывным динамическим программированием. Несмотря на достоинства и разработанность основ метода дискретного динамического программирования для систем с конечным числом степеней свободы, он не получил должного развития и в литературе не описаны конкретные примеры его применения к объектам с распределенными параметрами. Это положение можно объяснить тем, что при определении состояния системы с помощью функции распределения возникают трудности, которые не позволяют использовать для решения подобных задач функциональные уравнения, выведенные для объектов с сосредоточенными параметрами.

Распространение дискретного динамического программирования на решение задач оптимизации систем с бесконечным числом степеней свободы является одной из актуальных проблем современной теории и практики оптимального управления объектами с распределенными параметрами.

Диссертационная работа посвящена применению дискретного динамического программирования к оптимизации объектов указанного класса. В качестве задачи оптимизации рассматривается задача выбора оптимальной по быстрдействию траектории движения при ограничениях, наложенных на управляющие и фазовые координаты.

Во второй главе формулируется метод объемного динамического программирования для отыскания оптимальных по быстрдействию управлений системами, содержащими объекты с распределенными параметрами. Даются алгоритмы выбора оптимальных траекторий с использованием цифровой вычислительной техники. Анализируется сходимость и точность решения задач по разработанным алгоритмам.

Класс рассматриваемых объектов описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных вида

$$f_L(x; \tau, \bar{Q}_n; \frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial \tau}; \frac{\partial Q_n}{\partial x}; \bar{U}_n; \bar{V}_n; \bar{W}_\tau) = 0, \quad (I)$$

где  $f_k$  - линейная или нелинейная функция переменных, которая может быть вычислена или состоять из расчетов по многим формулам и представлять собой подпрограмму для вычислительной машины ( $k = 1, 2, \dots, p$ );

$\chi$  - точка, принадлежащая некоторой области  $D$  -евклидова  $m$ -мерного пространства;

$\tau$  - текущее время;

$\bar{Q}_n(\chi, \tau)$  - вектор-функция аргументов  $\chi, \tau$ , характеризующая состояние управляемого объекта ( $n = 1, 2, \dots, \sigma$ );

$\frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial \chi}$  и  $\frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial \tau}$  - совокупность частных производных функций  $\bar{Q}_n(\chi, \tau)$  по аргументам ( $\chi_1 \dots \chi_m$ ) и  $\tau$  соответственно;

$\bar{U}_\eta(\tau), \bar{V}_\mu(\chi), \bar{W}_\nu(\chi, \tau)$  - вектор-функции, характеризующие управляющее воздействие или их совокупность ( $\eta = 1, 2, \dots, z$ ;  $\mu = 1, 2, \dots, k$ ;  $\nu = 1, 2, \dots, s$ ).

На функции состояния и управляющие воздействия наложены ограничения

$$\bar{z}(\chi, \tau) = [\bar{U}(\tau); \bar{V}(\chi); \bar{W}(\chi, \tau)] \in \Gamma; \quad (2)$$

$$|\bar{Q}_n(\chi, \tau)| \leq C_n, \quad n = 1, 2, \dots, \sigma, \quad (3)$$

где  $\Gamma$  - некоторая замкнутая область ( $z + k + s$ )-мерного евклидова пространства.

Заданы начальные и граничные условия

$$\bar{Q}_n(\chi, 0) = \bar{Q}_{n0}, \quad \bar{Q}_n(\chi, \tau_m) = \bar{Q}_{nm} \quad (4)$$

для всех  $\chi$  на отрезке  $0 - \chi_m$ ,  
 где  $N$  - число отрезков квантования по пространственной координате;

$M$  - число отрезков квантования по временной координате.

Необходимо найти такую вектор-функцию  $\bar{z}(\chi, \tau)$ , чтобы при выполнении всех наложенных на систему дополнительных ограничений (2) и (3), а также начальных и граничных условий (4) заданный функционал

$$J = \int_0^{\tau_m} d\tau \rightarrow \min. \quad (5)$$

В отличие от метода дискретного динамического программирования, применяемого к решению задач оптимального управления объектами с сосредоточенными параметрами и состоящего в определении оптимальных траекторий на сетке в плоскости параметров, метод объемного динамического программирования предполагает построение таких траекторий для каждого шага квантования пространственной координаты (рис. I).

Алгоритм расчета программ оптимального управления объектами с распределенными параметрами включает в себя предварительную конечно-разностную аппроксимацию исходных уравнений (I) по пространственной и временной координате:

$$f_k[\Delta\chi; \Delta\tau; \bar{Q}_{ni,j}; \frac{\bar{Q}_{ni,j+1} - \bar{Q}_{ni,j}}{\Delta\tau}; \frac{\bar{Q}_{ni,j} - \bar{Q}_{ni,j-1}}{\Delta\chi}; \bar{U}_j; \bar{V}_i, \bar{W}_{i,j}] = 0. \quad (6)$$

Это позволяет в дальнейшем, используя принцип оптимальности метода динамического программирования, выбрать оптимальные траектории движения на каждом шаге квантования  $\Delta\chi$  (рис. I) при соблюдении наложенных ограничений, а по ним определить программу изменения управляющих воздействий  $U(\tau), V(\chi), W(\tau, \chi)$ .

Расчет оптимальной траектории необходимо начинать с построения сетки  $S_N$ , для которой заданы координаты конечной точки из граничных условий (4). Параметры каждой последующей сетки  $S_i (Q_2 \dots Q_n)$  определяются по уравнению



$$\Psi[\Delta x; Q_{i,j}; \Delta Q_j; \frac{Q_{i,j} - Q_{i-1,j}}{\Delta x}; U_j; V_i; W_{i,j}] \leq K \Phi[\Delta x],$$

где величина  $K$  и характер функции  $\Phi$  определяются видом дифференциального уравнения (1), при этом погрешность метода не превышает 3%.

Применению метода объемного динамического программирования для расчета программы оптимального управления линейными и нелинейными объектами с распределенными параметрами посвящена третья и четвертая глава диссертации.

Третья глава оодержит алгоритмы и результаты расчета на ЦВМ программы оптимального нагрева металлической плиты, описываемой уравнением

$$\frac{\partial Q(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 Q(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (8)$$

с начальными и граничными условиями

$$Q(x, 0) = Q_{\text{ноз}};$$

$$Q(s, \tau) = Q(-s, \tau) = U(\tau)$$

и ограничениями

$$U_{\text{min}} \leq U(\tau) \leq U_{\text{max}};$$

$$Q(x, \tau) - \bar{Q} \leq \xi,$$

где  $Q(x, \tau)$  - температура в точках плиты в различные моменты времени;

$a$  - коэффициент температуропроводности металла;

$Q_{\text{ноз}}$  - температура в точках плиты в начальный момент времени;

$U(\tau)$  - температура нагревающего элемента;

$\bar{Q}$  - требуемое конечное распределение температуры;

$\xi$  - максимальное значение отклонения температуры от заданного для всех точек, находящихся на расстоянии  $x_{\text{гр}}$ .

Следуя методике расчета оптимальной стратегии, уравнение (8) представляется в конечных разностях

$$\frac{Q_{i+1,j+1} - Q_{i+1,j}}{\Delta \tau} = \frac{Q_{i+2,j} - 2Q_{i+1,j} + Q_{i,j}}{\Delta x^2},$$

из которого выводится уравнение фазовой траектории для расчета

программы изменения температуры нагревающего элемента

$$Q_{i-1,j} = 2Q_{i,j} - Q_{i+1,j} + \frac{(Q_{i,j+1} - Q_{i,j})(Q_{i+2,j} - 2Q_{i+1,j} + Q_{i,j})}{Q_{i+1,j+1} - Q_{i+1,j}}$$

и расчета промежутков времени

$$\Delta \tau = \frac{Q_{N,j+1} - Q_{N,j}}{Q_{N+1,j} - 2Q_{N,j} + Q_{N-1,j}},$$

где

$$y = \frac{a\tau}{s^2}$$

- безразмерное время;

$$l = \frac{x}{s}$$

- безразмерная толщина;

$i$  - индексо, соответствующий пространственному квантованию ( $N-1, \dots, 2$ );

$j$  - индексо, соответствующий временному квантованию ( $1, 2, \dots, M$ ).

В отличие от использованного ранее для решения подобных задач метода  $L_1$ -проблемы моментов, метод объемного динамического программирования позволяет:

а) решать задачу с учетом любых ограничений на фазовые координаты объекта и получать при этом достаточно простые вычислительные алгоритмы;

б) варьировать любым числом уровней управляющего сигнала;

в) удовлетворять в результате расчета любому требуемому промежуточному и конечному распределению, что для практических целей часто имеет определяющее значение.

Методом объемного динамического программирования была получена программа оптимального нагрева плиты, удовлетворяющая ограничениям, наложенным на распределение температуры по сечению плиты, и критерию минимума времени.

Полученные результаты исследований показали возможность и эффективность применения предлагаемого метода для решения линейных задач оптимизации объектов с распределенными параметрами.

Четвертая глава содержит результаты исследований по оптимизации нелинейных систем с распределенными параметрами, проведенных на примере промышленного процесса регенерации твердого слоя катализатора кислородом воздуха в реакторе идеального вытеснения.

Задача определения оптимального по быстрдействию управления процессом регенерации катализатора следует из необходимости повышения производительности агрегата, которая определяется выражением

$$\bar{P} = \frac{\int_0^{\tau_k^*} P(\tau) d\tau}{\tau_k^* + \tau_p}, \quad (9)$$

где  $\bar{P}$  - средний выход продукта за цикл синтеза;  
 $P(\tau)$  - текущее значение выхода продукта;  
 $\tau_k$  - время контактирования;  
 $\tau_p$  - время регенерации.

Проведенные в работе исследования по оптимизации цикличности процесса синтеза показали, что из-за произвольного выбора момента окончания циклов контактирования и их числа наблюдается снижение среднего выхода каждой установки (на 2 - 3%). Предложен алгоритм оптимизации цикличности методом сравнения средней величины, вычисляемой по формуле (9), и текущего значения выхода.

Кроме оптимизации цикличности процесса для поддержания максимальной производительности каталитической установки получения целевого продукта, необходимо сокращение времени регенерации катализатора.

В работе предложен критерий оптимального управления процессом регенерации катализатора  $J$ , обеспечивающий полное выжигание осмолос  $q$  за минимальное время  $\tau_p$  при ограничениях температуры катализатора  $\theta$  и скорости ее изменения  $\dot{\theta}$ :

$$J = \left\{ \begin{array}{l} W(\tau) \rightarrow \max \\ \text{при } \tau = 0 - \tau_p; \theta(\tau) \leq \theta_{доп} \\ \theta_H \leq \theta(\tau) \leq \theta_{доп} \\ \int_0^{\tau_p} q(\tau, \ell) d\ell = 0, \end{array} \right\} \quad (10)$$

где  $W(\tau)$  - скорость реакции горения осмолос;  
 $\theta_H$  - температура возгорания осмолос;  
 $\ell$  - длина реактора.

В результате исследований процесса регенерации катализатора на фазовой плоскости и АБМ показана возможность:

1) использования для качественного анализа нелинейных систем с распределенными параметрами фазовых портретов пространственно распределенных координат объекта;

2) оптимизации процесса регенерации по критерию (10) с помощью существующих входных управляющих воздействий;

3) оптимального конструирования вводов в реактор для интенсификации процесса регенерации катализатора.

Для расчета программы оптимального управления процессом регенерации катализатора использовался метод объемного динамического программирования. Математическая модель процесса

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial c}{\partial \tau} + 8,7 V_0 \frac{\partial c}{\partial \ell} = -0,05 W \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + 0,00805 V_0 \frac{\partial \theta}{\partial \ell} + 0,48 \cdot 10^{-4} \theta = 3 W \\ \frac{\partial q}{\partial \tau} = -0,6 \cdot 10^{-3} W \\ W = 1,5 c q e^{-6000/\theta} \end{array} \right\} \quad (11)$$

в соответствии с алгоритмом расчета преобразовывалась к виду

$$\left. \begin{array}{l} \frac{C_{i,j+1} - C_{i,j}}{\Delta \tau} - V_0 \cdot 8,7 \frac{C_{i-1,j} - C_{i,j}}{\Delta \ell} = -0,05 W_{i,j} \\ \frac{q_{i,j+1} - q_{i,j}}{\Delta \tau} = -0,6 \cdot 10^{-3} W_{i,j} \\ W_{i,j} = 1,5 \cdot C_{i,j} \cdot q_{i,j} \cdot e^{-5000/\theta_{i,j} + 450} \\ \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta \tau} + 0,00805 V_0 \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta \ell} + 0,48 \cdot 10^{-4} \theta_{i,j} = 3 W_{i,j} \end{array} \right\} \quad (12)$$

Алгоритм расчета на ЦВМ программы оптимального управления процессом регенерации катализатора представлен на рис.2. Для расчета соответствующих параметров процесса из уравнений (12) выводятся соотношения:



Рассчитанная по указанному алгоритму программа была использована для управления процессом регенерации катализатора на промышленной установке.

В пятой главе приводятся описание системы и алгоритмы программного оптимального управления процессом регенерации катализатора, реализованных с использованием управляющей цифровой машины УМ-1, и результаты промышленных испытаний расчетной программы, проведенных на одном из технологических процессов совместно с Государственным институтом прикладной химии.

Сопоставление результатов ручного и программного оптимального управления показало существенное сокращение времени регенерации (на 26%). Получаемое за счет этого увеличение средней производительности каталитического процесса может быть рассчитано по выражению

$$\Delta \Pi \% = \frac{(n+m)\bar{a} - n\bar{a}}{n\bar{a}} = \frac{m}{n},$$

где  $n$  - число операций синтеза при ручном управлении;  
 $m$  - число дополнительных операций синтеза за счет сокращения длительности регенерации;

$$\bar{a} = \frac{\int_0^{\tau_p} \beta(\tau) d\tau}{\tau_k} \quad - \text{средний выход продукта за операцию синтеза при ручном управлении;}$$

$\beta(\tau)$  - текущее значение выхода продукта,

и составляет 50%.

Полученные результаты промышленных испытаний подтвердили выполнение расчетной программой выбранного критерия управления и показали эффективность использования метода объемного динамического программирования для оптимизации систем с распределенными параметрами.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Предложен метод объемного динамического программирования и разработаны алгоритмы оптимизации систем с распределенными параметрами, приспособленные для решения задач на цифровых вычислительных машинах.

2. Показана возможность применения метода объемного динамического программирования для решения линейных и нелинейных задач оптимизации объектов с распределенными параметрами.

3. Поставлена и решена методом объемного динамического программирования задача оптимального управления процессом регенерации катализатора.

4. Разработан алгоритм программного оптимального управления процессом регенерации катализатора с использованием ЭВМ и проведены его промышленные испытания, показавшие возможность сокращения времени регенерации на 26% и увеличения производительности циклического каталитического процесса на 50% по сравнению с ручным управлением.

5. Предложен критерий оптимального управления процессом регенерации катализатора, обеспечивающей полное выжигание осмодов за минимальное время при соблюдении ограничений на фазовые координаты.

6. Установлены исследованием на АВМ условия оптимального конструирования вводов воздуха в реактор для процесса регенерации катализатора.

7. Получена методом объемного динамического программирования программа оптимального по быстрдействию нагрева металлической плиты, обеспечивающая требуемое конечное распределение и соблюдение ограничений по температуре.

Результаты исследований процесса регенерации катализатора и алгоритмы оптимального управления переданы отраслевому научно-исследовательскому и проектному институту для использования при

проектировании каталитических процессов.

По теме диссертации сделаны доклады:

на IV Всесоюзной межвузовской конференции по теории и методам расчета нелинейных электрических цепей и систем, г.Ташкент, 1971 год;

на I Поволжской (республиканской) конференции по автоматическому управлению, г. Куйбышев, 1971 год;

на семинаре по оптимизации автоматических систем и технических процессов, г.Киев, 1971 год;

на V, VI, VII, VIII научно-технических конференциях Тульского политехнического института, г.Тула, 1969 - 1972 годы.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Токмакова В.Ф., Струнге Г.А., Малов Д.И. Задача оптимального управления объектом с распределенными параметрами. - "Известия высших учебных заведений. Электромеханика", 1972, № 3.

2. Токмакова В.Ф., Малов Д.И. Метод объемного динамического программирования для оптимизации систем с распределенными параметрами. Тезисы IV Всесоюзной межвузовской конференции по теории и методам расчета нелинейных электрических цепей и систем. Ташкент, 1971.

3. Токмакова В.Ф., Федорук В.Н., Волков В.В. Постановка задачи оптимизации регенерации катализатора. - В сб.: Автоматические системы оптимального управления технологическими процессами. Вып. I. Тула, Издательство Тульского политехнического института, 1970.

4. Токмакова В.Ф., Струнге Г.А., Малов Д.И. Критерий оптимального управления и результаты предварительного исследования процесса регенерации катализатора. - В сб.: Автоматические системы оптимального управления технологическими процессами. Вып. 2. Тула, Издательство Тульского политехнического института, 1970.

5. Токмакова В.Ф. Оптимизация цикличности работы контактных аппаратов в процессах с регенерацией катализатора. - В сб.: Автоматические системы оптимального управления технологическими процессами. Вып. 2. Тула, Издательство Тульского политехнического института, 1970.

6. Токмакова В.Ф. Метод расчета программ оптимального управления объектами с распределенными параметрами. - В сб.: Автоматические системы оптимального управления технологическими процессами. Вып. 3. Тула, Издательство Тульского политехнического института, 1972.