

x6
A45

АКАДЕМИЯ НАУК КИРГИЗСКОЙ ССР
УЧЕНЫЙ СОВЕТ ПО ГЕОЛОГИИ И ГОРНОМУ ДЕЛУ

На правах рукописи

Горный инженер А. Жакыпбеков

ИССЛЕДОВАНИЕ ОГИБАЮЩЕЙ ПРЕДЕЛЬНЫХ КРУГОВ
МОРА ПРИ ТРЕХОСНОМ СЖАТИИ ГОРНЫХ ПОРОД

Специальность № 311
Подземная разработка и эксплуатация угольных, рудных и
нерудных месторождений

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Фрунзе 1970

АКАДЕМИЯ НАУК КИРГИЗСКОЙ ССР
УЧЕНЫЙ СОВЕТ ПО ГЕОЛОГИИ И ГОРНОМУ ДЕЛУ

На правах рукописи

Горный инженер А. ЖАКЫПБЕКОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ОТГИБАЮЩЕЙ ПРЕДЕЛЬНЫХ КРУГОВ МОРА
ПРИ ТРЕХОСНОМ СЖАТИИ ГОРНЫХ ПОРОД

Специальность № 311

Подземная разработка и эксплуатация угольных,
рудных и нерудных месторождений

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Фрунзе 1970

ВВЕДЕНИЕ

Изучение закономерности изменения прочности материала от напряженного состояния имеет важное значение. Напряженные состояния, встречаемые в природе, искусственных сооружениях, при ведении горных, строительных и других работ весьма разнообразны.

Наиболее важным в практическом отношении является установление количественного выражения указанной закономерности, что позволит судить о прочностном поведении материала в различных напряженных состояниях.

Определение количественного выражения этой закономерности равносильно определению совокупности всех тех напряженных состояний, при которых наступает разрушение данного материала. Эта совокупность напряженных состояний может быть определена в виде поверхности в пространстве главных напряжений. Если исходить из позиций теории прочности Мора, то совокупность разрушающих напряженных состояний может быть выражена в виде линии (оггибающей предельных кругов Мора) на плоскости нормальной и касательной компонент напряжений. Это значительно облегчает решение вопроса, так как искомая закономерность может быть выражена в виде функции между двумя величинами, тогда как в общем случае она должна разыскиваться в виде функции между тремя величинами.

Теория прочности Мора в области трехосного сжатия получила неоспоримое экспериментальное подтверждение. Об этом говорят результаты многочисленных исследований над сотнями различных материалов, проведенных у нас в стране и за рубежом.

Установление аналитического выражения оггибающей имеет большое научное и практическое значение.

Эта задача привлекла и привлекает внимание многих исследователей. Ими предложены различного рода решения. Одни решения носят гипотетический характер, другие — получены на основе математической обработки непосредственных результатов экспериментальных исследований.

В диссертационной работе путем последовательного рассмотрения положений теории прочности Мора и математических выкладок получено решение этой задачи для области трехосного сжатия.

ГЛАВА I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ МОРА

В начале XX века Мором О. был найден способ изображения любого напряженного состояния в точке на плоскости нормальной (σ) и касательной (τ) компонент напряжений.

В общем случае любое напряженное состояние в точке по этому способу изображается точками плоскости $\sigma\tau$, ограниченными наибольшим кругом и лежащими внутри него двумя другими кругами. Эти круги получили название кругов Мора.

Теория прочности Мора возникла как раз в связи с обнаружением возможности такого изображения напряженных состояний.

Действительно, было естественно предположить, что если все разрушающие материал напряженные состояния изобразить на плоскости $\sigma\tau$, то эти изображения образуют семейство, подчиненное закономерности. По гипотезе Мора эта закономерность выразится в том, что все предельные круги напряжений (наибольшие круги Мора, соответствующие различным разрушающим напряженным состояниям) должны иметь общую огибающую линию.

Огибающую предельных кругов Мора обычно представляют в виде функции

$$\tau = f(\sigma) \quad (I)$$

При такой функциональной трактовке гипотеза Мора в отношении критериев, вызывающих разрушение материала, истолковывается двояко:

1) разрушение путем отрыва. Отрыв друг от друга частей тела, находящихся по обе стороны площадки, на которой возникает предельное равновесие, происходит под действием нормального напряжения. Этот вид разрушения соответствует точке огибающей предельных кругов Мора при пересечении ее оси нормальной компоненты напряжения;

2) разрушение путем сдвига. Сдвиг друг относительно друга частей тела, находящихся по обе стороны площадки, на которой возникает предельное равновесие, происходит под действием касательной компоненты напряжения.

Выражение (I) можно привести к виду

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\alpha = f(\sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha) \quad (2)$$

σ_1, σ_3 — наибольшее и наименьшее главные напряжения,

α — угол между нормалью к предельной площадке (площадка, на которой возникает предельное равновесие) и направлением наибольшего главного напряжения.

То обстоятельство, что в выражении (2) не участвует промежуточное главное напряжение σ_2 , послужило основанием представлению о том, что теория Мора пренебрегает влиянием этого главного напряжения. Из этого делаются выводы, что теория прочности Мора учитывает напряженное состояние в точке не полностью.

Покажем, что выражение (2) может быть приведено к виду, в котором оно содержит все те величины, которые полностью характеризуют напряженное состояние в точке.

Выделим какую-либо точку напряженного тела, в которой возникает состояние предельного равновесия. Пусть направление \vec{n} выра-

дает собой направление нормали к предельной площадке. Выберем какую-либо координатную систему, чтобы ни одна из координатных осей x, y, z не была перпендикулярна к направлению n , т.е.

$$\begin{aligned} \cos(n, x) &\neq 0 \\ \cos(n, y) &\neq 0 \\ \cos(n, z) &\neq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом ориентированных трех взаимно перпендикулярных осей бесчисленное множество.

Обозначим компоненты напряжений в какой-либо из таких координатных систем через

$$\begin{array}{ccc} X_x & Y_x & Z_x \\ X_y & Y_y & Z_y \\ X_z & Y_z & Z_z \end{array} \quad (4)$$

Напряжение на предельной площадке будет иметь компоненты

$$\begin{aligned} X_n &= X_x \cos(n, x) + X_y \cos(n, y) + X_z \cos(n, z) \\ Y_n &= Y_x \cos(n, x) + Y_y \cos(n, y) + Y_z \cos(n, z) \\ Z_n &= Z_x \cos(n, x) + Z_y \cos(n, y) + Z_z \cos(n, z) \end{aligned} \quad (5)$$

Нормальная компонента этого напряжения равна

$$\begin{aligned} \sigma &= X_x \cos^2(n, x) + Y_y \cos^2(n, y) + Z_z \cos^2(n, z) + 2 X_y \cos(n, x) \cos(n, y) + \\ &+ 2 Y_z \cos(n, y) \cos(n, z) + 2 Z_x \cos(n, z) \cos(n, x) \end{aligned}$$

а касательная определится из условия

$$\sigma^2 + \tau^2 = X_n^2 + Y_n^2 + Z_n^2$$

Если подставим значения σ и τ из последних двух выражений в (1), то, учитывая условия (3), вынуждены будем заметить, что условие возникновения предельного равновесия по Морю содержит все те величины, которые полностью характеризуют напряженное состояние в точке. Отметим, что компоненты напряжения (4)

в такой же мере характеризуют напряженное состояние в точке. В какой его характеризуют главные компоненты $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Даже в некотором отношении компоненты (4) являются более произвольными, чем главные компоненты.

ГЛАВА II. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА О ФОРМЕ ОГИБАЮЩЕЙ ПРЕДЕЛЬНЫХ КРУГОВ МОРА

В главе приведен подробный анализ различных форм огибающей предельных кругов Мора. Основное внимание при этом уделялось проверке соответствия предложенных решений с экспериментально полученными огибающими. В качестве последних брались результаты экспериментальных исследований материалов, проведенных отечественными и зарубежными исследователями.

В анализе использовались и результаты опытов над Кочкорскими кальцитом, полученные автором в лаборатории динамической прочности и высокого давления ВНИИ.

Существующие решения вопроса о аналитическом выражении огибающей предельных кругов Мора можно разделить на два типа:

решения в виде некоторых кривых. Выбор вида кривых (следовательно и аналитического выражения огибающей) носит гипотетический характер. В этом случае определение огибающей для какого-либо материала сводится к установлению величин параметров выбранного вида кривой, исходя из результатов испытаний данного материала;

решения в виде зависимостей, установленных в результате обработки экспериментальных данных.

На основании проверки этих решений на результатах экспериментальных исследований материалов в трехосном сжатии при больших диапазонах изменения величин напряжений можно сделать следующие выводы.

Решения, относящиеся к первому типу (прямолинейная, циклоидальная, гиперболическая, параболические и т.д. формы огибающей), обнаруживают удовлетворительные совпадения лишь на некотором участке экспериментальной огибающей. Отметим, что эти совпадения носят искусственный характер. Действительно, большинство из выбранных кривых по общему начертанию их графиков схожи с экспериментально получаемыми огибающими. Отсюда ясно, что если для установления численных величин параметров этих кривых будут использованы координаты некоторых точек экспериментальной огибающей, то в этих точках и их окрестностях расчетная и экспериментальная огибающие естественно будут находиться в некотором соответствии. С удалением от этих точек несоответствие между расчетной и экспериментальной огибающими все более и более возрастает.

В работе показано, что эти виды огибающих, начиная с некоторого удаления от точек, которые использовались для определения их параметров, приводят к совершенно неприемлемым результатам.

Решения, относящиеся ко второму типу, более лучше соответствуют экспериментальным данным. Однако, как правило, эти решения сложны. Так, например, определение констант расчетно-аналитического уравнения проф. Протодымова М.М. требует громоздких выкладок и графического решения уравнений. Уравнение Ставрогина А.Н. невозможно решить относительно какого-либо из главных напряжений. Между тем, при решении многих задач, связанных с теориями прочности и теорией предельного равновесия, знание явной зависимости между главными напряжениями крайне необходимо.

ГЛАВА III. УРАВНЕНИЕ ОГИБАЮЩЕЙ ПРЕДЕЛЬНЫХ КРУГОВ МОРА

Почти все исследователи теории Мора считают, что изменение σ_2 в пределах

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (6)$$

нарушают однозначность условия (2).

Первыми опытами, по результатам которых можно было проверить данное положение теории Мора, были опыты Кармана Т. и Бекера Р. над каррарским мрамором.

Напряженные состояния, осуществленные Карманом Т., характеризовались главными напряжениями $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, а Бекером Р. — $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$. Построенные по результатам этих опытов кривые зависимости (2) приведены на рис. I. Различие в расположении кривых Бекера Р. объяснил исключительно влиянием промежуточного

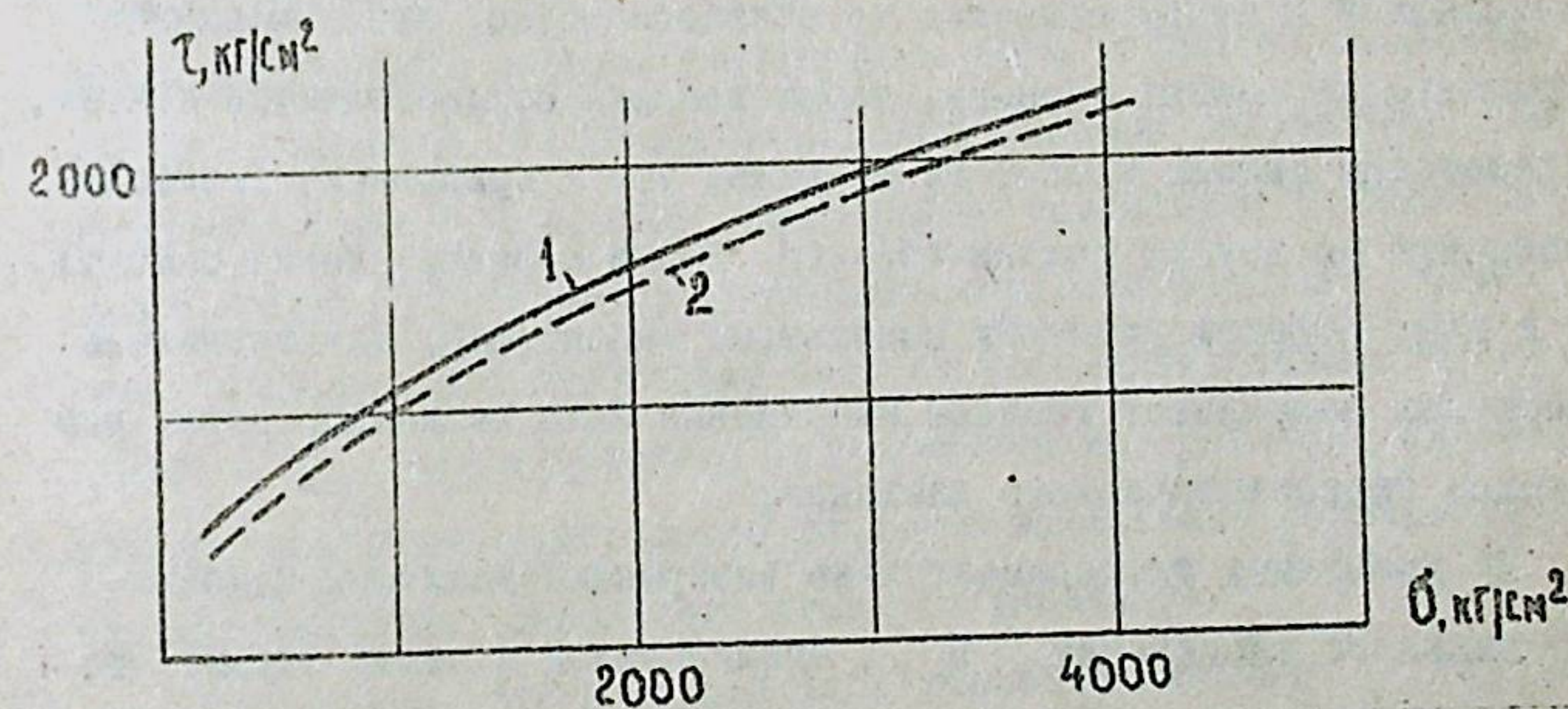


Рис. I. Огибающие по опытам Кармана (1) и Бекера (2)

главного напряжения σ_2 . Из результатов, проведенных позже экспериментальных исследований тоже были сделаны выводы о том, что изменение промежуточного главного напряжения нарушает однозначность условия (2).

Однако, при обсуждении результатов экспериментальных исследований необходимо принять во внимание различие в способах приложения нагрузки. Так, в опытах Кармана Т. на гранях образцов,

да прикладывалось наибольшее главное напряжение σ_1 , не было устранено трение. Между тем при одних и тех же условиях материал образца в перпендикулярных к линии действия σ_1 направлениях деформируется более, нежели материал плиты прессы и, поэтому, трение между соприкасающимися поверхностями обуславливает появление контактных напряжений, которые вызывают такой же эффект, что и приложение бокового давления.

Поправку на этот эффект в результаты опытов Кармана Т. можно внести двояко:

1) увеличить экспериментально замеренные величины σ_3 . Предпосылкой к этому является то обстоятельство, что контактные напряжения на гранях образца, через которые осуществляется сжатие, в некотором смысле играют ту же роль, что и приложение сжимающих напряжений по другим граням образца. Таким образом, можно сказать, что в виду эффекта действия контактных напряжений, действовавшее в образцах наименьшее главное напряжение было несколько выше, чем величина гидростатического давления;

2) уменьшить экспериментально замеренные величины наибольшего главного напряжения σ_1 . Предпосылкой к этому служит то обстоятельство, что устранение появления контактных напряжений на гранях образца, через которые осуществляется сжатие, приводят к уменьшению величины разрушающего напряжения.

Внесение подобных поправок в результаты экспериментов Кармана Т. приведет к смещению ^{огивающей} вниз (увеличение σ_3 при тех же σ_1 , также как уменьшение σ_1 при тех же σ_3 уменьшает радиус круга напряжений).

В опытах Бекера Р. контактные напряжения возникали на гранях образцов, куда прикладывалось наименьшее главное напряжение σ_3 .

Руководствуясь вышеуказанными соображениями, поправку на результаты опытов Бекера Р. можно внести также двояко:

1) увеличить значения наибольшего главного напряжения. Здесь контактные напряжения направлены также как гидростатически прикладываемое наибольшее главное напряжение. Следовательно, действовавшее в образце наибольшее главное напряжение было несколько большим;

2) уменьшить значения наименьшего главного напряжения. Из первого вытекает, что в опытах Бекера Р. экспериментальные значения наибольшего главного напряжения были несколько меньшими, чем действовавшее в образце наибольшее главное напряжение. Следовательно, если бы в образце действовало наибольшее главное напряжение, равное по величине прикладываемому, то для того, чтобы образец разрушился необходимо было бы уменьшить главное напряжение σ_3 (как показывают эксперименты на трехосное сжатие, меньшим значениям наибольшего главного напряжения соответствуют меньшие значения наименьшего главного напряжения).

Как первый, так и второй пути внесения поправки в результаты экспериментов Бекера Р. приводят к смещению огивающей вверх (уменьшение σ_3 при тех же значениях σ_1 , также как и увеличение σ_1 при тех же значениях σ_3 приводят к увеличению радиусов наибольших кругов напряжений).

В результате внесения таких поправок, огивающая, построенная по опытам Кармана Т., смещается вниз, а огивающая, построенная по опытам Бекера Р., — вверх. Так как огивающая Кармана Т. расположена выше, а огивающая Бекера Р. расположена ниже, то результатом вышеуказанных смещений должно быть их полное слияние. Таким образом, результаты этих опытов находятся в полном согласии с обсуждаемым положением теории прочности Мора. Необходимо

отметить, что для последних точек огибающей промежуточное главное напряжение σ_2 в опытах Бекера Р. было больше на 4000 кг/см² чем в опытах Кармана Т.

Если учесть эффект контактных напряжений, то и результаты других экспериментов на трехосное сжатие не противоречат теории Мора.

Таким образом, удается доказать, что для трехосного сжатия изменения промежуточного главного напряжения в пределах $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ не нарушают однозначность условия (2).

Условие (2) может быть истолковано и в виде зависимости между наибольшим и наименьшим главными напряжениями

$$\sigma_3 = \varphi(\sigma_1) \quad (7)$$

Действительно, условие (2) выражает собой ту закономерность, которая объединяет предельные круги Мора. Предельные круги Мора целиком и полностью определяются главными напряжениями σ_1 и σ_3 . Если предельные круги, определяемые величинами σ_1 и σ_3 подчинены закономерности, то необходимо должно существовать непосредственная функциональная связь между этими главными напряжениями.

Выражение (7) внесем в уравнение предельных кругов Мора

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \varphi(\sigma_1)}{2}\right)^2 + \tau^2 - \left(\frac{\sigma_1 - \varphi(\sigma_1)}{2}\right)^2 = 0 \quad (8)$$

Для того, чтобы это семейство кругов имело огибающую, необходимо:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma_1} \left[\left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \varphi(\sigma_1)}{2}\right)^2 + \tau^2 - \left(\frac{\sigma_1 - \varphi(\sigma_1)}{2}\right)^2 \right] = 0$$

Выполняя дифференцирование и решая полученное относительно σ , находим:

$$\sigma = \frac{\varphi(\sigma_1) + \sigma_1 \varphi'(\sigma_1)}{1 + \varphi'(\sigma_1)} \quad (9)$$

Подставим это значение σ в уравнение (5) и решим его отно-

сительно τ

$$\tau = \pm \frac{\sigma_1 - \varphi(\sigma_1)}{1 + \varphi'(\sigma_1)} \sqrt{\varphi'(\sigma_1)} \quad (10)$$

Выражения (6) и (7) представляют в параметрической форме условие (2).

Если в выражении (8) σ представить через σ_1 , σ_3 и угол (α) между нормалью к предельной площадке и направлением σ_1 , то приходим к очень простому дифференциальному условию

$$\frac{d\varphi(\sigma_1)}{d\sigma_1} = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (11)$$

Это условие примечательно еще тем, что оно может послужить путеводной нитью при разыскивании вида зависимости (7). Действительно, каждая точка огибающей (говоря так имеем в виду верхнюю ветвь огибающей) однозначно определяет величину угла α . В этом можно убедиться дифференцируя условие (2) по аргументу функции f .

$$\frac{\partial f(\sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha)}{\partial (\sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha)} = \frac{\partial \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\alpha \right]}{\partial (\sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha)} = \frac{\partial \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\alpha \right]}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial (\sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha)} = -\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha}$$

Учитывая, что $\sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha = \sigma$, перепишем предыдущее в виде:

$$\frac{df(\sigma)}{d\sigma} = -\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha} \quad (12)$$

Таким образом, каждая точка огибающей определяет величину угла α . В свою очередь, каждая точка огибающей, как следует из параметрических уравнений (6) и (7), определяется величиной σ_1 . Следовательно, между σ_1 и $\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha}$ есть непосредственная функциональная связь.

Изучением экспериментальных данных на этой плоскости выявлено, что зависимость между σ_1 и $\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha}$ прямолинейна. Исходя из этого, выражение (8) можно написать в виде:

$$\frac{d\psi(\sigma_1)}{d\sigma_1} = \rho (\sigma_1 - a) = \frac{1}{\tan^2 \lambda} \quad (13)$$

где: ρ и λ — параметры прямой линии.

Интегрируя это выражение, находим:

$$\sigma_3 = \frac{\rho}{2} (\sigma_1 - a)^2 + c \quad (14)$$

Экспериментаторы отмечают, что при одноосном сжатии образцов, когда на воспринимающих нагрузку их гранях с помощью смазки или прокладки устранены контактные напряжения, образцы разрушаются исключительно путем раскалывания по площадкам, параллельным направлению сжатия. Величина угла между нормалью к предельной площадке и направлением главного напряжения здесь равна 90° .

Воспользуемся этим экспериментально наблюдаемым фактом для выяснения некоторых констант зависимости (14). обозначим истинный предел прочности на одноосное сжатие через $\sigma_{сж}^0$ и подставим условие одноосного сжатия ($\sigma_3 = 0, \sigma_1 = \sigma_{сж}^0$) в выражение (14)

$$0 = \frac{\rho}{2} (\sigma_{сж}^0 - a)^2 + c$$

Кроме того, для этого напряженного состояния имеем (выражение (13)):

$$\frac{1}{\tan^2 90} = (\sigma_{сж}^0 - a) \rho$$

Из последнего выражения следует, что $\sigma_{сж}^0 = a$. Подставляя это значение a в предыдущее выражение, имеем:

$$c = 0$$

Зависимость (14) перепишем в окончательном виде

$$\sigma_3 = \frac{\rho}{2} (\sigma_1 - \sigma_{сж}^0)^2 \quad (15)$$

Проверка соответствия опытным данным уравнения (15) произведена на результатах большого числа экспериментальных исследований материалов на трехосное сжатие, проведенных отечественными и зарубежными исследователями. При этом было обнаружено, что это уравнение очень хорошо описывает действительное поведение материалов в условиях трехосного сжатия.

В диссертационной работе приведены сравнения уравнения (15) с результатами экспериментальных исследований 36 разновидностей горных пород и других материалов (2 породы испытаны автором, остальные — отечественными и зарубежными исследователями).

Величины пределов прочности на одноосное сжатие этих горных пород, можно сказать, полностью представляют весь характерный для всего класса горных пород прочностной диапазон (величины пределов прочности на одноосное сжатие примерно равномерно распределены между 40 кг/см^2 — 3600 кг/см^2). Кроме того, эти породы широко отличаются друг от друга по происхождению, по структуре, по величинам показателей физических и механических свойств и т.д. Так, по происхождению габбро, пироксенит, перидотит относятся к магматическим, мраморы — к метаморфическим, песчаник, известняк, меломергель, уголь — к осадочным горным породам. Тем не менее, полученное уравнение весьма хорошо описывает прочностное поведение этих материалов при трехосном сжатии. Часть сравнений приведена на рис. 2. На нем сплошные линии построены по уравнению (15), точками обозначены экспериментальные данные. При этом величины констант ρ и $\sigma_{сж}^0$ для каждой горной породы определялись методом наименьших квадратов. Отметим, что расчетные величины для всех пород были равны или незначительно превышали по своим пределов прочности на одноосное сжатие (на воспринимающих нагрузку гранях образцов не устранено трение). Это обстоятельство нахо-

дится в согласии с выявленным рядом исследователей фактом, что у образцов, имеющих примерно три одинаковые измерения, предел прочности на одноосное сжатие при применении смазки в два раза меньше чем при отсутствии смазки.

Из уравнения (15) следует, что если экспериментальные данные нанести на координатную систему $\lg(\sigma_1 - \sigma_{сж}), \lg \sigma_3$, то они должны располагаться вокруг параллельных прямых линий. На рис. 3 в эту координатную систему нанесены результаты испытаний шести горных пород. Чтобы не загромождать рисунок, на него не нанесены результаты испытаний остальных горных пород. Как видно из этого рисунка, возможность строгой линейной аппроксимации расположений экспериментальных точек не вызывает никаких сомнений. Этот рисунок ярко подтверждает и параллельность прямых линий, соответствующих различным породам.

Из выражения (15) следует, что результаты экспериментальных исследований различных горных пород, будучи нанесены на плоскость

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{сж}^0}, \frac{2\sigma_3}{\rho \sigma_{сж}^0}, \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{сж}^0} - 1\right)^2$$

На рис. 4 это сделано для 34 разновидностей горных пород и искусственных материалов. На рис. 34 части кривой $\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{сж}^0} - 1\right)^2$, соответствующие изменению аргумента $\frac{\sigma_1}{\sigma_{сж}^0}$ от 1 до 4 и от 4 до 7, показаны отдельно в уменьшенном масштабе. Необходимость в этом диктовалась большим числом экспериментальных точек, падающих на эти участки и, связанной с этим, трудностью размещения их на рисунке. Кроме того, на этом же рисунке в увеличенном масштабе показана часть кривой, соответствующая изменению аргумента от 35 до 70.

Как видно из этого рисунка, все экспериментальные точки очень хорошо группируются около расчетной кривой. Исключение

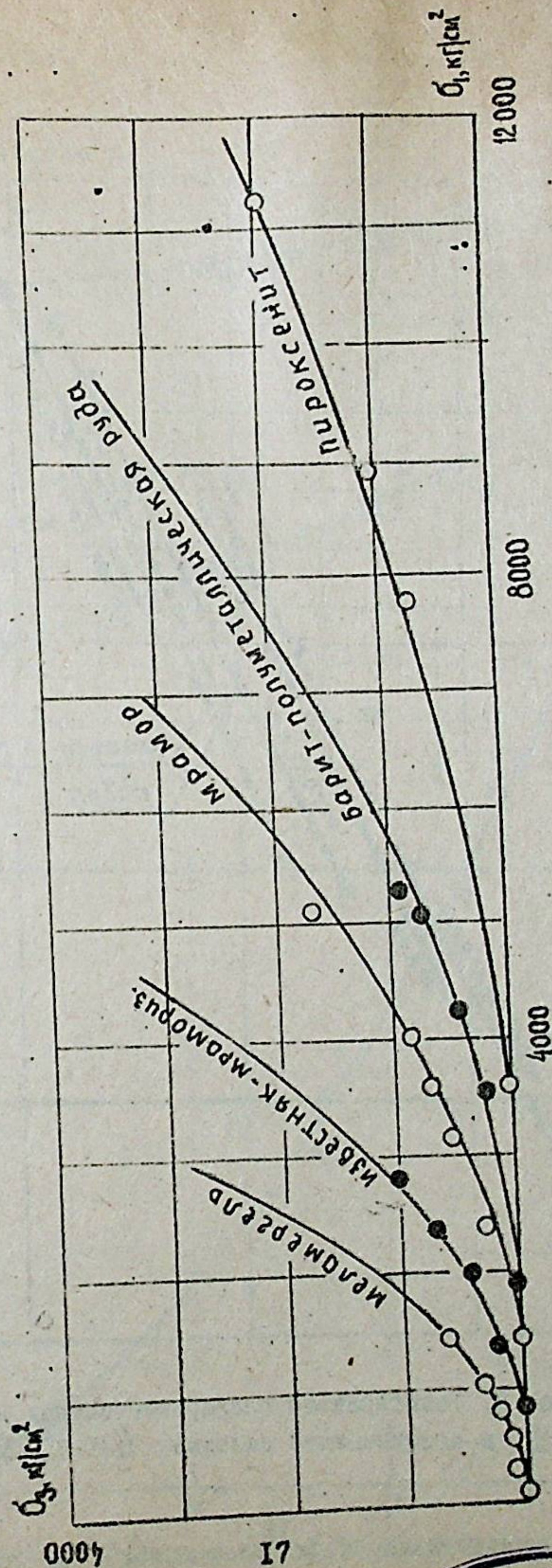


Рис. 2. Сравнение уравнения (15) с экспериментальными данными. Сплошные линии соответствуют уравнению (15), точки - экспериментальными данными.



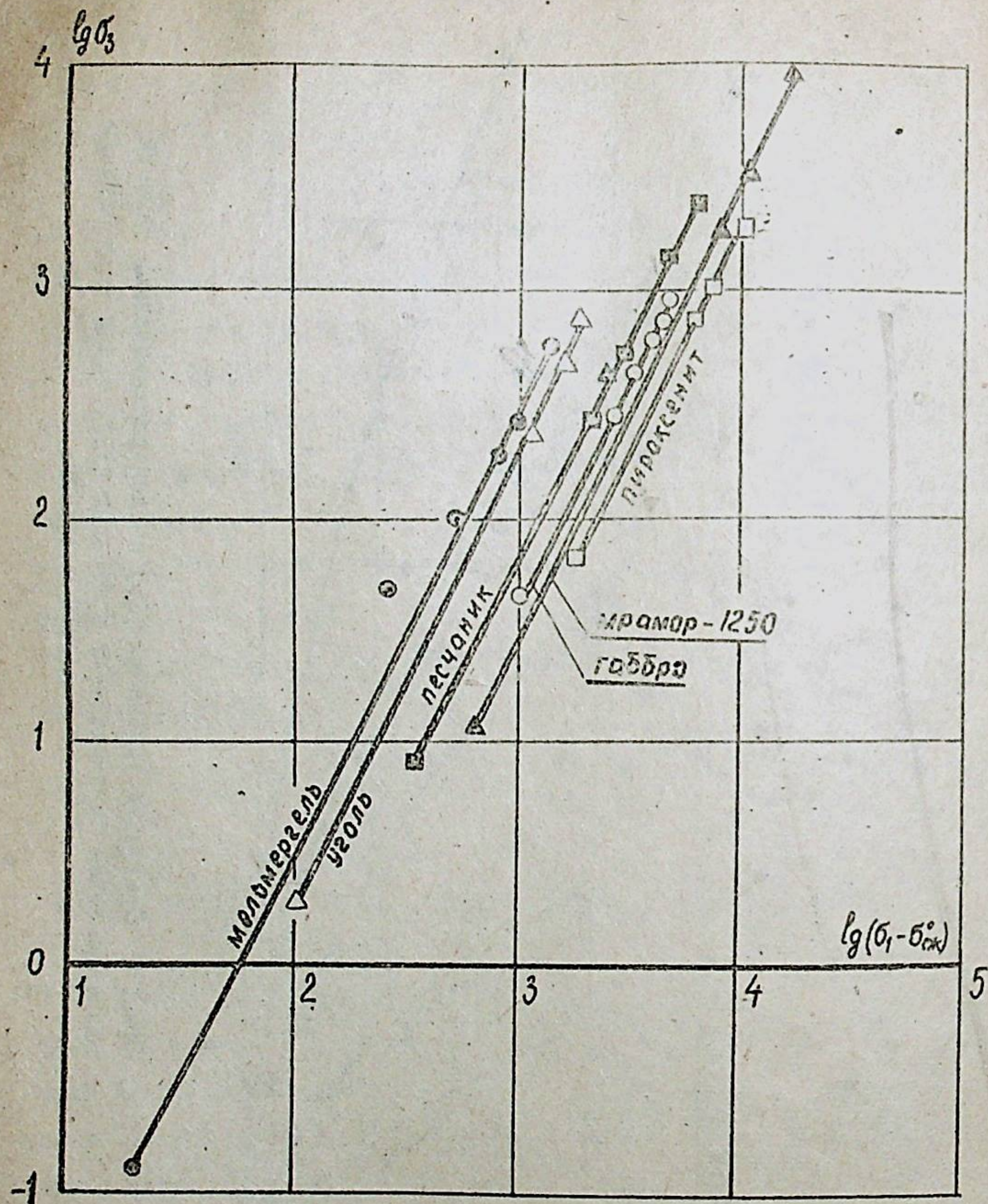


Рис. 3. Расположение экспериментальных данных в координатной системе $\lg(\sigma_1 - \sigma_{сж}), \lg \sigma_3$

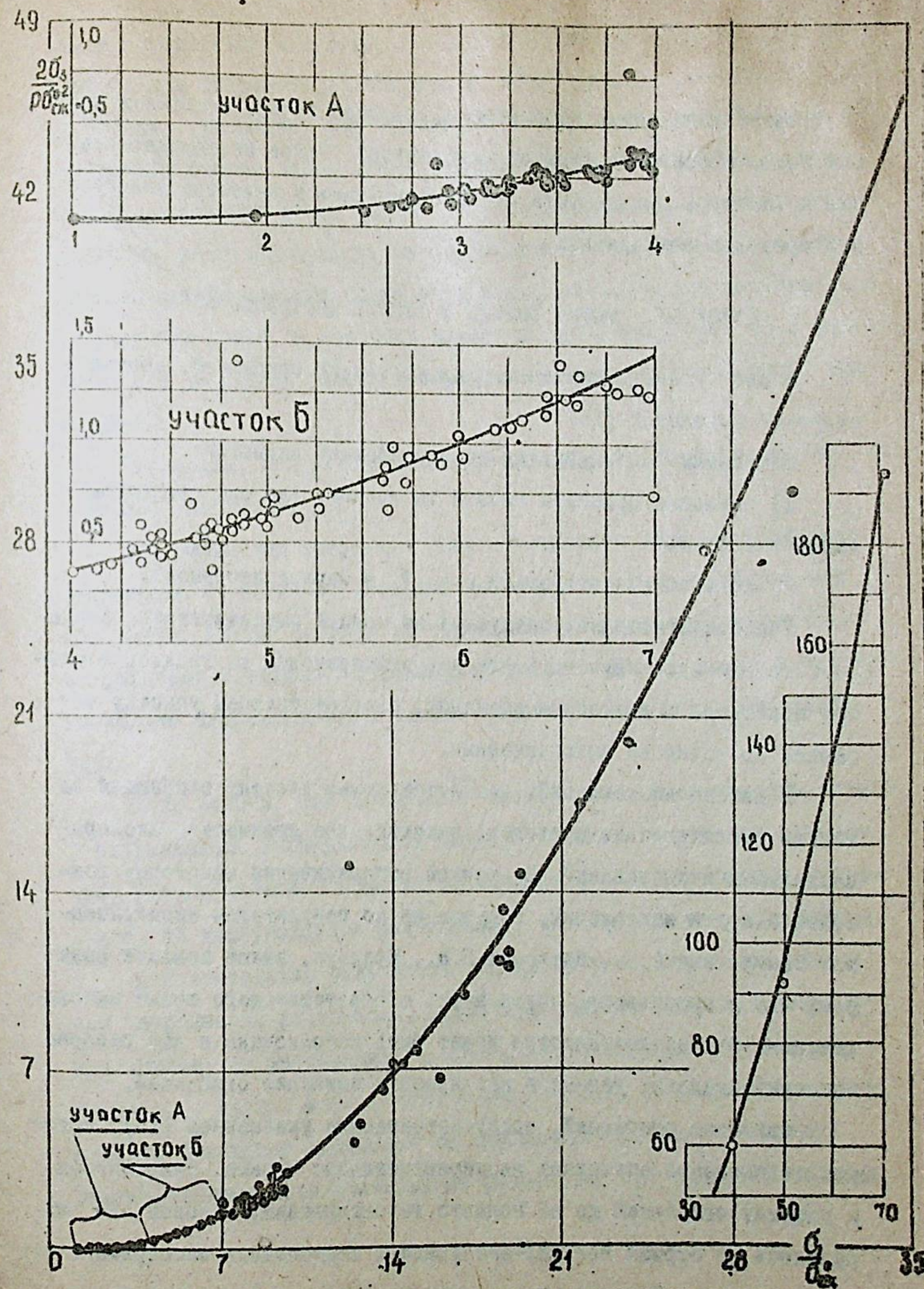


Рис. 4. Расположение экспериментальных точек в безмерной координатной системе

составляет лишь очень небольшое количество точек, которые в той или иной степени удалены от этой кривой. Такое местоположение этих точек должно быть истолковано лишь в качестве разброса экспериментальных данных.

ГЛАВА IV. НОВЫЕ ВЫВОДЫ В ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ МОРА

В этой главе проделан анализ уравнений огибающей, соответствующей выражению (15).

Основными особенностями этой огибающей являются:

1) снижение ординаты кривой за точкой, где она полностью выполаживается;

2) пересечение огибающей оси σ в начале координат.

Участок огибающей, следующий за точкой выполаживания, экспериментально мало изучен. Почти все эксперименты на трехосное сжатие проведены в диапазоне давлений, соответствующем участку огибающей до точки её выполаживания.

В диапазоне давлений, соответствующем участку огибающей за точкой выполаживания проведено значительное количество экспериментальных исследований. За точкой выполаживания некоторые наибольшие круги напряжений, полученные по результатам экспериментов Ставрогина А.Н., Матвеева Б.В., Мюллера, имеют меньшие радиусы, чем у предельного круга Мора, соответствующего точке выполаживания. Это обстоятельство может быть истолковано и как разброс экспериментальных данных и как признак снижения огибающей.

Снижение огибающей, предусматриваемое уравнением (15), которое великолепно описывает экспериментальные данные, относящиеся к участку огибающей до её полного выполаживания, каковым оно не казалось на первый взгляд, заслуживает тщательного экспериментального изучения. Таким опытам должна предшествовать разработка

более совершенных установок и методов по определению момента разрушения при напряженных состояниях, относящихся к рассматриваемому участку огибающей. Как известно, на существующих установках трехосного сжатия определение момента разрушения при этих напряженных состояниях очень трудно. В виду больших пластических деформаций, разрушение здесь не сопровождается явными признаками (треск, резкое падение давления и т.д.). Определение момента разрушения "на глаз", к которому зачастую прибегают, чревато с возможностью допущения ошибок в определении величин разрушающих напряжений.

Огибающая, соответствующая уравнению (15), пересекает ось в начале координат.

Это следствие уравнения (15) размежевает область сжимающих напряжений от областей разноименных и растягивающих напряжений, тем самым, ставит вопросы об отдельном рассмотрении разрушающих напряженных состояний, характеризующихся разноименными и растягивающими напряжениями, в смысле наличия к ним отдельных огибающих.

Если учесть, что наибольшие споры, сомнения и несоответствие с результатами экспериментов относятся именно к участку огибающей, расположенной в области разноименных и растягивающих напряжений, то вышеуказанное размежевание представляется оправданным.

Действительно, результаты опытов на разрушение материалов при напряженных состояниях, характеризующихся разноименными напряжениями, не вписываются в общепринятое очертание огибающей предельных кругов Мора (опыты Гончарова И.Г. и др.). Кроме того, в такое очертание огибающей не вписываются результаты весьма многочисленных экспериментов на разрушение при одноосном сжатии,

когда на гранях образцов, куда прикладываются нагрузки, тем или иным путем устраняются причины, приводящие к появлению контактных напряжений. Такие эксперименты проведены над сотнями разновидностей горных пород и искусственных материалов. Как известно, эти материалы при таких экспериментах раскалываются по направлению сжатия, т.е. величина угла (α) между наибольшим главным напряжением и нормалью к предельной площадке равнялась 90° .

Если ввести это в наиболее общее и строгое уравнение огибающей

$$(2) \quad \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\alpha = f(\sigma) \quad (2)$$

то левая часть превращается в нуль, т.е. огибающая при этом напряженном состоянии должна пересечь ось σ . Огибающая, соответствующая уравнению (15) не противоречит этому обстоятельству, тогда как общепринятое очертание огибающей находится с ним в крайнем несоответствии. При напряженных состояниях, когда образцы раскалываются по направлению сжатия (такое раскалывание превращает левую часть выражения (2) в нуль, т.е. предусматривает пересечение огибающей оси σ), наибольшее главное напряжение имеет знак сжатия и довольно большую величину. А общепринятое очертание должна пересечь ось σ только при напряженных состояниях, когда наибольшее главное напряжение либо равно нулю, либо имеет знак растяжения. Таким образом, общепринятое очертание огибающей не вписывает в себя результаты весьма многочисленных экспериментов на одноосное сжатие образцов со смазанными опорными поверхностями.

Обладая этими преимуществами и очень хорошо описывая результаты экспериментов в области трехосного сжатия, огибающая (15) в точке, соответствующей началу координат, входит в проти-

воречие с общепринятой интерпретацией теории Мора (ордината огибающей принимается за сопротивление сдвигу). Как вытекает из неё, в этой точке сопротивление сдвигу равно нулю, что противоречит здравому смыслу. Однако это противоречие имеет место только при данной интерпретации огибающей.

Плоскость нормальной и касательной компонент напряжений лишь удобная для плоского графического изображения напряженных состояний координатная система. А огибающая отделяет на этой плоскости лишь те напряженные состояния, которые приводят к разрушению материала (т.е. огибающая указывает лишь на набор разрушающих напряженных состояний и не более). В этом смысле каждой точке огибающей соответствуют напряженные состояния, при которых главные напряжения σ_1 и σ_3 принимают определенные значения, а главное напряжение σ_2 может меняться в пределах $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. У огибающей (15) в этом отношении нет недостатка. Она и в точке, соответствующей началу координат, определяет разрушающие напряженные состояния. Эти напряженные состояния характеризуются значениями главных напряжений $\sigma_3 = 0$, $\sigma_1 = \sigma_{сж}^0$, а промежуточное главное напряжение может принять любое значение в пределах $\sigma_{сж}^0 \geq \sigma_2 \geq 0$. Таким образом, если на уравнение огибающей смотреть как на количественное выражение закономерности в явлениях разрушения (что естественно), то уравнение (15) не имеет вышеуказанных противоречий.

Рассмотренные здесь вопросы очень сложны. Они затрагивают качественную сторону явления разрушения, качественной интерпретации теории Мора, проблемы о критериях прочности и т.д. и требуют тщательного экспериментального и теоретического изучения.

Список опубликованных работ
по основным главам диссертации

1. Терметчиков М.К., Какыпбеков А. К вопросу определения временного сопротивления горных пород при одноосном сжатии. Сб. Физико-механические свойства и устойчивость горных пород, Фрунзе, изд-во "Илим", 1967.
2. Какыпбеков А. О непригодности среза со сжатием как метода построения паспорта прочности горных пород. Сб. Исследования по механике горных пород. Фрунзе, изд-во "Илим", 1967.
3. Какыпбеков А. Уравнение огибающей предельных кругов Мора. Сб. Исследования по механике горных пород. Фрунзе, изд-во "Илим", 1967.
4. Какыпбеков А. Зависимость между наибольшим и наименьшим главными напряжениями для состояний предельного равновесия (в печати).

Подписано в печать 4/IX-70г. Объем 1,5 печ. листа
Формат бумаги 60x90 1/16 Зак. 1501 Тираж 200 экз.

Д - 00342

г. Фрунзе, типография Академии наук Киргизской ССР
ул. Пушкина, К 144