

423
Н.Н. Пузырев

Временные
поля
отраженных
волн
и метод
эффективных
параметров

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ТРУДЫ ИНСТИТУТА ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

Выпуск 423

Н. Н. ПУЗЫРЕВ

ВРЕМЕННЫЕ ПОЛЯ
ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН
И МЕТОД ЭФФЕКТИВНЫХ
ПАРАМЕТРОВ

Ответственный редактор
д-р геол.-мин. наук С. В. Крылов



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Новосибирск • 1979

УДК 550.834

Излагается теория обобщенных временных полей для произвольных систем размещения источников и приемников применительно к задачам интерпретации данных сейсморазведки методом отраженных волн. Временное поле трактуется как дальнейшее расширение общепринятого понятия годографа. В книге с необходимой полнотой рассматриваются методы решения прямых и обратных задач с использованием нового теоретического аппарата. Обратные задачи в данной монографии решаются только на уровне определения эффективных параметров среды.

Книга предназначена для специалистов по сейсморазведке, глубинному сейсмическому зондированию, а также в качестве учебного пособия для аспирантов и студентов.

П 93232



20804-722 364-79
П 055(02)-79

©Издательство «Наука», 1979.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Последние полтора-два десятилетия происходило и происходит бурное развитие новых методов интерпретации данных сейсморазведки с широким использованием современной вычислительной техники. В первую очередь это относится к методу отраженных волн, получившему наибольшее распространение в практике геологоразведочных работ, особенно при поисках нефти и газа. Применение разнообразных алгоритмов и программ обработки наряду с внедрением методики многократных перекрытий позволило существенно повысить эффективность сейсморазведки, особенно в части разведки глубокозалегающих горизонтов. Наряду с решением структурных задач по выявлению геометрических форм сейсмических границ все большее значение приобретают задачи «неструктурного» характера, такие как определение насыщенности пород флюидами, изучение напряженного состояния массивов пород, выявление зон трещиноватости и другое. Тем самым изучение скоростей распространения сейсмических волн (продольных и поперечных), затухания, показателей анизотропии и других физических явлений приобретает самостоятельное и весьма важное значение, в том числе при глубинных исследованиях земной коры и верхней мантии.

Расширение круга решаемых задач, повышение требований к точности и достоверности информации о структуре и состоянии горных пород на глубине делают необходимым развитие и совершенствование физических основ сейсморазведки, в том числе методов кинематической интерпретации. Следует при этом иметь в виду, что изучение времен вступления сейсмических волн важно не только для расчета элементов залегания границ раздела и скоростей. Кинематические характеристики волн, особенно отраженных, являются в настоящее время главным элементом алгоритмов выделения полезных сигналов на фоне разнообразных помех.

Тем самым оказывается, что корректное изучение динамических характеристик волн, использование которых является основным резервом дальнейшего повышения эффективности сейсморазведки в целом, в принципе становится затруднитель-

ным или даже невозможным без совершенствования методов кинематической интерпретации.

Как известно, в теории интерпретации данных сейсморазведки и ГСЗ, а также сейсмологии оперируют с линейными, реже поверхностными годографами. При детальных исследованиях в методе отраженных волн большое значение приобрели годографы общей глубинной точки (ОГТ). Последние представляют собой зависимости времени распространения отраженной волны от расстояния источник—приемник при симметричном расположении последних относительно некоторого центра. Иногда термин «годограф» используется также для кривой $t_0(x)$ в способе центровых лучей и при рассмотрении других типов временных зависимостей (например, разностный годограф, годограф $S-P$ в сейсмологии и др.). Расширение понятия годографа вполне закономерно и оправданно. При этом, несмотря на разное толкование понятия «годограф», оно всегда связывается с локальным отображением временного поля заданной модели для фиксированного положения источника, приемника либо другой характерной точки. Однако в последнее время оперируют с системами, состоящими из большого числа источников и приемников, количество которых сопоставимо. В этом случае приходится иметь дело с очень большим числом годографов даже при локальном изучении геологических объектов. В связи с этим на основе теории годографов становится затруднительным изучать разнообразные временные соотношения, присущие системам с большим числом источников и приемников, произвольным образом расположенных на линиях и плоскостях наблюдений. Поэтому возникло естественное стремление использовать в кинематике теоретический аппарат, в котором изучаемые временные поля не связывались бы непосредственно с конкретной системой наблюдений. Такой аппарат был предложен автором (Пузырев, 1963) для волн различных типов и получил название временных полей $t(x, l)$ специального вида, которые можно рассматривать как дальнейшее обобщение понятия годографа на случай произвольных систем наблюдений. В настоящей работе такие поля мы называем частными временными полями, в отличие от локальных полей, введенных в сейсморазведку Ю. В. Ризниченко (19466).

Частные и локальные поля времен в свою очередь следует рассматривать как некоторые сечения обобщенных полей времен, отображающих распределение времени в пространстве в зависимости от координат источников и приемников.

В предлагаемой вниманию читателей книге содержатся в основном результаты оригинальных исследований автора по теории обобщенных временных полей применительно к методу отраженных волн. Определенное внимание уделено и теории годографов как частной реализации временных полей, но при этом не ставилась цель дать сводку и критический анализ многочисленных публикаций по кинематике отраженных волн.

В связи с этим список цитируемой литературы ни в какой степени не претендует на полноту.

Содержание книги легко понять из оглавления. Однако хотелось бы сделать несколько пояснительных замечаний.

Естественно, что наибольшее внимание уделено двумерным прямым и обратным задачам, так как метод профильных съемок в настоящее время играет ведущую роль. Но вместе с тем представлялось целесообразным подробно остановиться на моделях одномерного типа с горизонтальными границами раздела и зависимостью скорости только от глубины. Это вызывалось, в частности, тем, что прямые и обратные задачи для одномерной модели $v(z)$ можно решать значительно полнее, а это может указать пути дальнейшего развития аналогичных методов применительно к двух- и трехмерным моделям. Кроме того, полученные для одномерной модели решения с определенным приближением допустимо использовать в некоторых случаях при интерпретации данных в условиях со сравнительно небольшими горизонтальными неоднородностями.

Методы интерпретации для трехмерных моделей сред еще не получили большого развития, но важность их все более возрастает. Рассмотренные в гл. 5 решения преследуют прежде всего цель строго обосновать возможность ввести трехмерную функцию обобщенного интегрального поля, при помощи которой в рамках метода эффективных параметров возможно строго решать обратную задачу.

Поскольку книга посвящена развитию теоретических основ кинематической интерпретации в методе отраженных волн, то главное внимание уделяется получению решений в аналитической форме. Такой подход, естественно, не отрицает важности развития численных методов интерпретации, успешно развиваемых рядом исследователей.

Практические аспекты интерпретации данных МОВ почти не затрагиваются.

Как следует из названия книги, решение обратных задач проводится почти исключительно методом эффективных параметров, получившим большое распространение на практике. Использование аппарата обобщенных и частных временных полей позволило, по нашему мнению, продвинуть вперед теорию этого метода и расширить возможности его применения. Наряду с обычным подходом, когда в качестве аппроксимирующей берется модель однородной среды и плоской отражающей границы, рассматриваются более сложные модели, в которых учитывается в определенной степени гетерогенность изучаемой среды. Определяемые в этом случае эффективные параметры предлагаются называть гетерогенными в отличие от гомогенных, получаемых в обычном варианте метода эффективных параметров.

Развитие новых методов кинематической интерпретации потребовало выполнения значительных объемов вычислительной работы по исследованию временных полей, тестовой проверке

рекомендуемых методов, разработке специальных программ для решения новых задач. Эта большая работа была выполнена сотрудниками сейсмического отдела Института геологии и геофизики СО АН СССР и Сибирской геофизической экспедиции Министерства нефтяной промышленности СССР. Автор приносит благодарность за оказанную помощь многим сотрудникам этих организаций и в первую очередь Г. Н. Лебедевой, И. Р. Оболенцевой, Л. Г. Ложкиной, Л. А. Черняковой, С. П. Бородиной. За помощь в оформлении благодарит Л. М. Егорову, А. С. Ворошилову, Э. С. Суворову.

Я признателен также профессорам И. И. Гурвичу и С. В. Крылову за весьма полезные для меня дискуссии.

В заключение хочется отметить, что дальнейшее развитие методов интерпретации, основанных на более общем теоретическом аппарате обобщенных временных полей, по глубокому убеждению автора, даст возможность не только полнее решать задачи по определению параметров геологической среды, но также позволит разработать более эффективные методы выделения полезных волн на фоне помех и тем самым повысить роль динамических методов интерпретации в сейсморазведке.

Н. Пузырев

ВВЕДЕНИЕ

§ 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СЕЙСМИКИ

Геометрическая сейсмика сводит рассмотрение процесса распространения волны к изучению формы волновых фронтов и сейсмических лучей. Она основана на предположении об абсолютной локальности сейсмических лучей, что равносильно утверждению о бесконечно малой длине волны и допущению, что области источника и приемника можно считать точечными. В реальных условиях длина волны λ представляет собой конечную величину достаточно больших размеров (в сейсморазведке МОВ — 50—200 м). В связи с этим на формирование сейсмического импульса будет влиять некоторая конечная область R , размеры которой имеют порядок

$$R \approx \sqrt{H\lambda}, \quad (1.1)$$

где H — глубина залегания отражающей границы.

Использование распределенных источников и приемников создает дополнительные эффекты, влияющие на «размазывание» импульсов. В связи с этим чисто кинематический подход к процессу распространения сейсмических волн, без учета волновой природы явлений, в реальных условиях со сложной тектоникой не всегда может выполняться. Поэтому развитие динамических методов интерпретации представляется необходимым даже с чисто кинематических позиций. Но и в своей традиционной форме, которой мы придерживаемся в данной работе, когда изменение формы импульса не принимается во внимание, кинематический подход играет в настоящее время основную роль при интерпретации данных сейсморазведки.

Принцип Гюйгенса с кинематических позиций состоит в следующем (Физический... словарь, 1962). Каждая точка, до которой дошло возбуждение, является в свою очередь центром вторичных волн; поверхность, огибающая эти вторичные волны, указывает положение фронта действительно распространяющейся волны (рис. 1.1). Принцип Гюйгенса дает возможность найти положение фронтов волн в среде с произвольным распределением скорости $v(x, y, z)$, если задано положение фронта (s_0) в некоторый момент времени t_0 .

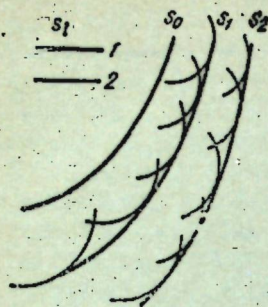


Рис. 1.1. Использование принципа Гюйгенса для построения фронтов волн. s_0 — исходное положение фронта.

1 — последовательное положение фронтов через промежуток времени Δt в неоднородной среде; 2 — фронты вторичных волн.

Аналитическим выражением принципа Гюйгенса является дифференциальное уравнение Гамильтона (уравнение эйконала)

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{v^2(x, y, z)}. \quad (1.2)$$

Оно называется также дифференциальным уравнением поля времен. Функция $t(x, y, z)$, удовлетворяющая данному дифференциальному уравнению в частных производных с заданными граничными и начальными условиями, называется функцией поля времен. При фиксированном $t = \text{const}$ получим положение волновой поверхности в пространстве, или изохрону проходящей волны при заданном в начале координат источнике.

Производная от функции $t(x, y, z)$ в направлении нормали к поверхности фронта называется градиентом поля времен. Модуль градиента поля времен численно равен величине, обратной истинной скорости в данной точке пространства.

В дальнейшем поля времен при фиксированном источнике будем называть локальными временными полями.

Принцип Ферма — основной (наряду с принципом Гюйгенса) принцип геометрической сейсмологии (оптики), утверждающий, что действительный путь распространения волны (луча) из одной точки в другую есть тот путь, для прохождения которого звуку (свету) требуется экстремальное (минимальное либо максимальное) время по сравнению с любым другим геометрически возможным путем между теми же точками (Физический... словарь, 1966). В некоторых случаях лучу может соответствовать седловая точка.

Математическая формулировка принципа Ферма сводится к решению вариационной задачи отыскания экстремума интеграла вдоль некоторой линии (l)

$$t = \int_{(l)} \frac{ds}{v(x, y, z)}, \quad (1.3)$$

где ds — элемент длины дуги кривой (l).

В двумерном случае $v = v(x, z)$:

$$t = \int_{z_1}^{z_2} \frac{\sqrt{1 + [x'(z)]^2}}{v(x(z), z)} dz = \int_{z_1}^{z_2} F(x, z, x') dz, \quad (1.3')$$

где $x' = \frac{dx}{dz}$.

Отыскание экстремума интеграла приводит к решению обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (уравнение Эйлера)

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial F}{\partial x'} \right) = 0, \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 F}{\partial (x')^2} \cdot \frac{d^2 x}{dz^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial x'} \cdot \frac{dx}{dz} + \frac{\partial^2 F}{\partial z \cdot \partial x'} - \frac{\partial F}{\partial x} = 0. \quad (1.4)$$

В трехмерном случае $v = v(x, y, z)$:

$$t = \int_{z_1}^{z_2} \frac{\sqrt{1 + [x'(z)]^2 + [y'(z)]^2}}{v(x, y, z)} dz = \int_{z_1}^{z_2} F(x, y, z, x', y') dz, \quad (1.5)$$

и задача сводится к решению системы двух дифференциальных уравнений Эйлера:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial F}{\partial x'} \right) &= 0; \\ \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

Принцип взаимности (Гурвич, 1970) в кинематической трактовке формулируется следующим образом. Время распространения монотипной волны из одной точки в другую не изменится, если поменять местами источник и приемник.

В сложных структурных условиях, когда волны того или иного типа, образующиеся, в частности, на одном и том же объекте и удовлетворяющие принципу Ферма, распространяются с близкими временами, использование принципа взаимности на практике наталкивается на определенные трудности.

Законы отражения — преломления. Для изотропных сред закон отражения — преломления выражается в двух основных положениях.

1. Лучи — падающий, отраженный и преломленный (включая обменные волны) — лежат в одной плоскости; в этой же плоскости лежит нормаль к поверхности раздела в точке падения луча.

2. Углы падения (α), преломления (β) и отражения (γ) связаны между собой соотношением

$$\frac{\sin \alpha_P}{v_{P_1}} = \frac{\sin \beta_P}{v_{P_2}} = \frac{\sin \beta_S}{v_{S_1}} = \frac{\sin \gamma_P}{v_{P_1}} = \frac{\sin \gamma_S}{v_{S_1}} = \frac{\sin \alpha_S}{v_{S_1}}, \quad (1.7)$$

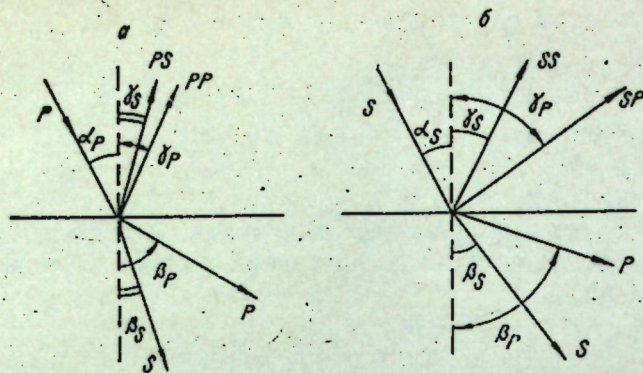


Рис. 1.2. Образование отраженных и преломленных волн на границах раздела.

а — падающая продольная волна; б — падающая поперечная волна.

называемым законом Снеллиуса — Декарта. v_P , v_S — скорости соответственно продольных и поперечных волн. Индекс 1 относится к среде со стороны падающих (отраженных) лучей, индекс 2 — со стороны преломленных лучей (рис. 1.2).

Закон преломления для волны данного типа (продольной либо поперечной)

$$\sin \alpha = \frac{v_1}{v_2} \sin \beta = n \cdot \sin \beta, \quad (1.8)$$

или в виде соотношения тангенсов

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{n \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{1 + (1 - n^2) \operatorname{tg}^2 \beta}} = n \cdot \mu \operatorname{tg} \beta, \quad (1.8')$$

где $\mu = [1 + (1 - n^2) \operatorname{tg}^2 \beta]$.

Эта величина, сравнительно слабо зависящая от n и β , при сравнительно малых значениях α и β может быть в первом приближении принята равной единице. Если $\beta = 90^\circ$, то имеем случай образования головной волны

$$\sin \alpha = \sin i = \frac{v_1}{v_2},$$

i — критический угол (угол полного внутреннего отражения).

Для анизотропных сред закон отражения — преломления в таком же виде, как для изотропных сред, справедлив для волновых нормалей

$$\frac{\sin i}{v(i)} = \operatorname{const},$$

где i — угол между нормалью к границе и нормалью к поверхности фронта волны (волновой нормалью), $v(i)$ — нормальная скорость (Невский, 1974).

Чтобы найти углы отражения — преломления лучей, переходят от направления падающего луча к направлению волновой нормали, а для отраженных (преломленных) волн — от направлений волновых нормалей к направлениям лучей. Для трансверсально-изотропной среды (Невский, 1974) углы θ преломления лучей вычисляют по найденным значениям углов i преломления нормалей по формуле

$$\theta = i + \operatorname{arctg} \left(\frac{d \ln v(i)}{di} \right), \quad (1.9)$$

если направления осей анизотропии и нормалей к границам совпадают.

В случае дифракции на ребре (Берзон, 1950) имеет место соотношение, близкое, но не вполне адекватное закону Снеллиуса — Декарта. Оно формулируется следующим образом.

Падающий и дифрагированный лучи в случае отраженно-дифрагированной волны подчиняются соотношению

$$\cos(\hat{i}, \hat{\tau}) = -\cos(\hat{f}, \hat{\tau}), \quad (1.10)$$

где $\hat{i}$, $\hat{f}$ — единичные векторы, имеющие направление соответственно падающего и дифрагированного лучей;

$\hat{\tau}$ — единичный вектор касательной к дифрагирующему ребру в точке падения.

В общем случае, в том числе для преломленно-дифрагированных волн, соотношение между углами имеет вид

$$\frac{\cos(\hat{i}, \hat{\tau})}{v_1} = -\frac{\cos(\hat{f}, \hat{\tau})}{v_2}, \quad (1.10')$$

где v_1 , v_2 — соответственно скорости вдоль падающего и дифрагированного лучей.

§ 1.2. ПОЛЯ ВРЕМЕН И ГОДОГРАФЫ

1.2.1 Годографы и локальные временные поля. Как и в сейсмологии, в сейсморазведке с самого начала ее зарождения (Соколов, 1933; Гамбурцев, 1959) основным понятием в теории и практике интерпретации является годограф (или функция годографа), определяемый в первоначальном своем виде как зависимость времени распространения волны того или иного типа от расстояния между источником и приемником. При этом положение источника обычно принимается за начало координат и остается неизменным. Предполагалось также, при строгой трактовке задачи, что источник и все приемники располагаются на одной прямой линии. Исходя из принципа взаимности, неподвижным можно считать приемник при передвигающемся источнике. По современной терминологии годографы с закрепленным

источником в методе отраженных волн (МОВ) называются годографами ОТВ (общая точка взрыва) и по-прежнему играют исключительно большую роль при решении прямых и обратных задач.

Основным параметром годографа $t(x)$ с закрепленным источником является кажущаяся скорость, характеризующая наклон годографа в заданной точке. По определению

$$v_k = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{dt/dx} = \frac{1}{\tau}, \quad (1.11)$$

где τ называется градиентом времени.

С физических позиций кажущаяся скорость характеризует быстроту перемещения фронта волны вдоль линии наблюдений. Большая роль кажущейся скорости при интерпретации определяется прежде всего тем, что она связана с углом выхода сейсмической радиации. Эта связь формулируется в виде закона Бенндорфа (рис. 1.3)

$$\cos e = \frac{v}{v_k} = v\tau, \quad (1.12)$$

где v — истинная скорость распространения волны в заданной точке подхода волны. Часто вместо угла выхода e оперируют с углом i между лучом и вертикалью ($i = 90^\circ - e$), записывая закон Бенндорфа в виде

$$\sin i = \frac{v}{v_k} = v\tau. \quad (1.12')$$

В данной работе мы будем придерживаться этой последней формы представления закона Бенндорфа.

Из приведенных простых зависимостей и графических представлений (см. рис. 1.3) следует, что кажущаяся скорость волны при закрепленном источнике по своей абсолютной величине всегда больше (либо равна) истинной скорости распространения волны. Следует иметь в виду, что градиент времени и соответственно кажущаяся скорость могут быть как положительными, так и отрицательными. Наличие отрицательных v_k особенно характерно для годографов отраженных волн.

В середине 40-х годов была решена пространственная кинематическая задача, в частности в методе отраженных волн для модели с однородной средой (Берзон, 1946; Ризниченко, 1946а). Это позволило расширить понятие годографа на трехмерный случай (поверхностный годограф), определив последний как за-

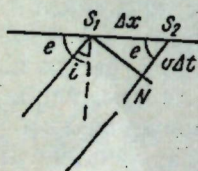


Рис. 1.3. Связь между углом выхода (e) и кажущейся скоростью $\Delta x/\Delta t$.

висимость времени распространения волны от координат точки наблюдения при закрепленном источнике. Таким образом, поверхностный годограф является функцией двух переменных. Частными реализациями поверхностного годографа, т. е. его сечениями, являются непродольные линейные годографы, когда источник располагается в стороне от трассы наблюдений.

Дальнейшим развитием теории интерпретации в сейсморазведке явилась работа Ю. В. Ризниченко по временным полям (19466), в которой принципиально по-новому ставятся и решаются как прямые, так и обратные задачи для широкого класса моделей сред. Понятие поля времен вытекает из известного факта, что если в некоторой области пространства распространяется от заданного источника упругая волна, то в каждой точке этого пространства $M(x, y, z)$ может быть определено время прихода в эту точку фронта волны. Тем самым в заданной области существует скалярное поле $t = t(x, y, z)$, называемое полем времен. Дифференциальным уравнением поля времен является уравнение эйконала (1.2) при заданных начальных и граничных условиях. В принципе поле времен можно построить для объемных волн любого типа — проходящих, головных, отраженных, дифрагированных. Если в поле времен $t(x, y, z)$ расположить некоторую поверхность $R(x, y, z)$, то в каждой ее точке будет зафиксировано вполне определенное время вступления волны. Функция распределения времени t на заданной поверхности $R(x, y, z)$ называется поверхностным годографом. При этом источник может располагаться как на поверхности R , так и вне ее.

Теория поля времен была применена Ю. В. Ризниченко к задаче восстановления картины распределения фронтов волн в пространстве с заданными физическими параметрами в различные моменты времени, если известны времена прихода волны на некоторой поверхности R . На этой основе им был разработан специальный графический способ решения обратных кинематических задач, получивший название метода полей времен (Ризниченко, 1945, 19466). Его можно рассматривать частным случаем продолжения поля в среду (Петрашень, Нахамкин, 1973). Как уже отмечалось, поля и годографы всегда строятся для заданного источника. Поэтому такого рода поля, в отличие от полей, рассматриваемых ниже, в которых предполагается произвольное расположение источников и приемников, будем называть локальными полями.

Отметим, что применительно к локальному полю имеет место соотношение, являющееся обобщением закона Бенндорфа (Ризниченко, 19466). Оно записывается следующим образом:

$$|\text{grad } t_R| = |\text{grad } t| \cdot \cos e, \quad (1.13)$$

где $\text{grad } t_R$ — градиент функции обобщенного годографа;
 $\text{grad } t$ — градиент поля времен;
 e — угол между векторами $\text{grad } t$ и $\text{grad } t_R$.

Исходя из приведенного соотношения, можно написать следующие два неравенства:

$$|\text{grad } t_R| \leq |\text{grad } t|; \quad (1.13')$$

$$|\text{grad } t_R| \geq v(x, y, z). \quad (1.13'')$$

Обычно предполагается, что размерность годографа ниже, чем размерность поля и соответственно среды. Но в этом заключена определенная степень условности. Действительно, в общем случае трехмерной среды сечение пространства поверхностью реализует поверхностный годограф. Но если в пределах этой поверхности рассматривать линию, то соответствующий линейный годограф можно одновременно считать как сечением трехмерного поля, так и сечением поверхностного годографа. Следовательно, по отношению к линейному годографу поверхностный годограф является некоторым двумерным полем.

1.2.2. Обобщенные временные поля для систем источников и приемников. В последнее десятилетие в сейсморазведке, в первую очередь в методе отраженных волн, применяются системы наблюдений с многократным перекрытием, когда плотности расположения пунктов размещения источников и приемников вдоль профиля вполне сопоставимы. Такие системы дают возможность со значительно большей эффективностью решать задачи как по наилучшему выделению полезных волн на фоне помех при малом отношении полезного сигнала к шуму, так и по наиболее корректному определению параметров изучаемой среды. В такой ситуации, когда приходится иметь дело с сотнями годографов на ограниченных участках линий наблюдений, аппарат теории годографов становится затруднительным, в теоретическом и практическом планах, использовать для описания всей совокупности большого числа данных. Это связано прежде всего с тем, что при малом интервале между источниками годографы имеют малоотличающуюся форму и их нельзя считать независимыми. Наоборот, они имеют очень тесную детерминированную (обусловленную характером глубинного строения) и стохастическую (связанную с поверхностными неоднородностями и интерференцией волн) связь. Таким образом, возникает задача найти способ математического описания большой (теоретически бесконечной) совокупности годографов ОТВ для типичных моделей сред и на основе этого построить более строгую и эффективную теорию интерпретации.

Необходимо отметить, что первоначально аналогичная задача возникла при обработке данных, получаемых по методике произвольных систем дифференциальных зондирований, применяемой при региональных исследованиях в труднодоступной местности (Пузырев, 1963; Пузырев и др., 1975), когда по волне данного типа (например, отраженной либо головной от поверхности Мохоровичича) имеются лишь элементы наблюдаемых годографов, каждый из которых сам по себе в отдельности не

может быть использован при решении обратной задачи. Даже два коротких годографа, например типа встречной системы, не дают возможности в этом случае определить сколько-нибудь надежно основные параметры разреза. Только при наличии трех или более зондирований задача решается в классе простейшей аппроксимирующей модели с плоской границей и однородными средами по одну (отраженные волны) либо по обе (преломленные волны) стороны от границы раздела. Но для этого потребовалось применить новый аппарат специальных временных полей (Пузырев, 1963), когда в случае двумерных сред вместо одномерных функций годографа используются двумерные временные функции. Иначе говоря, при наблюдениях на профилях вместо функции одной переменной используются функции двух переменных, а при наблюдениях на поверхности — временные функции трех либо четырех переменных.

Расширение понятия годографа наиболее рационально осуществить на базе дальнейшего обобщения понятия поля времен.

Пусть в общем случае трехмерного пространства в среде располагаются произвольные количества источников и приемников с координатами соответственно (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) . Тогда для волны данного типа при произвольном распределении скорости в среде время вступления в общем случае будет функцией шести переменных: $t = t(x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2)$. Назовем эту функцию шести переменных обобщенным полем времен. Она дает описание распределения времен вступлений данной волны при любых сочетаниях источников и приемников в пределах физического существования рассматриваемой волны. Для монотипной волны временная функция обобщенного поля времен должна удовлетворять принципу взаимности.

Как и для локального поля времен $t(x, y, z)$, можно ввести понятие градиента обобщенного поля в виде некоторого вектора в многомерном пространстве, составляющие которого равны частным производным временной функции по указанным шести переменным.

Если рассматривать только один закрепленный источник, то обобщенное поле времен переходит в локальное поле $t = t(x, y, z)$ нулевого порядка. Если источники располагаются на линии либо на поверхности, а приемники занимают все пространство, то получим локальные поля соответственно первого и второго порядков, являющиеся функциями четырех и пяти независимых переменных.

Для локального поля нулевого порядка, согласно Ю. В. Ризниченко (1946б), рассматриваются его сечения, получившие название годографов. Аналогичные сечения можно ввести для обобщенного поля времен. Пусть источники располагаются на заданной поверхности D_1 , а приемники — на D_2 . Если ввести на каждый из указанных поверхностей криволинейные координаты — (p_1, q_1) и (p_2, q_2) , то временная функция такой системы будет зависеть от четырех переменных, т. е. $t = t(p_1, p_2, q_1, q_2)$. Такую

функцию в принципе можно называть обобщенным поверхностным годографом, так как в случае вырождения пространства источников в точку мы автоматически получим обычное определение поверхностного годографа как сечения локального поля нулевого порядка.

Мы, однако, ниже преимущественно будем использовать для сечений обобщенного поля времен термин частное поверхностное поле времен, имея в виду распределение времен на поверхностях в виде функций многих переменных. Термин поля для таких сечений целесообразно оставить потому, что в данной ситуации в общем случае всегда оперируют с непрерывными бесконечными совокупностями обычных (локальных) поверхностных годографов. Необходимо также принимать во внимание, что понятие поля времен либо временное поле для рассматриваемых сечений обобщенного поля получило широкое распространение и резкое изменение терминологии могло бы создать трудности при использовании нового теоретического аппарата.

Если соответственно рассматривать распределение источников и приемников вдоль некоторых линий L_1 и L_2 , то получим общее определение обобщенного линейного годографа как функции двух переменных: $t=t(q_1, q_2)$, где $q_{1,2}$ — криволинейные координаты линий L_1 и L_2 . Такие функции будем также называть частными линейными полями времен. Но наряду с поверхностными и линейными обобщенными годографами (частными полями) правомерно рассматривать линейно-поверхностные и поверхностно-линейные обобщенные годографы и соответственно частные поля времен. Первые из них отвечают расположению источников на линии, а приемников на поверхности, а вторые, наоборот — источников на поверхности, а приемников на линии. Обобщенные годографы (частные поля) смешанного типа являются в общем случае функциями трех переменных. Во всех четырех указанных случаях образования обобщенных годографов (частных полей) в пространственном обобщенном поле времен значительный интерес представляют годографы (частные поля) совмещенного типа, когда области расположения источников и приемников либо совпадают (поверхностные и линейные поля), либо входят одна в другую (поля смешанного типа). В основных главах настоящей книги рассматриваются почти исключительно обобщенные годографы — частные временные поля совмещенного типа.

Двухмерное обобщенное поле времен, когда процесс распространения волны рассматривается в заданной плоскости, совпадающей, например, с координатной плоскостью (x, y) , является функцией четырех переменных — $t=t(x_1, y_1, x_2, y_2)$. Как и в общем трехмерном случае, закрепление источника в некоторой точке реализует локальное двухмерное поле времен $t(x, y)$ нулевого порядка, а в случае расположения источников вдоль не-

которой линии получим локальное поле первого порядка — $t(x, y, q)$, где q — криволинейная координата на линии расположения источников.

Понятие обобщенного линейного годографа (частного временного поля) для двухмерного обобщенного поля вводится так же, как в трехмерном случае. При сведении линии источников в точку получим обычный, в общем случае непродольный годограф.

К классификации частных полей времен (обобщенных годографов) можно подойти несколько по-другому, используя в качестве исходных введенные выше локальные поля нулевого, первого и второго порядков. Сечением локального поля нулевого порядка будут обычные линейные и поверхностные годографы, которые в целях строгости классификации целесообразно именовать обобщенными годографами нулевого порядка. Последнее вполне согласуется с терминологией работы Ю. В. Ризниченко (1947), где впервые было введено понятие обобщенного годографа. Если в локальном поле первого порядка (источники располагаются на линии произвольного вида) поместить линию либо поверхность, то получим соответственно обобщенные линейные и поверхностные годографы первого порядка, являющиеся одновременно частными полями времен первого порядка, имеющие две либо три независимых переменных. Аналогичным образом распределение времен на линии либо поверхности в локальном поле второго порядка (источники на поверхности) будут представлять собой обобщенные годографы (частные поля времен) второго порядка. Линейные частные поля времен второго порядка имеют три, а поверхностные — четыре независимых переменных.

Отметим, что, в принципе, можно рассматривать локальные поля третьего порядка (источники распределены в пространстве) и соответственно их сечения, но, по-видимому, учитывая существование принципа взаимности, это вряд ли может представлять практический интерес.

В одномерном варианте задачи, например когда отраженные либо проходящие волны в горизонтально-слоистой среде распространяются по вертикали, понятия локального поля и локального годографа совпадают. Аналогичным образом совпадают понятия обобщенного поля и обобщенного годографа совмещенного типа, являющихся функциями двух переменных — $t(x_1, x_2)$. При сведении линии источников в точку, как и для полей больших размерностей, автоматически получим локальный годограф $t=t(x)$.

1.2.3. Интегральные обобщенные поля времен и годографы. Пусть имеем обобщенное поле времен в двухмерной среде, являющееся в общем случае, как указывалось выше, функцией четырех переменных

$$t=t(x_1, x_2, z_1, z_2). \quad (1.14)$$

П 93232



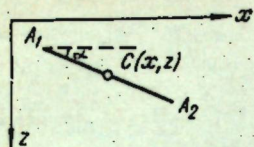


Рис. 1.4. К обоснованию интегральной формы временного поля.

Если свойства среды изменяются сравнительно медленно, то временное поле обобщенного вида в плоскости (x, z) можно конструировать иным способом. Пусть на плоскости (x, z) располагается элементарная система с одним источником и одним приемником, разнесенными на расстояние $A_1A_2=l$ друг от друга (рис. 1.4). Центр этой базы (точка C) имеет координаты (x, z) . Если линия A_1A_2 повернута на угол α к оси x , то точки A_1 и A_2 имеют координаты

$$\begin{aligned}x_1 &= x - \frac{l}{2} \cos \alpha; & z_1 &= z - \frac{l}{2} \sin \alpha; \\x_2 &= x + \frac{l}{2} \cos \alpha; & z_2 &= z + \frac{l}{2} \sin \alpha.\end{aligned}$$

Подставим эти значения в (1.14). Тогда получим функцию вида:

$$t=t(x, z, l, \alpha). \quad (1.15)$$

Вычислим теперь для заданных x, z, l среднее время t_m при варьировании α от 0 до 2π , т. е. найдем временную функцию

$$t_m = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} t(x, z, l, \alpha) d\alpha = t_m(x, z, l). \quad (1.16)$$

Полученное выражение также будем называть временным полем, а точнее интегральным обобщенным временным полем. Существенным его отличием от поля общего вида (1.14) или (1.15) является то, что здесь количество переменных на единицу меньше. Таким образом, для двухмерной модели общего вида $u=v(x, z)$ интегральное обобщенное временное поле $t_m(x, z, l)$ представляет собой функцию трех переменных.

Введение операции интегрирования не должно привести к существенной потере информации, если функции $v(x, z)$ достаточно плавные.

Отметим, что в принципе интегрировать по α можно не само выражение для t , а некоторую функцию $f(t)$, например квадрат времени.

Следует подчеркнуть, что если функция $v(x, z)$ монотонна и составляющие градиента по осям x и z сравнительно невелики, то кривые $t(\alpha)_{l=\text{const}}$, которые мы условно назовем индикатрисами времени, для любых заданных точек (x, z) будут часто иметь в полярных координатах квазиэллиптическую форму. Последнее дает возможность с достаточной точностью определять среднее время или среднее значение некоторой функции времени по данным измерений по двум ортогональным направлениям с произвольной ориентацией. В гл. 5 аналогичный прием применен

при решении пространственных задач в методе отраженных волн.

В случае трехмерного пространства, когда $v=v(x, y, z)$, обобщенное временное поле, как отмечалось выше, представляет собой функцию шести переменных: $t=t(x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2)$. По аналогии с двухмерным пространством здесь также возможно рассматривать интегральное обобщенное поле, если провести интегрирование в каждой точке области по долготе (φ) и полярному расстоянию (θ), т. е. применив операцию двойного интегрирования

$$t_m = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi t(x, y, z, l, \varphi, \theta) d\varphi \cdot d\theta = t_m(x, y, z, l). \quad (1.17)$$

В интегральном обобщенном поле пространства источников и приемников нельзя разделить, так как они связаны между собой через переменную l — расстояние между источником и приемником. Поэтому при введении понятия обобщенного годографа для интегрального обобщенного поля следует поступать так же, как в случае локального поля времен, размещая в пространстве одну заданную поверхность либо одну линию. Иначе говоря, интегральные обобщенные годографы могут быть только совмещенного типа. Интегральный обобщенный поверхностный годограф (частное поле времен) будет некоторой функцией трех переменных — $t_0(p, q, l)$, где (p, q) — криволинейные координаты на поверхности, а линейный — двух переменных, т. е. $t=t(q, l)$. Аналогичным образом в двухмерном случае интегральный обобщенный линейный годограф будет также функцией двух переменных — $t=t(q, l)$. В принципе такой же вид интегрального обобщенного годографа и одновременно обобщенного поля будет в случае одномерной среды.

1.2.4. Примеры расчета обобщенных полей и годографов. Для лучшего понимания конкретного использования аппарата обобщенных полей рассмотрим простейшие примеры одномерных и двухмерных задач применительно к распространению проходящих и рефрагированных волн. Задачи по отраженным волнам с большей детальностью решаются в последующих главах.

Рассмотрим прежде всего простейшую одномерную задачу для одномерной среды $u=v(x)$. При выбранном начале координат, совпадающем с источником, уравнение локального поля времен одновременно является уравнением локального линейного годографа, т. е.

$$t = \int_0^x \frac{dx}{v(x)} = t(x). \quad (1.18)$$

Пусть теперь на оси x располагается произвольное число источников и приемников с координатами X_1 и X_2 . Тогда для

произвольной пары источник — приемник имеем

$$t = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{v(x)} = t(X_1, X_2). \quad (1.19)$$

Полученное выражение одновременно является уравнением обобщенного поля времен и обобщенного годографа для одномерного случая при произвольной зависимости скорости от координаты x .

Если ввести новые переменные: X — координата средней точки базы между источником и приемником, т. е. $X = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)$, и l — расстояние между источником и приемником ($l = X_2 - X_1$), тогда

$$t = \int_{X-\frac{l}{2}}^{X+\frac{l}{2}} \frac{dx}{v(x)} = t(X, l). \quad (1.19')$$

Это выражение, в соответствии с изложенным в предыдущем разделе, можно также назвать интегральным обобщенным полем времен (и годографом), хотя фактически в данном случае никакого дополнительного осреднения среды не производится и, следовательно, имеет место только преобразование координат.

Определим градиенты обобщенного поля (1.19'). Используя правила дифференцирования интеграла по параметру с учетом того, что от параметров X и l зависят только пределы интегрирования, найдем:

$$\eta = \frac{\partial t}{\partial l} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{v(X+l/2)} + \frac{1}{v(X-l/2)} \right], \quad (1.20)$$

$$\vartheta = \frac{\partial t}{\partial X} = \frac{1}{v(X+l/2)} - \frac{1}{v(X-l/2)}. \quad (1.21)$$

Или по-другому:

$$\left. \begin{aligned} 2\eta + \vartheta &= \frac{2}{v(X+l/2)}; \\ 2\eta - \vartheta &= \frac{2}{v(X-l/2)}, \end{aligned} \right\} \quad (1.22)$$

т. е. знание составляющих градиента в точке (X, l) поля дает возможность непосредственно находить значение скорости на концах базы l . Если исключить l из (1.22), то получим выражение для v через величины градиентов поля в каждой точке оси X .

Рассмотрим теперь двухмерную задачу в вертикальной плоскости и начнем с однородной среды. Если (x_1, z_1) и (x_2, z_2) — соответственно координаты источников и приемников, то обоб-

щенное поле времен при $v = \text{const}$ запишется в следующей простой форме:

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \quad (1.23)$$

Если источники располагаются только на оси x , то $z_1 = 0$, и обозначая $z_2 = z$, получим выражение для обобщенного локального поля времен первого порядка вида

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + z^2}. \quad (1.23')$$

Соответственно, при расположении источников на оси z следует положить $x_1 = 0$, $x_2 = x$ и тогда

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{x^2 + (z_0 - z_1)^2}. \quad (1.23'')$$

При расположении источника в начале координат ($x_1 = z_1 = 0$) получим из (1.23) известное уравнение локального поля времен

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{x^2 + z^2}. \quad (1.24)$$

При выводе уравнения интегрального обобщенного поля следует иметь в виду, что время, измеренное на базе l , не зависит не только от направления линии, соединяющей источник и приемник, но и от ее положения в пространстве. Поэтому отпадает необходимость в вычислении интеграла типа (1.16). Уравнение интегрального поля, следовательно, имеет простейший вид

$$t = \frac{l}{v}, \quad (1.25)$$

где отсутствует зависимость от координат пространства. Оно остается справедливым также и для трехмерной модели. Одновременно это будет уравнение обобщенного годографа (частного поля времен) в системе координат (x, z, l) .

Чтобы получить уравнение обобщенного линейного годографа (частного временного поля) исходя из общего выражения (1.23), необходимо задать аналитически линии источников и приемников. Так, например, если линия источников располагается параллельно оси x на расстоянии z_0 от нее, а линия приемников параллельна оси z и находится на расстоянии x_0 от оси z (рис. 1.5), то уравнение обобщенного годографа будет иметь вид

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (z_2 - z_0)^2}, \quad (1.26)$$

где индекс 1 относится к линии источников, а индекс 2 — к линии приемников.

В качестве примера неоднородной среды рассмотрим случай линейной зависимости скорости вдоль некоторой оси ξ , поверну-

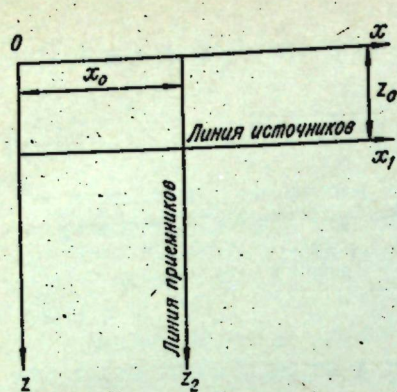


Рис. 1.5. К выводу уравнения линейного обобщенного годографа (частного поля времен) в случае расположения источников и приемников вдоль двух ортогональных направлений.

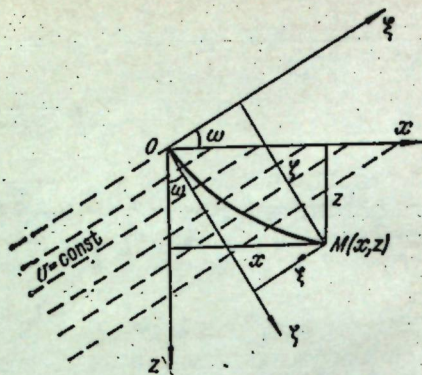


Рис. 1.6. Модель среды, в которой скорость изменяется линейно по z и x .

той на угол ω по отношению к оси z (рис. 1.6). При выводе уравнения локального поля поместим источник, как обычно, в начало координат. В новых координатах (ξ, ζ) уравнение локального поля имеет вид

$$t = \frac{1}{v_0 \beta} \operatorname{arch} \left[1 + \frac{\beta^2 (\xi^2 + \zeta^2)}{2(1 + \beta \zeta)} \right] = \frac{2}{v_0 \beta} \operatorname{arsh} \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{\xi^2 + \zeta^2}{1 + \beta \zeta}}. \quad (1.27)$$

Переходя к старым координатам по формулам

$$\begin{cases} \xi = x \cos \omega - z \sin \omega; \\ \zeta = x \sin \omega + z \cos \omega, \end{cases} \quad (1.28)$$

получим

$$t = \frac{2}{v_0 \beta} \operatorname{arsh} \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{x^2 + z^2}{1 + \beta(x \sin \omega + z \cos \omega)}}. \quad (1.27')$$

Вывод уравнения для обобщенного поля требует предварительного решения задачи о нахождении времени распространения волны для заданной модели между двумя произвольными точками среды $M_1(\xi_1, \zeta_1)$ и $M_2(\xi_2, \zeta_2)$.

В данном случае можно использовать методы вариационного исчисления, рассматривая функционал

$$t = \frac{1}{v_0} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \sqrt{1 + \left(\frac{d\zeta}{d\xi} \right)^2} d\xi. \quad (1.29)$$

Дифференциальное уравнение Эйлера имеет вид

$$(1 + \beta \zeta) \frac{d^2 \zeta}{d\xi^2} + \beta \left[1 + \left(\frac{d\zeta}{d\xi} \right)^2 \right] = 0. \quad (1.30)$$

Решение его выполняется в квадратурах и представляется в следующем виде:

$$t = \frac{1}{2v_0 \beta} \ln \frac{[c_1 + \beta(\xi_2' + c_2)][c_1 - (\xi_1 + c_2)]}{[c_1 - \beta(\xi_2 + c_2)][c_1 + (\xi_1 + c_2)]}, \quad (1.31)$$

где выражения для произвольных постоянных записываются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} c_2 &= \frac{1}{2\beta^2 (\xi_1 - \xi_2)} [(1 + \beta \xi_2)^2 - (1 + \beta \xi_1)^2 + \beta^2 (\xi_2^2 - \xi_1^2)]; \\ c_1^2 &= (1 + \beta \xi_1)^2 + \beta^2 (\xi_1 + c_2)^2. \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

Используя формулы (1.28), переходя к старым координатам и подставляя их в (1.31) с учетом (1.32) можем получить выражение обобщенного поля времен проходящих (в том числе рефрагированных) волн для рассматриваемой модели среды в виде функции четырех переменных, т. е.

$$t = F(x_1, x_2, z_1, z_2). \quad (1.33)$$

Из-за громоздкости оно здесь не выписывается.

На выводе интегрального обобщенного поля $t(x, z, l)$ здесь не останавливаемся, так как в данном случае аналитическое решение наталкивается на большие трудности.

Выражение для обобщенного годографа (частного поля времен) проще всего получить для частного случая, когда источники и приемники располагаются на оси x . В принципе для этого в уравнении (1.33) достаточно положить $z_1 = z_2 = 0$. Такой путь, однако, очень громоздкий и, поскольку задача носит иллюстративный характер, мы им не пойдем. Воспользуемся частным решением данной задачи, приведенным в работе (Мишенькина, 1967). Его можно представить в виде:

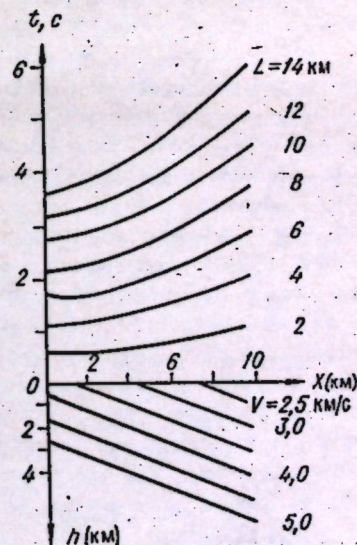
$$\begin{aligned} t(X, l) &= \\ &= \frac{2}{k} \operatorname{arsh} \frac{kl}{2 \sqrt{(v_0 + kX \sin \omega)^2 - \frac{1}{4} k^2 l^2 \sin^2 \omega}} \end{aligned} \quad (1.34)$$

где

$$X = \frac{1}{2} (x_1 + x_2); \quad l = x_0 - x_1; \quad k = v_0 \beta.$$

Угол ω считается положительным в направлении падения ли-

Рис. 1.7. Поле времен $t(X, l)$ для модели непрерывной среды, изображенной в нижней части чертежа. $v = v_0 + k(x \sin \omega + z \cos \omega)$; $v_0 = 2$ км/с; $\omega = 20^\circ$; $k = 0,5$ 1/с.



нии $v = \text{const}$; v_0 — значение скорости в начале координат.

На рис. 1.7, заимствованном из статьи З. Р. Мишенькиной (1967), дается графическое изображение обобщенного годографа частного поля $t = t(X, l)$, рассчитанного согласно (1.34), при $\omega = 1$, $\theta = 20^\circ$, $v_0 = 2$ км/с; $k = 0,5$ 1/с. Частное поле времен $t(X, l)$ изображено в координатах (X, t) в виде линий $l = \text{const}$. В нижней части чертежа изображена модель среды в виде изолиний $v = \text{const}$.

§ 1.3. МОДЕЛИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СРЕД И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

1.3.1 Общие сведения о сейсмических моделях. Сейсмической средой или сейсмической моделью называется описание реальной геологической среды с точки зрения распределения в ней упругих и неупругих параметров с целью наиболее полного объяснения основных особенностей экспериментально наблюдаемого волнового поля и решения на этой основе обратных задач. При формировании понятия той или иной сейсмической модели принимаются во внимание многие факторы. Решающее значение имеет степень геологической изученности тех или иных объектов или типов объектов, а также объем и степень достоверности сведений о сейсмических параметрах. В связи с этим даже для одних и тех же типов геологических структур сейсмические модели могут иметь различный вид и изменяться во времени. Существенно отметить, что представление о модели в сильной степени зависит как от конкретной задачи и целей исследования с точки зрения полноты сведений, которые желательно получить в процессе работ, так и от геолого-геофизических концепций, относящихся к поискам того или иного полезного ископаемого.

Целесообразно рассматривать две группы сейсмических моделей геологических сред. В первой из них дается описание главных особенностей строения тех или иных объектов или группы объектов на «сейсмическом языке». Такое описание может носить в значительной степени качественный характер и представляться, например, в виде сейсмогеологических разрезов с указанием основных сейсмических разделов, на которых могут образовываться те или иные волны, интервалов изменения скоростей в слоях, величин коэффициентов затухания, соотношений скоростей продольных и поперечных волн и др. Такие модели целесообразно называть сейсмогеологическими. При построении их стремятся возможно полнее отобразить главные особенности среды с позиций сейсморазведки без строгого подхода к реальным возможностям последующего воспроизведения ее по данным эксперимента, т. е. только с частичным учетом достигнутого уровня сейсмического метода в различных его модификациях.

Построение сейсмогеологических моделей является необходимым этапом при проектировании любых сейсморазведочных работ. Они играют также большую роль при геолого-геофизическом обобщении, что в определенной степени можно рассматривать как подготовку к последующим этапам исследований.

Во вторую группу входят сейсмоматематические (или просто математические) модели. Они формируются на основе сейсмогеологических моделей с корректным учетом возможностей решения прямых и обратных задач. Математические модели не привязываются конкретно к реальным геологическим структурам того или иного типа, они как бы абстрагируются от них. Здесь на первый план выдвигается математическое описание распределения скоростей продольных и поперечных волн, плотностей, формы сейсмических границ и их сочленений и пр. Поэтому математические модели для существенно различных геологических объектов и сейсмогеологических моделей могут быть одинаковыми либо близкими. Благодаря тесной связи математических моделей с количественным решением обратных задач, они имеют большую степень привязки к тем или иным модификациям сейсморазведки, а также использованию тех или иных типов волн и особенностей волнового поля. Так, например, могут рассматриваться кинематические, динамические и смешанные математические модели для отраженных волн того или иного типа; модели градиентных сред, привязанные к использованию рефрагированных волн, модели дифрагирующих объектов и др.

В отличие от сейсмогеологических математические модели, как правило, обладают большей локальностью в том смысле, что они часто рассматриваются при решении обратной задачи для весьма ограниченной области пространства. При переходе к примыкающей области либо варьируются параметры заданной модели, либо изменяется ее структура. В значительной степени это связано с возможностями аналитического либо численного решения прямых и обратных задач. Отметим наконец, что математические модели могут содержать описание распределений не только реальных физических параметров в функции координат пространства, но и некоторых производных величин. В качестве примера можно указать на широкое использование таких интегральных характеристик сред, как средние и лучевые скорости, средние градиенты, эффективные параметры и др. Подобный подход реже используется при конструировании сейсмогеологических моделей.

В обеих группах модели различаются по их размерности. Рассматриваются одномерные, двумерные и трехмерные модели. В одномерных моделях в применении к решению кинематических задач, скорость изменяется только в одном направлении, которое чаще всего, как и в настоящей работе, считается совпадающим с вертикалью, т. е. $v = v(z)$. Соответственно в двумерных моделях $v = v(x, z)$, а в трехмер-

ных $v=v(x, y, z)$. Вид функций может быть весьма разнообразным, что соответствует особенностям распределения физических параметров в реальных геологических средах. Моделям различной размерности свойственны свои способы и формы описания. Наиболее сильно специфика их проявляется в методах решения прямых и обратных задач. Следует отметить, что реальные объекты всегда трехмерны и переход к одномерным и двумерным моделям в определенной степени может рассматриваться как способ локального описания трехмерных объектов. Но вместе с тем модели пониженных размерностей имеют и большое самостоятельное значение. В теории и практике сейсморазведки наибольшее распространение получили двумерные модели.

При математическом описании процессов распространения сейсмических волн решаются кинематические и динамические задачи, имеющие также определенную размерность. Необходимо подчеркнуть, что размерность задачи не всегда совпадает с размерностью среды, для которой она решается. Так, в случае одномерной среды, когда физические свойства изменяются только в вертикальном направлении, в теоретическом и экспериментальном планах может решаться одномерная задача на распространение прямых (проходящих) и отраженных волн по вертикали (например, вдоль ствола скважины при расчете синтетических сейсмограмм в методе отраженных волн). В данном случае размерности среды и задачи совпадают. Но для одномерной среды того же типа чаще всего решаются двумерные кинематические и динамические задачи на распространение отраженных, головных, проходящих и рефрагированных волн, как монотипных, так и обменных, при косом падении.

1.3.2. Классификация моделей сред. Поскольку в данной работе рассматриваются кинематические задачи, классификация моделей дается только по характеру распределения скоростей в пространстве. При этом должны быть приняты во внимание три главных фактора, определяющих поведение функций $v_p(x, y, z)$ и $v_s(x, y, z)$. Прежде всего необходимо иметь в виду основную особенность среды — подразделение геологических образований на слои. Наиболее отчетливо слоистость проявляется в осадочных породах, но в той или иной мере свойственна также консолидированной коре в целом либо отдельным ее частям. Другим важным фактором является горное давление как функция глубины, обуславливающее наличие достаточно отчетливо выраженного вертикального градиента $v(z)$. Третий фактор связан с тектонической историей той или иной области и выражается, с одной стороны, в образовании структур как сложного проявления слоистости с негоризонтальными и криволинейными границами и переменной мощности слоев, а с другой — в перераспределении горного давления в различные периоды геологической истории и зависимости его как от вертикальной, так и горизонтальной координат. В результате совместно

го действия указанных, а также некоторых других факторов (например, фациальных изменений и замещений), в реальных геологических средах скорости могут изменяться по очень сложным законам.

При построении кинематических моделей по необходимости вводится схематизация, обусловленная, в частности, ограниченной разрешающей способностью метода. Принимаются также во внимание предстоящие трудности решения прямых и обратных задач при достигнутом уровне развития методов интерпретации.

В первом приближении сейсмические среды (модели) подразделяются на однородные и неоднородные.

Аппроксимация реальной среды однородной чаще всего допустима в ограниченной (локальной) области. Приближенное представление о среде как однородной тесно связано с понятиями средней и лучевой скоростей. Эффективные скорости в методе отраженных волн также, как правило, выводятся из аппроксимации среды в ограниченной области как однородной. Применительно к протяженным областям пространства такое приближенное описание через интегральные величины скоростей можно отнести к типу субоднородных сред, когда предполагается, что все сейсмические лучи прямолинейны, но скорости вдоль лучей изменяются по определенному закону, исходя из особенностей рассматриваемой модели. Такая аппроксимация среды применительно к решению прямых и обратных задач получила название метода средних и лучевых скоростей.

Однородные среды подразделяются на изотропные и анизотропные. В первых величина скорости не зависит от направления распространения волны в рассматриваемой области, и, следовательно, индикатриса в пространстве есть сфера (в двухмерном сечении — круг). Для анизотропной среды индикатриса может иметь достаточно сложную форму с изменением величин скоростей по различным направлениям (лучам) до 20—30%.

К настоящему времени анизотропия сейсмических скоростей в горных породах еще недостаточно изучена, хотя существование ее не вызывает сомнения. Трудность изучения анизотропии связана с тем, что при измерениях примешивается, как правило, влияние неоднородностей более крупного масштаба.

Анизотропные среды следует подразделять на собственно анизотропные, когда явления анизотропии вызваны текстурными особенностями породы, например ориентировкой кристаллов, трещин либо волокон, и квазианизотропные, связанные со слоистостью разреза, если мощности пластов, чередующихся по величинам скоростей, меньше длины волны.

Индикатрисы скоростей и соответственно параметры анизотропии существенно различаются для трех основных типов волн — P , SV и SH . В частности, для волны SV максимальные значения скоростей для квазианизотропной слоистой модели бу-

дуг наблюдаться при косом падении, близком к 45° к направлению напластования.

Неоднородные среды подразделяются на три основных типа: слоисто-однородные, градиентные и слоисто-градиентные. Наиболее определенно физико-геологическая их сущность проявляется при горизонтальной слоистости (одномерная модель $v(z)$; рис. 1.8). Слоисто-однородная среда представляется в виде серии слоев (в том числе тонких, т. е. сравнимых по мощности с длиной волны либо меньше, но вместе с тем вносящих заметный вклад в изучаемое временное поле), причем в каждом слое скорость неизменна ($v_i = \text{const}$). Существенно отметить, что характер распределения пластовых скоростей по продольным и по поперечным волнам может существенно различаться, хотя это различие, как правило, не будет превышать нескольких процентов.

Для двух- и трехмерных моделей различают параллельно-слоистые и непараллельно-слоистые среды. В первой группе, когда мощности слоев остаются неизменными, чаще всего оперируют с горизонтально-слоистыми (см. рис. 1.8, а) и вертикально-слоистыми средами (рис. 1.9, а). В общем случае рассматривают также наклонно-слоистую среду (рис. 1.9, б). Непараллельно-слоистые среды в двухмерном, а тем более в трехмерном случаях отличаются большим разнообразием. На рис. 1.9, в, г, д подчеркиваются их главнейшие особенности, связанные с наличием выклиниваний и несогласий, блоковости и соответственно разрывов сплошности, криволинейных поверхностей раздела между слоями. Нередко, например в случае соляной тектоники, слоистость прерывается более или менее однородными массивами сложной конфигурации, которые уже нельзя с геологических позиций рассматривать как слои. С точки зрения построения сейсмических моделей подобную среду в принципе можно отнести к категории слоисто-однородных, понимая под слоем некоторую область $v = \text{const}$, ограниченную поверхностью того или иного вида.

Градиентная (непрерывная) среда в общем виде описывается непрерывной функцией $v(x, y, z)$. Наиболее отчетливо обычно проявляется вертикальный градиент dv/dz .

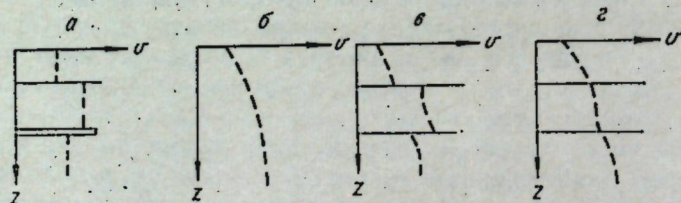


Рис. 1.8. Типы одномерных моделей сейсмических сред (а — слоисто-однородной; б — градиентной; в, г — слоисто-градиентных).

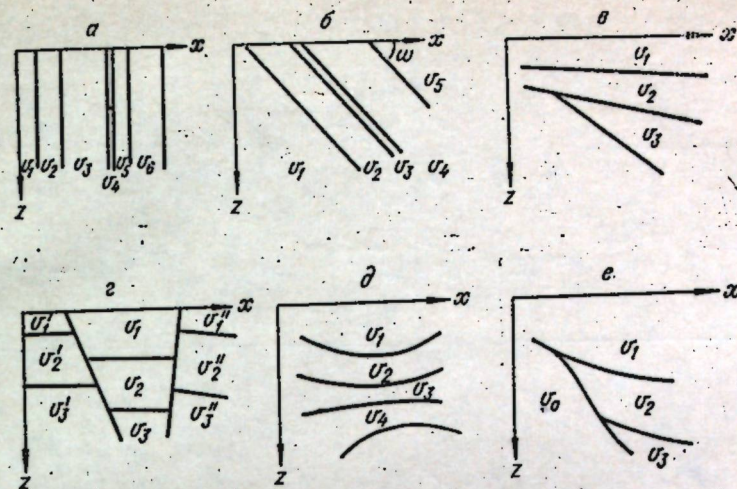


Рис. 1.9. Основные типы двухмерных слоисто-однородных сред. а — параллельно-вертикально-слоистая среда; б — параллельно-наклонно-слоистая; в — непараллельно-слоистая с наличием выклинивания; г — блоковая, разделенная разломами (сбросами); д — слоистая среда с криволинейными границами; е — смешанная «слоисто-массивная» модель.

Горизонтальный градиент скорости наблюдается при наклонном залегании элементарных слоев.

Пример непрерывной функции $v(z)$ изображен на рис. 1.8, б. При учете вертикальных изменений скорости используют различные аналитические зависимости скорости от глубины и вертикального времени. Основные из них приведены в табл. 1.

Вертикальным градиентом скорости называется значение производной $k = dv/dz$. Часто для характеристики вертикального изменения скорости применяют производные величины. Так, например, в случае линейной функции $v = v_0 + kz$ обычно используют представление $v = v_0(1 + \beta z)$, где v_0 — начальная скорость при $z = 0$; величину $\beta = k/v_0$ в этом случае тоже, как правило, называют вертикальным градиентом. В общем случае стремятся представить функцию $v(z)$ в виде $v(z) = v_0 f(\alpha, z)$, где α — набор параметров, характеризующих степень и форму изменения скорости с глубиной. Как видно из табл. 1, обычно функция $f(\alpha, z)$ имеет один либо два параметра.

Горизонтальные градиенты, как правило, значительно меньше вертикальных и оказывают меньшее влияние на кривизну сейсмических лучей и деформацию фронтов волн. В связи с этим, а также по причине возникающих математических трудностей, аналитическое решение задачи для функций $v(x, z)$ редко осуществляется. Наиболее просто это можно сделать для сред, являющихся градиентным аналогом параллельно-слоистых сред (см. рис. 1.6), когда линии $v = \text{const}$ представляют собой прямые, наклоненные под углом ω к горизонту. Для про-

$v(z)$	$t_n(z)$	$v(t_n)$	$v_{cp}(z)$	$v_{cp}(t_n)$
$v = v(z)$	$\int_0^z \frac{dz}{v(z)}$	$t_n = \int_0^z \frac{dz}{v(z)}$ z — параметр	$z \int_0^z \frac{dz}{v(z)}$	$t_n = \int_0^z \frac{dz}{v(z)}$ z — параметр
$v_0(1 + \beta_1 z)$	$\frac{1}{v_0 \beta_1} \ln(1 + \beta_1 z)$	$v_0 e^{\beta_1 t_n}$	$\frac{v_0 \beta_1 z}{\ln(1 + \beta_1 z)}$	$\frac{1}{\beta_1 t_n} (e^{\beta_1 t_n} - 1)$
$v_0(1 + \beta_2 z)^{1/2}$	$\frac{2}{v_0 \beta_2} (\sqrt{1 + \beta_2 z} - 1)$	$v_0 \left(1 + \frac{1}{2} v_0 \beta_2 t_n\right)$	$\frac{v_0 \beta_2 z}{2(\sqrt{1 + \beta_2 z} - 1)}$	$v_0 \left(1 + \frac{1}{4} v_0 \beta_2 t_n\right)$
$v_0(1 + \beta_3 z)^{1/3}$	$\frac{3}{2v_0 \beta_3} [(1 + \beta_3 z)^{2/3} - 1]$	$v_0 \left(1 + \frac{2}{3} v_0 \beta_3 t_n\right)^{1/2}$	$\frac{2v_0 \beta_3 z}{3[(1 + \beta_3 z)^{2/3} - 1]}$	$\frac{1}{\beta_3 t_n} \left[\left(1 + \frac{2}{3} v_0 \beta_3 t_n\right)^{3/2} - 1 \right]$
$v_0(1 + \beta_n z)^{\frac{1}{n}}$ $(n - \text{целое число})$	$\frac{n}{v_0 \beta_n} \frac{(n-1)}{n} \times \left[(1 + \beta_n z)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$	$v_0 \left[1 + \frac{(n-1)v_0 \beta_n}{n} t_n \right]^{\frac{1}{n-1}}$	$\frac{(n-1)v_0 \beta_n z}{n \left[(1 + \beta_n z)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]}$	$\frac{1}{\beta_n t_n} \left[\left(1 + \frac{(n-1)v_0 \beta_n}{n} t_n\right)^{\frac{n}{n-1}} - 1 \right]$
$v_0 e^{kz}$	$\frac{1}{v_0 k} (1 - e^{-kz})$	$\frac{v_0}{1 - v_0 k t_n}$	$\frac{v_0 k z}{1 - e^{-kz}}$	$\frac{1}{k t_n} \ln \frac{1}{1 - v_0 k t_n}$
$a - b e^{-kz}$ $(v_0 = a - b)$	$\frac{1}{a k} \ln \frac{a - b e^{-kz}}{v_0 e^{-kz}}$	$\frac{a v_0 e^{a k t_n}}{b + v_0 e^{a k t_n}}$	$\frac{a k z}{\ln \frac{a - b e^{-kz}}{v_0 e^{-kz}}}$	$\frac{1}{k t_n} \ln \frac{b + v_0 e^{a k t_n}}{a}$
$v_0(1 + \gamma z)^2$	$\frac{z}{v_0(1 + \gamma z)}$	$\frac{v_0}{(1 - v_0 \gamma t_n)^2}$	$v_0(1 + \gamma z)$	$\frac{v_0}{1 - v_0 \gamma t_n}$

стейшей модели с постоянными вертикальным и горизонтальным градиентами

$$v(x, z) = v_0(1 + \alpha x + \beta z) \quad (1.35)$$

линии $v = \text{const}$ наклонены под углом

$$\omega = \arctg \frac{\alpha}{\beta}. \quad (1.36)$$

Слоисто-градиентной называют среду, в которой пластовые скорости зависят от координат пространства. Для одномерной модели функция $v(z)$ в этом случае будет состоять из криволинейных отрезков $v_i(z)$, терпящих разрыв на границах слоев (см. рис. 1.8, в). В частном случае разрыв может наблюдаться не в величине, а в градиенте скорости (см. рис. 1.8, г).

С точки зрения распределения скорости в зоне перехода от одного слоя к другому рассматривают три основных типа сейсмических границ, различающихся формой переходной функции $v(n)$, где n — направление нормали к границе (рис. 1.10). Наиболее распространено представление о резком скачке в величине скорости на границах двух слоев (см. рис. 1.10, а). Такие границы называются границами первого рода. Если скачкообразно изменяется не величина скорости, а градиент dv/dn , то будет иметь место граница второго рода (см. рис. 1.10, б). В более общем случае между двумя квазиоднородными слоями существует некоторая переходная толща мощностью $\Delta n < \lambda$ (λ — длина волны). Такая граница называется транзитивной (см. рис. 1.10, в). Форма переходной функции может быть различной, в том числе представлять собой серию тонких слоев (Берзон, 1976).

1.3.3. Интегральные характеристики сейсмических сред. Как указывалось выше, наряду с величинами пластовых и истинных скоростей широко используются понятия средних и лучевых скоростей. Ниже дается строгое определение этих величин.

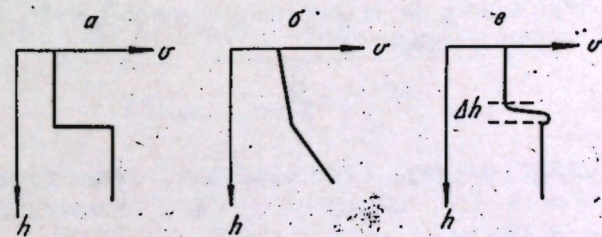


Рис. 1.10. Классификация сейсмических границ по характеру изменения скоростей.
а — граница первого рода; б — второго рода; в — транзитивная граница.

Средняя скорость в случае одномерной горизонтально-слоистой среды v_m определяется выражением

$$v_m = \frac{\sum_{h=1}^n h_h}{\sum_{h=1}^n \frac{h_h}{v_h}} = \frac{H}{t_n}, \quad (1.37)$$

где t_n — время пробега волны по вертикали (в одном направлении); H — суммарная мощность, для которой вычисляется средняя скорость.

При непрерывном изменении скорости по вертикали

$$v_m(z) = \frac{z}{t_n} = \frac{z}{\int_0^z \frac{dz}{v(z)}}. \quad (1.37')$$

Выражения для $v_m(z)$ для различных функций $v(z)$ приведены в табл. 1, где одновременно даются функции $v_m(t_n)$, полученные путем замены z на t_n на основе общей зависимости:

$$t_n = \int_0^z \frac{dz}{v(z)}. \quad (1.38)$$

На практике переход от $v_m(z)$ к $v_m(t_n)$ осуществляется следующим образом.

Для выбранных значений z в соответствующем диапазоне глубин выписывают в таблицу значения $v_m(z)$. Затем вычисляют $t_n = \frac{z}{v_m(z)}$. По полученным данным t_n и v_m строят график зависимости $v_m(t_n)$.

Если необходимо перейти от $v_m(t_n)$ к $v_m(z)$, то поступают аналогичным образом — для ряда значений t_n через заданный промежуток Δt_n выписывают значения v_m , а затем относят их к глубинам $z = t_n v_m(t_n)$.

В методе отраженных волн чаще всего вместо t_n используют время отражения по нормальному лучу $t_0 = 2t_n$. Соответственно используются связи:

$$t_0 = \frac{2z}{v_m(z)}; \quad z = \frac{1}{2} t_0 v_m(t_0). \quad (1.39)$$

В некоторых случаях целесообразно расширить понятие средней скорости. Так, например, можно рассматривать средневзвешенное значение:

$$\bar{v} = \frac{1}{H} \int_0^H v(z) dz. \quad (1.40)$$

Или для слоистой среды

$$\bar{v} = \frac{\sum_{h=1}^n h_h v_h}{\sum_{h=1}^n h_h}. \quad (1.40')$$

Введение такой величины оправдано, в частности, тем, что с ней связано понятие предельной эффективной скорости для горизонтально-слоистой среды.

В принципе можно оперировать со средней скоростью произвольного порядка n . Например, для непрерывной по z среды будем иметь

$$\tilde{v}_{(n)} = \left[\frac{1}{H} \int_0^H v^n(z) dz \right]^{\frac{1}{n}}. \quad (1.41)$$

В частности, средние скорости порядков 1, 3 и 5 фигурируют в выражениях коэффициентов представления годографа отраженных волн в виде степенного ряда (см. § 2.1). Расчеты показывают, что средневзвешенные скорости для заданной модели среды $v(z)$ тем больше, чем больше порядок скорости. Так, например, для $v(z) = v_0(1 + \beta z)$ при глубине $H = 2$ км, $v_0 = 2$ км/с и $\beta = 0,5$ 1/км $v_m = 2,886$ км/с; $\bar{v} = 3,0$ км/с; $\tilde{v}_{(3)} = 3,107$ км/с; $\tilde{v}_{(5)} = 3,200$ км/с.

Отношения

$$\omega_1 = \frac{v_m}{v}; \quad \omega_2 = \frac{\tilde{v}_{(3)}}{v}; \quad \omega_3 = \frac{\tilde{v}_{(5)}}{v}$$

назовем интегральными показателями неоднородности среды.

Для непрерывных функций $v(z)$ кривая $v_m(z)$ и подавно будет непрерывной более плавной формы. В случае однородно-слоистой среды кривая $v_m(z)$ состоит из примыкающих друг к другу по границам раздела отрезков гиперболической формы. При этом в точках смыкания должен наблюдаться разрыв первой производной. Разность в величинах dv_m/dz на границе слоев k и $k+1$ оценивается по формуле

$$\Delta \left(\frac{dv_m}{dz} \right) = \frac{v_i (n_{1k} - n_{1(k+1)}) \sum_{i=1}^k h_i}{\left(\sum_{i=1}^k n_{1i} h_i \right)^2},$$

где h_i , v_i — мощности и скорости для соответствующего слоя; $n_{1i} = v_1/v_i$.

Величина производной $\frac{dv_m}{dz}$ вычисляется в общем случае по формуле

$$\frac{dv_m}{dz} = \frac{1}{t_0} \left(1 - \frac{z}{t_0 v(z)} \right). \quad (1.42)$$

Переход от средней скорости v_m к истинной (пластовой) осуществляется согласно зависимости

$$v(z) = \frac{v_m^2(z)}{v_m(z) - z \frac{dv_m}{dz}} = \frac{v_m}{1 - t_0 \frac{dv_m}{dz}}. \quad (1.43)$$

Кроме того, имеет место соотношение

$$v_{пл} = v_m + t_0 \frac{dv_m}{dz}. \quad (1.44)$$

В случае линейной зависимости средней скорости от глубины $v_m = v_0 + k_1 z$:

$$v_{пл} = \frac{v_m^2}{v_0}. \quad (1.44')$$

Соответственно при параболической зависимости $v_m = v_0 + k_1 z + k_2 z^2$:

$$v_{пл} = \frac{v_m^2}{v_0 - k_2 z^2}. \quad (1.44'')$$

Если в общем случае $v_m = v_0 + \sum_{i=1}^n k_i z^i$, то

$$v_{пл} = \frac{v_m^2}{v_0 - \sum_{i=2}^n (i-1) k_i z^i}. \quad (1.44''')$$

При наклонном залегании слоев теряется однозначность определения v_m даже в случае двухмерной модели.

С одной стороны, целесообразно рассматривать среднюю скорость по вертикали, особенно если учесть, что эта величина может быть определена по скважинным ультразвуковым измерениям, а также с достаточным приближением найдена при сейсмическом каротаже.

Такое представление о средней скорости (Пузырев, 1959) дает возможность для любой двух- либо трехмерной модели однозначно построить функции $v_m(x, z)$ и $v_m(x, y, z)$ по заданным $v(x, z)$ и $v(x, y, z)$; используя в общем случае формулу

$$v_m(x, y, z) = \frac{z}{\int_0^z \frac{dz}{v(x, y, z)}}. \quad (1.45)$$

В принципе при необходимости интегрирование при фиксированных x и y можно проводить вдоль любой заданной линии. Такого рода интегральные функции очень важны для характеристики той или иной сложной модели среды.

С другой стороны, важно обеспечить полную преемственность с указанным выше определением средних скоростей для одномерной среды, имея в виду прежде всего потребности интерпретации данных МОВ. В этом смысле необходимо для заданной отражающей границы потребовать выполнение условия

$$v_m \cdot t_0 = 2H, \quad (1.46)$$

где H измеряется по нормали к интересующей границе, t_0 — время распространения отраженной волны по нормальному лучу. Только при таком определении будет обеспечено правильное понимание связи между v_m и предельной эффективной скоростью, играющей большую роль при интерпретации данных МОВ.

В связи с вышеотмеченным представляется целесообразным для двухмерных моделей в методе отраженных волн ввести параллельно две величины для характеристики средних значений скоростей — среднюю скорость по центральному лучу (v_{mc}) и среднюю скорость по вертикали (v_{mv}). При этом, как и для одномерной среды, можно параллельно рассматривать величины $\bar{v}$, $\tilde{v}_{(n)}$, но на этом мы здесь дополнительно останавливаться не будем.

Между величинами v_{mv} и v_{mc} можно выявить определенную связь, характер которой ниже показывается на типичных двухмерных моделях частного вида.

1. Модель с горизонтальной отражающей границей, залегающей на глубине H (рис. 1.11), и наклонной преломляющей (промежуточной) границей, разделяющей два однородных клиновидных слоя. Угол наклона обозначим через ψ . Пусть в некоторой точке A глубина по нормали до промежуточной преломляющей границы составляет H_1 . Вводя обозначения

$$\frac{H_1}{H} = m_1; \quad \frac{v_1}{v_2} = n,$$

получим

$$v_{mc} = \frac{v_1}{n + m_1 (\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \psi} - n \cos \psi)}; \quad (1.47)$$

$$v_{mv} = \frac{v_1 \cos \psi}{m_1 (1 - n) + n \cos \psi}. \quad (1.48)$$

Отношение этих величин:

$$\frac{v_{mc}}{v_{mv}} = \frac{m_1 (1 - n) + n \cos \psi}{[n + m_1 (\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \psi} - n \cos \psi)] \cos \psi}. \quad (1.49)$$

Запишем это выражение в виде

$$\frac{v_{mc}}{v_{mv}} = \frac{m_1 (1 - n) + n \cos \psi}{m_1 (1 - n) + n \cos \psi + m_1 [\cos \psi \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \psi} - (1 - n \sin^2 \psi)]}. \quad (1.49')$$

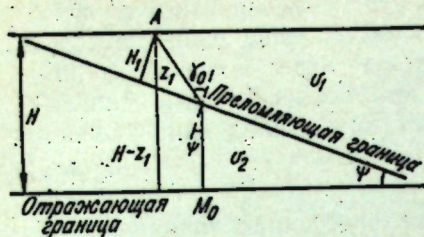


Рис. 1.11. К расчету средних скоростей v_{mb} и v_{mc} для двухслойной среды.

Можно показать, что выражение, стоящее в квадратных скобках в знаменателе, при любых n и φ всегда меньше нуля. Поскольку $m_1 > 0$, для рассматриваемой модели $v_{mc} > v_{mb}$. Так, например, для $\varphi = 30^\circ$, $n = 0,5$, $m_1 = 0,5$ различие между рассматриваемыми величинами составляет 2,7%.

2. Модель с плоской наклонной границей, когда скорость изменяется с глубиной по линейному закону

$$v = v_0(1 + \beta z).$$

Обозначим через H глубину по нормали до границы раздела, а через φ — угол ее наклона (рис. 1.12). Не проводя расчетов, которые можно воспроизвести по формулам гл. 3, приведем окончательный результат:

$$\frac{v_{mc}}{v_{mb}} = \frac{\cos \varphi \cdot \ln \frac{\beta H + \cos \varphi}{\cos \varphi}}{\ln \frac{1}{1 + \cos \varphi} [\beta H + \cos \varphi + \sqrt{(\beta H + \cos \varphi)^2 + \sin^2 \varphi}]} \quad (1.50)$$

График этой функции приведен на рис. 1.13. Можно видеть, что в данном случае $v_{mc} < v_{mb}$.

Таким образом, приходим к выводу, что зависимости между v_{m0} и v_{mb} могут носить различный характер для разных моде-

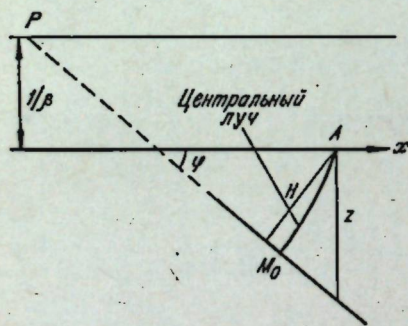


Рис. 1.12. К расчету средних скоростей v_{mb} и v_{mc} для модели среды $v = v(z) = v_0(1 + \beta z)$ и наклонной отражающей границы.

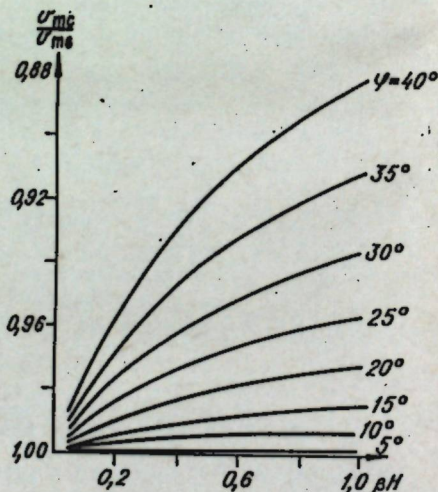


Рис. 1.13. График зависимости $\frac{v_{mc}}{v_{mb}}(\beta H, \varphi)$ для модели рис. 1.12.

лей сред. Поэтому каждый раз требуется проводить специальные исследования.

Лучевая скорость (v_n), в отличие от средней, измеряется по наклонному лучу, в том числе для одномерной среды $v(z)$, в предположении прямолинейного распространения волны. Непосредственно в эксперименте лучевая скорость измеряется при скважинных наблюдениях путем деления расстояния между источником и приемником на время распространения, т. е. для вертикальной скважины

$$v_n = \frac{1}{t} \sqrt{H^2 + x_0^2}, \quad (1.51)$$

где x_0 — расстояние между источником и устьем скважины; H — глубина погружения скважинного сейсмографа.

В случае слоисто-однородной среды с горизонтальными границами общее выражение для лучевой скорости имеет вид

$$v_n = \frac{\sqrt{x^2 + \left(\sum_{h=1}^n h_h\right)^2}}{\sum_{h=1}^n \frac{h_h}{v_h \sqrt{1 - \rho^2 v_h^2}}}, \quad (1.52)$$

где $\rho = \frac{\sin i_h}{v_h}$ — параметр луча.

Или приближенно после разложения правой части последнего равенства в ряд

$$\frac{1}{v_n} = \frac{1 + \frac{1}{2} w_1 \frac{x^2}{H^2} - \frac{1}{8} w_1 w_2^3 \frac{x^4}{H^4} + \frac{1}{16} w_1 (2w_2^6 - w_3^5) \frac{x^6}{H^6}}{v_m \sqrt{1 + \frac{x^2}{H^2}}}, \quad (1.53)$$

где $H = \sum_{h=1}^n h_h$;

$$w_1 = \frac{v_m}{v}; \quad w_2 = \frac{\tilde{v}_{(3)}}{v}; \quad w_3 = \frac{\tilde{v}_{(5)}}{v};$$

$v_m, \tilde{v}, \tilde{v}_{(3)}, \tilde{v}_{(5)}$ — средние скорости различных порядков.

При очень больших удалениях ($x > H$) целесообразно применять формулу, основанную на соотношении тангенсов, дающую возможность произвести вычисления с любой заданной точностью:

$$\frac{1}{v_n} = \frac{\sum_{i=1}^h \frac{h_i}{v_i} \sqrt{1 + \frac{n_{ih}^2 \mu_{ih}^2 x^2}{\left(\sum_{i=1}^h n_{ih} \mu_{ih} h_i\right)^2}}}{\sqrt{x^2 + H^2}}, \quad (1.53')$$

где $n_{ih} = \frac{v_i}{v_h}$.

Относительная разница между лучевой и средней скоростями (в %) при различных градиентах средней скорости и расстояниях взрыв — сейсмограф

v_0/v_E	x/H														
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	
1,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	1,1	
1,2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	1,3	1,6	2,0	2,4	2,8	3,4	3,8	
1,3	0,0	0,2	0,4	0,6	1,0	1,4	2,0	2,5	3,2	3,9	4,6	5,4	6,3	7,2	
1,4	0,1	0,3	0,6	1,0	1,6	2,3	3,0	3,9	4,9	5,9	7,1	8,3	9,5	10,8	
1,5	0,1	0,4	0,8	1,4	2,2	3,1	4,2	5,4	6,7	8,1	9,5	11,1	12,7	14,4	
1,6	0,1	0,5	1,0	1,8	2,8	4,0	5,4	6,8	8,4	10,2	12,0	13,9	15,8	17,8	
1,7	0,2	0,6	1,3	2,3	3,5	4,9	6,5	8,2	10,2	12,2	14,3	16,5	18,8	21,1	
1,8	0,2	0,7	1,5	2,8	4,1	5,7	7,6	9,6	11,8	14,1	16,5	19,0	21,5	24,2	
1,9	0,2	0,8	1,8	3,1	4,7	6,5	8,6	10,9	13,4	15,9	18,6	21,3	24,1	27,0	
2,0	0,2	0,9	2,0	3,4	5,2	7,3	9,6	12,2	14,8	17,6	20,5	23,5	26,6	29,7	
2,1	0,2	1,0	2,2	3,8	5,8	8,1	10,6	13,3	16,2	19,2	22,4	25,6	28,8	32,1	
2,2	0,3	1,1	2,4	4,2	6,3	8,8	11,5	14,4	17,5	20,8	24,1	27,5	31,0	34,5	
2,3	0,3	1,2	2,6	4,5	6,8	9,5	12,4	15,5	18,8	22,2	25,7	29,3	33,0	36,7	
2,4	0,3	1,3	2,8	4,8	7,3	10,1	13,2	16,5	20,0	23,6	27,2	31,0	34,8	38,7	
2,5	0,3	1,4	3,0	5,1	7,7	10,7	14,0	17,4	21,1	24,8	28,7	32,6	36,6	40,6	
2,6	0,4	1,4	3,2	5,4	8,8	11,3	14,7	18,3	22,1	26,0	30,0	34,1	38,3	42,4	
2,7	0,4	1,5	3,3	5,7	9,6	11,8	15,4	19,2	23,1	27,2	31,3	35,6	39,8	44,1	
2,8	0,4	1,6	3,5	6,0	9,0	12,4	16,0	20,0	24,0	28,2	32,6	36,9	41,3	45,8	
2,9	0,4	1,7	3,6	6,2	9,4	12,9	16,7	20,7	24,9	29,3	33,7	38,2	42,7	47,3	
3,0	0,4	1,7	3,8	6,5	9,7	13,3	17,3	21,5	25,8	30,3	34,8	39,4	44,1	48,8	

точки зрения не вычисления v_m , а использования ее при решении обратных задач.

Средний градиент можно ввести двумя способами.

1. Начальная скорость v_0 предполагается известной, и рассматривается луч по вертикали. Средним градиентом в этом случае называется такое значение коэффициента β в предположении линейной зависимости скорости от глубины, при котором время распространения волны, вычисленное по формулам для линейного закона, равно действительному вертикальному времени, вычисленному для произвольной функции $v(z)$. Из определения следует

$$\frac{1}{v_0 \beta_m} \cdot \ln(1 + \beta_m H) = \int_0^H \frac{dz}{v(z)}, \quad (1.58)$$

или

$$H \cdot \beta_m = \lambda^{-1} \left(\frac{v_m}{v_0} \right), \quad (1.58')$$

где $\lambda(x) = \frac{x}{\ln(1+x)}$ — трансцендентная функция.

Значение x по заданной величине v_m/v_0 в первом приближении вычисляется по формуле

$$x_0 = \frac{3v_m}{2v_0} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{3} \left(\frac{v_m}{v_0} - 1 \right)} - 1 \right). \quad (1.59)$$

$$n_{1k} = \left[1 + \frac{\left((1 - n_{1k}^2) x^2 \right)}{\left(\sum_{i=1}^k n_{1k} n_{1k}^2 \right)} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (1.54)$$

$$n_{1k}' = \left[1 + \frac{\left((1 - n_{1k}^2) x^2 \right)}{\left(\sum_{i=1}^k n_{1k} n_{1k}^2 \right)} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (1.54')$$

Аналогичным образом вычисляются последующие приближения, но обычно достаточно первого либо второго приближений. В случае непрерывной (градиентной) среды с вертикальным градиентом

$$v_m = \frac{\sqrt{x^2 + H^2}}{\int_0^H \frac{dz}{v(z) \sqrt{1 - p^2 v^2(z)}}}. \quad (1.52')$$

Приближенная формула, полученная путем разложения в ряд, имеет такой же вид, что и для однородно-слоистой среды. Если $v(z) = v_0(1 + \beta z)$, то

$$v_m = \frac{v_0 \beta \sqrt{x^2 + H^2}}{\operatorname{arctg} \left[\frac{\beta^2 (x^2 + H^2)}{2(1 + \beta H)} + 1 \right]}. \quad (1.55)$$

Относительная разница между лучевой и средней скоростями

$$\frac{v_x - v_m}{v_m} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{x}{H} \right)^2} \cdot \ln(1 + \beta H)}{\operatorname{arctg} \left[\frac{\beta^2 H^2 \left(1 + \frac{x^2}{H^2} \right)}{2(1 + \beta H)} + 1 \right]} - 1. \quad (1.56)$$

Последняя формула может быть использована при произвольном законе изменения средней либо истинной скорости с глубиной, если воспользоваться методом средних градиентов (см. ниже) и заменить β на β_m , выразив затем β и H через отношения v_m/v_0 .

В табл. 2 даны значения функции

$$\frac{v_m - v_0}{v_0} = f \left(\frac{v_m}{v_0}, \frac{x}{H} \right). \quad (1.57)$$

Для двумерных моделей введение понятия лучевой скорости в общем виде встречает определенные трудности, но с

Следующее приближение находится по формуле

$$x_1 = x_0 + \frac{\left[\frac{v_m}{v_0} \ln(1+x_0) - x_0 \right] (1+x_0) \ln(1+x_0)}{(1+x_0) \ln(1+x_0) - x_0} \quad (1.60)$$

Последняя формула может быть применена для вычисления последующих приближений с соответствующей заменой индексов.

2. Рассмотренный выше способ предполагает известную величину v_0 . В случае сильно изменяющегося градиента в верхней части разреза это может привести к значительному завышению среднего градиента. Поэтому целесообразно одновременно определять среднее значение не только величины β , но и v_0 (Пузырев, 1976). Эти величины находятся из следующих условий: 1) $v(z)$ представляется прямой с угловым коэффициентом $k=v_0\beta$ в соответствии с требованиями способа наименьших квадратов; 2) начальная скорость удовлетворяет условию равенства вертикальных времен t_0 , вычисленных по заданному и линейному закону.

Величина k находится из трансцендентного уравнения

$$a_2 k + \frac{a_1 z k}{e^{k t_0} - 1} = b, \quad (1.61)$$

где $a_1 = \sum_{i=1}^n z_i$; $a_2 = \sum_{i=1}^n z_i^2$; $b = \sum_{i=1}^n z_i v_i$; $t_0 = \frac{a_1}{\sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i}}$.

Вычисление k методом итераций целесообразно проводить по формуле

$$k = \frac{1}{a_2} \left(b - \frac{a_1 z k_i}{e^{k_i t_0} - 1} \right). \quad (1.61')$$

Начальное приближение $k=k_1$ вычисляется по табл. 3 при известном v_0 ($k_1=v_0\beta_m$ при $v_0=\text{const}$) либо по формуле (1.59).

После вычисления k значение v_{0m} находится по формуле

$$v_{0m} = \frac{kz}{e^{k t_0} - 1}. \quad (1.62)$$

Соответственно

$$\beta_m = \frac{k}{v_{0m}}. \quad (1.63)$$

ОТРАЖЕННЫЕ ВОЛНЫ В СРЕДАХ С ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ ГРАНИЦАМИ

§ 2.1. ПОЛЕ ВРЕМЕН И ГОДОГРАФЫ МОНОТИПНЫХ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН

2.1.1 Однородная среда. Рассмотрим простейшую модель с одной горизонтальной границей R и однородной средой над ней. Как известно, локальное поле времен отраженной волны в этом случае можно заменить полем проходящей волны с мнимым источником, совпадающим с зеркальным отображением реального источника (рис. 2.1, а). Если обозначить через x_0, y_0, z_0 координаты мнимого источника E , то уравнение локального поля в пространстве записывается в виде

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = v^2 t^2. \quad (2.1)$$

В случае неограниченной отражающей плоскости ориентация осей x и y может быть произвольной. Это замечание остается в силе и для неоднородной по z среде.

Если совместить начало координат с реальным источником, то в рассматриваемом простейшем случае

$$x_0=0; y_0=0; z_0=2H,$$

и, следовательно, уравнение локального поля примет более простой вид:

$$x^2 + y^2 + (z-2H)^2 = v^2 t^2. \quad (2.1')$$

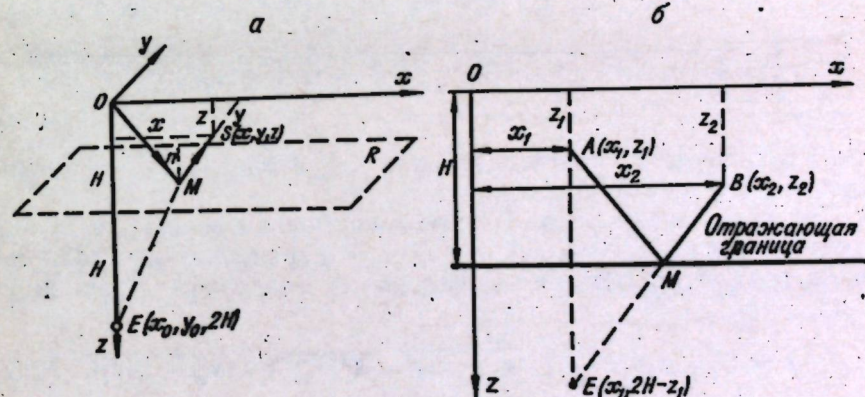


Рис. 2.1. Отражение от горизонтальной границы.
а — трехмерный случай (локальное поле); б — двухмерный случай (обобщенное поле).

Если рассматривать распределение времени на некоторой поверхности $z=z(x, y)$, то, подставляя в (2.1') ее уравнение, получим в результате общую запись уравнения локального поверхностного годографа для рассматриваемой простейшей модели

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{x^2 + y^2 + [z(x, y) - 2H]^2}. \quad (2.2)$$

В простейшем случае совпадения поверхности $z(x, y)$ с координатной плоскостью $z=0$ уравнение локального поверхностного годографа приобретает более простую форму

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{x^2 + y^2 + 4H^2}. \quad (2.2')$$

Отметим, что поверхность $z=z(x, y)$ может располагаться в любой части пространства и в частном случае может совпадать с рельефом дневной поверхности произвольной формы.

Если среда двумерна ($y=0$), то общее выражение локального линейного годографа на линии $z=z(x)$ имеет вид

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{x^2 + [z(x) - 2H]^2} \quad (2.2'')$$

и в частном случае расположения приемников на оси x

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4H^2}, \quad (2.2''')$$

где l — расстояние от источника до приемника.

Пусть в двумерной среде в пространстве между осью x и горизонтально залегающей отражающей границей (см. рис. 2.1, б) произвольно располагаются источники $A(x_1, z_1)$ и приемники $B(x_2, z_2)$.

Вводя мнимое изображение источника, получим после несложных вычислений следующее выражение обобщенного поля времен $t=t(x_1, x_2, z_1, z_2)$ для рассматриваемой модели среды:

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_1 + z_2 - 2H)^2} = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + (z_1 + z_2 - 2H)^2}, \quad (2.3)$$

где l в данном случае играет роль «горизонтального проложения» между источником и приемником.

Если источники располагаются на линии $z=z(x_1)$, а приемники — на линии $z=z(x_2)$, то общее выражение для частного поля времен (обобщенного линейного годографа) запишется так:

$$t = t(x_1, x_2) = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + [z(x_1) + z(x_2) - 2H]^2}. \quad (2.3')$$

В частном случае источники могут располагаться вдоль некоторой кривой, соединяющей забои взрывных скважин, а приемники размещаются на дневной поверхности любой формы.

В дальнейшем в подавляющем большинстве случаев будем предполагать, что источники и приемники располагаются вдоль оси абсцисс, что чаще всего в эксперименте достигается путем соответствующих редукиций. Полагая в (2.3') $z(x_1) = z(x_2) = 0$, получим выражение для частного поля времен (обобщенного линейного годографа) в простом виде:

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + 4H^2}.$$

Графическое его изображение дано на рис. 2.2.

В дальнейшем при рассмотрении частных временных полей отраженных волн, в целях преемственности с весьма важным понятием локального годографа, мы повсюду введем координату $x_2 - x_1 = l$. Тогда для данной простой одномерной модели уравнение локального годографа (2.2''') одновременно будет представлять собой запись временной функции частного поля времен. Совершенно очевидно, что для любой одномерной среды с наличием неоднородностей только в вертикальном направлении частное временное поле на оси x будет зависеть только от расстояния между источником и приемником. Следовательно, для таких моделей аналитические выражения для частного поля времен на линии наблюдений и для годографа совпадут. Графическое их изображение в принципе будет различным. Если для частного поля принять координаты (X, l) , где X — абсцисса отсчета времени при заданном l , то в координатах (X, t) поле изобразится в виде семейства прямых линий, параллельных оси X (рис. 2.3). Вертикальное сечение поля $t(X)$, т. е. вдоль оси t , для данной простейшей модели среды будет представлять собой годограф любого вида: с закрепленным источником (ОТВ),

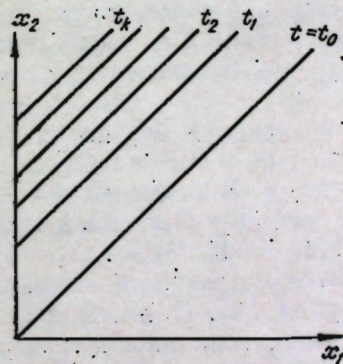


Рис. 2.2. Частное временное поле в форме $t(x_1, x_2)$ для горизонтально залегающей отражающей границы.

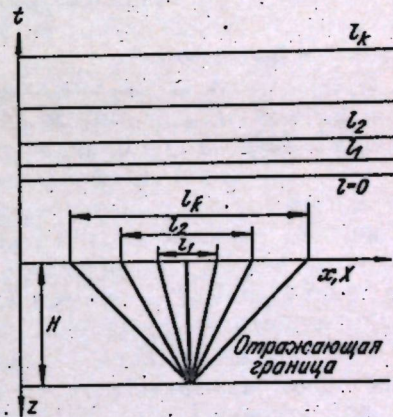


Рис. 2.3. Частное временное поле в форме $t(X, l)$ для горизонтально залегающей отражающей границы.

закрепленным приемником (ОТП), либо фиксированным центром симметричной установки (ОГТ). Обычно годограф изображается в виде кривой $t(l)$.

Для рассматриваемой модели с горизонтальной отражающей границей и $v = \text{const}$ нетрудно написать пространственное обобщенное поле времен в виде функции шести переменных. Оно имеет вид

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_1 + z_2 - 2H)^2}, \quad (2.4)$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к источникам и приемникам.

Если в пространстве расположить две поверхности $z = z(x_1, y_1)$ и $z = z(x_2, y_2)$, на которых размещаются соответственно источники и приемники, то общее выражение поверхностного частного поля времен (обобщенного поверхностного годографа) будет иметь следующий вид:

$$t = t(x_1, x_2, y_1, y_2) = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + [z(x_1, y_1) + z(x_2, y_2) - 2H]^2}. \quad (2.4')$$

Аналогичным образом нетрудно написать выражения для линейного обобщенного годографа, а также обобщенных годографов смешанного типа (линейно-поверхностный и поверхностно-линейный), на чем мы в целях краткости и имея в виду несложность соответствующих преобразований не будем останавливаться.

В дальнейшем в данной главе на пространственных задачах мы не будем останавливаться, поскольку при отсутствии горизонтальных неоднородностей задача чаще всего может быть сведена к двумерной.

Возвращаясь к двумерному случаю, заметим, что частное поле времен $t(X, l)$ можно изображать также в виде линий $t = \text{const}$, взяв за ось ординат переменную l . Естественно, линии $t = \text{const}$ при таком изображении (рис. 2.4) также параллельны оси X , что вытекает непосредственно из условия независимости времени от горизонтальной координаты. При этом значении $l = 0$, т. е. оси X , соответствует линия $t = t_0$. Вертикальное сечение такого поля, т. е. по оси l , также представляет собой годограф любого из указанных типов (ОТВ, ОТП, ОГТ).

Как уже отмечалось выше, линейным годографом частного поля будем называть любое сечение поля $t(X, l)$ вдоль произвольной кривой $l = l(X, t)$. Так, например, если рассматривать прямолинейное сечение $l = kX$ вдоль некоторой оси ξ (см. рис. 2.4), то, принимая во внимание, что

$$X = \xi / \sqrt{1 + k^2},$$

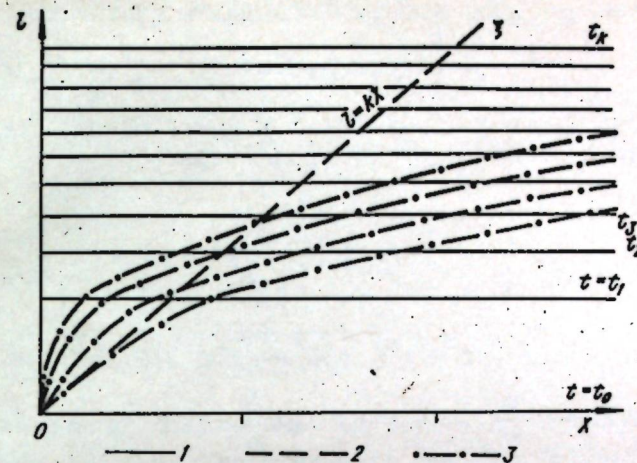


Рис. 2.4. Частное временное поле $t(X, l)$ в координатах (X, l) и его сечение.

1 — линии $t = \text{const}$ поля; 2 — прямолинейное сечение поля, при котором обобщенный годограф представляется гиперболой; 3 — криволинейные сечения поля, вдоль которых годографы $t(s)$ суть прямые линии.

получим уравнение годографа в направлении ξ , наклонном на угол $\alpha = \text{arctg } k$ к оси X :

$$t = \sqrt{t_0^2 + \frac{k^2 \xi^2}{v^2 (1 + k^2)}}.$$

При $k = 0$ годограф вырождается в линию $t_0(X)$, а при $k = \infty$ — в обычный годограф в направлении оси l .

На рис. 2.4 в качестве примера изображено также семейство кривых $l(X)$, вдоль которых годограф $t(s)$, где s — длина дуги, представляет собой прямую линию.

Ниже в данной главе при решении прямых и обратных задач, ввиду совпадения математических выражений для частных полей и годографов в случае одномерных моделей сред, мы будем пользоваться более привычной терминологией годографов, имея вместе с тем в виду возможность перехода к полям, если имеется произвольная система годографов либо дискретных наблюдений.

2.1.2. Слоистая среда. Строгое уравнение годографа для данной модели можно записать только в параметрической форме. Если в качестве параметра выбрать угол между лучом (падающим либо отраженным) и вертикалью, то будем иметь

$$l = 2 \sum_{h=1}^n \frac{h_h v_h \sin i_1}{v_1^2 - v_h^2 \sin^2 i_1}; \quad (2.5)$$

$$t = 2 \sum_{h=1}^n \frac{h_h v_1}{v_h \sqrt{v_1^2 - v_h^2 \sin^2 i_1}}. \quad (2.6)$$

Чаще всего в качестве параметра используют величину

$$p = \sin i_1/v_1 = \sin i_h/v_h,$$

численно равную, в соответствии с законом Бенндорфа, первой производной в точке (l, t) годографа. Тогда

$$l = 2 \sum_{k=1}^n \frac{p h_k v_h}{\sqrt{1 - p^2 v_h^2}}; \quad (2.5')$$

$$t = 2 \sum_{k=1}^n \frac{h_k}{v_h \sqrt{1 - p^2 v_h^2}}. \quad (2.6')$$

Поскольку $p = \frac{dl}{dt}$, любое из написанных уравнений можно рассматривать в качестве дифференциального уравнения годографа.

Учитывая, что функция $t(l)$ — четная, последние два уравнения можно записать в виде

$$\lambda = l^2 = 4q \left(\sum_{k=1}^n \frac{h_k v_h}{\sqrt{1 - q v_h^2}} \right)^2; \quad (2.5'')$$

$$t = 2 \sum_{k=1}^n \frac{h_k}{v_h \sqrt{1 - q v_h^2}}, \quad (2.6'')$$

где $q = p^2$ — новый параметр.

Отметим некоторые общие свойства годографа для слонистой среды (Больших, 1956).

Из чисто геометрических соображений следует, что годограф имеет минимум при $l=0$ и симметричен относительно оси времен. Наклон касательной к годографу постепенно возрастает по мере увеличения l , причем кажущаяся скорость стремится к наибольшему значению скорости в заданной слонистой среде. Нетрудно показать путем дифференцирования (2.5') и (2.6'), что наклон касательной к годографу равен значению параметра p .

При постановке и решении обратных задач весьма желательно иметь аналитическое выражение уравнения годографа в явной форме. Естественно, что прежде всего целесообразно представить уравнение годографа в виде ряда по степеням l/H . Впервые это было выполнено С. Ф. Больших (1956), и разложение можно представить в виде

$$t = t_0 \left[1 + \frac{1}{8} w_1 \frac{l^2}{H^2} - \frac{1}{128} w_1 w_2^3 \frac{l^4}{H^4} + \frac{1}{1024} w_1 (2w_2^6 - w_3^5) \frac{l^6}{H^6} - \dots \right], \quad (2.7)$$

где $w_1 = v_m/\bar{v}$; $w_2 = \tilde{v}/\bar{v}$; $w_3 = \tilde{\tilde{v}}/\bar{v}$ — интегральные показатели неоднородности среды (см. гл. 1), а выражения для средних ско-

ростей различных порядков имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{v_m} &= \frac{1}{H} \sum_{k=1}^n \frac{h_k}{v_h}; \\ \bar{v} &= \frac{1}{H} \sum_{k=1}^n h_k v_h; \\ \tilde{v} = \tilde{v}_{(3)} &= \left(\frac{1}{H} \sum_{k=1}^n h_k v_h^3 \right)^{1/3}; \quad \tilde{\tilde{v}} = \tilde{\tilde{v}}_{(5)} = \left(\frac{1}{H} \sum_{k=1}^n h_k v_h^5 \right)^{1/5} \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Для H и t_0 имеют место известные формулы

$$H = \sum_{k=1}^n h_k; \quad t_0 = 2H/v_h.$$

Быстрота сходимости ряда (2.7) зависит от величины l/H , но при $l/H \geq 2$ ряд расходится.

При решении обратных задач весьма важно иметь также разложение в виде $t^2(l^2)$. Согласно Н. Н. Пузыреву и др. (1969), его можно представить в следующем виде:

$$t^2 = t_0^2 \left[1 + \frac{1}{4} w_1 \frac{l^2}{H^2} - \frac{1}{64} w_1 (w_2^3 - w_1) \frac{l^4}{H^4} + \frac{1}{512} w_1 (2w_2^6 - w_3^5 - w_1 w_2^3) \frac{l^6}{H^6} \right]. \quad (2.9)$$

В данном случае обеспечивается сходимость ряда при любых значениях l/H , но быстрота сходимости с увеличением l/H убывает.

К сожалению, оба приведенных разложения в ряд Маклорена, особенно первое, сходятся сравнительно медленно. Поэтому целесообразно в принципе иметь представление в виде конечного полинома, например, четвертой степени, коэффициенты которого вычисляются по способу наименьших квадратов (Пузырев, 1969).

Пусть решение ищется в виде полинома

$$\theta = A_0 + A_1 \lambda - A_2 \lambda^2. \quad (2.10)$$

Исходные уравнения годографа в параметрической форме имеют вид (2.5'') — (2.6''), где $\theta = l^2$. Значения параметров полинома находятся из условия минимума интеграла

$$\int_{q_1}^{q_2} [\theta(q) - A_0 - A_1 \lambda(q) + A_2 \lambda^2(q)]^2 \frac{d\lambda}{dq} dq$$

при заданных значениях параметра на концах годографа (q_1, q_2) . В случае $q_1 = 0$; $q_2 = q$ коэффициенты многочлена на-

ходятся из системы линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} 6A_0\lambda + 3A_1\lambda^2 - 2A_2\lambda^4 &= 6 \int_0^q \theta(q) \frac{d\lambda}{dq} dq; \\ 6A_0\lambda^2 + 4A_1\lambda^3 - 3A_2\lambda^4 &= 12 \int_0^q \theta(q) \cdot \lambda(q) \frac{d\lambda}{dq} dq; \\ 20A_0\lambda^3 + 15A_1\lambda^4 - 12A_2\lambda^5 &= 60 \int_0^q \theta(q) \cdot \lambda^2(q) \frac{d\lambda}{dq} dq. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Решение этой системы в принципе нетрудно реализовать на ЭВМ, если модель среды задана.

Существенно отметить, что коэффициенты обоих разложений — (2.7) и (2.9) — зависят только от трех интегральных величин $v_m/\bar{v}$; $\bar{v}^3/\bar{v}^3$; $\bar{v}^5/\bar{v}^5$. Исходя из физической сущности средних значений скоростей можно утверждать, что указанные отношения не будут сильно отличаться от единицы. Однако представляет интерес получить конкретные оценки для какой-либо типичной модели. В качестве последней рассмотрим сначала двухслойную среду с параметрами h_1 , h_2 и v_1 , v_2 . Вводя обозначения

$$v_1/v_2 = n; h_2/h_1 = m$$

и выполняя несложные преобразования, найдем

$$\frac{v_m}{\bar{v}} = \frac{n(1+m)^2}{(1+mn)(m+n)}; \quad (2.12)$$

$$\frac{\bar{v}^3}{v^3} = \frac{(1+m)^2(n^3+m)}{(m+n)^3}. \quad (2.13)$$

Обе функции, очевидно, тождественно равны единице при $n=1$. Легко показать, что правая часть (2.12) при любых значениях m и n меньше единицы. Иначе говоря, имеет место неравенство

$$n(1+m)^2 < (1+mn)(m+n).$$

После преобразований получим $2m < m\left(n + \frac{1}{n}\right)$ или $n + \frac{1}{n} > 2$.

Очевидно, это неравенство имеет место для любых положительных $n \neq 1$.

Поскольку величина $v_m/\bar{v} < 1$ для любых двух слоев с произвольными параметрами, следовательно, это условие будет соблюдаться для системы n слоев произвольного вида, так как любую систему слоев можно представить либо попарно, либо с прибавлением еще одного однородного слоя, для которого $v_m = \bar{v}$.

Путем аналогичных рассуждений можно прийти к выводу, что для любой системы горизонтальных слоев отношения $\bar{v}/\bar{v}$ и $\bar{v}/\bar{v}$ больше единицы.

Поскольку в приведенных представлениях годографа ряды (2.7) и (2.9) фигурирует только отношение средних величин скоростей, естественно считать их (w_1 , w_2 , w_3) интегральными показателями неоднородности среды в заданном направлении.

Значительный теоретический и практический интерес имеют представления вида

$$t = \frac{1}{v_m} \sqrt{l^2 + 4H^2} (1 + A_2 l^2 + A_4 l^4 + \dots); \quad (2.14)$$

$$t^2 = \frac{1}{v_m^2} (l^2 + 4H^2) (1 + b_2 l^2 + b_4 l^4 + \dots). \quad (2.15)$$

Для получения первого из написанных разложений умножим и разделим правую часть выражения (2.7) на $\sqrt{1 + l^2/4H^2}$. После этого представим знаменатель в виде ряда

$$(1 + l^2/4H^2)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{8} \cdot \frac{l^2}{H^2} + \frac{1}{36} \cdot \frac{l^4}{H^4} - \frac{5}{3072} \cdot \frac{l^6}{H^6} + \dots$$

Выполнив теперь перемножение двух рядов, получим

$$t = \frac{1}{v_m} \sqrt{l^2 + 4H^2} \left\{ 1 - \frac{1}{8} (1 - w_1) \cdot \frac{l^2}{H^2} + \frac{1}{36} \left[1 - \frac{9}{16} w_1 \left(1 + \frac{1}{2} w_2^3 \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{l^4}{H^4} - \frac{1}{1024} \left(\frac{5}{3} + w_3^5 - 2w_2^6 - w_1 w_2^3 - \frac{32}{9} w_1 \right) \frac{l^6}{H^6} \right\}. \quad (2.14')$$

Этой формулой можно пользоваться для вычисления поправок к временам, рассчитанным по способу средних скоростей.

Аналогичным образом можно получить в квадратичных координатах

$$t^2 = \frac{1}{v_m^2} (l^2 + 4H^2) \left\{ 1 - \frac{1}{4} (1 - w_1) \cdot \frac{l^2}{H^2} + \frac{1}{16} \left[1 - w_1 - \frac{1}{4} w_1 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (w_2^3 - w_1) \right] \frac{l^4}{H^4} - \left[2(2 - w_1)^2 - w_1 w_2^3 (1 + w_2^3) + w_1 w_3^5 \right] \cdot \frac{l^6}{H^6} \right\}. \quad (2.15')$$

Выражения в фигурных скобках в (2.14') и (2.15') будем называть корректирующими функциями либо функциями возмущения.

В работе (Пузырев, 1962) предложен способ приближенного представления годографа с любой заданной точностью, основанный на том, что вместо соотношения синусов (закон Снеллиуса — Декарта) используется соотношение между тангенсами углов падения и преломления (1.8'). Уравнение годографа для двухслойной среды в параметрической форме запишется тогда в виде

$$l = 2(h_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha + h_2 \cdot \operatorname{tg} \beta) = 2(n\mu h_1 + h_2) \operatorname{tg} \beta; \quad (2.16)$$

$$t = \frac{2h_1}{v_1} \sec \alpha + \frac{2h_2}{\sec \beta} = \frac{2h_1}{v_1} \cdot \sqrt{1 + n^2 \mu^2 \operatorname{tg}^2 \beta} + \frac{2h_2}{v_2} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}. \quad (2.17)$$

Из первого уравнения находим

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{l}{2(n\mu h_1 + h_2)}. \quad (2.18)$$

Подставляя во второе равенство, найдем уравнение годографа для двухслойной среды в виде

$$t = \frac{2h_1}{v_1} \sqrt{1 + \frac{n^2 \mu^2 l^2}{4(n\mu h_1 + h_2)^2}} + \frac{2h_2}{v_2} \sqrt{1 + \frac{l^2}{4(n\mu h_1 + h_2)^2}}. \quad (2.19)$$

Вводя величины $m = \frac{h_2}{h_1}$; $n = \frac{v_1}{v_2}$; $a = \frac{l}{H}$, его можно переписать так:

$$t = \frac{t_0}{1+mn} \left[\sqrt{1 + \frac{n^2(1+m)^2 \mu^2 a^2}{4(n\mu + m)^2}} + mn \sqrt{1 + \frac{(1+m)^2 a^2}{4(n\mu + m)^2}} \right]. \quad (2.19')$$

Обратимся теперь к вопросу вычисления величины μ , общее выражение для которой имеет вид

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + (1-n^2) \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (2.20)$$

В первом приближении при $a \approx 1$ и меньше вполне допустимо положить $\mu = 1$.

Для больших удалений используем следующий прием более точного вычисления μ с любой заданной точностью. Положим в уравнении (2.16) $\mu = 1$. Тогда для $\operatorname{tg} \beta$ можно приближенно написать

$$\operatorname{tg} \beta \cong \frac{l}{2(nh_1 + h_2)} = \frac{1+m}{2(m+n)} \cdot a.$$

Подставляя в (2.20), найдем

$$\mu' = \frac{2(m+n)}{\sqrt{4(m+n)^2 + (1-n^2)(1+m)^2 a^2}}. \quad (2.20')$$

Как показывают расчеты, в этом случае обеспечивается высокая точность вычисления t даже для $a \sim 3 \div 4$.

Уравнение (2.20') используем для дальнейшего уточнения величины μ . Для этого подставим значение μ' в (2.16). Тогда

$$\operatorname{tg} \beta \cong \frac{(1+m)a}{2(n\mu' + m)}.$$

Подставляя в (2.20) и учитывая (2.20'), получим второе приближение μ с очень высокой точностью

$$\mu'' = \frac{2(n\mu' + m)}{\sqrt{4(n\mu' + m)^2 + (1-n^2)(1+m)^2 a^2}}. \quad (2.20'')$$

При необходимости последнее выражение можно вновь использовать для получения следующего приближения.

Аналогичный способ решения применим для многослойной модели с k слоями. Обозначая угол отражения через α_k , запишем

для угла между лучом и вертикалью в i -м слое:

$$\sin \alpha_i = n_{ik} \cdot \sin \alpha_k, \quad \text{где } n_{ik} = \frac{v_i}{v_k},$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{n_{ik} \cdot \operatorname{tg} \alpha_k}{\sqrt{1 + (1 - n_{ik}^2) \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_k}} = n_{ik} \mu_{ik} \operatorname{tg} \alpha_{ik}, \quad (2.21)$$

где

$$\mu_{ik} = [1 + (1 - n_{ik}^2) \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_k]^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.22)$$

Связь между l и углом отражения запишется в виде

$$l = 2 \operatorname{tg} \alpha_k \sum_{i=1}^k n_{ik} \cdot \mu_{ik} \cdot h_i. \quad (2.23)$$

Откуда

$$\operatorname{tg} \alpha_k = \frac{l}{2 \sum_{i=1}^k n_{ik} \cdot \mu_{ik} \cdot h_i}. \quad (2.24)$$

Выражение для времени

$$t = 2 \sum_{i=1}^k \frac{h_i}{v_i} \sec \alpha_i. \quad (2.25)$$

Принимая во внимание (2.21) и (2.24), получим окончательное уравнение годографа

$$t = 2 \sum_{i=1}^k \frac{h_i}{v_i} \sqrt{1 + \frac{n_{ik}^2 \cdot \mu_{ik}^2 \cdot l^2}{4 \left(\sum_{i=1}^k n_{ik} \cdot \mu_{ik} \cdot h_i \right)^2}}. \quad (2.25')$$

Коэффициент μ_{ik} вычисляется способом последовательных приближений. В первом приближении положим в (2.24) $\mu_{ik} = 1$ и согласно (2.22) находим

$$\mu'_{ik} = \left[1 + \frac{(1 - n_{ik}^2) \cdot l^2}{4 \left(\sum_{i=1}^k n_{ik} \cdot h_i \right)^2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.22')$$

Подставляя последнее выражение в (2.24) и вновь используя формулу (2.22), получим второе приближение

$$\mu''_{ik} = \left[1 + \frac{(1 - n_{ik}^2) \cdot l^2}{4 \left(\sum_{i=1}^k n_{ik} \cdot \mu'_{ik} \cdot h_i \right)^2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.22'')$$

Формула (2.25') с учетом (2.22')—(2.22''), справедлива на любых, сколько угодно больших, расстояниях от источника. При

$l \sim H$ допустимо в (2.25') положить $\mu_{in}=1$, и тогда уравнение годографа запишется в виде

$$t = 2 \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{v_i} \sqrt{1 + \frac{v_i^2}{v^2} \cdot \frac{l^2}{4H^2}}. \quad (2.25'')$$

Расчеты показывают весьма высокую точность приведенных уравнений при $l/H > 2$. Так, например, для двухслойной среды с параметрами $h_1=h_2=1$ км ($H=2$ км); $v_1=2$ км/с; $v_2=4$ км/с; $l=6,5595$ км ($\beta=70^\circ$) имеем:

Точное значение времени	— 2,5947 с
По способу средних скоростей	— 2,8811 с
По способу тангенсов при $\mu=1$	— 2,6838 с
при $\mu=\mu'$	— 2,5974 с
при $\mu=\mu''$	— 2,5948 с

Таким образом, использование соотношения тангенсов существенно расширяет возможности решения прямых задач для горизонтально-слоистой среды.

Рассмотрим теперь особенности годографов на очень больших удалениях от источника, что имеет большое практическое значение в сейморазведке и глубинном сейсмическом зондировании.

Из факта существования асимптоты следует, что годограф на большом удалении от источника будет иметь малую кривизну и близкую к прямолинейной форму.

Пусть в некоторой точке A годографа удаление $l=l_a$. Данному значению l_a соответствует параметр p_a , который можно вычислить с любой заданной точностью, используя формулы (2.21) и (2.24), вытекающие из соотношения тангенсов. Прежде всего вычисляются первое и второе приближения для μ_{ih} , причем второе приближение всегда обеспечивает достаточную точность. После этого вычисляется угол отражения α_h по формуле (2.24) при $l=l_a$. Значение параметра находится по формуле

$$p_a = \frac{\sin \alpha_h}{v_h}, \quad (2.26)$$

где v_h — скорость в нижнем слое перед отражающей границей. При известных p_a находится время t_a согласно (2.6').

Используя отмеченное выше свойство, что наклон касательной к годографу численно равен параметру p , можно написать уравнение годографа для сравнительно малой окрестности точки (l_a, t_a):

$$t = t_a + (l - l_a) p_a. \quad (2.27)$$

Полученные по этой формуле значения t по обе стороны от фиксированной точки A будут всегда несколько меньше действительных, что объясняется вогнутостью годографа. Поэтому целесообразно добавить в последней формуле третий член разло-

жения по степеням $(l - l_a)$. После вычисления второй производной окончательно получим

$$t = t_a + p_a (l - l_a) + \frac{(l - l_a)^2}{4 \sum_{h=1}^n \frac{h_h v_h}{(1 - p_a^2 v_h^2)^{3/2}}}. \quad (2.28)$$

Отметим, что, как правило, при вычислении p_a по заданному l_a вполне допустимо использовать первое приближение для величины μ_{ih} . Для двухслойной среды в этом случае будем иметь

$$p_a = \frac{1}{v_2} \cdot \frac{\lg \beta}{\sqrt{1 + \lg^2 \beta}}, \quad (2.29)$$

$$\text{где } \lg \beta = \frac{\frac{l}{H} (1 + m) \sqrt{4(m + n)^2 + (1 - n^2)(1 + m)^2 \cdot \frac{l^2}{H^2}}}{2 \left[2n(m + n) + m \sqrt{4(m + n)^2 + (1 - n^2)(1 + m)^2 \cdot \frac{l^2}{H^2}} \right]}.$$

В общем случае многослойной среды:

$$p_a = \frac{\lg \alpha_h}{v_h \sqrt{1 + \lg^2 \alpha_h}}; \quad (2.29')$$

$$\lg \alpha_h = \frac{l_a}{2 \sum_{i=1}^n n_{ih} \mu_{ih} h_i};$$

$$\mu_{ih} = \left[1 + \frac{(1 - n_{ih}^2) l_a^2}{4 \left(\sum_{i=1}^n n_{ih} h_i \right)^2} \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Как отмечалось выше, кажущаяся скорость годографа при удалении от источника стремится к максимальной скорости в среде. Характер приближения v_h к $v_{\max}$, очевидно, будет зависеть от параметров модели. В целях простоты рассмотрим двумерную модель с заданной общей мощностью $H = h_1 + h_2$.

Рассчитаем значение l , при котором кажущаяся скорость на годографе достигает значения v_2/k , где $v_2 > v_1$ и $k < 1$.

Подставим в общую формулу (2.5') значение

$$p = k/v_2,$$

учитывая при этом, что средняя скорость v_m до глубины H остается постоянной.

Тогда для относительного расстояния l/H получим

$$\frac{l}{H} = \frac{2k}{v_2 \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right)} \left[\frac{v_1 \left(\frac{1}{v_m} - \frac{1}{v_2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{k^2 v_1^2}{v_2^2}}} - \frac{v_2 \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_m} \right)}{\sqrt{1 - k^2}} \right]. \quad (2.30)$$

Таблица 3

$v_1 \frac{\text{км}}{\text{с}}$	1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,25	2,50	2,75	3,0
l/H	5,135	4,841	4,516	4,154	3,746	3,282	2,748	2,125	1,387
h_2/H	0,833	0,778	0,714	0,641	0,556	0,455	0,333	0,185	0

В табл. 3 приводятся значения l/H при закрепленных значениях $v_m = 3,0$ км/с, $v_2 = 5,0$ км/с и $k = 0,95$. Здесь же указываются значения относительной мощности второго слоя h_2/H .

Из приведенных расчетов можно сделать важный вывод, что при $v_m = \text{const}$ и заданной скорости v_{max} величина $\frac{1}{k} v_{\text{max}}$ будет достигнута на тем больших удалениях, чем больше дифференциация среды по скоростям и, соответственно, чем больше мощность второго слоя.

Отметим, что если точки источника и приемника располагаются на разных уровнях, то количество слоев, проходимых падающим и отраженным лучами, различно. Обозначим их через n_1 и n_2 . Тогда вместо (2.5')—(2.6') имеем следующие уравнения:

$$l = \sum_{h=1}^{n_1} \frac{\rho h_k v_k}{\sqrt{1 - \rho^2 v_k^2}} + \sum_{h=1}^{n_2} \frac{\rho h_k v_k}{\sqrt{1 - \rho^2 v_k^2}}; \quad (2.5'')$$

$$t = \sum_{h=1}^{n_1} \frac{h_k}{v_k \sqrt{1 - \rho^2 v_k^2}} + \sum_{h=1}^{n_2} \frac{h_k}{v_k \sqrt{1 - \rho^2 v_k^2}}. \quad (2.6'')$$

Здесь величина l представляет собой «горизонтальное проложение» базы источник — приемник.

Если рассматривается локальный годограф с закрепленным источником, то величина n_2 будет переменной, зависящей определенным образом от l . В общем случае частного поля времен, когда подвижны как приемники, так и источники, располагающиеся в общем случае вдоль линий $z_1(x)$ и $z_2(x)$, временная функция будет зависеть от двух переменных — l и X либо x_1 и x_2 .

2.1.3. Градиентная среда. Нередко с достаточным приближением изучаемую среду можно характеризовать некоторой непрерывной функцией глубины. Уравнение годографа в параметрической форме от горизонтально залегающей границы в этом случае имеет вид

$$l = 2 \int_0^H \frac{\rho v(z)}{\sqrt{1 - \rho^2 v^2(z)}} \cdot dz; \quad (2.31)$$

$$t = 2 \int_0^H \frac{dz}{v(z) \sqrt{1 - \rho^2 v^2(z)}}, \quad (2.32)$$

где $\rho = \frac{dt}{dl}$.

Основные свойства годографа остаются в принципе такими же, что и для слоисто-однородной среды (Больших, 1956).

Исключение параметра ρ из написанной системы возможно осуществить только в отдельных случаях, в частности при линейном изменении скорости с глубиной

$$v = v_0(1 + \beta z) = v_0 + kz. \quad (2.33)$$

Согласно работе (Пузырев, 1959), уравнение годографа в этом случае представляется в виде

$$t = \frac{2}{v_0 \beta} \operatorname{arch} \left[1 + \frac{\beta^2 \left(\frac{1}{4} l^2 + H^2 \right)}{2(1 + \beta H)} \right]. \quad (2.34)$$

На расстоянии

$$l_{\text{пред}} = \pm \frac{2}{\beta} \sqrt{(1 + \beta H)^2 - 1} \quad (2.35)$$

годограф имеет предельную точку, когда отраженная волна возникает в рефрагированную — луч последней касается границы раздела.

Формула для $t_{\text{пред}}$ имеет вид

$$t_{\text{пред}} = \frac{2}{v_0 \beta} \operatorname{arch}(1 + \beta H). \quad (2.36)$$

Выражение для кажущейся скорости

$$v_k = \frac{v_0}{\beta l} \sqrt{\left[1 + \frac{1}{4} \beta^2 l^2 + (1 + \beta H)^2 \right]^2 - 4(1 + \beta H)^2}. \quad (2.37)$$

При $l = l_{\text{пред}}$, $v_{k\text{пред}} = v_0(1 + \beta H)$.

С учетом двух последних формул можно написать следующую зависимость между v_k и $v_{k\text{пред}}$:

$$\frac{v_k}{v_{k\text{пред}}} = \frac{1}{2\omega r \sqrt{\omega^2 - 1}} \sqrt{[1 + \omega^2 + (\omega^2 - 1)r^2]^2 - 4\omega^2}, \quad (2.38)$$

где $\omega = \frac{v}{v_0} = 1 + \beta H$; $r = \frac{l}{l_{\text{пред}}}$.

Расчеты по этой формуле показали, что при $r \geq 0,5$ кажущаяся скорость изменяется очень медленно. Отличие v_k от $v_{k\text{пред}}$ при $r = 0,5$ и перепадах скоростей ω в пределах 1,5—3,0 составляет 15—22%, а при $r = 0,75$ — только 2,3—3,7%.

Для непрерывной по z среды остаются справедливыми формулы (2.7) и (2.9) приближенного представления годографа в виде рядов, причем выражения для средних скоростей имеют теперь вид

$$\frac{1}{v_m} = \frac{1}{H} \int_0^H \frac{dz}{v(z)}; \quad \bar{v} = \frac{1}{H} \int_0^H v(z) dz; \quad (2.39)$$

$$\tilde{v} = \left(\frac{1}{H} \int_0^H v^3(z) dz \right)^{\frac{1}{3}}; \quad \tilde{\tilde{v}} = \left(\frac{1}{H} \int_0^H v^5(z) dz \right)^{\frac{1}{5}}.$$

Численные расчеты показывают, что для значительного числа монотонных функций $v(z)$, близких к реально наблюдаемым, величины ω_1 и ω_2 будут определяться только общим перепадом скорости на интервале от 0 до H , т. е. отношением $v/v_0 = \omega$. Так, для линейной функции $v(z)$ имеем

$$\omega_1 = \frac{v_m}{\tilde{v}} = \frac{2(\omega - 1)}{(\omega + 1) \cdot \ln \omega}; \quad (2.40)$$

$$\omega_2^3 = \frac{\tilde{v}^3}{\tilde{\tilde{v}}^3} = \frac{2(\omega^3 + 1)}{(\omega + 1)^2}.$$

Для экспоненциальной функции $v = v_0 \cdot e^{kz}$:

$$\omega_1 = \omega \left(\frac{\ln \omega}{\omega - 1} \right)^2; \quad \omega_2^3 = \frac{(\omega^3 - 1) \ln^2 \omega}{3(\omega - 1)^3}.$$

Для степенной функции вида $v = v_0(1 + \beta_n z)^{1/n}$ при $n > 1$, где n — целое число:

$$\omega_1 = \frac{(n^2 - 1)(\omega^n - 1)^2}{n^2(\omega^{n+1} - 1)(\omega^{n-1} - 1)}; \quad \omega_2^3 = \frac{(n+1)^2(\omega^n - 1)^2(\omega^{n+3} - 1)}{n^2(n+3)(\omega^{n+1} - 1)^3}.$$

Однако отмеченная закономерность не всегда имеет место. Так, например, в случае функции $v = a - be^{-kz}$, когда $v_0 = a - b$, величины ω_1 и ω_2 зависят как от ω , так и от $\delta = b/a$.

Отметим еще, что аналогом формулы (2.25'') — первое приближение при использовании соотношения тангенсов — будет следующее выражение:

$$t = 2 \int_0^H \sqrt{\frac{1}{v^2(z)} + \frac{l^2}{4H^2 v^2}} dz. \quad (2.25''')$$

Интегрирование здесь выполняется без труда для широкого набора функций. Отметим, что в процессе интегрирования $\tilde{v}$ считается постоянной величиной.

На очень больших удалениях от источника годограф можно с достаточно высокой точностью представить в виде ряда Тэйлора по степеням $(l - l_{\text{пред}})$. Разложение с тремя членами в случае $v(H) = v_0(1 + \beta H)$ представляется следующим образом:

$$t = t_{\text{пред}} + \frac{(l - l_{\text{пред}})}{v(H)} - \frac{\beta^2 v_0^2 (l - l_{\text{пред}})^3}{24 v^3(H)}. \quad (2.41)$$

2.1.4. Оценка отклонений годографа от гиперболы. В настоящее время при работах в модификации ОГТ используют нередко весьма большие расстояния между источником и приемником, когда $l > H$. Определим прежде всего максимальную длину го-

дографа, при которой допустимо представление гиперболой. Для этого воспользуемся выражением (2.9) и будем считать, что при $l < 2H$ можно пренебречь третьим и последующими членами разложения. Следовательно, можно написать

$$\frac{1}{64} l_0^2 \omega_1 (\omega_2^3 - \omega_1) \cdot \frac{l^4}{H^4} \leq \Delta t^2,$$

где Δt^2 — ошибка измерения квадрата времени. Учитывая, что

$$\Delta t^2 \cong 2t_0 \cdot \Delta t,$$

получим

$$\frac{l}{H} \leq 3,36 \left[\frac{\frac{\Delta t}{t}}{\omega_1 (\omega_2^3 - \omega_1)} \right]^{1/4}, \quad (2.42)$$

где $\frac{\Delta t}{t} \approx \frac{\Delta t}{t_0}$ — относительная ошибка измерения времени.

В качестве примера укажем, что в случае линейной функции глубины при $v/v_0 = \omega = 2$ и $\frac{\Delta t}{t} \approx 0,001 - 0,002$ получим

$$l \leq (0,8 \div 1,0) H.$$

При больших расстояниях от источника могут наблюдаться заметные отклонения от гиперболы, которые целесообразно исследовать. Будем рассматривать отклонения от гиперболы, параметры которой подбираются так, чтобы отклонения от истинного годографа $t(l)$ были бы минимальными. Таким образом, вычислению подлежит величина

$$\Delta t(l) = t(l) - \frac{1}{v_e} \sqrt{l^2 + 4H_e^2}, \quad (2.43)$$

где v_e и H_e — эффективные параметры гиперболы, наилучшим образом аппроксимирующей функцию $t(l)$.

Рассмотрим прежде всего модель с линейной зависимостью скорости от глубины, допускающей строгое аналитическое решение задачи.

При этом для простоты предполагаем, что исследование ведется в интервале от $l_1 = 0$ до $l_2 = l$.

Используя соответствующие формулы из работы Н. Н. Пузырева и др. (1969), получим следующее выражение для Δt :

$$v_0 \beta \Delta t = 8 \sqrt{u \xi^2 + w} - 2 \operatorname{arch}(p + \sigma \xi^2), \quad (2.44)$$

где

$$u = \frac{\omega}{\xi^6} (2\lambda - 3A_1 \xi^2);$$

$$w = \frac{\omega}{\xi^4} (2A_1 \xi^2 - \lambda);$$

$$A_1 = (p + \sigma \xi_2^2) [\text{arch}(p + \sigma \xi_2^2)]^2 - 2 \sqrt{(1 + \sigma \xi_2^2)^2 - 1} \times \\ \times \text{arch}(p + \sigma \xi_2^2) + 2(p + \sigma \xi_2^2) - [p(\text{arch } p)^2 - \\ - 2 \sqrt{p^2 - 1} \cdot \text{arch } p + 2p];$$

$$A_2 = 2(p + \sigma \xi_2^2) [\text{arch}(p + \sigma \xi_2^2)]^2 - 2(p + \sigma \xi_2^2) \times \\ \times \sqrt{(p + \sigma \xi_2^2)^2 - 1} \cdot \text{arch}(p + \sigma \xi_2^2) + (p + \sigma \xi_2^2)^2 - \\ - [\text{arch}(p + \sigma \xi_2^2)]^2 - [2p^2(\text{arch } p)^2 - 2p \sqrt{p^2 - 1} \times \\ \times \text{arch } p + p^2 - (\text{arch } p)^2];$$

$$\lambda = 6[\omega A_2 - 2(1 + \omega^2) A_1];$$

$$p = \frac{1 + \omega^2}{2\omega}; \quad \sigma = \frac{1}{8\omega}; \quad \omega = \frac{v}{v_0} = 1 + \beta z;$$

$$\xi = \beta l; \quad \xi_2 = \beta l_2.$$

Исследование функции (2.44) показывает, что она имеет два экстремума — минимум при $l' = 0$ и максимум при

$$l'' = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{(\sigma - 8pu) + \sqrt{16u(4u - p\sigma) + \sigma^2(1 + 16\omega)}}{8\sigma u}}.$$

На рис. 2.5 изображены кривые относительных отклонений $\Delta t/t_0$ в зависимости от l/H при различных перепадах скоростей ω и при заданном значении $l_2 = 3,16 H$. При этом в процессе вычислений были учтены следующие очевидные соотношения:

$$v_0 \beta \Delta t = 2 \frac{\Delta l}{l_0} \ln \omega;$$

$$\beta l = \xi = (\omega - 1) \frac{l}{H}.$$

Таким образом, реальный годограф при больших расстояниях l вьется вокруг оптимальным образом подобранной гиперболы, пересекая последнюю два раза. При этом максимальное отклонение от гиперболы всегда отмечается при $l = 0$. Отношение абсолютных величин $\Delta t/t_0$ при $l = 0$ и $l = l''$ тем больше, чем больше перепад скоростей.

На рис. 2.6 приведены значения относительных отклонений от гиперболы в точке $l = 0$ для различных значений l_2/H и ω . Этим графиком можно пользоваться как номограммой для нахождения максимальных отклонений от гиперболы для годографа заданной длины при известном перепаде скоростей в интервале от 0 до H .

Отметим, что отклонения годографа от гиперболы в некоторых случаях могут существенно превосходить ошибки наблюдений. Так, например, в ГСЗ при $l_2 = 160$ км и мощности коры $H = 40$ км максимальные отклонения от гиперболы достигают 0,2 с при $\omega = 1,5$.

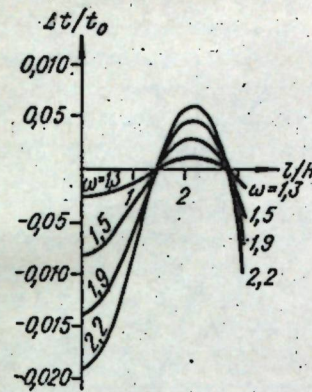


Рис. 2.5. Кривые зависимости относительных отклонений $\Delta t/t_0$ от l/H при различных перепадах скоростей $\omega = \frac{v(H)}{v_0}$.

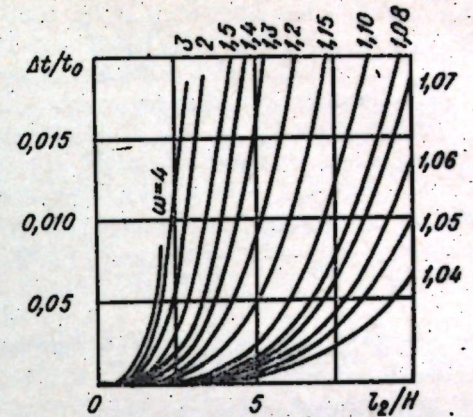


Рис. 2.6. Кривые относительных отклонений $\Delta t/t_0$ в точке $l = 0$ для различных перепадов скоростей $\omega = \frac{v(H)}{v_0}$ и относительных длин годографов.

Для слоистого разреза анализ отклонений годографа от гиперболы возможен только путем численных расчетов. Некоторые данные приведены в работе Н. Н. Пузырева и др. (1969), из которых следует, что для слоистого разреза в целом остаются те же закономерности, которые были отмечены для непрерывной среды.

2.1.5. Кратные волны. В слоистой среде, как известно, наряду с однократными могут возникать и иметь значительную амплитуду кратные волны. Нетрудно показать, что уравнение годографа кратной волны любого вида в многослойной среде можно записать в виде

$$l = 2p \sum_{k=1}^n \frac{v_k h_k v_k}{\sqrt{1 - p^2 v_k^2}}; \quad (2.45)$$

$$t = 2 \sum_{k=1}^n \frac{v_k h_k}{v_k \sqrt{1 - p^2 v_k^2}}; \quad (2.46)$$

где p — параметр; v_k — целочисленные множители, представляющие собой суммарное число пар лучей в падающей и отраженных волнах в каждом из слоев. Так, например, для кратной волны весьма сложного вида, лучевая схема которой изображена на рис. 2.7: $v_1 = 3$; $v_2 = 2$; $v_3 = 1$; $v_4 = 2$.

Таким образом, в одномерной модели уравнение годографа для кратной волны можно свести к уравнению для однократной волны, если вместо глубин h_k рассматривать произведения $v_k h_k$. С учетом этого обстоятельства можно использовать приведен-

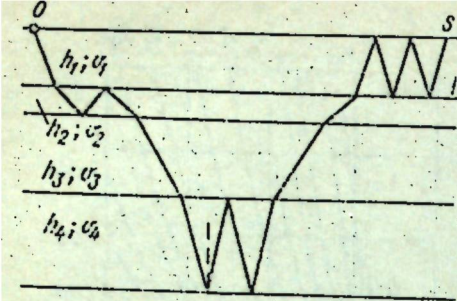


Рис. 2.7. Лучевая схема образования кратных волн сложной природы.

ные выше приближенные представления годографа и исследовать другие особенности.

Отметим, что при равных значениях множителей v_k для всех слоев их можно вынести за знаки сумм. Это будет иметь место прежде всего для полнократных волн, когда промежуточной отражающей границей является только поверхность наблюдений. Но может существовать множество частично кратных волн, которые будут обладать теми же свойствами.

2.1.6. Изображение на поле времен «точечной» аномалии. Горизонтально-слоистая модель является простейшим видом аппроксимации реальной среды. Такая аппроксимация может быть полезной только при введении определенных коррекций. Кроме того, следует иметь в виду, что в волновом поле для одномерной в кинематическом смысле модели могут отмечаться те или иные динамические аномалии, которые определенным образом можно отобразить на плоскости временного поля. Представляет интерес рассмотреть характер отображения таких особенностей в простейшем предположении, что вызывающий аномалию объект представляет собой точку и вносит в процессе распространения волны бесконечно малые локальные искажения того или иного вида в соответствии с основными положениями лучевого метода.

Пусть искажающий объект имеет координаты x_0, z_0 и располагается в однородной среде над горизонтальной отражающей границей, залегающей на глубине H (рис. 2.8). На линии $l=0$ поля времен $t(X, l)$ аномалия расположится в точке $X_{0H}=x_0$, независимо от z_0 . При произвольном значении l из простых геометрических соображений, согласно рис. 2.8, можно написать

$$X_{0H} = x_0 \pm \frac{l}{2} \left(1 - \frac{z_0}{H} \right).$$

Отсюда делаем вывод, что характер отображения на плоскости поля искажающего точечного объекта существенно зависит

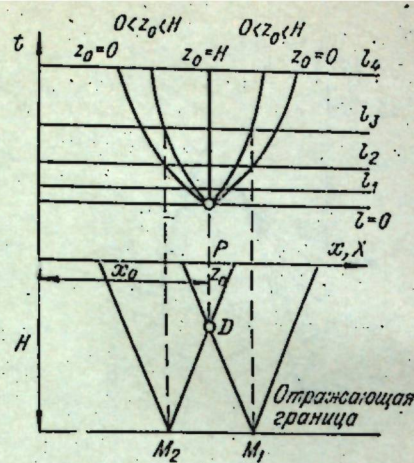


Рис. 2.8. Изображение на поле времен $t(X, l)$ точечного объекта, находящегося на глубине z_0 . Внизу — положение объекта D в схеме лучей; вверху — линии в поле $t(X, l)$, вдоль которых отображается «точечная» аномалия в случае бесконечного числа источников и приемников.

от глубины его залегания. При этом в случае $z_0 < H$ всегда отмечаются две ветви, соответствующие прохождению через объект падающего либо отраженного луча.

Если объект располагался на отражающей границе, то соответствующие искажения на поле будут сосредоточены на линии, параллельной оси времен. Максимальный растр конуса расхождения линий искажений отмечается при $z_0=0$.

В качественной форме искажения имеют такой же вид и в случае неоднородной по z среде. Нетрудно получить соответствующие зависимости для линий искажений, на чем мы здесь не останавливаемся.

2.1.7. Об условии пересечения годографов. Если для ряда последовательно расположенных горизонтально залегающих границ скорость v неизменна, то все годографы имеют одну и ту же асимптоту и, следовательно, не будут пересекаться между собой. Это условие не соблюдается, если скорость возрастает с глубиной, что обычно имеет место в реальных условиях.

Рассмотрим простейшую модель с двумя границами с постоянными скоростями в слоях. Применим решение, основанное на использовании соотношения тангенсов. Тогда в точке пересечения годографов должно выполняться условие

$$\sqrt{1 + \frac{n^2(1+m)^2\mu^2 a^2}{4(n\mu+m)^2}} + m\mu \sqrt{1 + \frac{(1+m)^2 a^2}{4(n\mu+m)^2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}(1+m)^2 a^2}, \quad (2.47)$$

где

$$n = \frac{v_1}{v_2} < 1; \quad m = \frac{h_2}{h_1}; \quad a = \frac{l}{h_1 + h_2}.$$

Величина μ вычисляется с любой заданной точностью, исходя из последовательности приближений

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 1; \quad \mu_1 = \frac{2(m+n)}{\sqrt{4(m+n)^2 + (1-n^2)(1+m)^2 a^2}}; \\ \mu_2 &= \frac{2(m+n\mu_1)}{\sqrt{4(m+n\mu_1)^2 + (1-n^2)(1+m)^2 a^2}}; \\ &\dots \dots \dots \\ \mu_h &= \frac{2(m+n\mu_{h-1})}{\sqrt{4(m+n\mu_{h-1})^2 + (1-n^2)(1+m)^2 a^2}}. \end{aligned}$$

В качестве первого приближения для величины a может быть принято

$$a_1 = 2 \sqrt{\frac{(1+m\mu)^2 - 1}{(1+m)^2 - (1+m\mu)^2}}.$$

Оно получено исходя из метода средних скоростей. Заметим, что в общем случае для многослойной среды аналог последней

формулы имеет вид

$$a_1 = 2 \sqrt{\frac{M^2 - K^2}{M^2(K^2 - 1)}}$$

где $M = \frac{H_2}{H_1}$ — отношение абсолютных глубин для рассматриваемых границ;

$K = \frac{v_{m_2}}{v_{m_1}}$ — отношение величин средних скоростей.

Уравнение (2.47) можно решить только численным способом. В результате получим табл. 4 значений величины a в зависимости от m и n .

Таблица 4

m	n						
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	0,830	1,093	1,396	1,766	2,262	3,028	4,629
0,2	0,900	1,166	1,472	1,847	2,350	3,129	4,761
0,3	0,938	1,205	1,511	1,887	2,392	3,176	4,821
0,4	0,961	1,227	1,533	1,908	2,413	3,198	4,848
0,5	0,974	1,239	1,544	1,918	2,422	3,206	4,856
0,6	0,981	1,245	1,548	1,921	2,424	3,207	4,854
0,7	0,984	1,247	1,549	1,921	2,422	3,202	4,847
0,8	0,984	1,246	1,547	1,917	2,417	3,195	4,835
0,9	0,983	1,244	1,543	1,912	2,410	3,186	4,821
1,0	0,980	1,240	1,538	1,905	2,402	3,175	4,806

Согласно уравнению (2.34), условие пересечения годографов, соответствующих двум бесконечно тонким границам в среде с линейным увеличением скорости с глубиной, залегающим на глубинах H_1 и H_2 , можно записать в виде

$$\frac{l^2 + 4H_1^2}{1 + \beta H_1} = \frac{l^2 + 4H_2^2}{1 + \beta H_2},$$

откуда

$$l = 2 \sqrt{H_1 H_2 + \frac{1}{\beta} (H_1 + H_2)}.$$

Сравним это выражение с формулой для предельной точки, соответствующей верхней границе

$$l_{\text{пред}} = 2 \sqrt{H_1^2 + \frac{2}{\beta} H_1}.$$

Сопоставив последние две формулы, убеждаемся, что точка пересечения двух годографов всегда располагается дальше предельной точки, соответствующей верхней границе. Физически это означает, что в случае линейного увеличения скорости с глубиной годографы не будут пересекаться. Без проведения спе-

циальных вычислений ясно, что в среде с монотонно уменьшающимся с глубиной градиентом пересечения и подавно не должно наблюдаться.

Без вывода приведем формулы для абсцисс точки пересечения двух годографов и предельной точки для верхней границы в случае экспоненциального увеличения скорости с глубиной

$$v = v_0 e^{kz}.$$

Имеем

$$l = \frac{2}{k} \arccos \frac{1}{2} (e^{-kH_1} + e^{-kH_2});$$

$$l_{\text{пред}} = \frac{2}{k} \arccos e^{-kH_1}.$$

Отсюда следует, что и в этом случае годографы не будут пересекаться.

Можно заключить, что пересечение годографов возможно только при очень резком увеличении скорости с глубиной в области, прилегающей к нижней границе.

§ 2.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

2.2.1. Вводное замечание. Понятие эффективных параметров отраженных волн, в частности понятие эффективной скорости, было введено Ю. В. Ризниченко (1946б) применительно к одномерной модели среды и позже было развито другими исследователями (Берзон, 1955; Пузырев, 1969; Урупов, 1966; Левин, 1975). Оно оказалось весьма плодотворным и до настоящего времени является основным приемом решения обратных кинематических задач в методе отраженных волн. Отметим, в частности, что через эффективные параметры чаще всего решается задача определения пластовых скоростей. Понятие эффективной скорости имеет важнейшее значение в современных способах выделения сигналов на фоне помех с применением ЭВМ.

Согласно (Ризниченко, 1946б), эффективные скорость (v_e) и мощность (H_e) для одномерной модели суть величины, определяемые по гиперболическому годографу для однородной среды и плоской горизонтальной границы раздела, наилучшим образом совпадающему с заданным годографом для неоднородной среды. При обработке экспериментальных данных именно так и поступают, подбирая по всей совокупности наблюдений от l_1 до l_2 годографа гиперболу, наиболее близко аппроксимирующую наблюдаемый годограф. Вычисленные в этом случае эффективные параметры будут называться интегральными параметрами. Они всегда вычисляются по конечному интервалу годографа либо систем годографов. Существует другой способ вычисления эффективных параметров, основанный на

использовании только одного бесконечно малого элемента годографа, когда требуется выполнение условия, чтобы координаты и направления касательной $(l, t, \frac{dt}{dl})$ к годографу для неоднородной по z и однородной сред совпадали. Наибольшее распространение такой способ получил при теоретическом исследовании моделей. Соответствующие параметры v и H , получающиеся в результате решения обратной задачи в дифференциальной форме, будем называть дифференциальными параметрами. В частном случае $l=0$ они именуются предельными параметрами (точнее, предельными дифференциальными параметрами).

Указанными терминами мы повсюду будем в этой работе пользоваться ниже, в том числе при рассмотрении двух- и трехмерных задач.

Если при вычислении эффективных параметров, как это обычно делается, основываются на предположении, что в аппроксимирующей модели скорость постоянна (т. е. среда однородна), то вычисляемые параметры будем называть однородными. В общем случае аппроксимирующая модель может быть и неоднородной. В этом случае целесообразно говорить о гетерогенных эффективных параметрах. В связи со сказанным следует отметить, что в общем случае эффективными параметрами следует называть результат решения обратной задачи в терминах заданной аппроксимирующей модели. Как бы полно мы не воспроизводили реальную среду в наших модельных построениях, такое воспроизведение всегда будет в определенном смысле схематичным, подчеркивающим только некоторые, хотя и важные характеристики. С этих позиций при решении обратных задач в самом строгом смысле можно рассчитывать на определение только некоторых «эффективных» характеристик.

В настоящем параграфе будут рассмотрены только однородные дифференциальные параметры.

2.2.2. Общие формулы. В качестве аппроксимирующей рассматриваем модель с горизонтальной отражающей границей, лежащей на глубине H и однородной средой со скоростью v над ней. Имеются в виду монотипные продольные либо поперечные волны. Уравнение годографа для аппроксимирующей модели

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4H^2}. \quad (2.48)$$

Присоединим сюда выражение для производной

$$\frac{dt}{dl} = \frac{1}{v} \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4H^2}}. \quad (2.49)$$

Решая (2.48) и (2.49) относительно v и H , получим формулы для вычисления эффективных параметров по дифференци-

альному элементу любого годографа в общем случае вертикально неоднородной среды

$$v_e = \sqrt{\frac{l}{t\eta}}; \quad (2.50)$$

$$H_e = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{l(t - l\eta)}{\eta}}, \quad (2.51)$$

где $\eta = \frac{dt}{dl}$.

Поскольку временная функция (2.48) четная по отношению к l и t , целесообразно решать задачу также в квадратичных координатах $\lambda = l^2$; $\theta = t^2$. Тогда

$$\theta = \frac{1}{v^2} (\lambda + 4H^2); \quad \frac{d\theta}{d\lambda} = \delta = \frac{1}{v^2}.$$

Следовательно, формулы для вычисления эффективных параметров примут вид

$$v_e = \sqrt{\frac{1}{\delta}}; \quad (2.52)$$

$$H_e = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\delta} (\theta - \lambda\delta)}. \quad (2.53)$$

Эти формулы легко приводятся к виду (2.50) — (2.51) с учетом того, что $\delta = t\eta/l$. Следовательно, в принципе можно пользоваться формулами как (2.50) — (2.51), так и (2.52) — (2.53). Забегая вперед, отметим, что при вычислении интегральных параметров выбор системы координат оказывает определенное влияние на результат вычислений.

Переход к предельным эффективным параметрам при $l \rightarrow 0$ требует специальных пояснений. Дело в том, что при $l \rightarrow 0$ $\eta \rightarrow 0$, и, следовательно, в формулах (2.50) и (2.51) образуется неопределенность типа $0/0$. Если в соответствии с правилом Лопиталья продифференцировать числитель и знаменатель, а затем перейти к пределу, то получим

$$v_{e0} = \sqrt{\frac{1}{t_0 \left(\frac{d^2 t}{dl^2} \right)_0}}; \quad (2.50')$$

$$H_{e0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{t_0}{\sqrt{t_0 \left(\frac{d^2 t}{dl^2} \right)_0}}. \quad (2.51')$$

В формулах (2.52) и (2.53) предельный переход не вызывает трудностей, так как величина δ при $l \rightarrow 0$ не принимает нулевого значения. Следовательно, в квадратичных координатах будем иметь

$$v_{e0} = \sqrt{\frac{1}{\delta(0)}}; \quad (2.52')$$

$$H_{e0} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\theta_0}{\delta(0)}}. \quad (2.53')$$

2.2.3. Слоистая среда. Из (2.5') и (2.6'), используя известные способы вычисления полной производной, получим

$$\frac{dt}{dl} = p.$$

Подставляя затем (2.5'), (2.6') и значение dt/dl в (2.50) — (2.51), найдем

$$v_e^2 = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{h_k v_k}{\sqrt{1 - p^2 v_k^2}}}{\sum_{k=1}^n \frac{h_k}{v_k \sqrt{1 - p^2 v_k^2}}} = \frac{l}{pl'}, \quad (2.54)$$

$$H_e^2 = \sum_{k=1}^n \frac{h_k v_k}{\sqrt{1 - p^2 v_k^2}} \left(\sum_{k=1}^n \frac{h_k}{v_k \sqrt{1 - p^2 v_k^2}} - p^2 \sum_{k=1}^n \frac{h_k v_k}{\sqrt{1 - p^2 v_k^2}} \right) = \frac{l}{4p} (l - lp). \quad (2.55)$$

Если элемент годографа располагается в области источника, т. е. $l \rightarrow 0$ и соответственно $p \rightarrow 0$, то получим следующие простые выражения для предельных значений:

$$v_{e0}^2 = v_m \cdot \bar{v}; \quad (2.54')$$

$$H_{e0}^2 = H^2 \cdot \frac{\bar{v}}{v_m}, \quad (2.55')$$

где v_m и $\bar{v}$ — средние скорости порядков (-1) и $(+1)$, определяемые согласно (2.8);

$H = \sum_{k=1}^n h_k$ — суммарная мощность изучаемой толщи.

Из (2.54') непосредственно видно, что эффективная скорость в случае одномерной модели всегда больше средней. Последнее вытекает из того, что $\bar{v} > v_m$ (см. § 2.1) и, следовательно,

$$\frac{v_{e0}}{v_m} = \sqrt{\frac{\bar{v}}{v_m}}. \quad (2.54'')$$

Из (2.55') следует, что подобное соотношение имеет место между эффективной и истинной глубинами.

Вычисление дифференциальных параметров по формулам (2.54) — (2.55) при $l \neq 0$ представляет определенные трудности в связи с присутствием параметра p . Решение в численном виде на ЭВМ состоит в том, что для данной модели при заданном l по формуле (2.5') вычисляется итерационным способом параметр p . Затем значения его подставляются в формулы для эффективных параметров.

Для выявления зависимостей $v_e(l)$ и $H_e(l)$ в первом приближении обратимся к уравнению годографа (2.7) в виде степенного ряда. Используя формулы (2.50) — (2.51) и выполняя упрощения, получим с точностью до третьего члена

$$\frac{1}{v_e^2} = \frac{1}{v_{e0}^2} \left[1 - \frac{1}{8} (\omega_2^2 - \omega_1) \frac{l^2}{H^2} + \frac{3}{128} (2\omega_2^6 - \omega_3^5 - \omega_1 \omega_2^3) \frac{l^4}{H^4} \right]; \quad (2.56)$$

$$4H_e^2 = \frac{4H^2}{\omega_1} \left[1 + \frac{1}{8} (\omega_2^2 - \omega_1) \frac{l^2}{H^2} - \frac{1}{128} (4\omega_2^6 + \omega_1 \omega_2^3 - 3\omega_3^5) \frac{l^4}{H^4} \right]. \quad (2.57)$$

Из этих формул непосредственно следует, что по мере увеличения абсциссы рассматриваемого элемента годографа оба эффективных параметра возрастают. Следовательно, предельные параметры являются минимальными и наилучшим образом отображают средние параметры разреза.

Приведенные формулы при ограниченной длине годографа (порядка H) могут быть использованы для приведения вычисленных значений v_e к предельным v_{e0} . Это важно в связи с тем, что предельные скорости могут быть использованы при определении пластовых скоростей.

Представляет интерес несколько подробнее остановиться на модели двухслойной среды, ограничиваясь в целях краткости только рассмотрением скоростного параметра.

Общая формула для дифференциальной эффективной скорости имеет вид

$$v_e^2 = v_1^2 \frac{V(n^2 - k^2) + m \sqrt{(1 - k^2)}}{V(n^2 - k^2) + mn \sqrt{(1 - k^2)}}, \quad (2.58)$$

где

$$m = \frac{h_2}{h_1}; \quad n = \frac{v_1}{v_2}; \quad k = \sin i_1 = v_1 p.$$

Соответственно, относительная разница между эффективной и средней скоростями:

$$\gamma = \frac{v_e - v_m}{v_m} = \frac{1 + mn}{1 + m} \sqrt{\frac{V(n^2 - k^2) + m \sqrt{(1 - k^2)}}{V(n^2 - k^2) + mn^2 \sqrt{(1 - k^2)}}} - 1. \quad (2.59)$$

Приведем еще формулу связи между эффективной дифференциальной и лучевой скоростями

$$\frac{v_e^2}{v_r^2} = \frac{(V(n^2 - k^2) + m \sqrt{(1 - k^2)}) (V(n^2 - k^2) + mn^2 \sqrt{(1 - k^2)})}{k^2 (V(n^2 - k^2) + m \sqrt{(1 - k^2)})^2 + (1 + m)^2 (1 - k^2) (n^2 - k^2)}. \quad (2.60)$$

При $k=0$ из (2.58) получим выражение для предельной эффективной скорости

$$v_{e0} = v_1^2 \frac{n + m}{n(1 + mn)}$$

и для отношения v_e/v_{e0}

$$\frac{v_e^2}{v_{e0}^2} = \frac{n(1+mn)(\sqrt{n^2-k^2} + m\sqrt{1-k^2})}{(m+n)(\sqrt{n^2-k^2} + mn\sqrt{1-k^2})}.$$

Если $k \ll n$ и одновременно $k \ll 1$, то допустимо пользоваться более простыми формулами, получающимися после разложения в ряды. Тогда получим

$$v_e^2 = v_{e0}^2 \left[1 + \frac{m(1-n^2)^2 k^2}{2n^2(m+n)(1+mn)} \right]; \quad (2.58')$$

$$\gamma = \frac{v_e - v_m}{v_m} = \frac{m+n}{n(1+m)} \left[1 + \frac{m(1-n^2)^2 k^2}{2n^2(m+n)(1+mn)} \right]. \quad (2.59')$$

Необходимость специального вычисления параметра k несколько затрудняет применение приведенных формул. В связи с этим рассмотрим дополнительное решение, основанное на использовании соотношения тангенсов, причем пока в его простейшей форме $\mu=1$, что, как указывалось выше, справедливо для ограниченных, но достаточно больших значений $l \sim H$.

Выражения для времени и производной $\eta = \frac{dt}{dl}$ имеют вид

$$t = \frac{2h_1}{v_1} \sqrt{1 + \frac{n^2 l^2}{4(nh_1 + h_2)^2}} + \frac{2h_2}{v_2} \sqrt{1 + \frac{l^2}{4(nh_1 + h_2)^2}};$$

$$\eta = \frac{dt}{dl} = \frac{n^2 h_1 l}{2v_1(nh_1 + h_2)^2 \sqrt{1 + \frac{n^2 l^2}{4(nh_1 + h_2)^2}}} + \frac{h_2 l}{2v_2(nh_1 + h_2)^2 \sqrt{1 + \frac{l^2}{4(nh_1 + h_2)^2}}}.$$

Подставляя в (2.50), получим окончательно

$$\frac{v_e^2}{v_{e0}^2} = \frac{(m+n)(1+mn)}{n(1+m^2) + m\left(A + \frac{n^2}{A}\right)},$$

где

$$A = \frac{\sqrt{1 + \frac{n^2(1+m)^2 \cdot l^2}{4(m+n)^2 \cdot H^2}}}{\sqrt{1 + \frac{(1+m)^2 \cdot l^2}{4(m+n)^2 \cdot H^2}}}.$$

Исходя из соотношения тангенсов для v_{e0} , получим строгую формулу, приведенную выше.

Можно показать, что как при $n < 1$, когда $A < 1$, так и при $n > 1$, когда $A > 1$, величина v_e/v_{e0} всегда больше 1.

Не представляет труда применить соотношение тангенсов при $\mu=1$ в общем случае многослойной среды, используя при-

веденные выше формулы. Окончательно получим следующее выражение:

$$\frac{v_e^2}{v_{e0}^2} = \frac{H^2 \bar{v}}{v_m \sum_{i=1}^h \frac{h_i}{v_i} \cdot \sqrt{1 + \frac{v_i^2 l^2}{v^2 \cdot 4H^2}} \cdot \sum_{i=1}^h \frac{h_i v_i}{\sqrt{1 + \frac{v_i^2 l^2}{v^2 \cdot 4H^2}}}}. \quad (2.61)$$

Нетрудно показать, что из этой формулы, как частный случай, получим приведенную выше формулу для двухслойной среды.

Приведем еще формулы, при выводе которых используется представление годографа в виде конечного полинома (2.10).

Выражения для эффективной скорости v_e и отношения v_e/v_m имеют вид

$$v_e^2 = \frac{1}{A_1 - 2A_2 l^2}; \quad (2.62)$$

$$\frac{v_e^2}{v_m^2} = \frac{A_0}{4H^2(A_1 - 2A_2 l^2)}. \quad (2.63)$$

Сравним эффективную скорость с лучевой (v_n):

$$v_n^2 = \frac{l^2 + 4H^2}{A_0 + A_1 l^2 - A_2 l^4}; \quad (2.64)$$

$$\frac{v_e^2}{v_n^2} = \frac{A_0 + A_1 l^2 - A_2 l^4}{(A_1 - 2A_2 l^2)(l^2 + 4H^2)}. \quad (2.65)$$

Принимая во внимание значения коэффициентов A_i из (2.9),

$$v_e^2 = \frac{v_{e0}^2}{1 - \frac{1}{8}(\omega_2^2 - \omega_1) \frac{l^2}{H^2}}; \quad (2.62')$$

$$\frac{v_e^2}{v_m^2} = \frac{1}{w_1 \left[1 - \frac{1}{8}(\omega_2^2 - \omega_1) \frac{l^2}{H^2} \right]} \cong \frac{1}{w_1} \left[1 + \frac{1}{8}(\omega_2^2 - \omega_1) \frac{l^2}{H^2} \right]; \quad (2.63')$$

$$\frac{v_e^2}{v_n^2} = \frac{1 + \frac{1}{4} w_1 \frac{l^2}{H^2} - \frac{1}{64} w_1 (\omega_2^2 - \omega_1) \frac{l^4}{H^4}}{w_1 \left[1 - \frac{1}{8}(\omega_2^2 - \omega_1) \frac{l^2}{H^2} \right] \left(1 + \frac{1}{4} \frac{l^2}{H^2} \right)} \cong \frac{1}{w_1} \left[1 + \frac{1}{8}(\omega_1 + \omega_2^2 - 2) \frac{l^2}{H^2} \right]. \quad (2.65')$$

Представляет значительный интерес исследовать поведение функции $v_e(l)$ на очень больших удалениях от источника, соответствующих часто закритической области отражения.

Если рассматривать предельный случай ($l \rightarrow \infty$), то, как отмечалось в предыдущем параграфе, параметр p будет прибли-

жаться к $1/v_{\max}$, где $v_{\max}$ — наибольшая скорость в слоистой среде. Поскольку $p = \frac{dt}{dl}$, следовательно,

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{dt}{dl} = \frac{1}{v_{\max}}.$$

На больших расстояниях годограф сливается с асимптотой, уравнение которой имеет вид

$$t = t_{0a} + \frac{l}{v_{\max}},$$

где $t_{0a} = 2 \sum_{h=1}^n \frac{2h_h}{v_h} \sqrt{1 - \frac{v_h^2}{v_{\max}^2}}$ — отрезок, отсекаемый асимптотой на оси времени (Больших, 1956).

Подставляя значения t и $\frac{dt}{dl}$ в общее выражение (2.50) для эффективной скорости и вычисляя предел, получим

$$v_{e \text{ пред}}^2 = \frac{lv_{\max}}{t_{0a} + l/v_{\max}} = \frac{v_{\max}^2}{1 + \frac{t_{0a} v_{\max}}{l}} = v_{\max}^2. \quad (2.66)$$

Другими словами, эффективная скорость стремится к величине максимальной скорости в исследуемой толще.

Аналогичным образом вычислим значение H_e на асимптоте:

$$H_e = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sqrt{l \left(t \frac{dl}{dl} - l \right)} = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sqrt{l \left[\left(t_{0a} + \frac{l}{v_{\max}} \right) v_{\max} - l \right]} = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sqrt{l t_{0a} v_{\max}} = \infty.$$

Следовательно, оценку глубины при расположении элемента годографа на очень больших удалениях от источника в принципе получить нельзя.

Таким образом, на очень больших удалениях от источника дифференциальная эффективная скорость может сильно отличаться от средней скорости. В этой области она будет близка к наибольшей скорости в среде. При этом мощность слоя с $v_{\max}$ может быть и небольшой, и тогда v_e будет характеризовать только локальную особенность среды.

Приведем численный пример.

Пусть имеется трехслойная среда со средним слоем повышенной скорости с параметрами:

$$h_1 = 2 \text{ км}; \quad v_1 = 2,5 \text{ км/с};$$

$$h_2 = 1 \text{ км}; \quad v_2 = 5,0 \text{ км/с};$$

$$h_3 = 2 \text{ км}; \quad v_3 = 2,5 \text{ км/с}.$$

На расстоянии $l = 32,83$ км от источника (6,57 Н), $\frac{dl}{dt} = 5,013$ км/с, $t = 9,352$ с, получим

$$v_e = 4,19 \text{ км/с}; \quad H_e = 15,183 \text{ км}.$$

Для рассматриваемой модели

$$v_m = 2,78 \text{ км/с}; \quad v_{e0} = 2,88 \text{ км/с}; \quad H = 5 \text{ км},$$

т. е. скорость завышается в данном случае приблизительно в 1,5 раза, а глубина — в 5 раз.

В первом приближении можно считать, что вычисление дифференциальной эффективной скорости имеет смысл только на таких удалениях от источника, на которых кажущаяся скорость не менее чем на 10% превышает ожидаемую максимальную скорость в среде.

2.2.4. Непрерывная среда. Общие формулы в этом случае имеют вид

$$v_e^2 = \frac{\int_0^H \frac{v(z) dz}{\sqrt{1 - p^2 v^2(z)}}}{\int_0^H \frac{dz}{v(z) \sqrt{1 - p^2 v^2(z)}}} = \frac{l}{pl}; \quad (2.67)$$

$$H_e^2 = \int_0^H \frac{v(z) dz}{\sqrt{1 - p^2 v^2(z)}} \left(\int_0^H \frac{dz}{v(z) \sqrt{1 - p^2 v^2(z)}} - p^2 \int_0^H \frac{v(z) dz}{\sqrt{1 - p^2 v^2(z)}} \right) = \frac{l}{4p} (t - lp). \quad (2.68)$$

Выражения для предельных значений параметров, а также связи их с параметрами для конечных значений l остаются такими же, что и в случае слоистой среды, если оперировать со средними значениями скоростей различных порядков (v_m , $\bar{v}$, $\tilde{v}$).

Остановимся несколько подробнее на случае линейной зависимости скорости от глубины, когда решение выполняется в явном виде. Полученные зависимости можно при этом приближении использовать для произвольных $v(z)$, применяя понятие среднего градиента.

Используя приведенные выше выражения для времени и кажущейся скорости и подставляя их в общую формулу для v_e , получим

$$v_e^2 = \frac{1}{2} v_0^2 \frac{\sqrt{\left[1 + \frac{1}{4} \beta^2 l^2 + (1 + \beta H)^2 \right]^2 - 4(1 + \beta H)^2}}{\text{arch} \left[\frac{1 + \frac{1}{4} \beta^2 l^2 + (1 + \beta H)^2}{2(1 + \beta H)} \right]}. \quad (2.69)$$

Формулу для предельной эффективной скорости можно получить непосредственно подстановкой $l=0$. Вводя для краткости величину

$$\omega = \frac{v(H)}{v_0} = 1 + \beta H,$$

представляющую собой относительный перепад скорости на базе H , запишем

$$v_{e0}^2 = v_0^2 \frac{\omega^2 - 1}{2 \operatorname{arch} \left(\frac{1 + \omega^2}{2\omega} \right)}, \quad (2.69')$$

или в другом виде

$$v_{e0}^2 = v_0^2 \frac{(\omega - 1) \left[1 + \frac{1}{2} (\omega - 1) \right]}{\ln \omega}. \quad (2.69'')$$

Последнюю формулу проще всего получить из общего выражения

$$[v_{e0}^2 = v_m \cdot \bar{v},$$

где в данном случае

$$v_m = \frac{v_0 \beta H}{\ln(1 + \beta H)} = \frac{v_0 (\omega - 1)}{\ln \omega},$$

$$\bar{v} = v_0 \left(1 + \frac{1}{2} \beta H \right) = v_0 \left[1 + \frac{1}{2} (\omega - 1) \right].$$

Выражение для относительной разности между эффективной и средней скоростями имеет вид

$$\gamma = \frac{v_e - v_m}{v_m} = \frac{\ln \omega}{\omega - 1} \left[\frac{\omega \sqrt{\left[\frac{(\omega - 1)^2 \left(1 + \frac{1}{4} a^2 \right)}{2\omega} + 1 \right]^2 - 1}}{\operatorname{arch} \left[\frac{(\omega - 1)^2 \left(1 + \frac{1}{4} a^2 \right)}{2\omega} + 1 \right]} - 1 \right], \quad (2.70)$$

где $a = \frac{1}{H}$.

Заметим, что величину ω можно однозначно связать с перепадом средней скорости на базе H , имея в виду известное соотношение

$$\frac{v_m}{v_0} = \frac{\omega - 1}{\ln \omega}.$$

На рис. 2.9 приведен график зависимости $\gamma(\omega, a)$. Шкала абсцисс размечена одновременно по величине v_m/v_0 , что дает возможность судить о функции $\gamma\left(\frac{v_m}{v_0}; a\right)$. Этим графиком можно пользоваться для прикидочных расчетов также для других функций $v(z)$.

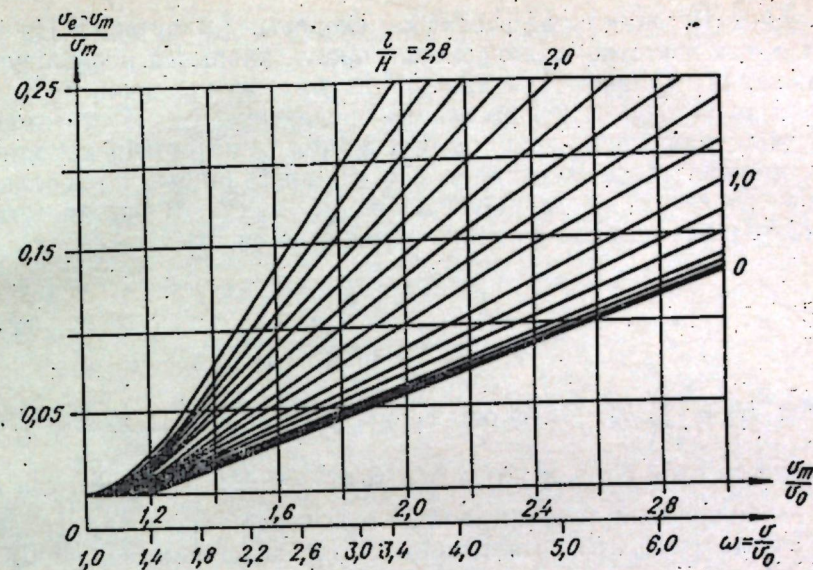


Рис. 2.9. Относительная разность между средней и эффективной (дифференциальной) скоростями для непрерывных сред.

Вычислим еще дифференциальную эффективную скорость в предельной точке годографа, располагающейся на расстоянии

$$l_{\text{пред}} = \frac{2}{\beta} \sqrt{(1 + \beta H)^2 - 1}$$

от источника.

Подставляя в формулу (2.69) $l = l_{\text{пред}}$, найдем

$$v'_e = v_0 \left[\frac{\omega \sqrt{\omega^2 - 1}}{\operatorname{arch} \omega} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.71)$$

Таким образом, в случае линейного изменения скорости с глубиной дифференциальная эффективная скорость вдоль годографа может изменяться от своего минимального значения v_{e0} до максимальной величины v'_e в предельной точке годографа. Следовательно, относительный интервал изменения дифференциальной эффективной скорости

$$\frac{v'_e}{v_{e0}} = \left[\frac{2\omega}{\sqrt{\omega^2 - 1}} \cdot \frac{\operatorname{arch} \left(\frac{1 + \omega^2}{2\omega} \right)}{\operatorname{arch} \omega} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.71')$$

Приведем для ориентировки несколько значений этой функции:

ω	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	6,0
$\frac{v'_e}{v_{e0}}$	1,063	1,102	1,129	1,151	1,166	1,178	1,197	1,211

2.2.5. Переход от эффективной скорости к пластовой. На профиле, как известно, одновременно прослеживаются несколько отражающих границ. Для каждой из них можно вычитать эффективную скорость, в частности предельную v_{e0} . Пусть имеются две отражающие границы 1 и 2, между которыми находится однородная среда со скоростью $v_{пл}$. Над границей 1 располагается слоистая среда произвольного вида. В соответствии с (2.54') для каждой из границ можно написать

$$\begin{aligned} v_{e1}^2 &= v_{m1} \cdot \bar{v}_1; \\ v_{e2}^2 &= v_{m2} \cdot \bar{v}_2. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Если $H_1 = \sum_{h=1}^n h_h$ — мощность среды над границей 1, а $H_2 - H_1$ — мощность слоя со скоростью $v_{пл}$, то $v_{m1} = \frac{2H_1}{t_{01}}$; $v_{m2} = \frac{2H_2}{t_{02}}$, где t_{01} , t_{02} — эхо-времена соответственно для первой и второй границ. Кроме того, в соответствии с определением величины $\bar{v}$, имеем

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= \frac{1}{H_1} \sum_{h=1}^n h_h v_h; \\ \bar{v}_2 &= \frac{1}{H_2} \left[\sum_{h=1}^n h_h v_h + \frac{(H_2 - H_1)}{v_{пл}} \cdot v_{пл}^2 \right] = \\ &= \frac{1}{H_2} \left[\sum_{h=1}^n h_h v_h + \frac{1}{2} (t_{02} - t_{01}) v_{пл}^2 \right]. \end{aligned}$$

Подставляя значения v_{mi} и $\bar{v}_i$ ($i=1, 2$) в (2.72), получим:

$$\left. \begin{aligned} t_{01} v_{e1}^2 &= 2 \sum_{h=1}^n h_h v_h; \\ t_{02} v_{e2}^2 &= 2 \sum_{h=1}^n h_h v_h + (t_{02} - t_{01}) v_{пл}^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.72')$$

Вычитая из второго равенства первое и решая затем относительно $v_{пл}$, получим соотношение, называемое чаще всего формулой Дикса (Dobrin, 1976):

$$v_{пл} = \sqrt{\frac{t_{02} v_{e2}^2 - t_{01} v_{e1}^2}{t_{02} - t_{01}}}. \quad (2.73)$$

В реальных условиях между границами 1 и 2, для которых определены предельные эффективные скорости, среда не однородна. Пусть толщина мощностью $H_2 - H_1$ между границами 1 и 2 состоит из m слоев с мощностями Δh_j и соответственно скорости

стями u_j . Тогда, с учетом приведенных выше соотношений, можно записать

$$\begin{aligned} t_{01} v_{e1}^2 &= 2 \sum_{h=1}^n h_h v_h; \\ t_{02} v_{e2}^2 &= 2 \left(\sum_{h=1}^n h_h v_h + \sum_{j=1}^m \Delta h_j u_j \right). \end{aligned}$$

После вычитания одного уравнения из другого

$$t_{02} v_{e2}^2 - t_{01} v_{e1}^2 = 2 \sum_{j=1}^m \Delta h_j u_j.$$

Разделим обе части этого равенства на $t_{02} - t_{01}$ и учтем, что

$$t_{02} - t_{01} = 2 \sum_{j=1}^m \frac{\Delta h_j}{u_j},$$

тогда

$$\frac{t_{02} v_{e2}^2 - t_{01} v_{e1}^2}{t_{02} - t_{01}} = \frac{\sum_{j=1}^m \Delta h_j u_j}{\sum_{j=1}^m \frac{\Delta h_j}{u_j}}. \quad (2.73')$$

Введем средние значения скорости в интервале между границами 1 и 2

$$\begin{aligned} u_m &= \frac{H_2 - H_1}{\sum_{j=1}^m \frac{\Delta h_j}{u_j}}; \\ \bar{u} &= \frac{1}{H_2 - H_1} \sum_{j=1}^m \Delta h_j u_j \end{aligned}$$

и перепишем последнее уравнение в виде

$$\frac{t_{02} v_{e2}^2 - t_{01} v_{e1}^2}{t_{02} - t_{01}} = u_m \bar{u}.$$

Принимая во внимание, согласно (2.54'), что правая часть равна u_{e0}^2 — квадрату эффективной предельной скорости для толщи между отражающими границами 1 и 2, перепишем:

$$u_{e0} = \sqrt{\frac{t_{02} v_{e2}^2 - t_{01} v_{e1}^2}{t_{02} - t_{01}}}, \quad (2.73'')$$

т. е. в случае слоистой среды между границами 1 и 2 вместо $v_{пл}$ по формуле Дикса вычисляется предельная эффективная скорость слоя u_{e0} . Численно эта величина равна предельной скорости для границы 2, если бы наблюдения проводились на линии границы 1.

Последнюю формулу можно записать также в виде

$$t_{02}v_{e2}^2 = t_{01}v_{e1}^2 + \Delta t_{012}u_e^2.$$

Это соотношение можно обобщить на случай произвольного количества границ. Так, если в исследуемой толще прослежено k границ, по каждой из них определены предельные значения скоростей, а затем по формуле Дикса вычислены величины u_e между последовательными границами, то

$$t_{0k}v_{ek}^2 = t_{01}v_{e1}^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta t_{i(i+1)}u_{i(i+1)}^2,$$

где $\Delta t_{i(i+1)} = t_{0(i+1)} - t_{0i}$.

Таким образом, при любом разбиении толщи на отдельные части суммируются величины произведения интервального вертикального времени на квадрат предельной эффективной скорости для соответствующих интервалов разреза.

2.2.6. О дифференциальной эффективной скорости для анизотропной модели. Поскольку в данной главе рассматриваются только одномерные модели, то, следовательно, полагаем, что оси анизотропии соответственно совпадают с вертикалью и горизонталью.

Пусть лучевая скорость есть некоторая гладкая функция угла падения — отражения

$$v = v(\alpha).$$

Для анизотропной однородной среды

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{2H}.$$

следовательно, при заданном H , $v = v(l)$ и уравнение годографа имеет вид

$$t = \frac{1}{v(l)} \sqrt{l^2 + 4H^2}.$$

Применив теперь общую формулу (2.50) для эффективной дифференциальной скорости и учитывая, что

$$\frac{dt}{dl} = \frac{lv(l) - (l^2 + 4H^2) \frac{dv(l)}{dl}}{v^2(l) \sqrt{l^2 + 4H^2}},$$

окончательно получим

$$v_e^2 = \frac{lv(l)}{lv(l) - (l^2 + 4H^2) \frac{dv(l)}{dl}}. \quad (2.74)$$

Применим теперь эту формулу для двух видов индикатрис.

1. Пусть

$$v(\alpha) = \frac{kv_z}{\sqrt{\sin^2 \alpha + k^2 \cos^2 \alpha}}, \quad (2.75)$$

где

$$k = \frac{v_x}{v_z} > 1.$$

В данном случае индикатриса имеет форму дуги эллипса с короткой вертикальной и длинной горизонтальной осями. Такая форма индикатрисы в первом приближении, для не слишком больших углов α , правильно отображает реальные зависимости для P и SH волн.

Выражая α через l/H , получим

$$v(l) = \frac{kv_z \sqrt{l^2 + 4H^2}}{\sqrt{l^2 + 4k^2 H^2}},$$

$$\frac{dv(l)}{dl} = \frac{4H^2 k (k^2 - 1) v_z l}{(l^2 + 4k^2 H^2)^{3/2} \sqrt{l^2 + 4H^2}}.$$

Подставляя эти зависимости в (2.74), найдем окончательно

$$v_e = kv_z, \quad (2.74')$$

т. е. дифференциальная эффективная скорость в случае эллиптической индикатрисы не зависит от l , оставаясь равной повсюду величине скорости вдоль напластования.

2. Рассмотрим индикатрису, имеющую максимум в направлении $\alpha = 45^\circ$, что близко соответствует волнам типа SV :

$$v(\alpha) = \frac{kv_z}{\sqrt{\sin^2 2\alpha + k^2 \cos^2 2\alpha}}. \quad (2.76)$$

В направлении обеих осей скорости одинаковы, т. е.

$$v_x = v_z \quad \text{и} \quad k = \frac{v_{\alpha=45^\circ}}{v_z}.$$

После необходимых преобразований получим для $v(l)$ следующую формулу:

$$v(l) = \frac{kv_z (l^2 + 4H^2)}{\sqrt{k^2 (4H^2 - l^2)^2 + 16l^2 H^2}}.$$

Выполняя дифференцирование и используя затем формулу (2.74), найдем

$$v_e^2 = \frac{k^2 v_z^2 (l^2 + 4H^2)^2}{64H^4 - k^2 (4H^2 - l^2) (12H^2 + l^2)} = \frac{k^2 v_z^2 (1 + b^2)}{4 - k^2 (1 - b^2) (3 + b^2)}, \quad (2.74'')$$

где $b = \frac{l}{2H}$.

При $k=1$ $v_e = v_z$, что соответствует физическим представлениям.

Если $l \rightarrow 0$, то получим предельное значение скорости

$$v_{e0} = \frac{kv_z}{\sqrt{4 - 3k^2}}.$$

Отсюда следует, что $v_{c0} > v_z$ и при $k \rightarrow 2/\sqrt{3}$, $v_{c0} \rightarrow \infty$. Но и при относительно малых $k \sim 1,05$ v_{c0} существенно больше kv_z , а тем более v_z .

По мере увеличения l эффективная скорость уменьшается; при $b^2 = \frac{1}{2k^2} [\sqrt{1 + 16k^2(k^2 - 1)} + 1] - 1$ она становится равной kv_z , а при $b^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{16(k^2 - 1)}{k^2}} - 1 \right)$ — равной v_z (и соответственно v_x).

Таким образом, приходим к важному выводу, что в случае однородной анизотропной среды дифференциальные эффективные скорости могут иметь другие закономерности, чем в моделях изотропных слоистых сред.

2.2.7. Кратные волны. В практике интерпретации чаще всего приходится иметь дело с кратными волнами как помехами. При этом в отделении их от однократных большую роль играет анализ эффективных параметров, в первую очередь эффективных скоростей.

Рассмотрим прежде всего вопрос об аппроксимирующей временной функции (годографе), конструируемой в предположении однородной среды над нижней отражающей границей. Чаще всего ситуация такова, что природа волны точно не известна (за исключением того, что она отраженного типа), и мы принимаем ее за однократную. В этом случае аппроксимирующая временная функция имеет обычный вид (2.48).

В другом варианте имеется определенная, точная либо приближенная, информация о лучевой схеме волны и положении промежуточных границ. Сохраняя предположение об однородности всей среды, можно допустить, что отражения на промежуточных границах происходят на бесконечно тонких слоях, не вносящих существенных искажений во временные характеристики. Для подобной, в определенной степени абстрактной, модели можно написать следующее общее выражение для аппроксимирующего годографа:

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4F^2(h_k)}, \quad (2.48')$$

где $F(h_k)$ — функция, зависящая от мощностей слоев и определяемая лучевой схемой. В соответствии с общими формулами (2.45) — (2.46) при $v_i = \text{const}$

$$F = \sum_{k=1}^n v_k h_k.$$

Исходя как из той, так и другой аппроксимирующих временных функций, получим одни и те же выражения для эффективной скорости:

$$v_e^2 = \frac{l}{t\eta}, \quad \text{где } \eta = \frac{dt}{dl}.$$

Что касается эффективной глубины, то для нее можно записать

$$H_e^2 = \sum_{k=1}^n v_k h_k = \frac{l}{4} \left(\frac{l}{\eta} - l \right).$$

При наличии информации о лучевой схеме отражения на основе последней формулы можно сделать определенные заключения о мощностях слоев, особенно если одновременно привлекаются данные по соответствующим однократным волнам.

Общие формулы будут аналогичными рассмотренным выше для однократных волн с тем отличием, что величину h_k надо заменить на $v_k h_k$. Тогда, например, для предельных эффективных параметров в общем случае будем иметь

$$v_{e0m}^2 = \frac{\sum_{k=1}^n v_k h_k v_k}{\sum_{k=1}^n \frac{v_k h_k}{v_k}}; \quad (2.77)$$

$$H_{e0m}^2 = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^n v_k h_k v \sum_{k=1}^n \frac{v_k h_k}{v_k}. \quad (2.78)$$

Из приведенной формулы для v_{e0} многократной волны следует: если все множители v_k одинаковы, а это возможно только при определенных лучевых схемах, то по многократной волне получим такую же эффективную скорость, что и по однократной.

Этим свойством, в частности, будут обладать полнократные волны любого вида, у которых промежуточной отражающей границей является во многих случаях слой малой скорости (ЗМС). В случае произвольных v_k соотношения между v_{e0} и v_{e0m} могут быть весьма разнообразными, в зависимости от конкретной модели среды и условий образования кратных волн.

§ 2.3. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Как и в предыдущем параграфе, здесь будут рассматриваться только вопросы, относящиеся к вычислению гомогенных эффективных параметров, когда временная функция $t(l)$ соответствует модели с горизонтальной границей и однородной средой над ней.

2.3.1. Определения и общие замечания. В случае одномерной среды эффективная скорость (v_e) и мощность (H_e) суть величины, определяемые по гиперболическому годографу для однородной среды и плоской границы раздела, наилучшим образом совпадающему с заданным годографом для неоднородной среды. Именно так поступают при обработке экспериментальных данных, подбирая для данного наблюдаемого годографа

заданной длины гиперболу, наиболее близко аппроксимирующую экспериментальный годограф. Как отмечалось выше, получающиеся при этом значения параметров v_0 и H_0 являются интегральными параметрами. Они отличаются от соответствующих дифференциальных параметров. Это естественно, поскольку последние зависят от l .

Оперирование при обработке экспериментальных данных с годографами конечной, причем достаточно большой, длины (порядка 0,5—1,0 глубины H) связано прежде всего с тем, что дифференциальные параметры определяются по экспериментальным данным со значительно меньшей точностью, чем интегральные. Это вполне понятно, поскольку дифференцирование экспериментальных кривых, отягощенных всегда ошибками наблюдений, является неточной операцией. Особенно грубо определяется наклон годографа на небольших расстояниях от источника. По этой причине величины предельных эффективных параметров по наблюдаемым годографам на практике никогда не определяются, так как в этом случае требуется вычисление второй производной. Забегая вперед, отметим, что предельная скорость v_0 , необходимая, в частности, при нахождении пластовых скоростей, вычисляется по данным об интегральных эффективных скоростях.

Таким образом, как и при нахождении дифференциальных параметров, вычисление интегральных параметров осуществляется на основе аппроксимирующей временной функции вида (2.48).

Мы специально называли это выражение «временной функцией», а не уравнением годографа, так как при определении параметров v_0 и H_0 в принципе могут и должны быть использованы любые массивы наблюдений с произвольным расположением источников и приемников, как непрерывных, так и точечных, если только допустимо считать модель среды одномерной, не зависящей от X . Естественно, что значения l должны изменяться в определенных пределах, без чего невозможно найти параметр v_0 . Иначе говоря, нет необходимости аппроксимировать указанной функцией один годограф с заданным источником и выгоднее, с точки зрения надежности получаемого результата, включить в обработку серию годографов либо серию разрозненных точечных наблюдений, если только есть уверенность, что таковые относятся к одной и той же волне, связанной с данной изучаемой границей. Другими словами, любую серию наблюдений вдоль профиля либо площади в случае одномерной модели допустимо как бы свести в единую кривую $t(l)$.

Существует достаточно большое число способов определения интегральных эффективных параметров, в первую очередь эффективных скоростей, по экспериментальным данным. Более полно они будут рассмотрены в следующих главах, посвященных двухмерным моделям, и менее подробно при последующем

изложении в данном параграфе. Сейчас же отметим только, что при теоретическом исследовании моделей, в соответствии с приведенным выше определением интегральных эффективных параметров, следует находить v_0 и H_0 , исходя из требования

$$\int_{l_1}^{l_2} \left[t(l) - \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4H^2} \right]^2 dl = \min, \quad (2.79)$$

где $t(l)$ — уравнение годографа для исследуемой модели.

Поскольку при таком представлении могут возникнуть трудности чисто вычислительного характера, можно использовать представление в квадратичных координатах:

$$\int_{l_1}^{l_2} \left[l^2(l) - \frac{1}{v^2} (l^2 + 4H^2) \right]^2 dl = \min. \quad (2.79')$$

Как будет показано ниже, параметры, определяемые по тому и другому представлению, не вполне идентичны, но обычно различия невелики и ими можно пренебречь. При необходимости можно ввести специальные коррекции, а наиболее рационально проводить вычисления каким-либо одним наиболее удобным способом (например, используя квадратичные координаты), по отношению к которому исследовать связи со средними скоростями, предельными эффективными параметрами и др.

2.3.2. Решение задачи способом квадратичных координат (Пузырев, 1969). Уравнение аппроксимирующей гиперболы в квадратичных координатах запишем в виде

$$\theta = p + q\lambda, \quad (2.80)$$

где введены обозначения:

$$\lambda = l^2; \quad \theta = t^2; \\ p = \frac{4H^2}{v^2}; \quad q = \frac{1}{v^2}.$$

Используем условие (2.79'), где интегрирование ведется в пределах от $\lambda_1 = l_1^2$ до $\lambda_2 = l_2^2$. Дифференцируя по параметрам p и q , получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [\theta(\lambda) - p - q\lambda] d\lambda &= 0; \\ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [\theta(\lambda) - p - q\lambda] \lambda d\lambda &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.81)$$

где $\theta(\lambda)$ — уравнение годографа (либо совокупности годографов) в квадратичных координатах для исследуемой модели.

После частичного выполнения интегрирования и преобразований запишем систему в другом виде:

$$\left. \begin{aligned} (\lambda_2 - \lambda_1) \left[p + \frac{1}{2} q (\lambda_1 + \lambda_2) \right] &= I_1; \\ (\lambda_2 - \lambda_1) \left[\frac{1}{2} p (\lambda_1 + \lambda_2) + \frac{1}{3} q (\lambda_2^2 + \lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2) \right] &= I_2, \end{aligned} \right\} \quad (2.81')$$

где

$$I_1 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \theta(\lambda) d\lambda; \quad I_2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda \theta(\lambda) d\lambda,$$

Решение полученной системы дает

$$p = \frac{4(\lambda_2^2 + \lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2) I_1 - 6(\lambda_2 + \lambda_1) I_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)^3}; \quad (2.82)$$

$$q = \frac{6[2I_2 - (\lambda_2 + \lambda_1) I_1]}{(\lambda_2 - \lambda_1)^3}. \quad (2.83)$$

Окончательные выражения для v_e и H_e имеют вид

$$v_e^2 = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)^3}{6[2I_2 - (\lambda_2 + \lambda_1) I_1]}; \quad (2.84)$$

$$H_e^2 = \frac{2(\lambda_2^2 + \lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2) I_1 - 3(\lambda_2 + \lambda_1) I_2}{12[2I_2 - (\lambda_2 + \lambda_1) I_1]}. \quad (2.85)$$

Если годограф начинается от точки источника, то $\lambda_1 = 0$. Полагая $\lambda_2 = \lambda$, получим

$$v_e^2 = \frac{\lambda^3}{6(2I_2 - \lambda I_1)}; \quad (2.84')$$

$$H_e^2 = \frac{\lambda(2\lambda I_1 - 3I_2)}{12(2I_2 - \lambda I_1)}. \quad (2.85')$$

Выше была показана возможность представления годографа $\theta(\lambda)$ в виде ряда. Ограничимся в целях простоты тремя членами разложения типа (2.10), где в соответствии с формулой (2.9) коэффициенты $\theta(\lambda)$ имеют следующие значения:

$$A_0 = \frac{4H^2}{v_m^2}; \quad A_1 = \frac{0_0 \omega_1}{4H^2}; \quad A_2 = \frac{0_0 \omega_1 (\omega_2^3 - \omega_1)}{64H^4}.$$

Обозначения ω_i были введены в § 2.1.

Значения интегралов I_1 и I_2 :

$$I_1 = A_0(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{1}{2} A_1(\lambda_2^2 - \lambda_1^2) - \frac{1}{3} A_2(\lambda_2^3 - \lambda_1^3),$$

$$I_2 = \frac{1}{2} A_0(\lambda_2^2 - \lambda_1^2) + \frac{1}{3} A_1(\lambda_2^3 - \lambda_1^3) - \frac{1}{4} (\lambda_2^4 - \lambda_1^4).$$

Подстановка в формулы для эффективных параметров дает

$$v_e^2 = \frac{1}{A_1 - A_2(\lambda_2 + \lambda_1)}; \quad (2.84'')$$

$$H_e^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{A_0 + \frac{1}{6} A_2(\lambda_2^2 + \lambda_1^2 + 4\lambda_2 \lambda_1)}{A_1 - A_2(\lambda_2 + \lambda_1)}. \quad (2.85'')$$

В частном случае полного годографа, начинающегося от источника ($\lambda_1 = 0$; $\lambda_2 = \lambda = l^2$):

$$v_e^2 = \frac{1}{A_1 - A_2 l^2}, \quad (2.84''')$$

$$H_e^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{A_0 + \frac{1}{6} A_2 l^4}{A_1 - A_2 l^2}. \quad (2.85''')$$

Для целей анализа данных целесообразно вместо l_1 и l_2 ввести новые переменные:

$$l_m = \frac{1}{2} (l_1 + l_2); \quad \Delta = l_2 - l_1,$$

т. е. координату средней точки и длину годографа.

Тогда формулы (2.84') — (2.85') примут вид

$$v_e^2 = \frac{1}{A_1 - 2A_2 \left(l_m^2 + \frac{1}{4} \Delta^2 \right)}; \quad (2.86)$$

$$H_e^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{A_0 + \frac{1}{6} A_2 \left(6l_m^4 + l_m^2 \Delta^2 + \frac{3}{8} \Delta^4 \right)}{A_1 - 2A_2 \left(l_m^2 + \frac{1}{4} \Delta^2 \right)}. \quad (2.87)$$

При $\Delta = 0$ автоматически получаем значение для дифференциальных параметров.

Легко видеть, что при больших удалениях от источника зависимость v_e и H_e от длины ветви годографа будет достаточно слабой. Наиболее сильно зависимость от Δ проявляется в области минимума годографа.

Перепишем полученные формулы с учетом значений коэффициентов A_i

$$v_e^2 = \frac{v_m^2 \bar{v}}{1 - \frac{(\omega_2^3 - \omega_1)(\lambda_2 + \lambda_1)}{16H^2}} = \frac{v_{e0}^2}{1 - \frac{(\omega_2^3 - \omega_1)(\lambda_2 + \lambda_1)}{16H^2}}, \quad (2.86')$$

$$H_e^2 = H^2 \frac{\bar{v}}{v_m} \cdot \frac{1 + \frac{\omega_1(\omega_2^3 - \omega_1)(\lambda_2^2 + \lambda_1^2 + 4\lambda_2 \lambda_1)}{384H^4}}{1 - \frac{(\omega_2^3 - \omega_1)(\lambda_2 + \lambda_1)}{16H^2}} =$$

$$= H_{e0}^2 \frac{1 + \frac{\omega_1(\omega_2^3 - \omega_1)(\lambda_2^2 + \lambda_1^2 + 4\lambda_2\lambda_1)}{384H^4}}{1 - \frac{(\omega_2^3 - \omega_1)(\lambda_2 + \lambda_1)}{16H^2}}, \quad (2.87')$$

где v_{e0} и H_{e0} — предельные значения при $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$. Соответственно при $\lambda_1 = 0$:

$$v_e^2 = \frac{v_{e0}^2}{1 - \frac{(\omega_2^3 - \omega_1)l^2}{16H^2}}; \quad (2.86'')$$

$$H_e^2 = H_{e0}^2 \frac{1 + \frac{\omega_1(\omega_2^3 - \omega_1)l^4}{384H^4}}{1 - \frac{(\omega_2^3 - \omega_1)l^2}{16H^2}}. \quad (2.87''')$$

Существенно отметить, что отношения v_e/v_{e0} и H_e/H_{e0} не равны друг другу и второе из них больше, чем первое.

Вычисление интегралов I_1 и I_2 в элементарных функциях возможно в случае $v(z) = v_0(1 + \beta z)$. Согласно Н. Н. Пузыреву и др. (1969),

$$I_1 = \frac{k}{q} [R_1(p + q\lambda_2) - R_1(p + q\lambda_1)];$$

$$I_2 = \frac{k}{4q^2} [R_2(p + q\lambda_2) - R_2(p + q\lambda_1)],$$

где R_1 и R_2 — функции одной переменной

$$R_1 = x(\operatorname{arch} x)^2 - 2\sqrt{x^2 - 1} \cdot \operatorname{arch} x + 2x;$$

$$R_2 = (2x^2 - 1)(\operatorname{arch} x)^2 - 2x\sqrt{x^2 - 1} \cdot \operatorname{arch} x + x^2,$$

а коэффициенты k, p, q имеют значения

$$k = \frac{4}{v_0^2 \beta^2}; \quad p = 1 + \frac{\beta^2 H^2}{2(1 + \beta H)}; \quad q = \frac{\beta^2}{8(1 + \beta H)}.$$

Если исследуется полный годограф ($\lambda_1 = 0$), то в соответствии с (2.84') и (2.85') нетрудно показать, что выражения для эффективных параметров в данном случае можно представить в виде

$$v_e^2 = v_0^2 F_1(\beta H, \beta l); \quad H_e^2 = H^2 F_2(\beta H, \beta l).$$

На основе приведенных соотношений функции F_1 и F_2 нетрудно протабулировать.

В общем случае слоистой среды при строгом решении задачи для любых интервалов l_1 и l_2 решение строится следующим образом.

Уравнение годографа в квадратичных координатах в параметрической форме запишем в виде

$$\left. \begin{aligned} \lambda = l^2 &= 4\alpha \left[\sum_{h=1}^n h_h v_h (1 - \alpha v_h^2)^{-1/2} \right]^2; \\ 0 = l^2 &= 4 \left[\sum_{h=1}^n \frac{h_h}{v_h} (1 - \alpha v_h^2)^{-1/2} \right]^2, \end{aligned} \right\} \quad (2.88)$$

где α — параметр.

Для непрерывной по z среды суммы следует заменить интегралами в пределах от 0 до H .

Оптимальные параметры гиперболы найдутся из условия

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} [\theta(\alpha) - a - b\lambda(\alpha)]^2 \frac{d\lambda}{d\alpha} d\alpha = \min, \quad (2.89)$$

где α_1 и α_2 — значения параметра α для концов годографа;

$$\frac{d\lambda}{d\alpha} = 4 \left(\sum_{h=1}^n \frac{h_h v_h}{\sqrt{1 - \alpha v_h^2}} \right) \left[\sum_{h=1}^n \frac{h_h v_h}{\sqrt{1 - \alpha v_h^2}} + \alpha \sum_{h=1}^n \frac{h_h v_h^3}{(1 - \alpha v_h^2)^{3/2}} \right].$$

Выражения для интегралов I_1 и I_2 :

$$I_1 = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \theta(\alpha) \frac{d\lambda}{d\alpha} d\alpha;$$

$$I_2 = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \lambda(\alpha) \cdot \theta(\alpha) \frac{d\lambda}{d\alpha} d\alpha.$$

При численном решении задачи можно поступать следующим образом.

По имеющимся уравнениям годографа в параметрической форме — (2.5'') — (2.6'') для слоистой либо (2.31) — (2.32) для непрерывной среды с заданными параметрами вычисляется ряд значений (l_i^2, t_i^2) через определенные (не обязательно равные) достаточно малые интервалы. По имеющимся координатам ($\lambda_i = l_i^2, \theta_i = t_i^2$) проводится в заданных пределах от λ_1 до λ_2 прямая $\theta = p + q\lambda$, наилучшим образом осредняющая заданную совокупность значений λ_i . Значения коэффициентов p и q осредненной прямой вычисляются по известным в статистике формулам:

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{\sum \lambda^2 \sum \theta - \sum \lambda \sum \theta}{n \sum \lambda^2 - (\sum \lambda)^2}; \\ q &= \frac{n \sum \lambda \theta - \sum \lambda \sum \theta}{n \sum \lambda^2 - (\sum \lambda)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (2.90)$$

где n — общее количество отсчетных данных в заданном интервале от λ_1 до λ_2 . Суммирование повсюду производится по всем отсчетным точкам от 1 до n .

По вычисленным значениям p и q находятся эффективные параметры

$$v_e = \frac{1}{\sqrt{q}}; \quad H_e = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p}{q}}.$$

Подобные несложные вычисления на ЭВМ проводятся для различных пар значений (λ_1, λ_2) , выбираемых в зависимости от целей исследований.

Как уже отмечалось ранее, приведенные формулы вполне применимы при обработке экспериментальных данных с использованием любого массива данных $\theta(\lambda)$ по профилю, т. е. любого интервала временного поля.

2.3.3. Об эффективных параметрах, определяемых различными способами. Как известно (Пузырев, 1959; Урупов, 1966), эффективные параметры, в частности эффективные скорости, определяются по экспериментальным данным различными способами. При этом чаще всего используются нелинейные (квадратичные) преобразования различного вида. В связи с нелинейностью операций можно ожидать различие в эффективных параметрах, определяемых различными способами, т. е. ожидать наличие смещенных оценок. Покажем это путем сопоставления данных по трем способам, при которых используются квадратичные преобразования различного вида. В целях простоты будем предполагать, что каждый раз берется полный годограф от 0 до l , причем повсюду годограф представляется в виде ряда: $\theta = A_0 + A_1\lambda - A_2\lambda^2 + \dots$. Расчеты будут проведены только для эффективной скорости.

В способе квадратичных координат ранее была для рассматриваемых условий получена формула (2.84'').

Зададимся целью получить аналогичную формулу для способа постоянной разности. Не останавливаясь на процессе вычислений, приведенном Н. Н. Пузыревым (1969), выпишем окончательную формулу

$$v_e = \left[A_1 - \frac{1}{5} A_2 (9l^2 - 3l\Delta + 4\Delta^2) \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Как известно (Пузырев, 1959), оптимальным в данном случае является соотношение $\Delta = \frac{2}{5} l$. Тогда

$$v_e = (A_1 - 1,688 A_2 l^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

При очень малых базах

$$v_e = (A_1 - 9/5 A_2 l^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Большим распространением пользуется способ встречных годографов, упрощенным вариантом которого является

способ разностного годографа. Не останавливаясь на выкладках, приведенных Н. Н. Пузыревым (1969), получим

$$v_e = (A_1 - 12/15 A_2 l^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Для конкретных оценок приведем численный пример для двухслойной модели с параметрами: $h_1 = 1$ км; $v_1 = 2$ км/с; $h_2 = 1$ км; $v_2 = 4$ км/с. Расчеты дают следующий результат

Способ квадратичных координат	2,8685
постоянной разности	2,8972
встречных годографов	2,8604

Таким образом, максимальное различие в скоростях, определяемых разными способами, в данном примере составляет ~ 40 м/с, т. е. 1,4%. При специальных работах большой точности такое различие необходимо принимать во внимание.

Наиболее распространены на практике в настоящее время программы вычисления эффективной скорости, основанные на суммировании колебаний вдоль гиперболических осей (способ скоростных спектров).

При определенных условиях такой способ, реализуемый на ЭВМ, в теоретическом плане аналогичен известному способу теоретических годографов (Ризниченко, 1949), в идее которого заложен принцип наилучшего приближения реального (негиперболического) годографа гиперболой. Представляет интерес сравнить его со способом квадратичных координат. Вместо (2.10) используем приведенное выше разложение (2.7), которое представим в виде

$$t = B_0 + B_1 l^2 - B_2 l^4 + \dots \quad (2.91)$$

где

$$B_0 = t_0 = \frac{2H}{v_m}; \quad B_1 = \frac{t_0 w_1}{8H^3}; \quad B_2 = \frac{t_0 w_1 w_2^3}{128H^4}.$$

Ряды (2.7) и (2.9) считаем тождественными, поскольку из первого путем возведения в квадрат можно получить второй.

Используя условие

$$\int_0^l (B_0 + B_1 l^2 - B_2 l^4 - \sqrt{p + ql^2})^2 dl = \min$$

и дифференцируя последовательно под знаком интеграла по p и q , получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} B_0 \sigma_0 + B_1 \sigma_2 - B_2 \sigma_4 &= l; \\ B_0 \sigma_2 + B_1 \sigma_4 - B_2 \sigma_6 &= \frac{1}{3} l^3, \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

где

$$\sigma_n = \int_0^l \frac{l^n dl}{\sqrt{p + ql^2}}.$$

Как и прежде

$$q = \frac{1}{v_e^2}, \quad p = \frac{4H_e^2}{v_e^2}.$$

Решение системы возможно только численным способом. Для рассмотренного выше примера ($h_1=h_2=1$ км; $v_1=2$ км/с; $v_2=4$ км/с) по способу теоретических годографов получим значение $v_e=2,8714$ км/с.

Это значение в данном случае практически совпадает с v_e , найденным по способу квадратичных координат (отличие порядка 0,1%).

2.3.4. Соотношение между интегральными и дифференциальными параметрами. В случае представления годографа в виде (2.10) выражения для дифференциальных параметров имеют вид

$$v_{ed} = (A_1 - 2A_2 l^2)^{-1/2},$$

$$H_{ed}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{A_0 + A_2 l^4}{A_1 - 2A_2 l^2} \right)^{1/2}. \quad (2.93)$$

Их можно получить также из (2.86) — (2.87) при $\Delta \rightarrow 0$.

Сравним их с соответствующими выражениями для интегральных параметров — (2.84'') — (2.85''), определенных из тех же исходных данных.

Прежде всего отмечаем, что дифференциальные эффективные параметры всегда больше интегральных, что следует из непосредственного сопоставления формул (2.93) и (2.84'') — (2.85'').

Для получения количественных зависимостей между эффективными скоростями запишем пару уравнений

$$\frac{1}{v_{ed}^2} = A_1 - 2A_2 l^2;$$

$$\frac{1}{v_{ei}^2} = A_1 - A_2 l^2,$$

где индексы d и i относятся соответственно к дифференциальным и интегральным (случай полного годографа) параметрам.

Исключая отсюда величину $A_2 l^2$ и принимая во внимание, что $A_1 = 1/v_{e0}^2$, получим важное соотношение

$$\frac{1}{v_{ei}^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_{ed}^2} + \frac{1}{v_{e0}^2} \right). \quad (2.94)$$

Аналогичная связь между H_{ei} , H_{ed} , H_{e0} имеет более сложный вид, так как прибавляется зависимость от l .

Окончательная формула имеет вид

$$4H_{ei}^2 = \frac{8H_{e0}^2 H_{ed}^2 + \frac{5}{6} H_{e0}^2 l^2 + \frac{1}{6} H_{ed}^2 l^2}{H_{e0}^2 + H_{ed}^2 + \frac{1}{4} l^2}. \quad (2.95)$$

При $l < H$ членами с l^2 можно пренебречь, и тогда приближенно

$$\frac{H_{ei}^2}{H_{e0}^2} \approx \frac{2H_{ed}^2}{H_{e0}^2 + H_{ed}^2}. \quad (2.95')$$

Важным для практики интерпретации вопросом является вычисление предельных эффективных скоростей по заданным интегральным.

Из формулы (2.86'), получим

$$v_{e0} = v_{ei} \sqrt{1 - \frac{1}{16} (\omega_2^2 - \omega_1)^2 \frac{l^2}{H^2}} \approx v_{ei} \left[1 - \frac{1}{32} (\omega_2^2 - \omega_1)^2 \frac{l^2}{H^2} \right]. \quad (2.96)$$

Входящая в формулу величина $(\omega_2^2 - \omega_1)$ вычисляется по имеющейся априорной информации о разрезе. Заметим, что она всегда меньше единицы. Так, например, в приведенном выше примере двухслойной среды $h_1=h_2=1$ км; $v_1=2$ км/с; $v_2=4$ км/с; $\omega_2^2 - \omega_1 = 0,4444$. Для градиентной среды $v=2(1 \pm 0,5z)$ км/с и $H=2$ км, эта величина равна $\sim 0,15$.

Отметим, что в работе Н. Н. Пузырева (1959) указан способ перехода от v_{ed} к v_{ei} , используя осреднение величины v_{ed} в пределах от 0 до l , т. е.

$$v_{ei}' = \frac{1}{l} \int_0^l v_{ed}(l) dl. \quad (2.97)$$

Подставляя в подынтегральное выражение значение $v_{ed} = (A_1 - 2A_2 l^2)^{-1/2}$, получим

$$v_{ei}' = \frac{1}{l \sqrt{2A_2}} \arcsin \left(\frac{l \sqrt{2A_2}}{\sqrt{A_1}} \right).$$

После разложения $\arcsin$ в ряд с точностью до двух членов и преобразований найдем:

$$v_{e0} \approx v_{ei}' \left[1 - \frac{1}{48} (\omega_2^2 - \omega_1)^2 \frac{l^2}{H^2} \right]. \quad (2.96')$$

Сопоставление с (2.96) показывает, что интегральное осреднение согласно (2.97) в первом приближении правильно отображает связь между интегральными и дифференциальными эффективными скоростями. Отличие (2.96') от формулы (2.96) связано с тем, что при интегрировании необходимо было ввести весовую функцию, что не было сделано.

Переход от H_{e1} к H_{e0} может быть осуществлен в соответствии с (2.87'). После преобразований и упрощений можно записать:

$$H_{e0} \cong H_{e1} \left[1 - \frac{1}{32} (\omega_2^2 - \omega_1) \frac{l^2}{H^2} \right], \quad (2.96'')$$

т. е. аналогично связи между v_{e1} и v_{e0} .

2.3.5. О вычислении интегральных эффективных параметров при произвольном расположении источников и приемников в среде. Выше повсюду предполагалось, что источники и приемники размещаются на горизонтальной линии, совпадающей с осью x . Ниже обсуждается вопрос о решении обратной задачи в классе той же аппроксимирующей модели ($\varphi=0$, $v=\text{const}$), когда источники располагаются произвольно в точках (x_1, z_1) , а приемники — в точках (x_2, z_2) . Воспользуемся уравнением (2.3) для обобщенного поля времен для рассматриваемой модели. Вводя обычные обозначения $t^2=0$; $1/v^2=a$, получим следующее выражение для аппроксимирующей временной функции:

$$\theta = [(x_2 - x_1)^2 + (z_1 + z_2)^2] a + 4aH^2 - 4(z_1 + z_2)aH. \quad (2.98)$$

При произвольном количестве n пар точек источник — приемник, если $n > 2$, неизвестные a и H находятся из условия

$$\sum_{h=1}^n \{ \theta_h - [(x_{2h} - x_{1h})^2 + (z_{1h} + z_{2h})^2] a - 4aH^2 + 8(z_{1h} + z_{2h}) aH \}^2 = \min.$$

Выполняя дифференцирование по a и H и приравнявая частные производные нулю, получим следующую систему двух нелинейных уравнений для нахождения искомых параметров a и H :

$$\begin{aligned} & \Sigma [(x_2 - x_1)^2 + (z_1 + z_2)^2] \theta - a \Sigma [(x_2 - x_1)^2 + (z_1 + z_2)^2]^2 + 8aH \Sigma (z_1 + z_2) [(x_2 - x_1)^2 + (z_1 + z_2)^2] - \\ & - 8aH^2 \Sigma [(x_2 - x_1)^2 + 3(z_1 + z_2)^2] + 32aH^3 \Sigma (z_1 + z_2) - 16aH^4 \cdot n - 4H \Sigma (z_1 + z_2) \theta + 4H^2 \Sigma \theta = 0; \end{aligned} \quad (2.99)$$

$$\begin{aligned} & 2H \Sigma \theta - \Sigma (z_1 + z_2) \theta + a \Sigma (z_1 + z_2) [(x_2 - x_1)^2 + (z_1 + z_2)^2] - \\ & - 2aH \Sigma [(x_2 - x_1)^2 + 3(z_1 + z_2)^2] + 12aH \Sigma (z_1 + z_2) - \\ & - 8aH^3 \cdot n = 0. \end{aligned} \quad (2.100)$$

Здесь повсюду суммирование проводится по всем парам источник — приемник, и потому индексы опускаются.

Решение приведенной системы нелинейных уравнений на ЭВМ в принципе не представляет трудностей при использовании имеющихся итерационных способов.

2.3.6. Вычисление эффективных параметров по совокупности наблюдений, относящихся к различным границам. В реальных

условиях нередко отсутствуют протяженные отражающие границы либо их не удастся проследить. В связи с этим в данной локальной области, где среду можно рассматривать как горизонтально-слоистую, наблюдений оказывается недостаточно для надежного вычисления v , и H . Вместе с тем нередко реальная модель такова, что при ограниченной вариации глубин среднюю скорость можно с тем или иным приближением считать неизменной. Во всяком случае реальная ситуация может сложиться так, что совместное рассмотрение отрывочных разрозненных данных может явиться единственным способом вычисления средних скоростей. В качестве примера можно указать ряд районов Русской и Сибирской платформ, где из-за больших скоростей преимущественно карбонатных пород градиенты dv/dz весьма малы и на интервалах глубин в несколько сот метров средние скорости можно считать постоянными.

Для рассматриваемой одномерной модели $\varphi=0$ решение задачи имеет смысл только в варианте осреднения по способу наименьших квадратов, так как если потребовать, чтобы количество наблюдений точно равнялось числу неизвестных, то в одной из совокупностей должно быть непременно две точки, когда задача решается тривиально.

Для произвольной v границы уравнение аппроксимирующей временной функции в квадратичных координатах имеет обычный вид

$$A_v = p_v + q\lambda_v.$$

Пусть имеется всего r совокупностей наблюдений, относящихся к различным границам. N_v — количество точек в некоторой v -совокупности (массиве). Полагаем, что $N_v \geq 2$ при любом v .

Для такой сложной системы принцип способа наименьших квадратов формулируется как требование

$$\sum_{v=1}^r \sum_{h=1}^{N_v} (\theta_{vh} - p_v - q\lambda_{vh})^2 = \min.$$

Так, например, для двух совокупностей имеем

$$\sum_{h=1}^{N_1} (\theta_{1h} - p_1 - q\lambda_{1h})^2 + \sum_{h=1}^{N_2} (\theta_{2h} - p_2 - q\lambda_{2h})^2 = \min.$$

Дифференцирование по p_v и q дает систему $r+1$ уравнений для нахождения r значений глубин и одного значения скорости. Окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{v=1}^r \sum_{h=1}^{N_v} (\theta_{vh} - p_v - q\lambda_{vh}) &= 0; \\ \sum_{v=1}^r \sum_{h=1}^{N_v} (\theta_{vh} - p_v - q\lambda_{vh}) \lambda_{vh} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.101)$$

Решение этой системы на ЭВМ не представляет принципиальных трудностей. Целесообразно использовать более общий алгоритм для двумерной задачи, который будет рассмотрен ниже (гл. 4).

§ 2.4. ГЕТЕРОГЕННЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

2.4.1. К постановке задачи. В предыдущих параграфах решение обратной задачи по заданным характеристикам временного поля для той или иной отраженной волны, связанной с определенной горизонтально залегающей границей, осуществлялось на основе временной функции, выводимой из предположения локально однородной среды. На определенной стадии исследования это можно считать оправданным. Однако после анализа данных, получаемых на основе указанной простой аппроксимации, выясняется, что наше предположение об однородности изучаемой среды не соответствует действительности и следовало бы, в качестве второго приближения, повторить расчеты, исходя из более сложной аппроксимирующей модели. Кроме того, на современном уровне применимости сейсморазведки и геологоразведочных работ в целом при достаточно хорошем знании связей скорости с рядом параметров и факторов геологического разреза во многих районах перед планированием сейсмических работ достаточно хорошо известны главные закономерности распределения скоростей в пространстве.

Слабое продвижение в использовании более сложных аппроксимирующих моделей при решении полных обратных задач* связано прежде всего с двумя обстоятельствами. Определенное значение имеет недостаточная разработанность теоретического аппарата. Известно, что прямые задачи строго решаются для весьма ограниченного числа моделей. Даже в простейшем случае одномерной среды решение в явном виде можно получить только приближенно в виде степенного ряда, который при $l/H > 1$ сходится недостаточно быстро. Но главную роль в этой проблеме играет то обстоятельство, что при удалении источника — приемника $l \leq H$, где отраженные волны, как правило, регистрируются на сейсмограммах наиболее отчетливо, годограф мало отличается от гиперболы, даже если дифференциация по скоростям достаточно велика. Соответствующие оценки были даны выше (§ 2.1). Ввиду важности этого вопроса приведем дополнительные расчеты, ориентируясь на разложение (2.7). Прежде всего отметим, что величина четвертого члена разложе-

ния в случае однородной среды, когда $\omega_1(2\omega_2^6 - \omega_3^5) \equiv 1$, найдется при $l/H \sim 1$ на уровне достигнутой к настоящему времени точности измерения времени — $\sim 10^{-3} = 0,1\%$. Если взять простейшую двухслойную модель с равными мощностями слоев, то оказывается, что при двойном перепаде скоростей выражение $\omega_1(2\omega_2^6 - \omega_3^5)$ составит только 1,23, при тройном перепаде — 1,73. В любом случае порядок величины четвертого члена остается практически неизменным и, следовательно, им можно пренебречь. Тем более это остается справедливым по отношению к последующим членам разложения. Таким образом, при $l \leq H$ следует принимать во внимание только три члена разложения. В этом случае в качестве неизвестных параметров для среды любого вида можно рассматривать как максимум только четыре величины: H , v_m , $\bar{v}$ и $\bar{v}^3$. Но три последние из них суть средние скорости, вычисленные при различных способах осреднения пластовых скоростей. Для однородной среды все они тождественно равны друг другу. Представляет интерес оценить степень их отличия для некоторых близких к реальным моделей. Если принять линейное изменение скорости с глубиной, то

$$\frac{v}{v_m} = \frac{\left[1 + \frac{1}{2}(\omega - 1)\right] \ln \omega}{\omega - 1}; \quad \frac{\bar{v}^3}{v^3} = \frac{(\omega + 1)(\omega^2 + 1)}{4 \left[1 + \frac{1}{2}(\omega - 1)\right]^3},$$

где $\omega = \frac{v}{v_0}$ — перепад скорости на базе H .

Расчеты показывают, что первое отношение достигает уровня 1,05 (т. е. отклонение 5%) при $\omega = 2,2$, а уровня 1,10 — при $\omega = 3,0$. Отмеченные уровни выбраны потому, что они близки к обычным величинам погрешностей при определении скоростей по экспериментальным годографам. Второе отношение, т. е. величина $\bar{v}/v$ в данном случае достигает уровня 1,05 при $\omega = 2,3$.

Приведем еще расчеты для двухслойной модели с постоянными скоростями, когда

$$\frac{\bar{v}}{v_m} = \frac{(m + n)(1 + mn)}{n(1 + m)^2}; \quad \frac{\bar{v}^3}{v^3} = \frac{(1 + m)^2(m + n^3)}{(m + n)^3},$$

где $n = \frac{v_1}{v_2}$; $m = \frac{h_2}{h_1}$, но первое отношение не изменяется при замене n и m на $\frac{1}{n}$ и $\frac{1}{m}$.

Вычисления показали, что в этом случае уровень 1,10 для обоих отношений достигается при перепаде скоростей в слоях $n > 1,8 \div 2,0$.

Таким образом, очевидно, что определение по годографу более чем двух параметров возможно только при значительной дифференциации скоростей в среде и больших длинах годогра-

* Полными обратными кинематическими задачами будем называть такие, в которых определению подлежат все структурные и скоростные параметры в рамках заданной аппроксимирующей модели. Если какие-либо параметры, например скорости, заданы исходя из априорных данных, то соответствующие кинематические задачи условимся именовать неполными.

фа. Что касается наиболее часто встречающегося случая умеренной дифференциации по скоростям и относительно коротких годографов $l \leq H$, то в данной ситуации наличие априорной информации может быть использовано только для корректирования двух параметров.

2.4.2. Определение параметров градиентного слоя по годографу отраженных волн (Пузырев, 1976в). Будем считать, что скорость в среде увеличивается с глубиной по линейному закону: $v = v_0(1 + \beta H) = v_0 + kH$. Таким образом, здесь вводятся три параметра среды: v_0 , β , H или v_0 , k , H . Вместо v_0 , как будет показано ниже, может рассматриваться также величина средней скорости v_m . Численными методами задача решалась ранее в работах С. В. Гольдина (1977) и Н. И. Павленковой (1973). Здесь на основе работы Н. Н. Пузырева (1976в) приводится строгое аналитическое решение, что дает возможность полнее проанализировать условия, при которых возможно определить параметр — вертикальный градиент скорости.

Уравнение годографа записывается в виде (2.34)

$$t = \frac{2}{v_0 \beta} \operatorname{arch} \left[\frac{\beta^2 \left(\frac{l^2}{4} + H^2 \right)}{2(1 + \beta H)} + 1 \right].$$

Введем взамен β соответственно градиент скорости $dv/dH = k = v_0 \beta$. Тогда предыдущее уравнение переписывается в форме

$$t = \frac{2}{k} \operatorname{arch} \left[\frac{0,25k^2 l^2 + k^2 H^2}{2v_0^2 \left(1 + \frac{kH}{v_0} \right)} + 1 \right]. \quad (2.34')$$

Существенно отметить, что при таком представлении перед arch фигурирует теперь только один параметр, что важно для последующих преобразований уравнения годографа.

Введем новые переменные:

$$A^2 = \frac{k}{v_0 \sqrt{1 + \frac{kH}{v_0}}}; \quad B = \frac{2kH}{v_0 \sqrt{1 + \frac{kH}{v_0}}}.$$

Тогда после небольших преобразований можно записать

$$16 \operatorname{sh}^2 \frac{kt}{4} = A^2 l^2 + B^2. \quad (2.102)$$

Величины H и v_0 выражаются через A и B следующим образом:

$$H = \frac{B}{2A}, \quad (2.103)$$

$$v_0 = \frac{k}{4A} (\sqrt{16 + B^2} - B). \quad (2.104)$$

Наряду с v_0 может оказаться целесообразным рассматривать также среднюю скорость:

$$v_m = \frac{kH}{\ln \left(1 + \frac{kH}{v_0} \right)} = \frac{k}{4A} \cdot \frac{B}{\ln 0,25 (\sqrt{16 + B^2} + B)} = \frac{k}{4A} \cdot \frac{B}{\operatorname{arsh} \frac{B}{4}}. \quad (2.105)$$

Таким образом, при известном значении градиента k , что нередко имеет место на практике, параметры H и v_0 либо H и v_m весьма просто определяются согласно приведенным уравнениям, причем (2.102) легко линеаризируется, если ввести координаты

$$\lambda = l^2; \quad N = 16 \operatorname{sh}^2 \frac{kt}{4} = 8 \left(\operatorname{ch} \frac{kt}{2} - 1 \right). \quad (2.102')$$

Это дает возможность для нахождения величин A и B использовать простой графический прием спрямления экспериментального графика $N(\lambda)$ или же использовать известные формулы из статистики (Уорсинг, Гейфнер, 1953), которые в наших обозначениях имеют вид

$$\left. \begin{aligned} A^2 &= \frac{n \sum \lambda N - \sum \lambda \cdot \sum N}{n \sum \lambda^2 - (\sum \lambda)^2}; \\ B^2 &= \frac{\sum \lambda^2 \sum N - \sum \lambda \cdot \sum \lambda N}{n \sum \lambda^2 - (\sum \lambda)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.106)$$

Поскольку зависимость скорости от глубины может отличаться от линейной, в результате получим некоторые эффективные значения глубины и средней скорости v_m . При правильном использовании априорных сведений о градиентности среды эти величины будут точнее характеризовать глубину залегания и интегральную скорость, чем при обычном решении задачи, т. е. исходя из предположения об однородности среды. Приведем для подтверждения этого численный пример. Пусть среда имеет истинные параметры: $H = 1$ км; $v_0 = 2$ км/с; $k = 2,0$ 1/с. Средняя скорость $v_m = 2,886$ км/с.

Ради простоты будем вычислять параметры только по двум точкам при $l_1 = 0$ и $l_2 = l = 2$ км. Обычное решение при аппроксимации однородной средой дает: $H = 1,038$ км; $v = 2,995$ км/с.

Допустим, что мы правильно сделали вывод о постоянном вертикальном градиенте, но приняли его значение k_1 , отличающееся от k . Правдоподобно, например, положить $k_1 = 1,5$ 1/с, когда отличие от истинного значения составляет 25%. Вычислим значения A и B по формулам, которые легко получить из (2.102):

$$A^2 = \frac{8}{l^2} \left(\operatorname{ch} \frac{k_1 t}{2} - \operatorname{ch} \frac{k_1 t_0}{2} \right);$$

$$B^2 = 8 \left(\operatorname{ch} \frac{k_1 t_0}{2} - 1 \right).$$

Они оказываются равными: $A=0,51736$ 1/км; $B=1,05136$. Подставляя эти значения в (2.103) и (2.105), найдем новые параметры: $H=1,016$ км; $v_m=2,932$ км/с.

Отклонение от истинных значений в последнем случае в 2,4 раза меньше, чем при использовании обычной аппроксимации однородной средой.

Если значение параметра k остается неизвестным и ставится задача его нахождения, то следует поступить следующим образом.

Как увидим ниже, и это вполне закономерно, при $k_1 \neq k$ график $N(\lambda)$ не будет прямой линией, и, следовательно, даже при отсутствии ошибок наблюдений линейное осреднение приведет к появлению дисперсии, величина которой будет тем больше, чем в большей степени k_1 отличается от k . Следовательно, для нахождения величины k необходимо вычислить значения функции $N(\lambda)$ при различных значениях k_1 , как больших, так и меньших k . Затем произвести осреднение по формулам (2.106), а после этого по известным правилам найти при каждом k_1 среднеквадратичное отклонение δN от аппроксимирующей прямой. Вслед за этим по δN найти соответствующее среднеквадратичное отклонение времени по формуле

$$\delta t = \frac{\delta N}{4k_1 \operatorname{sh} \frac{k_1 t}{2}} = \frac{2\delta N}{k_1 \sqrt{N(N+16)}}, \quad (2.107)$$

полученной путем дифференцирования (2.102') при замене k на k_1 . Величина $\bar{N}$ берется для средней точки графика $N(\lambda)$.

Минимальному значению δt на графике $\delta t(k_1)$ и будет соответствовать искомая величина градиента k . Надежность нахождения градиента k таким способом будет определяться только фоном случайных ошибок измерения времени, включая недоучтенные поправки за неоднородность верхних частей разреза. Следовательно, градиент k представляется возможным определить только в том случае, когда значения δt , вычисляемые по формуле (2.107) при различных k_1 (в пределах правдоподобных), отличаются между собой на величину, превышающую не менее чем в 2 раза среднеквадратичную ошибку измерения времени.

Дополнительно следует отметить, что нахождению вероятных пределов, в которых находится значение k , может помочь вычисление v_0 для каждого из заданных значений k_1 , если использовать формулу (2.104). Дело в том, что при значительном отклонении k_1 от k вычисленная величина начальной скорости будет принимать значения, выходящие за пределы устойчивых закономерностей распределения скоростей, установленных как для широкого класса моделей, так и для данного рассматриваемого района. Так, в приведенном выше численном примере при $k_1=4$ 1/с получим $v_0=1,206$ км/с, что приблизительно в 1,5–2,0 раза меньше обычно наблюдаемых величин v_0 под слоем ЗМС.

Рассмотрим теперь вид функции $N(\lambda)$ в случае $k_1 \neq k$. Полагая в формуле (2.102') $k=k_1$ и подставляя значения t из (2.34'), получим

$$N_1(\lambda) = 8 \left\{ \operatorname{ch} \left[\frac{k_1}{k} \operatorname{arch} \frac{1}{8} (A^2 \lambda + B^2 + 8) \right] - 1 \right\}. \quad (2.108)$$

При $k_1/k=1$ эта функция линейна и, следовательно, ее кривизна равна нулю. В общем случае выражение для второй производной $d^2 N_1/d\lambda^2$ может быть записано в виде

$$\frac{d^2 N_1}{d\lambda^2} = \frac{A^4 \cdot \frac{k_1}{k_2}}{8 (c^2 - 1)^{3/2} \left[\frac{k_1}{k} \operatorname{ch} \left(\frac{k_1}{k} \operatorname{arch} c \right) \sqrt{c^2 - 1} - c \cdot \operatorname{sh} \left(\frac{k_1}{k} \operatorname{arch} c \right) \right]}, \quad (2.109)$$

где $c = \frac{1}{8} (A^2 \lambda + B^2 + 8)$.

Вычислим значение второй производной при $k_1/k=1 \pm \varepsilon$, где ε — малая величина. Имеем

$$\frac{d^2 N_1}{d\lambda^2} = \frac{\pm A^4 \varepsilon}{8 (c^2 - 1)^{3/2} (c \sqrt{c^2 - 1} - \operatorname{arch} c)}. \quad (2.109')$$

Тем самым доказывается, что кривизна кривой $N_1(\lambda)$ изменяет знак при переходе величины k_1/k через 1,0. При $k_1 < k$ кривая $N_1(\lambda)$ имеет выпуклую форму, а при $k_1 > k$ — вогнутую. Это иллюстрируется рис. 2.10, где представлены кривые, нормированные при $\lambda=0$ для частного случая $A^2=0,5$; $B^2=2$, что соответствует параметрам $v_0=2$ км/с, $H=1$ км, $k=2$ 1/с. Обращает на себя внимание асимметрия нормированных кривых по отношению к прямой $k_1/k=1$.

Тем самым подтверждается справедливость указанного выше способа нахождения величины градиента, исходя из требования минимальной дисперсии, что равносильно условию минимальной кривизны кривых $N_1(\lambda)$.

Выше рассматривались интегральные значения параметров, что вполне закономерно, так как только при конечных и достаточно больших интервалах наблюдений реально ставить задачу нахождения третьего параметра среды — величины градиента. Поэтому нахождение дифференциальных параметров, в частности предельных, следует вести в предположении, что величина градиента k известна по априорным данным.

Ниже приводится решение указанной задачи при использовании различных систем переменных.

1. Выберем в качестве переменных λ и N , определяемые в (2.102). Тогда

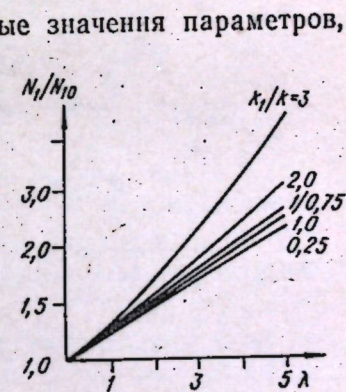


Рис. 2.10. Графики нормированных функций $N_1(\lambda)/N_1(0)$ для различных значений k_1/k (λ в км²).

$$N = A^2 \lambda + B^2.$$

Дифференцируя по λ , получаем значение одного из промежуточных параметров

$$\frac{dN}{d\lambda} = A^2.$$

Из совместного рассмотрения последних двух уравнений находим

$$B^2 = N - \frac{\lambda \cdot dN}{d\lambda}.$$

Подставляя в (2.103)–(2.105), найдем искомые дифференциальные параметры:

$$H = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N - \frac{\lambda dN}{d\lambda}}{\frac{dN}{d\lambda}}}; \quad (2.103')$$

$$v_0 = \frac{k}{4} \sqrt{\frac{dN}{d\lambda}} \cdot \left(\sqrt{16 + N - \frac{\lambda dN}{d\lambda}} - \sqrt{N - \frac{\lambda dN}{d\lambda}} \right); \quad (2.104')$$

$$v_m = \frac{k}{4} \sqrt{\frac{dN}{d\lambda}} \cdot \frac{\sqrt{N - \frac{\lambda dN}{d\lambda}}}{\operatorname{arsh} 0,25 \sqrt{N - \frac{\lambda dN}{d\lambda}}}. \quad (2.105')$$

Напомним, что v_m и v_0 связаны между собой.

Если элемент располагается в начале координат ($\lambda=0$), то получим предельные значения параметров:

$$H_{\text{пред}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N}{\frac{dN}{d\lambda}}}; \quad (2.103'')$$

$$v_{0 \text{ пред}} = \frac{k}{4 \sqrt{\frac{dN}{d\lambda}} \cdot \sqrt{16 + N} - \sqrt{N}}; \quad (2.104'')$$

$$v_{m \text{ пред}} = \frac{k}{4 \sqrt{\frac{dN}{d\lambda}} \cdot \sqrt{\frac{N}{\operatorname{arsh} 0,25 \sqrt{N}}}}. \quad (2.105'')$$

где значения $\frac{dN}{d\lambda}$ и N берутся в начале координат.

2. Если использовать координаты l и N , то из уравнения (2.102) и результата его дифференцирования получим:

$$A^2 = \frac{1}{2l} \cdot \frac{dN}{dl}; \quad B^2 = N - \frac{l}{2} \cdot \frac{dN}{dl}.$$

Окончательные формулы для H , v_0 и v_m легко получить из (2.103)–(2.105) простой подстановкой, но ради краткости мы их не будем здесь приводить. Отметим только, что в предельном случае $l \rightarrow 0$ величина A принимает неопределенное значение.

Раскрытие неопределенности приводит к необходимости введения второй производной, причём

$$A_{\text{пред}}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 N}{dl^2}.$$

Тогда, например, выражение для параметра $v_{m \text{ пред}}$ запишется в виде

$$v_{m \text{ пред}} = \frac{k}{\sqrt{\frac{2d^2 N}{dl^2}} \cdot \sqrt{\frac{N}{\operatorname{arsh} 0,25 \sqrt{N}}}}.$$

3. В обычных координатах (l, t) дифференцирование (2.102) приводит к выражению

$$2k \cdot \frac{dt}{dl} \cdot \frac{\operatorname{sh}(kt)}{2} = A^2 l.$$

Решение его совместно с (2.102) даст

$$\left. \begin{aligned} A^2 &= \frac{2k}{l} \cdot \frac{dt}{dl} \cdot \frac{\operatorname{sh}(kt)}{2}; \\ B^2 &= 8 \left[\frac{\operatorname{ch}(kt)}{2} - \left(1 + \frac{kt}{4} \cdot \frac{dt}{dl} \cdot \frac{\operatorname{sh}(kt)}{2} \right) \right]. \end{aligned} \right\}$$

Переходя к исходным параметрам, получим

$$H = \sqrt{\frac{l \left[\frac{\operatorname{ch}(kt)}{2} - \left(1 + \frac{kt}{4} \cdot \frac{dt}{dl} \cdot \frac{\operatorname{sh}(kt)}{2} \right) \right]}{k \cdot \frac{dt}{dl} \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{kt}{2}\right)}}; \quad (2.103''')$$

$$v_0 = k \sqrt{\frac{l}{2k \frac{dt}{dl} \operatorname{sh}\left(\frac{kt}{2}\right)}} \cdot \left\{ \sqrt{1 + 0,5 \left[\operatorname{ch}\left(\frac{kt}{2}\right) - \left(1 + \frac{kt}{4} \cdot \frac{dt}{dl} \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{kt}{2}\right) \right) \right]} - \sqrt{0,5 \left[\operatorname{ch}\left(\frac{kt}{2}\right) - \left(1 + \frac{kt}{4} \cdot \frac{dt}{dl} \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{kt}{2}\right) \right) \right]} \right\}; \quad (2.104''')$$

$$v_m = k \sqrt{\frac{l}{2k \frac{dt}{dl} \cdot \frac{\operatorname{sh}(kt)}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{0,5 \left[\frac{\operatorname{ch}(kt)}{2} - \left(1 + \frac{kt}{4} \cdot \frac{dt}{dl} \cdot \frac{\operatorname{sh}(kt)}{2} \right) \right]}{\operatorname{arsh} 0,25}} \times \\ \times \sqrt{0,5 \left[\frac{\operatorname{ch}(kt)}{2} - \left(1 + \frac{kt}{4} \cdot \frac{dt}{dl} \cdot \frac{\operatorname{sh}(kt)}{2} \right) \right]}. \quad (2.105''')$$

Переход к предельным параметрам требует раскрытия неопределенности. Окончательные формулы имеют следующий вид:

$$H_{\text{пред}} = \frac{\sqrt{\frac{\operatorname{th}(kt)}{4}}}{k \frac{(d^2 l)}{dl^2}}; \quad (2.103''''')$$

$$v_{0\text{пред}} = \frac{\sqrt{k}}{2d^2t \cdot \text{sh}\left(\frac{kt}{2}\right)}; \quad (2.104''')$$

$$v_{m\text{пред}} = \frac{\frac{\text{sh}(kt)}{4}}{\text{arsh}\left(0,25 \text{sh}\frac{kt}{4}\right)} \cdot \sqrt{\frac{k}{2 \frac{d^2t}{dt^2} \cdot \frac{\text{sh}(kt)}{2}}}. \quad (2.105''')$$

Если приведенные формулы применить к модели с $v(z)$, отличающейся от линейной функции, то получим некоторые «эффективные» значения глубины и средней скорости, в принципе отличающиеся от обычных представлений об эффективных параметрах, когда в качестве аппроксимирующей рассматривается модель однородного слоя. Отметим, что при расчете H и v_m для произвольной функции $v(z)$ в качестве k должен использоваться средний градиент, определяемый в виде $k_m = v_0 \beta_m$.

2.4.3. Вычисление эффективных параметров с учетом априорной информации (Пузырев, 1977). Пусть при обычной обработке было выявлено распределение эффективных скоростей с глубиной. На основе этого с определенным приближением строится модель $v(z)$ в виде дискретного распределения пластовых скоростей либо в форме непрерывной кривой. Эти данные, дополненные измерениями в скважинах и скорректированные знанием общих свойств геологического разреза, создают основу для более точного вычисления параметров v и H , чем это было сделано в случае вычисления этих величин в предположении однородной среды.

Воспользуемся представлениями годографа (2.14) — (2.15). Второе из этих выражений запишем так:

$$t^2 = \frac{1}{v_m^2} (1 + \alpha_1 t^2 + \alpha_2 t^4) (t^2 + 4H^2), \quad (2.15'')$$

где

$$\alpha_1 = -\frac{1-w_1}{4H^2} = -\frac{\bar{v}-v_m}{4H^2\bar{v}},$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{16H^4} \left[1 - w_1 - \frac{1}{4} w_1 (w_2^3 - w_1) \right] = \frac{\bar{v}^2 (2\bar{v} - v_m)^2 - v_m \bar{v}^3}{64H^4 \bar{v}^4}.$$

Неизвестными параметрами здесь будем считать среднюю скорость v_m и глубину H . Временная функция $t(l)$ имеет в данном случае более сложный вид. Используем ее для вычисления прежде всего дифференциальных эффективных параметров.

Решим сперва задачу в квадратичных координатах: $\lambda = t^2$, $\theta = t^2$. Имеем систему двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= 1/v_m^2 (1 + \alpha_1 \lambda + \alpha_2 \lambda^2) (\lambda + 4H^2); \\ \frac{d\theta}{d\lambda} &= r = \frac{1}{v_m^2} [4H^2 (\alpha_1 + 2\alpha_2 \lambda) + 1 + 2\alpha_1 \lambda + 3\alpha_2 \lambda^2]. \end{aligned} \right\} \quad (2.110)$$

Решение ее дает:

$$4H_e^2 = \frac{\theta - r\lambda + \alpha_1 \lambda (2\theta - r\lambda) + \alpha_2 \lambda^2 (3\theta - r\lambda)}{r - \alpha_1 (\theta - r\lambda) - \alpha_2 \lambda (2\theta - r\lambda)}; \quad (2.111)$$

$$v_{me}^2 = \frac{(1 + \alpha_1 \lambda + \alpha_2 \lambda^2)^2}{r - \alpha_1 (\theta - r\lambda) - \alpha_2 \lambda (2\theta - r\lambda)}. \quad (2.112)$$

В предельном случае $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ они переходят в ранее полученные зависимости (2.52) — (2.53). По-видимому, во многих случаях, в частности при ограниченных априорных сведениях о среде, допустимо ограничиваться линейной зависимостью $\frac{1}{v_m^2} = \frac{1}{v_m^2} (1 + \alpha_1 \lambda)$. Тогда предыдущие формулы принимают более простой вид:

$$4H_e^2 = \frac{(\theta - r\lambda) (1 + \alpha_1 \lambda) + \alpha_1 \lambda \theta}{r - \alpha_1 (\theta - r\lambda)}; \quad (2.111')$$

$$v_{me}^2 = \frac{(1 + \alpha_1 \lambda)^2}{r - \alpha_1 (\theta - r\lambda)}. \quad (2.112')$$

Учитывая, что в реальных средах всегда $\alpha_1 < 0$, приходим к выводу, очевидному из физических соображений, что эффективные параметры, определяемые по формулам (2.111) — (2.112), будут меньше, чем при обычной аппроксимации однородной средой.

В обычных координатах (l, t) после известных операций будем иметь:

$$4H_e^2 = \frac{l[t - l\eta + \alpha_1 l^2 (2t - l\eta) + \alpha_2 l^4 (3t - l\eta)]}{\eta - \alpha_1 l (t - l\eta) - \alpha_2 l^3 (2t - l\eta)}; \quad (2.113)$$

$$v_{me}^2 = \frac{l}{t} \cdot \frac{(1 + \alpha_1 l^2 + \alpha_2 l^4)^2}{\eta - \alpha_1 l (t - l\eta) - \alpha_2 l^3 (2t - l\eta)}, \quad (2.114)$$

где $\eta = \frac{dt}{dl}$.

Соответственно, при $\alpha_2 = 0$

$$4H_e^2 = \frac{l[(t - l\eta) (1 + \alpha_1 l^2) + \alpha_1 l^2 t]}{\eta - \alpha_1 l (t - l\eta)}; \quad (2.113')$$

$$v_{me}^2 = \frac{l(1 + \alpha_1 l^2)^2}{t[\eta - \alpha_1 l (t - l\eta)]}. \quad (2.114')$$

Выпишем еще формулы для предельных параметров, ограничившись ради простоты случаем $\alpha_2 = 0$. В координатах (λ, θ) :

$$4H_{e0}^2 = \frac{\theta_0}{r_0 - \alpha_1 \theta_0}; \quad (2.115)$$

$$v_{me0}^2 = \frac{1}{r_0 - \alpha_1 \theta_0}. \quad (2.116)$$

В координатах (l, t) :

$$4H_{e0}^2 = \frac{t_0}{\left(\frac{d^2 t}{dt^2}\right)_0 - \alpha_1 t_0}; \quad (2.115')$$

$$v_{me0}^2 = \frac{1}{t_0 \left[\left(\frac{d^2 t}{dt^2}\right)_0 - \alpha_1 t_0\right]}. \quad (2.116')$$

Величину v_{me} будем называть эффективной средней скоростью, а H_e по-прежнему — эффективной глубиной.

При вычислении интегральных параметров аппроксимирующую временную функцию целесообразно записать в виде

$$\theta = (1 + \alpha_1 \lambda + \alpha_2 \lambda^2) (p + q \lambda) \quad (2.117)$$

или

$$\theta = R(p + q \lambda),$$

где $R = 1 + \alpha_1 \lambda + \alpha_2 \lambda^2$;

$$p = \frac{4H_e^2}{v_m^2}; \quad q = \frac{1}{v_m^2}.$$

При произвольном количестве наблюдений значения p и q находятся, исходя из принципа наименьших квадратов, из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \sum_{h=1}^n [\theta_h - R_h(p + q \lambda_h)] R_h \lambda_h &= 0; \\ \sum_{h=1}^n [\theta_h - R_h(p + q \lambda_h)] R_h &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Решение этой системы дает:

$$A = \frac{\sum R^2 \sum \lambda R \theta - \sum \lambda R^2 \sum R \theta}{\sum R^2 \sum \lambda^2 R^2 - (\sum \lambda R^2)^2}; \quad (2.118)$$

$$C = \frac{\sum \lambda^2 R^2 \sum R \theta - \sum \lambda R^2 \sum \lambda R \theta}{\sum R^2 \sum \lambda^2 R^2 - (\sum \lambda R^2)^2}, \quad (2.119)$$

где суммирование проводится по всем n точкам. Величина $R_h(\lambda)_i = 1 + \alpha_1 \lambda_h + \alpha_2 \lambda_h^2$ вычисляется для каждой точки совокупности наблюдений при известных коэффициентах.

Переход к исходным параметрам осуществляется по формулам

$$H_e = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p}{q}}; \quad v_{me} = \frac{1}{\sqrt{q}}.$$

Ввиду малого отличия функции R от единицы вполне допустимо осреднение вести не по θ , а по относительно мало отличающейся от нее величине $\frac{\theta}{R} = \theta'$. Тогда аппроксимирующая временная функция примет такой же вид ($\theta' = p + q \lambda$), что и при обычном решении в предположении однородной среды. Как показали расчеты на конкретных примерах, такое упрощение является вполне допустимым при умеренной дифференциации среды и $l \leq H$.

Расчеты на большом числе различных моделей показали, что рассмотренный способ вычисления гетерогенных эффективных параметров v_{em} и H_e дает возможность при наличии соответствующей априорной информации с высокой степенью точности решать обратную задачу. Но даже при недостаточности сведений о разрезе оценка будет ближе к истине, чем обычные эффективные параметры.

§ 2.5. ОБМЕННЫЕ PS И SP ВОЛНЫ

В настоящее время основное значение в сейсморазведке и ГСЗ имеют монотипные отраженные волны, но вместе с тем в последние 20—25 лет отмечается устойчивый интерес к волнам обменного типа. Теоретическими расчетами и в эксперименте (Берзон и др., 1966; Недашковский и др., 1962; Поперечные и обменные волны..., 1967) доказано, что волны такого типа имеют сравнимые с монотипными амплитуды, устойчивые по форме сигналы в широкой области регистрации. При этом динамические и кинематические характеристики их таковы, что позволяют рассчитывать на получение новой информации о среде.

2.5.1. Однородная среда. Одной из трудностей, в какой-то степени сдерживающей развитие способов кинематической интерпретации обменных волн, является относительная математическая сложность уравнения годографа. Даже для простейшего случая одной горизонтальной границы и однородной по P и S волнам среды уравнение годографа обменных PS и SP волн можно записать строго только в параметрическом виде:

$$l = \frac{pH(\sqrt{1 + (1 - \gamma^2)p^2} + \gamma)}{\sqrt{1 + (1 - \gamma^2)p^2}}; \quad (2.120)$$

$$t = \frac{H\sqrt{1 + p^2}}{v_s} \cdot \frac{\gamma\sqrt{1 + (1 - \gamma^2)p^2} + 1}{\sqrt{1 + (1 - \gamma^2)p^2}}; \quad (2.121)$$

где $p = \lg \alpha$;

α — углы между нормалью к границе и лучом P (рис. 2.11);

$$\gamma = \frac{v_s}{v_p}.$$

Соответственно в квадратичных координатах

$$l^2 = \lambda = \frac{qH^2 (\sqrt{1+(1-\gamma^2)q} + \gamma)^2}{1+(1-\gamma^2)q};$$

$$t^2 = \theta = \frac{H^2(1+q)}{v_s^2} \cdot \frac{(\gamma \sqrt{1+(1-\gamma^2)q} + 1)^2}{1+(1-\gamma^2)q}, \quad (2.122)$$

где $q = p^2 = \text{tg}^2 \alpha$.

Очевидно, годограф будет иметь одинаковую форму для волн PS и SP и обладает симметрией по обе стороны от источника, т. е. $t(l)$ — четная функция. Точке $l=0$ соответствует

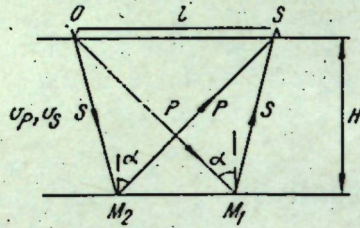


Рис. 2.11. Лучевая схема образования волн PS и SP .

минимум. Отметим, что в квадратичных координатах первая производная $d\theta/d\lambda$ в начале координат не равна нулю. Вычисления дают

$$\frac{dt^2}{d\lambda} = \frac{d\theta}{d\lambda} \Big|_{l=0} = \frac{\gamma}{v_s^2} = \frac{1}{v_s v_p}. \quad (2.123)$$

Не равна нулю также производная

$$\frac{dl}{dt^2} \Big|_{l=0} = \frac{\gamma}{2(1+\gamma)v_s H}.$$

Годограф обменной волны имеет асимптоту, уравнение которой записывается в виде

$$t = \frac{1}{v_p} \left(\frac{H \sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma} + l \right). \quad (2.124)$$

Таким образом, наклон годографа на бесконечности будет таким же, что и для монотипной продольной волны.

Кажущаяся скорость на годографе

$$v_h = \frac{dl}{dt} = \frac{v_p \sqrt{1+p^2}}{p} = \frac{v_p}{\sin \alpha}.$$

Это выражение совпадает с соответствующим выражением для продольной волны. Но если в продольной волне заданная кажущаяся скорость относится к расстоянию $l = 2pH$, то в обменной — к расстоянию $l \cong (1+\gamma)pH$. Отсюда следует, что в обменной волне годограф быстрее выходит на асимптоту, чем в монотипной.

Представленное в параметрическом виде уравнение годографа затруднительно использовать в качестве аппроксимирующей временной функции, в частности при решении обратной задачи способом эффективных параметров для неоднородных слоистых либо непрерывных сред. Поэтому важно иметь приближенные выражения для уравнения годографа. Прежде всего воспользуемся разложением в ряд Маклорена.

Ограничиваясь тремя членами, получим

$$t = t_0 \left[1 + \frac{\gamma}{2(1+\gamma)^2} \cdot \frac{l^2}{H^2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{\gamma[1+\gamma^2-\gamma(1-\gamma^2)]}{(1+\gamma)^5} \cdot \frac{l^4}{H^4} + \dots \right]. \quad (2.125)$$

Аналогично для t^2

$$t^2 = t_0^2 \left[1 + \frac{\gamma}{(1+\gamma)^2} \cdot \frac{l^2}{H^2} - \frac{\gamma(1-2\gamma+\gamma^3)}{4(1+\gamma)^5} \cdot \frac{l^4}{H^4} + \dots \right], \quad (2.126)$$

где

$$t_0 = \frac{H(1+\gamma)}{v_s} = \frac{H(1+\gamma)}{\gamma v_p}.$$

Представляет интерес дать приближенные представления годографа на основе соотношения тангенсов.

Закон Снеллиуса в данном случае записывается в виде

$$\text{tg } \beta = \frac{\gamma \text{tg } \alpha}{\sqrt{1+(1-\gamma^2)\text{tg}^2 \alpha}} = \gamma \mu \text{tg } \alpha.$$

Параметрическое уравнение годографа:

$$l = H(1+\gamma \mu) \text{tg } \alpha;$$

$$t = \frac{H}{v_s} (\gamma \sqrt{1+\text{tg}^2 \alpha} + \sqrt{1+\gamma^2 \mu^2 \text{tg}^2 \alpha}).$$

Исключим отсюда параметр $\text{tg } \alpha$, полагая μ пока за особый параметр, не зависящий от α .

Тогда

$$t = \frac{1}{v_s(1+\gamma \mu)} [\gamma \sqrt{l^2 + (1+\gamma \mu)^2 H^2} + \sqrt{\gamma^2 \mu^2 l^2 + (1+\gamma \mu)^2 H^2}]. \quad (2.127)$$

Точность этой формулы будет зависеть от того, с какой погрешностью вычисляется параметр μ . Вычисление его с наперед заданной точностью осуществляется следующим образом. В первом приближении полагаем, что $\mu_1 = 1$. Тогда

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{l}{(1+\gamma)H}.$$

Подставляя в выражение для μ , получим

$$\mu_2 = \frac{(1+\gamma)H}{\sqrt{(1-\gamma^2)l^2 + (1+\gamma)^2 H^2}}. \quad (2.128)$$

Повторяя аналогичные операции, найдем для третьего приближения

$$\mu_3 = \frac{H[\gamma(1+\gamma)H + \sqrt{(1-\gamma^2)l^2 + (1+\gamma)H^2}]}{\sqrt{H^2[\gamma(1+\gamma)H + \sqrt{(1-\gamma^2)l^2 + (1+\gamma)H^2}]^2 + (1-\gamma^2)l^2[(1-\gamma^2)l^2 + (1+\gamma)H^2]}} \quad (2.128')$$

Расчеты показали (Пузырев, 1962), что второе приближение для μ обеспечивает надлежащую точность для $l \leq 2H$, а первое приближение — для $l \leq H$.

Формулы в первом и втором приближениях имеют вид

$$t' = \frac{1}{(1+\gamma)v_S} [\gamma \sqrt{l^2 + (1+\gamma^2)H^2} + \sqrt{\gamma^2 l^2 + (1+\gamma)^2 H^2}]; \quad (2.127')$$

$$t'' = \frac{\gamma \sqrt{l^2 L^2 + [L + \gamma(1+\gamma)H]^2 H^2} + H \sqrt{\gamma^2 (1+\gamma)^2 l^2 + [L + \gamma(1+\gamma)H]^2}}{v_S [L + \gamma(1+\gamma)H]}, \quad (2.127'')$$

где $L = \sqrt{(1-\gamma^2)l^2 + (1+\gamma)^2 H^2}$.

Отметим, что первое приближение $\mu=1$ обеспечивает, как правило, такую же точность, как разложение в ряд Маклорена с тремя членами.

Приведенные приближенные выражения в принципе могут быть использованы для выбора аппроксимирующей временной функции.

2.5.2. Неоднородная по вертикали среда. Уравнение годографа обменной волны в случае слоисто-однородной среды записывается в виде (Берзон и др., 1966):

$$l = \sum_{h=1}^n \frac{\rho h_k v_{Ph}}{\sqrt{1 - \rho^2 v_{Ph}^2}} + \sum_{h=1}^n \frac{\rho h_k v_{Sh}}{\sqrt{1 - \rho^2 v_{Sh}^2}}; \quad (2.129)$$

$$t = \sum_{h=1}^n \frac{h_k}{v_{Ph} \sqrt{1 - \rho^2 v_{Ph}^2}} + \sum_{h=1}^n \frac{h_k}{v_{Sh} \sqrt{1 - \rho^2 v_{Sh}^2}}; \quad (2.130)$$

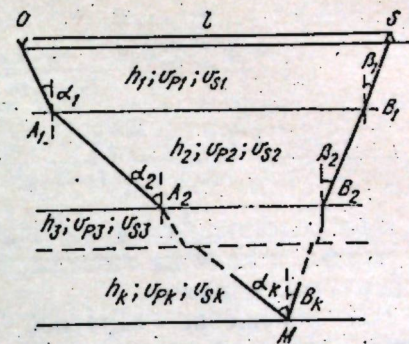
где $\rho = \frac{\sin \alpha_h}{v_{Ph}} = \frac{\sin \beta_h}{v_{Sh}}$ (рис. 2.12).

Соответственно для непрерывной среды (Берзон и др., 1966)

$$l = \int_0^H \frac{\rho v_P(z) dz}{\sqrt{1 - \rho^2 v_P^2(z)}} + \int_0^H \frac{\rho v_S(z) dz}{\sqrt{1 - \rho^2 v_S^2(z)}}; \quad (2.129')$$

$$t = \int_0^H \frac{dz}{v_P(z) \sqrt{1 - \rho^2 v_P^2(z)}} + \int_0^H \frac{dz}{v_S(z) \sqrt{1 - \rho^2 v_S^2(z)}}. \quad (2.130')$$

Рис. 2.12. Лучевая схема образования волны PS в горизонтально-слоистой среде.



Как и в случае монотипной волны, параметр ρ численно равен обратной величине кажущейся скорости на годографе. Отсюда с учетом уравнения асимптоты волны PS для однородной среды (2.124) следует, что по мере увеличения l кажущаяся скорость на годографе PS стремится к максимальной скорости волны P в слоях.

Из непосредственного рассмотрения приведенных уравнений следует, что функция $t(l)$ четная и при $l=0$ будет отмечаться экстремум — минимум — годографа.

Представление годографа в виде ряда Маклорена по степеням l/H имеет следующий вид:

$$t = t_0 \left[1 + \frac{\gamma_m \omega_{1P}}{2(1+\gamma_m)(1+\bar{\gamma})} \cdot \frac{l^2}{H^2} - \frac{\gamma_m(1+\bar{\gamma}^3) \omega_{1P} \omega_{2P}^2}{8(1+\gamma_m)(1+\bar{\gamma})^4} \cdot \frac{l^4}{H^4} + \dots \right], \quad (2.131)$$

где $t_0 = H \left(\frac{1}{v_{mP}} + \frac{1}{v_{mS}} \right)$;

$\frac{v_{mP}}{v_P}, \frac{v_{mS}}{v_S}$ — средние скорости по продольной и поперечной волнам; $\bar{v}_P, \bar{v}_S, \tilde{v}_P, \tilde{v}_S$ — средневзвешенные скорости соответственно первого и третьего порядков, т. е.

$$\bar{v} = \frac{1}{H} \sum h_k v_k; \quad \tilde{v} = \left(\frac{1}{H} \sum h_k v_k^3 \right)^{1/3};$$

соответственно для продольных и поперечных волн

$$\gamma_m = \frac{v_{mS}}{v_{mP}}; \quad \bar{\gamma} = \frac{\bar{v}_S}{\bar{v}_P}; \quad \tilde{\gamma} = \frac{\tilde{v}_S}{\tilde{v}_P};$$

$$\omega_{1P} = \frac{v_{mP}}{\bar{v}_P}; \quad \omega_{2P} = \frac{\tilde{v}_P}{\bar{v}_P}.$$

Если отношение скоростей поперечных и продольных волн во всех слоях одно и то же, равное γ , то

$$t = t_0 \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma \omega_{1P}}{(1+\gamma)^2} \cdot \frac{l^2}{H^2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{\gamma(1+\gamma^3) \omega_{1P} \omega_{2P}^2}{(1+\gamma)^5} \cdot \frac{l^4}{H^4} + \dots \right]. \quad (2.131')$$

Нетрудно убедиться, что при $\gamma=1$ получим уравнение годографа монотипной волны (2.7), приведенное в начале данной главы.

В квадратичных координатах уравнение годографа имеет вид

$$l^2 = l_0^2 \left[1 + \frac{\gamma_m \omega_{1P}}{(1 + \gamma_m)(1 + \bar{\gamma})} \cdot \frac{l^2}{H^2} - \frac{1}{4} \times \right. \\ \left. \times \frac{\gamma_m \omega_{1P} [(1 + \gamma^3)(1 + \gamma_m) \omega_{2P}^3 - \gamma_m (1 + \bar{\gamma})^2 \omega_{1P}] \cdot l^4}{(1 + \gamma_m)^2 (1 + \bar{\gamma})^4} \cdot \frac{l^4}{H^4} + \dots \right]. \quad (2.132)$$

Не представляет труда написать приближенное уравнение годографа, исходя из соотношения тангенсов, но на этом мы не будем останавливаться.

2.5.3. Решение обратной задачи в дифференциальной форме (однородная среда). Присоединим к уравнениям (2.120) и (2.121) выражение для производной

$$\eta = \frac{dt}{dl} = \frac{p\gamma}{v_s \sqrt{1 + p^2}}. \quad (2.133)$$

Совместно они образуют систему, достаточную, после исключения параметра p , для определения двух параметров среды, например H и γ при известном v_p . Подставляя значение p из последнего равенства в (2.120) и (2.121), получим

$$\left. \begin{aligned} l &= v_s \eta H \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_s^2 \eta^2}} + \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 - v_s^2 \eta^2}} \right); \\ t &= \frac{H}{v_s} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_s^2 \eta^2}} + \frac{\gamma^2}{\sqrt{\gamma^2 - v_s^2 \eta^2}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2.134)$$

Исключение H приводит к следующему соотношению:

$$\frac{v_s \sqrt{1 - v_s^2 \eta^2}}{l - v_s^2 \eta t} + \frac{v_p \sqrt{1 - v_p^2 \eta^2}}{l - v_p^2 \eta t} = 0.$$

Обращает на себя внимание одинаковая структура обоих слагаемых. Полагая второе слагаемое, зависящее от v_p и параметров годографа, известным, получим для нахождения v_s следующее биквадратное уравнение:

$$\eta^2 [v_p^2 t^2 (1 - v_p^2 \eta^2) + (l - v_p^2 \eta t)^2] v_s^4 - [2v_p^2 l t \eta (1 - v_p^2 \eta^2) + \\ + (l - v_p^2 \eta t)^2] v_s^2 + l^2 v_p^2 (1 - v_p^2 \eta^2) = 0. \quad (2.135)$$

После нахождения v_s величина H при заданном v_p определяется по любому из уравнений (2.134).

Проведенное решение обратной задачи не является полным, так как полагалось, что один из параметров, в частности v_p , известен. Но в рамках обычного подхода, когда заданы координаты годографа (l, t) и дифференциальный элемент первого порядка, нельзя ставить задачу о нахождении трех параметров среды. Для этого необходимо привлечение дополнительной информации. Наиболее естественно, с теоретических позиций,

привлечь дифференциальный элемент второго порядка, т. е. присоединить к ранее указанным трем соотношениям четвертое:

$$\frac{d^2 t}{dl^2} = \frac{\gamma [1 + (1 - \gamma^2) p^2]}{H v_s (1 + p^2)^{3/2} \{ [1 + (1 - \gamma^2) p^2]^{3/2} + \gamma \}}, \quad (2.136)$$

или после подстановки p из (2.133)

$$\frac{d^2 t}{dl^2} = \frac{1}{\gamma v_s H} \cdot \frac{(1 - v_s^2 \eta^2)(\gamma^2 - v_s^2 \eta^2)^2}{\gamma^2 (1 - v_s^2 \eta^2)^{3/2} + (\gamma^2 - v_s^2 \eta^2)^{3/2}}. \quad (2.136')$$

Теперь из системы уравнений (2.134) — (2.136') определяют все три параметра среды — H, v_s, v_p . Такое решение, безусловно, интересно при теоретических исследованиях, но практически, как известно, определение второй производной по экспериментальным данным представляет собой не очень простую задачу.

Второй путь решения полной задачи основывается на том, что обменные волны PS , как правило, регистрируются совместно с PP , так как без этого затруднительны их отождествление и корреляция. Поэтому вполне реально допустить, что наряду с дифференциальным элементом волны PS известно также время вступления продольной волны на расстоянии l от источника. Тогда для нахождения H, v_s и γ будем иметь полную систему:

$$\left. \begin{aligned} l &= v_s \eta H \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_s^2 \eta^2}} + \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 - v_s^2 \eta^2}} \right); \\ v_s t_{PS} &= H \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_s^2 \eta^2}} + \frac{\gamma^2}{\sqrt{\gamma^2 - v_s^2 \eta^2}} \right); \\ v_s^2 t_{PP}^2 &= \gamma^2 (l^2 + 4H^2). \end{aligned} \right\} \quad (2.137)$$

Решение этой системы не представляет трудностей при использовании методов вычислительной математики.

В работе Н. Н. Пузырева (19756) указан еще один путь — дополнительно привлекается время вступления волны PS при $l=0$. Параметры v_s и γ определяются в этом случае из следующей системы нелинейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} l &= \frac{\eta v_s^2 t_0 (\sqrt{1 - v_s^2 \eta^2} + \sqrt{\gamma^2 - v_s^2 \eta^2})}{(1 + \gamma) \sqrt{1 - v_s^2 \eta^2} \cdot \sqrt{\gamma^2 - v_s^2 \eta^2}}; \\ t &= \frac{t_0 (\gamma^2 \sqrt{1 - v_s^2 \eta^2} + \sqrt{\gamma^2 - v_s^2 \eta^2})}{(1 + \gamma) \sqrt{1 - v_s^2 \eta^2} \cdot \sqrt{\gamma^2 - v_s^2 \eta^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.138)$$

Заметим, что такое решение задачи в принципе уже не является в полном смысле дифференциальным.

2.5.4. Вычисление дифференциальных эффективных параметров. Приведенные формулы пригодны для вычисления

эффективных параметров для любой неоднородной среды с заданными функциями $v_P(z)$ и $v_S(z)$, если использовать приведенное выше уравнение годографа волны PS в параметрической форме. Этот путь в принципе ясен, и мы не будем рассматривать вопросы чисто вычислительного характера. Но при этом строгом подходе трудно рассчитывать на выяснение достаточно общих закономерностей, во всяком случае без большого объема численного моделирования. Поэтому попытаемся упростить задачу, ограничившись рассмотрением сравнительно близкой области от источника, когда при представлении годографа для однородной среды допустимо ограничиться двумя членами разложения в ряд Маклорена, т. е.

$$t = \frac{H(v_P + v_S)}{v_P v_S} + \frac{l^2}{2(v_P + v_S)H}. \quad (2.125')$$

Или в квадратичных координатах

$$t^2 = \frac{H^2(v_P + v_S)^2}{v_P^2 v_S^2} + \frac{l^2}{v_P v_S}. \quad (2.126')$$

Ограничимся пока традиционным подходом, когда задан элемент первого порядка и, следовательно, ставится задача нахождения H_e и v_{Se} при заданном v_P .

Дифференцируя (2.125'), получим

$$\eta = \frac{dt}{dl} = \frac{l}{H(v_P + v_S)}.$$

Откуда

$$v_{Se} = \frac{l}{v_P \eta \left(t - \frac{1}{2} \eta l \right)}; \quad (2.139)$$

$$H_e = \frac{v_P l \left(t - \frac{1}{2} \eta l \right)}{\eta v_P^2 \left(t - \frac{1}{2} \eta l \right) + l}. \quad (2.140)$$

Предельные значения при $l=0$

$$v_{Se0} = \frac{1}{v_P t_0 \left(\frac{d^2 t}{dl^2} \right)_0}; \quad (2.139')$$

$$H_{e0} = \frac{v_P t_0}{1 + v_P^2 t_0 \left(\frac{d^2 t}{dl^2} \right)_0}. \quad (2.140')$$

Аналогичное решение в квадратичных координатах согласно представлению (2.126'):

$$v_{Se} = \frac{1}{\delta v_P}; \quad (2.139'')$$

$$H_e = \frac{v_P \sqrt{\delta - \delta \lambda}}{1 + \delta v_P^2}, \quad (2.140'')$$

где

$$\lambda = l^2; \quad \theta = t^2; \quad \delta = \frac{d\theta}{d\lambda}.$$

Переход к предельным значениям в данном случае не требует раскрытия неопределенностей.

Применим полученные формулы к неоднородной по z среде. При этом в целях краткости ограничимся только вычислением предельных параметров ($l=0$). Используя разложение (2.131'), найдем

$$\left(\frac{d^2 t}{dl^2} \right)_0 = \frac{t_0 \gamma_m \omega_{1P}}{(1 + \gamma_m)(1 + \bar{\gamma})H^2}.$$

Подставляя в (2.139') и (2.140') и имея в виду, что v_P следует придать смысл предельной эффективной скорости для продольных волн, получим следующее выражение для эффективной скорости поперечной волны

$$v_{Se0} = \frac{v_{mS}(1 + \bar{\gamma})}{1 + \gamma_m} \sqrt{\frac{\bar{v}_P}{v_{mP}}}. \quad (2.141)$$

Соответственно для предельного значения глубины:

$$H_{e0} = H \frac{(1 + \gamma_m)(1 + \bar{\gamma})}{1 + 2\gamma_m + \gamma_m \bar{\gamma}} \sqrt{\frac{\bar{v}_P}{v_{mP}}}. \quad (2.142)$$

Если соотношение скоростей поперечных и продольных волн во всех слоях одинаково, то формулы приобретают весьма простой вид:

$$v_{Se0} = \sqrt{v_{mS} \bar{v}_S}; \quad H_{e0} = H \sqrt{\frac{\bar{v}_P}{v_{mP}}} = H \sqrt{\frac{\bar{v}_S}{v_{mS}}}.$$

Эти последние формулы по конструкции совпадают с таковыми для монотипных волн.

Как видно из формул (2.141) — (2.142), отличие вычисленной эффективной скорости v_{Se0} по волне PS (или SP) будет существенно зависеть от соотношения скоростей в пластах.

Рассмотрим еще решение с привлечением времени t_{PP} . Целесообразно проводить расчеты в квадратичных координатах. Используя разложение (2.126') и присоединяя выражение для времени волны PP , запишем систему трех уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{PS} &= \frac{H^2(v_P + v_S)^2}{v_P^2 v_S^2} + \frac{\lambda}{v_P v_S}; \\ \delta &= \frac{d\theta_{PS}}{d\lambda} = \frac{1}{v_P v_S}; \\ \theta_{PP} &= \frac{4H^2}{v_P^2} + \frac{\lambda}{v_P^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.143)$$

Исключение v_P и H приводит к следующему уравнению для v_S :

$$4\delta^2(\theta_{PS} - \delta\lambda)v_S^4 = (\theta_{PP} - \delta^2\lambda v_S^2)(1 + \delta v_S^2)^2. \quad (2.144)$$

Решение этого бикубического уравнения позволяет найти величину v_S . Остальные параметры находятся элементарно:

$$v_P = \frac{1}{\delta v_S}; \quad H^2 = \frac{1}{4}(v_P^2 \theta_{PP} - \lambda).$$

При $\lambda=0$ получим простые формулы для предельных эффективных параметров:

$$v_{Se0}^2 = \frac{t_{PP}}{\delta(2t_{PS} - t_{PP})}; \quad (2.145)$$

$$v_{Pe0}^2 = \frac{2t_{PS} - t_{PP}}{\delta t_{PP}}; \quad (2.146)$$

$$H_{e0}^2 = \frac{1}{4} v_{Pe0}^2 t_{PP} = \frac{(2t_{PS} - t_{PP}) t_{PP}}{4\delta}. \quad (2.147)$$

Применим последние три формулы для неоднородной по z среды, используя разложение (2.125') с двумя первыми членами. Получим окончательно:

$$v_{Se0}^2 = \frac{v_{mS}^2(1 + \bar{\gamma})}{1 + \gamma_m} \cdot \frac{\bar{v}_P}{v_{mP}}; \quad (2.145')$$

$$v_{Pe0}^2 = v_{mP} \bar{v}_P \frac{1 + \bar{\gamma}}{1 + \gamma_m}; \quad (2.146')$$

$$H_{e0}^2 = H^2 \frac{(1 + \bar{\gamma}) \bar{v}_P}{(1 + \gamma_m) v_{mP}}. \quad (2.147')$$

Сравним значения предельных эффективных параметров, определенных по обменной и монотипной волнам. Используя ранее полученные зависимости

$$(v_{Pe0})_{\text{мон}} = v_{mP} \bar{v}_P; \quad (v_{Se0})_{\text{мон}} = v_{mS} \bar{v}_S; \quad H_{e0}^2 = H^2 \frac{\bar{v}}{v_m}$$

и образуя отношения, найдем

$$\frac{(v_{Pe0})_{\text{обм}}}{(v_{Pe0})_{\text{мон}}} = \sqrt{\frac{1 + \bar{\gamma}}{1 + \gamma_m}}; \quad (2.148)$$

$$\frac{(v_{Se0})_{\text{обм}}}{(v_{Se0})_{\text{мон}}} = \sqrt{\frac{\gamma_m(1 + \bar{\gamma})}{\bar{\gamma}(1 + \gamma_m)}}; \quad (2.149)$$

$$\frac{(H_{e0})_{\text{обм}}}{(H_{e0})_{\text{мон}}} = \sqrt{\frac{1 + \bar{\gamma}}{1 + \gamma_m}}. \quad (2.150)$$

Как известно (Берзон и др., 1966; Недашковский и др., 1962; Поперечные и обменные волны..., 1967), дифференциация

скоростей по поперечным волнам, как правило, больше, чем по продольным. Следовательно, согласно изложенному в § 2.1,

$$\frac{\bar{v}_P}{v_{mP}} < \frac{\bar{v}_S}{v_{mS}}.$$

Это неравенство можно записать по-другому:

$$\frac{v_{mS}}{v_{mP}} < \frac{\bar{v}_S}{\bar{v}_P}, \quad \text{т. е. } \gamma_m < \bar{\gamma}.$$

Таким образом, приходим к выводу, что по обменным волнам оценка эффективной скорости v_{Pe0} будет больше, чем по монотипной волне. Аналогичная зависимость имеет место в отношении глубины. Что касается эффективной скорости v_{Se0} , то по обменной волне получим несколько заниженное значение скорости, чем по монотипной.

В работе И. С. Берзона и др. (1966) предложено определить так называемую фиктивную скорость волны, PS , используя выражение (2.54') для эффективной скорости монотипной волны. Такая операция имеет определенный смысл при совместной обработке данных по обоим типам волн, когда природа обменной волны еще не вполне выяснена. В связи с этим имеет смысл дать оценку величине фиктивной скорости для неоднородной среды. Ограничиваясь предельным значением $l=0$, получим окончательно:

$$v_{PS(0)} = \sqrt{\frac{(1 + \bar{\gamma}) \bar{v}_P v_{mS}}{1 + \gamma_m}}. \quad (2.151)$$

2.5.5. О вычислении интегральных эффективных параметров для обменных волн. Наиболее важным вопросом в этой проблеме является рациональный подход к автономной обработке годографов волн PS . Из рассмотрения формул (2.125) — (2.126) следует, что третий член разложения будет иметь достаточно большую величину только при $l/H > 1$. Простые расчеты показывают, что для сред с умеренной дифференциацией и $\gamma \approx 0,4 \div 0,5$ величина третьего члена имеет порядок $0,01 t_0 \cdot l^4/H^4$, что может заметно превышать величину погрешностей измерений. Учитывая еще то обстоятельство, что обменные волны PS часто наиболее отчетливо регистрируются на достаточно больших расстояниях от источника (Берзон и др., 1966; Недашковский и др., 1962; Поперечные и обменные волны..., 1967), можно заключить, что в случае протяженных годографов целесообразно вести автономное определение трех параметров (v_P , v_S , H). Для этого, в частности, можно пользоваться программами, указанными в работе И. С. Берзон и др. (1966). При $l < H$ по годографу волны PS целесообразно вычислять только два параметра. Отметим, что критерием числа определяемых параметров является степень отклонения годографа, построенного в ква-

дратичных координатах (l^2, t^2) от прямой. Как следует из (2.126), отклонение от прямой будет отражать влияние третьего и последующего членов разложения.

Для сравнительно коротких годографов уравнение (2.126) можно написать в виде линейного соотношения

$$\theta = M + N\lambda,$$

где

$$M = \frac{H^2 (v_P + v_S)^2}{v_P^2 v_S^2}; \quad N = \frac{1}{v_P v_S}.$$

Нахождение величин M и N по способу наименьших квадратов производится по формулам типа (2.90).

При известном значении v_P

$$v_{Se} = \frac{1}{N v_P}; \quad H_e = \frac{v_P \sqrt{M}}{1 + N v_P^2}.$$

Безусловно, весьма необходима разработка способов определения всех параметров среды при совместном рассмотрении годографов монотипных (PP , SS) и обменных (PS , SP) волн.

ВРЕМЕННЫЕ ПОЛЯ И ГОДОГРАФЫ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН В ДВУХМЕРНЫХ СРЕДАХ

§ 3.1. ВРЕМЕННЫЕ ПОЛЯ МОНОТИПНЫХ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН ДЛЯ СРЕД С ОДНОЙ НАКЛОННОЙ ГРАНИЦЕЙ В СЛУЧАЕ ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

В настоящее время модель с одной плоской наклонной границей и однородной средой над ней является основной аппроксимирующей моделью при решении локальных обратных задач, использующих аппарат теории годографов. Эта модель в равной степени играет большую роль и при использовании более общего аппарата временных полей. В связи с этим представляется важным с необходимой детальностью изучить главнейшие особенности обобщенных и частных временных полей различных типов для простейшей среды. Кроме того, на примере данной модели представляется возможным в аналитической форме выяснить связи между полями и годографами и тем самым лучше понять естественную необходимость введения более общего аппарата кинематики отраженных волн.

3.1.1. Локальные временные поля и годографы. В данном разделе в кратком виде напомним основные положения теории годографов для рассматриваемой модели среды с тем, чтобы обеспечить необходимую преемственность между старым и новым подходами.

Важнейшим понятием в кинематике волн является временное поле при фиксированном источнике колебаний. Теория таких полей, в том числе для отраженных волн, развита Ю. В. Ризниченко (19466). Как отмечалось в гл. 1, временные поля данного типа будем в дальнейшем называть **локальными временными полями** нулевого порядка. Они дают описание картины времен распространения данной волны во всем пространстве, где физически существует волна. Для отраженной волны в случае $\varphi = \text{const}$ и $v = \text{const}$ аналитическое выражение локального временного поля в двухмерном случае имеет вид

$$(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 = v^2 t^2, \quad (3.1)$$

где x_0, z_0 — координаты мнимого источника.

Если ось x направить по падению и обозначить через H глубину по нормали к границе в точке источника (рис. 3.1), то

$$x_0 = -2H \sin \varphi; \quad z_0 = 2H \cos \varphi.$$

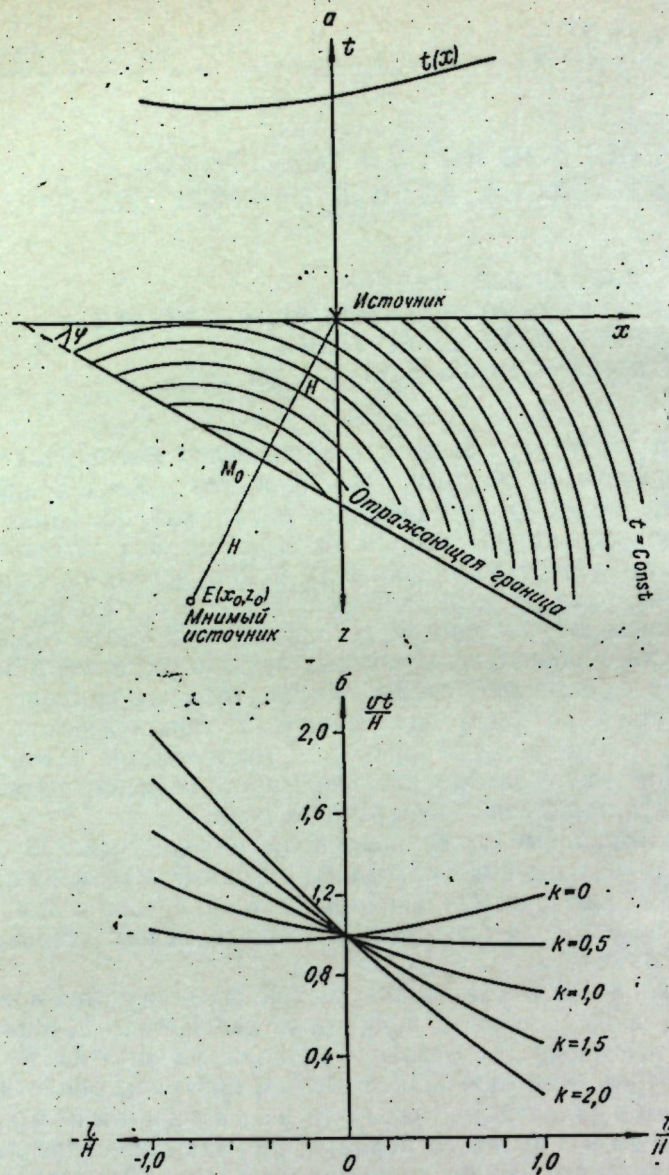


Рис. 3.1: Локальное временное поле и годографы для плоской отражающей границы и однородной среды.
а — локальное поле (внизу) и годограф $t(x)$ без редукиции; б — редуцированные годографы для различных значений $k = v/v_0$.

Локальное временное поле изображено на рис. 3.1, а. Линии $t = \text{const}$ представляют собой дуги окружностей, проведенных из общего центра $E(x_0, z_0)$ радиусами $R = vt$. Минимальный радиус равен значению H , предельный в направлении восстания $-H/\sin \varphi$. В направлении падения ограничения не существует.

Согласно Ю. В. Ризниченко (19466), распределение времени вдоль произвольной линии $L(x, z)$ либо $L(s)$, где s — длина дуги кривой, называется годографом. Как правило, линия наблюдений совпадает с осью x либо приводится к ней путем введения коррекций. В этом случае уравнение годографа имеет простой вид (Гамбурцев, 1959)

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2}, \quad (3.2)$$

где через l обозначено расстояние между источником и приемником.

В направлении восстания l либо φ считается отрицательным, и перед вторым членом под корнем будет знак минус.

Координаты минимума годографа

$$l_{\min} = -2H \sin \varphi; \quad t_{\min} = \frac{2H}{v} \cos \varphi.$$

Реально минимум существует только при $\varphi \leq 45^\circ$. Значение времени и трех производных при $l=0$:

$$t_0 = \frac{2H}{v}; \quad \frac{dt}{dl} = \frac{\sin \varphi}{v};$$

$$\frac{d^2 t}{dl^2} = \frac{\cos^2 \varphi}{2vH}; \quad \frac{d^3 t}{dl^3} = -\frac{3 \sin \varphi}{4vH^2}.$$

Кажущаяся скорость в произвольной точке годографа

$$v_k = \frac{v^2 t}{l + 2H \sin \varphi}.$$

Вдоль самой отражающей границы годограф имеет вид

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{r^2 + H^2},$$

где начало координат совмещено с точкой M_0 (см. рис. 3.1, а), а расстояния r отсчитываются вдоль границы.

Если источник находится на некотором расстоянии $z = z_1$ от линии наблюдений (взрыв в скважине), то уравнение локального поля будет иметь тот же вид, но вместо величины H следует подставить $H_1 = H - z_1 \cos \varphi$. Уравнение годографа вдоль линии наблюдений (Пузырев, 1959) имеет в этом случае вид

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(l + 2H \sin \varphi - z_1 \sin 2\varphi)^2 + (2H \cos \varphi - z_1 \cos 2\varphi)^2}. \quad (3.3)$$

В частном случае горизонтального залегания

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4\left(H - \frac{1}{2} z_1\right)^2}. \quad (3.3')$$

В последнее время при глубинном сейсмическом зондировании широко используются так называемые редуцированные годографы для волн различных типов, в том числе отраженных.

Способ представления состоит в том, что по оси ординат откладывается величина $t-l/v_0$, где v_0 — скорость редуцирования. Вводя обозначение $t-l/v_0=t_r$, запишем уравнение редуцированного годографа для плоской границы и $v=\text{const}$ в виде

$$t_r = \frac{1}{v} (\sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2} - kl), \quad (3.2')$$

где $k = \frac{v}{v_0}$.

Общий вид редуцированных годографов изображен на рис. 3.1, б для ряда значений k . Значение $k=0$ соответствует обычному годографу.

Очевидно, $t_{0r}=t_0$.

Абсцисса минимума редуцированного годографа определяется выражением

$$l_{r \min} = -2H \sin \varphi \left(1 - \frac{k \operatorname{ctg} \varphi}{\sqrt{1-k^2}} \right).$$

По мере увеличения k минимум сдвигается в сторону источника, совпадая с последним при $k = \sin \varphi$ ($v_0 = \frac{v}{\sin \varphi}$). При дальнейшем увеличении k минимум переходит в сторону положительных l и может существовать только для $k < 1$.

Чем больше значение k , тем в меньших пределах будет изменяться кажущаяся скорость редуцированного годографа, что непосредственно следует из выражения

$$\frac{1}{v_{kr}} = \frac{1}{v_k} - \frac{1}{v_0},$$

где v_{kr} — кажущаяся скорость редуцированного годографа.

Это важное свойство может быть использовано для целей более эффективного выделения сигналов на фоне помех при обработке одиночных годографов.

Заметим, что в принципе редуцирование годографов можно осуществить и другими способами, на чем мы здесь не останавливаемся.

В последнее время большое распространение получила методика многократных перекрытий с весьма плотным расположением источников и приемников вдоль линии наблюдений. Это дало возможность рассматривать и строить по экспериментальным данным разнообразные графики зависимости времени от координат (Мешбей, 1973). Обычный годограф вида (3.2) получил название годографа ОТВ (общая точка взрыва). Если закрепляется приемник, а источник передвигается, то соответствующий график называется годографом ОТП (общая точка приема). Уравнение годографа ОТП математически выражается в таком же виде, как и годографа ОТВ. Если направление источник — приемник считать ориентированным вдоль положительного

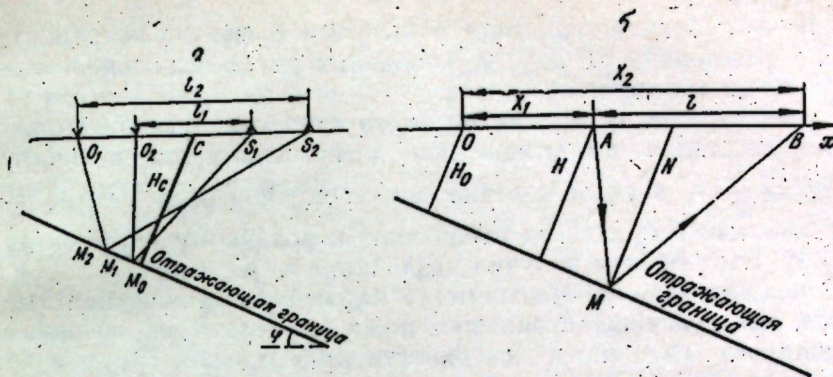


Рис. 3.2. Системы наблюдений ОГТ (а) и ОТВ (б).

направления оси l , то уравнения годографов ОТВ и ОТП будут отличаться только знаком угла φ в уравнении (3.2).

Если рассматривать систему симметричных установок с общим центром (рис. 3.2, а), то график зависимости $t(l)$ для отраженной волны, где l по-прежнему расстояние между источником и приемником, называется годографом ОГТ (общая глубинная точка). Если H_c — глубина до границы в центре установки, то уравнение годографа ОГТ выражается простой формулой

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H_c^2}. \quad (3.4)$$

При любых углах наклона годограф ОГТ представляет собой симметричную кривую. Если угол φ невелик, то годограф ОГТ практически не будет отличаться от годографа для горизонтально залегающей границы при том же значении H_c . Это существенно облегчает анализ экспериментальных данных. Как видно из рис. 3.2, точки отражения M_i в системе с симметричными расстановками перемещаются в направлении восстания границы по мере увеличения l . Величина смещения ΔS по отношению к точке M_0 определяется выражением (Пузырев, 1959)

$$\Delta S = \frac{l^2}{8H_c} \sin 2\varphi. \quad (3.5)$$

В случае $\varphi=0$, $\Delta S=0$, что и явилось основанием применить к методу симметричных расстановок термин «общая глубинная точка». При углах φ до 30° и $l \leq H_c$ величина ΔS будет составлять приблизительно $0,1 H_c$ и менее.

Результаты интерпретации в первую очередь представляются в виде временных разрезов. Для рассматриваемой простейшей модели $\varphi=\text{const}$, $v=\text{const}$ временной разрез будет представлять собой прямую линию

$$t_0 = \frac{2H_0}{v} + \frac{2X}{v} \sin \varphi,$$

где H_0 — глубина по нормали в выбранной системе координат;
 X — расстояние от начала координат до произвольной точки профиля.

Точка отражения M_0 центрального луча сдвинута в направлении восстания по отношению к источнику на величину $H \sin \varphi = \frac{1}{2} v t_0 \cdot \sin \varphi$, вследствие чего временной разрез не обладает полным подобием по отношению к реальному глубинному разрезу. Этот эффект получил название миграции.

В рассматриваемой модели могут наблюдаться также кратные волны, претерпевшие отражения последовательно на основной (глубинной) границе и поверхности наблюдений. Уравнение годографа ОТВ (ОТП) в направлении падения записывается в виде

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4lH \frac{\sin^2 n\varphi}{\sin \varphi} + 4H^2 \frac{\sin^2 n\varphi}{\sin^2 \varphi}} = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4lH_1 \sin \varphi + 4H_1^2},$$

где $H_1 = H \frac{\sin n\varphi}{\sin \varphi}$ — глубина по нормали до фиктивного отражающего горизонта, залегающего под углом $n\varphi$.

Координаты минимума годографа:

$$l_{\min} = -2H \sin n\varphi; \quad t_{\min} = \frac{2H}{v} \cdot \sin n\varphi \cdot \operatorname{ctg} \varphi.$$

Минимум может существовать только при условии

$$\sin \varphi \cdot \sin n\varphi \leq \frac{1}{2}.$$

Выражение для годографа ОГТ n -кратной волны (Мешбей, 1973):

$$t_n = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 \cos^2 n\varphi + 4H_1^2 \frac{\sin^2 n\varphi}{\sin^2 \varphi}}.$$

Временной разрез двукратной волны

$$t_{02} = \frac{4H_0}{v} \cos \varphi + \frac{2X}{v} \sin 2\varphi.$$

Таким образом, отношение градиентов временных разрезов двукратной и однократной отраженных волн равно $2 \cos \varphi$. Это означает, что при сравнительно малых углах наклона границы градиенты для кратных волн будут приблизительно в два раза больше, чем для однократных. При угле $\varphi = 60^\circ$ градиенты обоих типов волн совпадают.

Точка отражения «центрального» луча двумерной волны мигрирует по отношению к источнику в направлении восстания на величину $2H \cdot \sin \varphi$.

3.1.2. Двухмерное обобщенное поле времен.

Пусть в пространстве между плоской отражающей границей и осью x , выбранной произвольно, располагаются источники $A(x_1, z_1)$ и приемники $B(x_2, z_2)$. Обозначим через H_0 глубину до границы раздела в общем начале координат, введем мнимое изображение источника E_1 , координаты которого можно рассчитать по формулам, вытекающим из рис. 3.3:

$$\begin{cases} x_0 = x_1 - 2(H_0 + x_1 \sin \varphi - z_1 \cos \varphi) \sin \varphi; \\ z_0 = z_1 + 2(H_0 + x_1 \sin \varphi - z_1 \cos \varphi) \cos \varphi. \end{cases} \quad (3.6)$$

При этом предполагается, что $\varphi > 0$ в направлении падения отражающей границы.

Выражение для времени распространения волны между источником и приемником:

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (z_2 - z_0)^2}.$$

Подставляя значение координат мнимого источника, получим окончательно следующее выражение для функции двухмерного обобщенного поля времен $t = t(x_1, x_2, z_1, z_2)$:

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + 4(H_0 + x_1 \sin \varphi - z_1 \cos \varphi)(H_0 + x_2 \sin \varphi - z_2 \cos \varphi)}. \quad (3.7)$$

При $\varphi = 0$ получим приведенную в гл. 2 формулу (2.3).

Если источник располагается в начале координат, то полагая $x_1 = z_1 = 0$ и вводя обозначения $x_2 = x_1$, $z_2 = z_1$, $H_0 = H$, получим формулу (3.1) для локального поля нулевого порядка с соответствующими значениями координат мнимого источника. Разместив источники вдоль некоторой линии $z_1 = z_1(x_1)$, получим выражение для локального двухмерного поля первого порядка $t = t(x_1, x_2, z_2)$. В простейшем случае размещения источников на оси x ($z_1 = 0$) уравнение локального поля первого порядка имеет вид

$$v^2 t^2 = (x_2 - x_1)^2 + z_2^2 + 4(H_0 + x_1 \sin \varphi)(H_0 + x_2 \sin \varphi - z_2 \cos \varphi). \quad (3.7')$$

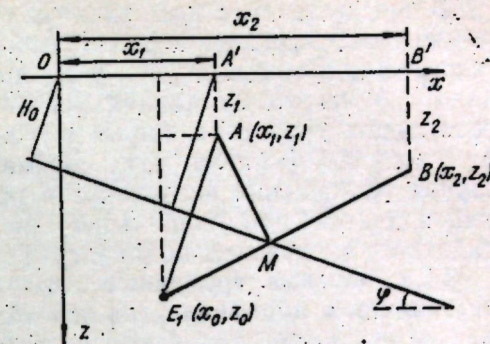


Рис. 3.3. К выводу уравнения двухмерного обобщенного поля времен $t = t(x_1, x_2, z_1, z_2)$.

В соответствии с положениями о полях времен, изложенными в гл. 1, выражение для частного поля времен (обобщенного годографа) в общем случае расположения источников и приемников на некоторых линиях легко получить на основе (3.7), если задать уравнения линий: $z_1 = z_1(x_1)$ и $z_2 = z_2(x_2)$. В результате получим функцию двух переменных: $t = t(x_1, x_2)$. Частный случай размещения источников и приемников на оси x , имеющей в дальнейшем наибольшее значение, рассматривается специально в следующем подпараграфе.

3.1.3. Частные временные поля в случае расположения источников и приемников на оси абсцисс. Полагая в (3.7) $z_1 = z_2 = 0$ и вводя новые обозначения $x_1 = X_1$, $x_2 = X_2$, получим следующее выражение для частного временного поля при указанном условии расположения источников и приемников на оси x :

$$t = t(X_1, X_2) = \frac{1}{v} \sqrt{(X_2 - X_1)^2 \cos^2 \varphi + 4 \left[H_0 + \frac{1}{2} (X_1 + X_2) \sin \varphi \right]^2}. \quad (3.8)$$

Графическое изображение этой функции приведено на рис. 3.4.

При использовании обычных годографов всегда вводится величина $l = X_2 - X_1$ — расстояние между источником и приемником. Целесообразно эту величину сохранить и в общем случае оперирования с полями времен. Если теперь отсчет времени относить к точке источника (X_1), то уравнение частного временного поля, которое можно также называть полем ОТВ в координатах (X_1, l), запишется в виде

$$t(X_1, l) = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4l(H_0 + X_1 \sin \varphi) \sin \varphi + 4(H_0 + X_1 \sin \varphi)^2}. \quad (3.9)$$

Отметим, что последнее выражение можно получить не только из общего уравнения обобщенного поля (3.7), но и из урав-

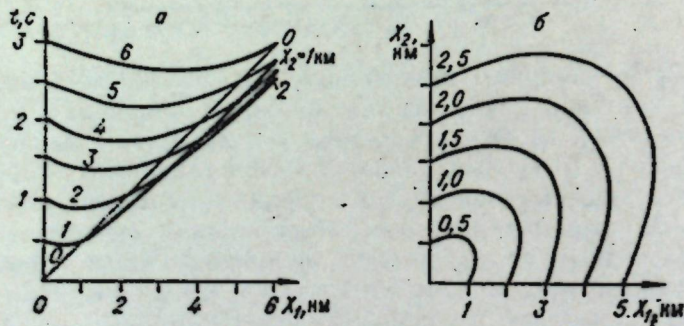


Рис. 3.4. Общий вид поля $t(X_1, X_2)$ для плоской наклонной границы в координатах (X_1, l) $X_2 = \text{const}$ (а) и (X_1, X_2) $t = \text{const}$ (б).

нения годографа ОТВ — (3.2), если в нем положить (см. рис. 3.2, б)

$$H = H_0 + X_1 \sin \varphi.$$

Графическое изображение поля $t(X_1, l)$ в координатах (X_1, l) при $l = \text{const}$ и (X_1, l) при $l = \text{const}$ приведено на рис. 3.5.

Если отсчет времени относить к точке приемника с абсциссой X_2 , то в (3.8) следует сделать замену: $X_1 = X_2 - l$ или в (3.2) положить

$$H = H_0 + (X_2 - l) \sin \varphi.$$

Тогда

$$t(X_2, l) = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4l[H_0 + (X_2 - l) \sin \varphi] \sin \varphi + 4[H_0 + (X_2 - l) \sin \varphi]^2}. \quad (3.9')$$

Это уравнение будем называть временной функцией ОТП.

Графическое изображение поля $t(X_2, l)$ в различных координатах представлено на рис. 3.6.

Наибольшее значение имеет поле $t(X, l)$, при котором точка отсчета времени относится к середине между источником и приемником. Преимущество этого вида частного поля времен состоит в том, что при его построении автоматически учитывается принцип взаимности, и поэтому нет необходимости отдельно рассматривать поля в направлениях падения и восстановления.

В качестве исходного при выводе временной функции следует прежде всего использовать уравнение годографа ОГТ (3.4), выполнив подстановку

$$H_c = H_0 + X \sin \varphi.$$

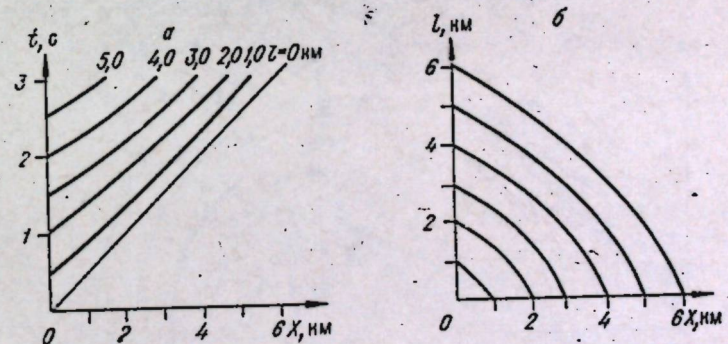


Рис. 3.5. Графическое изображение поля $t(X_1, l)$ — ОТВ в направлении падения границы в координатах (X_1, l) $t = \text{const}$ (а) и (X_1, l) $t = \text{const}$ (б).

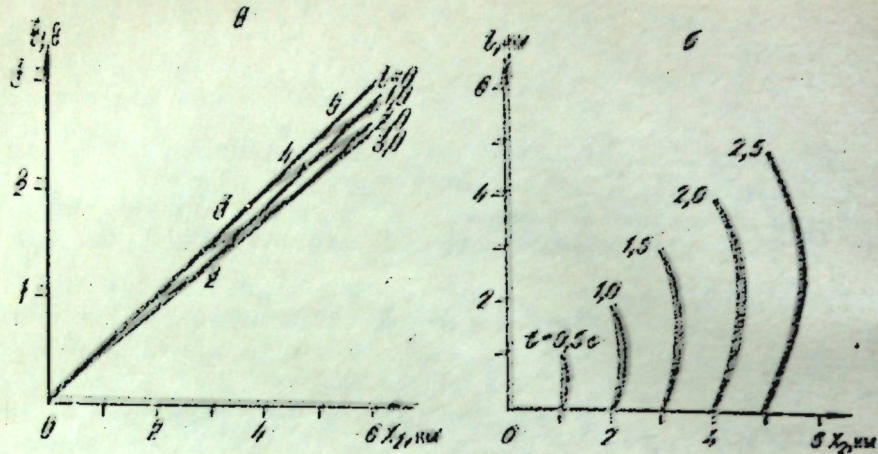


Рис. 3.6. Графическое изображение поля $t(X_2, l)$ — ОТП в направлении падений в координатах (X_2, l) : $t = \text{const}$ (а) и (X_2, l) : $t = \text{const}$ (б).

Тогда

$$t(X, l) = \frac{1}{v} \sqrt{V^2 \cos^2 \varphi + 4(H_0 + X \sin \varphi)^2}. \quad (3.10)$$

Общий вид данной функции изображен на рис. 3.7. Формула (3.10) легко выводится также из уравнения обобщенного поля времен (3.7), если положить $z_1 = z_2 = 0$; $x_1 = X - l/2$; $x_2 = X + l/2$.

Существенно отметить, что любое из представленных выше временных полей, отличающихся только системами координат, дает полное описание любого произвольного массива наблюдений в рамках рассматриваемой модели среды $v = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$. Целесообразность введения различных координат может оказаться необходимой в связи с использованием на практике различных преобразований зарегистрированных исходных волновых процессов.

Как и в случае локальных временных полей с фиксированным источником (приемником), произвольное сечение частного

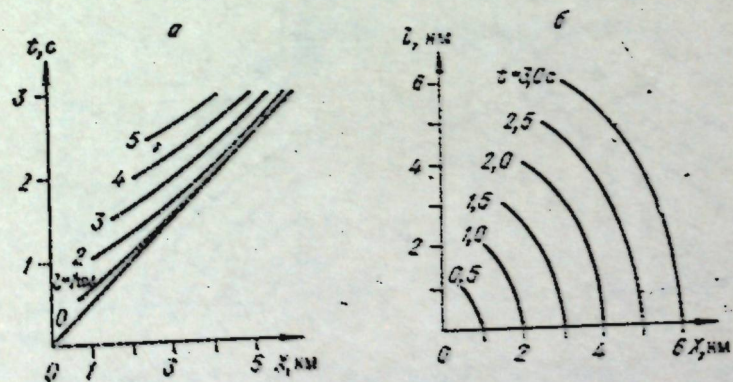


Рис. 3.7. Графическое изображение поля $t(X, l)$ в координатах (X, l) : $t = \text{const}$ (а) и (X, l) : $t = \text{const}$ (б).

временного поля любого вида также будем называть годографом. Но вместе с тем следует подчеркнуть, что между годографами локальных и частных полей в двумерных моделях имеется существенная разница, вытекающая из самой природы обоих типов полей. Дело в том, что локальное поле, как уже отмечалось в гл. 1, отображает процесс распространения волны в изучаемой среде, и по отношению к линии наблюдений оно является продолженным полем. Поэтому годограф локального поля фиксирует картину распределения времен прохода волны на заданной линии во внутренней области двумерной среды. В обобщенных полях мы отвлекаемся от процесса распространения волны в реальном пространстве заданной модели и рассматриваем двумерное пространство источников и приемников как некоторое математическое понятие. В данном случае нас интересует только зависимость времени распространения волны по линии наблюдений (реально наблюдаемого либо вычисленного путем решения прямой задачи) от величин, характеризующих положение источников и приемников. Сечение частного поля времен в общем случае представляет собой некоторую специальную частную систему расположения источников и приемников вдоль линии наблюдений. Соответственно годограф вдоль такого сечения будет некоторой зависимостью времени t от параметров частной системы наблюдений. Конкретные реализации их будут указаны ниже.

Различные типы частных временных полей в принципе могут быть построены как в результате теоретического анализа тех или иных моделей сейсмических сред, так и путем обработки экспериментальных данных.

При оперировании с сечениями таких полей всегда имеет место миграция отражающих точек, что приводит в сложных условиях к появлению неоднозначности поля. В связи с этим целесообразно в теоретическом плане рассмотреть поля, которые учитывают миграцию отражающих точек. Назовем их полями

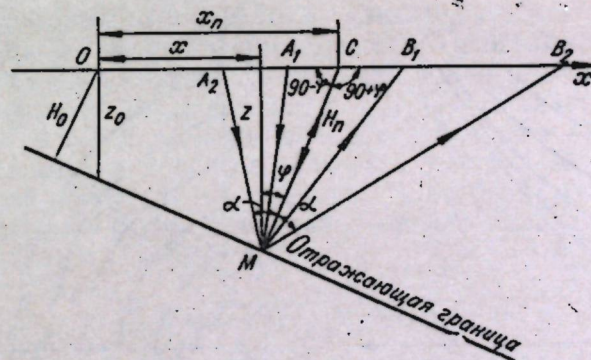


Рис. 3.8. К обоснованию поля $t(x, l)$ фиксированных отражающих точек; $AB = l$.

фиксированных отражающих точек (Пузырев, 1973). Точкой отсчета времен в одном из таких полей является эпицентр отражающей точки M , общей для всей локальной системы (рис. 3.8).

Вводя в рассмотрение угол отражения α , запишем, согласно Н. Н. Пузыреву (1973),

$$t = \frac{l \cdot \cos \varphi}{v \cdot \sin \alpha}.$$

Выразим α через глубину в точке отражения, а также l и φ , используя очевидное равенство

$$l = z[\operatorname{tg}(\alpha - \varphi) + \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)].$$

Получим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{l \cdot \sin^2 \varphi} (\sqrt{z^2 + l^2 \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi} - z).$$

Вычисляя затем $\sin \alpha$ и подставив его значение в выражение для t , найдем после преобразований

$$v^2 t^2 = l^2 + \frac{2z}{\cos^2 \varphi} (z + \sqrt{z^2 + l^2 \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi}). \quad (3.11)$$

Вводя глубину z_0 в общем начале координат и учитывая очевидное равенство $z = z_0 + x \operatorname{tg} \varphi$, окончательно получим

$$v^2 t^2 = l^2 + \frac{2(z_0 + x \operatorname{tg} \varphi)}{\cos^2 \varphi} [z_0 + x \operatorname{tg} \varphi + \sqrt{(z_0 + x \operatorname{tg} \varphi)^2 + l^2 \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi}]. \quad (3.11')$$

Общий вид поля $t(x, l)$ изображен на рис. 3.9. Поля $t(x, l)$ наибольшее значение могут иметь при исследовании криволинейных границ, так как для однозначной функции разреза $z(x)$ они всегда остаются однозначными.

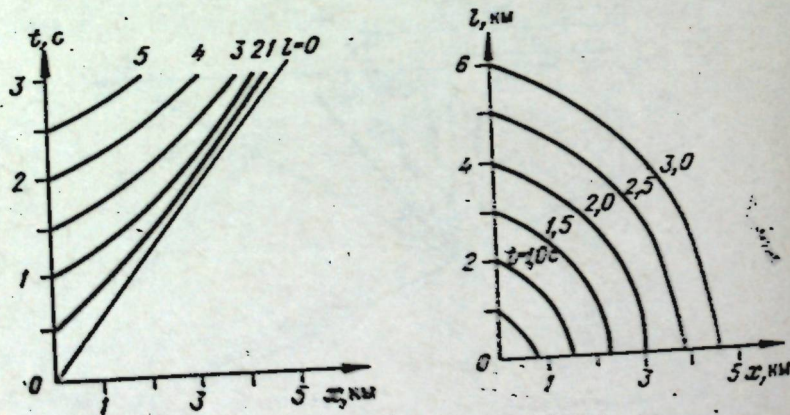


Рис. 3.9. Общий вид поля $t(x, l)$ фиксированных точек в координатах $(x, t) = \text{const}$ и $(x, l) = \text{const}$.

Во втором виде поля фиксированных точек условимся отсчет времени относить к пересечению нормали в точке отражения с осью абсцисс (см. рис. 3.8). Уравнение такого поля $t(x_n, l)$ нетрудно вывести из (3.11), если принять во внимание, что

$$z = H_n \cdot \cos \varphi; \quad H_n = H_0 + x_n \cdot \sin \varphi,$$

где H_0 — глубина по нормали в начале координат.

Окончательно будем иметь:

$$v^2 t^2 = l^2 + 2H_n (H_n + \sqrt{H_n^2 + l^2 \sin^2 \varphi}) = l^2 + 2 [H_0 + x_n \sin \varphi + \sqrt{l^2 \sin^2 \varphi + (H_0 + x_n \sin \varphi)^2}]. \quad (3.12)$$

Поле рассматриваемого типа характеризуется постоянной, не зависящей от l , миграцией при фиксированном значении абсциссы поля x_n . Общий вид его качественно сходен с полем $t(x, l)$.

Отметим в заключение, что как и при оперировании с годографами, на полях времен любого вида одновременно можно отображать динамические характеристики волн (импульс в целом либо любой из его параметров). Такие динамические поля, особенно при использовании техники цветного изображения, могут оказаться весьма полезными при комплексном анализе нескольких полей, соответствующих различным границам раздела.

3.1.4. Особенности и параметры полей $t(X, l)$. Этот тип полей получил широкое распространение в методике (дифференциальных) зондирований (Пузырев и др., 1975) применительно к различным типам волн (отраженные, головные, рефрагированные, дифрагированные) и, по-видимому, имеет наибольшие перспективы использования при интерпретации данных МОВ при системах многократного перекрытия.

Непосредственно из (3.10) вытекает, что при фиксированном значении $X = X_0$ получим уравнение годографа ОГТ, приняв $H_0 + X_0 \sin \varphi = H$. Отсюда следует, что в координатах (X, t) любое вертикальное сечение поля $t(X, l)$ представляет собой годограф ОГТ. Иными словами, временная функция (3.10) отображает бесконечную последовательность годографов ОГТ.

В целях исследования функции (3.10), без потери в общности, совместим начало координат с точкой выхода границы на ось X , положив $H_0 = 0$.

Тогда

$$vt = \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4X^2 \sin^2 \varphi}. \quad (3.10')$$

Из этого уравнения видно, что линии $l = \text{const}$ временного поля при $l \neq 0$ представляют собой гиперболы с осью, совпадающей с ординатой t (см. рис. 3.6). Каждая из линий $l = \text{const}$ имеет начальную точку: $X_{\text{нач}} = l/2$.

Выражение для радиуса кривизны линий $l = \text{const}$ в обобщенных координатах (X, vt) имеет вид (Пузырев, Чернякова, 1975).

$$R = \frac{[l^2 \cos^2 \varphi + 4X^2 \sin^2 \varphi (1 + 4 \sin^2 \varphi)]^{3/2}}{l^2 \sin^2 2\varphi}.$$

Отсюда следует, что кривые $l = \text{const}$ обращены выпуклостью вниз, причем при заданном l по мере увеличения X , означающего увеличение глубины залегания границы, кривизна уменьшается. При фиксированном X кривизна линий $l = \text{const}$ увеличивается по мере увеличения l , а при $l = 0$ обращается в нуль.

Если ввести глубину по нормали $H = X \sin \varphi$, то для отношения H/R можно записать

$$\frac{H}{R} = \frac{(l/H)^2 \sin^2 2\varphi}{[(l/H)^2 \cos^2 \varphi + 4(1 + 4 \sin^2 \varphi)]^{3/2}}.$$

Можно видеть, что при любых φ радиус кривизны R существенно больше H . Максимальное значение отношения H/R будет наблюдаться при углах $\varphi \sim 30^\circ$.

Произведем расчет максимального интервала ΔX , при котором допустимо линию $l = \text{const}$ считать прямой линией.

Пусть в центральной точке при $l \leq H$ допустимо приближенное представление

$$t_c = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H^2} \approx \frac{2H}{v} \left(1 + \frac{l^2 \cos^2 \varphi}{8H^2} \right).$$

На примыкающих с обеих сторон точках на расстояниях $\pm \frac{\Delta X}{2}$ от центральной справедливы такие же приближенные выражения. Глубины в этих точках соответственно равны

$$H_1 = H - \frac{\Delta X}{2} \sin \varphi;$$

$$H_2 = H + \frac{\Delta X}{2} \sin \varphi.$$

Соответствующие выражения для времен в концевых точках:

$$t_1 = \frac{2H}{v} - \frac{\Delta X \sin \varphi}{v} + \frac{l^2 \cos^2 \varphi}{4v \left(H - \frac{\Delta X}{2} \sin \varphi \right)};$$

$$t_2 = \frac{2H}{v} + \frac{\Delta X \sin \varphi}{v} + \frac{l^2 \cos^2 \varphi}{4v \left(H + \frac{\Delta X}{2} \sin \varphi \right)}.$$

Применяя в третьем члене представление рядом по переменной $\frac{\Delta X}{2H} \sin \varphi$ до членов второго порядка малости и вычисляя затем среднеарифметическое значение времени для средней точки и базы, найдем

$$t_m = \frac{1}{2} (t_1 + t_2) = \frac{2H}{v} + \frac{l^2 \cos^2 \varphi}{4vH} + \frac{l^2 \Delta x^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}{16vH^3}.$$

Образую разность $t_m - t_c$, получим выражение для стрелы прогиба линии $l = \text{const}$

$$\Delta t = \frac{l^2 \Delta X^2 \sin^2 2\varphi}{64vH^3}.$$

Решая последнее уравнение относительно ΔX , получим

$$\Delta X = \frac{8H \sqrt{vH \cdot \Delta t}}{l \sin 2\varphi}.$$

По этой формуле можно рассчитывать максимальное значение интервала, при котором линию $l = \text{const}$ можно представить в виде отрезка прямой, если задать допустимое отклонение во времени Δt . Так, например, при $H = 1$ км, $v = 2$ км/с, $l = 1$ км, $\varphi = 30^\circ$ и $\Delta t = 0,002$ с получим $\Delta X \approx 0,6$ км.

Если для рассматриваемой простейшей модели в поле $t(X, l)$ взять три точки, расположенные по линии $X = \text{const}$, то можно записать систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} v^2 t_1^2 &= l_1^2 \cos^2 \varphi + 4H_c^2; \\ v^2 t_2^2 &= l_2^2 \cos^2 \varphi + 4H_c^2; \\ v^2 t_3^2 &= l_3^2 \cos^2 \varphi + 4H_c^2. \end{aligned} \right\}$$

После преобразований получим

$$(t_2^2 - t_1^2)(t_3^2 - t_1^2) = (t_3^2 - t_1^2)(t_2^2 - t_1^2).$$

Таким образом, времена в сечении $X = \text{const}$ взаимно связаны, что дает возможность в рамках рассматриваемой модели восстановить все поле, если заданы только две линии $l = \text{const}$. Формула пересчета имеет вид (Пузырев и др., 1975):

$$t_3^2(X) = t_1^2(X) + \frac{l_3^2 - l_1^2}{l_2^2 - l_1^2} [t_2^2(X) - t_1^2(X)].$$

В частном случае $l_3 = 0$; $t_3 = t_0$ получим формулу пересчета поля в линию $t_0(X)$:

$$t_0^2(X) = \frac{l_2^2 t_1^2(X) - l_1^2 t_2^2(X)}{l_2^2 - l_1^2}.$$

Введем теперь локальные элементы поля и прежде всего компоненты градиента:

$$\eta = \frac{\partial t}{\partial l}; \quad \vartheta = \frac{\partial t}{\partial X}.$$

После дифференцирования (3.10) запишем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} v t &= \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H^2}; \\ v \eta &= \frac{l \cos^2 \varphi}{\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H^2}}; \\ v \theta &= \frac{4H \sin \varphi}{\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H^2}}, \end{aligned} \right\}$$

где

$$H = X \sin \varphi + H_0.$$

Решение этой системы дает

$$v^2 = \frac{4t(t-l\eta)}{t^2\theta^2 + \frac{4t\eta}{l}t(t-l\eta)}; \quad (3.13)$$

$$\cos^2 \varphi = \frac{4t(t-l\eta)}{t^2\theta^2 + \frac{4t\eta}{l}t(t-l\eta)} \cdot \frac{l\eta}{l}; \quad (3.14)$$

$$H^2 = \frac{t^2(t-l\eta)^2}{t^2\theta^2 + \frac{4t\eta}{l}t(t-l\eta)}. \quad (3.15)$$

Анализ полученных зависимостей (Пузырев, 1974 а) дает возможность заключить, что для всех точек поля остаются неизменными следующие выражения:

$$\begin{aligned} \frac{l\eta}{l} &= c_1 = \text{const}; \\ \frac{t-l\eta}{t\theta^2} &= c_2 = \text{const}, \end{aligned}$$

где постоянные c_1 и c_2 имеют следующие значения:

$$c_1 = \frac{\cos^2 \varphi}{v^2}; \quad c_2 = \frac{v^2}{4 \sin^2 \varphi}.$$

Если рассматривать сечение $X = \text{const}$, в котором сохраняется величина H , то для любого из сечений можно написать

$$\begin{aligned} t\theta &= c_3 = \text{const}; \\ t(t-l\eta) &= c_4 = \text{const}, \end{aligned}$$

где

$$c_3 = \frac{4H \sin \varphi}{v^2}; \quad c_4 = \frac{4H^2}{v^2} = t_0^2.$$

В настоящее время при обработке экспериментальных данных используют приведение к времени t_0 путем введения кинематических поправок. Кинематической поправкой Δt называется

разность времен прихода вдоль годографа ОГТ (сечения поля $X = \text{const}$) при $l = l_{\text{кон}}$ и $l = 0$, т. е. $\Delta t = t(l) - t_0$.

Если в этих же точках известны горизонтальные градиенты в виде величин ΔT и ΔT_0 при заданной постоянной базе ΔX , удовлетворяющей приведенному выше условию, то можно записать

$$(t_0 + \Delta t) \Delta T = t_0 \Delta T_0. \quad (3.16)$$

В работе Л. И. Иванова (1974) вместо ΔT используется приращение этой величины, равное

$$\Delta \Delta t = \Delta T - \Delta T_0.$$

Тогда предыдущее равенство будет иметь вид

$$\Delta \Delta t (t_0 + \Delta t) = -\Delta t \Delta T_0. \quad (3.16')$$

Таким образом, из четырех параметров (t_0 , Δt , ΔT_0 , ΔT либо t_0 , Δt , ΔT_0 , $\Delta \Delta t$) в случае однородной среды и плоской границы раздела только три являются независимыми. Это в принципе не будет выполняться для более сложных моделей сред.

Во многих случаях целесообразно рассматривать временное поле в квадратичных координатах:

$$t^2 = \theta; \quad l^2 = \lambda.$$

Вводя новые обозначения для компонент градиента поля

$$\frac{\partial \theta}{\partial \lambda} = \delta; \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = \gamma,$$

запишем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} v^2 \theta &= \lambda \cos^2 \varphi + 4H^2; \\ v^2 \gamma &= 2H \sin \varphi; \\ v^2 \delta &= \cos^2 \varphi. \end{aligned} \right\}$$

Отсюда видно, что для всего поля градиент $\delta = \frac{\partial \theta}{\partial \lambda}$ остается неизменным. В сечении $X = \text{const}$ имеют постоянные значения градиент $\gamma = \frac{\partial \theta}{\partial X}$ и выражение $\theta - l\delta$.

Остановимся еще на связи между дифференциальными параметрами поля $t(X, l)$ и кажущейся скоростью на годографе (Пузырев и др., 1975). Эта связь, установленная впервые С. В. Крыловым, справедлива для любых сред произвольного вида и волн любого типа.

На рис. 3.10 изображен элемент годографа на участке от l до $l + dX$. Источник совмещен с началом координат, которое является общим как для годографа, так и для поля времен. На основании рис. 3.10, а

$$\frac{1}{v_k} = \frac{t_2 - t_1}{dX}.$$

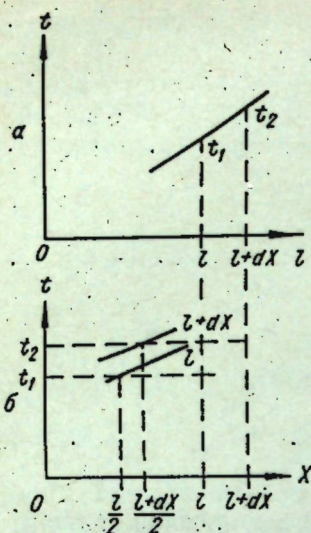


Рис. 3.10. К определению кажущейся скорости по полю времен $t(X, l)$.
а — элемент годографа; б — элемент поля времен.

Если на поле времен градиенты определены в точке (X, l) , то полученные по последним двум формулам кажущиеся скорости относятся соответственно к элементам годографов в точках $X \pm l$ с источниками в пунктах $X = \pm l/2$.

3.1.5. Некоторые особенности временных полей других типов. Временные поля других типов пока не нашли применения в сейсморазведке. Что касается полей ОТВ и ОТП, то они не имеют принципиальных преимуществ перед полями $t(X, l)$ — ОГТ, поскольку могут быть получены из последних путем простых однозначных преобразований координат. Связь между тремя видами полей для моделей любого типа можно записать в виде

$$t(X, l) = t_1 \left(X_1 - \frac{l}{2}, l \right) = t_2 \left(X_2 + \frac{l}{2}, l \right).$$

Существенным недостатком полей ОТВ — ОТП является их зависимость от направления падения границы. Кроме того, важная их особенность состоит в том, что для $t(X_1, l)$ в направлении восстания и соответственно $t(X_2, l)$ в направлении падения линии $l = \text{const}$ могут пересекаться. Если начало координат поля $t(X_2, l)$ совместить с выходами границы на поверхность наблюдений, то линии l_1 и l_2 будут иметь общую точку на расстоянии

$$X_2 = \frac{l_1 + l_2}{4 \sin^2 \varphi}. \quad (3.18)$$

Перенесем элемент годографа на плоскость (X, t) (см. рис. 3.10, б). Учитывая, что dX мало и линии l и $l+dX$ на интервале $l/2$ и $l+dX/2$ параллельны, можем записать

$$t_2 = t_1 + \frac{\partial t}{\partial l} dX - \frac{\partial t}{\partial X} \cdot \frac{1}{2} dX.$$

Подставляя значение $t_2 - t_1$ в выражение для v_n и сокращая на dX , найдем окончательно связь между кажущейся скоростью и составляющими градиента поля

$$\frac{1}{v_n} = \frac{\partial t}{\partial l} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial t}{\partial X}. \quad (3.17)$$

Для кажущейся скорости во встречном направлении

$$\frac{1}{v_n} = \frac{\partial t}{\partial l} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial t}{\partial X}. \quad (3.17')$$

Эту формулу можно получить из (3.9'), если представить временную функцию в выбранной системе $H_0 = 0$ в форме

$$v^2 t^2 = l^2 - 4lX_2 \sin^2 \varphi + 4X_2^2 \sin^2 \varphi$$

и написать равенство

$$l_1^2 - 4l_1 X_2 \sin^2 \varphi = l_2^2 - 4l_2 X_2 \sin^2 \varphi.$$

Пересечение линий $l = \text{const}$, имеющее очень сложный вид (см. рис. 3.6), в сильной степени затрудняет построение полей $t(X_2, l)$ и $t(X_1, l)$ по экспериментальным данным. Отметим также, что в связи с пересечением линий $l = \text{const}$ градиент $\eta = dt/dl$ в разных частях поля будет иметь различный знак. В системе $H_0 = 0$ изменение знака градиента η происходит в точках, удовлетворяющих условию

$$l = 2X_2 \sin^2 \varphi. \quad (3.19)$$

Использование полей фиксированных точек имеет смысл только в том случае, если окажется возможным достаточно надежное преобразование $t(X, l)$ в $t(x, l)$ и $t(x_n, l)$. Одним из способов преобразований является использование дифференциальных параметров поля $t(X, l)$. Так, например, можно отметить следующий прием преобразования $t(X, l)$ в $t(x_n, l)$. Если $X = x_n$, то начальные глубины до отражающей границы также будут равны. Тогда можно записать

$$v^2 t^2 = l^2 \cos^2 \varphi + 4H^2;$$

$$v^2 t_n^2 = l^2 + 2H(H + \sqrt{H^2 + l^2 \sin^2 \varphi}).$$

Вводя величину $t_0 = \frac{2H}{v}$, надежно измеряемую при обработке экспериментальных данных, получим следующую связь между t_n и t :

$$t_n^2 = \frac{t^2 - t_0^2}{\cos^2 \varphi} + \frac{1}{2} t_0^2 + t_0 \sqrt{\frac{1}{4} t_0^2 + (t^2 - t_0^2) \tan^2 \varphi}. \quad (3.20)$$

Здесь фигурирует только один параметр среды — угол φ , который может быть выражен через дифференциальные параметры среды. Так, например, в квадратичных координатах $t^2 = \theta$; $l^2 = \lambda$; $\frac{\partial \theta}{\partial \lambda} = \delta$; $\frac{\partial \theta}{\partial X} = \gamma$ при $\lambda = 0$ имеем

$$\sin \varphi = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + 16\delta^2}}. \quad (3.21)$$

Заметим, что для относительно небольших углов наклона φ различие между t и t_n сравнительно невелико и может быть приближенно записано в виде $t_n^2 \approx t^2 + (t^2 - t_0^2) \sin^2 \varphi$, т. е. t_n всегда несколько больше, чем t .

§ 3.2. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ОТРАЖАЮЩИЕ ГРАНИЦЫ

3.2.1. Общие формулы. Рассмотрим монотипные отраженные волны (PP либо SS) для криволинейной границы, заданной уравнением $z=z(x)$. Среду над границей считаем однородной и изотропной. Зафиксируем на границе (рис. 3.11) некоторую точку $M(x, z)$. Обозначим через α угол отражения и проведем соответственно падающий и отраженный лучи — AM и BM . При этом в принципе любой из них, в связи с монотипностью волны и соблюдением принципа взаимности,

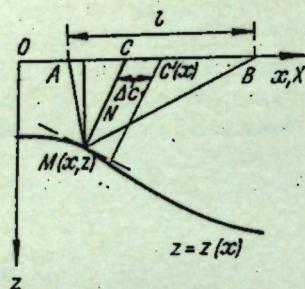


Рис. 3.11. К выводу уравнений временных полей монотипных отраженных волн в случае криволинейной границы раздела и $v=\text{const}$.

можно считать падающим и тогда другой отраженным. В дальнейшем в целях определенности повсюду будем принимать за источник точку A , расположенную ближе к выбранному началу координат.

Расстояние $\overline{AB}$ между источником и приемником, как обычно, обозначим через l , а длину нормали MC — через N . Общий путь волны равняется vt .

В целях определенности ниже рассматриваются в основном поля $t(X, l)$, когда отсчет времени относится к средней точке базы.

Выражение для длины нормали имеет вид

$$N = z \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}, \quad (3.22)$$

причем $\frac{dz}{dx} = \text{tg } \varphi$, где φ — угол наклона границы раздела в точке M ; $\varphi > 0$ в направлении падения.

Угол отражения α связан с l , vt и φ известной зависимостью (Пузырев, 1959):

$$\sin \alpha = \frac{l}{vt} \cos \varphi. \quad (3.23)$$

Из рис. 3.11 имеем

$$vt = N [\sec(\alpha - \varphi) + \sec(\alpha + \varphi)] \cos \varphi.$$

После преобразований это выражение представим в виде

$$vt = \frac{2N \cos \alpha \cdot \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi - \sin^2 \alpha}. \quad (3.24)$$

Подставляя значение α из (3.23), найдем окончательно следующее выражение для vt через параметр x (абсциссу точки

отражения):

$$v^2 t^2 = l^2 + 2N(\sqrt{N^2 + l^2 \sin^2 \varphi} + N). \quad (3.24')$$

Здесь N и φ выражаются через x согласно приведенным выше соотношениям.

При построении поля $t(X, l)$ величину t (или vt) относят к средней точке C' (см. рис. 3.11) с абсциссой X .

Из чертежа имеем

$$X = x + z \cdot \text{tg } \varphi + \Delta c, \quad \text{где } \Delta c = \overline{CC'}.$$

Величину Δc представим как разность:

$$\Delta c = \frac{l}{2} - \overline{AC}.$$

Для отрезка $\overline{AC}$ имеем очевидное равенство

$$\frac{\overline{AC}}{\sin \alpha} = \frac{N}{\cos(\alpha - \varphi)}.$$

Откуда

$$\overline{AC} = \frac{N \sin \alpha}{\cos \alpha \cdot \cos \varphi + \sin \alpha \cdot \sin \varphi}.$$

Подставляя значение $\sin \alpha$ из (3.23), получим

$$\Delta c = \frac{l}{2} - \frac{Nl}{\sqrt{v^2 t^2 - l^2 \cos^2 \varphi} + l \sin \varphi}.$$

Принимая во внимание, что согласно (3.24'),

$$v^2 t^2 - l^2 \cos^2 \varphi = l^2 \sin^2 \varphi + 2N(\sqrt{N^2 + l^2 \sin^2 \varphi} + N),$$

и выполняя ряд преобразований, получим окончательно

$$\Delta c = \frac{1}{2 \sin \varphi} (\sqrt{N^2 + l^2 \sin^2 \varphi} - N). \quad (3.25)$$

С учетом последнего соотношения выражение для X будет иметь вид

$$X = x + z \text{tg } \varphi + \frac{1}{2 \sin \varphi} (\sqrt{N^2 + l^2 \sin^2 \varphi} - N). \quad (3.26)$$

Уравнения (3.24') — (3.26) в совокупности представляют собой параметрическую запись уравнения временного поля $t(X, l)$ (или временной функции поля) для заданной границы раздела $z=z(x)$. Выражая углы наклона границы в точке отражения через производную, т. е. учитывая равенство $\text{tg } \varphi = \frac{dz}{dx}$, запишем уравнение поля $t(X, l)$ следующим образом:

$$X = x + z \frac{dz}{dx} + \frac{1}{2 \frac{dz}{dx}} \left\{ \sqrt{z^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right] + l^2 \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} - z \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right] \right\}; \quad (3.27)$$

$$v^2 l^2 = l^2 + 2z \left\{ \sqrt{z^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^2 + l^2 \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} + z \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right] \right\}. \quad (3.28)$$

При $l=0$ будем иметь

$$X = x + z \frac{dz}{dx}; \quad (3.27')$$

$$vl = 2z \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2}. \quad (3.28')$$

Последние уравнения были ранее приведены в работе Ю. А. Васильева (1962).

В частном случае прямолинейной границы $z=z_0+x \operatorname{tg} \varphi$ параметр x легко исключить и найти явное выражение $t=t(X, l)$, полученное в предыдущем параграфе другим способом (см. формулу (3.10)).

Частным случаем отраженной волны, в кинематическом смысле, является дифракция от точки $M(x_0, z_0)$. Воспользовавшись рис. 3.11, нетрудно написать соответствующее выражение для поля $t(X, l)$:

$$vl = \sqrt{\left(X - x_0 - \frac{l}{2} \right)^2 + z_0^2} + \sqrt{\left(X - x_0 + \frac{l}{2} \right)^2 + z_0^2}. \quad (3.29)$$

Общий вид его изображен на рис. 3.12.

Как и в случае прямолинейной границы, вертикальное сечение поля при $X=\text{const}$ представляет собой годограф ОГТ. Для получения уравнения годографа ОГТ достаточно решить (3.27) относительно l и несколько преобразовать (3.28). В результате получим

$$l^2 = 4(X - x - z \operatorname{tg} \varphi)(X - x + z \operatorname{ctg} \varphi); \quad (3.30)$$

$$v^2 l^2 = l^2 + \frac{4z}{\cos \varphi} [(X - x) \sin \varphi + z \cos \varphi]. \quad (3.31)$$

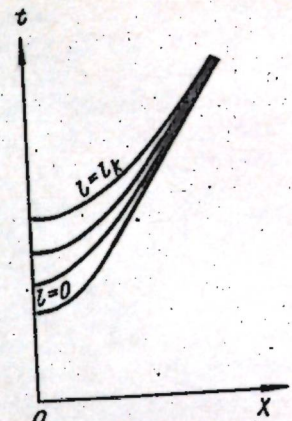
Или, переходя от угла к производной,

$$l^2 = 4 \left(X - x - z \frac{dz}{dx} \right) \left(X - x + \frac{x}{\frac{dz}{dx}} \right); \quad (3.30')$$

$$v^2 l^2 = l^2 + 4z \left[(X - x) \frac{dz}{dx} + z \right]. \quad (3.31')$$

Из этих уравнений видно, что при любой форме границы раздела годограф ОГТ всегда представляет собой четную функцию. На основе полученных общих уравнений для поля $t(X, l)$ нетрудно записать уравнение обычного годографа с закрепленным источником, расположенным в точке $X=X_0$. Исходя из способа построения поля $t(X, l)$, состоящего в том, что значение t каждый раз относится к средней точке базы источник — приемник, следует, что для получения искомого уравнения годографа достаточно в (3.26) либо соответственно в (3.27) в левой части

Рис. 3.12. Общий вид поля $t(X, l)$ для дифрагирующей волны от точечного объекта.



вместо X подставить $X_0 + l/2$. Если теперь полученное таким образом равенство решить относительно l и присоединить к нему (3.24') либо (3.28), то в результате получим параметрическую запись уравнения годографа с источником в точке с абсциссой X_0 . После необходимых преобразований запишем

$$l = \frac{[z \operatorname{tg} \varphi - (X_0 - x)] [z \operatorname{ctg} \varphi + (X_0 - x)]}{X_0 - x + \frac{z}{2} (\operatorname{ctg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi)}, \quad (3.32)$$

$$v^2 l^2 = l^2 \frac{(X_0 - x)^2 + z^2}{[z \operatorname{tg} \varphi - (X_0 - x)]^2}. \quad (3.33)$$

Отметим, что из этих уравнений могут быть получены соответствующие уравнения годографа, приведенные Н. Н. Пузыревым (1959) и в других публикациях для частного случая, когда начало координат совпадает с источником. Для этого в последних двух выражениях необходимо вместо x подставить $x_1 + X_0$, где x_1 — значение параметра в системе координат, начало которой совпадает с источником и когда уравнение границы записывается в виде $z=z(x_1)$. При этом на конечном этапе возможно вновь вернуться к обычному обозначению параметра (x).

На основе полученных общих соотношений нетрудно получить уравнения для полей $t(X_1, l)$ и $t(X_2, l)$, в которых отсчеты времен относятся соответственно к точкам источника и приемника. Для этого достаточно воспользоваться очевидными зависимостями

$$X_1 = X - \frac{l}{2}; \quad X_2 = X + \frac{l}{2},$$

где X определяется по приведенным выше формулам (3.26) либо (3.27).

Выражения для времени (3.24') либо (3.28) остаются справедливыми для полей любого вида.

Выражение (3.28) представляет собой одновременно уравнение поля времен фиксированных отражающих точек, когда отсчет времени относится к эпицентру отражающей точки.

Чтобы записать уравнение поля $t(x_n, l)$, когда отсчет времени относится к точке пересечения нормали N в точке отражения с осью x , достаточно в (3.27) отбросить последний член, записав в виде

$$x_n = x + z \frac{dz}{dx}, \quad (3.34)$$

и присоединить к нему выражение для времени (3.28).

3.2.2. Поля дифрагированных волн. Для двумерной модели среды, когда свойства разреза остаются неизменными вдоль оси y , следует рассматривать с теоретических позиций только точечные дифрагирующие объекты. Фактически это могут быть области конечных размеров, существенно меньшие, чем глубина залегания объекта.

Совместим начало координат с эпицентром точки дифракции. Тогда уравнение поля (3.29) запишется в виде

$$t = \frac{1}{v} \left[\sqrt{\left(X - \frac{l}{2}\right)^2 + z_0^2} + \sqrt{\left(X + \frac{l}{2}\right)^2 + z_0^2} \right]. \quad (3.29')$$

Линия временного разреза $l=0$

$$t_0 = \frac{2}{v} \sqrt{X^2 + z_0^2} \quad (3.29'')$$

представляет собой гиперболу с осью, совпадающей с осью времен.

Кривая $l=\text{const}$ при $l \neq 0$ представляет собой более сложную, чем гипербола, алгебраическую кривую, имеющую минимум при $X=0$ (см. рис. 3.12).

Наклон линии $l=\text{const}$ при $X \rightarrow \infty$ непрерывно возрастает, причем все линии имеют общую асимптоту, уравнение которой представляется в простом виде

$$t = \frac{2X}{v}.$$

Путем разложения (3.29') в ряд по степеням X запишем приближению

$$t = \frac{2\sqrt{l^2/4 + z_0^2}}{v} \left[1 + \frac{z_0^2 X^2}{2(l^2/4 + z_0^2)^2} - \frac{z_0^2(z_0^2 - l^2)X^4}{8(l^2/4 + z_0^2)^4} + \dots \right]. \quad (3.35)$$

Если в (3.29') положить $X=\text{const}$, то получим уравнение годографа ОГТ, исследованное в ряде работ (Козлов, 1970; Мешбей, 1973). Во многих случаях годограф ОГТ можно аппроксимировать в виде параболы второй степени.

Рассмотрим дифференциальные параметры поля дифрагированной волны. Выражения для компонент градиента поля по X и l запишем в виде

$$\vartheta = \frac{\partial t}{\partial X} = \frac{1}{v} \left[\frac{X - l/2}{\sqrt{(X - l/2)^2 + z_0^2}} + \frac{X + l/2}{\sqrt{(X + l/2)^2 + z_0^2}} \right]; \quad (3.36)$$

$$\eta = \frac{\partial t}{\partial l} = \frac{1}{2v} \left[\frac{X + l/2}{\sqrt{(X + l/2)^2 + z_0^2}} - \frac{X - l/2}{\sqrt{(X - l/2)^2 + z_0^2}} \right]. \quad (3.37)$$

Если рассмотреть уравнения (3.29'), (3.36) и (3.37) совместно и решить их относительно v , z_0 и X , то получим

$$v^2 = \frac{4l}{t} \cdot \frac{t - l\eta}{l\vartheta^2 + 4\eta(t - l\eta)}; \quad (3.38)$$

$$z_0 = l \left[\frac{\vartheta + 2\eta}{\sqrt{4/v^2 - (\vartheta + 2\eta)^2}} - \frac{\vartheta - 2\eta}{\sqrt{4/v^2 - (\vartheta - 2\eta)^2}} \right]^{-1}; \quad (3.39)$$

$$X = \frac{l}{2} \frac{(\vartheta - 2\eta)}{\sqrt{4/v^2 - (\vartheta - 2\eta)^2}} \left[\frac{\vartheta + 2\eta}{\sqrt{4/v^2 - (\vartheta + 2\eta)^2}} - \frac{\vartheta - 2\eta}{\sqrt{4/v^2 - (\vartheta - 2\eta)^2}} \right]^{-1}. \quad (3.40)$$

Важно отметить, что формула (3.38) полностью совпадает с соответствующим выражением (3.13) для v^2 в случае отраженной волны от плоской границы. Поскольку значения v и z_0 остаются неизменными для всего поля, то, следовательно, правые части (3.38) и (3.39) остаются постоянными для любого из элементов поля. Что касается выражения (3.40), то оно сохраняется только для элементов, расположенных вдоль заданного годографа ОГТ при $X=\text{const}$.

Рассмотрим одну частную задачу о связи времен и горизонтальных градиентов для заданного сечения $X=\text{const}$ при $l_1=0$ и $l_2=l$.

Соответствующую систему уравнений представим в виде:

$$\left. \begin{aligned} vt &= \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}l^2 - Xl} + \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}l^2 + Xl}; \\ vt_0 &= 2r; \\ v\vartheta &= \frac{X - l/2}{\sqrt{r^2 + \frac{1}{4}l^2 - Xl}} + \frac{X + l/2}{\sqrt{r^2 + \frac{1}{4}l^2 + Xl}}; \\ v\vartheta_0 &= 2X/r, \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

где $r = \sqrt{X^2 + z_0^2}$.

Исключая из (3.41) неизвестные v , r , X , получим следующую связь между параметрами поля в двух выбранных точках

$$t\vartheta = t_0\vartheta_0 \frac{t_0^2 l^2 - \frac{1}{4} t_0^2 \vartheta_0^2 l^2}{t^4 - \frac{1}{4} t_0^2 \vartheta_0^2 l^2}. \quad (3.42)$$

Отсюда следует, что для дифрагированной волны $t\vartheta > t_0\vartheta_0$. Как было показано выше (§ 3.1), для отраженной волны от плоской границы раздела $t\vartheta = t_0\vartheta_0$. Эти особенности связей между параметрами полей в принципе могут быть использованы для различения дифрагированных и отраженных волн.

3.2.3. Границы, состоящие из прямолинейных отрезков (Пузырев, Чернякова, 1975). Такая идеализация границы вполне допустима для качественного описания наблюдаемых в природе складчатых структур с узкой замковой частью.

Рассмотрим в первую очередь простейший случай симметричной «угловатой» синклинали с углом наклона крыльев φ и

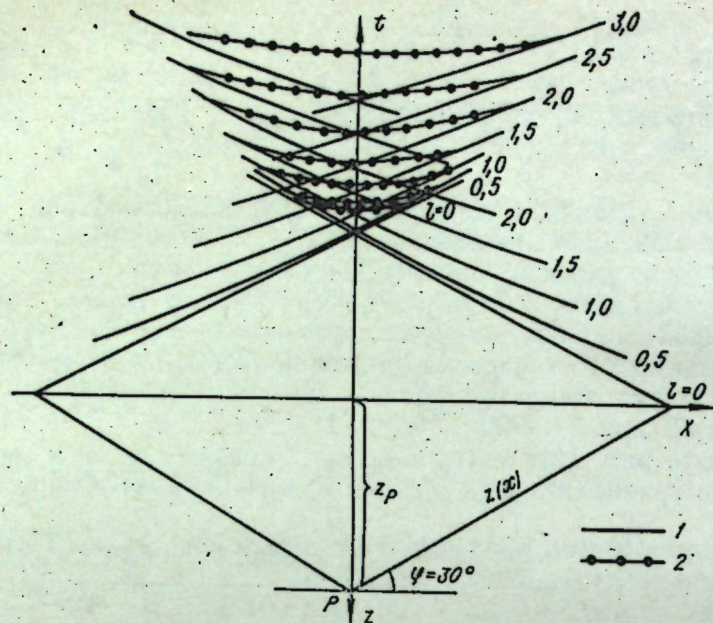


Рис. 3.13. Поле времен $t(X, l)$ для симметричной синклинали с плоскими бортами.
1 — отраженная волна; 2 — дифрагированная от точки P волна.

глубиной по вертикали в замке z_p (рис. 3.13). Начало координат совместим с проекцией точки P смыкания бортов на линию наблюдений. Каждая из плоских границ образует поле $t(X, l)$ вида (3.9) с противоположным направлением равных друг другу по абсолютной величине горизонтальных градиентов. В связи с ограничением каждой из границ в направлении падения линии $l = \text{const}$ будут иметь предельные точки, координаты которых определяются формулами

$$X_{\text{пред}} = \pm \frac{\sqrt{z_p^2 + \frac{1}{4} l^2 \sin^2 2\varphi - z_p \cos 2\varphi}}{\sin 2\varphi}; \quad (3.43)$$

$$t_{\text{пред}} = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + \frac{2z_p}{\cos^2 \varphi} \left(z_p + \sqrt{z_p^2 + \frac{1}{4} l^2 \sin^2 2\varphi} \right)}. \quad (3.44)$$

Знак плюс в (3.43) соответствует левой границе (см. рис. 3.13), знак минус — правой.

При $l=0$ получим очевидные из рис. 3.13 соотношения

$$X_{\text{пред}}^{(0)} = \pm z_p \operatorname{tg} \varphi; \quad (3.43')$$

$$t_{\text{пред}}^{(0)} = \frac{2z_p}{v \cos \varphi}. \quad (3.44')$$

Таким образом, поля $t(X, l)$, соответствующие каждому из бортов складки, будут пересекаться в области замка на интерва-

ле $\Delta X = 2X_{\text{пред}}$, причем ΔX возрастает по мере увеличения базы l , а каждая из изолиний $l = \text{const}$ имеет пересечение в точке $X=0$.
Очевидно, что предельная точка будет существовать только в области до выхода границы раздела на линию наблюдений, т. е. должно выполняться условие

$$X_{\text{пред}} \leq z_p \operatorname{ctg} \varphi.$$

После преобразований это неравенство можно представить в виде

$$\sin \varphi \leq \frac{1}{\sqrt{2 + \frac{1}{8} \cdot \frac{l^2}{z_p^2}}}. \quad (3.45)$$

Следует вместе с тем иметь в виду, что это условие выведено из предположения, что падающие и отраженные лучи, допустим, от первой границы не будут пересекать вторую границу. В принципе возможна ситуация, когда лучи будут пересекать вторую границу и волны регистрироваться во внешней области синклинали. В реальных условиях такое явление, по-видимому, будет наблюдаться редко.

Через точки $\pm(X_{\text{пред}}, t_{\text{пред}})$ для каждого l проходит соответствующая линия $l = \text{const}$ дифрагированной на угловой точке P волны, имеющая минимум в точке $X=0$ (см. рис. 3.13). Уравнение дифрагированной волны имеет вид (3.29'), где следует заметить z_0 на z_p .

Дифрагированную волну в кинематическом смысле можно рассматривать как замыкающую ветвь вырожденной петли на линии $l = \text{const}$, если предположить, что в области замка переход от одного борта к другому происходит вдоль некоторой окружности очень малого радиуса с центром на оси z , касающейся обеих границ.

Размер петли по оси t будем оценивать в точках $X=0$ и $X = \pm X_{\text{пред}}$. В первом случае оценивается интервал времени между дифрагированной и отраженной волнами (Δt_0), а во втором — между отраженными волнами от различных бортов складки (Δt_{max}).

В точке $X=0$ время вступления от каждого борта рассматриваемой синклинали складки равно

$$t_{\text{отр}} = \frac{\cos \varphi}{v} \sqrt{l^2 + 4z_p^2}.$$

В этой же точке дифрагированная волна вступает на времени

$$t_d = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4z_p^2},$$

т. е. $t_d > t_{\text{отр}}$.

Откуда для Δt_0 имеем выражение

$$\Delta t_0 = (t_d - t_{\text{отр}})_{X=0} = \frac{2 \sin^2 \varphi / 2}{v} \sqrt{l^2 + 4z_p^2}. \quad (3.46)$$

В точку $X_{\text{пред}}$ приходят две отраженные волны с различными временами. Если рассматривать правую часть рис. 3.13, то в точке $X=X_{\text{пред}}$ будет наблюдаться волна от первой границы на времени, определяемом формулой (3.44), и волна от второй границы на времени

$$t_2 = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4(H_2 - X_{\text{пред}} \sin \varphi)^2}.$$

где $H_2 = z_p \cos \varphi - X_{\text{пред}} \sin \varphi$ — глубина по нормали до второй границы в точке $X=X_{\text{пред}}$ (см. рис. 3.13). С учетом этого для величины Δt_{max} получим выражение

$$\begin{aligned} v\Delta t_{\text{max}} = & \sqrt{l^2 + \frac{2z_p}{\cos^2 \varphi} \left(z_p + \sqrt{z_p^2 + \frac{1}{4} l^2 \sin^2 2\varphi} \right) -} \\ & - \sqrt{l^2 + \frac{2z_p}{\cos^2 \varphi} \left\{ \frac{1}{2} z_p [1 + (1 + 2 \cos 2\varphi)^2] - (1 + 2 \cos 2\varphi) \times \right.} \\ & \left. \times \sqrt{z_p^2 + \frac{1}{4} l^2 \sin^2 2\varphi} \right\}}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

При $l=0$ формула существенно упрощается:

$$v\Delta t_{\text{max}}|_{l=0} = \frac{4z_p \sin^2 \varphi}{\cos \varphi}. \quad (3.47')$$

Следует при этом отметить, что оценку Δt_{max} возможно вычислить только при условии, когда $X_{\text{пред}} \leq z_p \operatorname{ctg} \varphi - \frac{l}{2}$. В противном случае точка $t_{\text{пред}}$ не будет поставлена в соответствие точке с временем t_2 от противоположного борта складки. Это объясняется наличием предельных точек на линиях $l=\text{const}$ со стороны выхода границ раздела на линию наблюдений.

Расчеты по приведенным формулам показывают, что оценки Δt_0 и Δt_{max} по-разному зависят от l . Если, что непосредственно следует из формулы (3.46), Δt_0 увеличивается по мере возрастания l , то Δt_{max} , наоборот, уменьшается. Обе величины растут с увеличением угла наклона φ .

Из рис. 3.13 можно видеть, что в области $-X_{\text{пред}} \leq X \leq +X_{\text{пред}}$ в каждом сечении поля вдоль оси времен будут наблюдаться два годографа ОГТ. При этом в интервале $-z_p \operatorname{tg} \varphi \leq X \leq +z_p \operatorname{tg} \varphi$ оба годографа будут иметь максимальную протяженность от 0 до l_{max} . В интервале $z_p \operatorname{tg} \varphi \leq X \leq X_{\text{пред}}$ с каждой стороны от начала координат один из годографов ОГТ будет иметь полную длину, а другой укороченную со стороны меньших значений l , причем

$$l_{\text{нач}} = 2 \sqrt{X^2 + 2Xz_p \operatorname{ctg} 2\varphi - z_p^2}, \quad (3.48)$$

где X изменяется в пределах от $z_p \operatorname{tg} \varphi$, когда $l_{\text{нач}}=0$, до $X=X_{\text{пред}}$. Эффект укорачивания годографа ОГТ, принадлежащего противоположному борту складки, важно учитывать в процессе суммирования колебаний при выделении сигнала на

фоне помех. В противном случае на временном разрезе, приведенном к $l=0$, будет обозначена волна, которая фактически является ложной.

Важно отметить, что две системы годографов ОГТ во всей области их существования не будут пересекаться между собой, за исключением точки $X=0$, где оба годографа совпадают по всей своей длине.

В случае симметричной «угловатой» антиклинали в области $-z_p \operatorname{tg} \varphi \leq X \leq z_p \operatorname{tg} \varphi$ должны наблюдаться только дифрагированные волны от угловой точки замка складки. В области $z_p \operatorname{tg} \varphi \leq X \leq X_{\text{пред}}$, где $X_{\text{пред}}$ по-прежнему находится (с точностью до знака) по формуле (3.43), располагаются предельные точки линий $l=\text{const}$. Годографы ОГТ на этом интервале будут ограничены со стороны больших значений l , причем $l_{\text{пред}}$ вычисляется по формуле (3.48).

Если «угловатая» синклиналь несимметрична и углы наклона бортов соответственно равны φ_1 и φ_2 , то основные особенности полей и годографов ОГТ останутся качественно теми же, хотя и будет отмечаться некоторая специфика. Протяженность захода линий $l=\text{const}$ поля $t(X, l)$ определяется теперь в виде суммы

$$\Delta X = X_{\text{пред}}(\varphi_1) + X_{\text{пред}}(\varphi_2),$$

где каждое слагаемое вычисляется, согласно (3.43), при соответствующих значениях углов $\varphi_{1,2}$, причем оба угла принимаются положительными. Линии $l=\text{const}$ в данном случае будут пересекаться в точках, не совпадающих с осью складки (начало координат). Соответствующий сдвиг от начала координат оценивается по формуле

$$X_c = \frac{\sqrt{z_p^2 + \frac{1}{4} l^2 \sin^2 (\varphi_1 - \varphi_2) - z_p \cos (\varphi_1 - \varphi_2)}}{\sin (\varphi_1 - \varphi_2)}. \quad (3.49)$$

Если $\varphi_1 > \varphi_2$, то пересечение будет со стороны положительных X , а при $\varphi_1 < \varphi_2$ — со стороны отрицательных X . Иначе говоря, пересечение одноименных линий $l=\text{const}$ для асимметричной «угловатой» синклинали всегда будет происходить над более пологим бортом.

При малом различии в углах наклона бортов складки формулу (3.49) приближенно можно представить в виде

$$X_c = \frac{z_p}{2} \left(1 + \frac{l^2}{z_p^2} \right) (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3.49')$$

Вырожденная петля, замыкаемая линией $l=\text{const}$, для дифрагированной волны становится теперь несимметричной. При этом точка пересечения одноименных линий $l=\text{const}$ сдвинута по отношению к центру вырожденной петли в сторону более крутого крыла, т. е. точка пересечения линий $l=\text{const}$ располагается дальше от эпицентра замка складки, чем средняя точка вы-

рожденной петли. Эти выводы следуют из анализа приведенных выше формул.

Вследствие несимметричности вырожденной петли необходимо вводить три оценки для ее размеров по оси ординат — в точке пересечения линий $l = \text{const}$ и в предельных точках с обеих сторон. Получение соответствующих формул для этих оценок не представляет каких-либо трудностей. В общем виде они записываются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \Delta t_c &= t_d(X_c) - t(X_c); \\ \Delta t_1 &= t_1[X_{\text{пред}}(\varphi_1)] - t_2[X_{\text{пред}}(\varphi_1)]; \\ \Delta t_2 &= t_2[X_{\text{пред}}(\varphi_2)] - t_1[X_{\text{пред}}(\varphi_2)], \end{aligned} \right\} \quad (3.50)$$

где $t_d(X_c)$ — значение поля дифрагированной волны при $X = X_c$; $t(X_c)$ — значение поля отраженных волн при $X = X_c$ согласно (3.10) при $z_0 = z_P$;

$\Delta t_{1,2}$ — оценки размеров петли по оси ординат в предельных точках, положение которых вычисляется по (3.43) и (3.44) при соответствующих значениях углов наклона бортов;

$t_{1,2}$ — уравнение полей, соответствующих различным бортам синклинали с углом наклона $\varphi_{1,2}$.

В частном случае $l = 0$ формулы приобретают простой вид:

$$\left. \begin{aligned} v\Delta t_{0c} &= 4z_P \frac{\sin^2 \frac{1}{4}(\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2)}; \\ v\Delta t_{01} &= 4z_P \frac{\sin^2 \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_1}; \\ v\Delta t_{02} &= 4z_P \frac{\sin^2 \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)}{\cos \varphi_2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.50')$$

Как в случае симметричной синклинали, в связи с наличием предельных точек годографы ОГТ в интервалах $z_P \text{tg} \varphi_{1,2} \leq X \leq X_{\text{пред}}(\varphi_{1,2})$ с каждой стороны будут ограничены со стороны меньших значений l , причем $l_{\text{нач}}$ по-прежнему определяется по формуле (3.48) при соответствующих значениях $\varphi = \varphi_{1,2}$.

Важной особенностью годографов ОГТ для асимметричной синклинали будет их пересечение в интервале существования вырожденных петель поля $t(X, l)$. Это следует непосредственно из (3.49), причем последнее одновременно является условием пересечения годографов ОГТ в точках с $l < l_{\text{max}}$, которое можно записать в виде

$$l = 2 \sqrt{X^2 - z_P^2 + 2Xz_P \text{ctg}(\varphi_1 - \varphi_2)}. \quad (3.51)$$

Рассмотрим теперь кратко случай, когда в точке P излома границы угол φ не изменяет знака, оставаясь положительным

либо отрицательным. В целях определенности будем полагать, что $\varphi_{1,2} > 0$, и направим ось абсцисс по падению. Как и для складчатых структур, главной особенностью будет наличие пересечения одноименных линий $l = \text{const}$, если $\varphi_2 < \varphi_1$, и их разрывы при $\varphi_2 > \varphi_1$. Эти особенности теперь всегда будут располагаться в области $x > 0$, т. е. в направлении падения от эпицентра точки разлома границы.

Протяженность области перекрытия временных полей при $\varphi_1 > \varphi_2$ будет равна

$$\Delta X = X_{\text{пред}}(\varphi_1) - X_{\text{пред}}(\varphi_2), \quad (3.52)$$

где каждый член вычисляется по (3.43) при соответствующих значениях углов наклона. Для оценки размеров вырожденной петли по ординате по-прежнему можно пользоваться формулами (3.50), где теперь знаки углов наклона $\varphi_{1,2}$ остаются неизменными. Равным образом остаются справедливыми формулы (3.50'), если в них угол φ_2 записать со знаком минус.

В области петли годографы ОГТ будут пересекаться, причем для точки пересечения остаются справедливыми формулы (3.49) и (3.51), если в них вместо разности углов наклона $(\varphi_1 - \varphi_2)$ поставить их сумму $(\varphi_1 + \varphi_2)$.

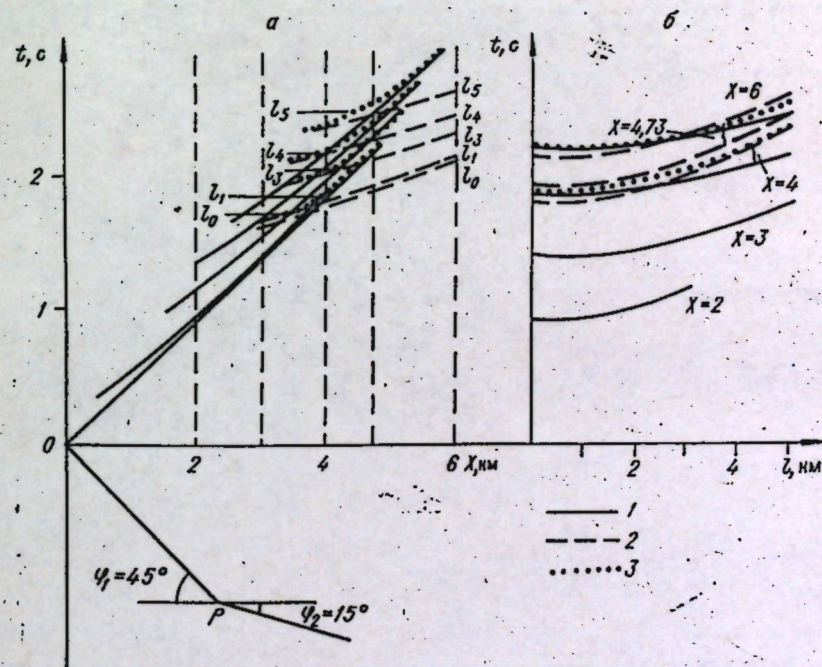


Рис. 3.14. Поле времен $t(X, l)$ (а) и годографы ОГТ (б) в случае границы, состоящей из двух прямолинейных отрезков с углами наклона $\varphi_1 = 45^\circ$, $\varphi_2 = 15^\circ$.

1 — отраженные волны от первой границы; 2 — отраженные волны от второй границы; 3 — дифрагированные волны от точки P .

На рис. 3.14 в качестве примера приведены поля $t(X, l)$ и годографы ОГТ для некоторых сечений при следующих параметрах:

$$z_p = 2,5 \text{ км}, \varphi_1 = 45^\circ, \varphi_2 = 15^\circ, v = 3 \text{ км/с}.$$

В качестве примера многозвенной границы, состоящей из прямолинейных отрезков, рассмотрим структуру периодического типа, когда замки последовательных антиклиналей и синклиналией следуют друг за другом через равный промежуток L (период складчатости). Предположим для простоты, что складки симметричны с постоянным углом φ (рис. 3.15) и последовательность их не ограничена. Совместим начало координат с проекцией замка синклинали, залегающего на глубине z_0 . Амплитуда складчатости $\Delta z = L/2 \cdot \operatorname{tg} \varphi$.

Главной особенностью поля $t(X, l)$ будет наличие предельных точек, обусловленных наличием угловых точек границы P_i и Q_i (см. рис. 3.15). В результате этого линии $l = \text{const}$ будут представлять собой последовательность отрезков, обусловленных отражением от отдельных звеньев границы и дифракцией от точек P_i и Q_i . Очевидно, горизонтальная протяженность ΔX_i отрезков линий $l = \text{const}$, обязанных отражениям, будет одинаковой для всех звеньев.

Используем для ее определения формулу (3.26). Расчеты, которые мы здесь не воспроизводим, дают следующий результат:

$$\Delta X_i = \frac{L}{2} - \Delta z \operatorname{ctg} 2\varphi + \frac{1}{2 \sin 2\varphi} \left[\sqrt{z_0^2 \sec^2 \varphi + l^2 \sin^2 2\varphi} - \sqrt{(z_0 - \Delta z)^2 \sec^2 \varphi + l^2 \sin^2 2\varphi} \right]. \quad (3.53)$$

При сравнительно малых относительных амплитудах складок, когда $\Delta z/z_0 \leq 0,2$, последнее выражение можно представить в приближенном виде

$$\Delta X_i \approx \frac{L \sec^2 \varphi}{4} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} \frac{l^2}{z_0^2} \sin^2 2\varphi}} \right). \quad (3.53')$$

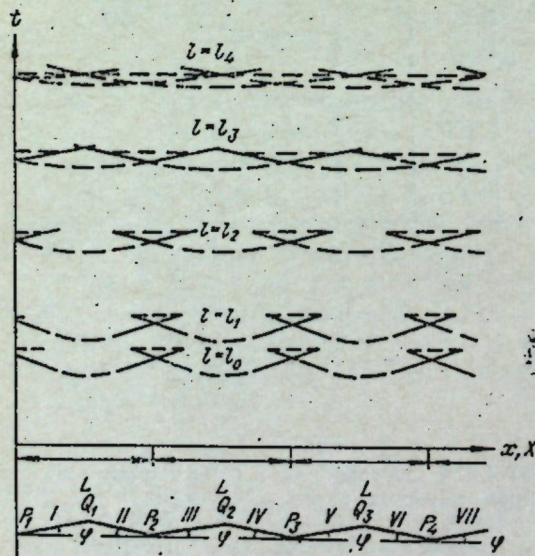


Рис. 3.15. Поле времен $t(X, l)$ для периодической границы в виде последовательности симметричных «угловатых» складок.

Для $l/z_0 \leq 1$ при не слишком больших углах наклона

$$\Delta X_i \approx \frac{L}{2} \sec^2 \varphi \left(1 - \frac{1}{16} \cdot \frac{l^2}{z_0^2} \sin^2 2\varphi \right). \quad (3.53'')$$

Из приведенных формул видно, что в реальных, часто встречающихся, условиях величина ΔX_i слабо зависит от z_0 и l и определяется прежде всего значением периода складчатости, а также углом наклона звеньев периодической границы.

Абсциссы предельных точек поля, соответствующих угловым точкам границы P_h и Q_h , вычисляются по формулам

$$X_{\text{пред}(h)} = kL \pm \frac{1}{\sin 2\varphi} \left(\sqrt{z_0^2 + \frac{1}{4} l^2 \sin^2 2\varphi} - z_0 \cos 2\varphi \right); \quad (3.54)$$

$$X'_{\text{пред}(h)} = \left(k - \frac{1}{2} \right) L \pm \frac{1}{\sin 2\varphi} \left[\sqrt{\left(z_0 - \frac{L}{2} \operatorname{tg} \varphi \right)^2 + \frac{1}{4} l^2 \sin^2 2\varphi} - \left(z_0 - \frac{L}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \cos 2\varphi \right]. \quad (3.55)$$

Верхний знак соответствует падению, нижний — восстанию.

Соответственно для протяженности зон перекрытия и разрывов линий $l = \text{const}$ можно написать

$$\Delta X = \frac{2}{\sin 2\varphi} \left(\sqrt{z_0^2 + \frac{1}{4} l^2 \sin^2 2\varphi} - z_0 \cos 2\varphi \right); \quad (3.56)$$

$$\Delta X' = \frac{2}{\sin 2\varphi} \left[\sqrt{\left(z_0 - \frac{L}{2} \operatorname{tg} \varphi \right)^2 + \frac{1}{4} l^2 \sin^2 2\varphi} - \left(z_0 - \frac{L}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) \cos 2\varphi \right]. \quad (3.57)$$

Эти величины в противоположность ΔX_i будут определяться в первую очередь значением z_0 , а также φ , причем с увеличением z_0 они возрастают почти линейно.

Последнее особенно очевидно для относительно небольших l/z_0 и $l/z_0 - \Delta z$, не превышающих 0,2, когда приведенные формулы можно представить приближенно в виде

$$\Delta X = 2z_0 \operatorname{tg} \varphi \left(1 + \frac{1}{16} \cdot \frac{l^2}{z_0^2} \cos^2 \varphi \right); \quad (3.56')$$

$$\Delta X' = 2(z_0 - \Delta z) \operatorname{tg} \varphi \left[1 + \frac{1}{16} \cdot \frac{l^2}{(z_0 - \Delta z)^2} \cos^2 \varphi \right]. \quad (3.57')$$

Величины ΔX и $\Delta X'$ характеризуют одновременно протяженность линий $l = \text{const}$ дифрагированных от угловых точек P и Q волн, и, следовательно, можно прийти к важному выводу, что при сохранении формы структуры по мере увеличения глубины в поле $t(X, l)$ все большую роль будут играть дифрагированные

волны. Относительное «обогащение» поля дифрагированными волнами можно характеризовать отношением

$$\frac{\Delta X + \Delta X'}{2\Delta X_1},$$

которое на основании приведенных выше формул можно представить для не слишком больших значений $l \leq z_0$ приближенно в виде

$$\frac{\Delta X + \Delta X'}{2\Delta X_1} = \frac{2z_0 \sin 2\varphi}{L} \left[1 + \frac{1}{16} \cdot \frac{l^2}{z_0^2} (\cos^2 \varphi + \sin^2 2\varphi) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta z}{z_0} \right]. \quad (3.58)$$

Как отмечалось выше и следует из вышеприведенных формул, размер «вырожденной» петли с увеличением l будет возрастать, и при определенном условии петли, образованные на синклиналих в соседних периодах, будут смыкаться, а затем заходить друг за друга. Условие смыкания петель записывается в следующем виде:

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + L \cdot z_0 \cdot \operatorname{ctg} 2\varphi - z_0^2, \quad (3.59)$$

при $l=0$

$$2z_0 \operatorname{tg} \varphi = L. \quad (3.59')$$

Временные соотношения для пересечения линий $l=\text{const}$ будут в принципе такими же, что и для двухзвенной границы, рассмотренной выше.

Что касается годографов ОГТ, то главной их особенностью для периодической границы будет при больших «заходах» линий $l=\text{const}$, превышающих период складчатости, возможность существования на отдельных участках более чем трех годографов, включая таковые для дифрагированных волн.

Рассмотрим еще структуру, имитирующую разрывное нарушение (рис. 3.16), когда наклонная отражающая граница имеет разрыв вдоль сбрасывателя с углом наклона ω .

В произвольно выбранном начале координат глубина до границы 1 равна H_0 . Точка A_1 — пересечение нормали в конечной точке границы с линией наблюдений — отстоит от начала координат на расстояние X_1 . Глубина H_1 по нормали к границе в точке P равна $H_1 = H_0 + X_1 \cdot \sin \varphi$.

Используя соотношения (3.25) и (3.24'), получим координаты предельных точек линий $l=\text{const}$ поля $t(X, l)$, соответствующие границе 1:

$$X_P = X_1 + \frac{1}{2 \sin \varphi} (\sqrt{H_1^2 + l^2 \sin^2 \varphi} - H_1),$$

$$v^2 t_P^2 = l^2 + 2H_1 (\sqrt{H_1^2 + l^2 \sin^2 \varphi} + H_1).$$

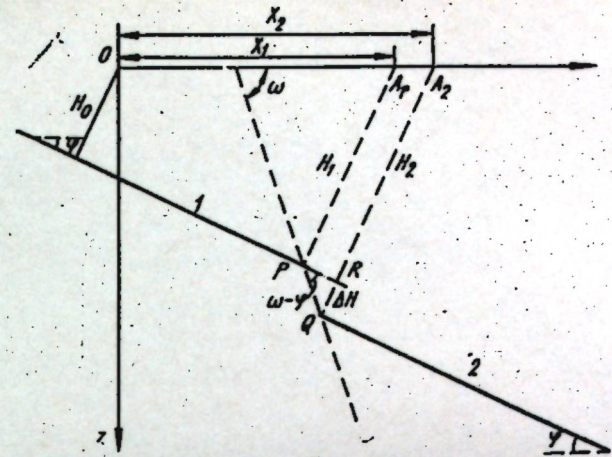


Рис. 3.16. К расчету поля $t(X, l)$ для структуры с наличием дизъюнктивного нарушения.

На участке $\overline{A_1 A_2}$ при любых l могут существовать только дифрагированные волны, образующиеся на угловых точках P и Q .

Допустим, что плоскость сбрасывателя не является отражающей границей либо поле, соответствующее границе PQ , располагается существенно в иной области значений X и t .

Поле от границы 2 начинается с отражения от точки Q . При этом абсцисса точки A_2 имеет значение

$$X_2 = X_1 + \frac{\Delta H \operatorname{ctg} (\omega - \varphi)}{\cos \varphi},$$

а глубина H_2 представляется выражением

$$H_2 = H_1 + \Delta H [1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{ctg} (\omega - \varphi)].$$

Координаты начальных точек линий $l=\text{const}$, соответствующих точке Q на отражающей границе 2, выражаются следующими формулами:

$$X_Q = X_1 \frac{\Delta H \cdot \operatorname{ctg} (\omega - \varphi)}{\cos \varphi} + \frac{1}{2 \sin \varphi} (\sqrt{H_2^2 + l^2 \sin^2 \varphi} - H_2);$$

$$v^2 t_Q^2 = l^2 + 2H_2 (\sqrt{H_2^2 + l^2 \sin^2 \varphi} + H_2).$$

На участке $X_Q - X_P$ будут существовать дифрагированные волны.

На рис. 3.17 представлены главные особенности поля $t(X, l)$ и годографов ОГТ для структуры рассмотренного типа в случае $\omega = 90^\circ$.

Обращает на себя внимание сложный характер взаимоположения линий $l=\text{const}$ в области нарушения, что, в свою очередь, обуславливает необычную форму годографов ОГТ и различную их протяженность.

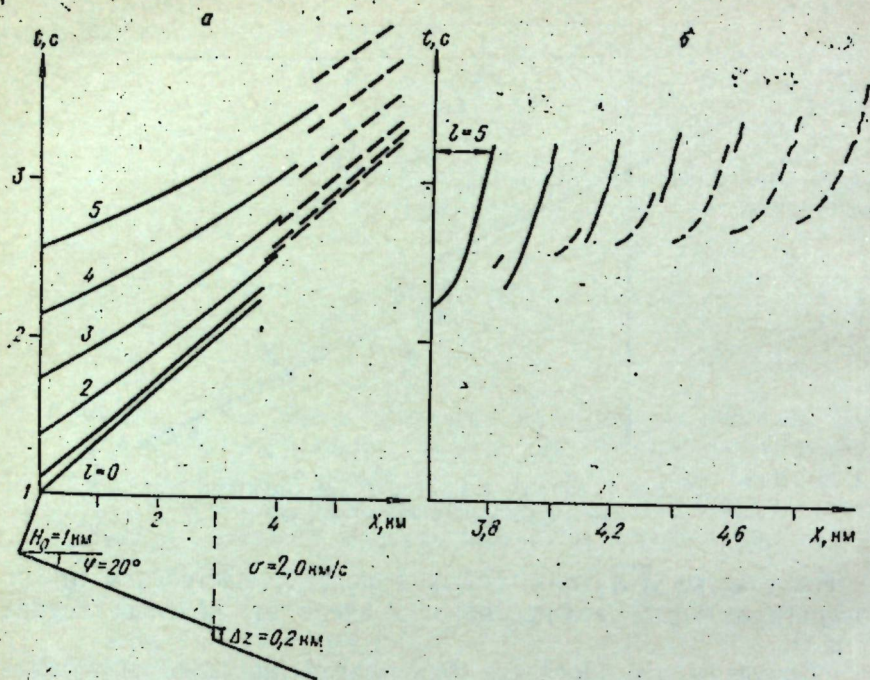


Рис. 3.17. Поле времен $t(X, l)$ (а) и годографы ОГТ (б) в области разрывного нарушения, изображенного на рис. 3.16 при $\omega = 90^\circ$.

3.2.4. Круговая граница (Пузырев, Чернякова, 1974). Во многих случаях реальные криволинейные границы в двумерной среде возможно аппроксимировать кусочно дугами окружностей. Анализ полей $t(X, l)$ и годографов ОГТ в этом случае можно провести на основе общих зависимостей, полученных в начале данного параграфа.

Целесообразно рассматривать отдельно антиклинальные и синклиналильные формы, а в последних, в свою очередь, выделить случаи, когда центры кривизны располагаются в нижней и верхней полуплоскостях. Начало координат выберем так, чтобы вертикальная ось (z, t) проходила через центр кривизны и соответственно через экстремумы границы.

Для антиклинальной формы уравнение границы записывается в виде

$$z = z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2}, \quad (3.60)$$

где z_0 — глубина залегания границы в замке складки;
 r — радиус кривизны.

Подставляя значение z в (3.27) и (3.28), получим

$$X = \frac{x(z_0 + r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \frac{l}{2} \times$$

$$\times \frac{(z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2})r^2 + lx\sqrt{r^2 - x^2} - \sqrt{(z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2})^2 r^4 + l^2 x^2 (l^2 - x^2)}}{(z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2})r^2 - lx\sqrt{r^2 - x^2} + \sqrt{(z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2})^2 r^4 + l^2 x^2 (l^2 - x^2)}}, \quad (3.61)$$

$$v^2 t^2 = l^2 + \frac{2(z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2})r}{\sqrt{r^2 - x^2}} \times \left[\frac{(z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2})r}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \sqrt{\frac{(z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2})^2 r^2}{r^2 - x^2} + \frac{l^2 x^2}{r^2}} \right], \quad (3.62)$$

при $l=0$

$$X = \frac{x(z_0 + r)}{\sqrt{r^2 - x^2}}, \quad (3.61')$$

$$vt_0 = \frac{2(z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2})r}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 2[\sqrt{(z_0 + r)^2 + X^2} - r]. \quad (3.62')$$

Общий вид поля в обобщенных координатах $(X/z_0, vt/z_0)$ изображен на рис. 3.18. Линии $l = \text{const}$ имеют форму, близкую к гиперболам с минимумами на оси $vt(X=0)$, причем уравнение линии $l=0$ имеет вид

$$\left(\frac{vt_0}{2} + r\right)^2 - X^2 = (z_0 + r)^2. \quad (3.63)$$

Отметим, что при заданном диапазоне изменения X в случае $l=0$ будет обеспечиваться максимально возможная освещенность разреза. Если X изменяется от 0 до X , то максимальная длина освещаемой наблюдаемой дуги границы составляет

$$s = r \arctg\left(\frac{x}{z_0 + r}\right) = r \arctg \varphi_{\max},$$

где $\varphi_{\max}$ — максимально достижимый угол наклона границы.

Согласно рис. 3.18, выражение для vt в случае границы любой формы имеет вид

$$vt = \sqrt{z^2 + \left(X - x + \frac{l}{2}\right)^2} + \sqrt{z^2 + \left(X - x - \frac{l}{2}\right)^2}, \quad (3.64)$$

где (x, z) — координаты отражающей точки.

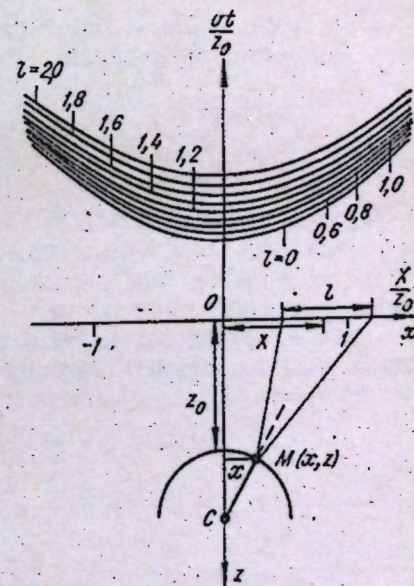


Рис. 3.18. Поле времен $t(X, l)$ в случае круговой границы антиклинальной формы.

В предельном случае границы с очень малым радиусом кривизны $x \rightarrow 0$ будем иметь уравнение поля $t(X, l)$ для дифрагированной волны (3.29').

$$vt = \sqrt{z_0^2 + \left(X + \frac{l}{2}\right)^2} + \sqrt{z_0^2 + \left(X - \frac{l}{2}\right)^2}.$$

В случае небольших радиусов кривизны r величина параметра x также будет малой, что допускает разложение (3.64) в ряд по степеням x . Ограничиваясь первой степенью, получим

$$vt = \sqrt{z_0^2 + \left(X + \frac{l}{2}\right)^2} + \sqrt{z_0^2 + \left(X - \frac{l}{2}\right)^2} - x \left[\frac{\left(X + \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{z_0^2 + \left(X + \frac{l}{2}\right)^2}} + \frac{\left(X - \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{z_0^2 + \left(X - \frac{l}{2}\right)^2}} \right] = vt_d + \Delta vt. \quad (3.64')$$

Учитывая малость x , выразим последний через r и X , используя (3.61'). Тогда для поправочного члена можно приближенно написать

$$\frac{\Delta vt}{z_0} = \frac{-\xi \rho}{\sqrt{\xi^2 + (1+\rho)^2}} \left[\frac{\xi + \lambda/2}{\sqrt{1 + (\xi + \lambda/2)^2}} + \frac{\xi - \lambda/2}{\sqrt{1 + (\xi - \lambda/2)^2}} \right], \quad (3.64'')$$

где

$$\xi = \frac{X}{z_0}; \quad \lambda = \frac{l}{z_0}; \quad \rho = \frac{r}{z_0}.$$

При очень малых значениях ρ под корнем в знаменателе первой дроби приближенно можно положить $1+\rho \approx 1$, и тогда

$$\frac{\Delta vt}{z_0} = -\frac{\rho \xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} \left[\frac{\xi + \lambda/2}{\sqrt{1 + (\xi + \lambda/2)^2}} + \frac{\xi - \lambda/2}{\sqrt{1 + (\xi - \lambda/2)^2}} \right] = -\rho A(\xi, \lambda). \quad (3.64''')$$

Функция $A(\xi, \lambda)$ всегда положительна и, следовательно, при заданных X и l времена для дифрагированной волны всегда будут больше, чем отраженной волны от границы, проходящей через точку дифракции.

Уравнение годографа ОГТ для рассматриваемого случая круговой границы запишем в виде

$$l^2 = 4 \left[X - \frac{(z_0 + r)x}{\sqrt{r^2 - x^2}} \right] \left[X - \frac{r^2 - (z_0 + r)\sqrt{r^2 - x^2}}{x} \right]; \quad (3.65)$$

$$v^2 l^2 = l^2 + 4(z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2}) \left[\frac{x(X - x)}{\sqrt{r^2 - x^2}} + (z_0 + r - \sqrt{r^2 - x^2}) \right]. \quad (3.66)$$

Строгое аналитическое исследование полей (3.61)–(3.62) и годографов ОГТ (3.65)–(3.66) весьма затруднительно ввиду сложности исходных уравнений. Заметим, однако, что число переменных в указанных уравнениях можно свести к четырем, если все величины нормировать к z_0 . Тогда в общем виде можно записать

$$\frac{vt}{z_0} = \frac{vt}{z_0} \left(\frac{l}{z_0}, \frac{X}{z_0}, \frac{r}{z_0} \right), \quad (3.67)$$

где предполагается, что параметр x/z_0 исключается численным способом.

Расчеты показывают, что наиболее пологими являются годографы ОГТ для дифрагированной волны ($\rho=0$). По мере увеличения радиуса кривизны границы, годограф становится все более крутым, достигая предельной максимальной кривизны в случае плоской границы раздела ($\rho=\infty$).

В случае относительно малых значений $l/z_0 < 1$ представляется возможным привести уравнение годографа ОГТ для круговой выпуклой границы приближенно в явной форме.

Локально можно записать

$$v^2 l^2 = l^2 \cos^2 \varphi + 4h_m^2, \quad (3.4')$$

где φ и h_m — соответственно угол наклона границы и глубина по нормали при $l=0$.

Предположим теперь, что отражающие точки при различных значениях l располагаются близко друг к другу и угол наклона остается в первом приближении неизменным. Тогда

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{z_0 + r};$$

$$(h_m + r)^2 = X^2 + (z_0 + r)^2.$$

Подставляя найденные отсюда φ и h_m в (3.4'), получим приближенное уравнение годографа ОГТ и одновременно поля $t(X, l)$

$$v^2 l^2 = \frac{l^2 (z_0 + r)^2}{X^2 + (z_0 + r)^2} + 4 \left[\sqrt{(z_0 + r)^2 + X^2} - r \right]^2, \quad (3.68)$$

или в безразмерных координатах, введенных выше,

$$\frac{v^2 l^2}{z_0^2} = \frac{\lambda^2 (1 + \rho)^2}{\xi^2 + (1 + \rho)^2} + 4 \left(\sqrt{\xi^2 + (1 + \rho)^2} - \rho \right)^2. \quad (3.68')$$

Анализ этой формулы показал, что она справедлива в широком диапазоне параметров. При $\rho=0$ получим приближенное выражение для годографа ОГТ и временного поля дифрагированной волны

$$\frac{v^2 l_0^2}{z_0^2} = 4(1 + \xi^2) + \frac{\lambda^2}{1 + \xi^2}, \quad (3.68'')$$

т. е. при ограниченных значениях λ годограф ОГТ дифрагированной волны можно считать гиперболой. При этом, как по-

казывает детальный анализ, если провести гиперболу $t_r(l)$ через две произвольные точки годографа дифрагированной волны $t_d(l)$, то $t_r > t_d$.

Как известно, при изменении базы l от 0 до l «общая глубинная точка» в общем случае наклонного залегания границы не сохраняет своего положения, и по мере увеличения l точка отражения сдвигается по восстанию на величину Δs . Для плоской границы раздела эта величина ΔS_0 определяется формулой (3.5).

В случае криволинейной границы мы также будем по этой формуле вычислять ΔS , заменив величину $H_c = N = z(x) \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}$.

Таким образом, ΔS_0 определяется как отрезок касательной к границе раздела, вдоль которого могли бы располагаться отражающие точки в системе ОГТ при изменении базы от 0 до l в предположении, что граница локально плоская. Для произвольной функции $z(x)$ имеем

$$\Delta S_0 = \frac{l^2 \frac{dz}{dx}}{4z(x) \left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (3.69)$$

При рассмотрении круговой границы параметр x нетрудно выразить через X , согласно (3.61'), в результате чего для выпуклой границы будем иметь

$$\Delta S_0 = \frac{l^2 (z_0 + r) X}{4 [(z_0 + r)^2 + X^2] [V(z_0 + r^2) + X^2 - r]}, \quad (3.69')$$

или в безразмерных координатах, введенных выше,

$$\frac{\Delta S_0}{z_0} = \frac{\lambda^2 (1 + \rho) \xi}{4 [(1 + \rho)^2 + \xi^2] [V(1 + \rho)^2 + \xi^2 - \rho]}. \quad (3.69'')$$

Реальная отражающая точка в случае криволинейной границы мигрирует с изменением l по другому закону. Соответствующую длину дуги определяем так:

$$\Delta S = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx, \quad (3.70)$$

где пределы x_1 и x_2 находятся соответственно как решения относительно параметра x уравнений (3.27') и (3.27) при заданных значениях l и X .

Для выпуклой круговой границы выражение для ΔS можно записать в виде

$$\Delta S = r \arctg \left[\frac{X \sqrt{r^2 - x^2} - x(z_0 + r)}{(z_0 + r) \sqrt{r^2 - x^2} + xX} \right], \quad (3.70')$$

где параметр x находится из (3.61). В безразмерных координатах в общем виде будем иметь

$$\frac{\Delta S}{z_0} = \frac{\Delta S}{z_0}(\xi, \lambda, \rho). \quad (3.71')$$

На рис. 3.19 изображены зависимости $\frac{\Delta S}{z_0} \left(\frac{X}{z_0}\right)$ и $\frac{\Delta S_0}{z_0} \left(\frac{X}{z_0}\right)$ для различных значений r/z_0 при фиксированном $l/z_0 = 2$. Оба семейства имеют отчетливый максимум, положение которого смещается вправо по мере увеличения радиуса кривизны. Естественно, что при любых r/z_0 в данном случае $\Delta S < \Delta S_0$, причем по мере уменьшения радиуса кривизны различие между ΔS и ΔS_0 возрастает.

Рассмотрим теперь синклиналиную форму с центром в нижней полуплоскости.

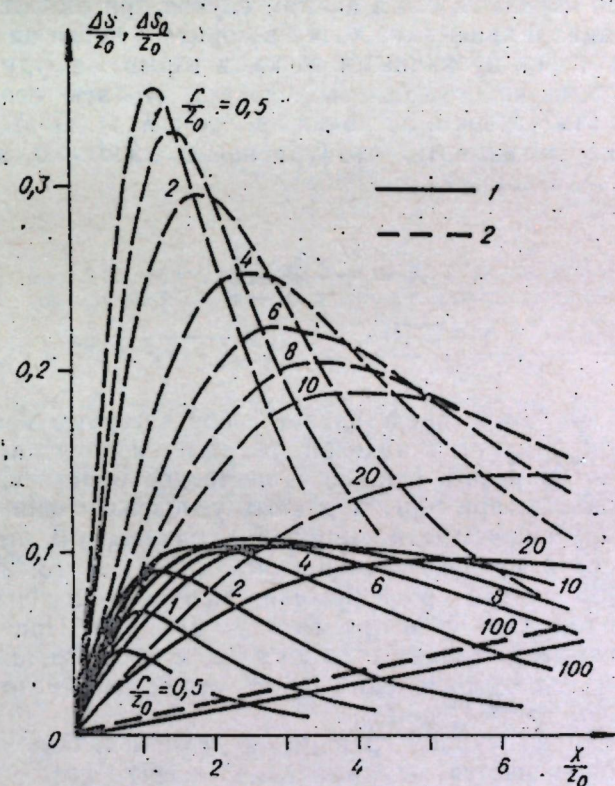


Рис. 3.19. Относительные размеры областей миграции отражающих точек при заданном интервале l/z_0 от 0 до 2 для выпуклой границы различной кривизны. 1 — значения $\Delta S/z_0$ для криволинейной границы; 2 — значения $\Delta S_0/z_0$ для локальной плоской границы.

Уравнение поля в параметрической форме записывается в виде

$$X = -\frac{x(z_0 - r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \frac{l}{2} \times$$

$$\times \frac{(z_0 - r + \sqrt{r^2 - x^2}) r^2 - l x \sqrt{r^2 - x^2} - \sqrt{(z_0 - r + \sqrt{r^2 - x^2})^2 r^4 + l^2 x^2 (r^2 - x^2)}}{(z_0 - r + \sqrt{r^2 - x^2}) r^2 + l x \sqrt{r^2 - x^2} + \sqrt{(z_0 - r + \sqrt{r^2 - x^2})^2 r^4 + l^2 x^2 (r^2 - x^2)}}; \quad (3.71)$$

$$v^2 l^2 = l^2 + \frac{2(z_0 - r + \sqrt{r^2 - x^2}) r}{\sqrt{r^2 - x^2}} \left[\frac{(z_0 - r + \sqrt{r^2 - x^2}) r}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\frac{(z_0 - r + \sqrt{r^2 - x^2})^2 r^2}{r^2 - x^2} + \frac{l^2 x^2}{r^2}} \right]. \quad (3.72)$$

В работах Н. Н. Пузырева (1959) и Т. Н. Куличихиной (1960) было показано, что в данном случае при любых положениях источника и приемника точки возврата и петли на обычных годографах с фиксированными точками взрыва не будут наблюдаться. Отсюда непосредственно следует, что эти особенности не должны отмечаться и на полях времен $t(X, l)$. Поэтому мы не будем здесь показывать, что уравнение $dX/dx=0$ не имеет действительных корней.

При $l=0$

$$X = -\frac{x(z_0 - r)}{\sqrt{r^2 - x^2}}; \quad (3.71')$$

$$v t_0 = \frac{2(z_0 - r + \sqrt{r^2 - x^2}) r}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 2 [\sqrt{(z_0 - r)^2 + X^2} + r], \quad (3.72')$$

т. е. $t(X)$ при $l=0$ представляет собой вогнутую кривую, по общему виду близкую к таковой для выпуклой границы с тем же радиусом кривизны. Однако существенно отметить, что для вогнутой границы при прочих равных условиях линия $l=0$ будет более крутой, чем для выпуклой границы. В этом легко убедиться, если продифференцировать (3.62') и (3.72') по X .

В частном случае расположения центра кривизны на оси $X(r=z_0)$ линии $l=0$ суть прямые $v t_0 = 2(z_0 \pm X)$. При этом отражения возможны только от точки $x=z_0$ с обоих концов, кроме точки $X=0$, где одновременно будет существовать отражение от апикальной части границы.

Как и для выпуклой границы, в данном случае при $l=0$ также обеспечивается максимальная освещенность границы при заданном диапазоне изменения X . Если X возрастает от 0 до X , то длина освещаемой дуги границы равна

$$s = r \arctg \left(\frac{X}{z_0 - r} \right) = r \arctg \varphi_{\max}. \quad (3.73)$$

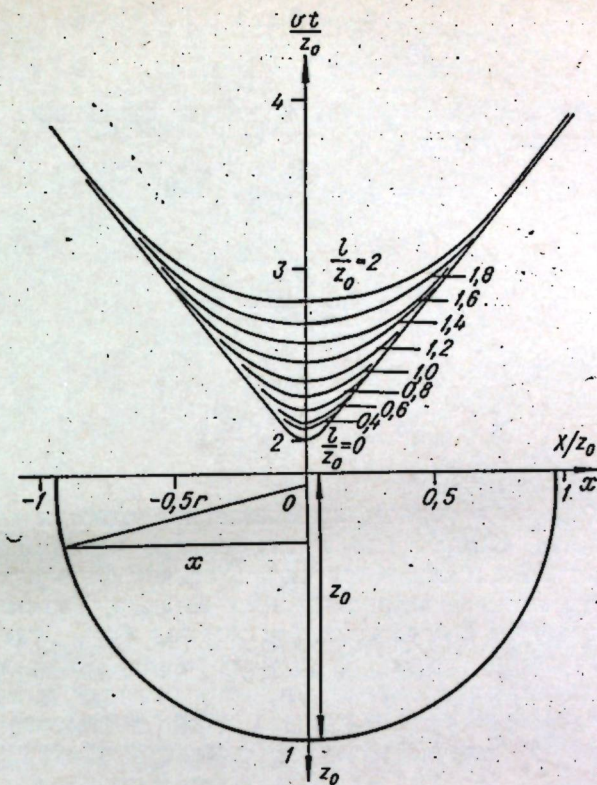


Рис. 3.20. Общий вид поля времен $t(X, l)$ для вогнутой круговой границы с центром в нижней полуплоскости; $r/z_0=0,95$.

При $l \neq 0$, согласно (3.71) — (3.72), величины X и vt растут по мере увеличения x ($x < r$), причем первая из них остается всегда отрицательной. Это означает, что для любых значений базы l линии $l = \text{const}$ суть вогнутые кривые. На рис. 3.20 показан общий вид поля $\frac{vt}{z_0} \left(\frac{X}{z_0}, \frac{l}{z_0} \right)$ при $r/z_0=0,95$. Можно видеть, что по мере увеличения l/z_0 кривые $l/z_0 = \text{const}$ становятся более пологими. Это является общим правилом при любых параметрах данной модели. По общему виду поле мало отличается от соответствующего поля для выпуклой границы.

Получить строгое уравнение поля времен в явной форме в общем виде не представляется возможным по причине высоких степеней по параметру x . Рассмотрим частный случай $r=z_0$:

$$X = -\frac{1}{2x} (\sqrt{z_0^4 + l^2 x^2} - z_0^2); \quad (3.71'')$$

$$v^2 l^2 = l^2 + 2z_0^2 + 2 \sqrt{z_0^4 + l^2 x^2}. \quad (3.72'')$$

Первое из этих выражений запишем в виде

$$l^2 x^2 = 4x^2 X^2 - 4r^2 x X.$$

Одному из его корней $x=0$ соответствует отражение от осевой точки синклинали, когда

$$v^2 l^2 = l^2 + 4z_0^2 \text{ и } X \equiv 0.$$

Второй корень

$$x = \frac{4z_0^2 X}{4X^2 - l^2}$$

даст следующее уравнение поля:

$$v^2 l^2 = l^2 + \frac{16z_0^2 X^2}{4X^2 - l^2},$$

справедливое для $X \neq 0$.

Если $r \ll z_0$, то в первом приближении остается справедливым разложение (3.64'), где x заменяется через X согласно (3.71'). В результате останется справедливой формула (3.64'''), если в ней изменить на обратный знак перед r . Таким образом, теперь годограф ОГТ отраженной волны при $r \neq 0$ будет короче, чем соответствующий годограф дифрагированной волны.

В рассматриваемом случае вогнутой границы в определенных пределах остается справедливой также приближенная формула (3.68), в которой следует поменять знак перед r на обратный.

Отклонение годографов ОГТ от гиперболы для рассматриваемой модели среды возможно исследовать только численным методом. С этой целью решалась задача наилучшего приближения гиперболой по способу наименьших квадратов.

На рис. 3.21 представлены наиболее характерные годографы ОГТ и соответствующие им гиперболические аппроксимации для некоторых сечений поля рис. 3.20. Здесь же изображены гиперболы, проходящие через начало ($l/z_0=0$) и конец ($l/z_0=\lambda=1,67$) годографа. Можно видеть, что в рассматриваемом случае отклонения от гиперболы могут быть весьма велики и достигать для вполне реальных ситуаций величин, равных или больших периоду колебаний при обычно используемых в сейсморазведке частотах. При этом отклонение годографа от гиперболы возрастает по мере увеличения базы l и уменьшения величины z_0-r .

Отклонения от гиперболы следует в первую очередь связывать с тем, что отражающие точки при заданном значении X будут в данном случае мигрировать вдоль границы в очень широких пределах, причем в гораздо большей степени, чем в случае плоской наклонной границы раздела. Если центр кривизны располагается в непосредственной близости к началу координат, т. е. $r \approx z_0$, то ΔS стремится к предельному значению

$$\Delta S_{\text{пред}} = \frac{\pi r}{2}. \quad (3.74)$$

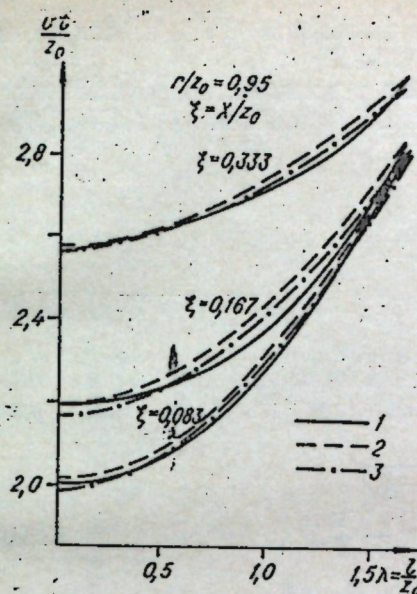


Рис. 3.21. Годографы ОГТ и их гиперболическая аппроксимация для некоторых сечений поля $t(X, l)$, представленного на рис. 3.20.

1 — теоретические годографы для криволинейной границы; 2 — гипербола, проведенная через концы теоретического годографа ($l/z_0=0$ и $l/z_0=1,67$); 3 — гипербола, рассчитанная по способу наименьших квадратов.

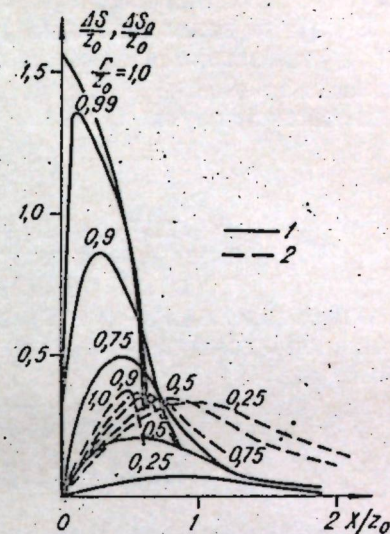


Рис. 3.22. Относительные размеры областей миграции отражающих точек при заданном интервале l/z_0 от 0 до 2 для вогнутой круговой границы с центром в нижней полуплоскости. Усл. обозн. см. на рис. 3.19.

В общем случае $r \neq z_0$, по аналогии с (3.69') и (3.70') можно написать:

$$\Delta S_0 = \frac{l^2}{4} \frac{X(z_0 - r)}{[V(z_0 - r)^2 + X^2 + r][(z_0 - r)^2 + X^2]}; \quad (3.75)$$

$$\Delta S = r \arctg \left[\frac{X \sqrt{r^2 - x^2} + x(z_0 - r)}{(z_0 - r) \sqrt{r^2 - x^2} - xX} \right], \quad (3.76)$$

где последнее уравнение необходимо рассматривать совместно с (3.71). Путем деления на z_0 получим соответствующие выражения в безразмерных координатах.

На рис. 3.22 представлены графики $\frac{\Delta S}{S_0} \left(\frac{X}{z_0}, \frac{r}{z_0} \right)$ и $\frac{\Delta S_0}{S_0} \left(\frac{X}{z_0}, \frac{r}{z_0} \right)$ для фиксированных значений $l/z_0=0$ и $l/z_0=\frac{l_{\max}}{z_0}=2$. Можно видеть, что при расположении центра кривизны на сравнительно небольших расстояниях от начала координат и небольших значениях X $\Delta S > S_0$, в то время как для относительно малых r и достаточно больших X имеет место обратное соотношение. Это

вполне коррелируется с формой годографов ОГТ и отличием последних от гиперболы (см. рис. 3.21).

В случае синклиальной формы с центром в верхней полуплоскости остаются справедливыми уравнения (3.71) — (3.72) для поля времен.

В частном случае $l=0$:

$$X = \frac{x(r - z_0)}{\sqrt{r^2 - x^2}}; \quad (3.77)$$

$$vt_0 = \frac{2(\sqrt{r^2 - x^2} + z_0 - r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 2(r - \sqrt{(r - z_0)^2 + X^2}). \quad (3.78)$$

Реально поле может существовать только для некоторого значения, определяемого выходом границы на поверхность при $x=x_0$, где

$$x_0 = \pm \sqrt{z_0(2r - z_0)}; \quad (3.79)$$

$$X_{\text{пред}} = X(x_0) = x_0 - \frac{l}{2}. \quad (3.80)$$

Соответствующее значение vt в предельной точке численно равно величине базы l .

Важнейшая особенность поля времен в данном случае — это возможность появления точек возврата и соответственно замкнутых петель, в связи с чем поле будет неоднозначным (рис. 3.23). Наличие точек возврата будет определяться экстремумами функции $X(x)$. На рис. 3.24 проиллюстрировано поведение функции $\frac{X}{z_0}(\frac{x}{z_0})$ для рассматриваемой модели при $r/z_0 = 1,25$ для различных значений l/z_0 . В соответствии с (3.77) при $l=0$ и $r > z_0$ экстремумы данной функции не могут существовать. Они

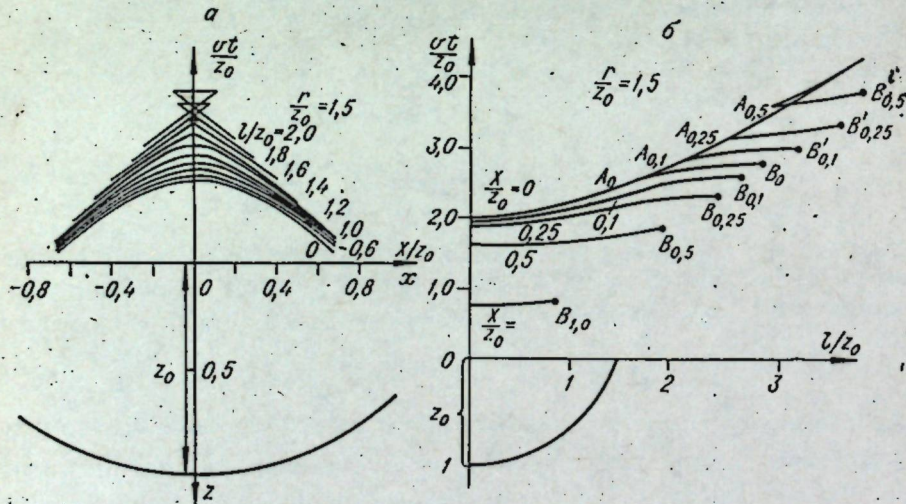


Рис. 3.23. Поле времен (а) и годографы ОГТ (б) для вогнутой границы с центром в верхней полуплоскости $r/z_0 = 1,5$.

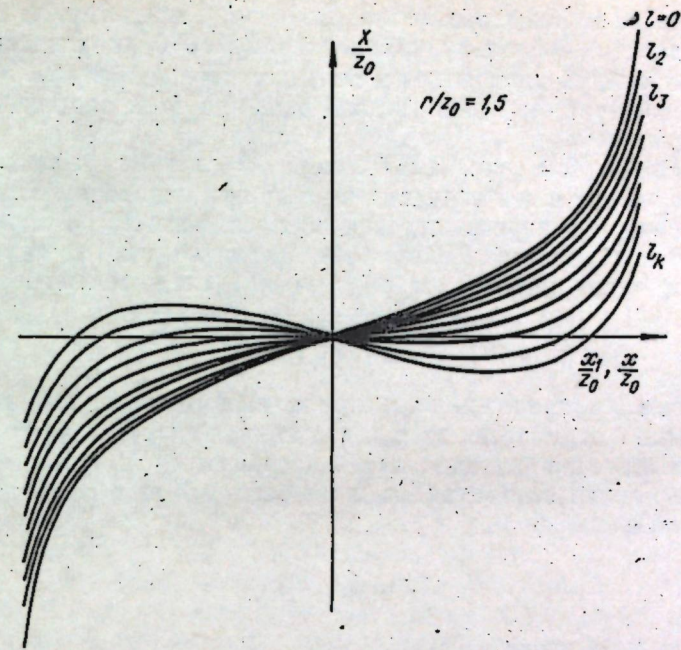


Рис. 3.24. Общий вид функции $X/z_0(x/z_0)$ для вогнутой границы с центром в верхней полуплоскости. Экстремумы соответствуют точкам возврата на линиях $l = \text{const}$.

появляются только при некотором конечном значении l/z_0 , которое в приведенном примере (см. рис. 3.24) равно 1, когда наклон касательной к линии $l/z_0 = \text{const}$ в начале координат ($x/z_0 = 0$, $X/z_0 = 0$) равен нулю.

Дифференцируя (3.71) по x и полагая $\frac{dX}{dx} = 0$ при $x=0$, окончательно получим условие появления петли (захода) на линии $l = \text{const}$

$$l^2 + 4z_0^2 - 4z_0r = 0, \quad (3.81')$$

или

$$l_{\text{нач}} = 2\sqrt{z_0(r - z_0)}. \quad (3.81'')$$

Отсюда видно, что чем больше r , тем при больших значениях базы l могут появляться петли. Так, например, при $r=2z_0$ петли могут появиться только при $l \geq 2z_0$, а при $r=3z_0$ при $l \geq 2\sqrt{2}z_0$. Таким образом, для вогнутой круговой границы появление петель поля $t(X, l)$ возможно, как правило, только для достаточно больших значений $l/z_0 \geq 2\sqrt{\frac{r-z_0}{z_0}}$. Но в случае расположения центра кривизны вблизи оси абсцисс ($r - z_0 \ll z_0$) петли появятся и для малых l/z_0 .

Определение размеров петли при $l > l_{\text{нач}}$ представляет большие трудности, поскольку уравнение $\partial X / \partial x = 0$ практически невозможно решить относительно x в аналитической форме. Можно предложить приближенный способ решения этой задачи, состоящий в следующем.

При $l > l_{\text{нач}}$ (см. рис. 3.24) линии $l = \text{const}$ на графике $X(x)$ образуют экстремум и вследствие этого при некотором значении $x = x_1$ второй раз пересекают ось абсцисс, если $X_{\text{пред}}$, определяемое (3.80), больше 0. Величина x_1 аналитически может быть выражена через параметры разреза и l следующим образом:

$$x_1 = \frac{\pm r \sqrt{[(r - z_0)^2 + l^2/4]^2 - r^2(r - z_0)^2}}{(r - z_0)^2 + l^2/4}. \quad (3.82)$$

Сделаем предположение, которое выполняется тем точнее, чем меньше l отличается от $l_{\text{нач}}$, что кривая $l = \text{const}$ на графике $X(x)$ симметрична относительно экстремума. Это значит, что положение точки возврата X_k может быть найдено приближенно по простой формуле

$$X_k = X\left(\frac{x_1}{2}\right),$$

используя выражение (3.71).

Соответственно приближенный размер петли будет равен

$$\Delta X = 2X\left(\frac{x_1}{2}\right).$$

При этом мы получим значение ΔX несколько меньше действительного.

Размер петли по вертикали (ординате) в центральной ее части с использованием общего выражения (3.72) определяется по формуле

$$\Delta vt = (vt)_{x=x_1} - (vt)_{x=0}.$$

При этом

$$(vt)_{x=x_1} = \sqrt{l^2 + \frac{(1+4r^2)^2}{8r^2} + \frac{1+4r}{r\sqrt{2}}} \times \\ \times \sqrt{\frac{(1+4r^2)^2}{32r^2} + \frac{l^2([4(r-z_0)^2 + l^2]^2 - 16r^2(r-z_0)^2)}{[4(r-z_0)^2 + l^2]}}; \\ (vt)_{x=0} = \sqrt{l^2 + 4z_0^2}.$$

Точные значения величин vt/z_0 (X/z_0 , l/z_0 , r/z_0) могут быть получены способами, аналогичными изложенным выше. Существенным отличием, однако, является то, что уравнение (3.71) при заданном X может иметь несколько корней x_k , соответствующих различным ветвям петель поля $t(X, l)$.

Годографы ОГТ для круговой границы с центром в верхнем полупространстве существенно отличаются от рассмотренных

ранее. Эти отличия обусловлены неоднозначностью полей времен для границ указанного типа. Общий вид годографов, соответствующих полю рис. 3.23, а, представлен на рис. 3.23, б.

Если длина годографа меньше $l_{\text{нач}}$, определяемого уравнением (3.81'), то на участке существования границы $X < x_0$, где x_0 вычисляется по формуле (3.77), годограф всегда будет представляться одной непрерывной кривой. При этом существенно отметить, что в этой области годограф имеет точку перегиба. При $X=0$ она совпадает с $l_{\text{нач}}$ (точка A_0 на рис. 3.23, б), а в случае $X > 0$ будет отмечаться при $l < l_{\text{нач}}$.

В интервале $l > l_{\text{нач}}$ в связи с появлением петель отмечаются три либо две ветви годографов ОГТ. Главные их особенности состоят в следующем. В центральной части поля ($X=0$) в точке A_0 происходит разветвление годографа на пологий (A_0B_0) и крутой участки. Последний соответствует замыкающей ветви на поле времен. Предельная точка B_0 нижней ветви соответствует значению $l=2x_0$ и связана с выходом границы на поверхность наблюдений. В случае $X \neq 0$ начальная ветвь годографа кончается в точке B_x , определяемой значением $l=(x_0-X)$. Кроме этой ветви, будут наблюдаться еще две, которые смыкаются в точках A_x , соответствующим концам петель на поле времен. Как и при $X=0$, от точек A_x отходят крутая и пологая ветви, причем последняя будет иметь предельную точку B_x , связанную с выходом границы на поверхность. Крутой участок годографа, как и при $X=0$, отображает семейство замыкающих ветвей петель на поле времен и не будет иметь справа предельных точек.

Миграция отражающих точек для заданного годографа в этом случае будет более сложной, чем указывалось выше.

На рис. 3.25, а, приведены кривые зависимости $\frac{\Delta S}{z_0} \left(\frac{X}{z_0} \right)$ для нескольких значений радиусов r/z_0 при $l/z_0=2$. Расчеты проведены по формуле (3.77), где z_0-r заменено на $r-z_0$. В соответствии с (3.81) при $r \leq \frac{1}{4} \cdot \frac{l^2}{z_0} + z_0$ значения ΔS на некоторых интервалах X будут неоднозначными, что связано с наличием петель на временных полях $vt(X)$ и существованием трех групп отражающих точек на границе раздела. Если $r \geq \frac{1}{4} \cdot \frac{l^2}{z_0} + z_0$, то функция $\Delta S(X)$ будет однозначной.

Кривые $\Delta S(X)$ имеют предельные точки при $x \rightarrow x_0$, причем

$$\Delta S_{\text{пред}} = r \arctg \left[\frac{l(r-z_0)}{2 \left(r^2 - \frac{lz_0}{\sqrt{2}} \right)} \right].$$

Величина ΔS_0 вычислялась по формуле (3.75), в которой z_0-r заменено на $r-z_0$. На рис. 3.25, б, приведен график $\frac{\Delta S_0}{z_0} \left(\frac{X}{z_0} \right)$ для тех же параметров, что и $\frac{\Delta S}{z_0} \left(\frac{X}{z_0} \right)$ рис. 3.22. Функция $\Delta S_0(X)$, как

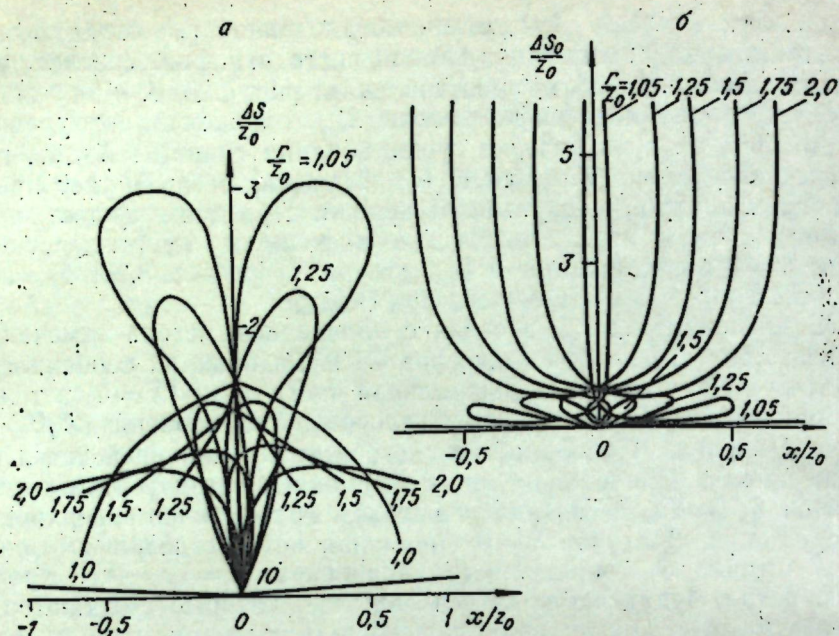


Рис. 3.25. Поведение функций $\frac{\Delta S}{z_0} \left(\frac{X}{z_0}, \frac{l}{z_0} \right)$ (а) и $\frac{\Delta S_0}{z_0} \left(\frac{X}{z_0}, \frac{l}{z_0} \right)$ (б), характеризующих миграцию отражающих точек, для вогнутой круговой границы с центром в верхней полуплоскости.

и $\Delta S(X)$, неоднозначна, если $r < \frac{1}{4} \cdot \frac{l^2}{z_0} + z_0$. Если $r > \frac{1}{4} \cdot \frac{l^2}{z_0} + z_0$, то $\Delta S(X)$ монотонно возрастает, не имея предельных точек, и существует до $X = x_0 - \frac{l}{2}$.

Отношение $\Delta S/\Delta S_0$ может принимать различные значения, в том числе (в области петель) значительно превосходящие единицу.

3.2.5. Особенности временных полей для границ переменной кривизны. Как было показано выше на примере границы круговой формы, главнейшая особенность полей $t(X, l)$ и годографов в случае криволинейных отражений — это появление зон неоднозначности, когда при одних и тех же значениях X и l фиксируются три или более значений времен отражений. Рассмотрим вопрос о появлении петель и заходов для границ с переменной кривизной несколько подробнее (Пузырев, 1974 б).

Как известно (Пузырев, 1959), для годографа с закрепленным источником условие однозначности формулируется в виде сохранения знака производной dl/dx . Аналогичным образом для поля $t(X, l)$ вдоль линии $l = \text{const}$ должен сохраняться знак производной dX/dx . Соответственно наличие захода петли на

линии $l = \text{const}$ должно формулироваться в виде

$$\frac{dX}{dx} = 0.$$

Запишем уравнение (3.30') в виде

$$\frac{l^2}{4} \cdot \frac{dz}{dx} = \left(X - x - z \frac{dz}{dx} \right) \left[(X - x) \frac{dz}{dx} + z \right]. \quad (3.30'')$$

Продифференцируем обе части последнего уравнения по x . В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} l^2 \frac{d^2 z}{dx^2} = & \left[\frac{dX}{dx} - 1 - \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 - z \frac{d^2 z}{dx^2} \right] \left[(X - x) \frac{dz}{dx} + z \right] + \\ & + \left(X - x - z \frac{dz}{dx} \right) \left[\left(\frac{dX}{dx} - 1 \right) \frac{dz}{dx} + (X - x) \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{dz}{dx} \right]. \end{aligned}$$

Полагая $dX/dx = 0$, получим общее условие появления петли (захода) на линии $l = \text{const}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} l^2 \frac{d^2 z}{dx^2} + \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 + z \frac{d^2 z}{dx^2} \right] \left[(X - x) \frac{dz}{dx} + z \right] = \\ = (X - x) \left(X - x - z \frac{dz}{dx} \right) \frac{d^2 z}{dx^2}. \end{aligned} \quad (3.83)$$

Если подставить вместо $X - x$ его значение через z , dz/dx и l , согласно (3.27), то условие (3.83) после преобразований будет иметь вид

$$\begin{aligned} 1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 + z \frac{d^2 z}{dx^2} + \\ + \frac{l^2 z \frac{d^2 z}{dx^2}}{\left\{ \sqrt{z^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^2 + l^2 \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} + z \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right] \right\}^2} = 0. \end{aligned} \quad (3.83')$$

При $l = 0$ оно приобретает известный (Васильев, 1962) простой вид

$$1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 + z \frac{d^2 z}{dx^2} = 0. \quad (3.83'')$$

С учетом (3.28) выражение (3.83') можно записать более компактно

$$1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 + \left[1 + \frac{4z^2 l^2}{(v^2 l^2 - l^2)^2} \right] z \frac{d^2 z}{dx^2} = 0. \quad (3.83''')$$

Из приведенных формул следует, что чем больше l , тем раньше на линии $l = \text{const}$ появится петля (заход). Иначе говоря, в случае $l \neq 0$ при прочих равных условиях петля (заход) появится тогда, когда $l = 0$ ее еще может не быть. Именно такая ситуация имеет место на рис. 3.23 в случае круговой границы с центром в верхней полуплоскости.

Появление петель, как известно, чаще всего связано с существованием синклиналичных перегибов на границах раздела. Рассмотрим этот вопрос детальнее.

Наличие петли, соответствующей синклиналичному перегибу границы с абсциссой x_m и ординатой z_m , означает, что при некотором значении $x > x_m$ в окрестности минимума кривой $z(x)$ конец петли будет в точке поля с абсциссой $x < x_m$. Соответственно при $x < x_m$ второй конец петли будет при $x > x_m$.

Если рассматривать случай зарождения петли, то оно должно наблюдаться при условии, когда $x = x_m$ и соответственно $X = x_m$. Отсюда следует, что условие зарождения петли, соответствующей синклиналичному перегибу $z(x)$, можно получить из (3.83), если положить $X - x = 0$ и $dz/dx = 0$. Или же, что равносильно, достаточно в (3.83') положить $dz/dx = 0$. Окончательно получим для границы любого вида

$$\left(\frac{l_{\text{нач}}}{4} + z_m^2\right) \left(\frac{d^2z}{dx^2}\right)_{x=x_m} + z_m = 0, \quad (3.84)$$

где $\frac{d^2z}{dx^2}$ вычисляется в точке минимума границы, $l_{\text{нач}}$ указывает пограничную область поля $l(X, l)$, на котором при $l < l_{\text{нач}}$ петли на линиях $l = \text{const}$ и соответственно на годографах любых типов (ОТВ, ОТП, ОГТ) не должны наблюдаться, а при $l > l_{\text{нач}}$ они обязательно будут существовать.

При $l = 0$ формула (3.84) приобретает особенно простой вид

$$z_m \left(\frac{d^2z}{dx^2}\right)_{x=x_m} + 1 = 0. \quad (3.84')$$

Последняя формула означает, что для появления петли на линии $l = 0$ необходимо, чтобы вторая производная в точке минимума границы по абсолютной величине равнялась либо была больше обратной величины глубины z_m в замке складки. Выше отмечалось, что для круговой формы это условие не выполняется.

Из формулы (3.84) видно, что при заданной кривизне границы раздела в точке минимума петля появляется при все меньших значениях $l_{\text{нач}}$ по мере увеличения глубины залегания.

Применим формулу (3.84) к некоторым границам, которыми с той или иной точностью возможно аппроксимировать реально наблюдаемые сейсмические горизонты.

Рассмотрим прежде всего границу эллиптической формы. Предположим, что центр эллипса располагается в нижней полуплоскости на глубине z_c . Уравнение границы

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{(z - z_c)^2}{b^2} = 1,$$

где a и b — полуоси эллипса. При этом $z_c = z_m - b$, где z_m —

глубина залегания в своде синклиналичной складки при $x = 0$. Учитывая, что

$$\left(\frac{d^2z}{dx^2}\right)_{x=0} = -\frac{b}{a^3},$$

и используя формулу (3.84), получим

$$l_{\text{нач}} = 2 \sqrt{\frac{z_m}{b} (a^2 - bz_m)}. \quad (3.85)$$

Если центр эллипса располагается в верхней полуплоскости, то $z_c = b - z_m$ и последняя формула остается справедливой. В частном случае $z_c = 0$; $b = z_m$:

$$l_{\text{нач}} = 2 \sqrt{a^2 - z_m^2}. \quad (3.85')$$

Отсюда следует, что наличие петель в этом случае возможно только при условии $a > z_m$.

При $b = a = r$ эллипс переходит в окружность и выражение (3.85) приобретает вид

$$l_{\text{нач}} = 2 \sqrt{z_m (r - z_m)}. \quad (3.85'')$$

Последняя формула была получена в предыдущем подпараграфе при рассмотрении частной задачи (см. формулу (3.81')).

Отметим, что формула (3.85) остается справедливой для гиперболической границы, заданной уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{(z - z_c)^2}{b^2} = -1,$$

где $z_c = z_m + b$.

Для параболической формы границы

$$z = z_m - \alpha x^2; \\ l_{\text{нач}} = \frac{1}{\alpha} \sqrt{2\alpha z_m (1 - 2\alpha z_m)},$$

т. е. появление петли возможно только при условии

$$z_m \leq \frac{1}{2\alpha}.$$

Приведем еще выражение для $l_{\text{нач}}$, когда граница аппроксимируется синусоидой с амплитудой Δz , глубиной в замке синклинали z_m и периодом L . Имеем

$$l_{\text{нач}}^2 = \frac{2z_m (L^2 - 2\pi z_m \Delta z)}{\pi^2 \Delta z}. \quad (3.86)$$

Отметим, что в некоторых случаях появление петель (заходов) на линиях $l = \text{const}$ может быть обусловлено не только наличием синклиналичных перегибов, но также и других особенностей. Так, например, заходы могут образоваться (Пузырев,

Чернякова, 1975) в том случае, когда имеются разрывы на эволюте (кривой центров кривизны).

3.2.6. Об особенностях временных разрезов для криволинейных границ. В настоящее время повсеместно оперируют с временными разрезами $t_0(x)$, представляющими собой непосредственно наблюдаемые в точках профиля либо вычисляемые путем операций с годографами времени вступления отраженных волн в пунктах, относимых к источнику. В сравнительно простых структурных условиях в первом приближении временные разрезы можно рассматривать как реальные разрезы с учетом искажения (в общем случае нелинейного) вертикального масштаба. Однако при более сложных ситуациях, часто встречающихся на практике, временные разрезы не дают правильного отображения главных структурных особенностей. Относящиеся сюда вопросы рассмотрены ранее Ю. А. Васильевым (1962) и Н. Н. Пузыревым (1975а). Ниже отмечаются лишь некоторые, наиболее важные, особенности временных разрезов. Имеется также в виду, что знание связей между временным разрезом и изучаемой структурой позволяет лучше понять некоторые особенности временных полей в сложных условиях.

Как и повсюду, в данном параграфе принимается, что среда над отражающей границей однородна. Вместо времени t_0 рассматривается длина нормали $N = \frac{1}{2} v t_0$.

Уравнение временного разреза для произвольной границы $z=z(x)$ в соответствии с (3.27) и (3.22) записывается в виде

$$\left. \begin{aligned} X &= x + z(x) \frac{dz}{dx}; \\ N &= z(x) \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}; \end{aligned} \right\} \quad (3.87)$$

где x — параметр.

Найдем связь между кривизнами линий $z(x)$ и $N(x)$.

Дифференцируя (3.87) по параметру и вычислив полные производные, получим

$$\frac{dN}{dX} = \frac{\frac{dz}{dx}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}; \quad (3.88)$$

$$\frac{d^2N}{dX^2} = \frac{\frac{d^2z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{3/2} \left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + z \frac{d^2z}{dx^2}\right]}. \quad (3.89)$$

Из (3.88) непосредственно следует, что экстремуму кривой $z(x)$ всегда соответствует экстремум временного разреза $N(X)$.

На основе последних формул связь между кривизнами $z(x)$ и $N(X)$ можно записать в виде

$$K_N = \frac{K_z \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}{\left[1 + 2 \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{3/2} \cdot (1 + NK_z)}. \quad (3.90)$$

Если в последней формуле положить $dz/dx=0$, то получим соотношение кривизн в точках экстремумов:

$$K_{Ne} = \frac{K_{ze}}{1 + z_e K_{ze}}. \quad (3.90')$$

Соответственно соотношение радиусов кривизны

$$R_{Ne} = R_{ze} + z_e. \quad (3.90'')$$

Из последних формул следует.

1. Если выпуклость кривой $z(x)$ обращена в сторону оси x (вверх), то $\frac{d^2z}{dx^2} > 0$, $K_z > 0$ и член $1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + z \frac{d^2z}{dx^2} > 0$. Поскольку

$$\left[\frac{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}{1 + 2 \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \right]^{3/2} < 1,$$

то приходим к выводу, что при положительной кривизне K_z будем иметь положительную кривизну K_N , причем $K_N < K_z$.

2. В случае синклиальной формы, т. е. отрицательных кривизн, соотношение между кривизнами K_N и K_z будет зависеть, согласно (3.90), от величины NK_z . Если последняя по абсолютной величине меньше 1, что соответствует положению центров кривизны в верхнем полупространстве, то $1 + NK_z > 0$ и знаки K_N и K_z будут совпадать. При этом, что особенно ясно из формул (3.90') и (3.90''), для экстремальной зоны $|K_N| > |K_z|$. В случае же $1 + NK_z < 0$, когда центры кривизн располагаются в нижнем полупространстве, синклиальной форме на кривой $z(x)$ будет соответствовать антиклиальная форма на кривой $N(X)$, причем $|K_{Ne}| > |K_{ze}|$. Одновременно K_{Ne} в данном случае больше кривизны кривой $N(X)$, соответствующей дифракции от точки, положение которой совпадает с осью синклинали. Эти особенности кривых $N(X)$ для синклиальных форм важны и в том смысле, что далеко не всегда наличие гипербол обратных положительных форм на временных разрезах следует интерпретировать как наличие явлений дифракции. Это может быть также связано с наличием относительно резких синклиальных форм,

при большой глубине залегания резкой синклинали это явление будет наблюдаться для сравнительно пологих структур.

В случае прямолинейной границы

$$z = z_0 + x \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

уравнение $N(X)$ имеет вид

$$N = z_0 \cdot \cos \varphi + X \cdot \sin \varphi.$$

Если через ω обозначить угол наклона линии $N(X)$, то

$$\omega = \operatorname{arctg}(\sin \varphi), \quad (3.91)$$

т. е. $\omega < \varphi$.

Если прямолинейный разрез $z(x)$ имеет протяженность s , то на временном разрезе он преобразуется в отрезок протяженностью s' , равный

$$s' = s \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \varphi}, \quad (3.92)$$

причем отрезок s' смещается в направлении падения.

Отметим главные особенности отображения границ круговой формы на временных разрезах.

В случае выпуклой границы с радиусом r и глубиной центра z_0 уравнение $z(x)$ имеет вид

$$z = z_0 - \sqrt{r^2 - x^2}.$$

Тогда, согласно (3.61'),

$$X = \frac{(z_0 + r)x}{\sqrt{r^2 - x^2}},$$

где $z_0 = z_c - r$ — глубина в экстремальной точке.

Из последней формулы следует, что $N(X)$ всегда будет более растянутой, чем $z(x)$. Уравнение временного разреза после исключения параметра x из (3.87) записывается следующим образом:

$$N = \sqrt{(z_0 + r)^2 + X^2} - r. \quad (3.93)$$

Это уравнение гиперболы, симметричной относительно оси (z, N) , имеющей общую вершину с $z(x)$. При одних и тех же значениях $x = X$ кривая $N(X)$ всегда имеет меньший угол наклона, чем $z(x)$. Это следует также из сопоставления кривизн. В частности, в экстремальной точке

$$\frac{K_{Ne}}{K_{zc}} = \frac{r}{z_0 + r}.$$

При малом радиусе кривизны значение времени t_0 (либо N) будет мало отличаться от такового для дифрагированной волны

($t_{од}$) от точечного объекта, залегающего на глубине z_0 . Отношение их выражается зависимостью

$$\frac{t_0}{t_{од}} = \frac{\sqrt{(1+\rho)^2 + \xi^2} - \rho}{\sqrt{1 + \xi^2}} \approx 1 - \left(\frac{\sqrt{1 + \xi^2} - 1}{1 + \xi^2} \right) \rho,$$

где

$$\rho = \frac{r}{z_0}; \quad \xi = \frac{X}{z_0}.$$

В случае вогнутой круговой границы с центром в нижней полуплоскости зависимость между x и X выражается формулой

$$X = -\frac{x(z_0 - r)}{\sqrt{r^2 - x^2}}.$$

Знак минус справа означает, что заданной точке на кривой $N(x)$ соответствует точка на кривой $z(x)$, расположенной с противоположной стороны от оси ординат, проходящей через центр кривизны.

Уравнение $N(X)$ представляет собой гиперболу

$$N = \sqrt{(z_0 - r)^2 + X^2} + r.$$

В соответствии с общими соотношениями (3.90) и (3.91') $N(X)$ и $z(x)$ имеют в данном случае различные знаки кривизны, причем в экстремальной области

$$\frac{K_{Ne}}{K_{zc}} = -\frac{r}{z_0 - r}. \quad (3.94)$$

Соотношение между длинами кривых $z(x)$ и $N(X)$ может быть различным в зависимости от соотношения между z_0 и r . Так, при малом отличии между z_0 и r кривая $N(X)$ будет очень короткой по сравнению с $z(x)$, а если r мало по сравнению с z_0 , то $N(X)$ может быть существенно протяженнее $z(x)$ в рассматриваемом интервале параметра x .

Если вогнутая граница имеет центр в верхней полуплоскости, то имеют место следующие соотношения:

$$X = \frac{x(r - z_0)}{\sqrt{r^2 - x^2}};$$

$$N = r - \sqrt{(r - z_0)^2 + X^2}.$$

Соотношение между знаками кривых $z(x)$ и $N(X)$ зависит от соотношения между z_0 и r . При малых $r - z_0$ длина $N(X)$ будет значительно короче, чем $z(x)$, вырождаясь в пределе $r \rightarrow z_0$ в точку.

Существенно отметить, что в случае круговой границы заходы и петли на $N(X)$ образовываться не будут при любых положениях центра кривизны. Но это не относится к границам, состоящим из сопряженных дуг окружностей.

Для периодической синусоидальной границы форма временного разреза $N(X)$ будет зависеть от глубины залегания, периода складчатости и амплитуды. Как следует из (3.86), условие наличия петли в этом случае, связанное с синклинальной частью границы, может быть записано в виде

$$\Delta z \geq \frac{L^2}{2\pi^2 z_m} \quad (3.86')$$

Отметим, что наличие инверсии структурных форм в случае круговых или подобных им криволинейных форм с центрами кривизны в нижней полуплоскости может привести к весьма большим искажениям отображений структур на временном раз-

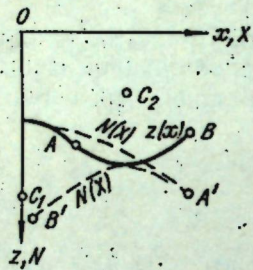


Рис. 3.26. Временной разрез $N(X)$ для границы $z(x)$, состоящей из двух сопряженных окружностей. A — точка перегиба; C_1 и C_2 — центры окружностей.

резе. Так, например, синклиналь с наличием точки перегиба на одном из бортов (рис. 3.26) отображается на кривой длин нормалей $N(X)$ в виде, напоминающем выклинивание границ раздела.

§ 3.3. ОСОБЕННОСТИ ВРЕМЕННЫХ ПОЛЕЙ И ГОДОГРАФОВ ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

3.3.1. О связи между годографами $t(l)$ и временными функциями $t(X, l)$ для типичных моделей сред. В § 3.1 было показано, что для простейшей модели плоской границы и постоянной скорости в слое уравнение частного временного поля в различных координатах легко выводится из уравнения годографа того или иного вида. В координатах (l, X) оно было получено в виде (3.10) из выражения для годографа ОГТ. Но (3.10) легко вывести также из уравнения годографа с закрепленным источником (3.2), если применить преобразование

$$H = H_0 + \left(X - \frac{l}{2}\right) \sin \varphi, \quad (3.95)$$

которое непосредственно следует из рис. 3.3.

Совершенно очевидно, что если известно уравнение годографа с закрепленным источником для модели с плоской границей

и неоднородной средой в слое, то из него можно получить выражение для двухмерной временной функции $t(X, l)$ путем преобразования переменных вида (3.95). Так, например, в работе Н. Н. Пузырева (1959) на с. 104 было получено приближенное уравнение годографа в направлении восстания плоской отражающей границы, когда средняя скорость линейно изменяется с глубиной. Оно имеет в наших обозначениях вид

$$t = \frac{\left(H - \frac{l}{2} \sin \varphi\right) \sqrt{l^2 - 4lH \sin \varphi + 4H^2}}{v_0 \left(H - \frac{l}{2} \sin \varphi\right) + kH \left(H - l \sin \varphi\right) \cos \varphi}, \quad (3.96)$$

где v_0 — начальная скорость при $z=0$;
 k — градиент скорости dv_m/dz .

Используя (3.95) с учетом того, что в данном случае $\sin \varphi$ следует брать с обратным знаком, и подставляя в (3.96), получим уравнение частного временного поля для данной модели среды в координатах (l, X)

$$t = \frac{(H_0 - X \sin \varphi) \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4(H_0 - X \sin \varphi)^2}}{v_0 (H_0 - X \sin \varphi) + k \left[(H_0 - X \sin \varphi)^2 - \frac{l^2}{4} \sin^2 \varphi \right] \cos \varphi}. \quad (3.96')$$

Или в обычно используемой в данной работе системе с положительным направлением по падению границы:

$$t = \frac{(X \sin \varphi + H_0) \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4(X \sin \varphi + H_0)^2}}{v_0 (X \sin \varphi + H_0) + k \left[(X \sin \varphi + H_0)^2 - \frac{l^2}{4} \sin^2 \varphi \right] \cos \varphi}. \quad (3.96'')$$

В общем случае слоистой модели с прямолинейными границами, в том числе и при переменной скорости в слоях (рис. 3.27),

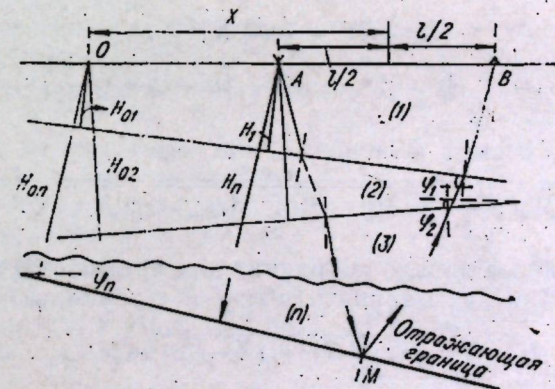


Рис. 3.27. Модель слоистой среды с плоскими границами.

ниже рассматривается только случай линейной зависимости скорости от глубины: $v=v_0(1+\beta z)$.

Пусть в точке отражения M (рис. 3.29) задана глубина до границы и угол наклона φ . Тогда используя известные (Пузырев, 1959) зависимости, можно записать уравнение годографа в параметрическом виде

$$l = \frac{1}{\beta \sin(\alpha - \varphi)} [\sqrt{(1 + \beta z)^2 - \sin^2(\alpha - \varphi)} - (1 + \beta z) \cos(\alpha - \varphi)] + \frac{1}{\beta \sin(\alpha + \varphi)} [\sqrt{(1 + \beta z)^2 - \sin^2(\alpha + \varphi)} - (1 + \beta z) \cos(\alpha + \varphi)]; \quad (3.100)$$

$$t = \frac{1}{v_0 \beta} \ln \left\{ \frac{[1 + \beta z + \sqrt{(1 + \beta z)^2 - \sin^2(\alpha - \varphi)}] \times}{(\cos \alpha + \cos \varphi)^2} \times \right. \\ \left. \times [1 + \beta z + \sqrt{(1 + \beta z)^2 - \sin^2(\alpha + \varphi)}] \right\}. \quad (3.101)$$

Угол φ вычисляется по заданному уравнению границы раздела, т. е.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dz(x)}{dx};$$

α — угол отражения (параметр).

При рассмотрении поля времен $t(X, l)$ к приведенным уравнениям необходимо присоединить еще одно:

$$X = x + \frac{1}{2\beta} \left\{ \frac{1}{\sin(\alpha + \varphi)} [\sqrt{(1 + \beta z)^2 - \sin^2(\alpha + \varphi)} - (1 + \beta z) \times \right. \\ \left. \times \cos(\alpha + \varphi)] - \frac{1}{\sin(\alpha - \varphi)} [\sqrt{(1 + \beta z)^2 - \sin^2(\alpha - \varphi)} - \right. \\ \left. - (1 + \beta z) \cos(\alpha - \varphi)] \right\}, \quad (3.102)$$

где x — новый параметр — абсцисса точки отражения в общей системе координат.

Если в приведенных выражениях положить $\alpha=0$, то получим уравнение линии $l=0$ в параметрической форме (параметр x):

$$X = x + \frac{1}{\beta \frac{dz}{dx}} \left[\sqrt{(1 + \beta z)^2 + \beta z (2 + \beta z) \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} - (1 + \beta z) \right]; \quad (3.103)$$

$$t_0 = \frac{2}{v_0 \beta} \ln \frac{(1 + \beta z) \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} + \sqrt{(1 + \beta z)^2 + \beta z (z + \beta z) \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}. \quad (3.104)$$

В случае плоской границы $z=z_0+x \operatorname{tg} \varphi$ параметр x легко исключается и тогда уравнение записывается в явной форме (Пузырев, 1959):

$$t_0 = \frac{2}{v_0 \beta} \ln \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi + [\beta X \sin \varphi + (1 + \beta z_0) \cos \varphi]^2} + \beta X \sin \varphi + (1 + \beta z_0) \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}. \quad (3.104')$$

Если выбрать начало координат в точке выхода границы на линию наблюдений, то предыдущее уравнение приобретает более простой вид:

$$t_0(X) = \frac{2}{v_0 \beta} \ln \frac{\cos \varphi + \beta X \sin \varphi + \sqrt{(\cos \varphi + \beta X \sin \varphi)^2 + \sin^2 \varphi}}{1 + \cos \varphi}. \quad (3.104'')$$

Выражение для наклона линии $l=0$:

$$\frac{dt_0}{dX} = \frac{2 \sin \varphi}{v_0 \sqrt{(\cos \varphi + \beta X \sin \varphi)^2 + \sin^2 \varphi}}. \quad (3.105)$$

Отсюда видно, что по мере удаления от начала координат (погружение границы раздела) наклон линии $t_0(X)$ постепенно уменьшается, причем тем быстрее, чем больше угол наклона и градиент скорости.

В частном случае $\varphi=90^\circ$ (вертикальная граница)

$$t_0 = \frac{2}{v_0 \beta} \operatorname{arsh} \beta X;$$

$$\frac{dt_0}{dX} = \frac{2}{v_0 \sqrt{1 + \beta^2 X^2}}.$$

Отметим, что при наличии вертикального градиента скорости эхо-отражение может наблюдаться вследствие рефракции даже при обратном падении границы раздела, как это изображено на рис. 3.30. Уравнение линии $t_0(X)$ в этом случае может быть получено из (3.104''), если изменить знак перед $\cos \varphi$ на обратный. Непосредственно из чертежа можно видеть, что линия $t_0(X)$ в этом случае физически может существовать только

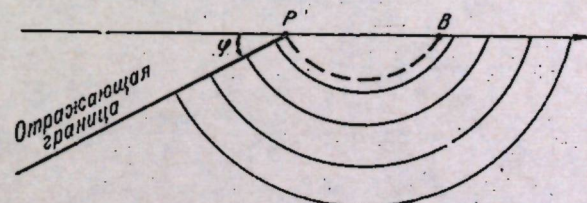


Рис. 3.30. Лучевая схема распространения эхо-отражений от подвернутой границы в случае градиентной среды.

начиная с точки B , причем

$$X_{\text{нач}} = \frac{2 \operatorname{ctg} \varphi}{\beta}.$$

В случае плоской границы и $l \neq 0$ уравнение годографа можно записать только в параметрическом виде. Миную несложные выкладки, приведенные в работах Н. Н. Пузырева (1953) и Т. В. Нефедкиной (1970), выпишем окончательные формулы, имеющие следующий вид:

$$l = \frac{1}{\beta \sin^2(\alpha + \varphi)} \{ \sin \alpha \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi + (\cos \varphi + \beta H)^2} - (\cos \varphi + \beta H) \sin(2\alpha + \varphi) + \sqrt{[(\cos \varphi + \beta H) \sin \alpha + \sin \varphi \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi + (\cos \varphi + \beta H)^2}]^2 - \sin^4(\alpha + \varphi)} \}; \quad (3.106)$$

$$t = \frac{1}{v_0 \beta} \{ \ln(\sin \alpha + \sin \varphi) [\cos \varphi + \beta H + \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi + (\cos \varphi + \beta H)^2}] + \ln[(\cos \varphi + \beta H) \sin \alpha + \sin \varphi \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi + (\cos \varphi + \beta H)^2}] + \sqrt{[(\cos \varphi + \beta H) \sin \alpha + \sin \varphi \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi + (\cos \varphi + \beta H)^2}]^2 - \sin^4(\alpha + \varphi)} - 2 \ln(\cos \alpha + \cos \varphi) \sin(\alpha + \varphi) \}, \quad (3.107)$$

где H — глубина по нормали в точке источника $\varphi > 0$ в направлении падения.

При $\alpha \rightarrow 0$ получим $l=0$ и выражение для $t=t_0$.

Для области, близкой к источнику, путем разложения функции $t(l)$ в ряд Маклорена получим следующее представление тремя членами

$$t = t_0 + a_1 l + a_2 l^2, \quad (3.108)$$

где

$$t_0 = \frac{2}{v_0 \beta} \ln \frac{\cos \varphi + \beta H + \sqrt{(\cos \varphi + \beta H)^2 + \sin^2 \varphi}}{1 + \cos \varphi}, \quad (3.108')$$

$$a_1 = \frac{A}{B}; \quad a_2 = \frac{BC - AD}{2B^3};$$

$$A = \frac{2}{v_0 \beta \sin \varphi} \left[1 - \cos \varphi - \frac{\sin^2 \varphi - \cos \varphi}{p(p+q)} \right];$$

$$B = \frac{2q}{\beta \sin^2 \varphi} \left(1 - \frac{q}{p} \cos \varphi \right);$$

$$C = \frac{2}{v_0 \beta p^2 q (p+q)^2} \left[\frac{p^2 q (p+q)^2}{1 + \cos \varphi} + 2pq^2 (p+q) \cos \varphi + p^2 q (p+q) (1 + 2 \cos \varphi + 2 \cos 2\varphi) - p^3 (p+q) - \right.$$

$$\left. - q(p+q) \sin 2\varphi \cos \varphi - \frac{1}{2} pq \sin^2 2\varphi \right];$$

$$D = \frac{4}{p^2 \beta \sin \varphi} \left[p^4 - \frac{1}{2} p^2 (1 + 2 \cos 2\varphi) + pq \cos \varphi - \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi - \frac{2p^2 \cos \varphi}{\sin^2 \varphi} (pq - p^2 \cos \varphi - \sin^2 \varphi \cos \varphi) \right];$$

$$p = \cos \varphi + \beta H; \quad q = \sqrt{\sin^2 \varphi + p^2}.$$

Приведенное разложение справедливо только в пределах l , не превышающих $\frac{1}{2} H \div H$.

Для больших удалений от источника в литературе приведены только выражения для времени в ряде характерных точек (Пузырев, 1959; Нефедкина, 1970). Известны также главные особенности годографа и прежде всего его асимметричность по отношению к точке минимума (Епинатьева, 1946). С обеих сторон годограф имеет предельные точки, когда отраженная волна переходит в рефрагированную.

Представляет интерес получить приближенное выражение для годографа и соответственно поля времен, справедливое с достаточной для практики точностью не только для малых, но и для больших удалений от источника. Ниже приводится способ решения данной задачи, основанный на представлении годографа в следующем виде:

$$t = (A_0 + A_1 l + A_2 l^2) \sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2}. \quad (3.109)$$

Неизвестные параметры A_i определим, исходя из заданных значений времен в точке источника (3.104'') и в предельных точках в направлениях падения и восстания.

Полагая в (3.109) $l=0$ и приравнявая левую часть согласно (3.108'), получим

$$A_0 = \frac{1}{v_0 \beta H} \ln \frac{\cos \varphi + \beta H + \sqrt{(\cos \varphi + \beta H)^2 + \sin^2 \varphi}}{1 + \cos \varphi}. \quad (3.110)$$

Для предельных точек имеем следующие выражения (Пузырев, 1959): в направлении падения —

$$\left. \begin{aligned} l_{\text{пред+}} &= \frac{2}{\beta \cos^2 \varphi} \left[\sqrt{(\cos \varphi + \beta H)^2 - \cos^2 \varphi} + (\cos \varphi + \beta H) \sin \varphi \right]; \\ t_{\text{пред+}} &= \frac{2}{v_0 \beta} \operatorname{arsh} \frac{1}{2} \beta l_{\text{пред+}}; \end{aligned} \right\} \quad (3.111)$$

в направлении восстания

$$\left. \begin{aligned} l_{\text{пред-}} &= \frac{-2}{\beta \cos^2 \varphi} [\sqrt{(\cos \varphi + \beta H)^2 - \cos^2 \varphi} - (\cos \varphi + \beta H) \sin \varphi]; \\ l_{\text{пред-}} &= \frac{2}{v_0 \beta} \operatorname{arsh} \frac{1}{2} \beta |l_{\text{пред-}}|. \end{aligned} \right\} \quad (3.112)$$

Эти выражения могут быть получены из (3.106) — (3.107) при подстановке $\alpha = 90^\circ$.

Подставляя эти значения в (3.109), получим следующую систему уравнений для нахождения A_1 и A_2 :

$$\left. \begin{aligned} l_{\text{пред+}} &= (A_0 + l_{\text{пред+}} A_1 + l_{\text{пред+}}^2 A_2) \sqrt{l_{\text{пред+}}^2 + 4l_{\text{пред+}} H \sin \varphi + 4H^2}; \\ l_{\text{пред-}} &= (A_0 + l_{\text{пред-}} A_1 + l_{\text{пред-}}^2 A_2) \sqrt{l_{\text{пред-}}^2 + 4l_{\text{пред-}} H \sin \varphi + 4H^2}. \end{aligned} \right\}$$

Решение ее дает:

$$A_1 = \frac{l_{\text{пред+}}^2 B_- - l_{\text{пред-}}^2 B_+ - (l_{\text{пред+}}^2 - l_{\text{пред-}}^2) A_0}{l_{\text{пред+}} l_{\text{пред-}} (l_{\text{пред+}} - l_{\text{пред-}})}; \quad (3.113)$$

$$A_2 = \frac{l_{\text{пред+}} B_+ - l_{\text{пред+}}^2 B_- + (l_{\text{пред+}} - l_{\text{пред-}}) A_0}{l_{\text{пред+}} l_{\text{пред-}} (l_{\text{пред+}} - l_{\text{пред-}})}, \quad (3.114)$$

где

$$B_+ = \frac{l_{\text{пред+}}}{\sqrt{l_{\text{пред+}}^2 + 4l_{\text{пред+}} H \sin \varphi + 4H^2}};$$

$$B_- = \frac{l_{\text{пред-}}}{\sqrt{l_{\text{пред-}}^2 + 4l_{\text{пред-}} H \sin \varphi + 4H^2}}.$$

Величины A_0 , A_1 и A_2 зависят только от физических (v_0 , β) и геометрических (H , φ) параметров среды.

Изложенный способ вычисления коэффициентов корректирующей функции по предельным точкам наиболее хорошие результаты дает в случае относительно небольших углов наклона границы, когда предельные точки (особенно в направлении падения) удалены на не слишком большие расстояния от источника. Если угол достаточно велик и вместе с тем наблюдается минимум годографа в пределах существования границы, то целесообразно коэффициенты A_1 и A_2 вычислять по координатам (l_{min} , t_{min}), формулы для которых имеют вид

$$\left. \begin{aligned} l_{\text{min}} &= \frac{-2H \sin \varphi \left(\cos \varphi + \frac{1}{2} \beta H \right)}{\cos \varphi + \beta H}; \\ t_{\text{min}} &= \frac{1}{v_0 \beta} \ln [(\cos \varphi + \beta H)^2 + \sin^2 \varphi] \end{aligned} \right\} \quad (3.115)$$

и по точке (l_1 , t_1) в случае вертикального падающего луча (Нефедкина, 1970), когда

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= \frac{1}{\beta \sin 2\varphi \cos \varphi} [\sqrt{(\cos \varphi + \beta H)^2 - \sin^2 2\varphi \cos^2 \varphi} - (\cos \varphi + \beta H) \cos 2\varphi]; \\ t_1 &= \frac{1}{v_0 \beta} \ln \frac{(\cos \varphi + \beta H) [\cos \varphi + \beta H + \sqrt{(\cos \varphi + \beta H)^2 - \sin^2 2\varphi \cos^2 \varphi}]}{2 \cos^4 \varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (3.116)$$

В случае очень больших углов наклона, когда минимум годографа не будет отмечаться, в качестве опорных точек при вычислении $A_{1,2}$ целесообразно использовать в направлении падения (l_1 , t_1), а в направлении восстания — предельную точку, которая при больших углах наклона границы почти совпадает с выходом границы раздела на линию наблюдений.

Отметим, что при использовании других опорных точек формулы $A_{1,2}$ останутся фактически прежними; в них надо только заменить обозначения для координат опорных точек. Выражение для A_0 в любом случае остается неизменным.

Численные расчеты на конкретных примерах показали вполне удовлетворительную точность приближенной формулы (3.109), в том числе на больших удалениях от источника.

Во многих случаях вполне пригодно также решение, основанное на методе средних скоростей, в частности приведенное выше (3.96). Однако оно справедливо только для относительно малых расстояний от источника и при небольших градиентах скорости.

Особенности временных полей для рассматриваемой модели градиентной среды проще всего исследовать путем численных расчетов на конкретных примерах. На рис. 3.31 приведено временное поле $t(X, l)$ для границы, наклоненной под углом $\varphi = 45^\circ$, когда градиентный параметр $\beta = 1,0$ 1/км, а начальная скорость $v_0 = 2$ км/с. За начало координат принята точка пересечения отражающей границы с линией наблюдений. Прежде всего обращает на себя внимание совершенно различный вид линий $l = \text{const}$ для малых и больших значений l , причем имеет место перемена знака кривизны по мере увеличения l . Гиперболическая форма, свойственная в случае однородной среды (см. рис. 3.6) всем линиям $l = \text{const}$ (кроме $l = 0$ — прямая линия), здесь проявляется в качественной форме только при больших удалениях от источника.

Что касается годографов ОГТ, то они в целом, если делать качественную оценку, имеют форму, близкую к гиперболической.

Рассмотрим теперь случай градиентного слоя над криволинейной границей. В общем случае задача слишком сложна, и решение ее осуществимо только численными методами, рассмотренными в большом количестве специальных работ.

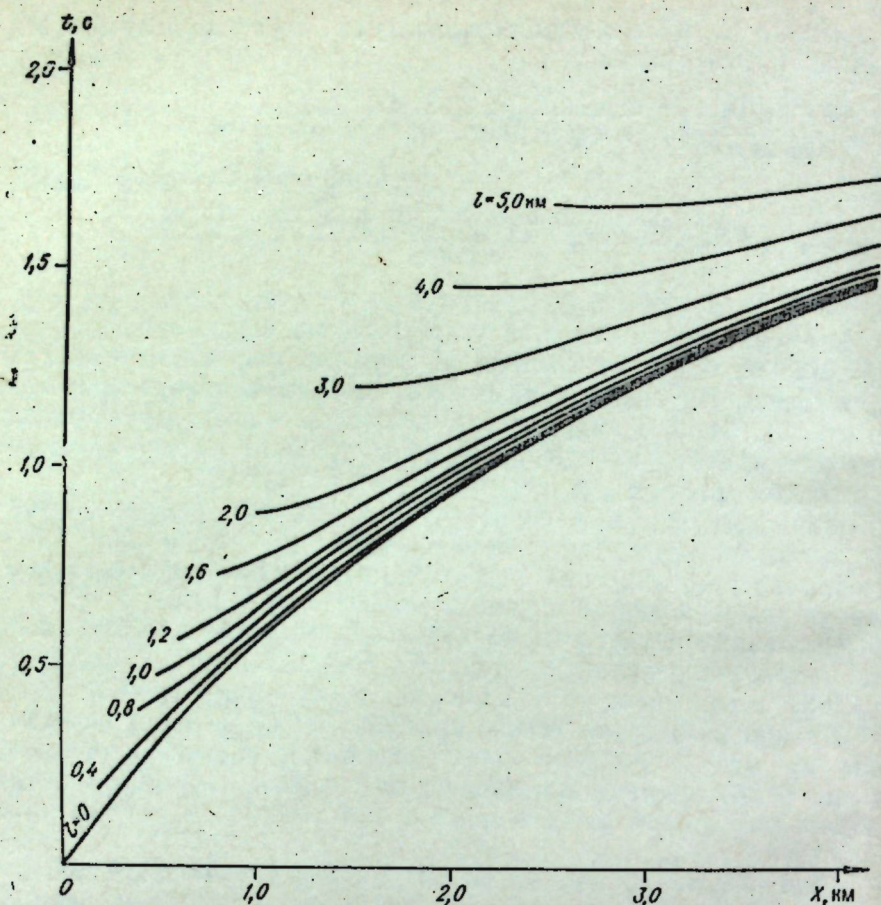


Рис. 3.31. Временное поле $t(X, l)$ для модели градиентной среды $v=v_0(1+\beta z)$ и наклонной границы раздела. Параметры: $\varphi=45^\circ$, $v_0=2$ км/с, $\beta=1,0$ 1/км.

Здесь анализируются только достаточно простые случаи, допускающие в какой-то мере аналитическое описание.

Наиболее просто решается задача в случае точечного дифрагирующего объекта, окруженного средой с линейно изменяющейся в каком-либо направлении скоростью. Наиболее важно решить задачу для вертикально-градиентной среды. Пусть точка дифракции находится на некоторой глубине z_0 (рис. 3.32), а источник располагается на расстоянии x_0 от эпицентра дифрагирующего объекта. Уравнение годографа при закрепленном источнике в точке A записывается в виде

$$t = \frac{1}{v_0\beta} \left\{ \operatorname{arch} \left[\frac{\beta^2(x_0^2 + z_0^2)}{2(1+\beta z_0)} + 1 \right] + \operatorname{arch} \left[\frac{\beta^2(x_0 + l)^2 + \beta^2 z_0^2}{2(1+\beta z_0)} + 1 \right] \right\}. \quad (3.117)$$

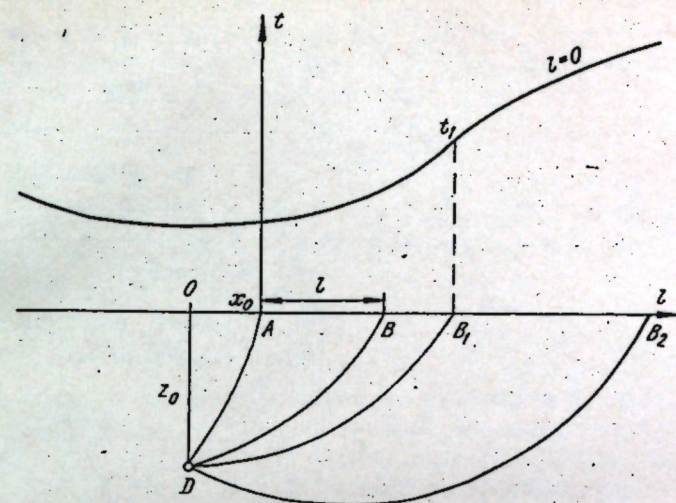


Рис. 3.32. Модель точечного дифрагирующего объекта в градиентной среде. В верхней части чертежа годограф $t(l)$ при расположении источника в точке A .

Поскольку первый член написанного уравнения не зависит от l , форма годографа будет определяться только вторым членом. Без специального исследования ясно, что если источник A располагается не слишком далеко от элемента D , то в интервале от $l=0$ до некоторого $l=l_1$ наклон годографа dt/dl будет возрастать по мере увеличения l . В точке $l=l_1$ наступит изменение знака кривизны, что соответствует горизонтальному направлению луча в точке D . При этом

$$l_1 = \frac{1}{\beta} \sqrt{(1+\beta z_0)^2 - 1}. \quad (3.118)$$

Расположим общее начало координат в точке O — эпицентре дифрагирующего объекта. Тогда, подставляя в (3.117) значение

$$x_0 = X - \frac{l}{2},$$

получим уравнение поля времен $t(X, l)$, ранее выведенное Н. Н. Пузыревым (1974 в):

$$t = \frac{1}{v_0\beta} \left\{ \operatorname{arch} \left[\frac{\beta^2 \left(X + \frac{l}{2} \right)^2 + \beta^2 z_0^2}{2(1+\beta z_0)} + 1 \right] + \operatorname{arch} \left[\frac{\beta^2 \left(X - \frac{l}{2} \right)^2 + \beta^2 z_0^2}{2(1+\beta z_0)} + 1 \right] \right\}. \quad (3.119)$$

Уравнение линии $l=0$ временного разреза

$$t_0 = \frac{2}{v_0\beta} \operatorname{arch} \left[\frac{\beta^2 (X^2 + z_0^2)}{2(1+\beta z_0)} + 1 \right]. \quad (3.119')$$

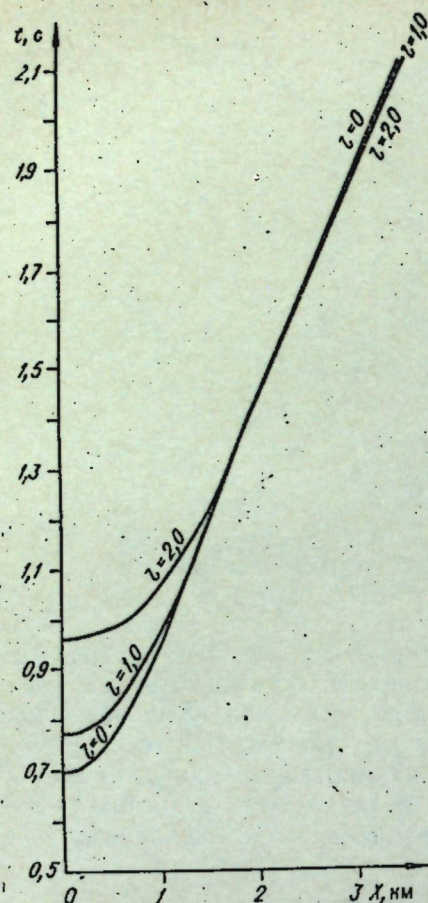


Рис. 3.33. Поле $t(X, l)$ дифрагированной волны в случае градиентной среды.

По своей общей форме (но не по значению времен) линия $t_0(X)$ будет такой же, как годограф ОТВ при расположении источника в точке O . В частности, при $X=l_1$, согласно (3.118), будет наблюдаться точка перегиба.

Расчеты показали, что на удалении от начала координат в связи с влиянием рефракции лучей, может иметь место пересечение линий $l=\text{const}$. Точки пересечения линии $l=0$ и некоторой линии с конечным значением l можно определить из совместного решения уравнений (3.119) и (3.119'). Однако это приводит к очень сложным выкладкам и необходимости решения нелинейных уравнений, на чем мы здесь не имеем возможности останавливаться. На рис. 3.33 дается общий вид поля дифрагированной волны для конкретной модели градиентной

среды. В дальней зоне отчетливо можно видеть пересечение линий $l=\text{const}$, что, в свою очередь, приведет к сильному искажению годографов, особенно годографа ОТГ.

Приведем некоторые данные о поле времен в случае круговой границы и $v=v_0(1+\beta z)$. Для линии $l=0$ исследование уравнения $dX/dx=0$ в соответствии с (3.103) показывает, что оно выполняется при условии

$$r = \frac{z_0}{2} \cdot \frac{2 + \beta z_0}{1 + \beta z_0} \quad (3.120)$$

где z_0 — глубина залегания границы в экстремальной точке;
 r — радиус окружности.

Это означает, что в случае градиентной среды смена знака кривизны временного разреза $t_0(X)$ происходит не при $r=z_0$, как это имеет место в случае однородной среды (см. п. 3.2.4), а при $r < z_0$, т. е. когда центр круговой границы $z(x)$ располагается в нижней полуплоскости.

Из (3.120) следует, что при любых значениях градиента $\beta > 0$ значение r/z_0 , реализующее смену знака кривизны линии $t_0(X)$, заключается в пределах

$$\frac{1}{2} \leq \frac{r}{z_0} \leq 1.$$

Поскольку βz_0 зависит от перепада средней скорости (v_m/v_0) , то r/z_0 можно выразить через эту величину. Ниже приводятся результаты расчетов:

v_m/v_0	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
r/z_0	1,00	0,85	0,76	0,71	0,67	0,64	0,62	0,60	0,59	0,58

Заметим, что если скорость уменьшается с глубиной, то будет иметь место обратное явление — смена знака кривизны линии $t_0(X)$ будет происходить при $r > z_0$, т. е. когда центр кривизны располагается в верхней полуплоскости.

Исследование полей $t(X, l)$ при конечном значении l для круговой границы и $v=v_0(1+\beta z)$ было выполнено численными методами на основе уравнений (3.100) — (3.102).

На рис. 3.34 представлено поле $t(X, l)$ для выпуклой круговой границы и градиентной среды. Каких-либо существенных особенностей по сравнению с однородной средой в области, примыкающей к экстремальной зоне границы, не наблюдается. В дальней зоне будет проявляться влияние рефракции. Заме-

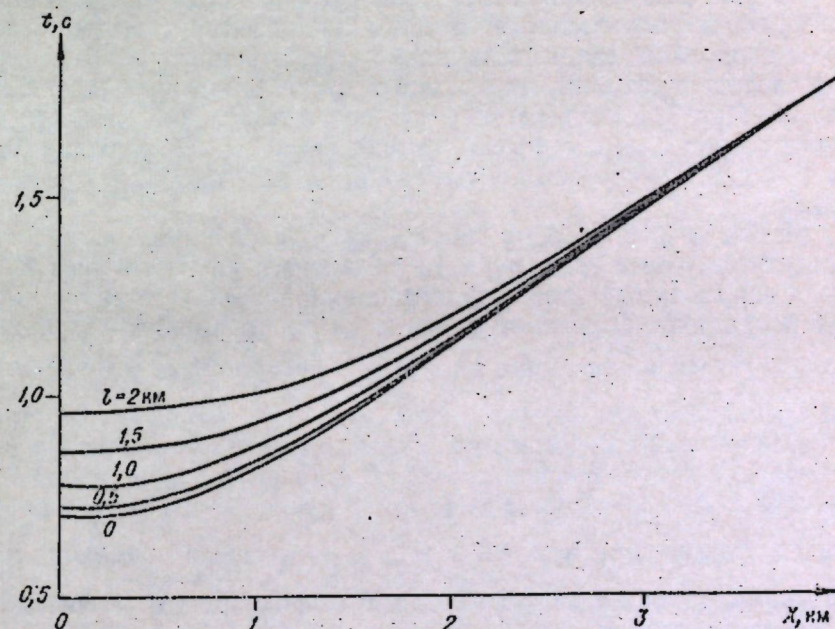


Рис. 3.34. Поле времен $t(X, l)$ для круговой границы выпуклой формы в случае градиентной среды. $z_0=1$ км; $v_0=2$ км/с; $\beta=1$ 1/км, $r=1$ км.

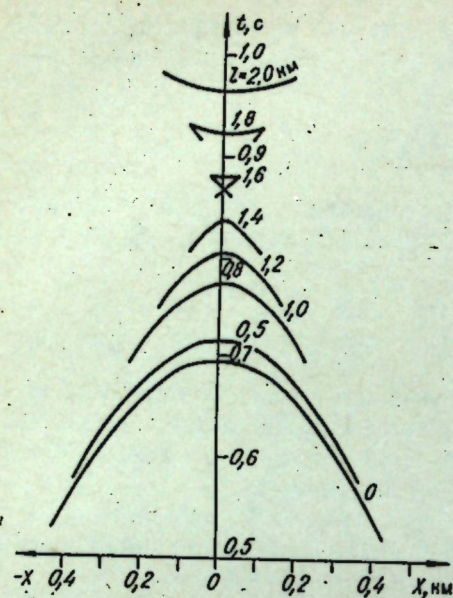


Рис. 3.35. Поле времен для круговой границы вогнутой формы в случае градиентной среды. $z_0 = 1$ км; $v_0 = 2$ км/с; $\beta = 1$ 1/км, $r = z_0 = 1$ км.

тим, что в случае выпуклой границы на годографах с фиксированным источником всегда будут отмечаться предельные точки, положение которых можно определить, исходя из условия касания предельного луча рефрагированной волны и границы раздела. Нетрудно вывести соответствующие формулы для координат предельных точек, на чем мы не будем останавливаться.

Если граница вогнутая, то появятся особенности, которые имеют место и для однородной среды. Но эти особенности начинают проявляться при других соотношениях между глубиной залегания границы и положением центра кривизны.

На рис. 3.35 представлено поле времен, когда центр кривизны границы располагается на линии наблюдений ($r = z_0$). В случае однородной среды каких-либо существенных особенностей (не считая отражений от концевых частей границы) не наблюдается. При $\beta > 0$ отчетливо отмечаются появление петель и соответственно волна кривизны линий $t = \text{const}$. Неоднозначность по t будет отмечаться, естественно, и на годографах любых видов.

Важно отметить одну интересную особенность появления предельных точек (т. е. переход ломаного пути отраженной волны в непрерывный путь рефрагированной волны) в случае вогнутой границы. Дело в том, что если центр кривизны границы располагается ниже линии $z = -\frac{1}{\beta}$, на которой размещены центры кривизны сейсмических лучей, то ни при каких положениях источников и приемников годографы не будут иметь предельных точек. Это вполне понятно, так как путь рефрагированной волны при такой ситуации всегда будет располагаться в нижней среде. Только при условии $r > z_0 + \frac{1}{\beta}$ появится возможность в принципе, с кинематических позиций, зафиксировать предельные точки на годографах.

3.3.3. Особенности временных полей для некоторых типов сложных сред. С однородно-слоистыми и градиентно-слоистыми

средами приходится сталкиваться на практике наиболее часто. Количественное исследование их весьма затруднительно, так как даже в простейших ситуациях не удастся получить строгие явные выражения для уравнений годографов и соответственно временных полей $t(X, l)$. В связи с этим приходится ограничиваться численными расчетами для конкретных моделей. Но число последних настолько велико, что охватить их совершенно невозможно. В связи с этим здесь будут указаны только наиболее простые модели, допускающие приближенный анализ.

Наиболее простой является модель из n параллельных однородных слоев, наклоненных под углом φ (Справочник..., 1966). Если источник и приемник находятся в пределах первого слоя, то параметрическое уравнение годографа имеет вид

$$l = \frac{2 \sum_{k=1}^n \frac{p h_k v_k}{\sqrt{1 - p^2 v_k^2}}}{\cos \varphi \mp \frac{p v_1 \cdot \sin \varphi}{\sqrt{1 - p^2 v_1^2}}}; \quad (3.121)$$

$$l = 2 \sum_{k=1}^n \frac{h_k}{v_k \sqrt{1 - p^2 v_k^2}} \pm \frac{2 \sin \varphi \sum_{k=1}^n \frac{p h_k v_k}{\sqrt{1 - p^2 v_k^2}}}{v_1 (\cos \varphi \sqrt{1 - p^2 v_1^2} - p v_1 \cdot \sin \varphi)}, \quad (3.122)$$

где $p = \frac{\sin \alpha_k}{v_k}$ — параметр (α_k — угол между лучом в слое k с нормалью к границе раздела).

При суммировании величина h_1 означает мощность первого слоя под источником.

В обеих формулах верхний знак соответствует направлению падения границ.

Для ближней к источнику области справедливы следующие разложения в ряд по степеням l :

$$t = t_0 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{v_m}{v_1} \sin \varphi \frac{l}{H} + \frac{1}{8} \frac{v_m}{v} \cos^2 \varphi \frac{l^2}{H^2} - \dots \right]; \quad (3.123)$$

$$t^2 = t_0^2 \left[1 + \frac{v_m}{v_1} \sin \varphi \frac{l}{H} + \frac{1}{4} \left(\frac{v_m^2}{v_1^2} \sin^2 \varphi + \frac{v_m}{v} \cos^2 \varphi \right) \frac{l^2}{H^2} - \dots \right], \quad (3.124)$$

где H , v_m и $\bar{v}$ относятся к точке источника.

Отметим, что уравнение годографа ОГТ для рассматриваемой модели имеет очень простую форму — оно совпадает с уравнением годографа для горизонтально-слоистой среды (2.5') — (2.6'), если вместо l подставить $l \cos \varphi$. Параметриче-

ское уравнение поля времен $t(X, l)$ может быть представлено в форме

$$X = \frac{\sqrt{1 - p^2 v_1^2}}{2 p v_1 \sin \varphi} \left(l \cos \varphi - 2 \sum_{h=1}^n \frac{p v_h h_h}{\sqrt{1 - p^2 v_h^2}} \right); \quad (3.121')$$

$$t = 2 \sum_{h=1}^n \frac{h_h}{v_h \sqrt{1 - p^2 v_h^2}} + \frac{1}{p v_1^2} \left(l \cos \varphi - 2 \sum_{h=1}^n \frac{p v_h h_h}{\sqrt{1 - p^2 v_h^2}} \right); \quad (3.122')$$

где суммирование относится к общему началу координат.

Приближенное представление с использованием средних скоростей:

$$t = \frac{H + \frac{v_m}{v_1} l \sin \varphi}{H + \frac{1}{2} \left(\frac{v_m}{v_1} + 1 \right) l \sin \varphi} \sqrt{l^2 + 4 l H \sin \varphi + 4 H^2}, \quad (3.125)$$

где v_m — средняя скорость в источнике.

При выводе последней формулы сделано предположение, что для всего пути средняя скорость равна среднему арифметическому из средних скоростей в точках источника и приемника.

Переход к полям $t(X, l)$ при известном уравнении годографов осуществляется по правилам, изложенным в п. 3.3.1. При обычном чередовании слоев без выклиниваний с качественной стороны общий вид временных полей не будет существенно отличаться от таковых для однородной среды. Последнее в какой-то степени остается справедливым и для моделей с непараллельными слоями. Наличие выклинивания приводит к резким нерегулярностям в поведении линий $l = \text{const}$, как это можно, например, видеть на рис. 3.36, где представлено поле $t(X, l)$ для модели с выклинивающимся слоем в случае горизонтально залегающей границы. На верхнем конце клина, примыкающем к линии наблюдений, зона резкого изменения свойств разреза тем более сглажена, чем больше величина l , что объясняется эффектом осреднения данных на больших базах. На нижнем конце клина отмечаются в одной и той же области две системы пересекающихся линий $l = \text{const}$. Это связано с тем, что в этой области отмечаются как отражения в однородном слое вне зоны клина, так и отражения с большой горизонтальной миграцией, когда лучи претерпевают преломление на крутопадающей промежуточной границе.

Следует отметить, что в угловых областях клина одновременно будут отмечаться дифрагированные волны, имеющие гиперболоидальную форму изолиний $l = \text{const}$. На рис. 3.36, чтобы не перегружать чертёж, поле дифрагированной волны не изображено. В средней части рисунка поле от горизонтально залегающей границы свидетельствует прежде всего о наличии

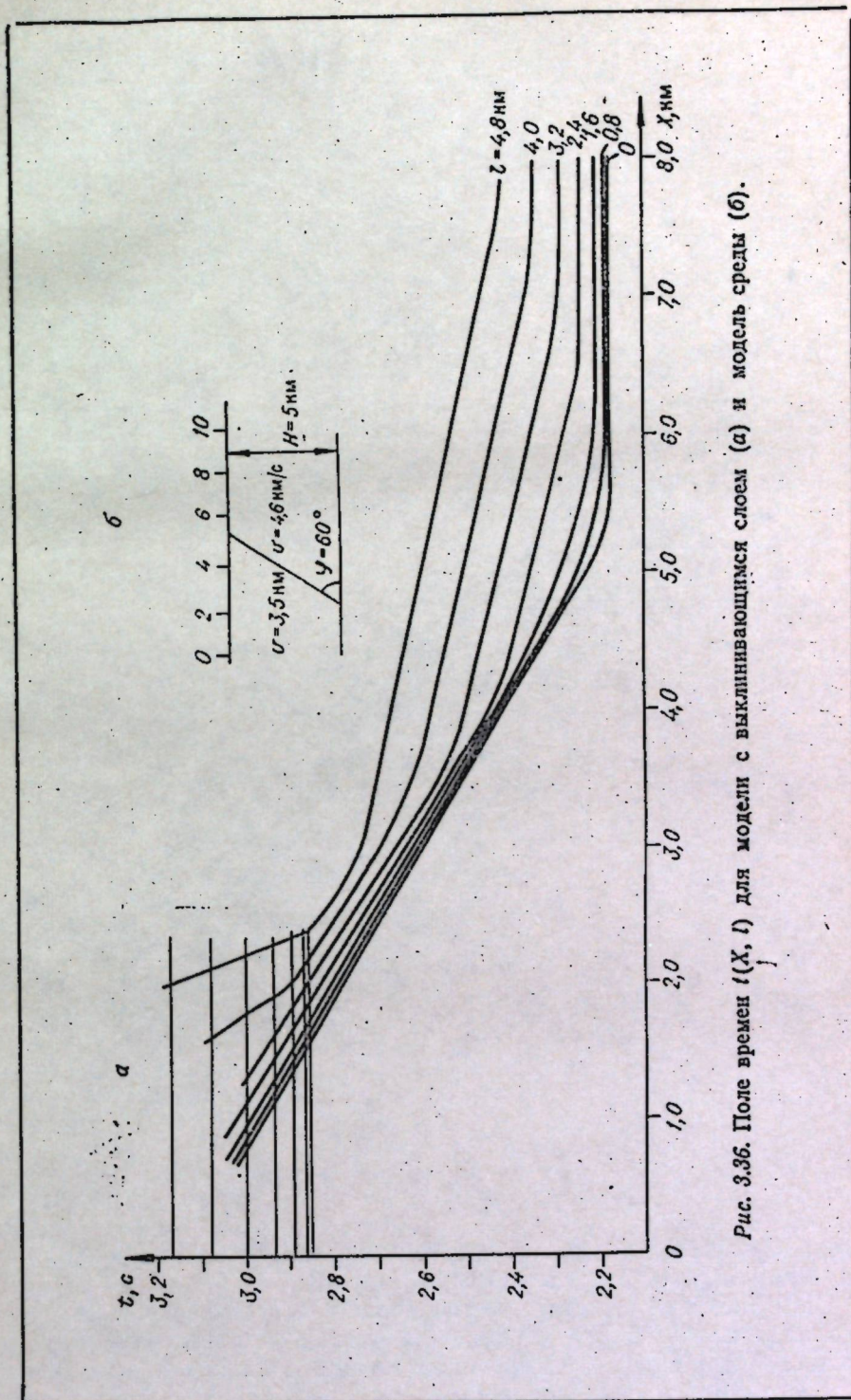
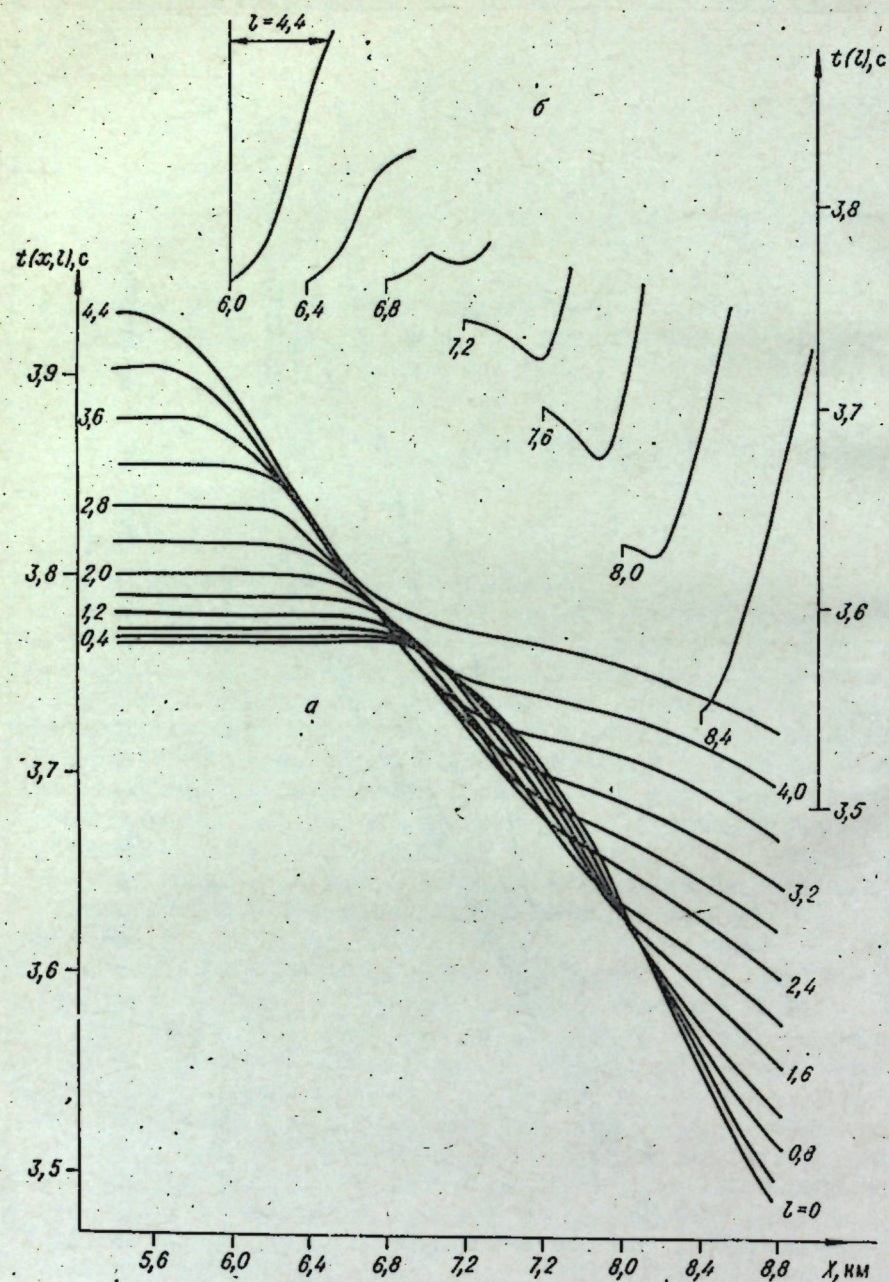


Рис. 3.36. Поле времен $t(X, l)$ для модели с выклинивающимся слоем (а) и модель среды (б).



горизонтального градиента средней скорости, обязанного наклону промежуточной преломляющей границы.

На рис. 3.37 иллюстрируется поле $t(X, l)$ для сложной модели двухслойной среды над горизонтально залегающей отражающей границей, имитирующей модель соляного купола при изучении подсолевых горизонтов (см. рис. 3.37, а). В верхнем

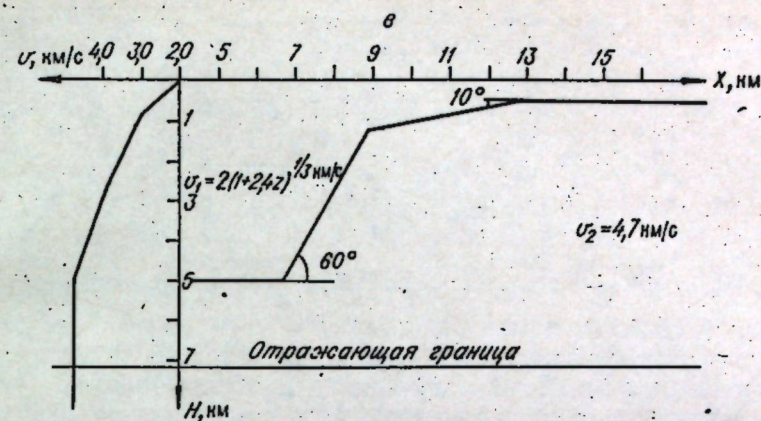


Рис. 3.37. Поле времен $t(X, l)$ для модели, имитирующей отражение от подсолевого горизонтально залегающего горизонта (а); годографы ОГТ для различных сечений поля $t(X, l)$ (б) и модель среды (в).

слое (надсолевой комплекс) скорость непрерывно изменяется с глубиной по закону $v = v_{01}(1 + \beta z)^{1/3} = 2,0(1 + 2,4z)^{1/3}$ км/с; в толще соли скорость принимается неизменной, равной 4,7 км/с. Поверхность соли изменяет наклон от 0 в своде до 60° на склоне. Поле времен имеет очень сложную форму, особенно в области крутого склона соли. При этом наблюдаются необычные явления, когда времена при $l=0$ существенно больше, чем времена, отмеченные на расстояниях $l=2-3$ км. В результате годографы ОГТ (см. рис. 3.37, б) имеют сильно искаженную форму с отрицательными кажущимися скоростями в области, близкой к источнику, и наличием минимума на расстояниях источник — приемник в несколько километров. Появление столь сильных искажений связано как с большими наклонами поверхности соли, так и с градиентностью верхней среды.

Рассмотрим простую модель двухслойной среды с постоянными скоростями в слоях и аналитически покажем возможность отмеченной выше особенности поля, когда $t_0 > t_{i>0}$. Пусть отражающая граница горизонтальна и залегает на глубине H . Промежуточная преломляющая граница задана уравнением: $z = z_0 + x \tan \varphi$ — симметричная антиклиналь с вершиной в точке P (рис. 3.38). Для простоты положим $z_0 = 0$ и допустим, что $\tan \varphi = \frac{l}{2H}$.

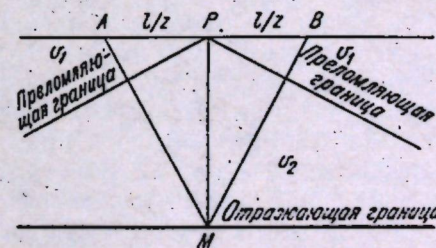


Рис. 3.38. Модель с преломляющей границей сложной формы.

Рассмотрим при этих условиях луч AMB с центром в точке P и эхо-путь PM . Простые вычисления с учетом того, что преломление на промежуточной границе в данном случае можно не учитывать, приводят к тому, что неравенство $t_0 > t_{i>0}$ выполняется при условии

$$1 + \frac{v_2}{v_1} \left(\frac{l}{2H} \right)^2 < \sqrt{1 + \left(\frac{l}{H} \right)^2}.$$

Это возможно только при $v_2 < v_1$. Так, например, если $\frac{l}{2H} = 0,5$, то v_2/v_1 должно быть меньше 0,89.

Рассмотрим специальный случай двухслойной модели с наклонной плоской отражающей границей, залегающей под углом φ и верхним слоем переменной толщины, причем последняя пренебрежимо мала по сравнению с глубиной залегания границы. Если v_0 и v_1 — соответственно скорости в слоях и $v_0 < v_1$, то время прохождения волны в верхнем тонком слое допустимо вычислять при вертикальном ходе лучей. Если совместить начало координат с выходом отражающей границы на ось X и выразить время прохождения (в одну сторону) волны в тонком слое некоторой функцией $f_1(X)$, то уравнение поля $t(X, l)$ запишется в виде

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4X^2 \sin^2 \varphi} + f_1 \left(X - \frac{l}{2} \right) + f_1 \left(X + \frac{l}{2} \right). \quad (3.126)$$

В случае $f_1 = kX$ (клиновидный слой) выражение $t(X, l)$ упрощается:

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4X^2 \sin^2 \varphi} + 2kX. \quad (3.126')$$

Эти зависимости важно учитывать при анализе статических поправок в процессе суммирования по системам ОГТ.

3.3.4. Способ корректирующих функций приближенного представления годографов и временных полей. Для развития теории решения прямых и обратных задач чрезвычайно важно совершенствовать аппарат математического описания годографов и временных полей. Этому вопросу посвящено большое количество работ (Левин, 1974, 1976; Shah, 1973; и др.). В большинстве случаев приближенные представления уравнений годографов (ОТВ, ОГТ) стремятся дать в виде разложений в ряды. Важность этого направления нельзя отрицать. Но разложения в ряды обычно имеют ограничения в отношении радиуса сходимости. Как правило, представление годографа тремя-четырьмя членами степенного ряда обеспечивает необходимую точность для интервала l порядка глубины H либо даже несколько менее. Вместе с тем в последнее время отмечается четко выраженное стремление использовать при интерпретации более удаленные от источника области годографа, и в связи с этим

чрезвычайно важно иметь аналитическое выражение, пусть, может быть, громоздкое, для более широких диапазонов изменения l . Кроме того, в данной работе для нас интересно рассмотреть вопрос о приближенном представлении временных функций $t(X, l)$, что ранее не исследовалось.

Ниже излагается один из способов приближенного представления годографов и временных функций, основанный на вычислении параметров корректирующих функций к выражениям, получаемым исходя из метода средних скоростей. Частично этот вопрос уже рассматривался в п. 3.3.2, применительно к модели градиентной по z среды $v = v_0(1 + \beta z)$ и плоской границы раздела. В дальнейшем будем предполагать, что отражающая граница локально плоская, но скорость в среде изменяется по любому закону $v = v(x, z)$. В принципе первое ограничение не обязательно, но для криволинейных границ расчеты будут более сложными.

Рассмотрим сперва задачу приближенного представления годографа с фиксированным источником. Целесообразно искать решение задачи в виде

$$t = \frac{1}{v_m} R(l) \sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2} \quad (3.127)$$

либо

$$t = \frac{1}{v_m} [\sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2} + D(l)], \quad (3.127')$$

где $R(l)$ и $D(l)$ — соответственно мультипликативная и аддитивная корректирующие функции;

v_m — средняя скорость до отражающего горизонта, вычисляемая в точке источника.

Каждой заданной двумерной модели соответствуют вполне определенные корректирующие функции, или функции возмущения. Однако строгое аналитическое выражение для них можно получить только для ограниченного числа случаев. Проведенные численные расчеты показывают, что общий вид корректирующих функций для моделей регулярного типа достаточно прост и, что особенно важно, не имеет каких-либо особенностей (экстремумов, точек перегиба). Поэтому они могут быть представлены с достаточной точностью простыми выражениями, например, полиномами второго либо третьего порядков. Последнее иллюстрируется рис. 3.39, где изображены функции $R(l)$ и $D(l)$ для конкретного вида сложной модели.

В дальнейшем будем рассматривать, в целях конкретности, решение задачи в форме (3.127), но из изложения будет совершенно ясен путь вычисления параметров аддитивной корректирующей функции $D(l)$.

Представим $R(l)$ в виде полинома

$$R(l) = 1 + k_1 l + k_2 l^2 + \dots$$

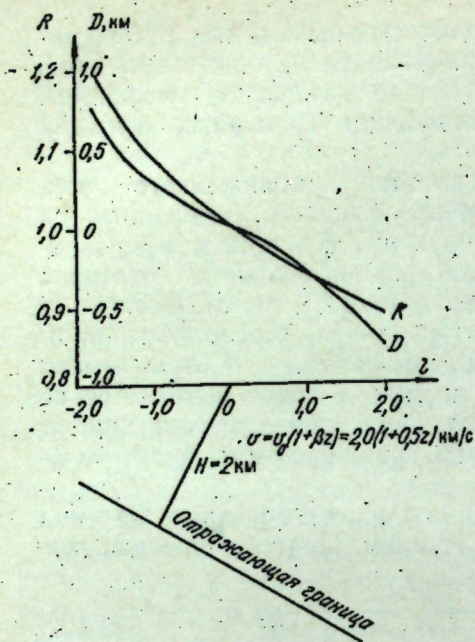


Рис. 3.39. Общий вид корректирующих функций $R(l)$ и $D(l)$ для модели среды, изображенной в нижней части чертежа. Источник расположен в точке 0.

с конечным числом членов. В дальнейшем для простоты ограничимся двумя членами. Коэффициенты k_i можно определять различными способами, в том числе путем разложения в ряды. Мы здесь применим способ расчета либо по характерным точкам годографа, как это было сделано выше для модели $v = v_0(1 + \beta z)$, $\varphi = \text{const}$, либо на основе специального выбора параметра при представлении годографа в параметрической форме. Ниже рассматривается второй путь как более общий.

Выбор способа расчета по конечному числу точек обусловлен еще тем, что такой способ легко применим при численном анализе годографов и полей времен; это, в частности, весьма важно для корректировки параметров среды в процессе решения обратной задачи (см. гл. 4).

Средняя скорость v_m в источнике вычисляется исходя из известного выражения для t_0 , которое нетрудно выразить через параметры среды для широкого класса моделей, в особенности однородно-слоистых с плоскими границами. Согласно (1.19),

$$v_m = \frac{2H}{t_0},$$

где H — глубина по нормали до отражающей границы в точке источника.

Для нахождения коэффициентов k_i в уравнении для $k(l)$ в аналитическом виде необходимо иметь математические выражения для l и t в определенном количестве точек, например в двух, при нахождении величин k_1 и k_2 .

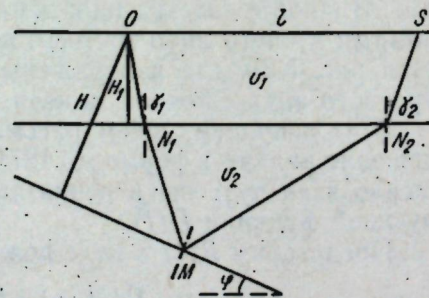


Рис. 3.40. Иллюстративная модель двухслойной среды с наклонной отражающей и горизонтальной преломляющей границами.

В целях большей ясности дальнейшего изложения будем параллельно иллюстрировать ход рассуждений на примере конкретной модели слоисто-однородной среды. В качестве таковой выберем двухслойную среду с наклонной отражающей и горизонтальной промежуточной (преломляющей) границами. В соответствии с рис. 3.40 параметрическое уравнение годографа записывается в виде

$$l = H_1(\text{tg } \gamma_1 + \text{tg } \gamma_2) + \frac{2 \sin \alpha}{\cos \gamma_1 \cdot \cos(\alpha + \varphi)} [H \cos \gamma_1 - H_1 \cos(\gamma_1 + \varphi)]; \quad (3.128)$$

$$t = \frac{H_1}{v} (\sec \gamma_1 + \sec \gamma_2) + \frac{2 [H \cos \gamma_1 - H_1 \cos(\gamma_1 + \varphi)] \cos \varphi}{v_2 \cos \gamma_1 \cdot \cos(\alpha + \varphi)}, \quad (3.129)$$

где $\sin \gamma_1 = n \sin(\alpha - \varphi)$; $\sin \gamma_2 = n \sin(\alpha + \varphi)$ ($n = \frac{v_1}{v_2}$);

α — угол отражения (параметр).

Остальные обозначения ясны из рис. 3.40; $\varphi > 0$ в направлении падения.

Выражение для средней скорости в источнике имеет вид

$$\frac{1}{v_m} = \frac{1}{v_2 H} [nH + H_1(\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \varphi} - n \cos \varphi)].$$

Допустим, что мы задались целью написать приближенное выражение для уравнения годографа в пределах приблизительно $l \cong \pm H$. Для нахождения значений параметра α_1 , соответствующих данным пределам, вполне достаточно предположить, что среда однородна, и воспользоваться известной зависимостью (Пузырев, 1959).

$$\sin \alpha = \frac{l \cos \varphi}{\sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2}}.$$

При обусловленном пределе $l = \pm H$ получим.

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \frac{-0,447 \cos \varphi}{\sqrt{1 - 0,8 \sin \varphi}}; \\ \sin \alpha_2 &= \frac{+0,447 \cos \varphi}{\sqrt{1 + 0,8 \sin \varphi}}. \end{aligned} \right\}$$

Подставляя эти значения в параметрическое уравнение годографа (3.128) — (3.129), получим координаты двух точек на годографе — (l_1, t_1) и (l_2, t_2) , которые должны строго удовлетворять искомому уравнению (3.127). При этом может оказаться, что абсциссы l_1 и l_2 не строго равны $\pm H$, но это не играет большой роли, так как речь идет только об интервале аппроксимации.

Выражения для коэффициентов k_1 и k_2 находятся теперь из системы двух линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{1}{v_m} (1 + k_1 l_1 + k_2 l_1^2) \sqrt{l_1^2 + 4l_1 H \sin \varphi + 4H^2}; \\ t_2 &= \frac{1}{v_m} (1 + k_1 l_2 + k_2 l_2^2) \sqrt{l_2^2 + 4l_2 H \sin \varphi + 4H^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.130)$$

Формулы для $l_1, l_2, t_1, t_2, k_1, k_2$ имеют не очень простой вид даже для рассматриваемой двухслойной модели, но для конкретных расчетов на ЭВМ это не имеет большого значения.

Представление уравнения годографа ОГТ как четной функции целесообразно искать в виде

$$t = \frac{1}{v_{mc}} (1 + m_2 l^2 + m_4 l^4) \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H_c^2}, \quad (3.131)$$

где H_c — глубина в центре базы, которая в случае плоской отражающей границы связана с глубиной H в источнике известным соотношением

$$H = H_c - \frac{l}{2} \sin \varphi. \quad (3.132)$$

Для глубин плоских промежуточных преломляющих границ имеют место аналогичные соотношения с учетом соответствующих значений углов.

Существенно отметить, что в любой модели слоисто-однородной среды с плоскими границами в выражения l и t через параметр величины H , входят линейно и это облегчает переход от уравнения годографа (с закрепленным источником) к уравнению годографа ОГТ и временной функции $t(X, l)$. Для выбранной иллюстративной модели при подстановке в (3.130)–(3.131) выражения (3.132) и последующего решения относительно l и t получим следующие формулы — параметрическое представление годографа ОГТ:

$$l = \frac{H_1}{\cos \alpha \cos \varphi} \left[(\operatorname{tg} \gamma_1 + \operatorname{tg} \gamma_2) \cos (\alpha + \varphi) - \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos (\gamma_1 + \varphi)}{\cos \gamma_1} \right] - \frac{2H_c \operatorname{tg} \alpha}{\cos \varphi}; \quad (3.133)$$

$$t = \frac{H_1}{v_1} \left\{ \sec \gamma_1 + \sec \gamma_2 - \frac{2n \cos \varphi \cos (\gamma_1 + \varphi)}{\cos \gamma_1 \cos (\alpha + \varphi)} - \frac{n \sin \varphi}{\cos \alpha} \times \right. \\ \left. \times \left[\operatorname{tg} \gamma_1 + \operatorname{tg} \gamma_2 - \frac{2 \sin \alpha \cos (\gamma_1 + \varphi)}{\cos \gamma_1 \cos (\alpha + \varphi)} \right] \right\} - \frac{2H_c (\cos \varphi - \sin \varphi \operatorname{tg} \alpha)}{v_2 \cos (\alpha + \varphi)}. \quad (3.134)$$

Как и при выводе годографа с закрепленным источником, значения параметра α в фиксированных точках вычисляем исходя из заданного соотношения между l и H_c в предположении однородной среды, используя формулу

$$\sin \alpha = \frac{l \cos \varphi}{\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H_c^2}}.$$

Если, например, опорные точки расположить на расстояниях $l_1 \cong H$ и $l_2 \cong 2H$, то получим следующие значения параметра:

$$\sin \alpha_1 = \frac{\cos \varphi}{2 \sqrt{1 + \frac{1}{4} \sin^2 \varphi}}, \quad \sin \alpha_2 = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi}}.$$

Подстановка их в (3.133)–(3.134) позволит получить строгое математическое выражение для l_1, t_1, l_2, t_2 . После этого остается найти формулы для коэффициентов m_2 и m_4 из системы линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{1}{v_{mc}} (1 + m_2 l_1^2 + m_4 l_1^4) \sqrt{l_1^2 \cos^2 \varphi + 4H_c^2}; \\ t_2 &= \frac{1}{v_{mc}} (1 + m_2 l_2^2 + m_4 l_2^4) \sqrt{l_2^2 \cos^2 \varphi + 4H_c^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.135)$$

В общем случае представления двумерного временного поля по способу корректирующей функции возникают определенные трудности, так как множитель R теперь тоже представляет функцию двух переменных. Кроме того, поле $t(X, l)$ в принципе не ограничено по X , а любые приближенные представления всегда справедливы лишь в определенной области. В связи с этим и учитывая особенности методов решения обратных задач с использованием локальных моделей, выберем интервал аппроксимации по X в пределах от X_1 до X_2 . При этом начало координат поместим в центральной части заданной области поля (рис. 3.41). Далее, сделаем предположение, что искажение годографов ОГТ во всех сечениях поля вдоль оси t приблизительно сохраняется. В таком случае зависимость корректирующей функции от переменной l можно оставить такой же, как в случае аппроксимации годографа ОГТ, если рассматривать сечение поля при $X=0$.

Аналогичным образом допускаем, что искажение линий $l = \text{const}$ за счет отклонения среды от стандартной ($v = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$) в какой-то степени является регулярным и может быть учтено при рассмотрении сечения вдоль изолинии $l = l_1$, расположенной в центральной части области между $l=0$ и $l=l_{\max}$ (см. рис. 3.41). Предположим, что коррекция по X может быть осуществлена путем введения квадратичного двухчлена. В таком случае решение будем искать в форме

$$t = \frac{1}{v_{m0}} (1 + m_2 l^2 + m_4 l^4 + n_1 X + n_2 X^2) \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4(X \sin \varphi + H_0)^2}, \quad (3.136)$$

где H_0 — глубина до отражающего горизонта в начале координат ($X=0$);

v_{m0} — средняя скорость в начале координат.

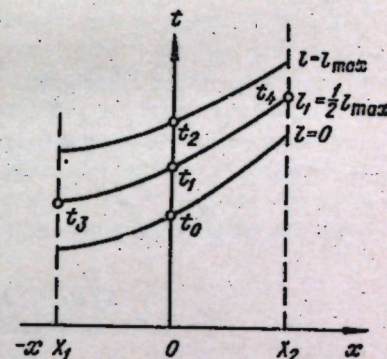


Рис. 3.41. К определению корректирующей функции $R(X, l)$ при приближенном представлении временного поля $t(X, l)$.

Выражения для коэффициентов m_2 и m_4 были получены ранее, когда рассматривался годограф ОГТ. Необходимо только повсюду заменить H_c на H_0 . Нахождение n_1 и n_2 требует предварительного представления временного поля $t(X, l)$ для заданной модели в параметрической форме. В общем случае слоисто-однородной среды с плоскими границами это осуществляется, как указывалось выше, путем подстановки формулы (3.97) в уравнение годографа ОТВ и последующего решения полученных выражений относительно X и t . При этом разрешение относительно X и тем более относительно t не всегда осуществимо для модели $v_i = \text{const}$, $\varphi_i = \text{const}$. Для нашей иллюстративной модели это легко выполняется, поскольку промежуточная граница не имеет наклона.

Имеем

$$X = \frac{l \operatorname{ctg} \alpha \cos \varphi}{2 \sin \alpha} \frac{H_1}{2 \sin \alpha} \left[(\operatorname{tg} \gamma_1 + \operatorname{tg} \gamma_2) \cos (\alpha + \varphi) - \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos (\gamma_1 + \varphi)}{\cos \gamma_1} \right] - H_0; \quad (3.137)$$

$$t = \frac{H_1}{v_1} \left[\sec \gamma_1 + \sec \gamma_2 - \frac{2n \cos (\gamma_1 + \varphi) \cos \varphi}{\cos \gamma_1 \cos (\alpha + \varphi)} \right] + \frac{2 \left[H_0 + \left(X - \frac{l}{2} \right) \sin \varphi \right] \cos \varphi}{v_2 \cos (\alpha + \varphi)}. \quad (3.138)$$

Как и при представлении годографов ОТВ и ОГТ, определение параметра α в конечных точках интервала аппроксимации выполняется в предположении однородности среды. Имеем

$$\sin \alpha = \frac{l \cos \varphi}{\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4 (X \sin \varphi + H_0^2)}}$$

Поскольку l было выбрано заранее ($l = l_1$), параметр α будет определяться только по пределам X_1 и X_2 . Так, например, если ставится задача представления поля по X в пределах от $-2H_0$ до $+2H_0$, а $l_1 \approx H_0$, то

$$\sin \alpha' = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi + 4 (H_0 - 2 \sin \varphi)^2}};$$

$$\sin \alpha'' = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi + 4 (H_0 + 2 \sin \varphi)^2}}.$$

Подстановка этих значений параметра в (3.137) и (3.138) дает возможность получить формулы для опорных точек поля (X_1, t_3) , (X_2, t_4) при известном выражении для l_1 , способ вычисления которого был указан выше при рассмотрении годографа ОГТ.

Коэффициенты n_1 и n_2 находятся теперь из уравнений

$$t_3 = \frac{1}{v_{m0}} (1 + m_2 l_1^2 + m_4 l_1^4 - n_1 X_1 + n_2 X_1^2) \times \sqrt{l_1^2 \cos^2 \varphi + 4 (H_0 - X_1 \sin \varphi)^2}; \quad (3.139)$$

$$t_4 = \frac{1}{v_{m0}} (1 + m_2 l_1^2 + m_4 l_1^4 + n_1 X_2 + n_2 X_2^2) \times \sqrt{l_1^2 \cos^2 \varphi + 4 (H_0 + X_2 \sin \varphi)^2}. \quad (3.140)$$

Проверка способа корректирующих функций при приближенном представлении годографов во временных полях на конкретных моделях сложных сред показала вполне удовлетворительную его точность. Однако необходимо иметь в виду следующее.

1. Выбор вида корректирующей функции, прежде всего числа членов полиномиального представления, зависит от типа рассматриваемой модели среды. В связи с этим следует рекомендовать проводить предварительно по предложенной схеме численный анализ для наиболее типичных ситуаций. В частности, при формировании $R(X, l)$ поля времен может оказаться целесообразным использовать более общие представления для двухмерных квадратичных функций типа

$$R = 1 + k_{20} l^2 + k_{01} X + k_{02} X^2 + k_{21} l^2 X + k_{22} l^2 X^2.$$

Вполне возможно также при определении коэффициентов корректирующих функций использовать уравнивание по способу наименьших квадратов.

2. Вполне допустимо предположить, что в тех или иных конкретных ситуациях корректирующую функцию выгоднее искать не в классе степенных, а каких-то других функций.

3. Целесообразно испытывать параллельно как представление (3.127), так и (3.127'), поскольку может оказаться, например, что использование аддитивной корректирующей функции будет обладать какими-либо, в том числе чисто техническими преимуществами.

4. При решении отдельных задач, например вычислении эффективных параметров по полям времен $t(X, l)$, более рационально иметь представление не $t(l)$, $t(l^2)$ и $t(l^2, X)$, а соответственно $t^2(l)$, $t^2(l^2)$, $t^2(l^2, X)$. В таком случае соответствующие представления будут иметь следующий вид:

годограф ОГТ —

$$t^2 = (1 + k'_1 l + k'_2 l^2) (l^2 + 4 l H \sin \varphi + 4 H^2);$$

годограф ОГТ —

$$t^2 = (1 + m'_2 l^2 + m'_4 l^4) (l^2 \cos^2 \varphi + 4 H_0^2);$$

поле времен —

$$t^2 = (1 + m'_2 l^2 + m'_4 l^4 + n'_1 X + n'_2 X^2) [l^2 \cos^2 \varphi + 4 (X \sin \varphi + H_0)^2].$$

Порядок вычисления коэффициентов в этом случае остается прежним, но конкретные формулы, естественно, будут иметь другой вид.

5. Может оказаться, что в очень сложных ситуациях предложенный способ определения параметра α для фиксированных интервалов изменения по l и по X , основанный на предположении локальной однородности среды, будет слишком грубым. В этом случае необходимо предпринять предварительный численный анализ типичных моделей. В результате может быть, например, установлено, что вычисленные в предположении однородности среды значения α следует умножить на определенный коэффициент.

В заключение отметим, что дальнейшее совершенствование способов нахождения аппроксимирующих выражений для корректирующих функций может существенно повысить эффективность решения прямых и обратных задач сейсморазведки.

3.3.5. О связи между локальными параметрами поля времен для сложных моделей сред. В § 3.1 отмечалось, что для стандартной модели $v = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ локальные элементы поля $(l, t, \partial t / \partial l, \partial t / \partial X)$ связаны достаточно простыми зависимостями. В частности, вдоль годографа ОГТ (вертикальное сечение поля вдоль оси t) остается неизменным произведение $t \frac{\partial t}{\partial X}$, что в другом представлении выражается формулой (3.16) либо (3.16').

Выше уже отмечалось, что формула (3.16) и аналогичные ей не остаются справедливыми при рассмотрении модели точечного дифрагирующего объекта в однородной среде. В этом случае локальные параметры при $l=0$ и $l \neq 0$ связаны зависимостью (3.42). Естественно ожидать, что для сложных моделей сред соотношение

$$t \frac{\partial t}{\partial X} = \text{const}$$

и, в частности,

$$t \frac{\partial t}{\partial X} = t_0 \frac{\partial t_0}{\partial X}, \quad (3.141)$$

а также другие инвариантные соотношения, указанные в § 3.1, не будут выполняться. Покажем это применительно к соотношению (3.141) на конкретном примере. При этом $\partial t / \partial X$ для заданной модели будет сравниваться с величиной

$$\left(\frac{\partial t}{\partial X} \right)_h = \frac{t_0}{l} \cdot \frac{\partial t_0}{\partial X},$$

вычисляемой исходя из (3.141).

Как показали расчеты для ряда моделей, величина $\left(\frac{\partial t}{\partial X} \right)_h$, как правило, больше, чем $\frac{\partial t}{\partial X}$. На рис. 3.42 представлены кривые горизонтальных градиентов для модели градиентной среды

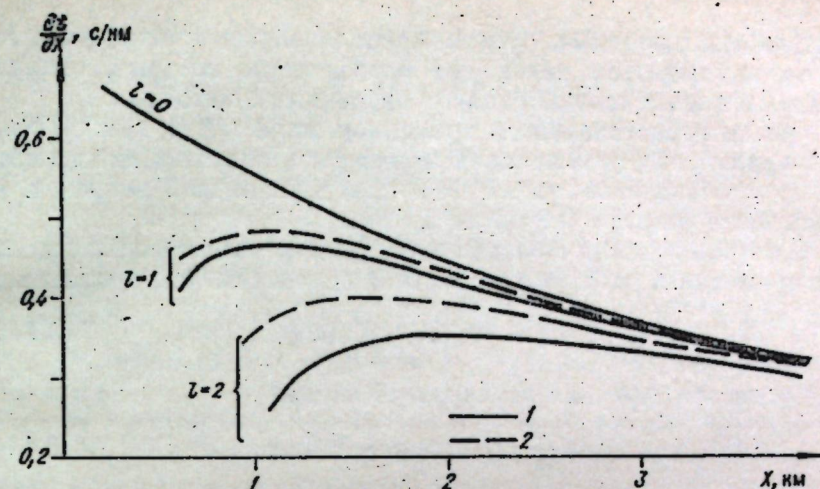


Рис. 3.42. Поведение градиентов $\frac{\partial t}{\partial X}$ и $\left(\frac{\partial t}{\partial X} \right)_h$ в случае модели градиентной среды и плоской границы раздела. Поле времен $t(X, l)$ изображено на рис. 3.31.

$$1 - \frac{\partial t}{\partial X}; 2 - \left(\frac{\partial t}{\partial X} \right)_h.$$

$v = v_0(1 + \beta z)$ и плоской границы с углом наклона $\varphi = 45^\circ$ при $l=0$ и $l=2$ км. Отчетливо видно, что повсюду $\left(\frac{\partial t}{\partial X} \right)_h > \frac{\partial t}{\partial X}$, причем по мере увеличения глубины вправо по оси X , когда l/H уменьшается, различие между указанными горизонтальными градиентами сокращается. В области клина, где $l \sim H$, относительное различие в градиентах достигает 30%.

На основе анализа локальных элементов полей времен $t(X, l)$ для сложных моделей сред можно прийти к выводу, что для большинства реальных сред дифференциальные параметры $\partial t / \partial X$, а также $\partial t / \partial l$ следует считать, как правило, независимыми. Это положение, в частности, весьма важно при определении стратегии выделения сигнала на фоне помех по совокупности наблюдений путем перебора по элементам временного поля, как это показано в диссертации Л. И. Иванова (1974).

3.3.6. О временных полях кратных волн. Если кратные волны образуются в однородном слое с наклонной границей, то годограф ОТВ n -кратной волны может быть записан (Гурвич, 1970; Пузырев, 1959) в виде

$$t_n = \frac{1}{v} \sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2}, \quad (3.142)$$

где $H_1 = H \frac{\sin n \varphi}{\sin \varphi}$; $\varphi > 0$ в направлении падения границы.

Отсюда следует, что поле времен $t(X, l)$ для многократной волны имеет такой же вид, как и для однократной волны с тем же значением $H = H_1$.

Для неоднородных сред и криволинейных границ раздела могут наблюдаться некоторые особенности, которые, однако, поддаются исследованию только численными методами.

Общее представление о временном поле $t(X, l)$ при небольших удалениях l от источника может быть получено из рассмотрения особенностей линий $l=0$ для двухкратной волны, т. е. временного разреза (Пузырев, 1975а).

В случае плоской границы $z_0 = H_0 + x \operatorname{tg} \varphi$ и $v = \text{const}$ уравнение временного разреза однократной волны (см. § 3.1) имеет вид

$$t_0 = \frac{2}{v} (H_0 + X \sin \varphi). \quad (3.143)$$

Соответственно для двухкратной волны

$$t_{02} = \frac{2}{v} (2H_0 \cos \varphi + X \sin 2\varphi). \quad (3.144)$$

Таким образом, отношение наклонов линий $l=0$ рассматриваемых типов волн составляет $2 \cos \varphi$. Это означает, что при сравнительно малых углах наклона границы двухкратные волны будут характеризоваться удвоением градиентов осей синфазности. Однако для больших значений φ отношение величин градиентов будет существенно отличаться от 2.

Для непрерывной границы $z=z(x)$ произвольного вида и $v = \text{const}$ уравнение линии $l=0$ двухкратной волны записывается следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} X &= x + \frac{2z \frac{dz}{dx}}{1 - \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}, \\ t_{02} &= \frac{2}{v} \cdot \frac{2z}{1 - \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (3.145)$$

где x (абсцисса точки отражения на границе) — параметр.

Из уравнения $dt_{02}/dX=0$ получим условие наличия петель (точек возврата) на временном разрезе для двухкратной волны:

$$1 + 2z \frac{d^2z}{dx^2} - \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 = 0. \quad (3.146)$$

Сравнивая это уравнение с аналогичным для однократной волны — (3.83"), заключаем, что при увеличении абсолютного значения кривизны границы петли (заходы) для двухкратной волны будут появляться раньше, чем для однократной.

Представляет определенный интерес рассмотреть особенности формы линий $t_{02}(X)$ для круговой границы и $v = \text{const}$.

Отображение выпуклой границы на кривой $t_{02}(X)$ в общих чертах будет таким же, что и на разрезе $t_0(X)$, если не считать

удвоенного времени в вершине и значительного увеличения видимых размеров границы. Радиус кривизны линии $\frac{v t_{02}}{2}(X)$ в экстремуме равняется

$$R_{02} = z_0 + \frac{r}{2},$$

где z_0 — глубина до границы в экстремуме;
 r — радиус круговой границы.

Поскольку для однократной волны линия $\frac{v t_0}{2}(X)$ имеет радиус кривизны $R_0 = z_0 + r$, то $t_{02}(X)$ имеет большую кривизну, чем $t_0(X)$.

Если центр кривизны вогнутой круговой границы располагается в нижней полуплоскости, то $t_{02}(X)$, как и $t_0(X)$, будет иметь выпуклую форму. Радиус кривизны линии $\frac{v t_{02}}{2}(X)$ в экстремуме равняется $z_0 - \frac{r}{2}$, т. е. больше, чем соответствующая величина для однократной волны ($z_0 - r$).

Качественно иные соотношения между $t_0(X)$ и $t_{02}(X)$ имеют место при расположении центра кривизны в верхней полуплоскости. В этом случае для двухкратной волны dX/dx может принимать нулевые значения, что отвечает существованию точек возврата. Условие наличия точки возврата записывается в виде

$$2(r - z_0)r^2 = (r^2 + 2x^2)\sqrt{r^2 - x^2}.$$

По отношению к переменной $x^2/r^2 = \xi$ это равенство сводится к кубическому уравнению. Исследование последнего позволяет прийти к выводу, что появление точек захода возможно только для значений r , изменяющихся в пределах от $2z_0$ до $2z_0/2 - \sqrt{2} \approx \approx 3,41 z_0$.

Напомним, что для однократной волны в случае круговой границы и $v = \text{const}$ петель на кривой $t_0(X)$ ни при каких условиях не наблюдается.

Уравнение линии $t_{02}(X)$ для границы $z=z(x)$ и $v = v_0(1 + \beta z)$ записывается через параметр x в следующем виде:

$$\begin{aligned} X &= x + \frac{1}{\beta \frac{dz}{dx}} \left\{ \sqrt{(1 + \beta z)^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \right] - 4 \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} - \right. \\ &\quad \left. - (1 + \beta z) \left[1 - \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.147)$$

$$\begin{aligned} t_{02} &= \frac{2}{v_0 \beta} \ln \frac{1}{2} (1 + \beta z) \left\{ (1 + \beta z) \left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \right] + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(1 + \beta z)^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \right] - 4 \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (3.148)$$

Исследованием этого уравнения, которое в случае плоской границы существенно упрощается, мы не будем заниматься. Отметим только, что если однократные волны в градиентной среде могут наблюдаться при очень широком диапазоне углов, в том числе от подвернутых границ, то двукратная волна будет существовать только для углов $\varphi < 90^\circ$. Уже при углах $\varphi \geq 45^\circ$ лучи будут испытывать рефракцию. Это означает, что линия $t_{02}(X)$ значительно быстрее при увеличении угла будет приобретать выпуклую форму, чем линия $t_0(X)$. Волны большой кратности в слое могут образовываться только на сравнительно пологих границах раздела.

Чаще всего на практике приходится иметь дело с кратными волнами, претерпевшими отражение на одной и той же границе не менее чем два раза и имеющими, следовательно, всего по крайней мере три акта отражения (рис. 3.43, а). Но в условиях сложной тектоники иногда наблюдаются кратные волны, имеющие всего два последовательных акта отражения от одной и той же (рис. 3.43, в) либо двух резко несогласных границ (рис. 3.43, б). Последний тип волн подробно изучен в диссертации Б. П. Шалимова (1973) применительно к условиям солянокупольной тектоники, когда второй границей (2) является крутой склон соляного купола, который может иметь угол наклона $\varphi_2 < 90^\circ$. В отличие от обычных кратных волн, изображенные на рис. 3.43, а, в, назовем дуплексными. Годографы и временные поля дуплексных волн обладают специфическими особенностями. Так, например, если в модели (рис. 3.43, б) $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = 90^\circ$, то падающий на первую границу луч и подходящий к приемнику отраженный от второй границы луч будут параллельны между собой. Если источник располагается вправо от

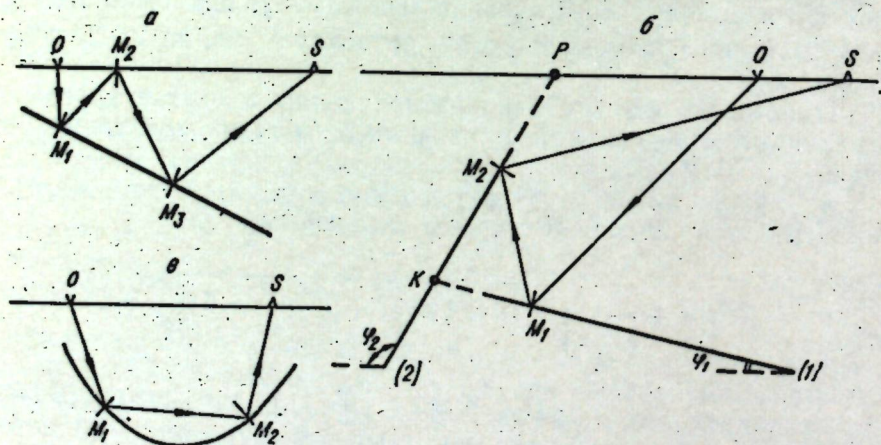


Рис. 3.43. Лучевые схемы для основных типов двукратных волн. а — два акта отражения на одной и той же границе; б — последовательные отражения на двух различных границах; в — последовательные отражения на одной и той же криволинейной отражающей границе.

точки P выхода границы (2) на линию наблюдений на расстоянии a от нее, то волны рассматриваемого типа могут регистрироваться только в области между источником и точкой P . Если H — глубина до границы (1), то уравнение годографа представляет собой гиперболу:

$$t_{12} = \frac{1}{v} \sqrt{(2a - l)^2 + 4H^2}. \quad (3.149)$$

По другую сторону от источника будут наблюдаться волны, которые сперва отразились от границы (2), а затем от (1). Годограф их имеет сходный с предыдущим вид

$$t_{21} = \frac{1}{v} \sqrt{(2a + l)^2 + 4H^2}. \quad (3.149')$$

Значение t_0 для обоих типов волн одинаково:

$$t_0 = \frac{2}{v} \sqrt{a^2 + H^2}. \quad (3.150)$$

Геометрически это соответствует дифракции от угловой точки k пересечения обеих границ.

Для получения функции поля $t(X, l)$ в уравнении (3.149) следует положить $a = X + \frac{l}{2}$, а в (3.149') — $X - \frac{l}{2}$. Тогда для обоих типов волн получим одно и то же выражение для временной функции $t(X, l)$:

$$t = \frac{2}{v} \sqrt{X^2 + H^2}, \quad (3.150')$$

т. е. функция поля не зависит от l и само поле изображается только одной линией $t(X)$ гиперболического вида. Соответственно годограф ОГТ представляет собой прямую линию, параллельную оси l . Это означает, что оптимальное выделение таких волн при суммировании по системе ОГТ будет обеспечено без введения кинематических поправок.

§ 3.4. ОБМЕННЫЕ ОТРАЖЕННЫЕ ВОЛНЫ

3.4.1. Годограф ОТВ и его приближенные представления. Ниже повсюду рассматривается только модель с одной плоской отражающей границей и однородной средой над ней (рис. 3.44). Анализ решения прямой задачи проводится только для обменной волны PS , претерпевшей смену поляризации в акте отражения, так как этот тип волн имеет наибольшее значение в современ-

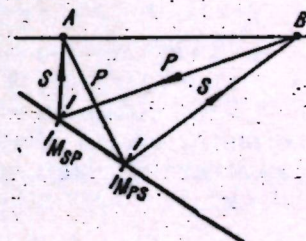


Рис. 3.44. Лучевая схема для обменной PS волны.

ной сейсморазведке. Но полученные результаты при необходимости легко могут быть распространены на волны типа SP .

В качестве параметра примем $p = \operatorname{tg} \alpha$, где α — угол падения, связанный с углом отражения β простой зависимостью:

$$\sin \alpha = \frac{1}{\gamma} \sin \beta; \quad \gamma = v_S/v_P.$$

Тогда уравнение годографа ОТВ записывается в виде (Пузырев, 1975 б)

$$l = \frac{H p (\sqrt{1 + (1 - \gamma^2) p^2} + \gamma)}{\cos \varphi \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) p^2} - \gamma p \sin \varphi} = HA(\gamma, \varphi, p); \quad (3.151)$$

$$v_S t = H \sqrt{1 + p^2} \frac{(1 - \gamma^2) p \sin \varphi + (\gamma \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) p^2} + 1) \cos \varphi}{\cos \varphi \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) p^2} - \gamma p \sin \varphi} = HB(\gamma, \varphi, p). \quad (3.152)$$

Как известно (Гамбурцев, 1959), на расстоянии l_m от источника (в направлении восстания) отмечается минимум годографа. Координаты точки минимума:

$$l_m = -H \sin \varphi \left(1 + \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\gamma^2 - \sin^2 \varphi}} \right); \quad (3.153)$$

$$t_m = \frac{H}{v_S} (\cos \varphi + \sqrt{\gamma^2 - \sin^2 \varphi}). \quad (3.154)$$

Точке минимума соответствует значение параметра

$$p = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{\gamma^2 - \sin^2 \varphi}}.$$

Из (3.153) следует, что минимум может существовать только для углов $\varphi < \arcsin \gamma$. Но фактически (Пузырев, 1975б), в пределах до выхода границы на линию наблюдений, минимум может отмечаться только при условии $\varphi \leq \operatorname{arctg} \gamma$.

В точке $l=0$

$$t_0 = \frac{H}{v_S} (1 + \gamma) \quad (3.155)$$

и, следовательно,

$$\frac{t_m}{t_0} = \frac{1}{1 + \gamma} (\cos \varphi + \sqrt{\gamma^2 - \sin^2 \varphi}). \quad (3.156)$$

При изменении φ от 0 до $\operatorname{arctg} \gamma$ это отношение изменяется в пределах от 1 до $\frac{\sqrt{1 + \gamma^2}}{1 + \gamma}$.

Из (3.156) вытекает, что для обменной волны PS при заданном φ относительный перепад между t_m и t_0 всегда будет больше, чем для монотипной волны, что свидетельствует о большей «чувствительности» обменных волн PS к изменению наклона отражающей границы по сравнению с монотипными (PP и SS) волнами.

Минимум годографа волны PS более «расплывчат», чем у монотипной волны, причем имеет место отчетливая асимметрия годографа относительно минимума — в направлении падения градиент нарастает быстрее, чем в направлении восстания.

Как известно (Гамбурцев, 1959), годограф отраженной волны будет иметь асимптоты. При нахождении уравнения асимптоты необходимо рассматривать два случая (Пузырев, 1975б), соответствующие диапазонам углов $\varphi < \arccos \gamma$ и $\varphi > \arccos \gamma$. Используя известные способы нахождения асимптот при заданных исходных кривых в параметрической форме, получим в первом случае ($\gamma < \cos \varphi$)

$$t = \frac{1}{v_S} [H \sqrt{1 - \gamma^2} + l(\sqrt{1 - \gamma^2} \sin \varphi + \gamma \cos \varphi)]. \quad (3.157)$$

В частном случае $\varphi = 0$ получим приведенное выше уравнение (2.124).

Существенно отметить, что приведенные уравнения асимптот справедливы только для $\gamma < 1$, и потому неправомерно рассматривать предельный переход $\gamma = 1$ (монотипная волна).

Во втором случае, когда $\gamma > \cos \varphi$, уравнение асимптот имеет вид

$$t = \frac{1}{v_S} [H(\sin \varphi + \sqrt{\gamma^2 - \cos^2 \varphi}) + l]. \quad (3.157')$$

Поскольку условию $\gamma > \cos \varphi$ удовлетворяет также монотипная волна, при подстановке в (3.157') $\gamma = 1$ получим известное уравнение асимптоты продольной либо поперечной отраженной волны.

Определим наклон годографа при $l = 0$. Дифференцируя (3.151) и (3.152) по параметру p и вычисляя затем полную производную при $p = 0$, получим окончательно

$$\left(\frac{dt}{dl} \right)_{l=0} = \frac{\sin \varphi}{v_S}. \quad (3.158)$$

Таким образом, наклон годографа обменной волны PS в точке $l = 0$ такой же, что и для монотипной волны SS , и больше, чем для продольной волны PP .

Вычислим еще вторую производную $d^2 t / dl^2$ в начале координат. После длительных расчетов получим

$$\left(\frac{d^2 t}{dl^2} \right)_{l=0} = \frac{\gamma \cos^2 \varphi}{v_S H (1 + \gamma)}. \quad (3.159)$$

Эта величина всегда меньше, чем соответствующее значение для монотипной поперечной волны $\left(\frac{\cos^2 \varphi}{2Hv_S} \right)$, и больше, чем для продольной.

При решении обратных задач большое значение имеет представление годографа PS в явной форме. Эта задача была

решена (Пузырев, 1962) на основе соотношения тангенсов (1.8') при замене $n=\gamma$. Полученные формулы, особенно второго и последующего приближения, дают удовлетворительную точность, но с ними трудно оперировать вследствие их громоздкости и иррациональности. Ниже рассматриваются некоторые другие способы приближенного представления годографа ОТВ волн PS.

Целесообразно в первую очередь (Пузырев, 19756) исследовать вопрос об аппроксимации годографа ОТВ полиномом второй степени вида

$$t = a_0 + a_1 l + a_2 l^2. \quad (3.160)$$

Если ограничиться небольшими удалениями от источника, то для нахождения коэффициентов можно воспользоваться разложением (3.151)–(3.152) в ряд Маклорена. Принимая во внимание (3.155), (3.158) и (3.159), получим

$$t = \frac{l}{v_s} \left[H(1+\gamma) + l \sin \varphi + \frac{\gamma l^2 \cos^2 \varphi}{2(1+\gamma)H} \right] = \\ = \frac{H(1+\gamma)}{v_s} \left[1 + \frac{l}{(1+\gamma)H} \sin \varphi + \frac{l^2}{(1+\gamma)^2 H^2} \cdot \frac{\gamma \cos^2 \varphi}{2} \right]. \quad (3.161)$$

Как показала проверка на конкретных примерах, формула (3.161) обеспечивает достаточную точность при $l \leq (0,5-0,6)H$.

Попытаемся теперь уточнить значения коэффициентов a_i в (3.160) путем нахождения их по способу наименьших квадратов при фиксированном отношении l/H , причем будем рассматривать только симметричные годографы. В соответствии с (3.151) заданным пределам изменения $\frac{l}{H}$ от $-\frac{l_1}{H}$ до $+\frac{l_2}{H}$ соответствуют пределы изменения параметра p от $-p_1$ до $+p_2$.

Исходя из условия

$$\int_{-p_1}^{+p_2} [t(p) - a_0 - a_1 l(p) - a_2 l^2(p)]^2 dp = \min,$$

получим после дифференцирования по a_i три уравнения для нахождения a_0, a_1, a_2 :

$$\int_{-p_1}^{+p_2} [t(p) - a_0 - a_1 l(p) - a_2 l^2(p)] dp = 0; \\ \int_{-p_1}^{+p_2} [t(p) - a_0 - a_1 l(p) - a_2 l^2(p)] l(p) dp = 0; \\ \int_{-p_1}^{+p_2} [t(p) - a_0 - a_1 l(p) - a_2 l^2(p)] l^2(p) dp = 0.$$

Принимая во внимание (3.151) и (3.152) и вводя в рассмотрение функции

$$\alpha_k(\gamma, \varphi) = \int_{-p_1}^{+p_2} A^k(\gamma, \varphi, p) dp;$$

$$\beta_k(\gamma, \varphi) = \int_{-p_1}^{+p_2} A^k(\gamma, \varphi, p) \cdot B(\gamma, \varphi, p) dp,$$

перепишем предыдущую систему в виде

$$\alpha_0 a_0 + H \alpha_1 a_1 + H^2 \alpha_2 a_2 = \frac{H}{v_s} \beta_0;$$

$$\alpha_1 a_0 + H \alpha_2 a_1 + H^2 \alpha_3 a_2 = \frac{H}{v_s} \beta_1;$$

$$\alpha_2 a_0 + H \alpha_3 a_1 + H^2 \alpha_4 a_2 = \frac{H}{v_s} \beta_2;$$

Далее введем вместо a_i новые переменные M_i по формуле

$$a_i = \frac{M_i}{H^{i-1} \cdot v_s}.$$

Важной особенностью новых коэффициентов является то, что они зависят только от γ и φ .

Система для нахождения коэффициентов M_i будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 M_0 + \alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_2 &= \beta_0; \\ \alpha_1 M_0 + \alpha_2 M_1 + \alpha_3 M_2 &= \beta_1; \\ \alpha_2 M_0 + \alpha_3 M_1 + \alpha_4 M_2 &= \beta_2. \end{aligned} \right\} \quad (3.162)$$

Решение этой системы дает

$$M_0 = \frac{D_0}{D}; \quad M_1 = \frac{D_1}{D}; \quad M_2 = \frac{D_2}{D},$$

где D — определитель системы; D_i — миноры.

Уравнение годографа будет иметь вид

$$t = \frac{H}{v_s} \left[M_0(\gamma, \varphi) + M_1(\gamma, \varphi) \frac{l}{H} + M_2(\gamma, \varphi) \frac{l^2}{H^2} \right]. \quad (3.163)$$

Прежде чем заниматься его дальнейшим исследованием и преобразованием, сделаем необходимые пояснения к вычислению функций $\alpha_k(\gamma, \varphi)$ и $\beta_k(\gamma, \varphi)$, а также нахождению пределов интегрирования p_1 и p_2 . Используем следующий приближенный способ.

Запишем (3.151) в виде

$$p = \frac{\lambda \cos \varphi \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) p^2}}{\sqrt{1 + (1 - \gamma^2) p^2} + \gamma + \gamma \lambda \sin \varphi}, \quad (3.151')$$

где $\lambda = \frac{l}{H}$.

При вычислении первого приближения p положим под радикалами справа $p=0$. Тогда

$$p' = q = \frac{\lambda \cos \varphi}{1 + \gamma + \gamma \lambda \sin \varphi} \quad (3.151'')$$

Второе приближение

$$p'' = \frac{\lambda \cos \varphi \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) q^2}}{\sqrt{1 + (1 - \gamma^2) q^2} + \gamma + \gamma \lambda \sin \varphi}. \quad (3.151''')$$

Последняя формула обеспечивает необходимую при определении пределов точность, и потому будем считать ее за окончательную.

Интегрирование при нахождении α_k и β_k производится численным способом на ЭВМ по заданной сетке значений γ и φ .

Учитывая разложение (3.161), которое можно рассматривать как первое приближение для коэффициентов по сравнению с более строгими значениями в (3.163), введем нормирующие функции $N_i(\gamma, \varphi)$ по формулам

$$N_0(\gamma, \varphi) = \frac{M_0(\gamma, \varphi)}{1 + \gamma}; \quad (3.164)$$

$$N_1(\gamma, \varphi) = \frac{M_1(\gamma, \varphi)}{\sin \varphi}; \quad (3.164')$$

$$N_2(\gamma, \varphi) = \frac{2(1 + \gamma) M_2(\gamma, \varphi)}{\gamma \cos^2 \varphi}. \quad (3.164'')$$

Значения их будут определять степень приближения годографа к виду (3.161). Все три функции при выбранных сравнительно небольших $\lambda_{\max}$ близки к единице и потому могут быть вычислены даже при очень приближенном знании о свойствах разреза.

Таблицы функций $N_i(\gamma, \varphi)$ приведены в работе (Пузырев, 19756) и здесь не воспроизводятся.

Таким образом, окончательное выражение для уравнения годографа волны PS в форме квадратичного трехчлена имеет вид

$$t = \frac{H(1 + \gamma)}{v_s} \left[N_0(\gamma, \varphi) + \frac{N_1(\gamma, \varphi)}{1 + \gamma} \cdot \frac{l}{H} \cdot \sin \varphi + \frac{N_2(\gamma, \varphi)}{(1 + \gamma)^2} \cdot \frac{l^2}{H^2} \cdot \frac{\gamma \cos^2 \varphi}{2} \right]. \quad (3.163')$$

Проверка полученной формулы (3.163') на численных примерах в широком диапазоне углов наклона показала, что в интервале от 0 до $\sim H$ в обе стороны она обеспечивает точ-

ность, удовлетворяющую обычно предъявляемым техническим требованиям.

Если надо получить удовлетворительное представление до расстояний $l \sim 2H$ и более, то можно пойти по пути повышения степени полинома, доведя последнюю, например, до четвертой. Этот путь использован Н. Н. Пузыревым (19756).

Применим к задаче приближенного представления годографа волны PS способ корректирующей функции, изложенный выше для монотипных волн в случае неоднородной среды. В качестве нулевого приближения примем уравнение

$$l' = \frac{1 + \gamma}{2v_s} \sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2},$$

представляющее собой среднеарифметическое времен монотипных продольной и поперечной волн. Оно обеспечивает решение с ошибкой до 5—6%, причем дает точное значение времени в точке $l=0$.

Введем мультипликативную корректирующую функцию в виде полинома по l , что, как показали расчеты, вполне достаточно из-за простой формы $R(l)$. Ограничиваясь трехчленом второй степени, получим

$$l = \frac{1 + \gamma}{2v_s} (1 + k_1 l + k_2 l^2) \sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2}. \quad (3.165)$$

Как и при представлении полиномом (3.160), определим функции k_1 и k_2 , используя заданный интервал аппроксимации. В данном случае, учитывая, что речь идет о коррекции решения, можно обойтись без уравнивания по способу наименьших квадратов. Исходя из заданных максимальных относительных удалений (l/H) в обе стороны от источника, по формулам (3.151') — (3.153'') вычисляются значения параметров p_1 и p_2 . Подставляя их в (3.151) и (3.152), получаем выражение для опорных значений (l_i, t_i) . Далее по аналогии с (3.130) коэффициенты k_1 и k_2 находятся из системы линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{1 + \gamma}{2v_s} (1 + k_1 l_1 + k_2 l_1^2) \sqrt{l_1^2 + 4l_1 H \sin \varphi + 4H^2}; \\ t_2 &= \frac{1 + \gamma}{2v_s} (1 + k_1 l_2 + k_2 l_2^2) \sqrt{l_2^2 + 4l_2 H \sin \varphi + 4H^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.166)$$

При необходимости степень корректирующего полинома можно увеличить, что потребует использования большего количества опорных точек.

Отметим, что опорные значения параметра p для вычисления координат (l_i, t_i) можно также найти другим способом, который, возможно, окажется более простым. Он основан на допущении, что при заданном l сумма углов падения и отражения для монотипной (α) и обменной волн приблизительно равны. Тогда между $p = \operatorname{tg} \alpha_{ps}$ и α можно записать зависимость

$$p = \frac{(1 + p^2) \sin 2\alpha}{\gamma + \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) p^2}}. \quad (3.167)$$

В качестве первого приближения, которое само по себе в некоторых случаях будет достаточным, используется формула

$$p' = \frac{l \cos \varphi}{(1 + \gamma) H - l \sin \varphi} \quad (3.168)$$

Учитывая, что

$$\sin \alpha = \frac{l \cos \varphi}{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2}$$

и подставляя (3.168) в (3.167), получим уточненное выражение для опорного значения параметра.

3.4.2. Поля времен $t(X, l)$ и годограф симметричных точек.

Как и в случае монотипных волн, для PS можно рассматривать поле $t(X, l)$, когда отсчеты времен относятся к средней точке базы (Пузырев, 1973). Соответственно сечением $X = \text{const}$ поля будет годограф симметричных точек. Его нецелесообразно в данном случае называть годографом ОГТ, так как даже в простейшем случае горизонтального залегания нельзя говорить об общей глубинной точке или даже о малой области расположения отражающих точек при изменении базы l .

Согласно работе (Пузырев, 1973), область миграции отражающих точек для волны PS при изменении базы от 0 до l в случае симметричной расстановки определяется с достаточной точностью выражением

$$\Delta S = \frac{l}{2} \cdot \frac{1 - \gamma - l/(2H_m)(1 + \gamma) \sin \varphi}{1 + \gamma - l/(2H_m)(1 - \gamma) \sin \varphi} \cos \varphi, \quad (3.169)$$

где H_m — глубина в центре базы l .

Из написанной формулы следует, что область миграции отражающих точек вдоль границы раздела будет зависеть от направления падения. Это вполне понятно, так как в данном случае не соблюдается принцип взаимности. В случае, когда база источник — приемник располагается по падению, при

$$l = \frac{2H}{\sin \varphi} \cdot \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma}$$

величина ΔS принимает нулевое значение. Это означает, что отражающая точка вновь, как и при $l=0$, будет совпадать с точкой пересечения нормали с границей раздела.

На рис. 3.45 приведен график зависимости $\frac{\Delta S}{H_m} \left(\frac{l}{2H}, \gamma, \varphi \right)$ при заданном значении $\gamma=0,5$, который дает отчетливое представление о характере миграции отражающих точек для волны PS в случае симметричной расстановки. Переход к $t(X, l)$ и соответственно к годографу симметричных точек осуществляется, как и для монотипной волны, путем подстановки

$$H = H_0 + \left(X - \frac{l}{2} \right) \sin \varphi$$

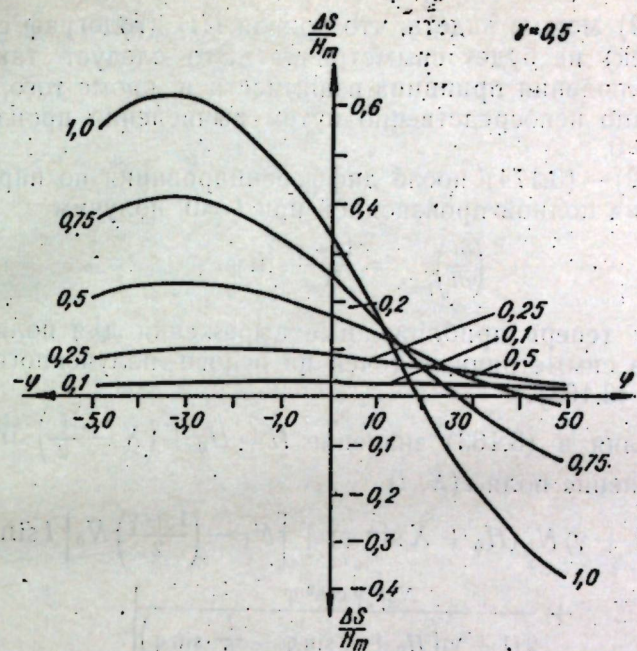


Рис. 3.45. Относительный размер области миграции отражающих точек в случае симметричной системы наблюдений; $\varphi > 0$ в направлении падения $\gamma=0,5$.

в уравнения (3.151) — (3.152) и последующего решения их попарно относительно (X, t) и (l, t) . В результате получим соответственно параметрическую запись поля времен и годографа симметричных точек.

Уравнения поля времен:

$$X = l \cdot \frac{\text{ctg } \varphi \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2} + \frac{\rho}{2} (\sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2} - \gamma)}{\rho (\sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2} + \gamma)} - \frac{H_0}{\sin \varphi}, \quad (3.170)$$

$$vst = \frac{l [1 + (1 - \gamma^2) \rho \text{tg } \varphi + \gamma \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2}] \cos \varphi \sqrt{1 + \rho^2}}{\rho (\sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2} + \gamma)}. \quad (3.171)$$

Уравнения годографа симметричных точек:

$$l = \frac{\rho H_c (\sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2} + \gamma)}{\cos \varphi \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2} + \frac{\rho}{2} (\sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2} - \gamma) \sin \varphi}; \quad (3.172)$$

$$vst = \frac{H_c [1 + (1 - \gamma^2) \rho \text{tg } \varphi + \gamma \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2}] \cos \varphi \sqrt{1 + \rho^2}}{\cos \varphi \sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2} + \frac{\rho}{2} (\sqrt{1 + (1 - \gamma^2) \rho^2} - \gamma) \sin \varphi}, \quad (3.173)$$

где $H_c = H_0 + X \sin \varphi$ — глубина до границы раздела в центре базы l .

Из (3.172) можно видеть, что кривая $t(l)$ (годограф симметричных точек) не будет симметрична. Это следует также из факта несоблюдения принципа взаимности и, кроме того, может быть показано непосредственно путем вычисления производной dt/dl при $l=0$.

Из (3.172) — (3.174) после дифференцирования по параметру и нахождения полной производной при $l=0$, получим

$$\left(\frac{\partial t}{\partial l}\right)_{l=0} = \frac{1-\gamma}{2v_s} \sin \varphi. \quad (3.174)$$

Запишем теперь приближенные выражения для поля $t(X, l)$ и годографа симметричных точек на основе полученного выше выражения (3.163).

Подставляя в (3.163) значение $H = H_0 + \left(X - \frac{l}{2}\right) \sin \varphi$, получим уравнение поля $t(X, l)$

$$t = \frac{1}{v_s} \left\{ (1+\gamma) N_0 (H_0 + X \sin \varphi) + \left[N_1 - \left(\frac{1+\gamma}{2} \right) N_0 \right] l \sin \varphi + \frac{N_2 l^2 \gamma \cos^2 \varphi}{2(1+\gamma) \left(H_0 + X \sin \varphi - \frac{l}{2} \sin \varphi \right)} \right\}. \quad (3.175)$$

Главное влияние на форму линий $l = \text{const}$ будет оказывать первый линейный член, и потому можно считать, что в первом приближении линии $l = \text{const}$ будут прямыми, с наклонами

$$\frac{dt}{dl} \approx \frac{(1+\gamma) N_0 \sin \varphi}{v_s}.$$

Влияние третьего члена проявится в некоторой выпуклости линий $l = \text{const}$.

Существенно отметить, что поле $t(X, l)$ будет неоднозначным в смысле нечетности по отношению к l . В связи с этим при анализе поля необходимо рассматривать линии $l = \text{const}$, отличающиеся по знаку. При этом знак минус перед l означает, что база источник — приемник ориентирована в направлении восстания. Из (3.174) очевидно, что при отрицательных значениях l время t всегда будет меньше.

Полагая в (3.175)

$$H_0 + X \sin \varphi = H_c,$$

получим приближенное уравнение годографа симметричных точек:

$$t = \frac{1}{v_s} \left\{ (1+\gamma) N_0 H_c + \left[N_1 - \left(\frac{1+\gamma}{2} \right) N_0 \right] l \sin \varphi + \frac{N_2 \gamma l^2 \cos^2 \varphi}{2(1+\gamma) H_c - \frac{l}{2} \sin \varphi} \right\}. \quad (3.176)$$

При $l \leq (0,5 \div 0,7) H$ коэффициенты N_i можно положить равными единице.

Дифференцируя (3.176) по l и приравнявая производную нулю, получим приближенную формулу для абсциссы минимума годографа симметричных точек:

$$\bar{l}_{\min} = \frac{(1+\gamma) H_c \left[N_1 - \frac{1}{2} (1+\gamma) N_0 \right] \sin \varphi}{N_2 \gamma \cos^2 \varphi}. \quad (3.177)$$

При небольших l/H_c и φ вполне допустимо использовать более простую формулу:

$$\bar{l}_{\min} = \frac{(1-\gamma^2) H_c \sin \varphi}{2\gamma}. \quad (3.177')$$

Из (3.153) можно получить приближенное выражение для минимума годографа с закрепленным источником:

$$l_{\min} \approx \frac{(1+\gamma) H \sin \varphi}{\gamma}.$$

Сравнивая последнюю формулу с (3.177'), найдем при равных глубинах

$$\frac{\bar{l}_{\min}}{l_{\min}} \approx \frac{1}{2} (1-\gamma),$$

т. е. минимум годографа симметричных точек располагается значительно ближе к началу координат, чем минимум годографа с закрепленным источником.

Отметим, что при необходимости годограф симметричных точек и поле $t(X, l)$ можно представить приближенно по способу корректирующих функций. В отличие от монотипных волн в этом случае потребуется ввести члены с нечетными степенями l и X .

3.4.3. Годограф ОГТ для обменной волны PS. По аналогии с монотипной волной назовем годографом ОГТ график зависимости $t(l)$ в некоторой специальной системе отсчета, выбранной так, чтобы при горизонтальном залегании границы, отражающие точки при изменении базы l оставались бы на одном месте, если направление источник — приемник не изменяется.

Положим, что в первом приближении допустимо использовать взамен закона синусов соотношение тангенсов (1.8'). Тогда параметр $p = \text{tg } \alpha$ будет в первом приближении

$$p' = \frac{l}{H(1+\gamma)}.$$

Откуда следует (рис. 3.46), что абсцисса точки отражения относительно источника

$$l_x = \frac{l}{1+\gamma}. \quad (3.178)$$

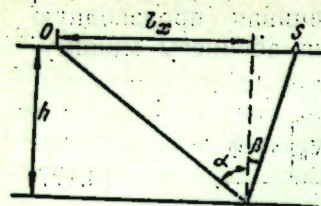


Рис. 3.46. К обоснованию системы ОГТ для обменных отраженных волн PS.

В соответствии с (3.151'), используя формулу Ньютона, получим следующее приближение для параметра:

$$p^* = \frac{\lambda}{1+\gamma} \left[1 + \frac{\gamma \left(\sqrt{1 + \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \lambda^2} - 1 \right) \left(1 + \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \lambda^2 \right)}{\gamma + \left(1 - \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \lambda^2 \right)^{3/2}} \right], \quad (3.179)$$

где $\lambda = \frac{l}{H}$.

Последняя формула обеспечивает вычисление p с высокой точностью — во всяком случае с погрешностью менее 1%.

Будем рассматривать второй член в квадратных скобках (3.179) в качестве поправочного слагаемого. Тогда

$$l_x = \frac{l}{1+\gamma} \left[1 + \frac{\gamma \left(\sqrt{1 + \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \lambda^2} - 1 \right) \left(1 + \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \lambda^2 \right)}{\gamma + \left(1 - \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \lambda^2 \right)^{3/2}} \right]. \quad (3.178')$$

Для значений $\lambda \leq 1$ допустимо использовать приближенное выражение

$$l_x = \frac{l}{1+\gamma} \left[1 + \frac{\gamma(1-\gamma)}{2(1+\gamma)^2} \lambda^2 \right]. \quad (3.178'')$$

Отметим, что при $\gamma = 0,03 \div 0,5$ множитель при λ^2 в квадратных скобках мало зависит от γ и в среднем близок к 0,06. Следовательно, при $\lambda \leq 1$ формула (3.178'') дает ошибку в положении абсциссы отражающей точки не более 6%. Поэтому примем формулу (3.178) в качестве основной и только при $\lambda > 1$ будем предусматривать коррекцию l_x согласно (3.178').

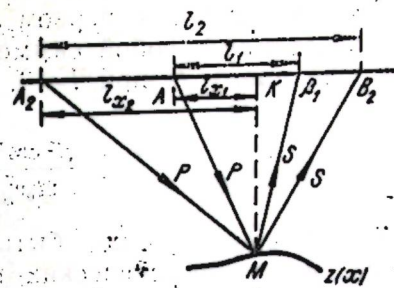
Таким образом, предлагается формировать годограф ОГТ для обменной волны PS следующим образом.

Выберем на профиле некоторую точку K источника. К ней отнесем время t_0 при $l=0$. Последующие точки годографа ОГТ, соответствующие $l \neq 0$, выбираются так, чтобы источники располагались на расстоянии $l_x = l/(1+\gamma)$ от точки K (рис. 3.47) в заданном направлении. Соответственно рассматривают точки в противоположном направлении от точки K, если только были получены соответствующие данные.

В выбранной системе координат глубина H в источнике выражается через глубину H_k в точке K простой зависимостью

$$H = H_k - \frac{l}{1+\gamma} \sin \varphi. \quad (3.180)$$

Рис. 3.47. К построению годографа ОГТ для обменной волны.



Подставляя это выражение в (3.151) и (3.152) и решая полученные уравнения вновь относительно l и $v_s t$, получим параметрическое уравнение годографа ОГТ волны PS

$$l = \frac{H_k p \left(\sqrt{1 + (1-\gamma^2) p^2} + \gamma \right)}{\left(\cos \varphi + \frac{p \sin \varphi}{1+\gamma} \right) \sqrt{1 + (1-\gamma^2) p^2} - \frac{\gamma^2 p \sin \varphi}{1+\gamma}}; \quad (3.181)$$

$$v_s t = \frac{H_k \sqrt{1 + p^2} \left[(1-\gamma^2) p \sin \varphi + (\gamma \sqrt{1 + (1-\gamma^2) p^2} + 1) \cos \varphi \right]}{\left(\cos \varphi + \frac{p \sin \varphi}{1+\gamma} \right) \sqrt{1 + (1-\gamma^2) p^2} - \frac{\gamma^2 p \sin \varphi}{1+\gamma}}. \quad (3.182)$$

Дифференцируя каждое из написанных уравнений по параметру p , убеждаемся, что при $p=0$ производная $\frac{dl}{dp} \neq 0$, тогда как $\frac{dt}{dp} = 0$. Тем самым строго доказывается, что при отнесении времени к точкам с абсциссой $l/(1+\gamma)$ относительно источника получающийся таким способом годограф ОГТ имеет минимум в начале координат. Одновременно это означает, что при представлении зависимости $t(l)$ согласно уравнениям (3.181) — (3.182) в виде ряда из трех членов получим четную относительно l функцию*. Вычисление полной второй производной при $p=0$ дает следующий окончательный результат:

$$\left(\frac{d^2 t}{dl^2} \right)_0 = \frac{\gamma \cos^2 \varphi}{(1+\gamma) H_k v_s}. \quad (3.183)$$

Таким образом, для сравнительно небольших $l/H < 1$ можно уравнение годографа ОГТ волны PS представить в виде

$$t = \frac{1}{v_s} \left[(1+\gamma) H_k + \frac{\gamma^2 \cos^2 \varphi}{2(1+\gamma) H_k} l^2 \right]. \quad (3.184)$$

Аналогичный результат получим, используя формулу (3.161), если произвести замену

$$H = H_k \frac{l \sin \varphi}{1+\gamma}.$$

* В общем случае, учитывая наличие нечетных степеней параметра p в (3.181) — (3.182), годограф ОГТ не будет строго симметричным.

Следовательно, в первом приближении годограф ОГТ волны PS представляет собой симметричную относительно l параболу.

Вводя время t_0 при $l=0$, согласно (3.155), можно (3.184) записать в виде

$$t = t_0 + \frac{\gamma l^2 \cos^2 \varphi}{2t_0 v_S^2} = t_0 + \frac{l^2 \cos^2 \varphi}{2l_0 v_P v_S}. \quad (3.184')$$

Эта формула может быть непосредственно использована для вычисления кинематических поправок при суммировании по методу ОГТ при выделении обменных отраженных волн PS .

Если за исходное взять более точное выражение (3.163'), то вместо (3.184') получим

$$t = N_0 t_0 + \frac{N_2 l^2 \cos^2 \varphi}{2l_0 v_S v_P}. \quad (3.185)$$

Последние две формулы обеспечивают вполне удовлетворительную точность для относительно небольших расстояний $l \sim H$ от источника и умеренных значений углов наклона границы. В случае больших удалений от источника можно идти прежде всего по пути представления годографов полиномами более высоких степеней, что в принципе нетрудно выполнить. Второй путь — использование способа корректирующих функций, если решение искать в виде

$$t = \frac{1+\gamma}{2v_S} R(l^2) \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H_h}. \quad (3.186)$$

Если, как и для монотипных волн в случае неоднородных сред, положить

$$R = 1 + m_2 l^2 + m_4 l^4,$$

то для нахождения коэффициентов достаточно иметь две опорные точки, координаты которых вычисляются на основе уравнений (3.181) — (3.182).

Проведем оценку величины ΔS_h области миграции отражающих точек при изменении базы от 0 до l в случае наклонного залегания, если времена относятся к точке, расположенной на расстоянии $l/(1+\gamma)$ от источника. Применяя соотношение тангенсов (1.8') при $\mu_0=1$, получим для размеров области ΔS_h следующее приближенное выражение:

$$\Delta S_h \cong \frac{l \cos \varphi}{1+\gamma} \left[1 - \frac{(1+\gamma) H_h - l \sin \varphi}{(1+\gamma)^2 H_h - (1-\gamma) l \sin \varphi} (1+\gamma) \right]. \quad (3.187)$$

Разлагая выражение в квадратных скобках в ряд и оставляя только члены в первой степени величины $l \sin \varphi / (1+\gamma) H_h$, получим

$$\Delta S_h \cong \frac{\gamma l^2 \sin 2\varphi}{(1+\gamma)^3 H_h}. \quad (3.187')$$

Интересно отметить, что при $\gamma \rightarrow 1$ эта формула переходит в соответствующую строгую формулу для монотипной волны (Пузырев, 1959), причем множитель $\gamma/(1+\gamma)^3$ практически очень мало (в пределах 10—15%) отличается от 1/8 для монотипной волны. В связи с этим в первом приближении можно считать, что в принятой нами системе отсчета миграция отражающих точек для волны PS в случае прямолинейной границы раздела будет такой же, что и для монотипной волны.

В заключение данного параграфа отметим, что от уравнения годографа ОГТ возможно перейти к специальному полю $t(X_h, l)$, когда отсчеты времен относятся к расстояниям $l/(1+\gamma)$ от источника. Такие поля для волн PS будут обладать более простой структурой, чем поле $t(X, l)$, когда времена относятся к средней точке базы. Уравнение $t(X_h, l)$ можно получить из (3.181) — (3.182), если сделать подстановку: $H_h = H_0 + X_h \sin \varphi$, а затем решить полученные равенства относительно X_h и t . Исследование и практическое применение таких полей составляет специальную задачу, которая в данной работе не решается.

ЭФФЕКТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДЛЯ ДВУХМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ СРЕД

§ 4.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

4.1.1. Определение дифференциальных эффективных параметров по годографам. Для двухмерной модели в простейшем случае локально однородной среды и плоской отражающей границы требуется определить три параметра — v , H и φ . В связи с этим решение в дифференциальном виде возможно только путем привлечения кроме первой также и второй производной годографа. Если рассматривать годограф ОТВ вида (3.2), то параметры v , H , φ могут быть найдены из следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} vt &= \sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2}; \\ v \frac{dt}{dl} &= v\eta = \frac{l + 2H \sin \varphi}{\sqrt{l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2}}; \\ v \frac{d^2t}{dl^2} &= v\varsigma = \frac{4H^2 \cos^2 \varphi}{(l^2 + 4lH \sin \varphi + 4H^2)^{3/2}} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Решение этой системы приводит к следующим формулам для нахождения дифференциальных эффективных параметров по годографу ОТВ:

$$v_o^2 = \frac{1}{\eta^2 + \varsigma s}; \quad (4.2)$$

$$4H_o^2 = \frac{(t - l\eta)^2 + l^2 \varsigma s}{\eta^2 + \varsigma s}; \quad (4.3)$$

$$\sin \varphi_o = \frac{\eta(t - l\eta) - l\varsigma s}{\sqrt{(\eta^2 + \varsigma s)[(t - l\eta)^2 + l^2 \varsigma s]}}. \quad (4.4)$$

Первая из этих формул впервые была получена в работе (Гольдин, Черняк, 1976). В точке $l=0$ имеем

$$v_{eo} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{dt}{dl}\right)_0^2 + t_0 \left(\frac{d^2t}{dl^2}\right)_0}}; \quad (4.2')$$

$$H_{eo} = \frac{t_0}{2 \sqrt{\left(\frac{dt}{dl}\right)_0^2 + t_0 \left(\frac{d^2t}{dl^2}\right)_0}}; \quad (4.3')$$

$$\sin \varphi_{eo} = \frac{\left(\frac{dt}{dl}\right)_0}{\sqrt{\left(\frac{dt}{dl}\right)_0^2 + t_0 \left(\frac{d^2t}{dl^2}\right)_0}}. \quad (4.4')$$

При рассмотрении годографа ОГТ формально можно также написать систему трех уравнений для нахождения параметров:

$$\left. \begin{aligned} vt &= \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H^2}; \\ v \frac{dt}{dl} &= v\eta = \frac{l \cos^2 \varphi}{\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H^2}}; \\ v \frac{d^2t}{dl^2} &= v\varsigma = \frac{4H^2 \cos^2 \varphi}{(l^2 \cos^2 \varphi + 4H^2)^{3/2}} \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

Нетрудно, однако, убедиться, что параметры годографа (l , t , η , s) в данном случае не являются независимыми и между ними существует следующее соотношение:

$$s = \eta \left(\frac{1}{l} - \frac{\eta}{t} \right). \quad (4.6)$$

Поэтому по дифференциальному элементу годографа ОГТ в принципе возможно определить два параметра. Так, например, если φ считать заданным, то

$$v_o = \sqrt{\frac{l}{t\eta}} \cos \varphi; \quad (4.7)$$

$$4H_o^2 = \frac{l(t - l\eta) \cos^2 \varphi}{\eta}. \quad (4.8)$$

Или по-другому:

$$v_{o\text{ОГТ}} = \frac{v_o}{\cos \varphi} = \sqrt{\frac{l}{t\eta}}; \quad (4.7')$$

$$H_{o\text{ОГТ}} = \frac{H_o}{\cos \varphi} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{l(t - l\eta)}{\eta}}. \quad (4.8')$$

Первая из этих формул широко используется. Она полностью совпадает с ранее полученной формулой (2.50) для одномерной модели среды.

В принципе можно рассматривать также систему с двумя элементами. Наибольший интерес представляет система с дифференциальными элементами первого порядка на концах встречных годографов (рис. 4.1), которым соответствует один и тот же элемент границы раз-

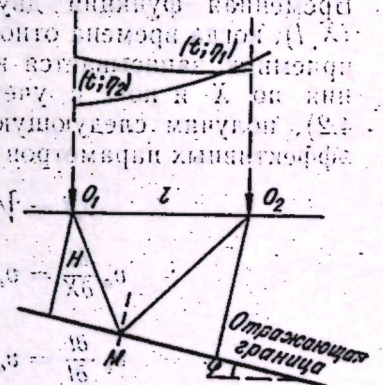


Рис. 4.1. Система встречных годографов с дифференциальными элементами на концах.

дела. Согласно работе Н. Н. Пузырева (1959), выражение для эффективной скорости в этом случае имеет в наших обозначениях вид

$$v_e^2 = \frac{l}{t} \cdot \frac{2t - l(\eta_1 + \eta_2)}{t(\eta_1 + \eta_2) - 2l\eta_1\eta_2}, \quad (4.9)$$

где η_1 и η_2 — значения градиентов dt/dl на взаимных точках.

Выражения для глубины в точке O_1 (см. рис. 4.1) и угла φ :

$$4H_e^2 = \frac{2l[t(t - 2l\eta_1) + l^2\eta_1^2]}{t(\eta_1 + \eta_2) - 2l\eta_1\eta_2}, \quad (4.10)$$

$$\sin \varphi_e = \frac{l(\eta_1 - \eta_2)(t - l\eta_1)}{\sqrt{2l[t(t - 2l\eta_1) + l^2\eta_1^2]} \cdot \sqrt{t(\eta_1 + \eta_2) - 2l\eta_1\eta_2}}. \quad (4.11)$$

Предполагается, что η_1 относится к годографу в направлении падения границы. К началу координат этого годографа относятся и глубина H .

Обратную задачу по одному годографу ОТВ возможно решить с использованием дифференциального элемента первого порядка, если дополнительно считать известным время в какой-либо другой точке годографа. Так, например, если полагать известным значение t_0 в источнике, то решение имеет вид

$$v_e = \frac{l}{\sqrt{lt\eta + t_0^2 - t^2}}; \quad (4.12)$$

$$H_e = \frac{lt_0}{2\sqrt{lt\eta + t_0^2 - t^2}}; \quad (4.13)$$

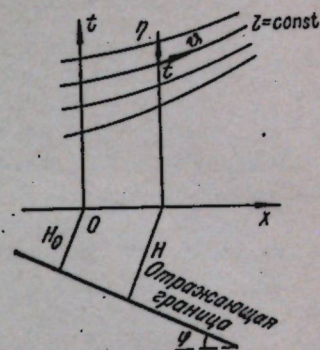
$$\sin \varphi_e = \frac{2(t^2 - t_0^2) - lt\eta}{2t_0\sqrt{lt\eta + t_0^2 - t^2}}. \quad (4.14)$$

Вычисленные таким способом эффективные параметры, по-видимому, следует рассматривать как промежуточные между собственно дифференциальными и интегральными.

4.1.2. Общее решение на основе частных временных полей. Временная функция двух переменных в системе координат (X, l) , когда времена относятся к средней точке базы источник — приемник, записывается в виде (3.10). После дифференцирования по X и по l с учетом того, что $X \sin \varphi + H_0 = H_1$ (рис. 4.2), получим следующую систему уравнений для нахождения эффективных параметров (Пузырев, 1974в):

$$\left. \begin{aligned} v_e t &= \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H_e^2}; \\ v_e \frac{\partial t}{\partial X} &= v_e \vartheta = \frac{4H_e \sin \varphi_e}{\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H_e^2}}; \\ v_e \frac{\partial t}{\partial l} &= v_e \eta = \frac{l \cos^2 \varphi}{\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4H_e^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

Рис. 4.2. Частное поле времен для модели с плоской границей раздела $v = \text{const}$.



Решение ее дает

$$v_e = 2 \sqrt{\frac{l}{t} \cdot \frac{t - l\eta}{l\vartheta^2 + 4\eta(t - l\eta)}}; \quad (4.16)$$

$$H_e = (t - l\eta) \sqrt{\frac{l}{l\vartheta^2 + 4\eta(t - l\eta)}}; \quad (4.17)$$

$$\sin \varphi_e = \vartheta \sqrt{\frac{l}{l\vartheta^2 + 4\eta(t - l\eta)}}. \quad (4.18)$$

В случае однородной горизонтально-слоистой среды, когда $\vartheta = 0$, получим автоматически приведенные выше формулы (2.50) — (2.51) и $\varphi_e = 0$. При $l = 0$, когда $\eta = 0$, получим соответствующие выражения для предельных эффективных параметров:

$$v_{e0} = \frac{1}{\sqrt{t_0 \left(\frac{\partial^2 t}{\partial l^2} \right)_0 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial t_0}{\partial X} \right)^2}}; \quad (4.16')$$

$$H_{e0} = \frac{t_0}{2 \sqrt{t_0 \left(\frac{\partial^2 t}{\partial l^2} \right)_0 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial t_0}{\partial X} \right)^2}}; \quad (4.17')$$

$$\sin \varphi_{e0} = \frac{\frac{\partial t_0}{\partial X}}{2 \sqrt{t_0 \left(\frac{\partial^2 t}{\partial l^2} \right)_0 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial t_0}{\partial X} \right)^2}}. \quad (4.18')$$

Таким образом, решение в данном случае дается только через элементы первого порядка — составляющие градиента поля по X и l .

Поскольку временная функция (3.10) четная по отношению к l и t , целесообразно решать задачу также в квадратичных координатах $\lambda = l^2$ и $\theta = t$. Это необходимо и из соображений преимущественности с соответствующими решениями задачи в интегральной форме (см. § 4.2). Не приводя промежуточных расчетов, выпишем окончательные формулы, которые имеют вид

$$v_e = 4 \sqrt{\frac{\theta - \lambda \delta}{\gamma^2 + 16\delta(\theta - \lambda \delta)}}; \quad (4.19)$$

$$H_e = \frac{2(\theta - \lambda \delta)}{\sqrt{\gamma^2 + 16\delta(\theta - \lambda \delta)}}; \quad (4.20)$$

$$\sin \varphi_e = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + 16\delta(\theta - \lambda \delta)}}; \quad (4.21)$$

где

$$\delta = \frac{\partial \theta}{\partial \lambda}; \quad \gamma = \frac{\partial \theta}{\partial X}.$$

Соответственно для предельных значений:

$$v_{e0} = 4 \sqrt{\frac{\theta_0}{\left(\frac{\partial \theta_0}{\partial X}\right)^2 + 16\theta_0 \left(\frac{\partial \theta}{\partial \lambda}\right)_0}}; \quad (4.19')$$

$$H_{e0} = \frac{2\theta_0}{\sqrt{\left(\frac{\partial \theta_0}{\partial X}\right)^2 + 16\theta_0 \left(\frac{\partial \theta}{\partial \lambda}\right)_0}}; \quad (4.20')$$

$$\sin \varphi_{e0} = \frac{\frac{\partial \theta_0}{\partial X}}{\sqrt{\left(\frac{\partial \theta_0}{\partial X}\right)^2 + 16\theta_0 \left(\frac{\partial \theta}{\partial \lambda}\right)_0}}; \quad (4.21')$$

Если используются поля $t(X_1, l)$ либо $t(X_2, l)$, когда отсчеты времени относятся соответственно к точкам источника и приемника, то дифференциальные эффективные параметры вычисляются по следующим формулам (Пузырев, 1974в):

$$v_e = \sqrt{\frac{l}{t} \cdot \frac{2(t - l\eta \pm l\theta) \mp l\theta}{2\eta(t - l\eta \pm l\theta) \mp l\theta}}; \quad (4.22)$$

$$H_e = (t - l\eta) \sqrt{\frac{l}{2[2\eta(t - l\eta \pm l\theta) \mp l\theta]}}; \quad (4.23)$$

$$\sin \varphi_e = \theta \sqrt{\frac{l}{2[2\eta(t - l\eta \pm l\theta) \mp l\theta]}}; \quad (4.24)$$

где верхний знак относится к полю $t(X_1, l)$, второй — к полю $t(X_2, l)$. Производная $\theta = \partial t / \partial X_{1,2}$ берется соответственно по X_1 и X_2 .

При исследовании конкретной модели можно использовать в принципе любые поля в любых системах координат; результат должен быть один и тот же.

Как уже отмечалось выше (гл. 3), мы преимущественно используем в данной работе частное поле $t(X, l)$, обладающее рядом преимуществ. Для этого поля были приведены, в частности, формулы (3.17) — (3.17') связи между кажущимися скоростями на годографах и градиентами поля времен. Воспользуемся ими, чтобы показать, что эффективные скорости, вычисленные по кажущимся скоростям на взаимных точках, т. е. по формуле (4.9) и по элементу поля согласно (4.16), дают один и тот же результат. Запишем формулы (3.17) — (3.17') в виде

$$\eta_1 = \eta + \frac{1}{2} \theta;$$

$$\eta_2 = \eta - \frac{1}{2} \theta.$$

Подставляя их в (4.9), получим формулу (4.16). Аналогичным образом подстановка в (4.11) дает выражение (4.18). Для получения формулы (4.17) из (4.10) необходимо предварительно осуществить приведение к одной и той же точке отсчета.

4.1.3. Дифференциальные параметры для криволинейных отражающих границ. Эффективные параметры, в том числе дифференциальные, в общем случае определяются двумя факторами, характеризующими отклонение от заданной аппроксимирующей модели, — криволинейностью отражающей границы и характером неоднородности среды. Целесообразно в первую очередь оценить влияние кривизны границы в случае однородной среды над ней. Покажем прежде всего, что при определении эффективной дифференциальной скорости по элементу временного поля $t(X, l)$, согласно (4.16), таковая не зависит от кривизны границы раздела $z(x)$ при любой ее форме. В соответствии с (3.30') — (3.31') представим выражения для поля времен $t(X, l)$ в виде

$$l^2 \frac{dz}{dx} = 4 \left(X - x - z \frac{dz}{dx} \right) \left[(X - x) \frac{dz}{dx} + z \right]; \quad (4.25)$$

$$l^2 \frac{dz}{dx} = \frac{4}{v^2} (X - x) \left[(X - x) \frac{dz}{dx} + z \right]. \quad (4.26)$$

Поскольку

$$\eta = \frac{\partial t}{\partial l} = \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{X=\text{const}}}{\left(\frac{\partial l}{\partial x} \right)_{X=\text{const}}},$$

необходимо прежде всего продифференцировать (4.25) и (4.26) по параметру x и подставить значения производных в выражение для η . После преобразований и вводя для краткости обозначения $p = \frac{dz}{dx}$, $r = \frac{d^2z}{dx^2}$, получим

$$\eta = \frac{l}{v^2 t} \cdot \frac{[(X - x)p + z]p + (X - x)zr}{(X - x - zp)zr + (1 + p^2 + zr)[(X - x)p + z]p}. \quad (4.27)$$

Учитывая зависимость (3.27) и соответственно равенства

$$2(X - x)p = \sqrt{z^2(1 + p^2)^2 + l^2 p^2} - z(1 - p^2);$$

$$2[(X - x)p + z] = \sqrt{z^2(1 + p^2)^2 + l^2 p^2} + z(1 + p^2);$$

$$2p(X - x - zp) = \sqrt{z^2(1 + p^2)^2 + l^2 p^2} - z(1 + p^2),$$

представим (4.27) в виде

$$\eta = \frac{l}{v^2 t} \cdot \frac{p^2 [\sqrt{z^2(1 + p^2)^2 + l^2 p^2} + z(1 + p^2)] +}{p^2(1 + p^2 + zr) [\sqrt{z^2(1 + p^2)^2 + l^2 p^2} + z(1 + p^2)] +} \cdot \frac{+ zr [\sqrt{z^2(1 + p^2)^2 + l^2 p^2} - z(1 - p^2)]}{+ zr [\sqrt{z^2(1 + p^2)^2 + l^2 p^2} - z(1 + p^2)]}. \quad (4.27')$$

Введем теперь новую переменную

$$a = \frac{vt - l^2}{2z},$$

имеющую размерность длины. По физическому смыслу $a > 0$. Для нахождения связи между a и p воспользуемся соотношением (3.28), которое запишем в виде

$$v^2 l^2 = l^2 + 2z [\sqrt{z^2(1+p^2)^2 + l^2 p^2} + z(1+p^2)].$$

Откуда

$$a = \sqrt{z^2(1-p^2)^2 + l^2 p^2} + z(1+p^2).$$

Решая последнее уравнение относительно p^2 , найдем:

$$p^2 = \frac{a(a-2z)}{l^2 + 2az} = \frac{a(a-2z)}{v^2 l^2}.$$

Подставим значение p^2 в (4.27'). В процессе преобразований выясняется, что члены, содержащие вторую производную $r = \frac{d^2 z}{dx^2}$, уничтожаются путем сокращения на $[a^2 + zr(l^2 + 2az)] \neq 0$. Окончательное выражение для η представляется, таким образом, в очень простой форме:

$$\eta = \frac{l}{v^2 l^2} \cdot \frac{l^2 + 2az}{a^2 + l^2} = \frac{ll}{a^2 + l^2} = \frac{4z^2 ll}{(v^2 l^2 - l^2) + 4l^2 z^2}. \quad (4.27'')$$

Для вычисления компоненты градиента по X воспользуемся формулой

$$\Phi = \left(\frac{\partial l}{\partial X} \right)_{l=\text{const}} = \frac{\left(\frac{\partial l}{\partial x} \right)_l}{\left(\frac{\partial X}{\partial x} \right)_l}. \quad (4.28)$$

Дифференцируя (3.28) и (3.27) по параметру x и подставляя в (4.28), получим окончательно

$$\Phi = \frac{2p^3}{v^2 l^2 (1+p^2)} \cdot \frac{2z(1+p^2) [\sqrt{z^2(1+p^2)^2 + l^2 p^2} + z(1+p^2)] +}{p^2 [\sqrt{z^2(1+p^2)^2 + l^2 p^2} + z(1+p^2)] +} + \frac{+ l^2 p^3 + zr \{2z [\sqrt{z^2(1+p^2)^2 + l^2 p^2} + z(1+p^2)] + l^2\}}{+ zr [\sqrt{z^2(1+p^2)^2 + l^2 p^2} - z(1-p^2)]}. \quad (4.29)$$

Как и при вычислении η , введем новую переменную a и используем установленные выше связи этой переменной с z , l , p . Учитывая, что $l^2 + 2az = v^2 l^2$, получим после преобразований и, в частности, сокращения на $[a^2 + zr(l^2 + 2az)] \neq 0$.

$$\Phi = \frac{2a \sqrt{a(a-2z)}}{v(a^2 + l^2)} = \frac{2}{v} \cdot \frac{(v^2 l^2 - l^2)^{3/2} \sqrt{v^2 l^2 - (l^2 + 4z^2)}}{(v^2 l^2 - l^2)^2 + 4l^2 z^2}. \quad (4.29')$$

Подставляя найденные значения составляющих градиента поля (4.27'') и (4.29') в формулу (4.16), получим искомое строгое аналитическое доказательство независимости дифференциальной эффективной скорости, определяемой по элементу временного поля $t(X, l)$ от формы границы раздела $z(x)$ и величины базы l , т. е.

$$v_e = v. \quad (4.30)$$

Тот же результат справедлив для дифрагированной волны от точечного объекта. Непосредственное доказательство легко осуществить, если вычислить составляющие градиента поля согласно (3.29) и подставить их значения в (4.16).

Отметим, что вывод о независимости v_e в случае однородной среды от формы границы раздела в принципе ясен из чисто геометрических соображений, особенно если рассматривать взаимные точки на двух встречных годографах. Такая система, как было показано выше, в части вычисления v_e идентична одной точке поля $t(X, l)$.

Что касается величин H_e и φ_e , то в общем случае $l \neq 0$ они не равны строго соответственно длине нормали, опущенной из точки наблюдения на границу раздела, и углу наклона отрезка нормали к вертикали. Наиболее просто в этом убедиться при рассмотрении дифракции от точечного объекта. Строгое вычисление H_e и $\sin \varphi_e$ дает в этом случае следующий результат:

$$H_e^2 = (z_0^2 + X^2) \frac{(1+a)^3 + b(1-a-2a^2+ab) + [(1+a)^2 - ab] \times}{(1+a)[(1+a+b)^2 - 4ab + (1+a-b) \times]} \times \frac{\times \sqrt{(1+a+b)^2 - 4ab}}{\times \sqrt{(1+a+b)^2 - 4ab}} = (z_0^2 + X^2) A(a, b); \quad (4.31)$$

$$\sin^2 \varphi_e = \frac{X^2}{z_0^2 + X^2} \cdot \frac{(1+a)[(a-b)^2 + (a+b) + (a-b)\sqrt{(1+a+b)^2 - 4ab}]}{a[(1+a+b)^2 - 4ab + (1+a-b)\sqrt{(1+a+b)^2 - 4ab}]} = \frac{X^2}{z_0^2 + X^2} B(a, b), \quad (4.32)$$

где

$$a = \frac{X^2}{z_0^2}; \quad b = \frac{l^2}{4z_0^2}.$$

При $b=0$ ($l=0$) функции A и B тождественно равны единице. Если $X=0$, т. е. элемент располагается в начале координат, то из приведенных формул следует: $H_e = z_0$, $\varphi_e = 0$ при любых

Таблица 5

Функция $A(a, b)$							
a	b						
	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1
0,25	1,000	0,999	0,997	0,989	0,979	0,969	0,959
0,5	1,000	0,999	0,996	0,987	0,974	0,960	0,945
1	1,000	0,999	0,998	0,990	0,979	0,964	0,947
2	1,000	1,000	0,999	0,996	0,990	0,982	0,971
3	1,000	1,000	1,000	0,998	0,995	0,991	0,985
4	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,995	0,992
6	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,997
8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,999
10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999
15	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
20	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Функция $B(a, b)$

α	b						
	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1
0,25	0,938	0,991	0,778	0,613	0,491	0,399	0,329
0,5	0,956	0,914	0,835	0,695	0,579	0,485	0,409
1	0,975	0,950	0,900	0,804	0,713	0,629	0,553
2	0,989	0,977	0,954	0,906	0,855	0,803	0,750
3	0,994	0,987	0,974	0,946	0,916	0,885	0,852
4	0,996	0,992	0,983	0,966	0,947	0,926	0,905
6	0,998	0,996	0,992	0,983	0,973	0,963	0,952
8	0,999	0,997	0,995	0,990	0,984	0,978	0,972
10	0,999	0,998	0,997	0,993	0,989	0,986	0,981
15	1,000	0,999	0,998	0,997	0,995	0,993	0,992
20	1,000	1,000	0,999	0,998	0,997	0,996	0,995

1 или b . Чаще всего функции A и B мало отличаются от единицы, что можно видеть из табл. 5 и 6.

Исследуем зависимость дифференциальной эффективной скорости от параметров среды и параметров годографа ОТВ для модели с точечным дифрагирующим объектом. Уравнение годографа ОТВ запишем в виде

$$t = \frac{1}{v} \left[\sqrt{z_0^2 + a^2} + \sqrt{z_0^2 + (a+l)^2} \right], \quad (4.33)$$

где a — расстояние от эпилцентра дифрагирующего объекта D до источника (рис. 4.3). Величина a может быть как больше, так и меньше нуля.

Дифференцируя (4.33) два раза и подставляя значения производных в (4.2), получим

$$v_e = \frac{v^3 [z_0^2 + (a+l)^2]^{3/2}}{[z_0^2 + (a+l)^2]^{3/2} + z_0^2 \sqrt{z_0^2 + a^2}}, \quad (4.34)$$

т. е. при использовании годографа ОТВ дифференциальная эффективная скорость зависит как от параметров среды, так и параметров годографа и может существенно отличаться от истинной скорости в среде. Но в любом случае $v_e < v$.

Выражение для предельной скорости:

$$v_{e0}^2 = \frac{v^2 (z_0^2 + a^2)}{2z_0^2 + a^2}. \quad (4.34')$$

Из последней формулы следует, что при расположении источника вблизи эпицентра дифрагирующего объекта $v_{e0} \approx \frac{v}{\sqrt{2}}$. Но уже при $a/z_0=1$ различие между v_{e0} и v существенно уменьшается ($v_{e0}=0,816v$), а при $a/z_0=2$ становится небольшим ($v_{e0}=0,913v$).

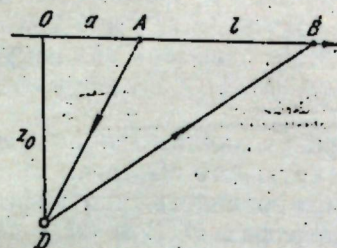


Рис. 4.3. Модель с точечным дифрагирующим объектом D .

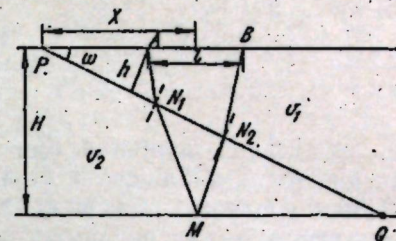


Рис. 4.4. Модель с негоризонтальной промежуточной преломляющей границей.

Если источник и приемник располагаются симметрично относительно эпицентра D и $a = -l/2$, то

$$v_0^2 = \frac{v^2 \left(z_0^2 + \frac{l^2}{4} \right)}{2z_0^2 + l^2/4},$$

т. е. эффективная скорость в этом случае зависит от $1/2$ по такому же закону, как предельная эффективная скорость от a .

Приведем еще формулу для v_* , когда источник совпадает с эпицентром D и $a=0$. Имеем

$$v_0^2 = \frac{v^2 (z_0^2 + l^2)^{3/2}}{z_0^3 + (z_0^2 + l^2)^{3/2}}. \quad (4.35)$$

В этом случае по мере увеличения l/z_0 v , быстро увеличивается в пределах от $v/\sqrt{2}$ до v .

Что касается $U_{\text{от}}$, определяемой по формуле (4.7'), то для модели с дифрагирующим точечным объектом она определяется выражением

$$u_{\text{ORT}}^2 = \frac{2v^2 \sqrt{\left(z_0^2 + \frac{l^2}{4} + X^2\right) - l^2 X^2}}{\sqrt{\left(z_0^2 + \frac{l^2}{4} + X^2\right)^2 - l^2 X^2 + z_0^2 + \frac{l^2}{4} - X^2}}, \quad (4.36)$$

где X — расстояние от эллипса точки дифракции D до средней точки базы l .

Или в обозначениях, принятых выше в формулах (4.31) — (4.32):

$$v_{\text{ORT}}^2 = v^2 \frac{2\sqrt{(1+a+b)^2 - 4ab}}{\sqrt{(a+b+1)^2 - 4ab} + 1 - a + b} = v^2 c(a, b). \quad (4.36')$$

Величина $c=1$ при $a=0$, а в общем случае при конечных значениях a и b всегда больше единицы. Так, например, при $\frac{l}{z}=1$ ($b=0,25$) и $X/z_0=2$ ($a=4$) будем иметь $v_{\text{отт}}=2,15v$.

В пределе $l \rightarrow 0$

$$v_{огт(0)}^2 = \frac{v^2(z_0^2 + X^2)}{z_0^2}, \quad (4.36'')$$

т. е. предельная величина $v_{огт}$ быстро увеличивается по мере удаления точки наблюдения от дифрагирующего объекта.

Таким образом, из изложенного можно видеть, что эффективные скорости, определяемые по годографам ОТВ и ОГТ для модели с точечным дифрагирующим объектом, как правило, существенно отличаются от истинной скорости в среде и без последующей коррекции не могут быть использованы для решения обратной задачи. Использование аппарата временных полей и соответственно временных аппроксимирующих функций обладает здесь неоспоримым преимуществом. Сказанное относится не только к модели с дифрагирующим объектом, но и к любым моделям с криволинейными границами. Вопросы влияния кривизны границы раздела на величину эффективной скорости, определяемой по годографам, рассматривались в ряде работ (Пузырев, 1955; Урупов, 1966; Черняк, 1973; Левин, 1975), и мы на этом не будем здесь останавливаться.

Из факта независимости дифференциальной эффективной скорости, определяемой по обобщенному полю времен, от кривизны границы раздела можно сделать вывод, что формула (4.16) может быть в принципе получена, исходя из любой аппроксимирующей модели с произвольной криволинейной границей и однородной средой над ней. Выше (§ 3.1) это было показано для модели с точечным дифрагирующим объектом. Отметим в связи с этим, что формулы (3.38) — (3.40), представляющие собой решение обратной задачи в дифференциальной форме для аппроксимирующей функции вида (3.29'), можно рассматривать как выражение для эффективных параметров специального вида, если их применить к моделям, отличающимся от аппроксимирующей модели точечного дифрагирующего объекта в однородной среде. Так, например, по этим формулам можно определить v_e , z_{oe} и X_e для модели с отражающей границей, обладающей большой кривизной в случае неоднородной среды.

4.1.4. Некоторые частные случаи сложных моделей сред. Для двумерных неоднородных сред эффективные параметры более сложно зависят от характеристик модели и параметров систем наблюдений, чем в случае одномерных сред. Если для одномерной модели, как это было показано в гл. 2, эффективные скорости всегда больше средних, а эффективные глубины больше действительных, то в двумерном случае могут иметь место более разнообразные соотношения. Так, например, эффективные скорости, в частности, дифференциальные, могут быть в ряде случаев меньше действительных. Этот важный факт отмечался еще в работе Н. Н. Пузырева (1959). Проиллюстрируем сперва

это на примере приближенного представления поля $t(X, l)$ по методу средних скоростей. Предположим для простоты, что отражающая граница горизонтальна, а скорость в слое линейно изменяется по X . Тогда уравнение поля можно записать в виде

$$t = \frac{\sqrt{l^2 + 4H^2}}{v_0(1 + kX)}.$$

Вычислим предельную эффективную скорость согласно (4.16'). Не приводя промежуточных расчетов, получим окончательно

$$v_{e0} = \frac{v^2(X)}{v_0^2 k^2 H^2 + 1 + \frac{v^2(X)}{v_0^2}}, \quad (4.37)$$

т. е. предельная эффективная скорость меньше средней в заданной точке профиля независимо от знака коэффициента k .

Предельное значение $v_{огт}$ в данном случае точно равно $v(X)$, а соответствующая оценка по формуле (4.2), исходя из годографа ОТВ, равна

$$v_{e0(ОТВ)}^2 = \frac{v^2(X)}{3v_0^2 k^2 H^2 + 1 + \frac{v^2(X)}{v_0^2}}. \quad (4.38)$$

Проведем более точный расчет предельных эффективных скоростей для модели среды с горизонтальной отражающей и наклонной преломляющей границами (рис. 4.4). Воспользуемся представлением годографа ОТВ в виде ряда, полученного А. Н. Левиным (1971), но введем другие обозначения для мощностей пластов — глубину H до отражающего горизонта и глубину h по нормали до преломляющей границы.

Уравнение годографа ОТВ имеет вид

$$t = t_0 + a_1 l + a_2 l^2 + \dots, \quad (4.39)$$

где

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{2H}{v_1} [n + r(\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega} - n \cos \omega)]; \\ a_1 &= \frac{\sin \omega}{v_1} (\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega} - n \cos \omega); \\ a_2 &= \frac{(\cos \omega \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega} + n \sin^2 \omega)^2 \cos^2 \omega \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega}}{4v_2 H \{nr \cos^2 \omega + (1 - n^2 \sin^2 \omega) [(1 - r \cos \omega) \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega} - nr \sin^2 \omega]\}}; \\ n &= \frac{v_1}{v_2}; \quad r = \frac{h}{H}. \end{aligned}$$

Для получения временной функции поля $t(X, l)$ достаточно произвести замену

$$h = X \sin \omega.$$

При этом предполагается, что начало координат совпадает с выходом преломляющей границы на линию наблюдений.

При вычислении предельной эффективной скорости требуется выразить через X только величину t_0 . Имеем

$$t_0(X) = \frac{2H}{v_2} + \frac{2X \sin \omega}{v_1} (\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega} - n \cos \omega).$$

Значение $\left(\frac{\partial^2 t}{\partial l^2}\right)_0$ вычисляется, исходя из (4.39), т. е.

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial l^2}\right)_0 = 2a_2.$$

Использование формулы (4.16') дает следующий результат:

$$\frac{1}{v_{0e}^2} = 2t_0 a_2 + \frac{\sin^2 \omega}{v_1^2} (\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega} - n \cos \omega)^2. \quad (4.40)$$

Выражения для t_0 и a_2 приведены выше, причем произведение $t_0 a_2$ не зависит от H . Формула для средней скорости имеет вид

$$v_m = \frac{2H}{t_0} = \frac{v_1}{n + r (\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega} - n \cos \omega)}. \quad (4.41)$$

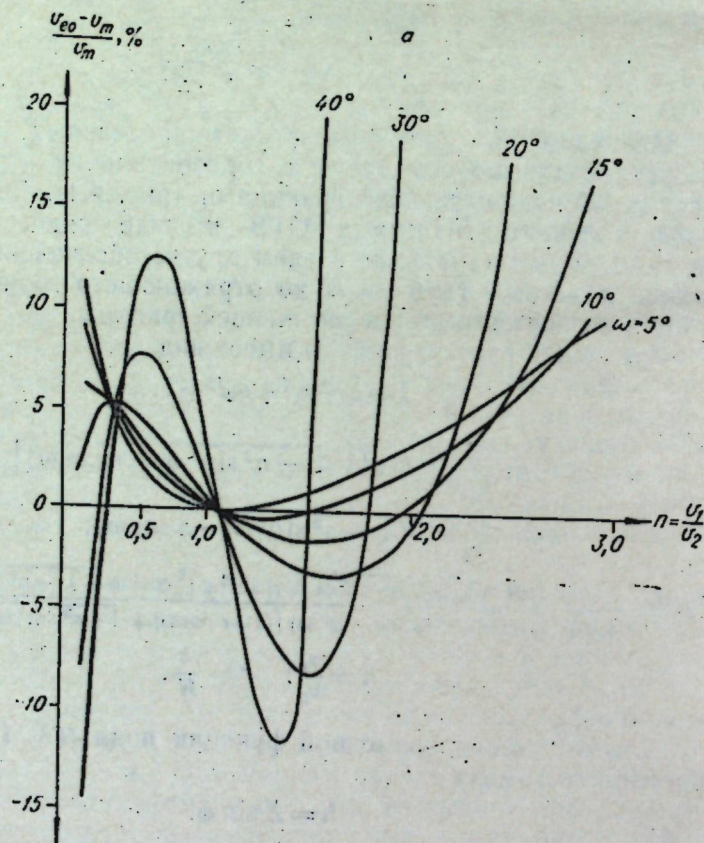


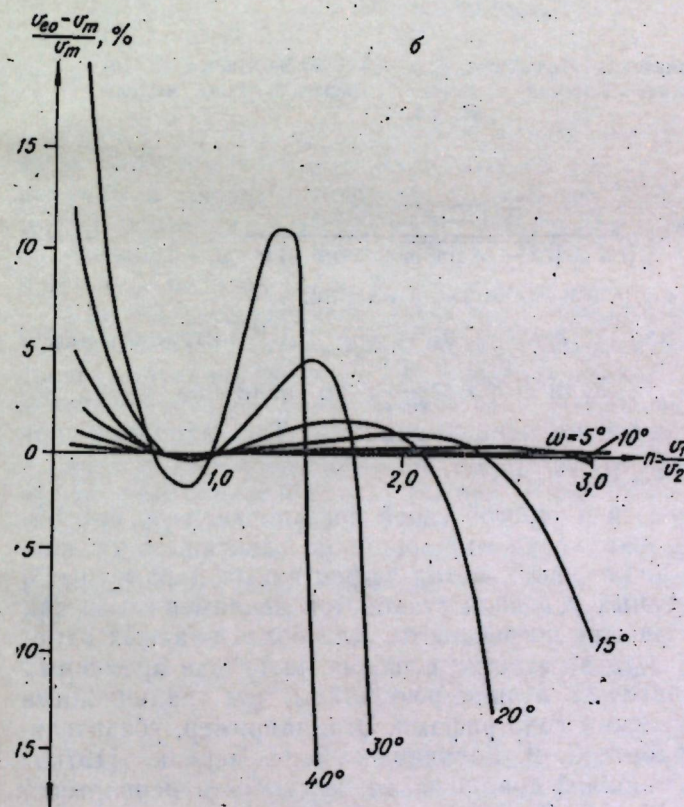
Рис. 4.5. Относительное отклонение предельной эффективной скорости от средней для модели рис. 4.4.
а — $r = h/H = 0,2$;

Из приведенных зависимостей легко вычислить величину

$$\frac{v_{e0}}{v_m} = f(n, \omega, r).$$

На рис. 4.5 приведены два графика зависимости $(v_{e0} - v_m)/v_m(n, \omega)$ для значений $r = \frac{h}{H} = 0,2$ и $1,0$. На обоих рисунках обращает на себя внимание очень сложная зависимость от n с наличием зон экстремумов и переходов через нуль. Отчетливо видно, что, несмотря на регулярность модели, эффективные скорости могут иметь величины как большие, так и меньшие средних. Сравнение приведенных графиков показывает, что соотношение между v_{e0} и v_m существенно зависит от величины $r = h/H$. Так, например, при $h/H = 0,2$ в области $n \approx 1,3 - 1,5$ отмечается минимум и $\frac{v_{e0}}{v_m} < 1$, тогда как при $\frac{h}{H} = 1$ приблизительно в той же области отмечается максимум и $v_{e0}/v_m > 1$.

Представляет интерес вычислить величину v_{e0}/v_m в точке P (см. рис. 4.4), т. е. в верхней вершине клина. Полагая $r = 0$,



скорости от средней для модели рис. 4.4.
б — $r = h/H = 1,0$.

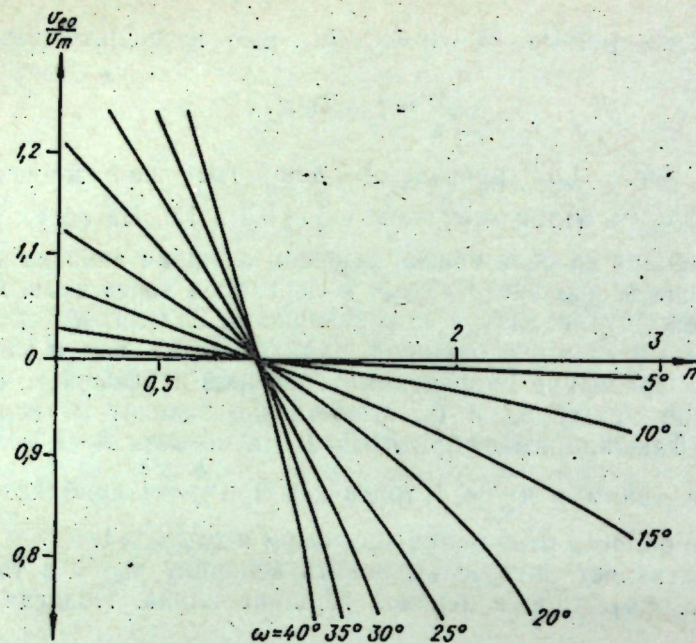


Рис. 4.6. Значение отношения предельной эффективной скорости к средней скорости в точке P (верхний угол) модели рис. 4.4.

получим

$$\frac{v_{e0}}{v_m} = \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega}}{(\cos \omega \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \omega} + n \sin^2 \omega) \cos \omega}. \quad (4.42)$$

График этой функции изображен на рис. 4.6.

При очень малых $n \rightarrow 0$ $v_{e0}/v_m = \frac{1}{\cos^2 \omega} > 1$. В интервале $0 \leq n \leq 1$ $v_{e0}/v_m \geq 1$. Если $1 \leq n \leq \frac{1}{\sin \omega}$, то величина v_{e0}/v_m может принимать значение меньше единицы. Так, например, при $\omega = 30^\circ$ и $n = \sqrt{3}$, $v_{e0}/v_m = \frac{2}{3}$.

Таким образом, и в строгой своей постановке, т. е. при использовании временного поля, в принципе не зависящего от конкретных систем наблюдений, метод эффективных параметров в сложных структурных условиях становится неприменимым, так как дает очень большие погрешности. Для более плавных изменений скоростей в среде строгие решения на основе временных полей дают значительно лучшие результаты, чем традиционные методы, оперирующие с годографами. Это, например, убедительно показано в работе С. В. Гольдина и В. С. Черняка (1976а) для модели с наклонной границей, когда скорость непрерывно изменяется с глубиной. Оказалось, что эффективная скорость, определяемая по частному полю времен, значительно меньше

отличается от средней скорости, чем при вычислениях по годографам ОТВ и ОГТ, особенно при больших углах наклона границы раздела.

Представляет интерес исследовать дифференциальные эффективные параметры для модели среды с параллельными слоями, наклоненными под углом φ . Ограничимся в целях экономии места только расчетом предельной эффективной скорости по формуле (4.16'). В соответствии с (3.121')—(3.122'), принимая во внимание разложение (3.123), имеем следующие выражения для производных

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial t}{\partial X} \right)_0 &= \frac{2 \sin \varphi}{v_1}; \\ \left(\frac{\partial^2 t}{\partial l^2} \right)_0 &= \frac{1}{4} t_0 \frac{v_m \cos^2 \varphi}{v H^2}, \end{aligned}$$

где $H = \sum_{k=1}^n h_k$ в заданной точке профиля.

Подставляя значения производных в (4.16'), получим следующую формулу:

$$\frac{1}{v_{e0}^2} = \frac{\cos^2 \varphi}{v_m^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{v_1^2}. \quad (4.42')$$

Если вычислять предельную эффективную скорость по формуле (4.2') в случае единичного годографа, то в данном случае получим в точности такое же выражение. При $\varphi = 0$ формула (4.42') переходит в (2.54'), полученную ранее независимо. Как показывают расчеты, величина v_{e0} может быть как меньше, так и больше средней скорости по нормали.

4.1.5. О гетерогенных дифференциальных эффективных параметрах. Как отмечалось выше, использование в качестве аппроксимирующей временной функции формулы (3.10) ограничивает применение метода гомогенных эффективных параметров при решении обратной задачи для сложных моделей сред. В связи с этим целесообразно обратиться к идее гетерогенных эффективных параметров, успешно использованных выше (см. гл. 2) в случае одномерной среды.

В общем случае можно использовать аппроксимирующую временную функцию, содержащую корректирующий множитель $R(X, l)$, т. е.

$$t = \frac{1}{v_m} R(X, l) \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4(X \sin \varphi + H_0)^2}. \quad (4.43)$$

Определению подлежат по-прежнему три параметра, причем вместо v_e будет фигурировать v_{me} — средняя эффективная скорость. В общем случае функции $R(X, l)$ произвольного вида для определения эффективных параметров имеем следующую си-

стему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} v_{me} &= R \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi_e + 4H_e^2}; \\ v_m \vartheta &= \rho_1 \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi_e + 4H_e^2} + \frac{4RH_e \sin \varphi_e}{\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi_e + 4H_e^2}}; \\ v_m \eta &= \rho_2 \sqrt{l^2 \cos^2 \varphi_e + 4H_e^2} + \frac{Rl \cos^2 \varphi_e}{\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi_e + 4H_e^2}}; \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

где

$$\rho_1 = \frac{\partial R}{\partial X}; \quad \rho_2 = \frac{\partial R}{\partial l}.$$

Предположим, что параметры функции $R(X, l)$, зависящие от характеристик среды, нам известны из априорных данных либо из решения задачи в классе гомогенной модели. Тогда решение системы (4.44) дает

$$v_{me} = 2R \sqrt{\frac{Rl}{l(R\vartheta - \rho_1 t)^2 + 4(R\eta - \rho_2 t)[Rl - l(R\eta - \rho_2 t)]}}; \quad (4.45)$$

$$H_e = [Rl - l(R\eta - \rho_2 t)] \sqrt{\frac{l}{l(R\vartheta - \rho_1 t)^2 + 4(R\eta - \rho_2 t)[Rl - l(R\eta - \rho_2 t)]}}; \quad (4.46)$$

$$\sin \varphi_e = (R\vartheta - \rho_1 t) \sqrt{\frac{l}{l(R\vartheta - \rho_1 t)^2 + 4(R\eta - \rho_2 t)[Rl - l(R\eta - \rho_2 t)]}}. \quad (4.47)$$

При $R=1$ и соответственно $\rho_1=\rho_2=0$ получим формулы (4.16)–(4.18) для гомогенных эффективных параметров.

В частном случае представления корректирующей функции в виде полинома (3.136)

$$\rho_1 = n_1 + 2n_2 X; \quad \rho_2 = 2l(m_2 + 2m_4 l^2).$$

По аналогии нетрудно построить решение в случае аддитивной корректирующей функции $D(X, l)$, т. е. когда аппроксимирующая временная функция имеет вид

$$t = \frac{1}{v_m} [\sqrt{l^2 \cos^2 \varphi + 4(X \sin \varphi + H_0)^2} + D(X, l)],$$

на чем мы здесь не останавливаемся.

4.1.6. О вычислении эффективных параметров в случае частного поля произвольного вида. Выше повсюду предполагалось, что источники и приемники размещаются вдоль одной горизонтальной прямой. Это достигается, как уже указывалось выше, путем введения поправок за рельеф и зону аномально малых скоростей. Однако в условиях очень сложного рельефа, а также при использовании достаточно глубоких взрывных скважин может оказаться, что источники располагаются вдоль некоторой произвольной линии $z_1 = z_1(x_1)$, а приемники — на линии

$z_2 = z_2(x_2)$. В соответствии с (3.7') уравнение частного поля в полуквадратичных координатах запишется в виде

$$v^2 l^2 (x_1, x_2) = v^2 \vartheta (x_1, x_2) = (x_2 - x_1)^2 + [z_2(x_2) - z_1(x_1)]^2 + \\ + 4[H_0 + x_1 \sin \varphi - z_1(x_1) \cos \varphi][H_0 + x_2 \sin \varphi - z_2(x_2) \cos \varphi]. \quad (3.7'')$$

В данном случае задачу целесообразно решать в координатах (x_1, x_2) , а не (X, l) , как это было сделано ранее при размещении источников и приемников вдоль горизонтальной оси.

Вычисляя на основе (3.7'') частные производные по x_1 и x_2 , получим еще два уравнения:

$$\begin{aligned} v^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial x_1} &= v^2 f_1 = -2 \left\{ (x_2 - x_1) + [z_2(x_2) - z_1(x_1)] \frac{dz_1}{dx_1} \right\} + \\ &+ 4 \left(\sin \varphi - \frac{dz_1}{dx_1} \cos \varphi \right) [x_2 \sin \varphi - z_2(x_2) \cos \varphi + H_0]; \\ v^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial x_2} &= v^2 f_2 = 2 \left\{ (x_2 - x_1) + [z_2(x_2) - z_1(x_1)] \frac{dz_2}{dx_2} \right\} + \\ &+ 4 \left(\sin \varphi - \frac{dz_2}{dx_2} \cos \varphi \right) [H_0 + x_1 \sin \varphi - z_1(x_1) \cos \varphi]. \end{aligned}$$

Решая полученную систему из трех уравнений, найдем искомые дифференциальные параметры v, H_0, φ . На возникающих здесь некоторых трудностях вычислительного характера мы не останавливаемся.

4.1.7. К вопросу о вычислении дифференциальных эффективных параметров для обменных PS волн. Строгое решение задачи на основе полей $t(X_h, l)$, когда отсчет времени относится к точке $X_h = l/(1+\gamma)$ базы, можно в принципе осуществить на основе уравнений (3.181) — (3.182), если в них сделать замену: $H_h = H_0 + X_h \sin \varphi$. Однако при этом пришлось бы предусмотреть операцию исключения параметра p , что возможно выполнить только численным способом. В данной работе мы не будем этим заниматься и ограничимся построением решения для сравнительно малых баз, когда справедливо уравнение (3.184) годографа ОГТ. Переходя к полю $t(X_h, l)$, получим

$$t = \frac{1}{v_S v_P} \left[(v_S + v_P)(H_0 + X_h \sin \varphi) + \frac{v_S v_P l^2 \cos^2 \varphi}{2(v_S + v_P)(H_0 + X_h \sin \varphi)} \right]. \quad (4.48)$$

Если значение v_P считать известным, то для нахождения v_S, H_0, φ достаточно, кроме времени t , знать составляющие градиента поля времен по l и X_h . Дифференцируя последнее равенство и переходя вновь к H_h , получим следующую систему для определения v_S, H_h, φ при известном v_P :

$$\left. \begin{aligned} l &= \frac{1}{v_S v_P} \left[(v_S + v_P) H_h + \frac{v_S v_P l^2 \cos^2 \varphi}{2(v_S + v_P) H_h} \right]; \\ \eta &= \frac{\partial l}{\partial l} = \frac{l \cos^2 \varphi}{(v_S + v_P) H_h}; \\ \theta_h &= \frac{\sin \varphi}{v_S v_P} \left[v_S + v_P - \frac{v_S v_P l^2 \cos^2 \varphi}{2(v_S + v_P) H_h^2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

При решении этой системы легко исключить переменные H_h и φ , и тогда задача сведется к одному нелинейному уравнению по переменной v_S . Соответствующее выражение, в целях экономии места, мы здесь не приводим.

Если к (4.49) присоединить значение второй производной по l , т. е. уравнение

$$s = \frac{\partial^2 l}{\partial l^2} = \frac{\cos^2 \varphi}{(v_S + v_P) H_h}, \quad (4.50)$$

то тем самым отпадает необходимость считать v_P заданным априори. В связи с этим заметим, что в принципе можно использовать любую другую из вторых производных $\left(\frac{\partial^2 l}{\partial X_h^2}, \frac{\partial^2 l}{\partial \varphi \partial X_h} \right)$, но это вряд ли целесообразно, так как кривизна линий $l = \text{const}$, как правило, относительно мала.

§ 4.2. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

4.2.1. О способах определения интегральных эффективных параметров по годографам отраженных волн. Определение интегральных эффективных параметров, прежде всего эффективных скоростей, является одной из основных операций при обработке экспериментальных данных. Дифференциальные параметры очень редко вычисляются непосредственно по данным наблюдений из-за малой точности полученных результатов. Что касается предельных значений, для расчета которых требуется знать величины вторых производных функции годографа, то в смысле приложений они важны только как промежуточный этап при анализе пластовых скоростей, причем на практике предельные эффективные скорости вычисляются на основе данных по интегральным параметрам.

До настоящего времени интегральные параметры вычисляются только по отдельным годографам, причем в последний период машинной обработки преимущественно по годографам ОГТ. По данному вопросу имеется обширная литература; перечень основных работ можно найти в монографиях Н. Н. Пузырева (1959), А. К. Урупова (1966), И. И. Гурвича (1970) и В. И. Мешбея (1973). В нашу задачу не входит критический анализ существующих способов вычисления интегральных пара-

метров по годографам отраженных волн. Мы ограничимся рассмотрением отдельных вопросов, важных с точки зрения приемственности с решением той же задачи способами, основанными на аппарате обобщенных и частных временных полей.

При определении параметров по годографу ОТВ в настоящее время все меньшее значение имеют способы, требующие знания положения минимума, так как эту информацию трудно заложить в алгоритмы машинной обработки. Ограниченный интерес представляют также способы графической аппроксимации; например способ теоретических годографов. Наиболее привлекателен с современных позиций способ наименьших квадратов, в частности, в форме, изложенной в работе Б. А. Вейцмана (1963), когда уравнение исходного годографа (3.2) представляется в виде

$$\theta = Al^2 + Bl + C, \quad (4.51)$$

где

$$\theta = t^2; \quad A = \frac{1}{v_e^2}; \quad B = \frac{4H_e \sin \varphi_e}{v_e^2}; \quad C = \frac{4H_e^2}{v_e^2}.$$

Коэффициенты A , B , C находятся из системы линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} A \sum l^4 + B \sum l^3 + C \sum l^2 &= \sum l^2 \theta; \\ A \sum l^3 + B \sum l^2 + C \sum l &= \sum l \theta; \\ A \sum l^2 + B \sum l + nC &= \sum \theta, \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

где суммирование повсюду выполняется по всем точкам годографа.

В общем случае обработки произвольной системы годографов с использованием аппарата временных полей (см. ниже) сведение задачи к системе линейных уравнений становится невозможным. Это связано с тем, что параметры H и φ для каждого из годографов не являются независимыми. Поэтому при введении новых переменных объединять геометрические параметры H и φ становится недопустимым. Ниже нами используются следующие переменные:

$$a = \frac{1}{v_e^2}; \quad b = \frac{\sin \varphi_e}{v_e}; \quad c = \frac{2H_e}{v_e}.$$

Если в этих же переменных решать задачу для одного годографа ОТВ, то исходное уравнение записывается в виде

$$\theta = al^2 + 2bcl + c^2. \quad (4.53)$$

Это уравнение нелинейно относительно b и c , и поэтому система нормальных уравнений для нахождения a , b , c также будет

нелинейной. Она имеет вид

$$\left. \begin{aligned} a \sum l^2 + 2bc \sum l^3 + c^2 \sum l^2 - \sum l^2 \theta &= 0; \\ a \sum l^3 + 2bc \sum l^2 + c^2 \sum l - \sum l \theta &= 0; \\ ab \sum l^3 + (2b^2c + ac) \sum l^2 + 3bc^2 \sum l + nc^3 - \\ - c \sum \theta - b \sum l \theta &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$

Неизвестное a легко исключить, и тогда получим два уравнения для нахождения b и c . При численном решении методом последовательных приближений на ЭВМ наиболее просто найти начальное приближение для $c=c_0$, так как эта величина равна осредненному времени вступления отраженной волны в точку источника. В случае симметричного годографа начальное приближение для $b=b_0$ находится по формуле

$$b_0 = \frac{\Delta \theta}{4ic_0},$$

где $\Delta \theta$ — разность квадратов времен в симметричных точках, удаленных от источника на расстояние l .

Определение интегральных параметров по годографу ОГТ фактически не отличается от решения подобной задачи для горизонтально-слоистой среды (см. гл. 2), если не считать того, что после нахождения $v_{\text{огт}}$ осуществляется переход к v_e на основе соотношения $v_e = v_{\text{огт}} \cos \varphi$. Если угол наклона мал, то можно приближенно положить $v_e \approx v_{\text{огт}}$. В общем случае множитель $\cos \varphi$ может быть вычислен на основе имеющегося временного разреза и рассчитанной величины $v_{\text{огт}}$. Исходя из закона Беннорфа, который приближенно можно записать в виде

$$\sin \varphi = v_e \frac{dt_0}{dX},$$

получим

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + v_{\text{огт}}^2 \left(\frac{dt_0}{dX} \right)^2}}. \quad (4.55)$$

Подробности в части обработки годографов ОГТ можно найти, например, в работе (Мешбей, 1973). Здесь отметим только, что $v_{\text{огт}}$ в существующих комплексах обработки находится не непосредственно по временам вступлений волн, а путем суммирования импульсов на сейсмограммах (скоростные спектры). Скорость $v_{\text{огт}}$ находится по максимуму скоростного спектра. В связи с этим необходимо отметить следующее.

1. Как уже отмечалось в гл. 2, разные способы определения эффективных параметров могут давать смещенные оценки. Поэтому $v_{\text{огт}}$, определенная по скоростному спектру, будет не вполне совпадать с расчетами в квадратичных координатах.

2. Скорость, определенная по скоростному спектру, в принципе будет зависеть не только от формы годографа, но также

от распределения амплитуд и формы импульса на разных трассах, а также от свойств волнового шума. Эти вопросы требуют специального исследования кинематико-динамических характеристик волновых полей, что выходит за рамки настоящей работы.

4.2.2. Общие формулы для произвольных систем наблюдений. С учетом введенных выше обозначений уравнение частного временного поля (3.10) запишем в виде

$$0 = a\lambda - b^2\lambda + (2bX + c)^2, \quad (4.56)$$

где $\lambda = l^2$, $0 = t^2$.

При этом $c = \frac{2H_0}{v}$, где глубина H_0 относится к общему началу координат, которое выбирается исходя из особенностей задачи. Чаще всего начало координат помещается в центре заданной совокупности экспериментальных данных.

Искомые эффективные параметры a , b , c определяются по совокупности n наблюдений исходя из условия

$$\sum_{k=1}^n [\theta_k - a\lambda_k + b^2\lambda_k - (2bX_k + c)^2]^2 = \min, \quad (4.57)$$

где суммирование проводится по всем точкам $(X_k, \lambda_k, \theta_k)$ совокупности наблюдений — системы годографов или временного поля $\theta(X, \lambda)$. Если ставится задача теоретического плана по расчету эффективных параметров для поля $\theta(X, \lambda)$, заданного аналитически, то предыдущее условие записывается в виде

$$\int_{X_1}^{X_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [(\theta(X, \lambda) - a\lambda + b^2\lambda - (2bX + c)^2)]^2 dX d\lambda = \min. \quad (4.57')$$

Дифференцируя (4.57) последовательно по a , b , c и приравняв производные нулю, получим систему нормальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n [\theta_k - a\lambda_k + b^2\lambda_k - (2bX_k + c)^2] \lambda_k &= 0; \\ \sum_{k=1}^n [\theta_k - a\lambda_k + b^2\lambda_k - (2bX_k + c)^2] [b\lambda_k - 2X_k(2bX_k + c)] &= 0; \\ \sum_{k=1}^n [\theta_k - a\lambda_k + b^2\lambda_k - (2bX_k + c)^2] (2bX_k + c) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.58)$$

Или в более развернутом виде, опуская индексы и пределы суммирования, которые повсюду остаются одними и теми же:

$$\begin{aligned} a \sum \lambda^2 + b^2 \sum \lambda (4X^2 - \lambda) + c^2 \sum \lambda + 4bc \sum X\lambda - \sum \lambda \theta &= 0; \\ ab \sum \lambda (4X^2 - \lambda) + 2ac \sum \lambda X - b \sum (4X^2 - \lambda) \theta + \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$+ b^3 \sum (4X^2 - \lambda)^2 + 6b^2c \sum X(4X^2 - \lambda) + bc^2 \sum (12X^2 - \lambda) - 2c \sum X\theta + 2c^3 \sum X = 0; \quad (4.60)$$

$$2ab \sum X\lambda + ac \sum \lambda - 2b \sum X\theta + 2b^3 \sum X(4X^2 - \lambda) + b^2c \sum (12X^2 - \lambda) + 6bc^2 \sum X - c \sum \theta + nc^3 = 0. \quad (4.61)$$

Из полученной системы легко исключить неизвестное a . Из (4.59) найдем

$$a = \frac{1}{\sum \lambda^2} [\sum \lambda\theta - b^2 \sum \lambda(4X^2 - \lambda) - c^3 \sum \lambda - 4bc \sum X\lambda]. \quad (4.59')$$

Подставляя в (4.60) и (4.61), получим систему двух нелинейных уравнений для вычисления параметров b и c :

$$P_{10}b + P_{30}b^3 + P_{12}bc^2 + P_{21}b^2c + P_{01}c + P_{03}c^3 = 0; \quad (4.62)$$

$$Q_{10}b + Q_{30}b^3 + Q_{12}bc^2 + Q_{21}b^2c + Q_{01}c + Q_{03}c^3 = 0, \quad (4.63)$$

где коэффициенты P_{ij} и Q_{ij} имеют значения:

$$P_{10} = 2(\sum X^2\lambda \cdot \sum \lambda\theta - \sum X^2\theta \sum \lambda^2);$$

$$P_{30} = 8[\sum X^4 \sum \lambda^2 - (\sum X^2\lambda)^2];$$

$$P_{12} = 2[3 \sum X^2 \cdot \sum \lambda^2 - \sum X^2\lambda \cdot \sum \lambda - 2(\sum X\lambda)^2];$$

$$P_{21} = 12(\sum X^3 \cdot \sum \lambda^2 - \sum X\lambda \cdot \sum X^2\lambda);$$

$$P_{01} = \sum X\lambda \cdot \sum \lambda\theta - \sum X\theta \cdot \sum \lambda^2;$$

$$P_{03} = \sum X \cdot \sum \lambda^2 - \sum \lambda \cdot \sum X\lambda;$$

$$Q_{10} = 2P_{01};$$

$$Q_{30} = \frac{2}{3}P_{21};$$

$$Q_{12} = 6P_{03};$$

$$Q_{21} = 2P_{12};$$

$$Q_{01} = \sum \lambda \cdot \sum \lambda\theta - \sum \lambda^2 \cdot \sum \theta;$$

$$Q_{03} = n \sum \lambda^2 - (\sum \lambda)^2.$$

Если выбрать начало координат таким образом, что $\sum X = 0$, то при условии расположения X_k и λ_k на поле времен $\theta(X_k, \lambda_k)$ по прямоугольной сетке, одновременно будут иметь место равенства

$$\sum X^3 = \sum X\lambda = 0,$$

тогда

$$P_{21} = P_{03} = Q_{30} = Q_{12} = 0,$$

и система (4.62) — (4.63) будет иметь более простой вид. Одновременно упростятся выражения для коэффициентов P_{12} , P_{01} и Q_{10} .

Система (4.62) — (4.63) может быть решена численным методом на ЭВМ, для чего существуют специальные программы. В программе предусмотрен процесс постепенных приближений, исходя из известных начальных приближений b_1 и c_1 ; заложена также возможность выборки любых подмассивов данных.

Величина b_1 численно равна половине горизонтального градиента линии $l=0$, т. е.

$$b_1 = \frac{\Delta l}{2\Delta X}.$$

Приблизительно эта формула остается справедливой для любой линии $l = \text{const}$ поля. Величина b_1 , как и окончательное значение параметра b , может быть как больше, так и меньше нуля.

Значение c_1 выбирается как время вступления (т. е. $\sqrt{0}$) при $X=0$ при минимально возможном значении l .

Итерационный процесс строится на основе известного метода Ньютона.

Если имеются наблюдения лишь для одного источника (т. е. единичный годограф ОТВ), то следует применить приведенные выше формулы (4.54). Они автоматически получаются из (4.62) — (4.63), если сделать замену: $X = l/2$. В связи с этим при обработке единичного годографа применима программа, составленная для общего случая любого числа годографов либо точечных наблюдений. Важно только, чтобы было обеспечено правильное отождествление данной отраженной волны.

При малодетальных исследованиях, например глубинном сейсмическом зондировании в труднодоступных районах, количество наблюдений невелико, и поэтому уравнивание по способу наименьших квадратов не всегда возможно выполнить. В этом случае эффективные параметры вычисляются по трем точкам с координатами (l_k, X_k, t_k) . Система для нахождения неизвестных имеет вид

$$\left. \begin{aligned} v_e^2 t_1^2 &= l_1^2 \cos^2 \varphi_e + 4H_e^2; \\ v_e^2 t_2^2 &= l_2^2 \cos^2 \varphi_e + 4(X_2 \sin \varphi_e + H_e)^2; \\ v_e^2 t_3^2 &= l_3^2 \cos^2 \varphi_e + 4(X_3 \sin \varphi_e + H_e)^2, \end{aligned} \right\} \quad (4.64)$$

где начало координат по X совмещено с точкой $X_1 = 0$.

После исключения H_e и φ_e , получим для нахождения v_e биквадратное уравнение

$$Av_e^4 - 2Bv_e^2 + C = 0, \quad (4.65)$$

где приняты следующие обозначения:

$$A = [(t_2^2 - t_1^2)(\alpha + \gamma) - \beta\delta]^2 + 16\beta X_2^2 [t_1^2(\alpha + \gamma) - \beta t_1^2];$$

$$B = [(l_2^2 - l_1^2)(\alpha + \gamma) - \gamma\delta][(l_2^2 - l_1^2)(\alpha + \gamma) - \beta\delta] + \\ + 8X_2^2[\alpha(\alpha + \gamma)l_1^2 - \beta(\alpha - \gamma)l_1^2]; \\ C = [(l_2^2 - l_1^2)(\alpha + \gamma) - \alpha\delta]^2 + 16\alpha\gamma l_1^2 X_2^2.$$

В этих выражениях величины α , β , γ , δ имеют следующие значения:

$$\alpha = X_3(l_2^2 - l_1^2) - X_2(l_3^2 - l_1^2); \\ \beta = X_3(l_2^2 - l_1^2) - X_2(l_3^2 - l_1^2); \\ \gamma = 4X_2X_3(X_3 - X_2); \\ \delta = l_2^2 - l_1^2 - 4X_2^2.$$

Для H_e и φ_e при известном значении v_e имеем следующие формулы:

$$H_e = \frac{1}{2} \sqrt{v_e^2 l_1^2 - l_1^2 \cos^2 \varphi}; \quad (4.66)$$

$$\sin^2 \varphi_e = \frac{\alpha - \beta v_e^2}{\alpha + \gamma}. \quad (4.67)$$

Допустим теперь, что источники и приемники располагаются в пространстве над отражающей границей более или менее произвольно. Это может иметь место, например, в условиях очень сложного рельефа местности, при использовании достаточно глубоких взрывных и наблюдательных скважин либо при пересчете поля времен на отражающую границу сложной формы. Если условие $v = \text{const}$ в аппроксимирующей временной функции целесообразно применить, то в принципе не обязательно осуществлять приведение к горизонтальной линии наблюдений. Допустимо непосредственно использовать уравнение (3.7) обобщенного поля $t = t(x_1, x_2, z_1, z_2)$ в качестве аппроксимирующей функции, поскольку величины координат источников и приемников заданы.

Некоторым затруднением чисто вычислительного характера является то, что уравнение (3.7) трансцендентно. Сведение его к степенному виду можно осуществить путем приближенного представления

$$\cos \varphi \cong 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{8} \sin^4 \varphi - \dots$$

Тогда, вводя новые обозначения для искомых параметров $p = 1/v$; $q = \sin \varphi$; $r = H_e/v$, запишем аппроксимирующую временную функцию в виде

$$t^2 = \theta = [(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2] p^2 + 4(r + x_1 p q - \\ - z_1 p + \frac{1}{2} z_1 p q^2 + \frac{1}{8} z_1 p q^4) [(x_2 - x_1) p q - (z_2 - z_1) p +$$

$$+ \frac{1}{2} (z_2 - z_1) p q^2 + \frac{1}{8} (z_2 - z_1) p q^4] + 4(r + x_1 p q - \\ - z_1 p + \frac{1}{2} z_1 p q^2 + \frac{1}{8} z_1 p q^4)^2.$$

Применяя теперь к этой функции принцип минимума квадратов отклонений:

$$\sum_{k=1}^n [\theta_k - \theta(x_{1k}, x_{2k}, z_{1k}, z_{2k}, p, q, r)]^2 = \min,$$

дифференцируя последовательно по p , q , r и приравнявая производные нулю, получим систему из трех уравнений для нахождения параметров p , q , r , а затем v , H_0 , φ . Соответствующие выражения здесь не приводятся из-за их громоздкости. Отметим только, что составление соответствующих программ для решения рассматриваемой системы уравнений на ЭВМ не представляет принципиальных трудностей.

4.2.3. Интегральные эффективные скорости для криволинейных границ раздела. Как было показано в предыдущем параграфе, дифференциальная эффективная скорость, определяемая по полю $t(X, l)$, не зависит от формы границы раздела, если среда над границей однородна. Это важное свойство не имеет места для интегральных эффективных скоростей, так как поле $t(X, l)$ в конечной области, как было показано в § 3.2, в этом случае в сильной степени зависит от особенностей границы.

К сожалению, приходится констатировать, что ввиду нелинейности исходной аппроксимирующей функции (4.56) получение явных аналитических выражений для v_e и других эффективных параметров становится в принципе невозможным, даже если $t(X, l)$ удастся записать в явном виде. Так, например, для дифрагированной от точечного объекта волны, с учетом (3.29'), можно записать основное условие (4.57) в виде

$$\int_0^{\lambda} \int_{X-\Delta X}^{X+\Delta X} \left\{ \frac{2}{v^2} \left[X^2 + \frac{\lambda}{4} + z_0^2 + \sqrt{\left(X^2 + \frac{\lambda}{4} + z_0^2 \right)^2 - \lambda X^2} \right] - \right. \\ \left. - a\lambda + b^2\lambda - (2bX + c)^2 \right\} dX d\lambda = \min. \quad (4.68)$$

Как и в случае дискретных наблюдений, после дифференцирования по параметрам a , b , c получим систему нелинейных уравнений. При этом трудностей с интегрированием не будет.

В связи с этим было предпринято численное исследование для границ круговой формы*. Глубина до границы в начале координат (проекция точки экстремума) и скорость в среде были приняты неизменными, равными соответственно 2 км и 2 км/с.

* Расчеты выполнены Л. А. Черняковой.

Значения l варьировались только в двух пределах — от 0 до 1 км ($0-H/2$) и от 0 до 2 км ($0-H$). Несколько более дробно изменялись интервалы ΔX , но максимальное значение ΔX не превышало величины H . Значения радиуса кривизны также выражались в долях глубины H . Максимальное удаление центра рассматриваемой области поля от начала координат составляло 4 км. Вычисление эффективной скорости проводилось по квадратной сетке значений (X_k, l_k) с общим числом равномерно расположенных точек, равным 25. В случае синклинали формы границы с центром кривизны в верхнем полупространстве рассматривались только такие участки полей, где отсутствуют петли и заходы в линиях $l=\text{const}$.

Рассмотрим прежде всего важный частный случай $r=0$ (дифрагирующая точка), для которого отклонение эффективных скоростей от истинных будет максимальным. Результаты расчетов для указанных выше диапазонов изменения параметров моделей сведены в табл. 7.

Из приведенных данных можно видеть, что отклонения эффективных скоростей от истинных могут быть как положительными, так и отрицательными. Положительные отклонения будут максимальными в области $X=0$, т. е. в эпицентре дифрагирующей точки. Физически это связано с тем, что здесь поля $i(X, l)$ для дифрагированной и отраженной от прямолинейной границы с тем же значением глубины H волн будут наиболее сильно различаться. При заданном l и $\Delta X \rightarrow 0$ поле вырождается в годограф ОГТ и $v_e \rightarrow v_m$. Таким образом, в этой области эффективные скорости выгодно вычислить при малых значениях ΔX , т. е. группировать только близкорасположенные друг к другу годографы ОГТ.

По мере увеличения X/H величина $\frac{1}{v_m}(v_e - v_m)$ существенно уменьшается и в области $0,25 \leq X/H \leq 0,75$ мало отличается от нуля. При дальнейшем удалении от эпицентра эффективные скорости становятся меньше истинных, достигая максимума по

Таблица 7

Таблица значений $(v_e - v_m)/v$ (в %) для $r=0$ (дифрагированная волна)

X/H	$\Delta X/H$							
	$l=H/2$				$l=H$			
	0,05	0,20	0,50	1,0	0,05	0,20	0,50	1,0
0,0	0,0	+0,3	+2,1	+10	0,0	0,2	1,3	10
0,25	0,0	-0,1	+0,8	-1,4	-0,1	0,0	+0,7	+4,7
0,50	-0,1	-0,1	0,0	-3,7	-0,3	-0,3	-0,1	+3,3
0,75	-0,1	-0,1	-0,5	-4,1	-0,4	-0,4	-0,6	+0,6
1,0	-0,1	-0,2	-0,6	-3,4	-0,4	-0,4	-0,7	-1,4
1,25	-0,1	-0,1	-0,5	-2,6	-0,3	-0,3	-0,6	-2,1
1,50	-0,1	-0,1	-0,4	-1,9	-0,2	-0,2	-0,5	-2,0
1,75	0,0	-0,1	-0,3	-1,5	-0,1	-0,2	-0,3	-1,2
2,0	0,0	-0,0	-0,2	-1,3	-0,1	-0,1	-0,2	-0,9

абсолютным значениям приблизительно в интервале $0,5 \leq X/H \leq 1,5$. В целом можно прийти к выводу, что интегральная скорость, определяемая по полю $i(X, l)$, как правило, очень мало отличается от истинной скорости в среде. Напомним, что эффективные скорости, вычисляемые по годографам ОТВ и ОГТ дифрагированных волн, в существенно большей степени отличаются от действительных, чем при обработке с использованием аппарата временных полей.

Если кривизна антиклинальной структуры конечная, то эффекты суммирования на величину интегральной скорости будут влиять в меньшей степени, чем в рассмотренной модели с дифрагирующим точечным объектом. На рис. 4.7 приведены кривые $\frac{v_e - v}{v} \left(\frac{X}{H} \right)$ для различных радиусов кривизны при закрепленных значениях $\Delta l/H=0,5$ и $\Delta X/H=0,5$. Можно видеть, что если радиус кривизны больше половины глубины, то с точностью меньше 1% эффективная скорость совпадает с истинной скоростью среды, т. е. влиянием кривизны границы можно пре-

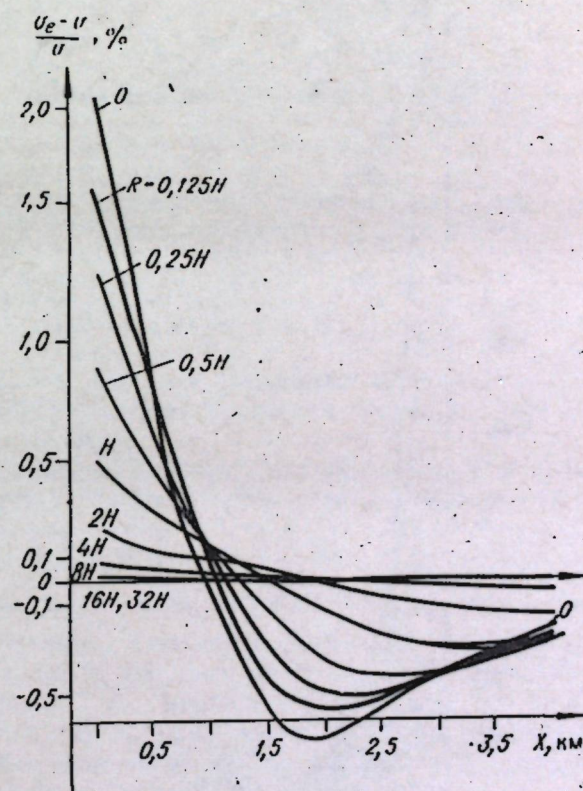


Рис. 4.7. Отклонение интегральных эффективных скоростей от истинных для модели с выпуклой круговой границей. $\Delta l/H=0,5$; $\Delta X/H=0,5$.

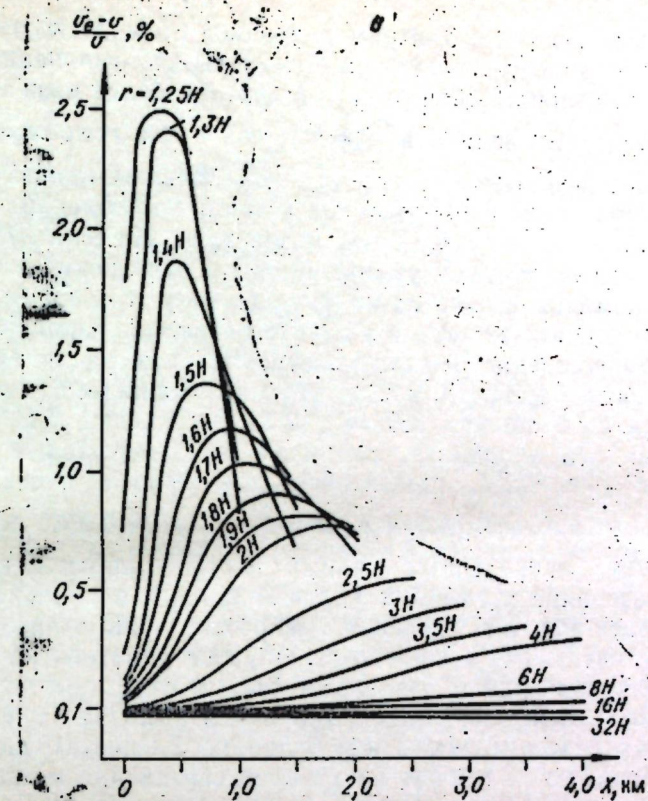
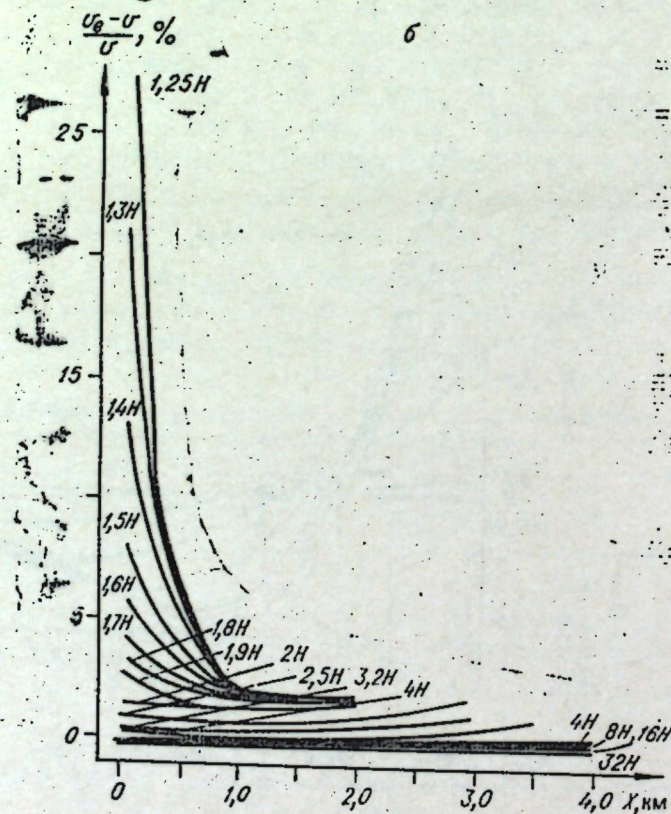
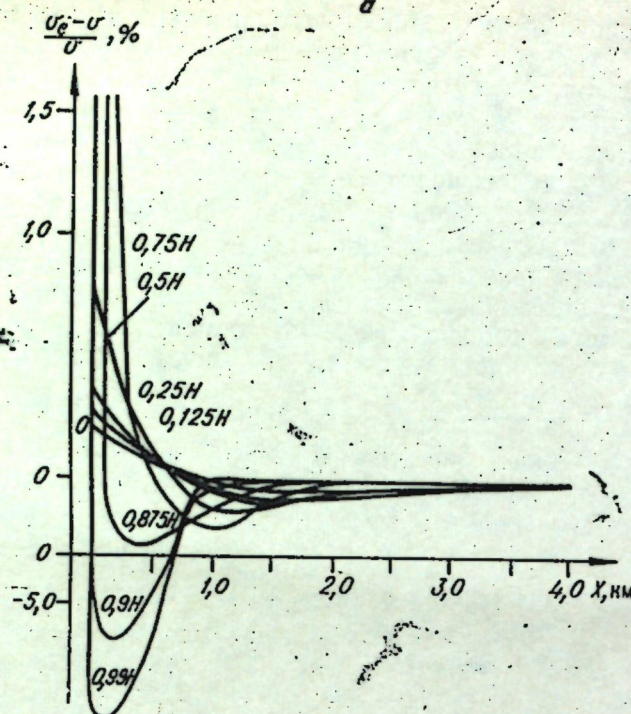


Рис. 4.8. Отклонение интегральных эффективных скоростей от истинных для модели с вогнутой круговой границей, когда центр кривизны расположен в нижней (а) и в верхней (б, в) полуплоскости (а, б — $\Delta l/H = 0.5$; $\Delta X/H = 0.5$; в — $\Delta l/H = 1$, $\Delta X/H = 0.05$).

небрежь. Известно, что при указанных параметрах (Пузырев, 1959) по годографу ОТВ эффективная скорость будет на 22,5% меньше действительной.

Несколько более сложные закономерности отмечаются в случае структуры синклинальной формы с центром в нижней полуплоскости, что можно видеть на рис. 4.8, а.

В области $0 \leq X \leq 0.3H$ отмечаются резкие перепады значений $\frac{1}{v}(v_e - v)$ в пределах от +20—25% и более до -10%.

Вместе с тем за пределами этого интервала, т. е. при $X > 0.3H$, отличия эффективной скорости от истинной не превышают 2%, а в области $X > 0.75H$ — меньше 1%. Отметим, что по годографам ОТВ и ОГТ для подобных моделей метод эффективных параметров вообще неприменим, так как дает недопустимо большое несоответствие с действительностью.

На рис. 4.8, б при тех же параметрах $\Delta l/H$ и $\Delta X/H$ изображены кривые отклонений эффективной скорости от истинной

для круговых границ с центром в верхней полуплоскости (вне зоны неоднозначности временных полей). Здесь отклонения имеют только знак плюс. Если радиус в два или более раза превышает глубину, то величина $\frac{1}{v}(v_e - v)$ при всех значениях X/H меньше 1,5%. Только в случае очень больших кривизн, когда центры кривизны приближаются к линии наблюдений, отклонения в области $\Delta X/H < 0,5$ резко возрастают. Но если l/H остается неизменным, а $\Delta X/H$ уменьшается, то отклонения в скорости в экстремальной зоне резко уменьшаются, т. е. качественно происходит все так же, как и в случае антиклинальной структуры. Но количественно имеются и существенные различия, проявляющиеся, в частности, в том, что максимальные отклонения отмечаются не в области $X/H = 0$, а на расстоянии $X/H \approx 0,2 \div 0,4$ от начала координат. Это явление дополнительно иллюстрируется рис. 4.8, в, где изображены кривые зависимости $\frac{1}{v}(v_e - v)$ от X/H и R/H для $\Delta l/H = 1$ и $\Delta X/H = 0,05$

На основе приведенных данных можно прийти к выводу, что использование временных полей позволяет в подавляющем числе случаев получить сведения о скоростях, мало отличающихся от действительных в широком диапазоне радиусов кривизны и углов наклона границ раздела. Только в отдельных случаях, которые были отмечены выше, отклонения выходят за пределы допустимых, если интервалы осреднения по ΔX достаточно велики. При правильном выборе интервалов осреднения можно считать, что интегральные эффективные скорости, определенные по обобщенным временным полям, весьма близки к реальным практически для любых кривизн.

4.2.4. Некоторые данные об интегральных эффективных параметрах для сложных моделей сред. Как отмечалось в § 4.1, дифференциальные эффективные скорости для сложных моделей сред в ряде случаев могут существенно отличаться от средних скоростей. В качественной форме можно сказать, что интегральные эффективные параметры, в частности v_e , могут в еще большей степени отличаться от заданных, чем дифференциальные, особенно если имеют место нелинейные горизонтальные градиенты скорости. Поэтому представлялось важным, хотя бы в общих чертах, выяснить дополнительные по сравнению с дифференциальными параметрами эффекты и тем самым полнее оценить ограничения метода эффективных параметров.

Прежде всего были выполнены расчеты для модели с наклонной промежуточной преломляющей границей $\omega = 30^\circ$ (см. рис. 4.4) при закрепленных значениях скоростей: $v_1 = 3,5$ км/с, $v_2 = 4,6$ км/с ($n = 0,761$), что приближенно соответствует условиям солянокупольной тектоники. Средняя скорость по профилю, вычисленная в соответствии с формулой (1.19), изменяется по профилю в пределах от 3,5 до 4,6 км/с без разрывов. Кривая предельной эффективной скорости, вычисленной по формуле

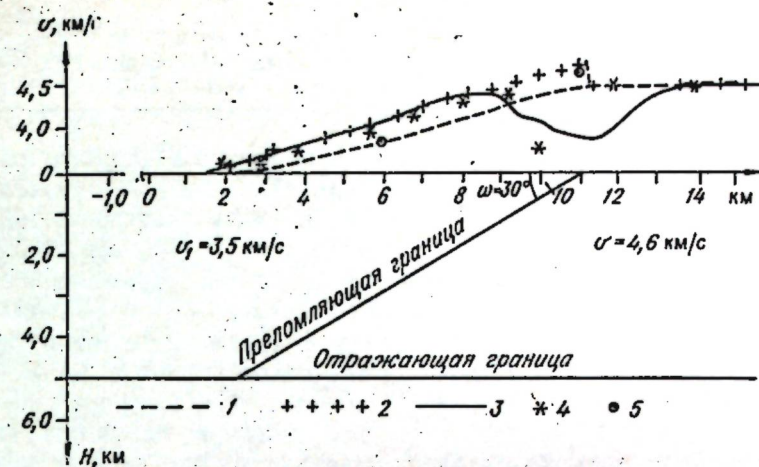


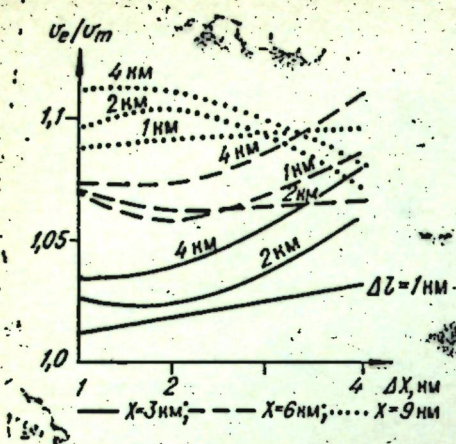
Рис. 4.9. Сопоставление величин средних и эффективных скоростей для модели, изображенной в нижней части чертежа.

1 — $v_m(X) = \frac{2H}{l_0}$; 2 — кривая изменения предельной эффективной скорости $v_e(X)$; 3 — кривая изменения интегральной эффективной скорости, вычисленной по полю времен при $\Delta l = 4,6$ км ($l_1 = 0$, $l_{\max} = 4,6$ км), $\Delta X = 1$ км; 4 — кривая изменения интегральной эффективной скорости, вычисленной по годографам ОТВ при общей длине годографа 4,6 км; 5 — значения гетерогенных интегральных эффективных скоростей, вычисленных при тех же условиях, что и кривая (3), с приближенным вычислением корректирующей функции согласно (3.136).

(4.16') при указанных ранее параметрах модели, в данном случае приблизительно на 5—6% выше средней (рис. 4.9), причем в области верхнего угла, где слой со скоростью 3,5 км/с выклинивается, кривая $v_e(X)$ терпит разрыв. Кривая (3) изменения интегральной эффективной скорости при $\Delta X = 1$ км и $\Delta l = 4,6$ км на большей части профиля практически совпадает с кривой $v_e(X)$. Такое соответствие резко нарушается в области выклинивания первого слоя на интервалах, приблизительно равных $\frac{1}{2} l_{\max}$ по обе стороны от угла. Максимальное отклонение интегральной скорости от средней составляет 15%, а от предельной — 18%. Такие большие отклонения объясняются искажениями поля $l(X, l)$ в этой области (см. рис. 3.37).

Существенно отметить, что в рассматриваемом интервале интегральная эффективная скорость значительно меньше средней, тогда как предельная эффективная — больше. Для сравнения были вычислены эффективные скорости по годографам ОТВ в соответствии с формулами (4.54) при общей длине годографа 4,6 км (по 2,3 км в обе стороны от источника). Сопоставления показывают, что рассчитанная по одиночным годографам эффективная скорость существенно больше отклоняется от средней, чем таковая, вычисленная по обобщенному полю времен.

Рис. 4.10. Сопоставление эффективных и средних скоростей для модели, изображенной на рис. 3.39.



На рис. 4.10 приведены результаты расчета интегральных эффективных скоростей для модели с наклонной плоской отражающей границей, залегающей под углом 30° , над которой скорость линейно изменяется с глубиной по закону: $v(z) = 2,0(1 + 0,5z)$ км/с. В данном примере величины ΔX и

Δl изменялись в значительных пределах. Можно видеть, что отличия эффективных скоростей от средних в меньшей степени зависят от ΔX , чем от Δl . При этом по мере погружения границы раздела, что соответствует одновременно увеличению перепада скоростей между линией наблюдений и отражателем, различия между эффективной и средней скоростями возрастает. Существенно отметить, что для рассматриваемой модели эффективные скорости всегда больше средних.

Таким образом, можно констатировать, что эффективные скорости, определяемые строгим методом на основе теории обобщенных временных полей, в сложных ситуациях могут вести себя по-разному в зависимости от конкретных структурных условий. Как правило, они существенно меньше отличаются от средних и предельных скоростей, чем соответствующие значения, найденные путем обработки одиночных годографов.

4.2.5. О вычислении гетерогенных эффективных параметров. Поскольку метод гомогенных эффективных параметров, как было показано выше, не всегда обеспечивает точное решение обратной задачи, одним из возможных путей повышения эффективности интерпретации является использование гетерогенных параметров. Последние понимаются обычно в таком же смысле, как и в случае горизонтально-слоистой среды (§ 2.4), когда в выражении для аппроксимирующей временной функции в той или иной степени заложены априорные данные о неоднородности изучаемой среды. Расчеты проводились на основе приближенного представления временной функции в виде (3.136), причем коэффициенты m_2 , m_4 , n_1 и n_2 вычислялись на основе решения прямой задачи по упрощенной схеме, рассмотренной в п. 3.3.4, используя только пять точек вдоль центральных сечений заданной области временного поля. Кроме того, по аналогии с одномерной моделью допускалось, что уравнивание по способу наименьших квадратов допустимо проводить, ввиду малых отличий функции $R(X, t)$ от единицы, не по времени t , а по величине t/R . На рис. 4.9 приведены результаты расчетов средних эффектив-

ных скоростей в двух точках для модели с наклонной промежуточной границей. Можно видеть, что в средней части профиля v_{me} практически равна расчетной средней скорости. Даже в области верхнего клина, где гомогенная эффективная скорость очень сильно отличается от средней, величина v_{me} также близка к v_m . Смещенная оценка могла возникнуть также из-за уравнивания по величине t/R , что в принципе нельзя считать вполне правомерной операцией.

Высокая эффективность метода гетерогенных эффективных параметров была также показана на других тестовых моделях сложно построенных сред.

Выше в данном подпараграфе предполагалось, что при вычислении гетерогенных эффективных параметров коэффициенты корректирующей функции приближенно известны из априорных данных о среде, постепенно уточняемых в процессе интерпретации. Но возможен другой подход, когда коэффициенты корректирующей функции выступают в качестве дополнительных эффективных параметров. Так, например, для модели класса с горизонтально залегающей отражающей границей (см. рис. 4.9) более обоснованно предположить, что интегральная скорость на том или ином интервале линейно зависит от X , чем формально связывать наклон линии $l = \text{const}$ поля с изменением угла наклона границы.

В связи с этим в данном случае целесообразно использовать вместо (3.10) временную функцию вида

$$t^2 = \frac{l^2 + 4H^2}{v^2(1 + kX)^2} \quad (4.69)$$

с тремя параметрами: v , k , H .

Учитывая, что горизонтальный градиент скорости k обычно невелик, в целях удобства вычислений целесообразно представить (4.69) приближенно в виде

$$t^2 = \theta = \frac{(1 - 2kX + 3k^2X^2)(\lambda + 4H^2)}{v^2}, \quad (4.69')$$

где $\lambda = l^2$.

Вводя новые переменные $a = \frac{1}{v^2}$, $c = \frac{4H^2}{v^2}$, представим предыдущее уравнение в виде

$$\theta = (1 - 2kX + 3k^2X^2)(a\lambda + c). \quad (4.69'')$$

Решение задачи нахождения величин a , c , k приводится к решению следующей системы нелинейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n [\theta_j - (1 - 2kX_j + 3k^2X_j^2)(a\lambda_j + c)](1 - 2kX_j + 3k^2X_j^2) \lambda_j &= 0; \\ \sum_{j=1}^n [\theta_j - (1 - 2kX_j + 3k^2X_j^2)(a\lambda_j + c)](1 - 2kX_j + 3k^2X_j^2) &= 0; \\ \sum_{j=1}^n [\theta_j - (1 - 2kX_j + 3k^2X_j^2)(a\lambda_j + c)](a\lambda_j + c)(3k^2X_j^2 - X_j) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.70)$$

В процессе преобразований неизвестное a легко исключается, и потому решение приближенными методами на ЭВМ будет относиться фактически к системе двух нелинейных уравнений. Подобная задача подробно рассматривалась выше — см. уравнения (4.62) — (4.63).

Как уже неоднократно отмечалось выше, одновременное устойчивое определение по заданному массиву экспериментальных данных более чем трех параметров представляет собой трудную и не всегда разрешимую задачу. Тем не менее в сложных условиях такую задачу, хотя бы в исследовательском плане, возможно ставить. В качестве одной из моделей целесообразно рассматривать плоскую наклонную отражающую границу, выше которой интегральная скорость линейно изменяется вдоль оси X . Для такой модели аппроксимирующая функция четырех переменных запишется в виде

$$t^2 = \theta = \frac{1}{v^2(1+kX)^2} [l^2 \cos^2 \varphi + 4(X \sin \varphi + H_0)^2] = \\ = (1 - 2kX + 3k^2X^2) [a\lambda - b^2\lambda + (2bX + c)^2]. \quad (4.71)$$

Здесь введены такие же обозначения, как и выше.

Конструирование на основе последнего выражения системы нормальных уравнений для нахождения параметров a, b, c, k и соответственно v, H_0, φ, k не представляет каких-либо трудностей принципиального характера. Путь решения вполне аналогичен тому, который был указан для аппроксимирующей функции вида (4.69"). В связи с этим мы не будем выписывать здесь соответствующих выражений, предполагая, что читатель может сделать это самостоятельно.

В заключение настоящего параграфа остановимся кратко на вопросе перехода от интегральных значений эффективных (гомогенных) скоростей к предельным, поскольку последние используются для расчета пластовых скоростей по формулам Дикса и ее аналогам (Гольдин, Черняк, 1976б; Dobrin, 1976).

В результате решения обратной задачи способом эффективных параметров (как гомогенных, так и гетерогенных), а также учета априорных данных по комплексу геолого-геофизических методов представляется возможным с той или иной степенью точности построить модель изучаемой среды. Для конкретного профиля такая модель изображается в виде серии однородных либо неоднородных слоев с заданными границами, либо представляется в форме непрерывных функций $v(x, z)$. Сформированная таким образом модель подвергается теоретическому исследованию. Прежде всего для заданной границы раздела строится теоретическое поле времен $t(X, l)$. Необходимо, чтобы оно в основных своих чертах совпадало с экспериментальными данными. После этого по расчетному полю вычисляются при тех же параметрах ΔX и Δl , что и в эксперименте, эффективные интегральные скорости и одновременно, используя способы численного дифференцирования, — предельные скорости. Такие расчеты

особенно важно проводить для участков со сложным строением среды.

Сопоставление кривых $v_{co}(X)$ и $v_{cl}(X)$ позволит более уверенно осуществить переход от интегральных скоростей к предельным.

Что касается методов вычисления интегральных эффективных параметров по годографам и двумерным временным полям обменных отраженных волн, то они требуют дальнейшего более полного теоретического обоснования и в настоящей работе не рассматриваются. В случае относительно пологих углов наклона границ годографы ОГТ волн PS , когда отсчеты времен относятся к точке $x_h = l/(1+\gamma)$, допустимо обрабатывать в предположении горизонтального залегания с учетом рекомендаций, изложенных в § 2.5.

§ 4.3. КОМПЛЕКСНАЯ ОБРАБОТКА НЕСКОЛЬКИХ ВРЕМЕННЫХ ПОЛЕЙ

4.3.1. К постановке задачи. Нередко ситуация такова, что близко расположенные на сейсмограммах волны либо затруднительно строго отождествить, либо в принципе в среде отсутствуют в достаточной степени выдержанные границы, и, следовательно, позиционная корреляция может иметь ограниченное применение. В связи с этим по каждому из отдельных участков временных полей или отдельным годографам затруднительно либо невозможно с достаточной надежностью вычислить эффективные параметры. Решение задачи может получить большую определенность, если принять во внимание некоторые особенности сейсмических моделей сред, которые хотя и не являются универсальными, но наблюдаются в реальных условиях достаточно устойчиво. Прежде всего следует отметить, что очень часто, особенно в осадочных образованиях, сравнительно близко расположенные границы раздела залегают согласно, т. е. имеют практически один и тот же угол наклона. Нередко это свойство остается справедливым для толщ мощностью в несколько сот метров, а иногда и более. Что касается величины скорости, то при некотором, вполне оправданном, снижении требований к точности всегда можно допустить, что для сравнительно близко расположенных границ раздела средние скорости в первом приближении остаются близкими друг к другу. Это условие соблюдается тем точнее, чем глубже залегают интересующие нас отражающие горизонты. Измерения показывают, что в осадочных образованиях градиент средней скорости на глубинах более 3—4 км редко превышает величину 0,2 1/с (0,2 км/с на 1 км). Это означает, что в интервале порядка 0,5 км скорость можно считать неизменной с точностью ± 100 м/с. В изверженных и метаморфических породах вертикальные градиенты скорости в несколько раз меньше, чем в осадочных, и, следовательно, интервал, в котором

скорость можно считать неизменной, может быть существенно увеличен. Необходимо дополнительно отметить, что при изучении сравнительно больших глубин вычисление эффективных параметров в принципе возможно только при достаточно больших интервалах осреднения по X и по l — не менее половины глубины залегания горизонта. Тем самым автоматически допускается, что в пределах в несколько километров по горизонтали свойства среды не изменяются. В реальных условиях такое допущение далеко не всегда точно выполняется, и это может привести к не меньшим погрешностям, чем предположение о неизменной скорости по вертикали в существенно меньшем интервале. Таким образом, при плохой корреляции отражений совместная обработка нескольких участков временных полей, принадлежащих различным границам раздела, с геолого-сейсмических позиций является вполне оправданной. По-видимому, во многих случаях такой подход — единственное средство получения сведений об эффективных параметрах, прежде всего скоростях.

В соответствии с изложенным задачу совместной обработки нескольких временных полей можно рассматривать в трех вариантах:

- 1) $v = \text{const}$; $\varphi = \text{var}$; $H = \text{var}$;
- 2) $v = \text{var}$; $\varphi = \text{const}$; $H = \text{var}$;
- 3) $v = \text{const}$; $\varphi = \text{const}$; $H = \text{var}$.

Если при комплексной обработке определять параметры без осреднения по способу наименьших квадратов, предполагая, что на каждом поле имеется не более двух точек (при трех точках, как было показано выше, задача решается автономно), то такая задача в принципе возможна только для третьего варианта модели среды. Действительно, в первых двух случаях при k совокупностях наблюдений максимальное количество точек (X_k, l_k, t_k) будет $2k$, по которым требуется найти $2k+1$ неизвестных. В третьем варианте при таком же максимальном количестве наблюдений необходимо определить только $k+2$ неизвестных. Следовательно, на части полей можно иметь только одну точку (X, l, t) . Так, например, при трех совокупностях на двух полях требуется иметь по две точки, а на третьем только одну. Соответственно при четырех совокупностях — на двух по две точки, а на остальных по одной.

4.3.2. Общие формулы для нескольких полей для модели $v = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$, $H = \text{var}$. На задаче определения параметров по нескольким полям в третьем варианте модели среды без осреднения мы не будем останавливаться подробно. Ограничимся, в качестве примера, частным случаем двух полей, на каждом из которых имеется по две точки наблюдений. Тогда для нахождения неизвестных v , H_1, H_2 , φ будем иметь следующую систему

уравнений:

$$\left. \begin{aligned} v^2 t_{11}^2 &= l_{11}^2 \cos^2 \varphi + 4(X_{11} \sin \varphi + H_1)^2; \\ v^2 t_{12}^2 &= l_{12}^2 \cos^2 \varphi + 4(X_{12} \sin \varphi + H_1)^2; \\ v^2 t_{21}^2 &= l_{21}^2 \cos^2 \varphi + 4(X_{21} \sin \varphi + H_2)^2; \\ v^2 t_{22}^2 &= l_{22}^2 \cos^2 \varphi + 4(X_{22} \sin \varphi + H_2)^2, \end{aligned} \right\} \quad (4.72)$$

где в парном индексе первое число означает номер поля, второе — номер точки наблюдения.

Решение этой системы не представляет принципиальных трудностей и осуществимо в аналитической форме.

По мере увеличения количества полей на единицу к системе (4.72) прибавляется еще одно уравнение с новой переменной H_3 , и далее по такому же правилу.

Если количество наблюдений в каждом из полей существенно больше двух, то задачу можно решать для каждого из указанных вариантов моделей сред, используя осреднение по способу наименьших квадратов. В данном подпараграфе рассмотрим только третий вариант, представляющий, по-видимому, наибольший интерес с практической точки зрения.

Пусть имеется только два массива наблюдений, относящихся к различным границам, в каждом из которых содержится соответственно n_1 и n_2 точек наблюдений с координатами (X_{1k}, l_{1k}, t_{1k}) и (X_{2k}, l_{2k}, t_{2k}) . Параметры $a = \frac{1}{v_e^2}$ и $b = \frac{\sin \varphi_e}{v_e}$ остаются по условию неизменными для обоих полей. Кроме того, требуется определить два параметра, связанных с глубинами залегания границ раздела: $c_1 = \frac{2H_{11}}{v_e}$ и $c_2 = \frac{2H_{e2}}{v_e^2}$.

Условие минимума суммы квадратов отклонений запишется в данном случае в виде

$$\sum_{k=1}^{n_1} [\theta_{1k} - a\lambda_{1k} + b^2\lambda_{1k} - (2bX_{1k} + c_1)^2]^2 + \sum_{k=1}^{n_2} [\theta_{2k} - a\lambda_{2k} + b^2\lambda_{2k} - (2bX_{2k} + c_2)^2]^2 = \min. \quad (4.73)$$

После дифференцирования по a , b , c_1 , c_2 получим систему четырех нормальных уравнений:

$$\sum_{(1)} [\theta - a\lambda + b^2\lambda - (2bX + c_1)^2] \lambda + \sum_{(2)} [\theta - a\lambda + b^2\lambda - (2bX + c_2)^2] \lambda = 0; \quad (4.74)$$

$$\sum_{(1)} [\theta - a\lambda + b^2\lambda - (2bX + c_1)^2] [b\lambda - 2X(2bX + c_1)] + \sum_{(2)} [\theta - a\lambda + b^2\lambda - (2bX + c_2)^2] [b\lambda - 2X(2bX + c_2)] = 0; \quad (4.75)$$

$$\sum_{(1)} [\theta - a\lambda + b^2\lambda - (2bX + c_1)^2] (2bX + c_1) = 0; \quad (4.76)$$

$$\sum_{(2)} [\theta - a\lambda + b^2\lambda - (2bX + c_2)^2] (2bX + c_2) = 0, \quad (4.77)$$

где $\sum_{(1)}$ и $\sum_{(2)}$ означают суммирование по всем точкам соответственно массивов (1) и (2) в пределах от 1 до n_1 и от 1 до n_2 .

Как и прежде, когда рассматривался один массив для одной волны, данная система нелинейна по отношению к неизвестным b , c_1 и c_2 .

После преобразований запишем в более развернутом виде:

$$a \left(\sum_{(1)} \lambda^2 + \sum_{(2)} \lambda^2 \right) + b^2 \left[\sum_{(1)} \lambda (4X^2 - \lambda) + \sum_{(2)} \lambda (4X^2 - \lambda) \right] + \\ + c_1^2 \sum_{(1)} \lambda + c_2^2 \sum_{(2)} \lambda + 4bc_1 \sum_{(1)} X\lambda + 4bc_2 \sum_{(2)} X\lambda - \left(\sum_{(1)} \lambda\theta + \sum_{(2)} \lambda\theta \right) = 0; \quad (4.74')$$

$$ab \left[\sum_{(1)} \lambda (4X^2 - \lambda) + \sum_{(2)} \lambda (4X^2 - \lambda) \right] + 2ac_1 \sum_{(1)} \lambda X + \\ + 2ac_2 \sum_{(2)} \lambda X - b \left[\sum_{(1)} (4X^2 - \lambda) \theta + \sum_{(2)} (4X^2 - \lambda) \theta \right] + \\ + b^3 \left[\sum_{(1)} (4X^2 - \lambda)^2 + \sum_{(2)} (4X^2 - \lambda)^2 \right] + 6b^2c_1 \sum_{(1)} X (4X^2 - \lambda) + \\ + 6b^2c_2 \sum_{(2)} X (4X^2 - \lambda) + bc_1^2 \sum_{(1)} (12X^2 - \lambda) + \\ + bc_2^2 \sum_{(2)} (12X^2 - \lambda) - 2c_1 \sum_{(1)} X\theta - 2c_2 \sum_{(2)} X\theta + \\ + 2c_1^3 \sum_{(1)} X + 2c_2^3 \sum_{(2)} X = 0; \quad (4.75')$$

$$2ab \sum_{(1)} X\lambda + ac_1 \sum_{(1)} \lambda - 2b \sum_{(1)} X\theta + 2b^3 \sum_{(1)} X (4X^2 - \lambda) + \\ + b^2c_1 \sum_{(1)} (12X^2 - \lambda) + 6bc_1^2 \sum_{(1)} X - c_1 \sum_{(1)} \theta + n_1c_1^3 = 0; \quad (4.76')$$

$$2ab \sum_{(2)} X\lambda + ac_2 \sum_{(2)} \lambda - 2b \sum_{(2)} X\theta + 2b^3 \sum_{(2)} X (4X^2 - \lambda) + \\ + b^2c_2 \sum_{(2)} (12X^2 - \lambda) + 6bc_2^2 \sum_{(2)} X - c_2 \sum_{(2)} \theta + n_2c_2^3 = 0. \quad (4.77')$$

По аналогии со случаем одного массива не представляет труда исключить переменную a и свести систему к трем уравнениям. Необходимые для этого преобразования мы здесь не будем выполнять ввиду их очевидности.

Пусть теперь имеется N массивов полей, принадлежащих различным близко расположенным границам раздела, и требуется определить в результате совместного уравнивания $N+2$ пе-

ременных N значений глубин, θ и φ . Основное условие минимума суммы квадратов отклонений запишется в виде

$$\sum_j^N \sum_k^{n_j} [\theta_{jk} - a\lambda_{jk} + b_{jk}^2\lambda_{jk} - (2bX_{jk} + c_j)^2]^2 = \min. \quad (4.78)$$

Соответствующая система $N+2$ нормальных уравнений:

$$a \sum_j \sum_k \lambda^2 + b^2 \sum_j \sum_k \lambda (4X^2 - \lambda) + \sum_j c_j^2 \sum_k \lambda + \\ + 4b \sum_j c_j \sum_k X\lambda - \sum_j \sum_k \lambda\theta = 0; \quad (4.79)$$

$$ab \sum_j \sum_k \lambda (4X^2 - \lambda) + 2a \sum_j c_j \sum_k \lambda X - b \sum_j \sum_k (4X^2 - \lambda) \theta + \\ + b^3 \sum_j \sum_k (4X^2 - \lambda)^2 + 6b \sum_j c_j \sum_k X (4X^2 - \lambda) + b \sum_j c_j^2 \sum_k (12X^2 - \\ - \lambda) - 2 \sum_j c_j \sum_k X\theta + 2 \sum_j c_j^3 \sum_k X = 0; \quad (4.80)$$

$$\left. \begin{aligned} 2ab \sum_{(1)} X\lambda + ac_1 \sum_{(1)} \lambda - 2b \sum_{(1)} X\theta + 2b^3 \sum_{(1)} X (4X^2 - \lambda) + \\ + b^2c_1^2 \sum_{(1)} (12X^2 - \lambda) + 6bc_1^2 \sum_{(1)} X - c_1 \sum_{(1)} \theta - n_1c_1^3 = 0; \\ 2ab \sum_{(2)} X\lambda + ac_2 \sum_{(2)} \lambda - 2b \sum_{(2)} X\theta + 2b^3 \sum_{(2)} X (4X^2 - \lambda) + \\ + b^2c_2^2 \sum_{(2)} (12X^2 - \lambda) + 6bc_2^2 \sum_{(2)} X - c_2 \sum_{(2)} \theta - n_2c_2^3 = 0; \\ \dots \dots \dots \\ 2ab \sum_{(N)} X\lambda + ac_N \sum_{(N)} \lambda - 2b \sum_{(N)} X\theta + 2b^3 \sum_{(N)} X (4X^2 - \lambda) + \\ + b^2c_N^2 \sum_{(N)} (12X^2 - \lambda) + 6bc_N^2 \sum_{(N)} X - c_N \sum_{(N)} \theta + n_Nc_N^3 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.81)$$

Правомерность рассматриваемого подхода совместного (комплексного) уравнивания данных по полям, принадлежащим различным границам, была испытана на тесте. Модель состояла из двух параллельных границ с наклоном $\varphi=20^\circ$, залегающих в начале координат на глубинах 1,0 и 1,5 км. Средние скорости до верхней и нижней границ составляли соответственно 2,0 и 2,2 км/с. На основе этих данных были рассчитаны поля времен $t(X, l)$ в 15 точках ($X_{1,2}=-1,0; -0,5; 0; +0,5; +1,0; l=0; 0,5; 1,0$ км). После этого по специальной программе * решалась система уравнений (4.74')—(4.77') в предположении, что для обоих массивов $v_e = \text{const}$ и $\varphi_e = \text{const}$.

В результате определены следующие значения параметров: $v_e=2,120$ км/с; $\varphi_e=20^\circ$; $H_{e1}=1,065$ км; $H_{e2}=1,440$ км, т. е. получено значение скорости, близкое к среднему арифметическому

* Программа составлена и вычисления выполнены Г. Н. Лебедевой.

из заданных скоростей до первой и второй границ. В соответствии с этим глубины до первой границы оказались завышенными, а до второй — завышенными приблизительно на относительную величину соответствующих несовпадений в скоростях.

4.3.3. Совместная обработка данных продольных и поперечных волн. В последние годы, как известно (Поперечные и обменные волны..., 1967; Экспериментальные и теоретические исследования..., 1975), наряду с продольными начинают использоваться поперечные волны, в первую очередь типа *SH*. Общеизвестно, что наиболее рационально проводить сейсмические исследования путем параллельной регистрации *PP* и *SS* волн вдоль одного и того же профиля. Часто системы наблюдений с многократным перекрытием также совпадают, хотя это требование не обязательно.

Опыт показывает, что хотя временные разрезы по *PP* и *SS* волнам имеют много общих черт, но вместе с тем имеются различия в характере прослеживаемости, количестве границ раздела, амплитудных характеристиках и др. Основные границы достаточно хорошо отождествляются, но строгая идентификация фаз в большинстве случаев затруднена. В этих условиях наряду с автономной обработкой данных по каждому типу волн рационально осуществлять комплексную обработку по границам, качественное отождествление которых не вызывает сомнений. Естественно, что в данном случае угол наклона является общим и на этом фактически основывается принцип совместной обработки.

Особенность решения задачи состоит в том, что в данном случае нельзя использовать принятую выше систему переменных (*a*, *b*, *c*), так как в ней скорость и геометрические параметры завязаны. Введем следующие новые обозначения:

$$\frac{1}{v_{eP}^2} = a_1; \quad \frac{1}{v_{eS}^2} = a_2; \quad \sin \varphi_e = p; \quad 2H_{eP} = r_1; \quad 2H_{eS} = r_2.$$

Тогда выражения для временных полей будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} t_P^2 &= t_1^2 = \theta_1^2 = a_1 \lambda - a_1 p^2 \lambda + (2pX + r_1)^2; \\ t_S^2 &= t_2^2 = \theta_2^2 = a_2 \lambda - a_2 p^2 \lambda + (2pX + r_2)^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.82)$$

Основное условие метода наименьших квадратов:

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{n_1} [\theta_{1k} - a_1 \lambda_{1k} + a_1 p^2 \lambda_{1k} - (2pX_{1k} + r_1)^2]^2 + \\ &+ \sum_{k=1}^{n_2} [\theta_{2k} - a_2 \lambda_{2k} + a_2 p^2 \lambda_{2k} - (2pX_{2k} + r_2)^2]^2 = \min. \end{aligned} \quad (4.83)$$

После дифференцирования по параметрам получим систему из пяти уравнений для нахождения a_1 , a_2 , p , r_1 , r_2 :

$$\sum_{(1)} [\theta - a_1 \lambda + a_1 p^2 \lambda - (2pX + r_1)^2] \lambda = 0; \quad (4.84)$$

$$\sum_{(2)} [\theta - a_2 \lambda + a_2 p^2 \lambda - (2pX + r_2)^2] \lambda = 0; \quad (4.85)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{(1)} [\theta - a_1 \lambda + a_1 p^2 \lambda - (2pX + r_1)^2] [a_1 p \lambda - 2X(2pX + r_1)] + \\ &+ \sum_{(2)} [\theta - a_2 \lambda + a_2 p^2 \lambda - (2pX + r_2)^2] [a_2 p \lambda - 2X(2pX + r_2)] = 0; \end{aligned} \quad (4.86)$$

$$\sum_{(1)} [\theta - a_1 \lambda + a_1 p^2 \lambda - (2pX + r_1)^2] (2pX + r_1) = 0; \quad (4.87)$$

$$\sum_{(2)} [\theta - a_2 \lambda + a_2 p^2 \lambda - (2pX + r_2)^2] (2pX + r_2) = 0. \quad (4.88)$$

Дальнейшие очевидные преобразования этих уравнений, необходимые для составления программы вычислений на ЭВМ, мы здесь не будем приводить.

Эти уравнения пригодны и для волн одного типа (продольных либо поперечных) для варианта модели, когда имеются два массива наблюдений, принадлежащих горизонтам, которые можно считать параллельными, но с заметно отличающимися значениями эффективных скоростей.

Не представляет труда распространить уравнения (4.84) — (4.88) на случай, когда по продольным и поперечным волнам имеется соответственно N_1 и N_2 массивов, для которых соблюдается условие параллельности границ.

Задача совместного рассмотрения ряда полей $t(X, t)$, соответствующих различным отражающим горизонтам, может быть поставлена и в несколько иной форме, чем это было сделано ранее.

Пусть, например, соблюдается условие $\varphi = \text{const}$ для всех границ раздела. Если имеется N полей времен, то, как отмечалось выше, по ним можно найти $2N+1$ параметр — N значений v , N значений H и одно значение φ . Допустим теперь, что интегральная эффективная скорость зависит от глубины, причем возможно построить представление

$$\frac{1}{v^2} = \frac{1}{v_0^2} (1 + \alpha_1 H + \alpha_2 H^2 + \alpha_3 H^3 + \dots) \quad (4.89)$$

с относительно небольшим числом параметров $\alpha_n + 1 < N$. Следовательно, при таком подходе к решению задачи определению подлежат только $N + \alpha_n + 2$ параметров вместо $2N+1$. Вследствие этого можно обеспечить большую надежность решения задачи.

В целях большей конкретности наметим постановку задачи для скоростной функции вида

$$\frac{1}{v^2} = \frac{1}{v_0^2} (1 + \alpha_1 H + \alpha_2 H^2), \quad (4.89')$$

характеризующейся тремя параметрами. Тогда для поля с индексом j аппроксимирующая временная функция может быть записана следующим образом:

$$\theta_j = \frac{1}{v_0^2} (1 + \alpha_1 H_j + \alpha_2 H_j^2) [\lambda_j \cos^2 \varphi + 4 (X_j \sin \varphi + H_j)^2]. \quad (4.90)$$

Или, вводя новые переменные $p_0 = \frac{1}{v_0}$; $b_0 = \frac{\sin \varphi}{v_0}$,

$$\theta_j = (1 + \alpha_1 H_j + \alpha_2 H_j^2) [p_0^2 \lambda_j - p_0^2 b_0^2 \lambda_j + 4 (b_0 X_j + a_0 H_j)^2]. \quad (4.90')$$

Для всей совокупности наблюдений на N полях времен по аналогии с (4.78) запишем основное условие способа наименьших квадратов в форме:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \{ \theta_{jk} - (1 + \alpha_1 H_j + \alpha_2 H_j^2) [p_0^2 \lambda_{jk} - p_0^2 b_0^2 \lambda_{jk} + 4 (b_0 X_{jk} + a_0 H_j)^2] \}^2 = \min.$$

Вывод уравнений для нахождения $N+4$ переменных (N значений H_j , p_0 , b_0 , α_1 , α_2) осуществляется стандартным образом путем последовательного дифференцирования по всем искомым параметрам и приравнивания производных нулю.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ВРЕМЕННЫЕ ПОЛЯ И МЕТОДЫ ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИИ

§ 5.1. ПОНЯТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ВРЕМЕННОГО ПОЛЯ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН

5.1.1. Локальные пространственные поля и поверхностные годографы. Уравнение локального поля времен в явной аналитической форме возможно написать только в случае плоской отражающей границы и однородной среды над ней. Если совместить ось x с направлением падения, соответственно ось y — с направлением простираения границы, а ось z — с вертикалью, то уравнение локального поля времен (Пузырев, 1959) имеет вид

$$(x + 2H \sin \varphi)^2 + y^2 + (z - 2H \cos \varphi)^2 = v^2 t^2, \quad (5.1)$$

где H — глубина по нормали в точке источника.

Положив $z=0$, получим уравнение поверхностного годографа с закрепленным в начале координат источником

$$v^2 t^2 = x^2 + 4xH \sin \varphi + y^2 + 4H^2. \quad (5.2)$$

Если t принять за параметр, то в координатах (x, y) поверхностный годограф изобразится в виде семейства концентрических окружностей с центром, сдвинутым по оси x в сторону восстания на величину $2H \sin \varphi$ и радиусом

$$r = \sqrt{v^2 t^2 - 4H^2 \cos^2 \varphi}.$$

Если система координат (x_s, y_s) произвольна и ось x_s составляет угол ψ с направлением падения, то

$$x = x_s \cos \psi - y_s \sin \psi;$$

$$y = x_s \sin \psi + y_s \cos \psi.$$

Тогда уравнение поверхностного годографа примет вид

$$v^2 t^2 = x_s^2 + y_s^2 + 4H (H + x_s \sin \varphi \cos \psi - y_s \sin \varphi \sin \psi). \quad (5.3)$$

Оно может быть непосредственно использовано при решении обратной задачи.

5.1.2. О произвольной системе линейных зондирований. Первоначально идея построения трехмерного временного поля $t(X, Y, l)$ частного вида возникла в варианте системы линейных зондирований с изменяющимися базами l , расположенных про-

извольным образом по площади (Пузырев и др., 1965). Поверхностное поле времен при такой системе не будет однозначно, так как для зондирования с фиксированной базой и неизменным положением центра зондирования (X, Y) время прихода отраженной волны будет зависеть от азимута φ . Зависимость от азимута, отсчитываемого от направления падения отражающей плоскости, определяется формулой

$$t_{\varphi} = \frac{1}{v} \sqrt{4H^2 + l^2(1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi)}, \quad (5.4)$$

где H — глубина по нормали в заданной точке (X, Y) плоскости наблюдений.

Максимальное время будет наблюдаться при ориентации базы в направлении простирания, минимальное — в направлении падения (восстания). Соответственно максимальное возможное различие во временах при варьировании азимута может быть с достаточной точностью оценено по формуле

$$\delta t_{\max} \cong \frac{l^2 \sin^2 \varphi}{4vH} \cong \frac{l^2 \sin^2 \varphi}{2v^2 t}$$

Если $l \leq H$, то эта величина сравнительно невелика даже при достаточно больших углах наклона, хотя ею и нельзя пренебречь. Однако, если углы наклона не чрезмерно крутые, то в первом приближении можно допустить, что время вступления при заданной базе l не зависит от ориентации. Это дает возможность построить на основе теоретических расчетов либо экспериментальных данных поля времен $t_1(X, Y, l)$ первого приближения. После этого, предполагая, что это поле незначительно отличается от истинного поля, рассчитываемого, например, в направлении истинного падения (либо простирания) границы, находится первое приближение азимутов зондирования (установок). Поправка приведения к направлению падения вычисляется по приближенной формуле

$$\delta t \cong \frac{l^2 \sin^2 \varphi \sin^2 \psi}{2v^2 t}$$

и вычитается из времени t_1 .

После этого строится поле $t_2 = t_1 - \delta t$, которое в принципе должно быть близким к реальному, хотя при необходимости аналогичным образом можно осуществить последующие приближения. Как показывают расчеты, процесс приближения быстро сходится, и, следовательно, представляется возможным восстановить обобщенное временное поле линейных установок заданной длины, ориентированных вкост простиранию границы. Вектор-градиент такого поля непосредственно указывает направление падения границы. Это условие имеет место при любой базе l , что дает возможность контролировать построение.

Поле линейных установок, представляющее собой семейство поверхностей, соответствующих различным значениям l , дает возможность построить любое количество ортогональных профи-

лей, ориентированных в направлении истинного падения. По каждому из таких профилей можно построить двумерное поле $t(\xi, l)$, где ξ — направление ортогонального профиля, и проводить дальнейшую интерпретацию способами, разработанными для двумерных моделей.

Трехмерное поле линейных установок тем не менее не обладает необходимой общностью. Для него, в частности, нельзя написать строгого математического выражения временной функции, которое бы давало описание заданной аппроксимирующей модели и позволяло построить строгое решение обратной задачи при произвольной системе наблюдений.

5.1.3. Обобщенное поле времен для плоской границы и $v = \text{const}$. Пусть в трехмерном пространстве между плоскостью xy и отражающей плоскостью произвольно располагаются источники $A(x_1, y_1, z_1)$ и приемники $B(x_2, y_2, z_2)$. При этом ось x ориентирована строго в направлении истинного падения отражающей плоскости (рис. 5.1). Учитывая формулы (3.7), (3.8), запишем следующее выражение для координат мнимого изображения источника

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= x_1 - 2(H_0 + x_1 \sin \varphi - z_1 \cos \varphi) \sin \varphi; \\ y_0 &= y_1; \\ z_0 &= z_1 + 2(H_0 + x_1 \sin \varphi - z_1 \cos \varphi) \cos \varphi, \end{aligned} \right\}$$

где H_0 — глубина до границы в общем начале координат.

Тогда уравнение обобщенного трехмерного поля в выбранной частной системе координат запишется в виде

$$\begin{aligned} t &= t(x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2) = \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2} = \\ &= \frac{1}{v} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + 4(H_0 + x_1 \sin \varphi - z_1 \cos \varphi)(H_0 + x_2 \sin \varphi - z_2 \cos \varphi)}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Перейдем теперь к общей системе координат (X, Y, Z) , повернутой по отношению к прежней в горизонтальной плоскости на угол ψ без переноса начала координат. Угол φ представляет собой азимут истинного падения отражающей поверхности в выбранной системе координат. Формулы перехода от старых

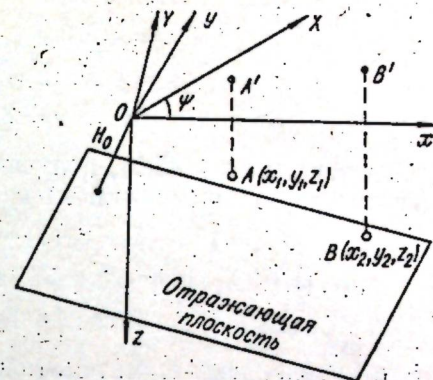


Рис. 5.1. К выводу уравнения трехмерного обобщенного поля времен $t=t(x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2)$.

координат записываются в виде

$$x = X \cos \psi + Y \sin \psi;$$

$$y = -X \sin \psi + Y \cos \psi;$$

$$z = Z.$$

Подставляя их в (5.5), получим окончательно следующее выражение для обобщенного поля времен:

$$v^2 t^2 = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2 + 4(H_0 + X_1 \sin \varphi \cdot \cos \psi + Y_1 \sin \varphi \cdot \sin \psi - Z_1 \cos \varphi) \times \\ \times (H_0 + X_2 \sin \varphi \cdot \cos \psi + Y_2 \sin \varphi \cdot \sin \psi - Z_2 \cos \varphi). \quad (5.6)$$

Это уравнение дает математическое описание распределения времени распространения волны при любых положениях источника и приемника в пространстве.

Если наблюдения проводятся только на плоскости XOY , то, полагая в (5.6) $Z_1 = Z_2 = 0$, получим уравнение обобщенного поверхностного годографа или частного поверхностного поля времен:

$$v^2 t^2 = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + 4(H_0 + X_1 \sin \varphi \cdot \cos \psi + Y_1 \sin \varphi \cdot \sin \psi) \times (H_0 + X_2 \sin \varphi \cdot \cos \psi + Y_2 \sin \varphi \cdot \sin \psi). \quad (5.6')$$

Графическое изображение данной функции четырех переменных представляется трудной задачей, которой мы не будем заниматься.

Положив в последнем равенстве $X_1 = Y_1 = 0$, получим уравнение локального поверхностного годографа (5.3), полученного ранее независимо.

Несколько лет тому назад в работе (Dunkin, Levin, 1971) была рассмотрена специальная локальная система наблюдений на плоскости XOY , когда источники располагаются на одной прямой, принимаемой за ось y , а приемники — на другой прямой, ортогональной первой (ось x), начало координат совпадает с точкой пересечения осей. Если a, b, c суть направляющие косинусы плоской отражающей границы, а H — расстояние до отражающей границы от начала координат, то уравнение $t(x, y)$, которое авторы называют уравнением годографа, будет иметь вид

$$v^2 t^2 = x^2 + y^2 + 4H^2 - 4Hx + 4bHy + 4abxy. \quad (5.7)$$

Дальнейшее развитие теории годографов такого вида, в частности применительно к моделям с криволинейными границами, дается в работах А. К. Урупова и др. (1974, 1976).

Уравнение (5.7) в наших обозначениях легко получается из (5.6'), если положить

$$X_1 = 0; \quad Y_1 = y,$$

$$X_2 = x; \quad Y_2 = 0.$$

Имеем:

$$v^2 t^2 = x^2 + y^2 + 4(H_0 + x \sin \varphi \cdot \cos \psi)(H_0 + y \sin \varphi \cdot \sin \psi). \quad (5.7')$$

Согласно принятой нами терминологии, написанные выражения представляют собой уравнения обобщенных линейных годографов, или частных полей времен специального вида.

На основе приведенных общих выражений не представляет труда написать уравнение частного линейного поля (обобщенного линейного годографа) в общем виде для двух произвольных кривых, вдоль которых размещаются источники и приемники. Если обе кривые совпадают, то получим частное поле совмещенного типа. К таковым, в частности, относятся поля, используемые в «слалом-методе».

5.1.4. Интегральное временное поле для плоской границы и $v = \text{const}$. Основываясь на принципах, изложенных в гл. 1, введем строго аналитически временное поле на плоскости XOY , когда в качестве функции поля рассматривается не время вступления по конкретному пути, а некоторая интегральная величина, вычисляемая по совокупности наблюдений на линейных установках с заданным общим центром. В теоретическом плане целесообразно рассматривать средние значения либо времен, либо квадратов времен по бесконечной совокупности линейных установок, ориентированных под различными азимутами ω , т. е. оперировать с величинами

$$t_m = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi t(X, Y, l, \omega) d\omega; \quad (5.8)$$

$$t_m^2 = M = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi t^2(X, Y, l, \omega) d\omega, \quad (5.9)$$

где X, Y — координаты заданного единого центра линейных установок на горизонтальной плоскости наблюдений; l — расстояние между источником и приемником, которое при интегрировании по азимуту остается неизменным.

Ниже будет показано (Пузырев, 1976а), что для обычно используемой аппроксимирующей модели с плоской наклонной границей и однородной средой над ней величина $M = t_m^2$ строго вычисляется по наблюдениям на ортогональных крестовых зондированиях с произвольной ориентацией. С хорошим приближением это остается в силе для другой элементарной модели — точечный дифрагирующий объект, а также некоторых других, более сложных моделей. Что касается величины t_m , то при ее вычислении по формуле (5.8) возникают определенные трудности, состоящие, в частности, в том, что интеграл в правой части (5.8) нельзя строго выразить в элементарных функциях даже для простейшей модели $v = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$. По-видимому, эту

трудность можно преодолеть, но в настоящей работе мы не будем этим заниматься, и ниже рассматриваются только поля $M(X, Y, l)$.

Поставим задачу получить уравнение поля $M(X, Y, l)$ для простейшей аппроксимирующей модели — плоская отражающая граница и однородная среда над ней. Границу раздела будем характеризовать, как и прежде, тремя параметрами: глубина H_0 — расстояние от некоторого общего начала координат до отражающей плоскости; истинный угол падения φ отражающей плоскости, причем $\varphi > 0$ в направлении падения; азимут падения ψ отражателя.

Запишем уравнение отражающей плоскости в функции величин H_0, φ, ψ .

Общее уравнение плоскости представим в виде

$$mx + ny + pz + 1 = 0. \quad (5.10)$$

Определим параметры m, n, p , исходя из следующих условий.

1. Расстояние отражающей плоскости от начала координат равно H_0 , что дает

$$H_0 \sqrt{m^2 + n^2 + p^2} = 1. \quad (5.11)$$

2. Угол между отражающей плоскостью и плоскостью наблюдений ($z=0$) равняется φ . Используя известные правила вычисления угла между двумя плоскостями, получим

$$\cos \varphi \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2} = p. \quad (5.12)$$

3. Пересечение отражающей плоскости с плоскостью $z=0$ образует на последней линию, которая составляет с осью y угол ψ , а с осью x угол $\pi/2 + \psi$. Это условие позволяет написать

$$n \operatorname{ctg} \psi = m. \quad (5.13)$$

Решая совместно (5.11) — (5.13), найдем

$$\begin{aligned} m &= \frac{\sin \varphi \cdot \cos \psi}{H_0}; \\ n &= \frac{\sin \varphi \cdot \sin \psi}{H_0}; \\ p &= \frac{\cos \varphi}{H_0}. \end{aligned}$$

Подставляя эти величины в (5.10), запишем уравнение отражающей плоскости в функции выбранных параметров в виде

$$\sin \varphi \cdot \cos \psi x + \sin \varphi \cdot \sin \psi \cdot y + \cos \varphi \cdot z + H_0 = 0. \quad (5.14)$$

Время вступления отраженной волны в произвольной точке плоскости наблюдений связано с глубиной по нормали к границе H в средней точке базы l , ориентированной в направлении падение — восстание, уравнением

$$v^2 l^2 = l^2 \cos^2 \varphi + 4H^2. \quad (5.15)$$

При произвольной ориентации линейного зондирования эта зависимость остается в силе, если вместо истинного угла φ рассматривать кажущийся угол наклона φ_k , связанный с углом φ зависимостью

$$\sin \varphi_k = \sin \varphi \cdot \cos \omega, \quad (5.16)$$

где ω — угол между линией зондирования и направлением истинного падения границы.

С учетом этого можно записать для произвольно ориентированного линейного зондирования

$$v^2 l^2 = l^2 (1 - \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \omega) + 4H^2. \quad (5.15')$$

В соответствии с (5.9) вычислим теперь функцию M , причем, учитывая симметрию среды и принцип взаимности, можно записать

$$M = \frac{1}{v^2 \pi} \int_0^\pi (l^2 + 4H^2 - l^2 \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \omega) d\omega.$$

После выполнения интегрирования получим

$$M = \frac{1}{v^2} \left[l^2 \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \right) + 4H^2 \right]. \quad (5.17)$$

Рассмотрим теперь крестовое ортогональное зондирование, состоящее из двух линейных зондирования с одной и той же базой l и общим центром P (рис. 5.2). Если одно из линейных зондирований (AB) имеет азимут ω , то другое (CD) соответственно $\pi/2 + \omega$. Исходя из этого, можно записать пару уравнений:

$$l_1^2 = \frac{1}{v^2} [l^2 (1 - \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \omega) + 4H^2];$$

$$l_2^2 = \frac{1}{v^2} [l^2 (1 - \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \omega) + 4H^2].$$

Нетрудно убедиться, что если образовать среднее арифметическое из величин l_1^2 и l_2^2 , то оно в точности будет равно интегральному значению M . Тем самым приходим к важному выводу, что для рассматриваемой модели с плоской наклонной отражающей границей и $v = \text{const}$ величина M строго вычисляется по данным наблюдений на крестовом зондировании, причем величина $M = \frac{1}{2} (l_1^2 + l_2^2)$ не зависит от ориентации крестового зондирования на плоскости наблюдений, и, следовательно, распределение $M(X, Y)$ при любом $l = \text{const}$ образует однозначное скалярное поле.

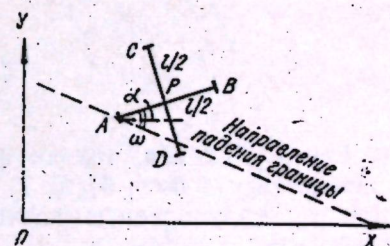


Рис. 5.2. Крестовое ортогональное зондирование.

Отметим, что при сравнительно небольших углах наклона границы величину $1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi$, фигурирующую в (5.17) в качестве множителя при l^2 , можно с достаточным приближением считать равной $\cos \varphi$. При $\varphi = 30^\circ$ различие между обеими функциями составляет 1%, а для $\varphi = 20^\circ$ — всего лишь 0,2%.

При небольших значениях φ (порядка 20° и менее) множитель при l^2 в (5.17) допустимо положить равным единице. Тогда получим простую формулу для вычисления глубины H в центре крестового ортогонального зондирования.

$$H \cong \frac{1}{2} \sqrt{v^2 M - l^2}. \quad (5.18)$$

Чтобы написать уравнение поля величины M , достаточно в (5.17) глубину H выразить через исходные параметры отражающей плоскости. Выражение (5.14) является фактически нормальным уравнением отражающей плоскости, так как в нашем случае $\sqrt{m^2 + n^2 + p^2} = 1$. Поэтому для того, чтобы выразить H в точке с координатами $(x, y, 0)$ через другие параметры, достаточно в (5.14) положить $z = 0$, а правую часть приравнять H . В результате получим

$$H = H_0 + x \sin \varphi \cdot \cos \psi + y \sin \varphi \sin \psi. \quad (5.19)$$

Подставляя в (5.17) и заменяя x, y (координаты отражающей плоскости) на X, Y (координаты поля), получим искомого уравнение трехмерного временного поля для модели среды с плоской наклонной границей и однородной средой над ней:

$$v^2 M = l^2 \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \right) + 4 (X \sin \varphi \cdot \cos \psi + Y \sin \varphi \sin \psi + H_0)^2. \quad (5.20)$$

Проведем теперь исследование полученного уравнения.

Определим прежде всего горизонтальную составляющую градиента поля. Составляющие вектора-градиента:

$$\frac{\partial M}{\partial X} = \frac{8}{v^2} (X \sin \varphi \cdot \cos \psi + Y \sin \varphi \sin \psi + H_0) \sin \varphi \cdot \cos \psi;$$

$$\frac{\partial M}{\partial Y} = \frac{8}{v^2} (X \sin \varphi \cdot \cos \psi + Y \sin \varphi \sin \psi + H_0) \sin \varphi \sin \psi.$$

Вычислим угол α между вектором $\text{grad } M$ и осью X по формуле

$$\text{tg } \alpha = \frac{\frac{\partial M}{\partial Y}}{\frac{\partial M}{\partial X}}.$$

Легко убедимся, что $\alpha = \varphi$. Иначе говоря, направление вектора-градиента поля $M(X, Y, l)$, как и следовало ожидать, совпадает с направлением истинного падения отражающей границы.

Для модуля градиента с учетом (5.17) будем иметь

$$|\text{grad } M| = \frac{8H \sin \varphi}{v^2},$$

т. е. для заданной модели величина горизонтальной составляющей градиента будет пропорциональна глубине залегания границы раздела.

Существенно отметить, что составляющие градиента не зависят от l , и, следовательно, отмеченные его особенности остаются в силе для любой поверхности $l = \text{const}$ поля $M(X, Y, l)$.

Если, что вполне естественно, изображать поверхности $l = \text{const}$ в виде карт изолиний $M = \text{const}$, то последние будут представлять собой семейство параллельных прямых линий. Это видно из уравнения (5.20), если его записать в виде

$$X \sin \varphi \cdot \cos \psi + Y \sin \varphi \sin \psi - \left[\frac{1}{2} \sqrt{v^2 M - l^2} \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \right) - H_0 \right] = 0, \quad (5.20')$$

а также из установленного выше факта, что вектор-градиент поля повсюду совпадает с направлением падения границы. Линии $M = \text{const}$ образуют с осью Y угол ψ (рис. 5.3).

Введем новую систему координат (X', Y') с тем же началом, повернутую относительно прежней на угол φ в плоскости XY . Это означает, что ось X' теперь будет совпадать с направлением падения границы. Подставляя в (5.20)

$$X = X' \cos \varphi - Y' \sin \varphi; \quad Y = X' \sin \varphi + Y' \cos \varphi,$$

получим

$$v^2 M = l^2 \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \right) + 4 (X' \sin \varphi + H_0)^2. \quad (5.20'')$$

Это уравнение цилиндрической поверхности с образующей, параллельной оси Y' , имеющей сечение гиперболической формы (гиперболический цилиндр). Следовательно, кривизна поверхности будет целиком определяться его нормальным сечением. Соответствующие оценки даны в § 3.1.

Выражение (5.20'') по своей форме напоминает уравнение временного поля для двухмерной среды (3.10).

Они отличаются только множителем при l^2 . Это отличие обусловлено тем, что в двухмерном случае величина l^2 определялась по линейной установке, ориентированной по профилю. Если вести наблюдения

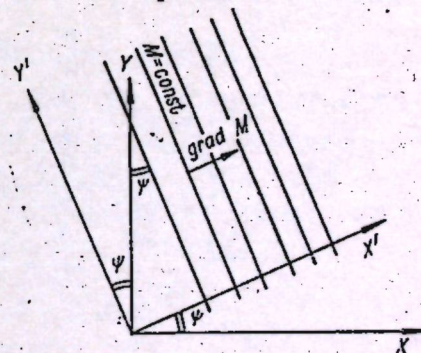


Рис. 5.3. Поверхность $l = \text{const}$ интегрального временного поля $M(X, Y, l)$ в случае плоской границы раздела и однородной среды.

вдоль профиля по системе крестовых ортогональных зондирования, одно из звеньев которого ориентировано в направлении простирания, то вместо (3.10), как нетрудно показать, будем иметь поле $M(X, l)$ с уравнением (5.20"). При $\varphi=0$ поля (5.20") и (3.10), очевидно, будут совпадать, так как в этом случае $M \equiv l^2$.

В соответствии с только что сказанным взаимное расположение поверхностей $M(X, Y, l)$ при фиксированных l в нормальных сечениях будет несколько иным, чем линий $l = \text{const}$ поля (3.10), но отличие заметно проявится только при очень больших углах наклона границы раздела и значительных величинах l .

5.1.5. Интегральные временные поля для сложных моделей сред. Рассмотрим сперва одну частную модель среды, сильно отличающуюся от рассмотренной выше. Речь будет идти об элементарной модели, содержащей одну единственную дифрагирующую точку, находящуюся на некоторой глубине z_0 . Данный случай, может быть, имеет преимущественно теоретический интерес, но для нас он представляется важным прежде всего потому, что дифрагирующая точка с кинематических позиций может рассматриваться как предельный случай криволинейной отражающей поверхности с бесконечно большой кривизной. Поэтому, если удастся доказать возможность построения практически однозначного временного поля $M(X, Y, l)$ для идеализированной модели с точечным дифрагирующим объектом, используя систему ортогональных крестовых наблюдений, можно надеяться, что это удастся сделать хотя бы для некоторых моделей с отражающими границами ограниченной кривизны, т. е. для промежуточных ситуаций между двумя крайними кривизнами 0 и ∞ .

Не нарушая общности решения задачи, поместим начало координат в эпицентр дифрагирующей точки. Обозначим угол между осью X и звеном AB крестового зондирования через α (см. рис. 5.2). Очевидно, поворот креста на $\pi/2$ в ту или иную сторону не скажется на результате. Центр P креста имеет координаты (X, Y) . Расстояние от дифрагирующей точки до точки P обозначим через R . Соответствующие расстояния до A, B, C, D (концов линейной установки) R_A, R_B, R_C, R_D представим в следующем виде:

$$R_A^2 = R^2 + \frac{l^2}{4} - l(X \cos \alpha + Y \sin \alpha);$$

$$R_B^2 = R^2 + \frac{l^2}{4} + l(X \cos \alpha + Y \sin \alpha);$$

$$R_C^2 = R^2 + \frac{l^2}{4} - l(X \sin \alpha - Y \cos \alpha);$$

$$R_D^2 = R^2 + \frac{l^2}{4} + l(X \sin \alpha - Y \cos \alpha),$$

где $R^2 = X^2 + Y^2 + z_0^2$.

Учитывая, что

$$ut_1 = R_A + R_B; \quad ut_2 = R_C + R_D,$$

получим после некоторых преобразований

$$v^2 \frac{1}{2} (t_1^2 + t_2^2) = v^2 M = 2 \left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right) + (R_A R_B + R_C R_D),$$

или в окончательном виде

$$v^2 M = 2 \left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right) + \sqrt{\left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right)^2 - l^2 (X \cos \alpha + Y \sin \alpha)^2} + \sqrt{\left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right)^2 - l^2 (X \sin \alpha - Y \cos \alpha)^2}. \quad (5.21)$$

Таким образом, для рассматриваемой модели величина M , определяемая по ортогональному крестовому зондированию, зависит от ориентации звеньев крестового зондирования.

Исследуем характер этой зависимости. Можно по виду функции ожидать периодичность в ее поведении с наличием максимального и минимального значения. Дифференцируя (5.21) по α и приравнявая производную нулю, получим два корня, соответствующие минимуму и максимуму функции:

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{Y}{X}; \quad \text{tg } \alpha_2 = \frac{X+Y}{X-Y}.$$

Вычисляя соответствующие значения $\sin \alpha_{1,2}$ и $\cos \alpha_{1,2}$ и подставляя в (5.21), получим

$$v^2 M_{\min} = 3 \left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right) + \sqrt{\left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right)^2 - l^2 (X^2 + Y^2)}; \quad (5.22)$$

$$v^2 M_{\max} = 2 \left[R^2 + \frac{l^2}{4} + \sqrt{\left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right)^2 - \frac{1}{2} l^2 (X^2 + Y^2)} \right]. \quad (5.23)$$

Соответственно

$$v^2 (M_{\max} - M_{\min}) = 2 \sqrt{\left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right)^2 - \frac{1}{2} l^2 \rho^2} - \sqrt{\left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right)^2 - l^2 \rho^2} - \left(R^2 + \frac{l^2}{4} \right), \quad (5.24)$$

где $\rho = \sqrt{X^2 + Y^2}$ — горизонтальная проекция R .

Как правило, $R > \frac{l}{2}$ и $\rho < R$, так как ρ/R равняется синусу угла между R и осью z , а последний редко превышает $45-50^\circ$. В связи с этим допустимо в (5.24) разложение в ряд Маклорена по величине $\frac{l^2 \rho^2}{(R^2 + l^2/4)^2}$. Ограничиваясь тремя членами разложения, получим

$$\Delta M = M_{\max} - M_{\min} \cong \frac{l^4 \rho^4}{16 v^2 R^6}. \quad (5.25)$$

При вычислении относительной разницы положим $M \approx \frac{4R^3}{v^3}$.
Тогда

$$\frac{\Delta M}{M} \approx \frac{l^4 \rho^4}{64 R^3} \approx \frac{l^4 \sin^4 \theta}{64 R^4}.$$

Если даже взять значения θ и l/R , близкие к максимальным ($\theta=45^\circ$, $l/R=0,5$), то получим $\Delta M/M \approx 0,00025 = 0,025\%$. Принимая во внимание, что относительная ошибка измерения квадрата времени в два раза больше относительной ошибки времени (δt), найдем в пересчете на δt величину $\sim 0,05\%$. Последнее значение не превышает допустимых при сейсмических исследованиях значений.

Таким образом, практически для данной модели ориентацию крестового зондирования также можно не принимать во внимание.

Учитывая вышесказанное, напомним уравнение пространственного временного поля для модели с точечным дифрагирующим объектом, исходя из предположения, что

$$M = \frac{1}{2} (M_{\max} + M_{\min}).$$

Тогда окончательно будем иметь

$$\begin{aligned} v^2 M = & \frac{5}{2} \left(X^2 + Y^2 + z_0^2 + \frac{l^2}{4} \right) + \\ & + \frac{1}{2} \sqrt{(X^2 + Y^2 + z_0^2 + l^2/4)^2 - l^2 (X^2 + Y^2)} + \\ & + \sqrt{(X^2 + Y^2 + z_0^2 + l^2/4)^2 - \frac{1}{2} l^2 (X^2 + Y^2)}. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Учитывая малость величины $M_{\max} - M_{\min}$, каждое из выражений (5.22) — (5.23) также можно рассматривать как уравнение поля для данной модели. Это относится и к (5.21), если в нем приравнять α любому значению, например $\alpha=0^\circ$ либо 90° .

В уравнение (5.26) в качестве переменной входит только полярный радиус $\rho = \sqrt{X^2 + Y^2}$ и, следовательно, в полярных координатах будем иметь

$$\begin{aligned} v^2 M = & \frac{5}{2} (\rho^2 + z_0^2 + l^2/4) + \frac{1}{2} \sqrt{(\rho^2 + z_0^2 + l^2/4)^2 - l^2 \rho^2} + \\ & + \sqrt{(\rho^2 + z_0^2 + l^2/4)^2 - \frac{1}{2} l^2 \rho^2}. \end{aligned} \quad (5.26')$$

Отсюда следует, что для заданной модели при фиксированных значениях z_0 и l линии $M = \text{const}$ при $l = \text{const}$ будут представлять собой концентрические окружности с общим центром в начале координат. Густота линий с заданным сечением δM будет опре-

деляться величиной

$$\begin{aligned} \text{grad } M = \frac{\partial M}{\partial \rho} = & \rho \left[s + \frac{\rho^2 + z_0^2 - l^2/4}{V(\rho^2 + z_0^2 + l^2/4)^2 - l^2 \rho^2} + \right. \\ & \left. + \frac{2(\rho^2 + z_0^2)}{V(\rho^2 + z_0^2 + l^2/4)^2 - \frac{1}{2} l^2 \rho^2}} \right]. \end{aligned} \quad (5.27)$$

В первом приближении можно считать, что градиент M пропорционален ρ .

На рис. 5.4 представлено схематично поле $M(X, Y, l)$ при $l = \text{const}$ для рассматриваемой модели с точечным дифрагирующим объектом.

В двухмерном случае при использовании линейной установки, ориентированной вдоль профиля, уравнение (3.29) имеет в наших обозначениях вид

$$v^2 l^2 = 2 \left[\rho^2 + z_0^2 + l^2/4 + \sqrt{(\rho^2 + z_0^2 + l^2/4)^2 - l^2 \rho^2} \right], \quad (5.28)$$

где X заменен на ρ .

Если при расположении центров крестовых зондирований по профилю одно из звеньев ориентировать перпендикулярно основной линейной установке и вычислять затем величину M , то получим формулу

$$v^2 M = 3(\rho^2 + z_0^2 + l^2/4) + \sqrt{(\rho^2 + z_0^2 + l^2/4)^2 - l^2 \rho^2}. \quad (5.28')$$

Как показывают расчеты, формулы (5.28') и (5.26') дают очень близкий результат, что согласуется с приведенными выше выводами о слабой зависимости величины M от ориентации крестовой ортогональной установки.

Таким образом, в результате проведенных исследований доказывается возможность построения однозначных интегральных трехмерных временных полей отраженных волн для реальных моделей геологических объектов при использовании ортогональных крестовых зондирований с произвольной ориентацией.

Правомерность достаточно точного отображения поля $M(X, Y, l)$ на основе измерений на крестовых ортогональных расстановках с произвольной ориентацией была показана путем численных расчетов для некоторых других

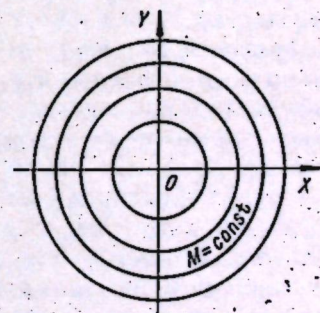


Рис. 5.4. Интегральное временное поле $M(X, Y, l)$ при $l = \text{const}$ в случае модели с одним точечным дифрагирующим объектом в однородной среде, проекция которого на плоскость наблюдений совпадает с началом координат.

типов достаточно сложных моделей сред: дифрагирующее прямолинейное ребро в однородной среде, плоская отражающая граница с градиентной средой $v(z) = v_0(1 + \beta z)$ над ней.

Как правило, равенство

$$\frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi t^2(X, Y, l, \omega) d\omega \quad (5.29)$$

для указанных моделей сред выполнялось с очень высокой степенью точности, превышающей достигнутую в эксперименте относительную точность измерения времени. Однако в некоторых случаях в модели с дифрагирующим ребром, когда l сравнимо или больше глубины залегания ребра, равенство (5.29) не соблюдается с достаточной точностью и расхождения при различных ориентированиях крестового зондирования могут достигать 1% и даже больше.

Из сказанного не должно создаться впечатления, что теория интегральных временных полей справедлива только для тех моделей сред, в которых доказана возможность измерения величины M с требуемой точностью по двухзвенным крестовым ортогональным расстановкам с произвольной ориентацией. Безусловно, могут встретиться модели со сложной структурой, когда M будет существенно зависеть от ориентации крестового зондирования. Но из этого только следует, что для таких моделей величину M при теоретических расчетах необходимо вычислять с заданной точностью по общей формуле (5.9), а в эксперименте применять более сложную конфигурацию многозвенных установок, обеспечивающих нахождение M с требуемой точностью. Так, например, вместо одной ортогональной крестовой расстановки можно использовать две, повернутые по отношению друг к другу на 45° и содержащие суммарно четыре линейные базы. Тогда величина M будет определяться по формуле

$$M = \frac{1}{4}(t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 + t_4^2),$$

где t_i — времена вступлений, измеренные при заданной базе l на каждом из звеньев «звездчатой» расстановки.

Трехмерные временные поля интегрального вида для сложных моделей сред будут иметь ряд особенностей. В частности, поверхности $l = \text{const}$, по аналогии с двухмерными полями, подробно рассмотренными в гл. 3, могут приобретать сложную конфигурацию, распадаться на отдельные области, образуя пространственные петли и заходы. Исследование подобных особенностей представляет собой самостоятельную и весьма непростую задачу, требующую большого объема вычислительной работы. В данной книге эти вопросы мы опускаем. Ограничимся здесь только замечанием, что дальнейшее развитие методов кинематической интерпретации применительно к трехмерным моделям сложно построенных сред фактически становятся невозможным

без детального изучения структуры пространственных временных полей, в том числе поля интегрального вида $M(X, Y, l)$. Это имеет большое значение и для выявления строгих ограничений метода профильной съемки и соответственно определения круга задач, которые следует решать только путем непосредственного использования пространственных систем наблюдений.

Любое сечение поля $M(X, Y, l)$ как системы поверхностей будет некоторым специальным двухмерным полем $M(\xi, l)$ (ξ — направление сечения), представляющим собой в общем случае поверхность. Как уже отмечалось выше, такое специальное двухмерное поле будет отличаться от двухмерного поля линейных установок, рассмотренных в гл. 3. Это отличие вызвано введением интегральной величины M . Любое поле $M(\xi, l)$ по существу представляет собой двухмерный аналог годографа, проходящего в общем случае не вкост простираения границы.

Если координаты X и Y в уравнении поля $M(X, Y, l)$ зафиксировать неизменными, то полученную таким образом одномерную функцию $M(l)$ можно назвать поверхностным годографом ОГТ. В соответствии с (5.20), учитывая (5.19), уравнение поверхностного годографа ОГТ для поля $M(X, Y, l)$ в случае плоской отражающей границы и однородной средой над ней запишется в виде

$$M = \frac{1}{v^2} \left[\left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \right) l^2 + 4H^2 \right]. \quad (5.30)$$

Это выражение отличается от (3.10) для двухмерного случая только множителем при l^2 , зависящим от истинного угла наклона границы раздела. Его можно записать также в другой форме:

$$M = t_0^2 + \frac{1}{v^2} \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \right) l^2 \cong t_0^2 + \frac{1}{v^2} l^2 \cos \varphi, \quad (5.30')$$

где t_0 — время по центральному лучу.

Отметим, что наряду с интегральными полями $M(X, Y, l)$ целесообразно рассматривать более общий случай четырехмерного поля $t(X_1, X_2, Y_1, Y_2)$, уравнение которого в случае плоской границы и $v = \text{const}$ было приведено выше. Элементы теории таких полей приведены также в работе С. В. Гольдина (1977). По-видимому, на практике окажется целесообразным оперировать с полями различных типов.

При $l=0$ все типы пространственных временных полей сводятся к полю центровых лучей $t_0(X, Y)$, играющих важную роль при интерпретации данных площадных наблюдений (Глотов, 1974). Если среда над отражающей поверхностью, заданной в виде $z = z(x, y)$, однородна со скоростью v , то уравнение поля $t_0(X, Y)$ может быть записано в параметрической форме следую-

щим образом (Пузырев, 1975а):

$$\left. \begin{aligned} X &= x + z(x, y) \frac{\partial z}{\partial x}; \\ Y &= y + z(x, y) \frac{\partial z}{\partial y}; \\ t_0 &= \frac{2z(x, y)}{v} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (5.31)$$

где x, y — горизонтальные координаты отражающей поверхности, играющие в (5.31) роль параметров.

§ 5.2. ЭФФЕКТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДЛЯ ТРЕХМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ СРЕД

5.2.1. Эффективные параметры, определяемые по поверхностному годографу с фиксированным источником. За основу берется уравнение (5.3), в котором содержится четыре неизвестных, подлежащих определению. При вычислении дифференциальных эффективных параметров к (5.3) легко присоединить еще два уравнения для составляющих градиента функции годографа $\left(\frac{\partial t}{\partial x_s}, \frac{\partial t}{\partial y_s}\right)$. Что касается четвертого уравнения, то в пространственном варианте уже нельзя брать просто одну из трех вторых производных. Целесообразно использовать комбинацию из трех производных, входящую в выражение для гауссовой кривизны поверхности, т. е. величину

$$g^2 = \frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial y_s^2} - \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial y_s}\right)^2. \quad (5.32)$$

После дифференцирования будем иметь следующую систему для нахождения дифференциальных эффективных параметров по элементу поверхностного годографа:

$$\left. \begin{aligned} v^2 t^2 &= x_s^2 + y_s^2 + 4x_s H \sin \varphi \cdot \cos \psi - 4y_s H \sin \varphi \cdot \sin \psi + 4H^2; \\ v^2 t \mu &= x_s + 2H \sin \varphi \cos \psi; \\ v^2 t v &= y_s - 2H \sin \varphi \sin \psi; \\ v^3 t^2 g &= 2H \cos \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (5.33)$$

где $\mu = \frac{\partial t}{\partial x_s}$; $v = \frac{\partial t}{\partial y_s}$.

Решение этой системы не представляет трудностей, и мы не будем этим заниматься. Ограничимся вычислением предельных эффективных параметров, когда $x_s = y_s = 0$.

Величина v_{e0} определяется как положительный корень би-квадратного уравнения

$$t_0^2 g_0^2 v_{e0}^4 + (\mu_0^2 + v_0^2) v_{e0}^2 - 1 = 0. \quad (5.34)$$

Соответственно

$$\cos \varphi_{e0} = t_0 g_0 v_{e0}^2; \quad \operatorname{tg} \psi_{e0} = -\frac{v_0}{\mu_0}; \quad H_{e0} = \frac{1}{2} v_{e0} t_0.$$

Полученное решение имеет только теоретический интерес, поскольку до сих пор понятие дифференциальных эффективных параметров, в том числе предельных, определяемых по годографам, было введено только для одномерных и двумерных моделей сред.

Существенно больший интерес представляет вычисление интегральных параметров по поверхностному годографу. Запишем исходное уравнение (5.3) в другом виде, введя новые переменные:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{v^2}; \quad B_1 = \frac{4H \sin \varphi \cos \psi}{v^2}; \quad B_2 = \frac{4H \sin \varphi \sin \psi}{v^2}; \\ C &= \frac{4H^2}{v^2}. \end{aligned}$$

Тогда (5.3) будет линейным уравнением относительно новых переменных

$$t^2 = \theta = (x_s^2 + y_s^2) A + x_s B_1 - y_s B_2 + C. \quad (5.3')$$

При произвольном числе точек на поверхностном годографе, расположенных произвольным образом, применяя способ наименьших квадратов, получим следующую систему уравнений для нахождения $A, B_{1,2}$ и C :

$$\left. \begin{aligned} A \sum (x_s^2 + y_s^2)^2 + B_1 \sum x_s (x_s^2 + y_s^2) - B_2 \sum y_s (x_s^2 + y_s^2) + C \sum (x_s^2 + y_s^2) &= \sum (x_s^2 + y_s^2) \theta; \\ A \sum x_s (x_s^2 + y_s^2) + B_1 \sum x_s^2 - B_2 \sum x_s y_s + C \sum x_s &= \sum x_s \theta; \\ A \sum y_s (x_s^2 + y_s^2) + B_1 \sum x_s y_s - B_2 \sum y_s^2 + C \sum y_s &= \sum y_s \theta; \\ A \sum (x_s^2 + y_s^2) + B_1 \sum x_s - B_2 \sum y_s + nC &= \sum \theta. \end{aligned} \right\} \quad (5.35)$$

Суммирование повсюду осуществляется по всем точкам по-верхностного годографа.

Решение данной системы линейных уравнений не имеет каких-либо особенностей и осуществляется стандартными методами. В связи с этим здесь не выписываются окончательные формулы. Отметим только, что переход к старым переменным производится по следующим формулам:

$$\begin{aligned} v_e &= \frac{1}{\sqrt{A}}; \quad H_e = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{A}}; \\ \sin \varphi_e &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{B_1^2 + B_2^2}{AC}}; \quad \operatorname{tg} \psi_e = \frac{B_2}{B_1}. \end{aligned}$$

5.2.2. Дифференциальные параметры для временного поля $M(X, Y, l)$. Поскольку поле данного типа дает описание модели в целом, при определении дифференциальных параметров нет необходимости привлекать элементы второго порядка. Дифференцируя последовательно выражение (5.20) и учитывая (5.19), составим следующую систему для нахождения всех параметров среды (Пузырев, 19766):

$$\left. \begin{aligned} v_e^2 M &= \lambda \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_e \right) + 4H_e^2; \\ v_e^2 p &= 8H_e \sin \varphi_e \cdot \cos \psi_e; \\ v_e^2 q &= 8H_e \sin \varphi_e \cdot \sin \psi_e; \\ v_e^2 r &= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_e. \end{aligned} \right\} \quad (5.36)$$

Решение этой системы дает

$$v_e = 4 \sqrt{\frac{M - \lambda r}{\frac{1}{2} (p^2 + q^2) + 16r (M - \lambda r)}}; \quad (5.37)$$

$$H_e = \frac{l^2 (M - \lambda r)}{\sqrt{\frac{1}{2} (p^2 + q^2) + 16r (M - \lambda r)}}; \quad (5.38)$$

$$\sin \varphi_e = \frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{\sqrt{\frac{1}{2} (p^2 + q^2) + 16r (M - \lambda r)}}; \quad (5.39)$$

$$\operatorname{tg} \psi_e = \frac{q}{p}, \quad (5.40)$$

где введены обозначения

$$\frac{\partial M}{\partial X} = p; \quad \frac{\partial M}{\partial Y} = q; \quad \frac{\partial M}{\partial l^2} = \frac{\partial M}{\partial \lambda} = r; \quad \lambda = l^2.$$

Вместо $\frac{\partial M}{\partial \lambda}$ можно использовать $\frac{\partial M}{\partial l}$. Соответствующий переход осуществляется на основе соотношения

$$\frac{\partial M}{\partial l} = 2l \frac{\partial M}{\partial \lambda}.$$

Предельные значения параметров вычисляются по тем же формулам (5.37) — (5.40), в которых следует положить $\lambda r = 0$. При этом в точках $l = 0$ производная $r \neq 0$, и, следовательно, не возникает необходимости раскрывать неопределенности. Если же вести дифференцирование не по λ , а по l , то потребуются раскрывать неопределенность вида $\frac{0}{0}$. Окончательные выражения для предельных эффективных параметров записываются следующим образом:

$$v_{e0} = \sqrt{\frac{32M}{p^2 + q^2 + 32Mr}} = \sqrt{\frac{32M}{p^2 + q^2 + 16M \frac{\partial^2 M}{\partial l^2}}}; \quad (5.37')$$

$$H_{e0} = \frac{2M \sqrt{2}}{\sqrt{p^2 + q^2 + 32Mr}} = \frac{2M \sqrt{2}}{\sqrt{p^2 + q^2 + 16M \frac{\partial^2 M}{\partial l^2}}}; \quad (5.38')$$

$$\sin \varphi_{e0} = \frac{\sqrt{2(p^2 + q^2)}}{\sqrt{p^2 + q^2 + 32Mr}} = \frac{\sqrt{2(p^2 + q^2)}}{\sqrt{p^2 + q^2 + 16M \frac{\partial^2 M}{\partial l^2}}}. \quad (5.39')$$

Выражение для азимута ψ_e останется прежним.

В частном случае горизонтального залегания отражающей границы поверхности $l = \text{const}$ будут представлять собой плоскости, параллельные плоскости наблюдений XOY , и, следовательно, $p = q = 0$.

Кроме того, для одномерной модели $M = l^2$; следовательно,

$$\frac{\partial M}{\partial l} = 2l \cdot \frac{\partial l}{\partial l}.$$

Если теперь сделать соответствующие подстановки, то получим формулы (2.50) и (2.51) для v_e и H_e . Одновременно убеждаемся, что $\varphi_e = 0$, а ψ имеет неопределенное значение, что соответствует физическому смыслу задачи.

Переход к двумерному случаю требует специального рассмотрения. Дело в том, что при двумерном варианте решения задачи, приведенном в гл. 3, время t измеряется на продольной линейной установке, ориентированной вдоль профиля. Если же в (5.37) — (5.40) положить $\partial M / \partial Y = q = 0$, то получим особый двумерный вариант задачи, когда по профилю перемещается крестовое ортогональное зондирование, одно из звеньев которого ориентировано по простиранию.

В обычном линейном двумерном варианте с линейными установками дифференциальные эффективные параметры в квадратичных координатах находятся по формулам (4.19) — (4.21). В двумерной задаче с крестовыми установками в (5.37) — (5.39) следует положить $q = 0$ и написать

$$v_e = 4 \sqrt{\frac{2(M - \lambda r)}{p^2 + 32r(M - \lambda r)}}; \quad (5.37'')$$

$$H_e = \frac{2\sqrt{2}(M - \lambda r)}{\sqrt{p^2 + 32r(M - \lambda r)}}; \quad (5.38'')$$

$$\sin \varphi_e = \frac{p \sqrt{2}}{\sqrt{p^2 + 32r(M - \lambda r)}}. \quad (5.39'')$$

Если принять во внимание (Пузырев, 19766), что

$$M = l^2 + \frac{\lambda \sin^2 \varphi}{2v^2},$$

$$\frac{\sin^2 \varphi}{v^2} = \frac{p^2}{16(M - \lambda r)},$$

то тем самым (5.37'')—(5.39'') можно перевести в (4.19)—(4.21).

Проиллюстрируем применимость полученного общего решения задачи о нахождении дифференциальных эффективных параметров в трехмерном случае на примере модели с точечным дифрагирующим объектом, рассмотренным в предыдущем параграфе. Запишем приближенное выражение уравнения поля $M(X, Y, l)$, согласно (5.21), положив $\alpha=0$. Тогда

$$M = \frac{1}{v^2} \left[2 \left(X^2 + Y^2 + z_0^2 + \frac{1}{4} \lambda \right) + \sqrt{\left(X^2 + Y^2 + z_0^2 + \frac{1}{4} \lambda \right)^2 - \lambda X^2} + \sqrt{\left(X^2 + Y^2 + z_0^2 + \frac{1}{4} \lambda \right)^2 - \lambda Y^2} \right]. \quad (5.41)$$

Чтобы не перегружать изложения длинными выкладками, ограничимся вычислением предельных значений. После выполнения дифференцирования и полагая затем $\lambda=0$, найдем следующие значения производных

$$p = \frac{\partial M}{\partial X} = \frac{8X}{v^2}; \quad q = \frac{\partial M}{\partial Y} = \frac{8Y}{v^2};$$

$$r = \frac{\partial M}{\partial \lambda} = \frac{X^2 + Y^2 + z_0^2}{2v^2(X^2 + 2z_0^2)}.$$

Подставляя их в (5.37')—(5.39') и в (5.40), получим:

$$v_{e0} = v; \quad H_{e0} = \sqrt{X^2 + Y^2 + z_0^2};$$

$$\sin \varphi_{e0} = \sqrt{\frac{X^2 + Y^2}{X^2 + Y^2 + z_0^2}}; \quad \operatorname{tg} \psi_{e0} = \frac{Y}{X}.$$

Таким образом, для рассматриваемой модели с точечным дифрагирующим объектом предельные эффективные параметры в произвольной точке поля $M(X, Y, l=0)$ полностью отображают геометрические и физические характеристики среды. При произвольном значении l это отображение будет только приближительным.

5.2.3. Определение интегральных параметров по полю $M(X, Y, l)$. По аналогии с двухмерным случаем, введем следующие обозначения

$$a = \frac{1}{v^2}; \quad b_h = \frac{\sin \varphi \cdot \cos \psi}{v};$$

$$c = \frac{2H_0}{v}; \quad d_h = \frac{\sin \varphi \cdot \sin \psi}{v}; \quad \lambda = l^2.$$

Тогда уравнение временного поля (5.20) запишется в виде

$$M = a\lambda - \frac{1}{2}(b_h^2 + d_h^2)\lambda + (2b_h X + 2d_h Y + c)^2. \quad (5.42)$$

Для нахождения неизвестных a, b_h, c, d_h достаточно иметь четыре точки поля $M(X, Y, l)$. После исключения параметра a задача сведется к решению системы трех нелинейных уравнений, приведенных в работе Н. Н. Пузырева (19766).

Наибольший интерес на практике представляет случай, когда число наблюдений значительно превышает число неизвестных. Применяя к (5.42) принцип уравнивания по способу наименьших квадратов, выполняя дифференцирование по искомым переменным, получим систему нормальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left[M_i - a\lambda_i + \frac{1}{2}(b_h^2 + d_h^2)\lambda_i - (2X_i b_h + 2Y_i d_h + c)^2 \right] \lambda_i &= 0; \\ \sum_{i=1}^n \left[M_i - a\lambda_i + \frac{1}{2}(b_h^2 + d_h^2)\lambda_i - (2X_i b_h + 2Y_i d_h + c)^2 \right] \times \\ &\times [b_h \lambda_i - 4X_i (2X_i b_h + 2Y_i d_h + c)] = 0; \\ \sum_{i=1}^n \left[M_i - a\lambda_i + \frac{1}{2}(b_h^2 + d_h^2)\lambda_i - (2X_i b_h + 2Y_i d_h + c)^2 \right] \times \\ &\times [d_h \lambda_i - 4Y_i (2X_i b_h + 2Y_i d_h + c)] = 0; \\ \sum_{i=1}^n \left[M_i - a\lambda_i + \frac{1}{2}(b_h^2 + d_h^2)\lambda_i - (2X_i b_h + 2Y_i d_h + c)^2 \right] \times \\ &\times [2X_i b_h + 2Y_i d_h + c] = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.43)$$

Здесь суммирование производится по всем точкам наблюдений, в каждой из которых заданы вполне определенные значения X, Y, λ и M .

Решим первое из написанных уравнений относительно a . Опуская пределы суммирования, окончательно получим:

$$a = \frac{1}{\sum \lambda^2} \left(\sum \lambda M + \frac{1}{2} b_h^2 \sum \lambda^2 + \frac{1}{2} d_h^2 \sum \lambda^2 - 4b_h^2 \sum X^2 \lambda - \right.$$

$$\left. - 4d_h^2 \sum Y^2 \lambda - c^2 \sum \lambda - 8 b_h d_h \sum XY \lambda - 4b_h c \sum X \lambda - 4d_h c \sum Y \lambda \right). \quad (5.44)$$

Подставляя (5.44) в остальные уравнения системы, запишем новую систему для нахождения неизвестных b_h, d_h и c в следующей форме:

$$P_{100} b_h + P_{010} c + P_{001} d_h + P_{300} b_h^3 + P_{030} c^3 + P_{003} d_h^3 +$$

$$+ P_{111} b_h c d_h + P_{120} b_h c^2 + P_{102} b_h d_h^2 + P_{201} b_h^2 d_h +$$

$$+ P_{021} c^2 d_h + P_{210} b_h^2 c + P_{012} c d_h^2 = 0; \quad (5.45)$$

$$Q_{100}b_k + Q_{010}c + Q_{001}d_k + Q_{300}b_k^3 + Q_{030}c^3 + Q_{003}d_k^3 + \\ Q_{111}b_kcd_k + Q_{120}b_kc^2 + Q_{102}b_kd_k^2 + Q_{201}b_k^2d_k + Q_{021}c^2d_k + \\ + Q_{210}b_k^2c + Q_{012}cd_k^2 = 0; \quad (5.46)$$

$$R_{100}b_k + R_{010}c + R_{001}d_k + R_{300}b_k^3 + R_{030}c^3 + R_{003}d_k^3 + \\ + R_{111}b_kcd_k + R_{120}b_kc^2 + R_{102}b_kd_k^2 + R_{201}b_k^2d_k + \\ + R_{021}c^2d_k + R_{210}b_k^2c + R_{012}cd_k^2 = 0. \quad (5.47)$$

Коэффициенты уравнений имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} P_{100} &= 2(\sum XY\lambda \cdot \sum \lambda M - \sum XYM \cdot \sum \lambda^2); \\ P_{010} &= \sum Y\lambda \cdot \sum \lambda M - \sum YM \cdot \sum \lambda^2; \\ P_{001} &= 2(\sum Y^2\lambda \cdot \sum \lambda M - \sum Y^2M \cdot \sum \lambda^2); \\ P_{300} &= 8(\sum X^3Y \cdot \sum \lambda^2 - \sum XY\lambda \cdot \sum X^2\lambda); \\ P_{030} &= \sum Y \cdot \sum \lambda^2 - \sum Y\lambda \cdot \sum \lambda; \\ P_{003} &= 8[\sum Y^4 \cdot \sum \lambda^2 - (\sum Y^2\lambda)^2]; \\ P_{111} &= 8(3 \sum XY^2 \cdot \sum \lambda^2 - 2 \sum XY\lambda \cdot \sum Y\lambda - \sum Y^2\lambda \cdot \sum X\lambda); \\ P_{120} &= 2(3 \sum XY \cdot \sum \lambda^2 - \sum XY\lambda \cdot \sum \lambda - 2 \sum Y\lambda \cdot \sum X\lambda); \\ P_{102} &= 24(\sum XY^3 \cdot \sum \lambda^2 - \sum XY\lambda \cdot \sum Y^2\lambda); \\ P_{201} &= 8[3 \sum X^2Y^2 \cdot \sum \lambda^2 - \sum Y^2\lambda \cdot \sum X^2\lambda - 2(\sum XY\lambda)^2]; \\ P_{021} &= 2[3 \sum Y^2 \cdot \sum \lambda^2 - \sum Y^2\lambda \cdot \sum \lambda - 2(\sum \lambda Y)^2]; \\ P_{210} &= 4(3 \sum X^2Y \cdot \sum \lambda^2 - 2 \sum XY\lambda \cdot \sum X\lambda - \sum Y\lambda \cdot \sum X^2\lambda); \\ P_{012} &= 12(\sum Y^3 \cdot \sum \lambda^2 - \sum Y^2\lambda \cdot \sum Y\lambda); \\ Q_{100} &= 2(\sum X^2\lambda \cdot \sum \lambda M - \sum X^2M \cdot \sum \lambda^2); \\ Q_{010} &= \sum X\lambda \cdot \sum \lambda M - \sum XM \cdot \sum \lambda^2; \\ Q_{001} &= P_{100}; \quad Q_{300} = 8[\sum X^4 \cdot \sum \lambda^2 - (\sum X^2\lambda)^2]; \\ Q_{030} &= \sum X \cdot \sum \lambda^2 - \sum X\lambda \cdot \sum \lambda; \quad Q_{003} = \frac{1}{3} P_{102}; \\ Q_{111} &= 2P_{210}; \quad Q_{120} = 2[3 \sum X^2 \cdot \sum \lambda^2 - \sum X^2\lambda \cdot \sum \lambda - 2(\sum X\lambda)^2]; \\ Q_{102} &= P_{201}; \quad Q_{201} = 3P_{300}; \quad Q_{021} = P_{120}; \\ Q_{210} &= 12(\sum X^3 \cdot \sum \lambda^2 - \sum X^2\lambda \cdot \sum X\lambda); \quad Q_{012} = \frac{1}{2} P_{111}; \\ R_{100} &= -2Q_{010}; \quad R_{010} = \sum M \cdot \sum \lambda^2 - \sum \lambda \cdot \sum \lambda M; \\ R_{001} &= -2P_{010}; \quad R_{300} = -\frac{2}{3} Q_{210}; \end{aligned}$$

$$R_{030} = (\sum \lambda)^2 - n \sum \lambda^2; \quad R_{003} = -\frac{2}{3} P_{012};$$

$$R_{111} = -4P_{120}; \quad R_{210} = -2Q_{120}; \quad R_{012} = -2P_{021};$$

$$R_{120} = -6Q_{030}; \quad R_{102} = -P_{111}; \quad R_{201} = -2P_{210}; \quad R_{021} = -6P_{030}.$$

Для численного решения приведенных уравнений (5.44) — (5.47) была составлена программа, в которой, как и в случае аналогичной двухмерной задачи, предусмотрен итерационный процесс, основанный на задании первого приближения для величин b_k , c и d_k . В качестве первого приближения переменной c следует брать $\sqrt{M_{\min}}$. Исходный азимут падения границы грубо находится по ориентации линий $M = \text{const}$ поля $M(X, Y, \lambda)$ при каком-либо значении λ . Начальное приближение для угла наклона определяется по сечению поля в плоскости вектора-градиента (X') в соответствии с рис. 5.2, используя соотношение

$$\frac{\sin \varphi}{v} \cong \frac{\Delta \sqrt{M}}{\Delta X'}.$$

Зная приближенно φ и $\sin \varphi/v$, нетрудно вычислить исходные значения b_{k1} и b_{k2} по приведенным выше формулам.

Изложенный способ дает возможность исследовать поведение интегральных эффективных параметров для любых сред с произвольной функцией зависимости скорости от координат $v(x, y, z)$ и отражающей границы любого вида $z(x, y)$. При исследовании сложных моделей, не поддающихся аналитическому рассмотрению, необходимо использовать программы решения прямых пространственных задач на ЭВМ типа приведенных в работе И. Р. Оболенцевой (1976).

В качестве тестовой была рассмотрена задача по вычислению эффективных параметров в двухмерном и трехмерном вариантах для среды с наклонной под углом $\varphi = 30^\circ$ границей и линейным изменением скорости с глубиной: $v = v_0(1 + \beta z) = 2,0(1 + 0,5z)$ км/с. Были рассчитаны* в первую очередь двухмерные поля $t(X, l)$ линейных установок, ориентированных под азимутами $\varphi = 0, 45, 90^\circ$. Эффективные параметры определялись в точке с заданной глубиной по нормали $H = 2$ км в интервале l от 0 до 2 км при $\Delta X = 0,5$ км. Для трех значений азимутов эффективные скорости, определенные путем решения (4.59) — (4.61), соответственно равны 2,936; 2,927; 2,917 км/с, т. е. закономерно уменьшаются, хотя и на очень небольшую величину. Затем было рассчитано поле $M(X, Y, l)$ при тех же параметрах ($\Delta Y = \Delta X = 0,5$ км), причем предварительно было показано, что ориентировка крестового зондирования не оказывает заметного влияния на величину M . Вычисленная затем по формулам (5.44) — (5.47) эффективная скорость (а параллельно и другие

* Вычисления выполнены И. Р. Оболенцевой и Л. А. Черняковой по составленным ими программам.

параметры) оказалась равной величине v_e , определенной по двумерному полю в азимуте $\psi=45^\circ$. Рассмотренный пример показывает полную преемственность методов решения обратной задачи в двумерном и трехмерном вариантах. В данном случае величины эффективных скоростей оказались близкими друг к другу, но в принципе для сред со сложной структурой соотношения между v_e и другими параметрами, определенными по двумерным и трехмерным обобщенным временным полям, могут не совпадать. Эти вопросы требуют дальнейшего исследования.

5.2.4. Об эффективных параметрах, определяемых по полю $t=t(X_1, X_2, Y_1, Y_2)$. Решение обратной задачи в дифференциальной форме наталкивается в данном случае на некоторые трудности. Дело в том, что присоединение к уравнению (5.6') еще четырех выражений для четырех частных производных по независимым переменным дает систему из пяти уравнений, из которых требуется определить четыре неизвестных (v, H_0, φ и ψ). Это означает, что для рассматриваемой модели среды компоненты многомерного вектора-градиента поля не являются независимыми. Связь между ними нетрудно установить, если любые четыре уравнения из пяти решать относительно искомых параметров модели и подставить полученные выражения в пятое уравнение. Так, например, если использовать только значения четырех производных по всем независимым переменным, а в качестве зависимого переменного взять $t^2=\theta$, то получим следующую систему для нахождения эффективных параметров

$$\left. \begin{aligned} v^2 p_1 &= -2(X_2 - X_1) + 4a(H_0 + X_2 a + Y_2 b); \\ v^2 p_2 &= 2(X_2 - X_1) + 4a(H_0 + X_1 a + Y_1 b); \\ v^2 q_1 &= -2(Y_2 - Y_1) + 4b(H_0 + X_2 a + Y_2 b); \\ v^2 q_2 &= 2(Y_2 - Y_1) + 4b(H_0 + X_1 a + Y_1 b), \end{aligned} \right\} \quad (5.48)$$

где приняты обозначения:

$$p_1 = \frac{\partial \theta}{\partial X_1}; \quad p_2 = \frac{\partial \theta}{\partial X_2}; \quad q_1 = \frac{\partial \theta}{\partial Y_1}; \quad q_2 = \frac{\partial \theta}{\partial Y_2};$$

$$a = \sin \varphi \cdot \cos \psi; \quad b = \sin \varphi \cdot \sin \psi.$$

Полученная система нелинейна, но решение ее не представляет трудностей. Мы здесь не будем выписывать формулы для искомых эффективных параметров, в том числе и по той причине, что пока нет полной уверенности в возможности практической реализации решения обратной задачи по четырехмерному полю в дифференциальной форме.

Нахождение интегральных эффективных значений по системе линейных зондирований, произвольно расположенных на плоскости XOY , имеет непосредственное отношение к практике интерпретации.

Пусть на плоскости наблюдений имеется n пар линейных зондирований, ориентированных под любыми азимутами. Для каждого из них в произвольно выбранной системе координат

известны координаты источника (X_1, Y_1) и приемника (X_2, Y_2) . Допускаем, что количество зондирований $n > 4$ и, следовательно, возникает необходимость уравнивания по способу наименьших квадратов. Аппроксимируемую временную функцию (5.6') запишем в виде

$$\theta = [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2] \alpha + 4(X_1 \beta + Y_1 \gamma + \delta)(X_2 \beta + Y_2 \gamma + \delta), \quad (5.49)$$

где введены новые обозначения для искомых параметров:

$$\alpha = \frac{1}{v^2}; \quad \beta = \frac{\sin \varphi \cdot \cos \psi}{v}; \quad \gamma = \frac{\sin \varphi \cdot \sin \psi}{v}; \quad \delta = \frac{H_0}{v}.$$

Исходя из основного условия

$$\sum_{h=1}^n \{ \theta_h - [(X_{2h} - X_{1h})^2 + (Y_{2h} - Y_{1h})^2] \alpha - 4(X_{1h} \beta + Y_{1h} \gamma + \delta)(X_{2h} \beta + Y_{2h} \gamma + \delta) \}^2 = \min,$$

выполняя дифференцирование по параметрам $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ и приравнявая производные нулю, получим следующую систему нормальных уравнений для нахождения эффективных параметров:

$$\sum \{ \theta - [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2] \alpha - 4(X_1 \beta + Y_1 \gamma + \delta) \times (X_2 \beta + Y_2 \gamma + \delta) \} [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2] = 0; \quad (5.50)$$

$$\sum \{ \theta - [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2] \alpha - 4(X_1 \beta + Y_1 \gamma + \delta) \times (X_2 \beta + Y_2 \gamma + \delta) \} [X_1(X_2 \beta + Y_2 \gamma + \delta) + X_2(X_1 \beta + Y_1 \gamma + \delta)] = 0; \quad (5.51)$$

$$\sum \{ \theta - [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2] \alpha - 4(X_1 \beta + Y_1 \gamma + \delta) \times (X_2 \beta + Y_2 \gamma + \delta) \} [Y_1(X_2 \beta + Y_2 \gamma + \delta) + Y_2(X_1 \beta + Y_1 \gamma + \delta)] = 0; \quad (5.52)$$

$$\sum \{ \theta - [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2] \alpha - 4(X_1 \beta + Y_1 \gamma + \delta) \times (X_2 \beta + Y_2 \gamma + \delta) \} [(X_2 + X_1) \beta + (Y_2 + Y_1) \gamma + 2\delta] = 0. \quad (5.53)$$

Приведенная система нелинейных уравнений по своей общей структуре в определенной степени сходна с рассмотренной более подробно выше системой (5.43), хотя, естественно, конкретные выражения для коэффициентов будут совершенно иными. В связи с этим здесь не воспроизводятся преобразования, необходимые при подготовке решения на ЭВМ. Предполагается, что это в принципе нетрудно сделать при подготовке программы.

После вычисления значений $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ переход к первоначальным параметрам осуществляется по формулам

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}; \quad H_0 = \frac{\delta}{\sqrt{\alpha}}; \quad \sin \varphi = \sqrt{\frac{\beta^2 + \gamma^2}{\alpha}}; \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{\gamma}{\beta}.$$

Как и для двумерной задачи, рассмотренной в гл. 4, в трехмерном варианте вполне возможно построить решение обратной задачи в более общем случае, когда источники и приемники более или менее произвольно располагаются в пространстве. Это, в частности, имеет место в условиях сильно пересеченного рельефа, размещения источников (либо приемников) в скважинах сравнительно большой глубины и др. Естественно, по-прежнему соблюдается исходное предположение, что отражающая граница локально плоская и $v = \text{const}$.

Решение задачи в этом общем случае строится на основе уравнения обобщенного поля (5.6), причем положение координатной плоскости XOY может выбираться произвольно.

Существенная вычислительная трудность данной задачи состоит в том, что аппроксимирующая временная функция будет содержать иррациональные выражения. Так, если использовать введенные ранее переменные $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, то (5.6) запишется в виде

$$\begin{aligned} \theta = & [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2] \alpha + \\ & + 4(\delta + X_1\beta + Y_1\gamma - Z_1\sqrt{\alpha - \beta^2 - \gamma^2}) \times \\ & \times (\delta + X_2\beta + Y_2\gamma - Z_2\sqrt{\alpha - \beta^2 - \gamma^2}). \end{aligned} \quad (5.54)$$

В связи с наличием иррациональности выражения для нормальных уравнений примут достаточно сложный вид, что затруднит составление программ решения задачи на ЭВМ. Вместе с тем указанная трудность при современном высоком уровне вычислительной математики, безусловно, преодолима.

ЛИТЕРАТУРА

- Берзон И. С. Интерпретация поверхностных годографов отраженных волн.— «Изв. АН СССР. Серия геофиз.», 1946, № 1.
- Берзон И. С. О некоторых вопросах кинематики распространения дифрагированных сейсмических волн.— В кн.: Труды Геофиз. ин-та АН СССР, 1950, № 9, с. 67—83.
- Берзон И. С. Сейсморазведка тонкослоистых сред. М., «Недра», 1976. 216 с.
- Берзон И. С. Эффективные скорости в случае непрерывного изменения скорости с глубиной.— «Изв. АН СССР. Серия геофиз.», 1955, № 4.
- Берзон И. С., Ратникова Л. И., Рац-Хизгия М. И. Сейсмические обменные отраженные волны. М., «Наука», 1966. 213 с.
- Больших С. Ф. О приближенном представлении годографа отраженных волн в случае многослойной покрывающей среды.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 15. М., «Недра», 1956, с. 3—13.
- Васильев Ю. А. Решение кинематической задачи для центральных лучей в случае криволинейных границ раздела.— В кн.: Вопросы разведочной геофизики. Львов, 1962, с. 88—94.
- Вейцман Б. А. Аналитическое определение эффективной скорости по годографу отраженной волны.— В кн.: Разведочная и промысловая геофизика. Вып. 47. М., 1963, с. 24—37.
- Гамбурцев Г. А. Основы сейсморазведки. М., Гостоптехиздат, 1959, с. 217—305.
- Глотов О. К. Решение пространственных задач сейсморазведки способом центровых лучей. МГ СССР, ЭИ, сер. IX, вып. 9, ВИЭМС, М., 1974, с. 1—26.
- Гольдин С. В. К теории пространственных систем наблюдений и интерпретации данных МОВ.— «Геология и геофизика», 1977, № 7, с. 95—107.
- Гольдин С. В., Черняк В. С. Эффективные параметры годографов и полей времен отраженных волн в неоднородных средах.— «Геология и геофизика», 1976а, № 8, с. 102—112.
- Гольдин С. В., Черняк В. С. Аналоги формулы Дикса для слоисто-однородных сред с негоризонтальными границами.— «Геология и геофизика», 1976б, № 10, с. 122—129.
- Гурвич И. И. Сейсмическая разведка. М., «Недра», 1970, с. 3—545.
- Епинатьева А. М. О годографах отраженных волн при наличии вертикального градиента скорости.— «Изв. АН СССР. Серия геофиз.», 1946, № 1.
- Иванов Л. И. Способы совершенствования метода общей глубинной точки при поисках нефтегазоносных структур. Канд. дис., 1974.
- Козлов Е. А. Регулируемая направленность в методе общей глубинной точки.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 61. М., «Недра», 1970, с. 21—35.
- Куличихина Т. Н. Об условиях образования точек возврата и замкнутых петель на годографах отраженных волн.— В кн.: Разведочная и промысловая геофизика. Вып. 35. М., 1960, с. 3—12.
- Левин А. Н. Влияние наклона промежуточной границы на точность определения эффективной скорости по годографу отраженных волн.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 62. М., «Недра», 1971, с. 26—31.
- Левин А. Н. Эффективные скорости и годографы отраженных волн для слоистых сред с негоризонтальными границами раздела.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 76. М., «Недра», 1974, с. 69—78.
- Левин А. Н. Лучевой способ вычисления предельных значений эффективных скоростей в средах с криволинейными границами раздела.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 78. М., «Недра», 1975, с. 31—38.
- Левин А. Н. Лучевой способ вычисления предельных значений эффектив-

- ной скорости в случае слоисто-изотропных сред с поверхностями раздела произвольной формы.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 84. М., «Недра», 1976, с. 32—45.
- Мешбей В. Н. Сейсморазведка методом общей глубинной точки. М., «Недра», 1973. 148 с.
- Мишенькина З. Р. Интерпретация годографов рефрагированных волн при наличии вертикального и горизонтального градиентов скорости.— «Физика Земли», 1967, № 4, с. 84—91.
- Невский М. В. Квазианизотропия скоростей сейсмических волн. М., «Наука», 1974. 79 с.
- Недашковский И. Ю., Никольский Э. В., Потапов С. В. О регистрации обменных отраженных волн типа PS в южной части Западно-Сибирской низменности.— В кн.: Экспериментальные исследования поперечных и обменных волн. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962, с. 172—181.
- Нефедкина Т. В. Исследование годографов отраженных волн от наклонной границы в случае градиентной покрывающей среды.— «Геология и геофизика», 1970, № 11, с. 13—28.
- Оболенцева И. Р. Прямые трехмерные задачи геометрической сейсмологии. Новосибирск, изд. ИГиГ СО АН СССР, 1976, с. 5—106.
- Павленкова Н. И. Волновые поля и модель земной коры. Киев, «Наукова думка», 1973. 207 с.
- Петрашень Г. И., Нахамкин С. А. Продолжение волновых полей в задачах сейсморазведки. Л., «Наука», 1973. 168 с.
- Поперечные и обменные волны в сейсморазведке. Сб. статей. М., «Недра», 1967, с. 171—226.
- Пузырев Н. Н. Интерпретация годографов отраженных волн для неоднородных непрерывных сред. Канд. дис. М., 1953.
- Пузырев Н. Н. О влиянии кривизны границы раздела при определении скорости по годографам отраженных волн.— В кн.: Прикладная геофизика. М., Гостоптехиздат, 1955, с. 53—62.
- Пузырев Н. Н. Интерпретация данных сейсморазведки методом отраженных волн. М., Гостоптехиздат, 1959. 434 с.
- Пузырев Н. Н. Использование закона тангенсов при решении некоторых задач геометрической сейсмологии.— «Геология и геофизика», 1962, № 11, с. 86—94.
- Пузырев Н. Н. К теории интерпретации точечных сейсмических наблюдений.— «Геология и геофизика», 1963, № 9, с. 66—81.
- Пузырев Н. Н. Эффективные параметры годографа отраженных волн конечной длины для горизонтально-слоистой среды.— «Физика Земли», 1969, № 4, с. 39—50.
- Пузырев Н. Н. Двухмерные временные поля отраженных волн.— «Геология и геофизика», 1973, № 1, с. 94—104.
- Пузырев Н. Н. Об инвариантах временных полей.— «Геология и геофизика», 1974а, № 3, с. 64—69.
- Пузырев Н. Н. Об особенностях временных полей отраженных волн для криволинейных границ раздела.— «Геология и геофизика», 1974б, № 11, с. 101—106.
- Пузырев Н. Н. Эффективные параметры отраженных волн для двухмерной модели.— «Геология и геофизика», 1974в, № 12, с. 67—78.
- Пузырев Н. Н. Отображение структур на временных разрезах.— В кн.: Экспериментальные и теоретические исследования отраженных волн. Новосибирск, «Наука», 1975а, с. 106—134.
- Пузырев Н. Н. О способах интерпретации годографов обменных отраженных волн типа PS.— В кн.: Вопросы теории и интерпретации сейсмических волн. Новосибирск, изд. ИГиГ СО АН СССР, 1975б, с. 5—45.
- Пузырев Н. Н. О пространственном временном поле отраженных волн.— «Геология и геофизика», 1976а, № 2, с. 98—106.
- Пузырев Н. Н. Эффективные параметры в методе отраженных волн для трехмерных моделей произвольного вида.— «Геология и геофизика», 1976б, № 5, с. 96—101.
- Пузырев Н. Н. Определение параметров градиентного слоя по годографу отраженных волн.— «Геология и геофизика», 1976в, № 9, с. 102—108.
- Пузырев Н. Н. Решение одномерной обратной задачи в методе отраженных волн с учетом возмущений.— «Геология и геофизика», 1977, № 1, с. 81—88.
- Пузырев Н. Н., Володина К. Н., Лебедева Г. Н., Токмулина Л. Р. Отклонение годографа отраженных волн для горизонтально-слоистой среды от гиперболы.— «Геология и геофизика», 1969, № 11, с. 82—89.
- Пузырев Н. Н., Крылов С. В., Мишенькин Б. П. Методика рекогносцировочных глубинных сейсмических исследований. Новосибирск, «Наука», 1975. 152 с.
- Пузырев Н. Н., Крылов С. В., Потапов С. В. Точечные сейсмические зондирования.— В кн.: Методика сейсморазведки. Новосибирск, «Наука», 1965, с. 5—70.
- Пузырев Н. Н., Чернякова Л. А. Особенности полей времен $t(X, l)$ и годографов ОГТ для отражающих границ круговой формы.— «Геология и геофизика», 1974, № 10, с. 100—114.
- Пузырев Н. Н., Чернякова Л. А. Поле времен $t(X, l)$ и годограф ОГТ для отражающей границы, состоящей из прямолинейных отрезков.— «Геология и геофизика», 1975, № 1, с. 101—110.
- Ризниченко Ю. В. Применение метода полей времен на практике.— В кн.: Прикладная геофизика. М., Гостоптехиздат, 1945, с. 62—76.
- Ризниченко Ю. В. Пространственная задача интерпретации годографов отраженных волн.— «Изв. АН СССР. Серия геофиз.», 1946а, № 1.
- Ризниченко Ю. В. Геометрическая сейсмология слоистых сред. М., изд. АН СССР, 1946б. 100 с.
- Ризниченко Ю. В. Способ теоретических годографов. М., Госгеолитиздат, 1949. 20 с.
- Соколов П. Т. Физические и теоретические основы сейсмического метода геологической разведки. Горно-геол. нефт. изд-во, 1933.
- Справочник геофизика-разведчика. Т. IV. М., «Недра», 1966, с. 97—182.
- Суворов В. Д. Интерпретация полей времен $t(X, l)$ отраженных волн в случае неоднородных сред.— В кн.: Экспериментальные и теоретические исследования отраженных волн. Новосибирск, «Наука», 1975, с. 90—105.
- Уорсинг А., Геффнер Дж. Методы обработки экспериментальных данных. М., ИЛ, 1953. 254 с.
- Урупов А. К. Изучение скоростей в сейсморазведке. М., «Недра», 1966. 212 с.
- Урупов А. К., Николаев И. В., Татариду Н. П., Силаев В. А., Ахматов Е. В. Интерпретация поверхностных годографов отраженных волн при крестовых наблюдениях.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 74. М., «Недра», 1974, с. 13—22.
- Урупов А. К., Николаев И. В., Харлова О. И., Денисов В. Н. Определение эффективной скорости при многократных перекрытиях в трехмерной задаче МОВ.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 81. М., «Недра», 1976, с. 53—57.
- Физический энциклопедический словарь. Т. 1. М., «Советская энциклопедия», 1962, с. 501.
- Физический энциклопедический словарь. Т. 5. М., «Советская энциклопедия», 1966, с. 295—296.
- Черняк В. С. Расчет эффективных скоростей в МОВ и МОГТ для слоистых сред с наклонными и криволинейными границами.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 71. М., «Недра», 1973, с. 71—79.
- Шалимов Б. П. Совершенствование методики сейсморазведки МОВ сложнопостроенных структур. Канд. дис. Новосибирск, 1973.
- Экспериментальные и теоретические исследования отраженных волн. Сб. статей. Новосибирск, «Наука», 1975, с. 5—76.
- Dobrin M. B. Introduction to geophysical prospecting. McGraw-Hill book Company, n-7, 1976, pp. 201—253.
- Dunkin I. W., Levin F. K. Isochrons for a three-dimensional seismic system.— «Geophysics», 1971, v. 36, N 6, pp. 1099—1137.
- Shah P. M. Use of wavefront curvature to relate seismic data with subsurface parameters.— «Geophysics», 1973, v. 38, N 5, pp. 812—825.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Введение	7
§ 1.1. Основные понятия геометрической сейсмологии	—
§ 1.2. Поля времен и годографы	11
1.2.1. Годографы и локальные временные поля	—
1.2.2. Обобщенные временные поля для систем источников и приемников	14
1.2.3. Интегральные обобщенные поля времен и годографы	17
1.2.4. Примеры расчета обобщенных полей и годографов	19
§ 1.3. Модели сейсмических сред и их характеристики	24
1.3.1. Общие сведения о сейсмических моделях	—
1.3.2. Классификация моделей сред	26
1.3.3. Интегральные характеристики сейсмических сред	31
Глава 2. Отраженные волны в средах с горизонтальными границами	—
§ 2.1. Поле времен и годографы монотипных отраженных волн	41
2.1.1. Однородная среда	—
2.1.2. Слоистая среда	45
2.1.3. Градиентная среда	54
2.1.4. Оценка отклонений годографа от гиперболы	56
2.1.5. Кратные волны	59
2.1.6. Изображение на поле времен «точечной» аномалии	60
2.1.7. Об условии пересечения годографов	61
§ 2.2. Дифференциальные эффективные параметры	63
2.2.1. Вводное замечание	—
2.2.2. Общие формулы	64
2.2.3. Слоистая среда	66
2.2.4. Непрерывная среда	71
2.2.5. Переход от эффективной скорости к пластовой	74
2.2.6. О дифференциальной эффективной скорости для анизотропной модели	76
2.2.7. Кратные волны	78
§ 2.3. Интегральные эффективные параметры	79
2.3.1. Определение и общие замечания	79
2.3.2. Решение задачи способом квадратичных координат	81
2.3.3. Об эффективных параметрах, определяемых различными способами	86
2.3.4. Соотношение между интегральными и дифференциальными параметрами	88
2.3.5. О вычислении интегральных эффективных параметров при произвольном расположении источников и приемников в среде	90
2.3.6. Вычисление эффективных параметров по совокупности наблюдений, относящихся к различным границам	—
§ 2.4. Гетерогенные эффективные параметры	92
2.4.1. К постановке задачи	—

2.4.2. Определение параметров градиентного слоя по годографу отраженных волн	94
2.4.3. Вычисление эффективных параметров с учетом априорной информации	100
§ 2.5. Обменные PS и SP волны	103
2.5.1. Однородная среда	—
2.5.2. Неоднородная по вертикали среда	106
2.5.3. Решение обратной задачи в дифференциальной форме (однородная среда)	108
2.5.4. Вычисление дифференциальных эффективных параметров	109
2.5.5. О вычислении интегральных эффективных параметров для обменных волн	113
Глава 3. Временные поля и годографы отраженных волн в двухмерных средах	115
§ 3.1. Временные поля монотипных отраженных волн для сред с одной наклонной границей в случае однородной среды	—
3.1.1. Локальные временные поля и годографы	—
3.1.2. Двухмерное обобщенное поле времен	121
3.1.3. Частные временные поля в случае расположения источников и приемников на оси абсцисс	122
3.1.4. Особенности и параметры полей $t(X, l)$	127
3.1.5. Некоторые особенности временных полей других типов	132
§ 3.2. Криволинейные отражающие границы	134
3.2.1. Общие формулы	—
3.2.2. Поля дифрагированных волн	138
3.2.3. Границы, состоящие из прямолинейных отрезков	139
3.2.4. Круговая граница	150
3.2.5. Особенности временных полей для границ переменной кривизны	164
3.2.6. Об особенностях временных разрезов для криволинейных границ	168
§ 3.3. Особенности временных полей и годографов для неоднородных сред	172
3.3.1. О связи между годографами $t(l)$ и временными функциями $t(X, l)$ для типичных моделей сред	172
3.3.2. Модель градиентного слоя	175
3.3.3. Особенности временных полей для некоторых типов сложных сред	186
3.3.4. Способ корректирующих функций приближенного представления годографов и временных полей	192
3.3.5. О связи между локальными параметрами поля времен для сложных моделей сред	200
3.3.6. О временных полях кратных волн	201
§ 3.4. Обменные отраженные волны	205
3.4.1. Годограф ОТВ и его приближенные представления	—
3.4.2. Поля времен $t(X, l)$ и годограф симметричных точек	212
3.4.3. Годограф ОГТ для обменной волны PS	215
Глава 4. Эффективные параметры для двухмерных моделей сред	220
§ 4.1. Дифференциальные эффективные параметры	—
4.1.1. Определение дифференциальных эффективных параметров по годографам	—
4.1.2. Общее решение на основе частных временных полей	222
4.1.3. Дифференциальные параметры для криволинейных отражающих границ	225
4.1.4. Некоторые частные случаи сложных моделей сред	230
4.1.5. О гетерогенных дифференциальных эффективных параметрах	235
4.1.6. О вычислении эффективных параметров в случае частного поля произвольного вида	236

4.1.7. К вопросу о вычислении дифференциальных эффективных параметров для обменных PS волн	237
§ 4.2. Интегральные эффективные параметры	238
4.2.1. О способах определения интегральных эффективных параметров по годографам отраженных волн	—
4.2.2. Общие формулы для произвольных систем наблюдений	241
4.2.3. Интегральные эффективные скорости для криволинейных границ раздела	245
4.2.4. Некоторые данные об интегральных эффективных параметрах для сложных моделей сред	250
4.2.5. О вычислении гетерогенных эффективных параметров	252
§ 4.3. Комплексная обработка нескольких временных полей	255
4.3.1. К постановке задачи	—
4.3.2. Общие формулы для нескольких полей для модели $v=\text{const}$, $\varphi=\text{const}$, $H=\text{var}$	256
4.3.3. Совместная обработка данных продольных и поперечных волн	260

Глава 5. Пространственные временные поля и методы их интерпретации

§ 5.1. Понятие пространственного временного поля отраженных волн	263
5.1.1. Локальные пространственные поля и поверхностные годографы	—
5.1.2. О произвольной системе линейных зондирований	—
5.1.3. Обобщенное поле времен для плоской границы и $v=\text{const}$	265
5.1.4. Интегральное временное поле для плоской границы и $v=\text{const}$	267
5.1.5. Интегральные временные поля для сложных моделей сред	272
§ 5.2. Эффективные параметры для трехмерных моделей сред	278
5.2.1. Эффективные параметры, определяемые по поверхностному годографу с фиксированным источником	—
5.2.2. Дифференциальные параметры для временного поля $M(X, Y, t)$	280
5.2.3. Определение интегральных параметров по полю $M(X, Y, t)$	282
5.2.4. Об эффективных параметрах, определяемых по полю $t=t(X_1, X_2, Y_1, Y_2)$	286
Литература	289

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
72	10 снизу	где $a = \frac{1}{H}$	где $a = \frac{1}{H}$
90	4 сверху	$H_{e0} \cong H_e^t$	$H_{e0} \cong H_{et}$
122	2 снизу	$(X_1, t) X_2 = \text{const}$	$(X_1, t) X_2 = \text{const}$
154	11 сверху	вычислять ΔS заменив величину $H_c = \dots$	вычислять величину ΔS , заменив $H_c = \dots$
283	8 снизу	$-4d_k^2 \sum Y\lambda - c^2 \sum \lambda -$ $-8d_k d_k \sum X Y \lambda - \dots$	$-4d_k^2 \sum Y\lambda - c^2 \sum \lambda -$ $-8d_k a_k \sum X Y \lambda - \dots$

Н. Н. Пузырев. Временные поля отраженных волн и метод эффективных параметров.

4.1.7. К вопросу о вычислении дифференциальных эффективных параметров для обменных PS волн	237
§ 4.2. Интегральные эффективные параметры	238
4.2.1. О способах определения интегральных эффективных параметров по годографам отраженных волн	—
4.2.2. Общие формулы для произвольных систем наблюдений	241
4.2.3. Интегральные эффективные скорости для криволинейных границ раздела	245
4.2.4. Некоторые данные об интегральных эффективных параметрах для сложных моделей сред	250
4.2.5. О вычислении гетерогенных эффективных параметров	252
§ 4.3. Комплексная обработка нескольких временных полей	255
4.3.1. К постановке задачи	—
4.3.2. Общие формулы для нескольких полей для модели $v=\text{const}$, $\varphi=\text{const}$, $H=\text{var}$	256
4.3.3. Совместная обработка данных продольных и поперечных волн	260
Глава 5. Пространственные временные поля и методы их интерпретации	
§ 5.1. Понятие пространственного временного поля отраженных волн	263
5.1.1. Локальные пространственные поля и поверхностные годографы	—
5.1.2. О произвольной системе линейных зондирований	—
5.1.3. Обобщенное поле времен для плоской границы и $v=\text{const}$	265
5.1.4. Интегральное временное поле для плоской границы и $v=\text{const}$	267
5.1.5. Интегральные временные поля для сложных моделей сред	272
§ 5.2. Эффективные параметры для трехмерных моделей сред	278
5.2.1. Эффективные параметры, определяемые по поверхностному годографу с фиксированным источником	—
5.2.2. Дифференциальные параметры для временного поля	—

Николай Никитович Пузырев

ВРЕМЕННЫЕ ПОЛЯ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН И МЕТОД ЭФФЕКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Ответственный редактор
Сергей Васильевич Крылов

Редактор издательства *Е. С. Иванова*
Художественный редактор *М. Ф. Глазырина*
Художник *Е. Ф. Зайцев*
Технический редактор *Г. Я. Герасимчук*
Корректор *В. И. Кокшарова*

ИБ № 9944

Сдано в набор 14.02.78. Подписано в печать 13.12.78. МН-02125. Формат 60×90^{1/16}. Бумага типографская № 2. Литературная гарнитура. Высокая печать. Усл. печ. л. 18,5. Уч.-изд. л. 19,5. Тираж 1800 экз. Заказ № 45.
Цена 3 р. 30 к.

Издательство «Наука», Сибирское отделение, 630099, Новосибирск, 99, Советская, 48.
4-я типография издательства «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

**В СИБИРСКОМ ОТДЕЛЕНИИ
ИЗДАТЕЛЬСТВА «НАУКА»**

готовятся к выпуску следующие книги:

Верхняя юра и граница ее с меловой системой.

Кузнецов П. П. Структурные особенности гипербазитовых поясов Алтае-Саянской складчатой области.

Силур Сибирской платформы. Новые региональные и местные стратиграфические подразделения.

Зыкин В. С. Стратиграфия и униониды плиоцена юга Западно-Сибирской равнины.

Царев Д. И. Магматические и метасоматические процессы в формировании игнимбритов.

Базитовые и ультрабазитовые комплексы Сибири.

Нижний карбон Средней Сибири.

Книги высылаются наложенным платежом. Заказы направляйте по адресу: 630090, Новосибирск, 90, Морской проспект, 22. Магазин «Наука».