

6
А48.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР
МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

1971

Асп. РАЗЕВИГ В.Д.

На правах рукописи

ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ
УСТРОЙСТВ

(на русском языке)

Специальность 05.294 -- радиоприёмные устройства

Автореферат диссертации на
соискание учёной степени
кандидата технических наук

Москва

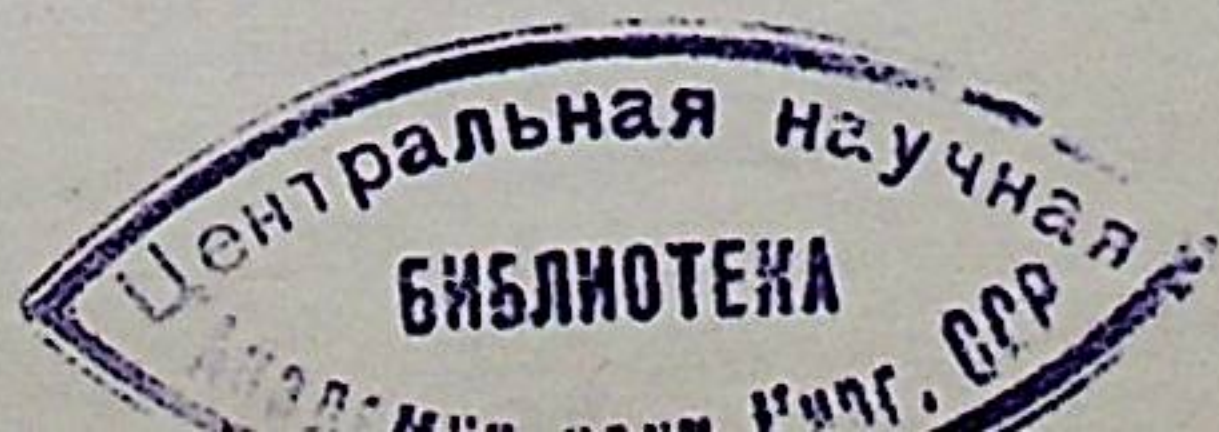
1971

ВВЕДЕНИЕ

Проблемы статистического анализа радиотехнических устройств приобрели актуальность в связи с требованиями повышения помехоустойчивости. Интенсивная и систематическая работа по применению статистических методов к радиотехническим задачам позволила прояснить многие неясные вопросы. Но исследование таких сложных явлений, как случайные процессы в нелинейных устройствах, требовало большого времени. Неудивительно поэтому, что разработка практических мер повышения помехоустойчивости все время опережала теоретические работы. И многие рекомендации базировались на приближенных, а иногда и неправильных физических представлениях. Статистические методы позволяют оценить близость созданных устройств к оптимальным, уточнить окончательные характеристики и объяснить новые наблюдаемые явления.

Настоящая работа посвящена нерешенным и неполно решенным вопросам статистического анализа непрерывных и импульсных линейных и нелинейных радиотехнических следящих систем, широко применяемых в современной технике радиоприема. Помимо непосредственного приложения к изучению следящих систем полученные результаты могут быть полезными при исследовании нелинейных явлений и в других устройствах радиотехники и автоматики.

Поскольку непрерывные линейные системы достаточно хорошо изучены, то в классе непрерывных систем основное внимание уделяется нелинейным радиотехническим системам, в которых нелинейные эффекты играют существенную роль: нелинейный режим работы следящих систем, в том числе срыв и захват сигнала, флуктуации в автогенераторах; выбросы случайных процессов в пороговых устройствах. Единственной теорией, охватывающей все эти



нелинейные эффекты, является теория марковских процессов. Однако применению ее к статистическому анализу радиоэлектронных устройств препятствует ряд нерешенных проблем. Во-первых недостаточно изучены вопросы описания радиотехнических следящих систем многомерными марковскими процессами (так называемая проблема пропорционально-интегрирующего фильтра). Наиболее простой и общий способ определения многомерного марковского процесса, описывающего следящую систему, приведен в монографии Э. Витерби [II], но в ней рассмотрен частный случай отсутствия внешних детерминированных возмущений. Во-вторых в литературе нет единого мнения о том, какое из известных к настоящему времени определений стохастических интегралов соответствует физике явлений в реальных системах, т.е. недостаточно обосновано построение идеализированной модели радиотехнической следящей системы. В третьих в литературе по прикладным вопросам теории марковских процессов не обсуждается, как сформулировать граничные условия для многомерных уравнений Фоккера-Планка применительно к различным радиотехническим задачам: срыв слежения, принудительное ограничение диапазона изменения выходной координаты следящей системы, сторожевые стробы и др. В четвертых недостаточно разработаны вопросы численного решения краевых задач для уравнений Фоккера-Планка на цифровых вычислительных машинах (аналитическому решению поддаются лишь частные простейшие случаи). Это обстоятельство вызвано тем, что многомерные уравнения Фоккера-Планка с вырожденной матрицей диффузии, как часто бывает в радиотехнических задачах, относятся к классу ультрапараболических (эллиптико-параболических) уравнений в частных производных. Подобные уравнения долгое время не привлекали к себе

внимание математиков, и лишь сравнительно недавно стали появляться работы по методам численного решения встречающихся в гидродинамике уравнений Прандтля, относящихся к тому же классу. Однако существующие отличия уравнений Фоккера-Планка и Прандтля не позволяют применять для их решения одинаковые приемы. Из попыток практического решения многомерных уравнений Фоккера-Планка известна единственная работа К. Дж. Мерклингера [I4], в которой описан способ численного решения двух- и трехмерных стационарных уравнений. Методы решения нестационарных уравнений вообще не рассматривались.

В классе импульсных систем с импульсами конечной длительности недостаточно развит статистический анализ даже линейных режимов. Поэтому представляется целесообразным помимо нелинейных рассмотреть и линейные импульсные системы.

В соответствии с изложенным в диссертации рассматриваются следующие основные задачи:

1. Решение вопросов описания радиоэлектронных устройств марковскими процессами (отыскание наиболее удобной системы координат, установление правила вычисления коэффициента сноса марковского процесса по системе стохастических уравнений, формулировка краевой задачи для многомерного уравнения Фоккера-Планка), что расширяет класс задач, изучаемых методами теории марковских процессов.

2. Разработка эффективных методов численного решения краевых задач для одно- и двумерных нестационарных и стационарных уравнений Фоккера-Планка и ряда связанных с ними иных уравнений в частных производных, что позволяет более полно и точно исследовать такие нелинейные явления в непрерывных системах,

как например срыв и захват сигнала, работа приемника с АРУ по флюктуирующему сигналу, оценка точности работы ФАП с нелинейными фильтрами.

Э. Анализ импульсных следящих систем с импульсами конечной длительности. Выяснение условий статистической эквивалентности импульсных и дискретных систем, позволяющей упростить в некоторых случаях расчет импульсных систем.

Изложим содержание диссертационной работы, состоящей из семи глав, придерживаясь сформулированных выше пунктов.

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ОПИСАНИЯ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ МАРКОВСКИМИ ПРОЦЕССАМИ.

Применению аппарата уравнений Фоккера-Планка к конкретным радиотехническим задачам предшествует некоторая подготовительная работа, описание которой составляет содержание первой главы. Эта глава имеет общетеоретический характер, чтение ее необходимо для понимания всего последующего материала.

В первом параграфе выясняется, как описать следящую систему стохастическими уравнениями, определяющими многомерный марковский процесс. В простейшем случае, когда операторный коэффициент передачи цепи обратной связи равен $W(p) = \frac{1}{B(p)}$, где $B(p) = b_0 + b_1 p + \dots + b_n p^n$ - полином n -го порядка, традиционные фазовые координаты (ошибка слежения и ее $n-1$ производные) образуют n -мерный марковский процесс. В наиболее распространенном случае коэффициент передачи $W(p)$ равен отношению полиномов $\frac{A(p)}{B(p)}$, и в традиционных фазовых координатах определить многомерный марковский процесс уже нельзя, так как уравнение следящей системы имеет вид

$$z(t) - x = \frac{A(p)}{B(p)} [\psi(x) + \xi(t)], \quad (I)$$

где x - ошибка слежения, $\psi(x)$ - дискриминационная характеристика, $z(t)$ - детерминированное возмущение, $\xi(t)$ - белый шум, $A(p) = a_0 + a_1 p + \dots + a_m p^m$, $m < n$. Требуется ввести иные системы координат. Наиболее простую форму имеют уравнения, составленные по методике, предложенной Дж. Дубом для описания линейных систем и развитой Э.Витерби [II] на случай систем нелинейных. Однако Э.Витерби рассмотрел частный случай $z(t) = 0$, и этот пробел необходимо восполнить.

Придерживаясь физического смысла методики Э.Витерби, введем новую переменную $z(t)$ соотношением

$$x(t) - z(t) = A(p) z(t) = \sum_{i=0}^m a_i z^{(i)}(t). \quad (2)$$

Тогда уравнение (I) переходит в следующее уравнение

$$z(t) = - \frac{1}{B(p)} [\psi(x) + \xi(t)], \quad (3)$$

которое определяет n -мерный марковский процесс $\vec{z}(t) = \{z, z^{(1)}, \dots, z^{(n-1)}\}$. Недостатком этого уравнения служит то обстоятельство, что в выражение (2), связывающее ошибку слежения x с компонентами процесса \vec{z} , входит функция времени $z(t)$. Это приводит, в частности, к изменению во времени области определения краевой задачи для уравнения Фоккера-Планка. Помимо этого зависимость от внешнего возмущения аргумента функции усложняет анализ уравнения (3). Избавиться от этого недостатка можно в частном, но достаточно распространенном случае воздействия полиномиального сигнала $z(t) = z_0 + z_1 t + \dots + \frac{z_s}{s!} t^s$ на следящую систему с астатизмом порядка не ниже s .

В этом случае входной сигнал $z(t)$ на основании интегро-

дифференциального соотношения $\frac{A(p)}{B(p)} v = z(t)$ может быть смоделирован с помощью постоянного напряжения $v = \frac{1}{a_0} b_s z_s$, подаваемого на вход сглаживающего фильтра, и приращений начальных условий на S интеграторах астатической системы.

Тогда уравнение (3) преобразуется к виду

$$y = -\frac{1}{B(p)} [\psi(x) - v + \xi(t)], \quad (4)$$

где ошибка слежения определяется только процессом $y(t)$ и его производными:

$$x(t) = A(p)y(t) = \sum_{i=0}^m a_i y^{(i)}(t).$$

Компоненты марковского процесса $\vec{y} = \{y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}\}$ отличаются от компонент процесса \vec{z} как раз на приращения ε_i начальных условий на S интеграторах:

$$y^{(i)}(t) = z^{(i)}(t) + \varepsilon_i, \quad i=0, 1, \dots, n-1.$$

Здесь $\varepsilon_s = \frac{v}{b_s} = \frac{z_s}{a_0}$, $\varepsilon_{s+1} = \varepsilon_{s+2} = \dots = \varepsilon_{n-1} = 0$. Остальные величины ε_i определяются из рекуррентного уравнения

$$\varepsilon_k = \frac{z_k}{a_0} - \frac{a_1}{a_0} \varepsilon_{k+1} - \frac{a_2}{a_0} \varepsilon_{k+2} - \dots - \frac{a_{s-k}}{a_0} \varepsilon_s, \quad k=s-1, \dots, 1, 0.$$

Второй параграф посвящен выяснению вопроса: в каком смысле следует понимать решение полученного стохастического уравнения (4), иными словами, как определить стохастический интеграл?

До начала 60-х годов ответ на вопрос был однозначным, так как существовало единственное определение стохастического интеграла - определение К.Ито, общепринятое всеми математиками. Появление нового определения стохастического интеграла - симметризованного, интеграла Р.Л.Стратоновича - поставило перед нами дилемму: какое же из двух определений соответствует физике явлений в конкретных задачах? Несмотря на большое количество ра-

бот, посвященным вопросам применения стохастических уравнений, пока еще не сложилось единого мнения о справедливости того или иного определения в различных ситуациях.

На наш взгляд в литературе недостаточно полно учитываются все физические явления, связанные с описанием реальной следящей системы стохастическими уравнениями с идеальными белыми шумами. Во всех работах учитывается, что реальный широкополосный случайный процесс $\xi_\Omega(t)$ характеризуется некоторой граничной частотой Ω такой, что при $\omega > \Omega$ спектральная плотность процесса $G_{\xi_\Omega}(\omega)$ быстро спадает к нулю. При $\Omega \rightarrow \infty$ широкополосный процесс $\xi_\Omega(t)$ переходит в белый шум $\xi(t)$. Однако не учитывается, что всякая следящая система имеет малые инерционности, незначительно влияющие на свойства системы, так что в первом приближении их хотелось бы отбросить при анализе. Тем не менее, если, например следящая система содержит один интегратор в цепи обратной связи, то, поступая корректно, следует описать ее дифференциальным уравнением не первого, а по крайней мере второго порядка

$$\alpha \ddot{x} + \dot{x} + f(x) + g(x) \xi_\Omega(t) = 0, \quad (5)$$

где α - малый параметр, $g^2(x)$ - флуктуационная характеристика дискриминатора, зависящая только от текущей ошибки слежения x . Так как параметр α мал, то желательно пренебречь в (5) членом со второй производной $\alpha \ddot{x}$ и перейти к более простому уравнению первого порядка

$$\dot{x} + f(x) + g(x) \xi_\Omega(t) = 0. \quad (6)$$

Однако ни откуда не следует, что при $\alpha \rightarrow 0$ характеристики случайного процесса $x(t)$, определяемого уравнением (5),

близки к тому, что получается из (6). Если это не так, то пользоваться более простым уравнением (6) нельзя.

Так как применительно к исходному уравнению (5) оба определения стохастических интегралов приводят к одинаковым результатам (коэффициент $g(x)$ при $\xi_{\Omega}(t)$ не зависит от \dot{x}), то предпочтение следует отдать тому определению, которое позволяет при $\alpha \rightarrow 0$ заменить уравнение (5) более простым (6).

В диссертации показывается, что математическое ожидание процесса $x(t)$ непрерывно при предельном переходе $\alpha \rightarrow 0$ вплоть до значения $\alpha = 0$ лишь при использовании стохастического интеграла К.Ито. Поэтому при исследовании радиотехнических следящих систем мы используем интегралы К.Ито. Здесь следует заметить, что построенный пример доказывает неправомочность применения интеграла Р.Л.Стратоновича к уравнению (6), но не доказывает строго справедливость интеграла К.Ито, так как исследована непрерывность при $\alpha \rightarrow 0$ только частной характеристики процесса $x(t)$ - математического ожидания. В этом направлении требуется дальнейшая работа.

Выбор определения стохастического интеграла позволяет по известным правилам составить уравнение Фоккера-Планка, описывающее эволюцию многомерного марковского процесса. Решение этого уравнения значительно упрощается, если коэффициенты диффузии постоянны. Две замены переменных в двумерных уравнениях Фоккера-Планка, позволяющие избавиться в частных случаях от переменных коэффициентов диффузии, описаны в третьем параграфе.

Четвертый и пятый параграфы посвящены обсуждению граничных условий для многомерных уравнений Фоккера-Планка, описывающих

радиотехнические следящие системы.

В задачах срыва слежения (первое пересечение случайным процессом $x(t)$ заданного уровня y) граничные условия носят название условий "поглощения". В литературе установлены условия поглощения лишь для одномерных марковских процессов: $w(x,t) = 0$ при $x = y$. Однако плотность вероятности многомерного марковского процесса не обязательно должна обращаться в нуль на всей границе Γ области слежения в фазовом пространстве Ω . Так как под срывом слежения обычно понимают первый выход марковского процесса \vec{x} за пределы обл. Ω , то все траектории марковского процесса, находящиеся в некоторый момент времени t внутри Ω , прежде ни разу не пересекали границу Γ . И граничное условие поглощения должно предотвратить возвращение фазовых траекторий внутрь области Ω извне. В общем случае фазовые траектории могут возвращаться внутрь Ω не через всю границу Γ , а через ее часть $\tilde{\Gamma}$, которую назовем регулярной частью границы. Так как все траектории, пересекающие $\tilde{\Gamma}$ в некоторый момент времени t , ранее находились вне Ω , то на $\tilde{\Gamma}$ равен нулю запас траекторий, ни разу не покидавших пределы Ω :

$$w(\vec{x}, t) |_{\vec{x} \in \tilde{\Gamma}} = 0. \tag{7}$$

На остальной части границы $\Gamma \setminus \tilde{\Gamma}$, так же как и во внутренних точках обл. Ω , распределение вероятности определяется в ходе решения краевой задачи. В диссертации из физических соображений показывается, как по известным коэффициентам сноса и диффузии многомерного марковского процесса проводится выделение регулярной части границы $\tilde{\Gamma}$. Существование и единственность поставленной краевой задачи следует из математических работ,

например [12].

Ошибочность распространенного условия поглощения (обращение в нуль плотности вероятности на всей границе Γ) связана с тем, что граничные условия для уравнения относительно вероятности первого выхода на границу, полученные Л.С.Понтрягиным [13] в случае положительно определенной квадратичной формы коэффициентов при вторых производных, без изменения переносятся на случай неотрицательно определенной формы, что часто встречается в радиотехнических задачах.

Другим распространенным типом граничных условий являются условия на непроницаемых экранах. Они встречаются, например при принудительном ограничении диапазона частоты перестраиваемого гетеродина в ЧАП (этот диапазон известен заранее, он определяется возможными значениями доплеровского изменения частоты сигнала). Применительно к радиотехнике подобные условия обсуждаются в диссертации впервые. Хотя в теории марковских процессов и применяется широко аналогия с броуновским движением, но в настоящем случае свойства поведения марковского процесса на границе совершенно иные, чем при упругом отражении броуновских частиц.

В шестом параграфе установлен способ выделения участка границы Γ^* , на котором задается граничное условие $P(\vec{x}_0, t) \Big|_{\vec{x}_0 \in \Gamma^*} = I$ для уравнения Понтрягина относительно вероятности первого выхода марковского процесса на границу. Так как уравнения Фоккера-Планка и Понтрягина являются сопряженными по пространственным переменным уравнениями, то регулярные участки границы $\tilde{\Gamma}$ и Γ^* для этих уравнений не совпадают друг с другом в общем случае.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ФОККЕРА-ПЛАНКА, ОПИСЫВАЮЩИХ НЕПРЕРЫВНЫЕ СИСТЕМЫ

Развитие цифровой вычислительной техники возродило интерес к уравнениям Фоккера-Планка, давая инструмент их исследования. Поэтому представляется своевременным развивать работы в области совершенствования различных методов численного решения уравнений в частных производных, встречающихся в прикладных задачах теории марковских процессов. В настоящее время методы численного решения уравнений Фоккера-Планка имеют преимущество по сравнению с цифровым моделированием стохастических уравнений по скорости получения решения и точности результатов лишь для систем первого и второго порядков. Поэтому в диссертации дается развитие методов численного решения краевых задач для уравнений Фоккера-Планка и связанными с ними другими уравнениями в частных производных с одной и двумя пространственными переменными. Этим вопросам посвящены главы 2 - 5, из которых основное принципиальное значение имеет третья глава.

Во второй главе сделаны необходимые уточнения и дополнения четырех известных методов, позволяющие применить их к решению краевых задач для одномерных уравнений Фоккера-Планка

$$\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [A(x, t) w] = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [B(x, t) w]. \quad (8)$$

По методу Бубнова-Галеркина решение краевой задачи представляется в виде разложения по системе ортогональных функций

$$\{ \varphi_k(x) \} : w_{(n)}(x, t) = \sum_{k=1}^n c_k(t) \varphi_k(x).$$

Замечая, что в случае постоянных во времени коэффициентов $A(x, t) = A(x)$, $B(x, t) = B(x)$ собственные функции краевой задачи

для уравнения (8) ортогональны с весом $w_{ст}(x)$ ($w_{ст}(x)$ - стационарное решение уравнения Фоккера-Планка), предлагается в этом случае в качестве функций $\varphi_k(x)$ выбирать $w_{ст}^{-\frac{1}{2}}(x)\psi_k(x)$, где $\psi_k(x)$ - система функций, ортогональных с единичным весом, например система тригонометрических функций. При этом система $\varphi_k(x)$ становится в некотором смысле ближе к системе собственных функций уравнения (8), так как она также ортогональна с весом $w_{ст}(x)$. Оказывается, что описанный способ выбора системы $\varphi_k(x)$ повышает скорость сходимости приближенных решений $w_{(n)}^*(x,t)$ к точному по сравнению с тем случаем, когда в качестве $\varphi_k(x)$ выбирается система функций, ортогональных с весом единица.

Метод прямых (дифференциально-разностный метод) позволяет представить уравнение в частных производных (8) в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которые легко решаются на аналоговых или цифровых вычислительных машинах. Для этого отрезок $y_1 \leq x \leq y_2$ разбивается на интервалы длиной h_x каждый. В диссертации установлено, что приближенное решение сходится к точному при выполнении условия

$$h_x \leq \min_{(x,t)} \frac{B(x,t)}{|A(x,t)|}$$

В диссертации показано, что нестационарные задачи, не решаемые или решаемые с трудом другими способами, удается решить с помощью сочетания метода статистической линеаризации с методом компенсирующих источников. Метод статистической линеаризации позволяет отыскать такой статистический эквивалент реального дискриминатора, что процессы в следящей системе приближенно

описываются нормальным законом, что дает в свою очередь возможность отыскать фундаментальное решение уравнения Фоккера-Планка (без учета граничных условий поглощения). Компенсирующие источники, помещенные за пределами апертуры дискриминатора, необходимы для удовлетворения граничным условиям.

Разностный метод решения уравнения (8) применялся и раньше. При этом производные по времени и по пространственным координатам аппроксимировались разностными отношениями по формальным правилам. Здесь и в последующих главах мы выберем другой способ, обладающий по сравнению с первым рядом достоинств. Этот способ основан на аппроксимации непрерывных марковских процессов дискретными цепями Маркова. Введение дискретных аналогов позволяет наглядно пояснить физический смысл введенных в первой главе условий поглощения многомерных марковских процессов. Условия на непроницаемых экранах в многомерных системах в настоящее время удается конструктивно сформулировать только в терминах дискретных марковских процессов. Кроме того, использование дискретных цепей Маркова позволяет сформулировать для разностной схемы условия сшивания уравнений с разрывными коэффициентами (если это пытаться сделать из формальных соображений, то трудно обеспечить условие нормировки вероятности разностной схемы). Однако наибольшее значение дискретные аналоги марковских процессов имеют при построении разностной схемы решения двумерных уравнений Фоккера-Планка с вырожденной матрицей диффузии, так как подобные уравнения в литературе слабо изучены.

Применительно к уравнению (8) с постоянным коэффициентом диффузии $B(x,t) = B$ разностный аналог - дискретная марковская цепь - описывается известным уравнением

$$W_i^{k+1} = p_{i-1}^k W_{i-1}^k + q_{i+1}^k W_{i+1}^k, \quad (9)$$

где $W_i^k = w(x_i, t_k) h_x$ - вероятность пребывания в узле с координатой x_i в момент времени t_k . Величины

$$p_i^k = \frac{1}{2} + \frac{A(x_i, t_k)}{2B} h_x \quad \text{и} \quad q_i^k = \frac{1}{2} - \frac{A(x_i, t_k)}{2B} h_x$$

представляют собой вероятности перехода вверх и вниз дискретного марковского процесса за элементарный интервал времени $\Delta t = t_{k+1} - t_k$. Уравнение (9) условно устойчиво, его решения сходится к решению уравнения (8) при выполнении соотношений

$$h_x = \sqrt{B} \sqrt{\Delta t}, \quad \max_{(x,t)} \frac{|A(x,t)|}{B} h_x \leq 1.$$

Последнее неравенство имеет ясный физический смысл: переходные вероятности p и q должны удовлетворять естественным условиям $0 \leq p \leq 1, 0 \leq q \leq 1$.

В конце параграфа получены условия сшивания разностной схемы при разрывном коэффициенте диффузии.

Перечисленные методы охватывают практически все разновидности уравнения (8), каждый метод иллюстрируется примерами. В конце главы сделан краткий сравнительный обзор с указанием области применимости рассмотренных методов.

Третья глава посвящена разработке разностных схем решения двумерных уравнений Фоккера-Планка. Для нестационарных уравнений Фоккера-Планка вследствие вырожденности матрицы диффузии разработаны алгоритмические методы "переменных направлений" неприменимые в гидродинамике разностные схемы решения уравнения Провиды о вырожденной квадратичной форме не годятся из-за различия в коэффициентах уравнений и области опреде-

ления краевой задачи. Поэтому для решения мало изученного класса уравнений естественно использовать сначала простейшую явную разностную схему, имеющую физическую подоплеку, т.е. разностную схему, основанную на аппроксимации двумерного непрерывного марковского процесса дискретным.

Первоначально рассматривается двумерное нестационарное уравнение Фоккера-Планка, описывающее следящие системы типа ЧАП, ФАП, временных автоселекторов:

$$\frac{\partial w(x,y,t)}{\partial t} + y \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} [A(x,y)w] = \frac{B}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \quad (10)$$

Построив из условия совпадения коэффициентов сноса и диффузии дискретную модель двумерного марковского процесса, составим уравнение, описывающее эволюцию двумерной цепи:

$$W^{k+1}(x_i, y_j) = p(x_i - \Delta x, y_{j-1}) W^k(x_i - \Delta x, y_{j-1}) + q(x_i - \Delta x, y_{j+1}) W^k(x_i - \Delta x, y_{j+1}), \quad (11)$$

где $x_i = i h_x, y_j = j h_y, t_k = k \cdot \Delta t, \Delta x = y_j \cdot \Delta t,$

$$W^k(x_i, y_j) = w(x_i, y_j, t_k) h_x h_y, \quad h_y = \sqrt{B} \sqrt{\Delta t},$$

$$p(x,y) = \frac{1}{2} + \frac{A(x,y)}{2B} h_y, \quad q(x,y) = \frac{1}{2} - \frac{A(x,y)}{2B} h_y.$$

Разностное уравнение (11) устойчиво при неотрицательных коэффициентах, откуда получаем ограничение сверху на размер элементарной ячейки по координате y :

$$\max_{(x,y)} \frac{|A(x,y)|}{B} h_y \leq 1.$$

В уравнении (11) приращения h_y и Δt связаны жестким соотношением, на величину h_y накладывается ограничение сверху, а величина h_x пока ни с чем не связана. В работе обсуждаются



ограничения, накладываемые на h_x , и устанавливается, как трансформируется уравнение (II) при различных способах выбора h_x .

Далее строится разностная схема решения более сложного уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial w(x, y, t)}{\partial t} + \frac{\partial [D(x, y)w]}{\partial x} + \frac{\partial [A(x, y)w]}{\partial y} = \frac{B}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad (12)$$

описывающего, в частности, работу приемника с АРУ по флюктуирующему сигналу.

Стационарные уравнения Фоккера-Планка можно решать итерационным способом, т.е., используя полученные выше разностные схемы, отыскивать при $t \rightarrow \infty$ решение нестационарных уравнений (10) или (12). Однако, как мы убедились на численных расчетах, приведенных в пятой главе, итерационные методы для уравнений Фоккера-Планка сходятся к стационарному решению очень медленно. Поэтому следует попробовать решать стационарные уравнения сводя их к системам алгебраических уравнений относительно значений плотности вероятности $w_{i,j}$ в узлах двумерной сетки. Именно такой способ описан в докладе К.Дж. Мерклингера [14]. Однако при этом приходится решать системы алгебраических уравнений с несколькими тысячами неизвестных, на что уходит еще большее время, чем на итерационный способ.

В настоящей работе предлагается решать стационарное уравнение путем последовательного поблочного исключения неизвестных в системе алгебраических уравнений высокого порядка относительно $w_{i,j}$. Если сетка состоит из $m \times k$ узлов, то К.Дж. Мерклингеру приходилось решать систему уравнений с $m \cdot k$ неизвестными. По методу последовательного исключения неизвест-

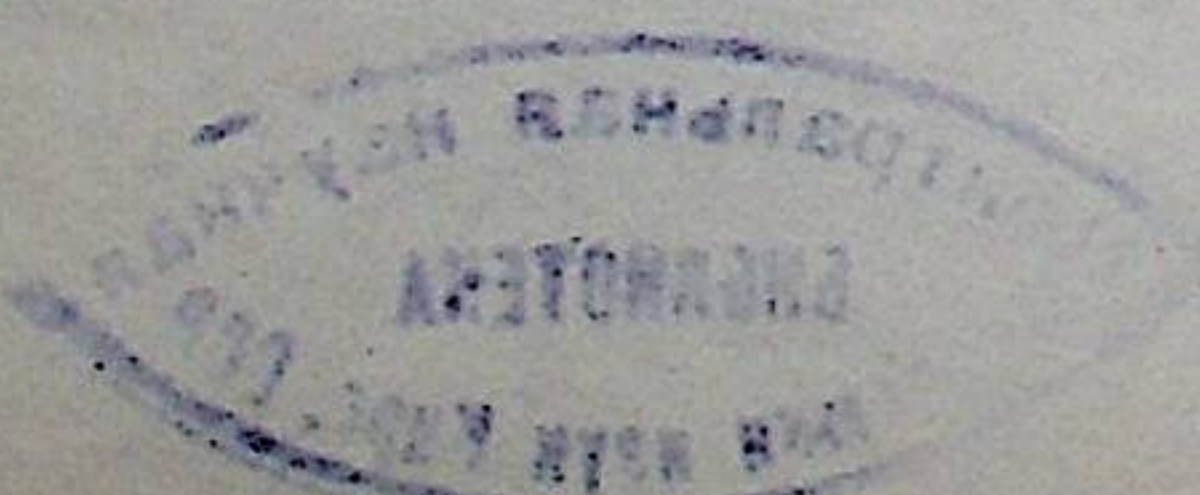
ных требуется $m-1$ раз обратить матрицу k -го порядка и один раз решить систему уравнений k -го порядка. О достигаемой при этом экономии во времени счета свидетельствует следующий пример. Пусть $m = k = 10$ (очень маленькая сетка). Тогда непосредственное решение $m \cdot k = 100$ уравнений требует примерно 28 мин (данные для ЦВМ Урал-4). В то же время предлагаемый метод последовательного исключения неизвестных требует всего 30 сек счета. Помимо выигрыша во времени достигается экономия и в требуемом объеме памяти.

В конце третьей главы приводятся соображения о построении разностных схем решения уравнений Фоккера-Планка с $n \geq 3$ пространственными переменными.

Примеры практического применения составленных в третьей главе разностных схем описаны в четвертой и пятой главах.

Четвертая глава посвящена решению краевых задач, связанных с вопросами срыва слежения.

В первом параграфе решается краевая задача для уравнения Фоккера-Планка (10) с граничным условием (7) и начальным условием $w(x, y, 0) = w_0(x, y)$. Рассмотрен срыв слежения в системе второго порядка с интегратором и интегрирующим или пропорционально-интегрирующим фильтром. В результате решения отыскивается нестационарная плотность вероятности $w(x, y, t)$, с помощью которой определяется вероятность срыва. Результаты вычисления вероятности срыва сравнивались с результатами цифрового моделирования стохастических уравнений. Во всех рассмотренных случаях результаты хорошо согласуются, что подтверждает справедливость выдвинутых граничных условий поглощения (7) и принятой разностной схемы (II). При точности моделирования



10-20% по вероятности срыва время, затрачиваемое на моделирование и на решение краевой задачи, примерно одинаковое. Точность последнего метода при этом не превышает 1%. Отсюда следует, что уравнения Фоккера-Планка позволяют отыскивать эталонные решения, что необходимо для проверки точности различных приближенных методов: например метода потенциальных барьеров Крамерса, способа Бунимовича вычисления среднеквадратичной частоты недифференцируемых процессов, метода статистической линеаризации, теории выбросов и др. Особенное преимущество по сравнению с цифровым моделированием уравнения Фоккера-Планка имеют в тех задачах, где требуется определить непосредственно плотность распределения вероятности, например в задаче отыскания оптимального управления. В задачах срыва слежения часто представляет интерес выявить зависимость вероятности срыва от начальных условий. Это важно, например в задаче о переходе от режима поиска к режиму слежения, когда данные поиска служат начальными условиями для захвата сигнала. Подобные задачи проще решать не с помощью уравнений Фоккера-Планка, а с помощью иных уравнений, о которых пойдет речь в следующем параграфе.

Второй параграф посвящен решению краевых задач для уравнений Понтрягина относительно вероятности достижения заданных границ как функции начальных условий. Граничные условия для этого уравнения сформулированы в § 1.6, а разностная схема решения строится по аналогии со схемой решения уравнения Фоккера-Планка. Выигрыш от применения уравнения Понтрягина равен числу перебираемых начальных условий, так как время его решения примерно равно времени решения уравнения Фоккера-Планка.

В третьем параграфе рассмотрены вопросы решения уравнения

для среднего времени до срыва слежения в системах второго порядка:

$$y_0 \frac{\partial M(x_0, y_0)}{\partial x_0} + A(x_0, y_0) \frac{\partial M}{\partial y_0} + \frac{B}{2} \frac{\partial^2 M}{\partial y_0^2} = -1. \quad (13)$$

Это уравнение целесообразно применять на начальной стадии проектирования, когда не требуется знать такие детальные характеристики, как, например вероятность срыва. Знание среднего времени до срыва позволяет, в частности, оценить допустимые уровни помехи, не нарушающие работоспособности следящей системы. Метод решения уравнения (13) аналогичен предложенному в главе 3 методу решения стационарного уравнения Фоккера-Планка поблочным последовательным исключением неизвестных системы алгебраических уравнений относительно значений среднего времени в узловых точках $M_{i,j}$. На ЦВМ М-220 удастся рассмотреть случай, когда половина апертуры дискриминатора в 7-10 раз превышает среднеквадратическое значение ошибки слежения в линейной системе (линейный начальный участок дискриминационной характеристики продолжен до бесконечности). Это как раз те случаи, которые наиболее часто встречаются на практике. Причем решение наиболее трудного случая (малый уровень помехи) занимает не более 8 мин машинного времени, что существенно меньше того, что потребовалось бы для цифрового моделирования стохастических уравнений.

Примеры решения стационарных уравнений Фоккера-Планка приведены в пятой главе. В качестве объекта исследования выбрана система АРУ, работающая по флюктуирующему сигналу. Такой выбор обусловлен тем, что система АРУ одна из немногих радиотехнических следящих систем, имеющая отличное от нуля стационар-

ное распределение. Помимо этого система АРУ описывается уравнением Фоккера-Планка типа (12), которое прежде нами не рассматривалось.

В начале главы исследована модельная задача, допускающая аналитическое решение: сглаживание релеевских флуктуаций РС-цепочкой. Релеевские флуктуации описаны стохастическим уравнением первого порядка, которое вместе с уравнением РС-цепочки образует систему двух стохастических уравнений, описывающих двумерный марковский процесс. Соответствующее стационарное уравнение Фоккера-Планка решалось итерационным способом. Это вызвано необходимостью оценить затраты времени на решение этим способом, чтобы иметь возможность судить об эффективности предложенного в главе 3 метода решения стационарного уравнения Фоккера-Планка путем поблочного понижения порядка системы алгебраических уравнений. В результате численного решения получены характеристики одномерного распределения напряжения на выходе РС-цепочки. Сравнение с аналитическими результатами В.И.Тихонова и А.А.Толкачева [15] подтвердило правомочность применения уравнения Фоккера-Планка в рассматриваемом случае и дало возможность применить эти уравнения к более сложной задаче о сглаживании релеевских флуктуаций в приемнике с АРУ.

Аппарат уравнений Фоккера-Планка позволяет найти одномерную плотность вероятности огибающей напряжения на выходе приемника с АРУ, если на входе действует флуктуирующий сигнал с релеевским распределением амплитуды. Знание одномерной плотности позволяет оценить изменение математического ожидания и дисперсии сигнала, вызванное действием АРУ. Причем оказывается, что оп-

ределение моментов стационарного распределения амплитуды с помощью цифрового моделирования занимает большее время, так как поневоле приходится рассчитывать весь переходный процесс.

Так как релеевское распределение есть весьма частный вид распределений амплитуды флуктуирующего сигнала, то в работе показано, как составить уравнение Фоккера-Планка в том случае, когда распределение амплитуды аппроксимируется распределением, удачно описывающим широкий класс сигналов, - распределением Накагами. При этом должно быть известно время корреляции амплитуды сигнала.

В конце главы сделаны общие выводы о возможностях и области применимости уравнений Фоккера-Планка для исследования следящих систем второго порядка.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ С ИМПУЛЬСАМИ КОНЕЧНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

В последнее время широкое распространение получил квазинепрерывный режим работы следящих систем - импульсный режим с импульсами большой длительности. Такой режим встречается, например в случае последовательного периодического обслуживания одним передатчиком нескольких приемников или применяется в целях повышения скрытности канала связи. Вследствие того, что во время действия импульсов и в паузе следящие системы работают соответственно как замкнутые и разомкнутые непрерывные системы, для анализа нелинейных импульсных систем можно с небольшими дополнениями использовать рассмотренные выше приемы, применяемые при анализе чисто непрерывных систем. Однако в литературе недостаточно полно рассмотрен и линейный режим работы им-

пульсных систем с импульсами конечной длительности (иначе эти системы называют иногда системами с конечным временем съема данных). Причем основное внимание уделено детерминированному режиму работы. Статистическому анализу линейных систем посвящены лишь две-три работы. Поэтому представляется целесообразным усовершенствовать методику статистического анализа линейных импульсных систем. Нелинейный режим, по нашим сведениям, вообще не рассматривался.

Основное содержание шестой главы составляет развитие точных методов статистического анализа линейных импульсных систем с импульсами конечной длительности. Для удобства записи и для возможности довести выкладки до конца используется матричная символика. Нелинейным системам посвящены лишь два параграфа из шести.

Основные соотношения для расчета математического ожидания и дисперсии ошибки слежения в линейной импульсной системе получены в первом параграфе. Принятая в § I.I система координат позволяет описать импульсную следящую систему стохастическими уравнениями, решения которых непрерывны при переходе от импульса к паузе и обратно. Поэтому без дополнительных усложнений можно использовать метод сшивания матричных уравнений (все компоненты вектора состояний непрерывны в моменты коммутации).

В силу линейности системы рекуррентное уравнение для вектора математических ожиданий совпадает с известным уравнением для расчета переходного процесса в детерминированном случае. Для определения матрицы дисперсий D составлено рекуррентное уравнение

$$D(t_{k+1}+h) = A D(t_k+h) A^T + \Psi, \quad (14)$$

где $t_k = kT$ - моменты начала импульсов, T - период повторения, h - длительность импульсов. Показано, что вычисление матриц A и Ψ сводится к операциям с матрицами размера $n \times n$: умножению, сложению, вычислению функций от матриц и вычислению определителей n -го порядка (здесь n - порядок системы дифференциальных уравнений, описывающих следящую систему). В этом состоит основное преимущество предлагаемого способа расчета по сравнению с известными результатами Б.С.Дарховского и В.С.Лейбовича [16]. В последних требуется оперировать с матрицами размерами $n^2 \times n^2$, что во-первых увеличивает объем памяти, занимаемой одной матрицей, с n^2 до n^4 и во-вторых примерно в n раз увеличивает время расчетов. При больших n эти обстоятельства оказывают решающее влияние на выбор метода исследования.

Для проведения практических расчетов по составленной методике разработана программа вычисления экспоненты от матриц Фробениусова типа.

Примеры исследования устойчивости и динамических и флюктуационных ошибок импульсных следящих систем приведены во втором параграфе. Результаты расчетов иллюстрируются графиками, охватывающими широкие области параметров часто встречающихся на практике следящих систем с астатизмом первого и второго порядков. В числе прочих рассмотрен пример следящей системы с экстраполятором, включенным на выходе дискриминатора. Экстраполяторы нулевого порядка применяются для повышения среднего коэффициента усиления следящей системы. Довольно часто постоянную времени заряда экстраполятора (заряда во время действия импульсов) стремятся сделать как можно меньше для улучшения

динамических свойств системы. Однако, как показано в работе, это влечет за собой неограниченный рост дисперсии ошибки слежения. В связи с этим на постоянную времени заряда экстраполятора накладывается ограничение снизу.

Корреляционная матрица $K(t_2, t_1)$ нестационарного процесса на выходе импульсной системы вычисляется в третьем параграфе. В отличие от работы [16] корреляционная матрица отыскивается на основании определенной из (14) матрицы дисперсии и матрицанта линейной системы с периодическими меняющимися скачком параметрами, а не из стохастического уравнения импульсной системы непосредственно. Это не только сокращает промежуточные выкладки, но и позволяет представить окончательные результаты в более простой форме.

Выше рассматривались линейные импульсные системы. В четвертом параграфе показано, как учесть нелинейность флюктуационной характеристики дискриминатора. Для этого флюктуационная характеристика раскладывается в ряд Тейлора в окрестности текущего математического ожидания. Ограничиваясь одним членом ряда, получаем эквивалентную линейную систему с переменными параметрами, что справедливо при малом уровне помехи. При этом уравнения для математического ожидания вектора состояний и матрицы дисперсий оказываются связанными, и их приходится решать совместно. Расчеты двух конкретных систем проведены на примере ЧАП. Показано, как неравномерность флюктуационной характеристики частотного дискриминатора влияет на величину дисперсий ошибки слежения.

Дальнейшее усложнение задачи — учет нелинейности дискриминационной характеристики — требует изменения метода исследо-

вания импульсной системы. В соответствии с этим в пятом параграфе составлен алгоритм сшивающего алгоритма плотности распределения вероятности вектора состояний нелинейной импульсной системы. Во время действия импульсов плотность вероятности отыскивается из уравнения Фоккера-Планка, например с помощью разработанного в главе 3 разностного метода. В паузе система разомкнута и, следовательно, линейна, что позволяет рассчитать плотность вероятности в конце паузы аналитически.

Не менее важно, чем нелинейность импульсной системы, учесть наличие запаздывания в высокочастотном тракте приемника, так как время запаздывания τ может быть соизмеримо с длительностью импульса h . Прежде всего следует выяснить влияние запаздывания на устойчивость линейной импульсной системы, что сделано в шестом параграфе. В довольно распространенном случае, когда длительность паузы $T-h$ превышает время запаздывания τ , удастся составить рекуррентное уравнение $\vec{x}(t_{k+1} + h + \tau) = V \vec{x}(t_k + h + \tau)$, связывающее векторы состояний импульсной системы в соседних периодах с помощью переходной матрицы V , собственные числа которой определяют устойчивость импульсной системы. Вычислить в явном виде матрицу V в общем случае чрезвычайно сложно, что приводит к необходимости использовать различные приближенные методы. В настоящем параграфе нами предложены два таких метода. Один из них асимптотический — его точность повышается при уменьшении τ . Он основан на допущении, что состояние импульсной системы мало меняется на интервале длительности τ . В этом предположении метод шагов позволяет достаточно просто вычислить матрицу V . Другой способ основан на разложении с помощью функций Паде оператора задержки

$e^{-p\tau}$ в конечную цепную дробь, что позволяет развитыми в §6.1 методами исследовать не только устойчивость, но и динамические и флюктуационные ошибки. Недостаток этого способа заключается в повышении порядка дифференциальных уравнений, описывающих систему с запаздыванием. В конце параграфа приведен пример исследования устойчивости импульсной системы с запаздыванием.

Седьмая глава посвящена приближенным способам расчета импульсных систем с импульсами конечной длительности. В частных случаях, например при больших скважностях импульсного сигнала и малых коэффициентах усиления, можно упростить анализ импульсных систем, заменив импульсы малой, но конечной длительности последовательностью δ -импульсов, имеющих некоторые случайные веса. Последние системы для краткости назовем дискретными. Условия эквивалентности импульсных и дискретных систем выяснены в литературе лишь в случае действия детерминированных возмущений. При действии случайных возмущений необходимо определить статистические характеристики весов δ -импульсов, имитирующих действие отрезков стационарного случайного процесса конечной длительности. После отыскания статистического эквивалента импульсного сигнала линейные дискретные системы рассчитываются известным методом Z -преобразований.

В первом параграфе статистический эквивалент импульсного сигнала строится из условия совпадения математического ожидания и корреляционной функции нестационарного случайного процесса на выходе непрерывной части разомкнутой импульсной и дискретных систем. В случае, когда на импульсную систему действует стационарный нормальный процесс $u(t)$ с корреляционной функцией $K_u(\tau)$, получено следующее выражение для корреляционной

функции весов c_i δ -импульсов:

$$K_c(iT, jT) = \int_0^h \int_0^h K_u((i-j)T + \tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2.$$

Если время корреляции $\tau_{кор}$ процесса $u(t)$ много меньше периода повторения T , то веса c_i некоррелированы, дисперсия их равна

$$\sigma_c^2 = \int_0^h \int_0^h K_u(\tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2 = 2 \int_0^h (h-\tau) K_u(\tau) d\tau. \quad (15)$$

Рассмотрим два предельных случая. При $\tau_{кор} \ll h$ выражение (15) приводится к виду $\sigma_c^2 = h G_u(0)$, где

$$G_u(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_u(\tau) \cos \omega \tau d\tau.$$

В другом случае $h \ll \tau_{кор} \ll T$, тогда $\sigma_c^2 = h^2 \sigma_u^2$.

Иной подход к приближенному анализу импульсных систем изложен во втором параграфе, где упрощенные расчетные формулы получены на основании упрощения точных зависимостей, приведенных в § 6.1. Показано, что в системах без экстраполяторов оба подхода приводят к одинаковым результатам. Как выяснено в § 6.2, экстраполяторы с бесконечно малым временем заряда нельзя включать непосредственно на выходе широкополосных дискриминаторов — им обязательно должны предшествовать фильтрующие элементы (что эквивалентно применению экстраполяторов с конечным временем заряда). Дискретные системы с подобным способом включения экстраполятора уже не удастся рассчитывать методом Z -преобразований. Наиболее простой способ их расчета заключается, по нашему мнению, в применении изложенного в данном параграфе метода упрощения точных зависимостей.

Нелинейному режиму работы дискретных систем посвящен третий параграф. В нем в отличие от работы И.Д.Волосова [17] используются правильные условия эквивалентности импульсной и диск-

ретной систем. Кроме того результаты указанной работы значительно упрощены. В явном виде найдена плотность вероятности перехода за один период повторения n -мерного марковского процесса, описывающего дискретную систему. Это дало возможность составить рекуррентное уравнение для расчета безусловной плотности вероятности. В установившемся режиме рекуррентное уравнение переходит в интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода. Показано, что ядро этого уравнения, т.е. переходная плотность вероятности содержит $n-1$ -мерную δ -функцию, что позволяет в n -кратном интеграле вычислить $n-1$ интеграл.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем:

1. Разработаны равностные методы решения нестационарных и стационарных двумерных уравнений Фоккера-Планка, а также уравнений Понтрягина для вероятности и среднего времени до срыва слежения. Рассмотрены и усовершенствованы методы численного анализа краевых задач для одномерных уравнений Фоккера-Планка, охватывающие практически все встречающиеся ситуации. Разработанная методика позволяет исследовать такие нелинейные эффекты в следящих системах первого и второго порядка, как, например, срыв и захват сигнала, определять уровень флуктуаций в стационарном режиме в нелинейных системах авторегулирования (АРУ, ФАПЧ с нелинейными фильтрами и др.).

2. Для многомерных марковских процессов сформулированы граничные условия (условия поглощения и др.), встречающиеся в радиотехнических задачах.

3. Способ Э.Витерби описания следящих систем с дробно-рациональным коэффициентом передачи фильтра в цепи обратной связи многомерными марковскими процессами распространен на случай воздействия на следящую систему детерминированных возмущений.

4. Построен пример, показывающий, что при использовании определения стохастического интеграла Р.Л.Стратоновича результаты анализа следящей системы меняются скачком при отбрасывании малых паразитных инерционностей, содержащихся в каждой реальной системе. Интеграл К.Ито свободен от указанного недостатка, что позволяет упростить математическую модель следящей системы, понизив порядок системы дифференциальных уравнений, ее описывающих.

5. Решенные выше задачи позволяют описывать радиотехнические следящие системы методами теории марковских процессов и применять уравнения Фоккера-Планка для проведения количественных расчетов. Аппарат уравнений Фоккера-Планка позволяет достичь большей точности результатов исследования систем первого и второго порядков, чем цифровое моделирование следящих систем.

6. По времени получения результатов методы численного решения уравнений в частных производных имеют безусловное преимущество по сравнению с цифровым моделированием при исследовании следящих систем первого порядка. При изучении систем второго порядка преимущества имеют, во-первых, уравнения Понтрягина, позволяющие определить зависимость вероятности срыва от начальных ошибок слежения, во-вторых, уравнения для среднего времени до срыва слежения и, в третьих, стационарные уравнения Фоккера-Планка.

7. Усовершенствована методика статистического анализа ли-

нейных импульсных систем с импульсами конечной длительности - важного класса следящих систем, часто встречающихся в последнее время на практике. Для расчета матрицы дисперсии вектора состояния системы получено более простое, чем в [16], рекуррентное уравнение, позволяющее уменьшить в n^2 раз необходимый объем памяти и примерно в n раз уменьшить время счета, где n - порядок системы дифференциальных уравнений, описывающих кольцо слежения. Показано, как с помощью найденной матрицы дисперсий достаточно просто определить корреляционную матрицу нестационарного процесса на выходе импульсной системы. Кроме того разработаны два приближенных способа исследования устойчивости импульсных систем с запаздыванием. Один из этих способов, основанный на применении функций Паде для разложения оператора запаздывания в конечную цепную дробь, позволяет исследовать не только устойчивость, но и динамические и флюктуационные ошибки в импульсной системе с запаздыванием.

8. Выяснены условия статистической эквивалентности импульсных и дискретных систем, что позволяет в некоторых случаях упростить расчет импульсных систем.

На основе полученных методов решен ряд практических задач, результаты которых имеют не только иллюстративное, но и самостоятельное прикладное значение:

1. Для ряда импульсных систем, в том числе систем с запаздыванием, построены более точные области устойчивости, что позволяет повышать добротность кольца и работать вследствие этого по сигналу с большей динамикой (применявшийся ранее упрощенный расчет методом Z -преобразований преуменьшает максимально допустимые значения добротности).

2. Для ряда импульсных систем с астатизмом первого и второго порядков построены графики зависимости дисперсии ошибки слежения в установившемся режиме от параметров следящей системы и скважности импульсного сигнала, что позволяет оценить ухудшение свойств импульсной системы по сравнению с непрерывной.

3. На примере импульсной системы ЧАП установлено, в каких случаях процесс на выходе частотного дискриминатора нельзя аппроксимировать белым шумом, а следует учесть вид его спектра, и показано, как это сделать.

4. Для импульсной системы с экстраполятором нулевого порядка установлено, что постоянная времени заряда экстраполятора должна быть ограничена снизу (при безынерционном экстраполяторе, включенном на выходе широкополосного дискриминатора, дисперсия ошибки слежения неограниченно нарастает).

5. На основании разработанных методов численного решения уравнений Фоккера-Планка в задаче о совместном функционировании систем поиска и захвата сигнала по частоте найдено оптимальное соотношение между размерами поискового stroba и апертурой дискриминатора.

6. В задаче о работе по флюктуирующему сигналу приемника с АРУ получена одномерная плотность распределения амплитуды выходного сигнала, что позволяет оценить эффективность нормировки сигнала.

Диссертация содержит 220 страниц машинописного текста, в том числе 62 рисунка. Список литературы включает 94 наименования.

Основные материалы диссертации докладывались на научно-технической конференции Московского энергетического института (апрель 1970 г.), на Втором Всесоюзном научно-техническом семинаре "Исследование нелинейных радиотехнических систем с помощью ЭВМ" (Ереван, октябрь 1969 г.) и на XIV областной научно-технической конференции, посвященной дню радио и дню связиста (Новосибирск, апрель 1971 г.), а также опубликованы в монографии [1] и статьях [2 - 10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Обрезков Г.В., Разевиг В.Д., Методы анализа орыва слежения, Изд-во "Советское радио", 1972 (в печати).
2. Разевиг В.Д., Анализ марковских случайных процессов в линейных и нелинейных системах с помощью аналоговых вычислительных машин, Изв. вузов, Радиофизика, 1968, № 3.
3. Обрезков Г.В., Разевиг В.Д., Срыв слежения в нелинейных системах, работающих в нестационарном режиме, Автоматика и телемеханика, 1968, № 10.
4. Обрезков Г.В., Разевиг В.Д., К задаче о срыве слежения, Автоматика и телемеханика, 1969, № 12.
5. Разевиг В.Д., Совместный анализ процессов поиска и захвата, Доклады НТК по итогам НИР за 1968-69 гг. Секция радиотехническая. Подсекция статистической радиотехники, МЭИ, 1969.
6. Разевиг В.Д., Определение вероятности достижения границы двумерным марковским процессом, Изв. вузов, Радиофизика, 1970, № 8.
7. Разевиг В.Д., Решение краевых задач для уравнений Фоккера-Планка, Радиотехника, 1971, № 12.

8. Разевиг В.Д., О статистическом анализе линейных импульсных систем с импульсами конечной длительности, Автоматика и телемеханика, 1971, № 11.
9. Разевиг В.Д., Статистический анализ нелинейных импульсных автоматических систем, Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1971, № 6.
10. Ломако Е.И., Разевиг В.Д., Условия эквивалентности импульсных и дискретных систем, Автоматика и телемеханика, 1972, № 3 (в печати).
11. Витерби Э.Д., Принципы когерентной связи, Изд-во "Советское радио", 1970.
12. Пискунов Н.С., Краевые задачи для уравнений эллиптико-параболического типа, Матем. сб., 1940, т. 7(49), № 3.
13. Понтрягин Л., Андронов А., Витт А., О статистическом рассмотрении динамических систем, ЖЭТФ, 1933, т. 3, № 3.
14. Мерклингер К.Дж., Численный анализ нелинейных систем управления с помощью уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова, Труды II конгресса ИФАК. Оптимальные системы. Статистические методы, Изд-во "Наука", 1965.
15. Тихонов В.И., Толкачев А.А., Воздействие ненормальных флуктуаций на линейные системы, Изв. АН СССР, ОТН, 1956, № 12.
16. Дарховский В.С., Лейбович В.С., Статистический анализ импульсных систем с конечным временем съема данных, Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1969, № 5.
17. Волоsov И.Д., Применение теории марковских процессов к определению статистических характеристик нелинейных импульсных автоматических систем, Автоматика и телемеханика, 1970, № 2.