МИНИСТЕРСТВО СВЯЗИ СССР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА

М. С. ГРИНШПОН

На правах рукописи

Методы анализа и синтеза логических устройств аппаратуры связи

№ 05.304 — Системы и средства передачи информации по каналам связи

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

ЛЕНИНГРАД
1970

МИНИСТЕРСТВО СВЯЗИ СССР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ
имени проф.М.А.БОНЧ-БРУЕВИЧА

М.С. ГРИНШПОН

На правах
рукописи

МЕТОДЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА
ЛОГИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ АППАРАТУРЫ СВЯЗИ

№ 05.304 - Системы и средства передачи
информации по каналам связи

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Л е н и н г р а д
1970

Работа выполнена на кафедре импульсной и вычислительной техники Ленинградского электротехнического института связи имени проф.М.А.Бонч-Бруевича.

Научный руководитель - доктор технических наук, профессор Л.М.ГОЛЬДЕНБЕРГ

Официальные оппоненты:
- доктор технических наук, профессор В.Г.ЛАЗАРЕВ
- кандидат технических наук В.И.ВАРШАВСКИЙ

Ведущее предприятие- Ленинградский филиал ЦНИИС

Автореферат диссертации разослан "4" января 1971 года.

Защита диссертации состоится "4" февраля 1971 года на заседании Совета факультета автоматической и многоканальной электрической связи Ленинградского электротехнического института связи им.проф.М.А.Бонч-Бруевича по адресу: г.Ленинград, Д-65, наб.реки Мойки, дом 61, ауд. 402.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

УЧЁНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА
канд.техн.наук,
доцент В.И.ПОНОМАРЁВ

Развитие техники связи и управления в настоящее время характеризуется широким использованием методов и средств цифровой техники.

В реферируемой работе рассмотрены вопросы анализа и синтеза комбинационных логических устройств, являющихся существенной частью цифровых автоматов.

При разработке комбинационных устройств для современных цифровых систем следует учитывать такие факторы, как усложнение логических функций (ЛФ), реализуемых ими (при этом особенно велика роль НЛФ - неполностью определенных ЛФ), внедрение в аппаратуру интегральных компонентов, повышение требований к надежности аппаратуры.

В этих условиях использование хорошо известных методов синтеза может становиться нерентабельным из-за аппаратурной сложности получаемых решений или из-за затрат времени на их поиск.

Поэтому актуальной является проблема разработки компромиссных методов синтеза, которые позволяли бы сократить затраты времени, не поступаясь в большой мере экономичностью решений.

Разрабатываемые методы должны ориентироваться на использование интегральных схем, как выпускаемых промышленностью в настоящее время, так и функционально более сложных, применение которых возможно в перспективе.

Другой важной проблемой проектирования является решение задач расчёта и повышения надежности логических устройств (вторая задача тесно связана с проблемой контроля). При этом нужно стремиться к устранению той избыточности, которая характерна для существующих методов решения, как с точки зрения процедуры вычислений, так и с точки зрения аппаратурных затрат.

Рассмотрению перечисленных вопросов и посвящена реферируемая работа.

В первой главе дан обзор литературы связанной с вопросами, рассматриваемыми в работе,*) и сформулированы основные задачи исследования.

Среди известных методов синтеза комбинационных устройств условно могут быть выделены два направления: а) методы, не связанные с учётом особенностей конкретного элементного базиса, б) методы, учитывающие специфику используемых логических элементов (ЛЭ). Первое направление предполагает, что переход к конкретным ЛЭ производится после окончания основного этапа синтеза, что является недостатком таких методов. Существенно, что от поиска схем, абсолютно-минимальных в данном базисе, приходится отказываться из-за огромного перебора, поэтому второе направление рассчитано на получение лишь в той или иной степени минимизированных схем, причём степень минимизации падает при росте n - числа аргументов ЛФ.

Отмечено, что целесообразный путь усиления минимизации при одновременном сокращении затрат времени - разработка декомпозиционных методов синтеза в классе НЛФ и введение численных оценок в процедуру (второе мероприятие позволяет не только уменьшить глубину просмотра вариантов, но и, при необходимости, проводить проектирование в форме диалога между проектировщиком и машиной). Эти методы должны быть ориентированы на использование интегральных схем, как типа НЕ-ИЛИ и НЕ-И, входящих в большинство серийных систем в качестве основного компонента, так и реализующих более сложные ЛФ. Существующие результаты далеко не исчерпывают имеющихся здесь возможностей. В связи с этим возникает задача изучения свойств НЛФ и анализа логических схем произвольного вида в классе НЛФ.

Во второй части главы отмечено, что хотя известные методы расчёта надёжности исходят обычно из предположения о независимости и одиночности ошибок в схеме, процедура расчё-

---

*) Соответствующая библиография приводится в диссертации.

та всё же сохраняет большую избыточность. Поставлена задача построения менее избыточной процедуры, применимой к схемам, построенным из ЛЭ любого типа.

Подчёркнута необходимость более точного учёта конечной надёжности восстанавливающего органа (произвольного вида) в системах с дублированием, а также повышения надёжности систем за счёт различения ошибок $I \to 0$ и $0 \to I$ в дублирующих устройствах.

Рассмотрены две группы методов построения контролирующих тестов: табличные и основанные на принципе последовательного подбора контролирующих комбинаций для ЛЭ схемы. При усложнении схем их недостатками являются: очень большой объём вычислений (I группа) или возможная избыточность тестов (2 группа). Сделан вывод о необходимости сокращения процедур, учитывая взаимосвязь между контролирующими наборами различных ЛЭ.

Вторая глава диссертации посвящена изучению свойств НЛФ. Будем записывать НЛФ в виде $\langle f/g \rangle$, где f (g) -"единичное" ("нулевое") множество n - мерных наборов аргументов, на котором НЛФ определена и равна I (0). Множества f и g удобно задавать в интервальной форме, тогда каждое из них может формально рассматриваться как некоторая полностью определенная ЛФ (ОЛФ). Множество наборов, на которых НЛФ не определена, обозначим d.

Каждой НЛФ соответствует граф, имеющий вершинами n - мерные наборы аргументов. Две вершины, отличающиеся только координатой x, соединены дугой, направленной из вершины, где x = 0, к вершине, где x = I (x - дуга).

x - дугу назовём: <u>существенной</u>, если один её конец лежит в f, а другой - в g; <u>несущественной</u>, если оба её конца лежат в f (g); <u>свободной</u>, если один её конец лежит в f (g), а другой - в d. Число x - дуг каждого вида обозначим: N_c - существенные дуги (направленные от g к f — N_c^+, от f к g — N_c^-), $N_{нс}$ - несущественные дуги, $N_{св}$ - свободные дуги.

Аргумент x называется: I) потенциально <u>изотонным</u> (п.и), если $N_c^- = 0$; 2) потенциально антитонным (п.а), если $N_c^+ = 0$; 3) потенциально несущественным (п.н.с), если

$$N_c = N_c^+ + N_c^- = 0.$$

Эти определения обобщают аналогичные свойства аргументов ОЛФ на случай НЛФ. Термин "потенциальный" указывает лишь на возможность доопределения НЛФ до такой ОЛФ, где эти свойства будут выполнены в традиционном смысле. В работе получены признаки, позволяющие иногда выявлять указанные свойства НЛФ более просто, по виду ОЛФ f и g.

Введена численная оценка существенности аргумента x при помощи коэффициента существенности

$$\theta = \frac{N_c}{N_c + N_{нс} + N_{св}}. \qquad (1)$$

Основанием для оценки (1) служит тот факт, что изменение координаты x некоторой вершины влияет на значение ЛФ лишь тогда, когда ей инцидентна существенная x – дуга. Для численной оценки монотонности (т.е. изо- или антитонности) аргумента может быть использован коэффициент монотонности (пунктирные скобки означают абсолютное значение)

$$Q = \frac{|N_c^+ - N_c^-|}{N_c}. \qquad (2)$$

Любую НЛФ можно представить в виде

$$\langle f/g \rangle = \langle xF^1 + \bar{x}F^0 / x\Phi^1 + \bar{x}\Phi^0 \rangle, \qquad (3)$$

где $F^1 = f(x = 1)$, $F^0 = f(x = 0)$, $\Phi^1 = g(x = 1)$, $\Phi^0 = g(x = 0)$ – остаточные функции НЛФ.

Свойства остаточных функций: 1) для любой НЛФ – $F^1\Phi^1 = 0$ и $F^0\Phi^0 = 0$; 2) для ОЛФ – $\Phi^1 = \bar{F}^1$ и $\Phi^0 = \bar{F}^0$.

Выведены формулы, позволяющие использовать остаточные функции для подсчёта числа x – дуг различного вида, что позволило сформулировать признаки потенциальных свойств аргументов НЛФ в аналитической форме:

изотонность – $F^0\Phi^1 = 0$; антитонность – $F^1\Phi^0 = 0$;
несущественность – $F^1\Phi^0 + F^0\Phi^1 = 0$.

Первые два признака являются обобщением на случай НЛФ

результатов; полученных ранее для ОЛФ.

В ряде случаев (например, при синтезе схем) представляет интерес исключение возможно большего числа п.н.с. аргументов из НЛФ. Предлагается упрощенный путь решения этой задачи – последовательное исключение п.н.с. аргументов с выбором на каждом шаге того аргумента, который целесообразнее всего исключить.

Если аргумент x – п.н.с., то после его исключения НЛФ (3) приобретает вид:

$$\langle f/g \rangle = \langle F^1 + F^0 / \Phi^1 + \Phi^0 \rangle. \qquad (4)$$

В работе отмечается, что исключение x связано с частичным доопределением НЛФ на тех вершинах из d, которые инцидентны свободным x – дугам. Чтобы уменьшить степень доопределения, принят следующий критерий выбора: "Исключается тот из п.н.с. аргументов НЛФ, рассматриваемой на данном шаге, для которого величина $N_{св}$ минимальна".

Алгоритм последовательного исключения п.н.с. аргументов НЛФ, построенный с использованием этого численного критерия, приводит к хорошим результатам, требуя значительно меньшего объёма вычислений, чем известные.

В третьей главе рассматриваются вопросы, связанные с декомпозиционным синтезом ЛФ. Декомпозиционное уравнение для исходной ЛФ $F_0(X)$ имеет вид

$$F_0(X) = \Psi[\psi_1(X_1), \ldots, \psi_k(X_k)], \qquad (5)$$

где X – множество аргументов F_0; Ψ – "внешняя" функция; $\psi_1, \ldots, \psi_k$ – "внутренние" функции; $X_i \subseteq X$ ($i = 1, \ldots, k$). Роль "внешней" будет играть функция, реализуемая ЛЭ, на котором проводится декомпозиция.

Часто при декомпозиции "внутренние" ЛФ ищутся в виде ОЛФ того или иного вида, хотя для удовлетворения уравнению (5) полная определённость этих ЛФ не нужна. При таком подходе отбрасываются все остальные решения (5) и теряется "свобода" по отношению к дальнейшему процессу синтеза, что приводит к избыточным решениям.

В диссертации F_0 рассматривается как НЛФ и поиск внутренних ЛФ уравнения (5) также ведётся в классе НЛФ.

Сформулирован <u>принцип минимального определения</u>: "Доопределение внутренних НЛФ, получаемых в процессе синтеза, сверх требований уравнения (5) не производится. Допускается лишь доопределение, связанное с исключением п.н.с. аргументов". Последнее допущение вызвано стремлением к упрощению записи получаемых НЛФ, что полезно, в частности, при ручном синтезе.

Систематическое осуществление указанного принципа требует решения задачи анализа логической схемы в классе НЛФ: по НЛФ $\langle f_1/g_1\rangle, \ldots, \langle f_k/g_k\rangle$, заданным на входах схемы, найти НЛФ $\langle f/g\rangle$, действующую на её выходе. При анализе принципу минимального определения соответствует <u>условие однозначности</u>: "Выходная НЛФ должна быть определена на всех тех и только тех наборах, где её значение можно найти однозначно". Доказано

<u>Утверждение I</u>: Выходная НЛФ схемы, удовлетворяющая условию однозначности, равна

$$\langle f/g\rangle = \langle \Psi_c(f_1, g_1, \ldots, f_k, g_k)/\Psi_c^{н}(f_1, g_1, \ldots, f_k, g_k)\rangle, \tag{6}$$

где $\Psi_c(\psi_1, \bar{\psi}_1, \ldots, \psi_k, \bar{\psi}_k)$, $\Psi_c^{н}(\psi_1, \bar{\psi}_1, \ldots, \psi_k, \bar{\psi}_k)$ — (6а) функция схемы и её инверсия, записанные в виде сокращённых ДНФ; $\psi_1, \ldots, \psi_k$ - аргументы схемы.

Этот результат позволяет точно сформулировать задачу декомпозиции в классе НЛФ как задачу решения системы логических уравнений

$$\begin{cases} \Psi_c(f_1, g_1, \ldots, f_k, g_k) = f(x_1, \ldots, x_n), \quad \Psi_c^{н}(f_1, g_1, \ldots, f_k, g_k) = g(x_1, \ldots, x_n) \\ f_i\, g_i = 0, \quad i = 1, \ldots, k, \end{cases} \tag{7}$$

если рассматривать Ψ_c как функцию, реализуемую ЛЭ. Система (7) является эквивалентом уравнения (5) в классе НЛФ. Следует выделять такие виды решений системы (7), отыскание которых позволило бы упростить процедуру и получать достаточно экономичные результаты.

В работе предложены два метода решения системы (7), рассмотрение которых ориентировано, прежде всего, на ЛЭ НЕ-ИЛИ и НЕ-И. Для двухвходового НЕ-ИЛИ система (7) принимает вид (для НЕ-И, в силу двойственности, все результаты аналогичны): $g_1 \cdot g_2 = f;\ f_1 + f_2 = g;\ f_1 \cdot g_1 = 0;\ f_2 \cdot g_2 = 0$. Решая эту систему

на основании принципа минимального определения, получаем следующее разложение на элементе НЕ-ИЛИ:

$$\langle f/g\rangle = \langle f_1/g_1\rangle \circledvee \langle f_2/g_2\rangle, \tag{8}$$

где $g_1 = g_2 = f;\ f_1 = f^\circ \cdot g;\ f_2 = g\bar{f}^\circ$. Выбор f° в известной мере произволен, что и определяет различие между методами декомпозиции.

В основе метода <u>разложения по "готовым" функциям</u> лежит следующее представление множеств f и g

$$f = f\psi + f\bar{\psi}; \qquad g = g\psi + g\bar{\psi}, \tag{9}$$

где ψ - некоторая ОЛФ. Выбирая в качестве f° сначала $g\psi$, а затем $f\psi$, получаем

$$\langle f/g\rangle = (\langle f'/g'\rangle \circledvee \bar{\psi}) \circledvee (\langle f''/g''\rangle \circledvee \psi), \tag{10}$$

где $\langle f'/g'\rangle = \langle f\psi/g\psi\rangle$, $\langle f''/g''\rangle = \langle f\bar{\psi}/g\bar{\psi}\rangle$. (II)

Если в качестве ψ выбрать ОЛФ, схемная реализация которой известна, ("готовая" ОЛФ), то дальнейший процесс синтеза сводится к отысканию реализаций для НЛФ (II). "Готовые" ОЛФ заранее сводятся в каталог, который может пополняться также за счёт ОЛФ, уже реализованных в схеме.

<u>Утверждение 2</u>: Для сходимости процесса синтеза по разложению (IO) достаточно, чтобы ОЛФ ψ удовлетворяла условиям: а) $Y \subseteq X$, где Y и X - множества аргументов для ψ и $\langle f/g\rangle$, б) $(f\psi + g\psi) \cdot (f\bar{\psi} + g\bar{\psi}) \neq 0$.

В диссертации разработан шаговый алгоритм, в котором из каталога выбирается ОЛФ ψ^*, дающая минимальную суммарную оценку сложности для НЛФ (II) (для этого можно использовать численную оценку Л.Шоломова).

Разложение (IO) обобщает метод каскадов (для НЕ-ИЛИ): I) на класс НЛФ, 2) на функции ψ, более сложные, чем просто аргументы. Это позволяет получать более экономичные решения, а использование численных оценок - ограничить глубину перебора. Эффективность метода тем выше, чем слабее определена НЛФ и чем больше в ней п.н.с. аргументов. Показаны возможности распространения метода на многовходовые ЛЭ НЕ-ИЛИ, а также разложения одной НЛФ по другой.

Метод разложения по "готовым" функциям даёт возможность для синтеза многовыходных схем, реализующих систему ОЛФ вида $E_i = E_i(e_1, e_2, \dots, e_n)$, $i = 1, 2, \dots, k$. Любая функция E_i может быть выражена, по (I0), через любую другую функцию E_j этой системы. Пользуясь численными оценками, для каждой E_i можно найти такую ОЛФ E_i^* системы, через которую E_i выражается с наименьшей суммарной оценкой. Строится "граф подчинённости" системы, вершины которого соответствуют функциям E_i, а дуги направлены от E_i^* к E_i. Рассмотрение каждой компоненты связности графа позволяет выделить корневое дерево, структура которого отражает наилучшую последовательность выражения функций друг через друга.

Другим методом синтеза, применение которого особенно целесообразно при возрастании числа аргументов НЛФ, является метод <u>отделения существенных аргументов</u>, который учитывает особенности дуговой структуры графа НЛФ.

В основе этого метода лежит разбиение единичного и нулевого множеств НЛФ (3) на две части:

$$f = (xA + \bar{x}B) + (xC + \bar{x}D), \quad g = (xB + \bar{x}A) + (xE + \bar{x}G), \tag{I2}$$

где $A = F^1\Phi^0$, $B = F^0\Phi^1$, $C = F^1\bar{\Phi}^0$, $D = F^0\bar{\Phi}^1$, $E = \bar{F}^0\Phi^1$, $G = \bar{F}^1\Phi^0$.
Первые скобки в выражениях (I2) представляют собой подмножества вершин графа НЛФ, инцидентных существенным x - дугам, а вторые скобки - несущественным и свободным x - дугам. Принимая в (8) в качестве f^0 сначала $(xB + \bar{x}A)$, а затем - $(xA + \bar{x}B)$, получим:

$$\langle f/g \rangle = \langle f^{(1)}/g^{(1)} \rangle \, \overline{\textcircled{v}} \, (\langle f^{(2)}/g^{(2)} \rangle \, \overline{\textcircled{v}} \, \langle f^{(3)}/g^{(3)} \rangle), \tag{I3}$$

где $\langle f^{(1)}/g^{(1)} \rangle = \langle xE + \bar{x}G / xF^1 + \bar{x}F^0 \rangle,$ (I4)

$$\langle f^{(2)}/g^{(2)} \rangle = \langle xC + \bar{x}D / xB + \bar{x}A \rangle, \tag{I5}$$

$$\langle f^{(3)}/g^{(3)} \rangle = \langle xA + \bar{x}B / xB + \bar{x}A \rangle. \tag{I6}$$

Здесь произведено <u>отделение</u> существенного аргумента x в НЛФ (I6), а в НЛФ (I4) и (I5) x - п.н.с. аргумент.

Монотонность x в исходной НЛФ упрощает разложение (I3). В частности, НЛФ (I6) равна x или x при изо - или антитон-

ности x. Для немонотонного x имеем

$$\langle f^{(3)}/g^{(3)} \rangle = (R \, \overline{\textcircled{v}} \, x) \, \overline{\textcircled{v}} \, (R \, \overline{\textcircled{v}} \, \langle f^{(4)}/g^{(4)} \rangle), \tag{I7}$$

где $R = x \, \overline{\textcircled{v}} \, \langle f^{(4)}/g^{(4)} \rangle$, $\langle f^{(4)}/g^{(4)} \rangle = \langle A/B \rangle$. (I8)

Для сходимости процедуры необходимо и достаточно, чтобы отделяемый аргумент не был п.н.с. В качестве отделяемого рекомендуется выбирать наиболее существенный, по (I), аргумент. Основой такого подхода является представление о декомпозиционном синтезе, как о процессе "разрушения" дуговой структуры графа НЛФ, при котором на каждом этапе синтеза из рассмотрения следует исключать возможно большее число существенных дуг. Систематическое применение такого критерия выбора приводит, как правило, к более экономичным решениям.

Разработаны шаговый и возвратный варианты алгоритма синтеза с отделением существенных аргументов. При первом варианте на каждом шаге из НЛФ (I4), (I5), (I8) исключаются все п.н.с. аргументы. При втором варианте исключение не производится, пока в НЛФ есть хотя бы один существенный аргумент.

Для некоторых классов ЛФ процедура может быть упрощена. Для НЛФ, содержащей несколько абсолютно существенных ($e = 1$) аргументов, доказано утверждение, позволяющее отделять сразу любую совокупность таких аргументов. Для пороговой ОЛФ обоснована возможность проводить синтез, упорядочив аргументы только один раз, в начале процедуры.

Метод отделения обобщается на случай, когда ЛЭ НЕ-ИЛИ имеют $k > 2$ входов, что позволяет более полно использовать возможности таких ЛЭ. В этом случае система (7) принимает вид: $g_1 \cdot g_2 \cdot \ldots \cdot g_k = f$, $f_1 + f_2 + \dots + f_k = g$, $f_i \cdot g_i = 0$. Решение этой системы также проводится на основе принципа минимального определения. На первый вход отделяется наиболее существенный аргумент, на второй - самый существенный для оставшихся наборов и т.д., пока не будут исчерпаны все аргументы НЛФ или все входы ЛЭ.

Важное преимущество метода отделения-возможность его обобщения на случай, когда модуль, на основе которого строится схема, реализует функцию произвольной сложности. Рассмотрены два варианта использования метода. Первый предполагает, что модуль - это "чёрный ящик", который можно заполнить эквивалентной схемой из элементов НЕ-ИЛИ (НЕ-И). Если эта схема не имеет разветвлений (в том числе и на входах), то отделение производится на каждом элементе обычным путём.

Второй, наиболее общий, вариант предусматривает задание функции модуля и её инверсии в форме (6а). В выражениях (6а) производится вынесение Ψ_i (и $\bar{\Psi}_i$) за скобки и соответствующим скобкам приписываются существенные по х наборы, содержащие х (и $\bar{x}$). В результате всем k входам оказываются приписанными некоторые НЛФ. Для обеспечения лучшего соответствия между синтезируемой НЛФ и используемым модулем рекомендуется придерживаться следующего правила: "Аргументы отделяются в порядке убывания их существенности на входы, упорядоченные также по убыванию их существенности".

Метод отделения существенных аргументов требует сравнительно небольшого объёма вычислений, что позволяет использовать его при больших n, когда известные методы, приводящие к экономичным решениям, неприменимы. В то же время, как показывают примеры, рассмотренные в третьей главе, благодаря проведению синтеза в классе НЛФ, использованию операции накрытия и лучшему учёту конкретных особенностей ЛЭ, этот метод по экономичности решений во многих случаях не уступает известным.

Оба предложенных метода синтеза были применены для построения ряда цифровых устройств связи. Соответствующие результаты также приведены в третьей главе работы.

В четвертой главе рассмотрены вопросы, связанные с надёжностью логических устройств. Предполагается, что: а) ошибки, возникающие в ЛЭ, независимы, б) на выходе ЛЭ возможны 2 типа ошибок: "нуль вместо единицы" (I→0) и "единица вместо нуля" (0→I), в) вероятности ошибок обоих типов различны, г) в рассматриваемом такте в схеме существует не более одной ошибки.

Основой исследования комбинационного устройства служит разработанная в диссертации процедура построения необходимых множеств для каждого ЛЭ устройства.

Определение: "Набор α входных аргументов устройства называется необходимым для ЛЭ, если неправильная реализация на входе этого ЛЭ приводит к неправильной реализации функции на выходе всего устройства".

Пусть a^1 (a^0) - множество всех единичных (нулевых) необходимых наборов для a-го ЛЭ, реализующего функцию $F = F(F_1, \ldots, F_k)$. Решена задача отыскания по известным необходимым множествам для выхода a-го ЛЭ необходимых множеств на его i-ом входе

$$a_i^1 = F_i(a^1 A_i \bar{B}_i + a^0 \bar{A}_i B_i), \quad a_i^0 = \bar{F}_i(a^1 \bar{A}_i B_i + a^0 A_i \bar{B}_i), \qquad (I9)$$

где $A_i = F(F_i = 1)$, $B_i = F(F_i = 0)$. Эти формулы применимы к ЛЭ произвольного типа. На основе (I9) построен алгоритм отыскания необходимых множеств для всех ЛЭ, который предусматривает последовательное продвижение ("спуск") от выхода устройства к его входам. Процедура начинается с выходного ЛЭ, для которого необходимые множества совпадают с единичным и нулевым множествами ЛФ, реализуемой схемой.

Особенности процедуры спуска проясняют картину распределения необходимых наборов среди ЛЭ и позволяют установить связь между этими наборами.

Утверждение 3: "В логической схеме (или подсхеме) без разветвлений набор, необходимый для некоторого ЛЭ, является необходимым также для всех ЛЭ, лежащих на пути от этого ЛЭ до выхода схемы (подсхемы)".

Для ЛЭ с монотонными входами, которые широко применяются на практике (булев базис, НЕ-ИЛИ, НЕ-И, "запрет", пороговые ЛЭ и т.п.), более сильную связь даёт

Утверждение 4: "Необходимый набор, являющийся на монотонном входе ЛЭ единичным (нулевым), на выходе ЛЭ: I) остается единичным (нулевым), если вход изотонный; 2) становится нулевым (единичным), если вход антитонный". Это утверждение, совместно с предыдущим, позволяет в схемах без разветвлений весьма просто выяснять, единичным или нулевым необходимым множествам ЛЭ схемы принадлежит данный набор.

Некоторые наборы, "исчезнувшие" в процессе спуска, могут вновь стать необходимыми в точке разветвления. Поэтому при наличии разветвлений возникает задача отыскания необходимых множеств определённого ЛЭ схемы. Для этого на графе схемы выделяется эквивалентный ЛЭ (ЭЛЭ), представляющий собой транзитивное замыкание рассматриваемого ЛЭ (исключая сам ЛЭ). Зная ЛФ, реализуемую ЭЛЭ, можно по (I9) найти необходимые множества любого из его входов, в т.ч. искомого. Аналогичный ЭЛЭ строится и для совокупности ЛЭ с разветвлениями.

Результаты процедуры спуска могут быть использованы для расчёта надёжности. Если для всех M допустимых наборов на входах схемы L известна вероятность $P(\alpha_i)$ появления набора α_i, то вероятность P_L правильного значения выходного сигнала схемы в данном такте - интегральная надёжность - определяется соотношением

$$P_L=\sum_{i=1}^{M} P(\alpha_i)\,P_L(\alpha_i), \qquad (20)$$

где $P_L(\alpha_i)$ - вероятность правильного значения выходного сигнала на наборе α_i (локальная надёжность на наборе α_i).

Когда распределение $P(\alpha_i)$ заранее неизвестно, требования к надёжности схемы могут быть заданы "локально", в виде ограничений на $P_L(\alpha_i)$. Локальная надёжность, в отличие от интегральной, зависит только от конфигурации схемы и равна вероятности отсутствия ошибок (с учётом их типа) во всех тех ЛЭ, для которых α_i - необходимый набор. Если в схеме имеется k типов ЛЭ, то

$$P_L(\alpha_i)=1-\sum_{\ell=1}^{k}(S_{i\ell}\,q_{0\ell}+t_{i\ell}\,q_{1\ell}), \qquad (21)$$

где $S_{i\ell}$ ($t_{i\ell}$) - число ЛЭ ℓ-го типа, для которых α_i является необходимым единичным (нулевым) набором; $q_{0\ell}$ ($q_{1\ell}$) - вероятность ошибки вида I→0 (0→I) для ЛЭ ℓ-го типа.

Если ЛЭ однотипны (ℓ = I), а ошибки симметричны ($q_0 = q_1 = q$), то $P_L(\alpha_i) = 1 - r_i q$ где $r_i = S_i + t_i$ - поражаемость набора α_i.

Вероятности ошибок I→0 и 0→I на выходе схемы, реализующей НЛФ $<f/g>$, могут быть найдены по формулам

$$q_{L,0}=\sum_{\alpha\in f} P(\alpha)[1-P_L(\alpha)]; \quad q_{L,1}=\sum_{\alpha\in g} P(\alpha)[1-P_L(\alpha)], \qquad (22)$$

откуда видно, что эти величины в общем случае неодинаковы и зависят от структуры схемы, условий на входах и надёжност-

ных характеристик ЛЭ.

Знание необходимых множеств для всех ЛЭ позволяет судить о роли различных участков схемы в обеспечении интегральной надёжности и при необходимости принимать меры для их усиления.

Формула (20) не предполагает, вообще говоря, одиночности ошибок в схеме. Возможность кратных ошибок влияет лишь на значения локальных надёжностей. Используя резервирующие свойства ЛЭ, для каждого набора можно построить надёжностную модель, по которой находится нижняя оценка локальной надёжности для общего случая, независимо от кратности ошибок. Такие модели построены для мажоритарного восстанавливающего органа на 2 - входовых ЛЭ НЕ-ИЛИ. Расчёт показал, что применение процедуры спуска приводит к весьма близким результатам.

Из (20) можно получить нетривиальную оценку интегральной надёжности схемы:

$$\min_i P_L(\alpha_i) \le P_L \le \max_i P_L(\alpha_i). \qquad (23)$$

Разработаны сокращённые процедуры, основанные на утверждениях 3 и 4, позволяющие находить эти оценки.

Полученные результаты использованы для решения задачи анализа надёжности P_0 дублированной системы с учётом надёжности восстанавливающего органа (ВО) в общей постановке: I) ВО реализуется схемой L произвольного вида; 2) все дублирующих устройств имеют разную надёжность; 3) вероятности ошибок I→0 (μ_{0i}) и 0→I (μ_{1i}) в i-ом дублирующем устройстве неодинаковы; Получено следующее выражение

$$P_0=\sum_x P(x)\sum_{\alpha} P(\alpha/x)\,P_L(x/\alpha), \qquad (24)$$

где P(x) - вероятность появления сигнала на выходе идеального устройства; P (α/x) - условная вероятность появления набора $\alpha = x_1 \ldots x_i \ldots x_k$ на выходах дублирующих устройств при идеальном сигнале x; $P_L(x/\alpha)$ - - уловная вероятность появления на выходе ВО сигнала, равного x, при подаче на входы ВО набора α.

Величина $P_L(x/\alpha)$ выражается через локальную надёжность ВО на наборе α, а значение P (α/x) - через вероятности ошибок в дублирующих устройствах с учётом их независимости.

Выражение (24) использовано для расчёта надёжности троекратно дублированной системы с мажоритарным ВО на 2-входовых ЛЭ НЕ-ИЛИ. В предположении, что надёжность дублирующих устройств одинакова, а ошибки в них и в ЛЭ симметричны (вероятности μ и q, соответственно), получено выражение

$$P_3=(1-3\mu^2+2\mu^3)-q(2+5\mu-27\mu^2+18\mu^3),$$

где второй член - поправка, вносимая надёжностью ВО, которая уточняет известный результат Дж. Неймана.

У.Пирс разработал пороговый решающий элемент, в котором неодинаковая надёжность дублирующих устройств учитывается величиной весовых коэффициентов входов. В диссертации предложен элемент, позволяющий дополнительно повысить надёжность системы путём учёта несимметрии ошибок в устройствах (см. /22/). В этом элементе входные сигналы на -ом входе, имеющие вид + I и - I, раздельно умножаются соответственно на весовые коэффициенты

$$a_{+i}=\ln\frac{1-\mu_{-i}}{\mu_{+i}}; \quad a_{-i}=\ln\frac{1-\mu_{+i}}{\mu_{-i}},$$

где μ_{-i} (μ_{+i}) - вероятность ошибки + I $\to$ - I (-I $\to$ + I) в i -ом устройстве.

Иногда возникает задача повышения локальной надёжности некоторых ("приоритетных") наборов, в то время как для большинства наборов надёжностные требования выполнены с запасом. В таких случаях применение дублирования с использованием ВО было бы чересчур избыточным. Предложен метод коррекции готовой схемы, использующий резервирующие свойства необходимого множества на входе ЛЭ: рассматриваемый набор дополнительно вводится в состав ЛЭ с резервирующими свойствами, после чего производится формальный синтез НЛФ, образованной из необходимых множеств данного входа.

Взаимосвязь между необходимыми наборами разных ЛЭ и их контролирующие свойства позволили предложить сокращенную процедуру отыскания минимального контролирующего теста для комбинационной схемы. Назовём <u>узлами</u> точки схемы, соответствующие её входам и выходу, а также выходам тех ЛЭ, которые имеют разветвления.

<u>Определение</u>: "Последовательность ЛЭ (по ходу сигнала) между двумя узлами, не содержащая других узлов, называется <u>ветвью</u>".

Набор, контролирующий входной ЛЭ ветви, контролирует и всю остальную ветвь. Поэтому для отыскания контролирующего теста любой схемы (в том числе с разветвлениями) необходимо найти множество из m ветвей, достаточное для покрытия всей схемы, и произвести сравнение необходимых множеств входных ЛЭ ветвей. Доказано

<u>Утверждение 5</u>: "Длина минимального контролирующего теста для схемы, построенной из ЛЭ с монотонными входами, не превосходит $2m$".

Для схем без разветвлений m равно числу входных ЛЭ схемы. Показано, что поиск контролирующего теста упрощается, когда некоторые входы схемы также не имеют разветвлений.

В приложении I рассмотрен ряд свойств пороговых ЛФ и построены основанные на них сокращенные алгоритмы проверки пороговой реализуемости.

В приложении 2 приведён набор программ позволяющий реализовать разработанные алгоритмы с помощью вычислительной машины "Минск - 22".

Основные результаты работы - следующие:

I. Исследованы свойства НЛФ относительно её аргументов даны их признаки, и введены соответствующие численные оценки.

2. Разработан алгоритм последовательного исключения (почти) наибольшего числа потенциально несущественных аргументов из НЛФ.

3. Поставлена и решена задача анализа произвольной логической схемы в классе НЛФ. Сформулированы принципы декомпозиционного синтеза в классе НЛФ и разработана полная система логических уравнений, решаемых при декомпозиции.

4. Предложены два метода декомпозиционного синтеза в классе НЛФ, использующие численные оценки на каждом шаге процедуры:

а) метод разложения по "готовым" функциям, позволяющий строить одно- и многовыходные схемы в базисе НЕ-ИЛИ (НЕ-И), б) метод отделения существенных аргументов - для синтеза на ЛЭ НЕ-ИЛИ (НЕ-И) с данным числом входов, который обобщается на ЛЭ любого типа. Разработанные алгоритмы использованы для синтеза ряда цифровых устройств техники связи.

5. Разработаны сокращённые методы расчёта и оценки надёжности схем, построенных из ЛЭ любого типа (в частности, из ЛЭ с монотонными входами), с учетом двух видов ошибок на выходах ЛЭ.

6. Для дублированных систем:

а) дан метод расчёта надёжности системы с учётом надёжности элементной структуры восстанавливающего органа и разнотипности ошибок в каналах;

б) построена блок-схема порогового решающего элемента, учитывающего несимметрию ошибок в каналах.

7. Предложен способ надёжностной коррекции логических схем.

8. Разработан сокращённый метод построения минимального контролирующего теста для произвольных схем, построенных из ЛЭ с монотонными входами и дана верхняя оценка его длины.

Результаты работы использованы при создании аппаратуры для специальных систем, разрабатываемых ЦНИИС и другими организациями.

Материалы диссертации были изложены в докладах на научно-технических конференциях ЛЭИС (1969, 1970 гг.), на конференции молодых учёных и специалистов по кибернетике, посвященной 100-летию со дня рождения В.И.Ленина (Ленинград, 1969г.), на I Всесоюзной конференции по автоматизированным системам проектирования вычислительных машин (Киев, 1970г.) в отчётах по НИР и опубликованы в следующих работах:

1. К проектированию аппаратуры дискретной связи на универсальных элементах НЕ-ИЛИ (НЕ-И).- "Электросвязь", № 9, 1970г.

2. Метод расчёта надёжности логических схем.- "Радиотехника", № 1, 1971 (совместно с Л.М.Гольденбергом).

3. Один метод синтеза однотактных схем на многовходовых элементах НЕ-ИЛИ (НЕ-И).- Материалы научно-технической конференции ЛЭИС, вып.I, Л., 1970.

4. К синтезу комбинационных схем с m выходами на элементах НЕ-ИЛИ (НЕ-И).- В сб.: "Теоретическая кибернетика", вып. I, Киев, ИК АН УССР, 1971.

5. Сокращённый алгоритм проверки пороговой реализуемости монотонных логических функций.- "Проблемы кибернетики" (материалы конференции молодых учёных и специалистов по кибернетике), Л., 1969.

6. Повышение надёжности дискретных устройств путём взвешенного голосования с различением типов ошибок.- Материалы научно-технической конференции ЛЭИС, вып.I., Л., 1970.

7. К построению тестов для комбинационных схем.- В сб.: "Теоретическая кибернетика", вып.I, Киев, ИК АН УССР, 1971.

8. Синтез комбинационных логических устройств на элементах ИЛИ-НЕ (И-НЕ).- "Известия высших учебных заведений. Приборостроение", № 3, 1971, в печати.

9. О реализуемости монотонной логической функции пороговым элементом.- Материалы научно-технической конференции ЛЭИС, вып.3, Л., 1969.

10. d - свойство минимальных подкубов логической функции и сокращённый алгоритм проверки пороговой реализуемости.- "Труды учебных институтов связи", вып.52, 1970.

Ротапринт. Типография ЛЭИС, г. Красное Село

Зак. 1135 Объем 1¼ п. л. Тираж 130 экз.

Бесплатно М-10782 Подписано к печати 28.XII.1970 г.