

6
1-59

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ им. В. В. КУЙБЫШЕВА

На правах рукописи

А. БЕННЕГАДИ

**Изгиб пластин из нелинейно-упругих
материалов, неодинаково работающих
на растяжение и сжатие**

01.022. Сопротивление материалов и строительная механика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва — 1971

АСЭ
Государственная библиотека им. С. М. Ситникова
- Щербина.

Московский инженерно-строительный институт имени В. В. Куйбышева направляет Вам для ознакомления автореферат диссертации аспиранта Беннегади А.

Диссертация выполнена в МИСИ им. В. В. Куйбышева.

Научный руководитель — кандидат технических наук, доцент Остроменцкий Ю. Ц.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор **Лукаш П. А.**, кандидат технических наук **Рачков В. И.**

Защита диссертации состоится « 6 октября 1971 года на заседании Совета по присуждению ученых степеней кафедр сопротивления материалов и строительной механики: Москва, Шлюзовая наб., дом 8.

О дне защиты будет объявлено в газете «Вечерняя Москва».

Ваш отзыв по автореферату прошу прислать в 2-х экземплярах по адресу: 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., дом 8, Ученый Совет МИСИ им. В. В. Куйбышева.

Автореферат разослан « 6 октября 1971 г. № 3566

Ученый секретарь Совета
кандидат технических наук, доцент

В. П. Синицын

Повсеместное развитие различных областей строительной промышленности обуславливается, как известно, наряду с применением новых конструктивных форм, применением новых прогрессивных материалов.

Физические свойства этих материалов существенно отличаются от ранее применявшихся, что естественно накладывает специфику на теорию расчета. Основными факторами, характеризующими свойства этих материалов, являются:

1. Нелинейная зависимость между напряжением и деформацией.

2. Неодинаковая работа на растяжение и сжатие.

Целью диссертации являлись разработка методики расчета пластин, выполненных из нелинейно-упругих материалов, неодинаково сопротивляющихся сжатию и растяжению и выявление особенности их работы:

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и приложения.

В первой главе дается краткий обзор литературы. Приводится анализ современного состояния теории расчета гибких пластин, как линейно-упругих, так и нелинейно-упругих или с учетом пластических деформаций.

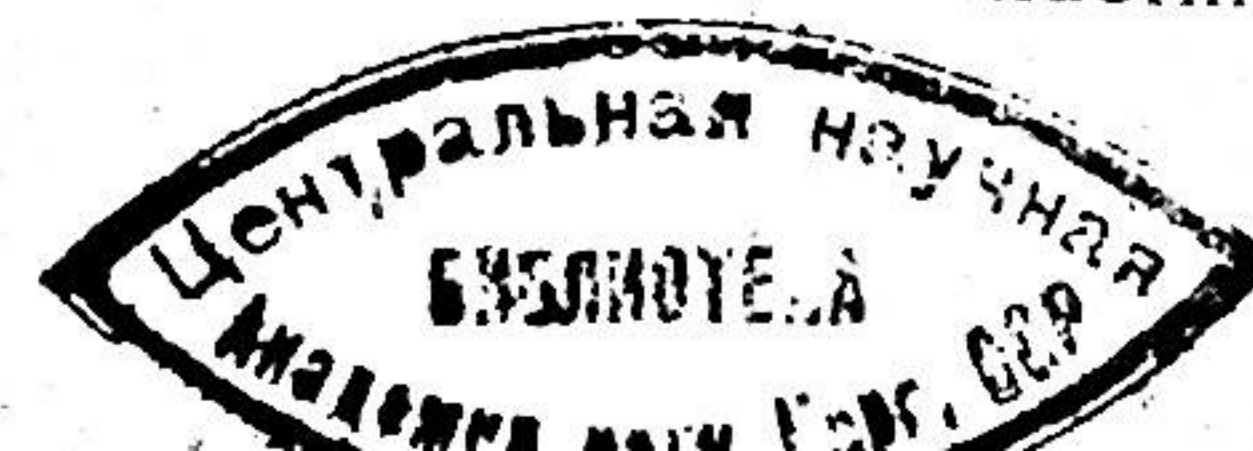
Во второй главе излагается вопрос о различных формах зависимости между напряжением и деформацией. В этой главе приводятся два метода аналитического представления диаграммы материалов, неодинаково работающих на растяжение и сжатие.

В третьей главе приводятся краткие сведения о некоторых приближенных методах решения уравнений теории пластин. Основная часть этой главы посвящена вариационным методам: методу Ритца-Тимошенко, методу Бубнова-Галеркина, методу Треффца и методу Власова-Кантаровича.

Кратко изложены метод коллокаций и метод сеток.

Четвертая глава посвящена исследованию изгиба прямоугольных и круглых пластин малого прогиба, выполненных из нелинейно-упругого материала, неодинаково работающего на растяжение и сжатие. Материал пластин считается несжимаемым; нагружение принимается простое, деформации только активные.

Решение производится вариационным методом Ритца. Рассматривается выражение полной энергии пластинки, состоящей из энергии деформации, принятой согласно теории малых упруго-пластических деформаций А. А. Ильюшина и из потенциальной энергии нагрузки, распределенной по пластине.



Зависимость между интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций принята в виде законов $\sigma_1^{(+)} = Ae_1^m$ и $\sigma_1^{(-)} = Be_1^n$.

При изгибе пластинок малого прогиба, выполненных из материалов, неодинаково работающих на растяжение и сжатие, происходит смещение нейтрального слоя. Высоты растянутой и сжатой зон определялись исходя из условия равенства нулю целных усилий в сечениях пластинки.

При рассмотрении примеров, в каждом случае, приближенное выражение прогибов задавалось таким образом, чтобы удовлетворялись кинематические граничные условия. Это выражение представляет собой произведение функций координат и неопределенного коэффициента, являющегося максимальным прогибом в центре пластинки.

Интегрирование выражений энергии деформации производилось приближенным способом; в случае прямоугольных пластин, применялись кубатурные формулы Ш. Е. Микеладзе, в случае круглых пластин, приближенная формула Чебышева.

В качестве примеров рассмотрен изгиб прямоугольных и круглых пластин, как шарнирно-опертых, так и защемленных по контуру, под действием равномерно-распределенной нагрузки.

Формулы, полученные автором, путем предельного перехода можно привести к известным решениям для упругого и жестко-пластического материала.

Пятая и шестая главы посвящены исследованию изгиба прямоугольных и круглых пластин конечного прогиба, выполненных из нелинейно-упругого материала, неодинаково работающего на растяжение и сжатие.

Деформации предполагались малыми, перемещения конечными. Материал пластин считается несжимаемым; нагружение принималось простое, деформации только активные.

Решение производилось вариационным методом Ритца. Рассматривалось выражение полной энергии пластинки; при этом выражение энергии деформации пластин принималось согласно теории малых упруго-пластических деформаций А. А. Ильюшина.

Зависимость между интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций принята в виде закона $\sigma_1 = Ae_1 - Be_1^2 + Ce_1^3$. Наличие такого закона позволяет произвести интегрирование по всему объему пластин, в замкнутом виде. Второй член полинома учитывает разную работу материала

при растяжении и сжатии. Его отсутствие приводит к решению для материала одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию. При рассмотрении примеров, для сопоставления результатов, получены решения для материала, неодинаково работающего на растяжение и сжатие в двух случаях: когда диаграмма материала аппроксимирована симметричной кривой и когда она аппроксимирована несимметричной кривой.

При исследовании изгиба пластин конечного прогиба, выражения перемещений задавались приближенно, таким образом, чтобы были удовлетворены кинематические граничные условия.

Полученная связь между относительным прогибом и относительными смещениями срединной поверхности пластинки, для квадратных и круглых пластин, представлялась в виде кубического уравнения относительно смещений, с переменными коэффициентами, зависящими от прогиба (для прямоугольных пластин, в виде систем двух кубических уравнений). Решая в каждом конкретном случае это уравнение при различных значениях прогиба и аппроксимируя ветвь, удовлетворяющую начальным условиям, многочленом восьмой степени, зависимость между смещениями и прогибом представлялась в явном виде, удобном для дальнейших расчетов.

Вычисления производились на ЭВМ «Наири» с помощью стандартных программ.

В пятой главе исследовался изгиб квадратной и прямоугольной шарнирно-опертой, а также и квадратной защемленной по контуру пластин, под действием равномерно распределенной нагрузки. Получены зависимости между относительным прогибом в центре пластинки и нагрузкой при симметричной и несимметричной диаграммах.

Шестая глава посвящена исследованию изгиба, круглых шарнирно-опертой и защемленной по контуру пластин, под действием равномерно распределенной нагрузки. Как и в случае прямоугольных и квадратных пластин, получены зависимости между относительным прогибом в центре пластинки и нагрузкой, при симметричной и несимметричной диаграммах.

Основные выводы

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. При малых прогибах, расчет пластины из нелинейно-упругого материала, неодинаково работающего на растяже-

ние и сжатие, можно заменить расчетом такой же пластины, но из материала одинаково работающего на растяжение и сжатие при некоторой приведенной жесткости:

$$D_{\text{пр}} = \frac{2^{m+1} \nu}{\left(1 + \nu^{m+1}\right)^{m+1}} D_0,$$

где $\nu = \frac{B}{A}$ — отношение физических констант материала при сжатии и растяжении;

D_0 — приведенная жесткость пластины из материала одинаково работающего на растяжение и сжатие, равная:

$$D_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{m+1} \frac{Ah^{m+2}}{(m+1)(m+2)},$$

здесь h — толщина пластинки.

2. Учет разномодульности материала позволяет повысить несущую способность конструкции. Величина этого повышения характеризуется коэффициентом:

$$k = \frac{2^{m+1} \nu}{\left(1 + \nu^{m+1}\right)^{m+1}} > 1,$$

увеличение которого зависит как от разностойкости (ν), так и от нелинейности материала (m).

3. Учет неодинаковой работы материала на растяжение и сжатие для гибких пластин, как следует из примеров рассмотренных автором, так же увеличивает несущую способность конструкции; при этом, предельная нагрузка при несимметричной диаграмме получается больше предельной, полученной при симметричной диаграмме.

4. Влияние тонкостенности пластинки и (влияние геометрической нелинейности) изменяет ее работу под нагрузкой. Наличие разностойкости материала качественно меняет картину деформированной пластины.

5. Учет неодинаковой работы материала приводит к выявлению значительных резервов прочности (до 30%) и его необходимо учитывать особенно для ответственных сооружений.