

6
A-43
АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

СОВЕТ СЕКЦИИ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК ОБЪЕДИНЕННОГО УЧЕНОГО СОВЕТА
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ И ТЕХНИЧЕСКИМ НАУКАМ

На правах рукописи

Л.С. ТИМОНЕН

ВОПРОСЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА ПРИБОРОВ
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ ЗАКОНОВ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Автореферат диссертации,
представленной на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Новосибирск
1966

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
С И Б И Р С К О Е О Т Д Е Л Е Н И Е

Совет секции технических наук Объединенного ученого совета
по физико-математическим и техническим наукам

На правах рукописи

Л.С. ТИМОНЕН

ВОПРОСЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА ПРИБОРОВ
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ ЗАКОНОВ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Автореферат диссертации,
представленной на соискание ученой
степени кандидата технических
наук

Научный руководитель -
член-корреспондент АН СССР,
доктор технических наук,
профессор
К.Б. КАРАНДЕЕВ

Новосибирск
1966

Современное бурное развитие науки и техники неразрывно связано с изучением случайных явлений, протекающих во времени, или, иначе, случайных процессов. Вследствие этого перед измерительной техникой были поставлены новые проблемы, связанные с разработкой приборов для экспериментального определения количественных характеристик случайных процессов. К числу таких характеристик относятся одномерные законы распределения вероятностей.

В различных областях исследований очень часто возникает задача экспериментального определения одномерных законов распределения вероятностей стационарных случайных процессов, обладающих свойством эргодичности. Эта задача встречается в акустике, автоматическом управлении и регулировании, геофизике, технике связи и радиолокации, биологии и медицине, а также в измерительной технике при анализе случайных погрешностей и при информационной оценке измерительных приборов.

В настоящее время создано большое число разнообразных приборов, предназначенных для экспериментального определения (получения оценки) одномерных интегральных и дифференциальных законов распределения вероятностей эргодических стационарных случайных процессов. Расширение области применения данных приборов и повышение требований к их точности вызвали необходимость исследования систематических и случайных погрешностей получаемых оценок (задача анализа) и поиска более эффективных методов и средств экспериментального определения одномерных законов распределения вероятностей (задача синтеза).

Сформулированные задачи анализа и синтеза рассматриваются в работах И.Г.Акопяна, М.С.Александрова, В.М.Бабурина, И.Н.Бочарова; Р.А.Валитова, К.И.Палатова и А.Е.Черного; В.С.

Горбенко, Н.А. Лившица и В.Н. Пугачева, Н.М.Маляровского, В.А.Прянишникова, В.В.Чиликина и других. В работах этих авторов наиболее полно решены задачи анализа и синтеза приборов, осуществляющих обработку реализаций исследуемых процессов по методу дискретной выборки. Меньше внимания уделено приборам, осуществляющим обработку реализаций по методам, основанным на непрерывной выборке. В частности, не разработана методика вычисления случайных погрешностей оценок в случае, когда оцениваемый одномерный закон распределения отличается от нормального (или релеевского) и для его определения используются методы, основанные на непрерывной выборке; не проанализированы инструментальные погрешности оценок, возникающие вследствие технического несовершенства приборов; не исследованы возможности применения метода среднего значения для определения оценок одномерных интегральных законов распределения вероятностей.

Решение перечисленных выше задач анализа и синтеза приборов для определения одномерных законов распределения вероятностей эргодических стационарных случайных процессов и составляет основное содержание диссертационной работы.

Работа состоит из введения, пяти глав, заключения.

Во введении формулируются основные задачи исследования. В первой главе проведена систематизация экспериментальных методов оценки одномерных законов распределения вероятностей; дан обзор приборов, реализующих эти методы; описана обобщенная структурная схема и перечислены основные технические характеристики рассматриваемых приборов. Во второй и третьей главах проанализированы методические и инструментальные погрешности оценок одномерных законов распределения. Четвертая глава посвящена вопросам синтеза приборов для оценки одномерных интегральных законов распределения по методу среднего значения. В пятой главе рассмотрен метод экспериментального определения одномерных и двумерных законов распределения вероятностей двоичных случайных последовательностей и описан прибор, реализующий данный метод.

I

Исходным статистическим материалом, который подвергается обработке с целью определения одномерного интегрального или дифференциального закона распределения вероятностей исследуемого эргодического стационарного случайного процесса, являются

реализации этого процесса, полученные в результате эксперимента. Поскольку исследуемый процесс обладает свойством эргодичности, то для определения одномерных законов распределения достаточно обработать только одну его реализацию. В ходе статистической обработки может использоваться либо вся реализация исследуемого процесса (непрерывная выборка), либо совокупность ее отсчетов (значений), взятых в некоторые дискретные моменты времени (дискретная выборка).

Эмпирический закон распределения, полученный в результате обработки реализации, будем называть оценкой соответствующего закона распределения исследуемого процесса, а способ обработки реализации - методом оценки.

Как показано в работе, известные в настоящее время экспериментальные методы оценки можно подразделить на [I]:

- прямые методы оценки,

- косвенные методы оценки, основанные на определении одномерных законов распределения по известным другим вероятностным характеристикам исследуемого процесса.

Прямые методы оценки включают: 1) метод относительного времени пребывания, основанный на непрерывной выборке; 2) методы дискретной выборки. В зависимости от того, в какие моменты времени берутся отсчеты реализации исследуемого процесса, методы дискретной выборки подразделяются на метод некоррелированной периодической дискретной выборки (метод независимых опытов), метод коррелированной периодической дискретной выборки и метод случайной дискретной выборки.

Косвенные методы оценки включают: 1) метод среднего значения, 2) метод, основанный на определении коэффициентов разложения законов распределения в ряд по ортогональным полиномам. Эти методы базируются на непрерывной выборке.

В случае применения метода относительного времени пребывания оценки интегрального $F(x)$ и дифференциального $\omega(x)$ законов распределения вероятностей исследуемого процесса определяются по его реализации $y(t)$ из следующих соотношений

$$F^*(x, T) = \frac{1}{T} \sum_{\Delta t} \Delta t, \quad \omega^*(x, t) = \frac{1}{T} \sum_{\Delta t_i} \Delta t_i,$$

где: $\sum_{\Delta t} \Delta t_i$ - сумма временных интервалов, в продолжение которых $y(t) \leq x$,
 T - общее время наблюдения реализации,
 x - уровень анализа,

$\sum_{\tau} \Delta t_i'$ - сумма временных интервалов, в продолжение которых $x \leq y(t) < x + \Delta x$,
 Δx - интервал группирования.

Метод среднего значения используется, главным образом, для определения оценок интегральных законов распределения. При применении этого метода непосредственно определяется оценка $m_{\eta}^*(x, T)$ математического ожидания той части реализации $y(t)$ исследуемого процесса $\xi(t)$, которая расположена ниже уровня анализа x , т.е. оценка математического ожидания случайного процесса

$$\eta(x, T) = \begin{cases} \xi(t) - x & \text{при } \xi(t) \leq x \\ 0 & \text{при } \xi(t) > x \end{cases}$$

Поскольку математическое ожидание этого процесса равно

$$m_{\eta}(x) = - \int_{-\infty}^x F(y) dy,$$

то оценку интегрального закона распределения $F(y)$ исследуемого процесса при $y = x$ можно найти из следующего соотношения

$$F^*(x, T) = - \frac{m_{\eta}^*(x + \Delta x, T) - m_{\eta}^*(x, T)}{\Delta x}.$$

Проведенный в работе обзор приборов, предназначенных для определения оценок одномерных законов распределения вероятностей эргодических стационарных случайных процессов, показал, что в настоящее время разработаны и используются приборы, основанные как на прямых, так и на косвенных методах оценки. Эти приборы производят статистическую обработку случайных процессов, реализации которых представлены флуктуациями амплитуды электрического напряжения. Обработка состоит из двух основных операций: безынерционного нелинейного преобразования реализации исследуемого процесса и сглаживания (усреднения) преобразованной реализации.

В диссертации предложена обобщенная структурная схема (рис. I) одноканальных приборов (или отдельных каналов многоканальных приборов), предназначенных для определения одномерных законов распределения вероятностей по методу относительного времени пребывания или по методу среднего значения. Структурная схема содержит предварительный усилитель (ПУ), который в конкретных схемах может отсутствовать; безынерционный нелинейный преобразователь (НП), усредняющее устройство (УУ), регистрирующее устройство (РУ), устройство для воспроизведения заданного значения уровня анализа (УА).

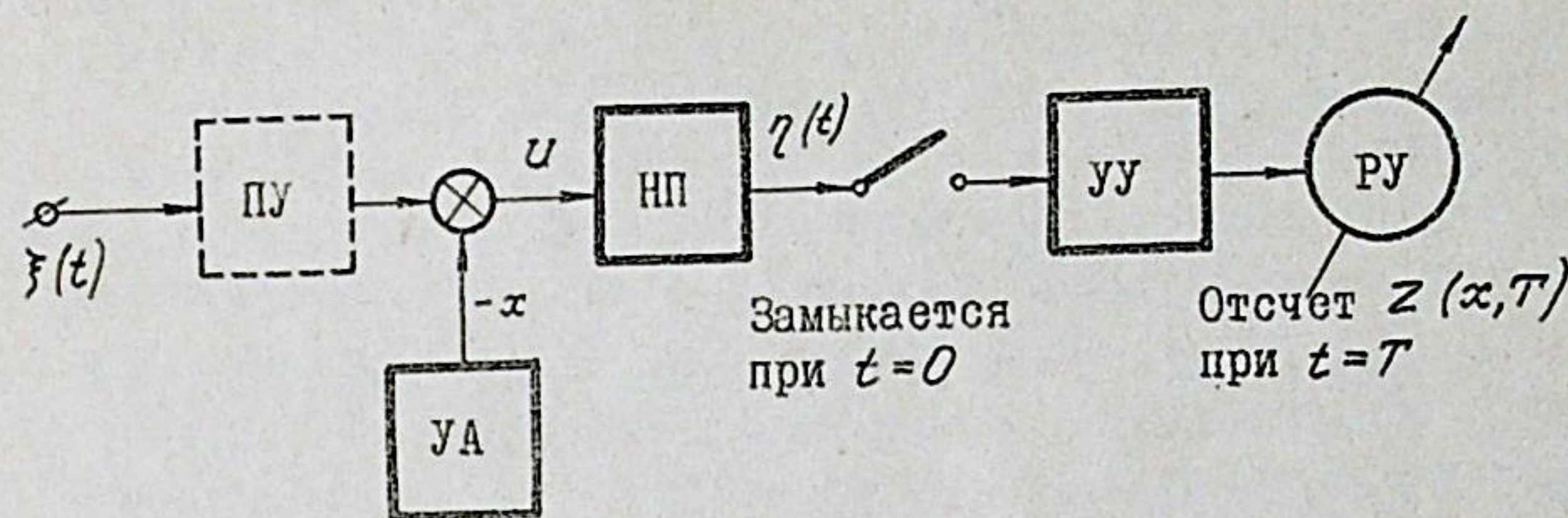


Рис. I

В случае, когда предварительный усилитель не входит в схему прибора, зависимость между реализацией $y(t)$ исследуемого процесса и показанием $Z(x, T)$ регистрирующего устройства в момент времени $t = T$ представляется интегралом Дюамеля

$$z(x, T) = \int_0^T f[y(T-t) - x] Q(t) dt,$$

где: $f(u)$ - характеристика нелинейного преобразователя ($u = y - x$),
 $Q(t)$ - импульсная переходная функция усредняющего устройства.

Вид характеристики нелинейного преобразователя зависит от принятого метода оценки и от того, какой одномерный закон распределения (интегральный или дифференциальный) подлежит оценке. Для определения оценки одномерного интегрального закона распределения требуются нелинейные преобразователи со следующими характеристиками:

- при обработке по методу относительного времени пребывания

$$f(u) = \begin{cases} 1 & \text{при } u \leq 0 \\ 0 & \text{при } u > 0 \end{cases}, \quad (1)$$

- при обработке по методу среднего значения

$$f(u) = \begin{cases} u + \frac{\Delta x}{2} & \text{при } u \leq -\frac{\Delta x}{2} \\ 0 & \text{при } u > \frac{\Delta x}{2} \end{cases}, \quad (2)$$

или

$$f(u) = \begin{cases} 1 & \text{при } u < -\frac{\Delta x}{2} \\ \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{\Delta x}{2} - u \right) & \text{при } -\frac{\Delta x}{2} \leq u \leq \frac{\Delta x}{2} \\ 0 & \text{при } u > \frac{\Delta x}{2} \end{cases} \quad (3)$$

Для определения оценки одномерного дифференциального закона распределения по методу относительного времени пребывания необходим нелинейный преобразователь с характеристикой

$$f(u) = \begin{cases} 0 & \text{при } u < -\frac{\Delta x}{2} \\ \frac{1}{\Delta x} & \text{при } -\frac{\Delta x}{2} < u < \frac{\Delta x}{2} \\ 0 & \text{при } u > \frac{\Delta x}{2} \end{cases} \quad (4)$$

Из рассмотрения обобщенной структурной схемы следует, что при применении нелинейного преобразователя с характеристикой (1), (3) или (4) оценка $\varphi^*(x, T)$ (где $\varphi^*(x, T) = F^*(x, T)$, либо $\varphi^*(x, T) = \omega^*(x, T)$) при фиксированном x пропорциональна показанию регистрирующего устройства, то есть

$$\varphi^*(x, T) = \frac{z(x, T)}{\int_0^T Q(t) dt},$$

тогда как при применении нелинейного преобразователя с характеристикой (2)

$$F^*(x, T) = \frac{z(x, T) - z(x + \Delta x, T)}{\Delta x \int_0^T Q(t) dt}.$$

Предложенная обобщенная структурная схема служит математической моделью, которая используется в работе при исследовании погрешностей оценок одномерных дифференциальных и интегральных законов распределения вероятностей.

II

Исследование погрешностей является главной задачей анализа различных методов получения оценок и приборов, реализующих эти методы. Результаты исследования погрешностей не только позволяют проанализировать уже существующие приборы, но и служат основой для рационального проектирования новых средств получения оценок одномерных законов распределения вероятностей.

Результирующая погрешность оценки зависит как от погрешностей выбранного способа обработки реализации (методические погрешности оценки), так и от погрешностей прибора, осуществляющего требуемую обработку (инструментальные погрешности оценки). Исследование погрешностей первого вида позволяет определить для каждого метода предельно достижимую точность оценки, тогда как изучение погрешностей второго вида дает

возможность проанализировать влияние ошибок отдельных звеньев прибора на результирующую погрешность оценки.

Известно, что при фиксированных x и T оценка $\varphi^*(x, T)$ истинного закона распределения $\varphi(x)$ (где $\varphi(x)$ - одномерный интегральный, либо дифференциальный закон распределения исследуемого процесса) является случайной величиной с математическим ожиданием $M[\varphi^*(x, T)]$ и дисперсией $D[\varphi^*(x, T)]$. Поскольку для эргодических стационарных случайных процессов $M[\varphi^*(x, T)]$ не зависит от времени наблюдения реализации, то величину $\Delta_\varphi(x) = M[\varphi^*(x, T)] - \varphi(x)$ можно рассматривать как систематическую погрешность, характеризующую смещённость оценки. В противоположность математическому ожиданию, дисперсия оценки зависит от времени наблюдения реализации T . При увеличении T дисперсия состоятельной оценки стремится к нулю. Поэтому величину $D[\varphi^*(x, T)]$ можно рассматривать как случайную погрешность оценки.

В диссертационной работе приняты следующие количественные характеристики погрешности оценки $\varphi^*(x, T)$:

- относительная систематическая ошибка

$$\delta_\varphi(x) = \frac{M[\varphi^*(x, T)] - \varphi(x)}{\varphi(x)},$$

- относительная среднеквадратичная ошибка

$$\theta_\varphi(x, T) = \frac{\sqrt{D[\varphi^*(x, T)]}}{M[\varphi^*(x, T)]}$$

Так как при большом T закон распределения оценки $\varphi^*(x, T)$ близок к нормальному, то её достоверность $\rho(x, T)$ (доверительная вероятность) находится из следующего соотношения

$$\rho(x, T) = P\left\{|\varphi^*(x, T) - M[\varphi^*(x, T)]| < \varepsilon M[\varphi^*(x, T)]\right\} = 2\Phi\left[\frac{\varepsilon}{\theta_\varphi(x, T)}\right],$$

где: ε - заданная величина ($\varepsilon > 0$),

P - символ вероятности,

$\Phi[\cdot]$ - нормальный интеграл вероятностей.

Во второй главе работы исследуются методические погрешности оценок одномерных законов распределения вероятностей. Для исследования этих погрешностей используется предложенная обобщенная структурная схема, в которой усредняющее устройство имеет импульсную переходную функцию идеального интегратора.

Из рассмотрения этой схемы получено общее выражение для относительных систематических погрешностей, возникающих при определении оценки интегрального закона по методу среднего значения и дифференциального закона по методу относительно - го времени пребывания

$$\delta_{\varphi}(x) = \frac{1}{\varphi(x)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\frac{\Delta x}{2})^{2k}}{(2k+1)!} \cdot \frac{d^{2k}}{dx^{2k}} \varphi(x). \quad (5)$$

Найденное выражение является обобщением формулы Н.М.Маляревского (Известия ВУЗов - "Радиотехника", 1962, №2) на оценки интегральных законов распределения.

На основе соотношения (5) в работе выведены формулы для расчёта систематических погрешностей оценок ряда конкретных законов распределения (нормального, релеевского, композиции нормального и равномерного, гармонического колебания со случайной фазой). Произведенные по этим формулам расчёты позволили дать рекомендации по выбору интервала группирования Δx , базирующиеся на том, что этот интервал выбирается исходя из допустимой относительной систематической погрешности оценок одномерных законов распределения вероятностей гармонического колебания со случайной фазой. Обоснованием предложенных рекомендаций является также и то, что в настоящее время для экспериментального определения погрешностей приборов используется, главным образом, синусоидальное калибровочное напряжение.

Как показано в работе, для вычисления дисперсии оценки в случае, когда нелинейный преобразователь имеет характеристику вида (1), (2), (3) или (4), можно воспользоваться известными соотношениями (Б.Р.Левин, И.А.Лившиц и В.Н.Пугачёв), согласно которым дисперсия оценки определяется через корреляционную функцию $K_{\eta}(x, T)$ случайного процесса на выходе нелинейного преобразователя. Однако точное вычисление корреляционной функции $K_{\eta}(x, T)$ является весьма сложной и трудоёмкой задачей, для решения которой необходимо знание двумерной плотности распределения вероятностей исследуемого процесса.

В диссертации предложена методика приближенного вычисления дисперсий оценок, не требующая знания двумерной плотности распределения. Сущность предложенной методики состоит в том, что для определения корреляционной функции $K_{\eta}(x, T)$ используется метод статистической линеаризации (И.Е.Козаков),

а для расчета коэффициентов линеаризованной характеристики преобразователя применяется аппроксимация рядами Эджворта одномерных законов распределения исследуемых процессов. Применение этой методики дало возможность получить следующие расчетные соотношения для приближенного вычисления относительной среднеквадратичной ошибки оценки:

- для нелинейных преобразователей с характеристикой (1), (2) и (4)

$$\theta_{\varphi}(x, T) \approx K^* \frac{\sqrt{D}}{M[\varphi^*(x, T)]} \sqrt{\frac{2\tau_0}{T}},$$

- для нелинейных преобразователей с характеристикой (3)

$$\theta_{\varphi}(x, T) \approx K^* \frac{\sqrt{2D}}{M[\varphi^*(x, T)]} \sqrt{\frac{2\tau_0}{T}},$$

где: D - дисперсия исследуемого случайного процесса,
 τ_0 - интервал корреляции процесса,

$K_1^* = \frac{K_1^* + K_2^*}{2}$ - коэффициент линеаризованной характеристики нелинейного преобразователя,

$$K_1^* = \sqrt{\frac{1}{D} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f^2(y-x) dF(y) - \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(y-x) dF(y) \right]^2 \right\}},$$

$$K_2^* = \frac{1}{D} \int_{-\infty}^{\infty} f(y-x)(y-m) dF(y),$$

m - математическое ожидание процесса $\xi(t)$ с одномерным интегральным законом распределения $F(y)$

На примере вычисления относительной среднеквадратичной ошибки оценки одномерной нормальной функции распределения показано, что предложенная методика дает удовлетворительное совпадение с результатами точных расчетов.

Расчетные соотношения, полученные на основе предложенной методики, позволили произвести сопоставление относительных среднеквадратичных ошибок оценок одномерной нормальной функции распределения, найденных по методу относительного времени пребывания и по методу среднего значения. Сопоставление показало, что для получения оценки с заданной относительной среднеквадратичной ошибкой метод среднего значения требует большего времени наблюдения реализации.

Приборы, осуществляющие статистическую обработку реализаций случайных процессов с целью определения одномерных законов распределения вероятностей, вносят в результаты обработки дополнительные погрешности. Эти погрешности принято называть инструментальными, поскольку они обусловлены техническим несовершенством приборов. Инструментальные погрешности оценок возникают, главным образом, вследствие искажений исследуемого процесса предварительным усилителем; отклонений характеристик реальных нелинейных преобразователей от требуемых (т.е. из-за неидеальности характеристик реальных преобразователей); нестабильности и неточности установки заданного значения уровня анализа; приближенного выполнения операции усреднения (интегрирования).

Наиболее детально исследован последний вид погрешностей. Работы ряда авторов (П.И. Кузнецов, Р.Д. Стратонович, В.И. Тихонов, Д. Миддлтон) посвящены задаче о преобразовании законов распределения случайного процесса при его прохождении через линейную систему, примером которой является предварительный усилитель. Однако, для случайных процессов, законы распределения которых отличны от нормального, эта задача в общем случае не решена. Поэтому о преобразовании законов распределения приходится судить по изменению моментов распределения, к числу которых относится математическое ожидание и дисперсия случайного процесса.

В работе проанализировано влияние частотных искажений, вносимых предварительным усилителем, на величину математического ожидания и дисперсии исследуемого процесса $\xi(t)$ [5]. Получена формула для расчета относительного изменения дисперсии процесса $\xi(t)$ при его прохождении через предварительный усилитель

$$\delta_Y = 1 - \frac{2}{Y_0^2} \int_0^\infty \rho(\tau) r(\tau) d\tau,$$

где: δ_Y - относительное изменение дисперсии,
 Y_0 - коэффициент усиления на частоте квазирезонанса,
 $\rho(\tau)$ - нормированная корреляционная функция процесса $\xi(t)$,

$r(\tau)$ - автовариантная функция усилителя.

Данная формула используется для расчета параметров, определяющих частотную характеристику однокаскадного предварительного

усилителя на сопротивлениях с индуктивной коррекцией в цепи анода и без неё. Предложена методика определения постоянных времени цепи анода τ_a и цепи сетки τ_g в случае, когда исследуемый процесс имеет нормированную корреляционную

функцию вида $\rho(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$ или $\rho(\tau) = \frac{\sin \omega\tau}{\omega\tau}$.

В частности, если однокаскадный усилитель без коррекции предназначен для усиления случайных процессов с нормированной корреляционной функцией $\rho(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$, для которых известны пределы изменения параметра $\alpha (\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2)$, то постоянные времени τ_g и τ_a находятся из следующих соотношений

$$\tau_g \approx \frac{1}{\delta_Y^0 \alpha_1}, \quad \tau_a \approx \frac{\delta_Y^0}{\alpha_2},$$

где: δ_Y^0 - допустимое относительное изменение дисперсии усиленного процесса.

В то же время для каскада с корректирующей индуктивностью

$$\tau_a \approx 2,41 \frac{\delta_Y^0}{\alpha_2}.$$

Проведен анализ систематических погрешностей, возникающих из-за неидеальности характеристик нелинейных преобразователей. Показано, что характеристика $f(u)$ ряда реальных нелинейных преобразователей, применяемых для определения оценок одномерных интегральных законов распределения, представляет собой непрерывную монотонно убывающую (или возрастающую) функцию параметра $u = y - x$. При этом для монотонно убывающей функции $\lim_{u \rightarrow -\infty} f(u) = h$ и $\lim_{u \rightarrow \infty} f(u) = 0$, а для монотонно возрастающей функции $\lim_{u \rightarrow -\infty} f(u) = 0$ и $\lim_{u \rightarrow \infty} f(u) = h$. Получено также соотношение для определения систематической погрешности оценки одномерного интегрального закона распределения

$$\Delta_F = M[F^*(x, T)] - F(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m_k}{k!} \frac{d^k}{dx^k} F(x),$$

где: m_k - моменты функции $f(u)$,

$$m_k = \pm \frac{1}{h} \int u^k df(u).$$

(В последней формуле знак "-" берется для монотонно убывающих функций). Установлено, что для рассматриваемых характеристик математическое ожидание оценки $F^*(x, T)$ также представляет собой одномерный интегральный закон распределения, кумулянты (семи-инварианты) которого зависят от кумулянт характеристики преобразователя и оцениваемого интегрального

закона распределения.

В приборах для оценки одномерных законов распределения уровень анализа x задается в виде электрического напряжения. С учетом временного дрейфа, напряжение уровня анализа можно представить в виде суммы двух напряжений: постоянного, равного заданному значению уровня анализа, и флуктуаций, вызванных дрейфом. В этом случае напряжение на входе нелинейного преобразователя будет равно разности исследуемых флуктуаций и флуктуаций вызванных дрейфом. Поэтому вместо оценки одномерного закона распределения исследуемого процесса в данном случае будет определяться оценка закона распределения разности двух случайных процессов. Так как во многих практических случаях флуктуации дрейфа имеют нормальное распределение, то, как показано в работе, погрешность оценки одномерного интегрального закона, возникающая из-за нестабильности уровня анализа, равна

$$\Delta_F(x) \approx \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{d^2}{dx^2} F(x),$$

где: σ^2 — дисперсия флуктуаций, вызванных дрейфом.

В связи с тем, что нестабильность уровня анализа обычно вызвана его медленным дрейфом, флуктуации дрейфа плохо сглаживаются усредняющим устройством, что приводит к увеличению случайных погрешностей оценок.

Действительное значение уровня анализа из-за неточности его установки можно рассматривать как реализацию некоторой случайной величины x_0 с нормальным законом распределения. В этом случае разность между математическим ожиданием m_0 случайной величины x_0 и заданным значением уровня анализа будет характеризовать систематическую погрешность установки, тогда как дисперсия величины x_0 — ее случайную погрешность. Для расчета систематической погрешности оценки одномерного интегрального закона распределения, обусловленной неточностью установки, получена следующая формула

$$\Delta_F(x) \approx F(m_0) - F(x) + \frac{\sigma_0^2}{2} \frac{d^2}{dm_0^2} F(m_0).$$

IV

Основной недостаток большинства приборов, реализующих метод дискретной выборки или метод относительного времени пребывания, заключается в том, что при расширении энергетического спектра исследуемых процессов резко возрастают

погрешности получаемых оценок одномерных законов распределения. Это объясняется тем, что применяемые в этих приборах нелинейные преобразователи на электронных лампах, полупроводниковых диодах и триодах при работе на высоких частотах вносят значительные погрешности в результаты обработки. Поэтому такие приборы предназначены, в основном, для обработки реализаций случайных процессов, спектр которых не выходит за пределы диапазона звуковых частот. Исключение составляют приборы, в которых требуемое преобразование выполняется с помощью дорогостоящих специализированных электронно-лучевых трубок (M. Drayson. *Electronic engineering*, 1959, N 380).

В диссертации обоснована целесообразность применения нелинейных преобразователей на вакуумных диодах в приборах для определения оценок одномерных интегральных законов распределения случайных процессов с широким спектром.

Предложена, теоретически и экспериментально исследована схема прибора на диодных ограничителях. Исследования показали, что из-за наличия паразитных емкостей, шунтирующих нагрузку, диодные ограничители могут применяться для обработки случайных процессов, верхняя граница спектра которых не выходит за пределы 50÷100 кГц.

Проанализирована схема квазипикового детектора, который отличается от обычной схемы детектора с открытым входом только тем, что в цепь диода включено дополнительное активное сопротивление, увеличивающее постоянную времени заряда емкости нагрузки C . Поскольку емкость C включена параллельно сопротивлению нагрузки схемы, то в квазипиковом детекторе устранено влияние на его работу паразитных емкостей, шунтирующих это сопротивление. Поэтому данная схема работает в более широком частотном диапазоне, чем диодные ограничители. В результате анализа схемы квазипикового детектора выведены соотношения для расчета систематических и случайных погрешностей получаемых оценок одномерных интегральных законов распределения. Из полученных соотношений следует, что в квазипиковом детекторе уровень анализа зависит от напряжения на выходе схемы.

Для устранения этого недостатка предложена схема квазипикового детектора с положительной обратной связью (рис. 2). Исследования предложенной схемы показали, что при $K=1$ (K — коэффициент усиления усилителя в цепи обратной связи) обеспечивается независимость уровня анализа от напряжения

на выходе схемы.

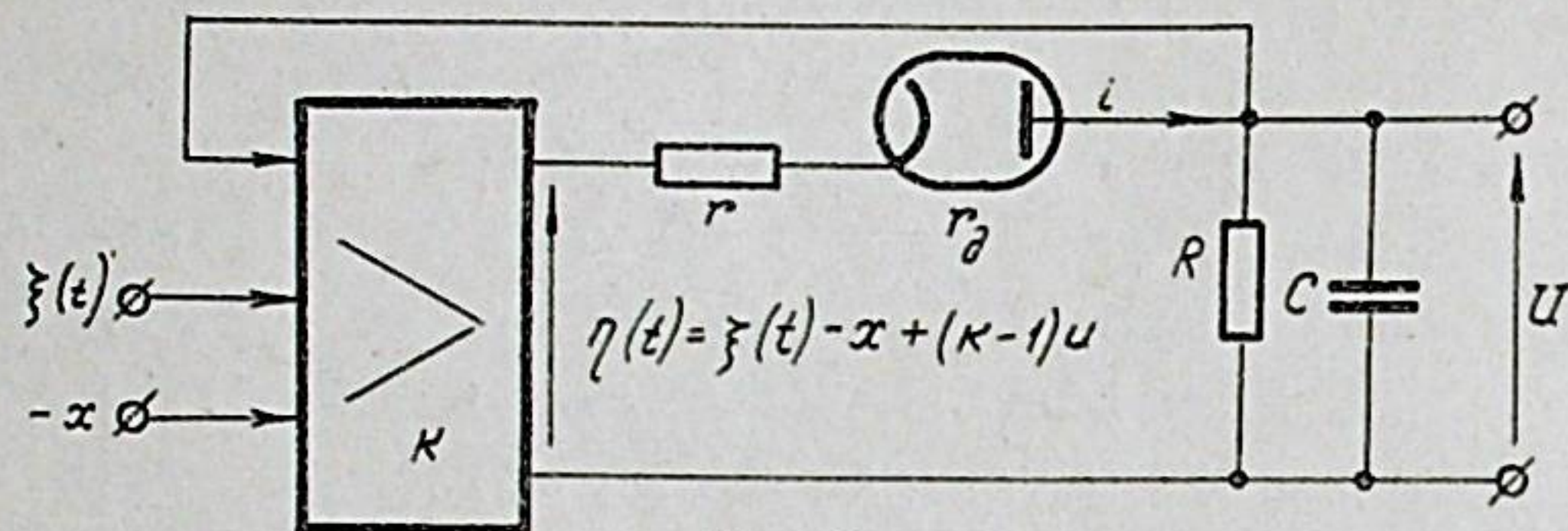


Рис.2.

В этом случае оценка интегрального закона распределения процесса $\xi(t)$ находится из следующего соотношения [2]

$$F^*(x + \frac{\Delta x}{2} + \epsilon_0) = -\frac{r+r_0+R}{R} \cdot \frac{\Delta m^*(x)}{\Delta x},$$

где: $\Delta m^*(x)$ - приращение постоянной составляющей напряжения на выходе схемы при изменении напряжения уровня анализа x на величину Δx ,

R_i - выходное сопротивление усилителя в цепи обратной связи,

ϵ_0 - напряжение запирающего диода.

Поскольку в предложенной схеме квазипиковый детектор охвачен положительной обратной связью, то заслуживает внимания вопрос об устойчивости схемы. В работе получено условие устойчивости

$$K < 1 + \gamma, \quad \gamma = \frac{r+r_0+R_i}{R}.$$

Показано, что при $\gamma < 1$ напряжение на выходе рассматриваемой схемы больше, чем напряжение на выходе квазипикового детектора без обратной связи, то есть рассматриваемая схема обладает усилением.

Предложена и проанализирована блок-схема прибора [3], в котором для оценки одномерных интегральных законов распределения используется квазипиковый детектор с обратной связью. Получены соотношения для расчета основных узлов блок-схемы. По этой блок-схеме создан прибор для обработки реализаций по методу среднего значения.

Разработанный прибор предназначен для определения оценок одномерных интегральных законов распределения эргодических стационарных случайных процессов, спектр которых лежит в диапазоне частот от 20 гц до 200 кгц. Прибор состоит из предварительного усилителя, квазипикового детектора, усилителя це-

пи обратной связи и лампового милливольтметра. Основные технические характеристики прибора: коэффициент усиления предварительного усилителя - 5000; неравномерность частотной характеристики предварительного усилителя в полосе частот от 10 гц до 500 кгц менее 5%; пределы изменения уровня анализа - от -24в до +24в; интервал группирования $\Delta x = 0,8$ в; погрешность прибора, найденная путем его калибровки синусоидальным напряжением частоты $f = 20$ гц ± 200 кгц, не превышает $\pm 5\%$. Габаритные размеры 400x240x240мм. Вес - 12 кг.

В результате экспериментальных исследований установлено, что рабочий диапазон частот прибора ограничивается, главным образом, полосой пропускания предварительного усилителя и при необходимости может быть расширен.

Опытный образец разработанного прибора в 1964 г. демонстрировался на Выставке достижений народного хозяйства СССР и был удостоен диплома 2-ой степени и серебряной медали.

у

Для решения ряда практических задач необходимо располагать оценками законов распределения вероятностей эргодических стационарных случайных процессов $\xi(t)$, у которых параметр t (время) является дискретным, причем в любой дискретный момент времени $t = t_k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) реализация процесса может принимать одно из двух несовместимых значений (a_1 или a_2). Такие случайные процессы названы двоичными случайными последовательностями. Источниками двоичных случайных последовательностей могут быть системы контроля, работающие по принципу "Годен-Негоден"; датчики случайных чисел для ЭЦВМ; кодирующие устройства и т.д.

В реферируемой работе двоичная случайная последовательность охарактеризована вероятностями появления значений a_1 и a_2 , а также вероятностями событий $(a_i, a_j)_N$, состоящих в совместном появлении значения a_i при $t = t_k$ и значения a_j ($i, j = 1; 2$) при $t = t_{k+N}$ ($N = 1, 2, \dots$). Эти вероятности задают одномерный и двумерный законы распределения таких последовательностей.

Предложен и обоснован метод экспериментального определения одномерных и двумерных законов распределения двоичных случайных последовательностей [5], основанный на подсчете количества значений a_i ($i = 1; 2$) и событий $(a_i, a_j)_N$ в реализации исследуемой последовательности. По этому же

тоту оценки вероятностей $p(a_i)$ и $p(a_i, a_j)_N$ находятся из следующих соотношений:

$$p^*(a_i) = \frac{m_i}{n}; \quad p^*(a_i, a_j)_N = \frac{m(a_i, a_j)_N}{n - N},$$

где m_i и $m(a_i, a_j)_N$ — соответственно количество значений a_i и количество событий $(a_i, a_j)_N$ в реализации длины $n = m_1 + m_2$.

На основе предложенного метода разработан и изготовлен прибор [6], осуществляющий автоматический подсчет значений a_1, a_2 и событий $(a_i, a_j)_N$ ($N = 1, 2, \dots, 22$) в реализации, которая представлена в виде двух последовательностей положительных прямоугольных импульсов электрического напряжения. Импульсы первой (синхронизирующей) последовательности должны соответствовать моментам времени, в которые данная реализация принимает значения a_1 или a_2 , а импульсы второй (основной) последовательности — только тем моментам времени, в которые данная реализация принимает какое-либо фиксированное значение (например, a_1). Частота повторения импульсов не должна превышать 50 гц.

Разработанный прибор содержит следующие основные узлы: 1) двухтактный феррит-диодный регистр сдвига, осуществляющий продвижение, запоминание и считывание всех импульсов основной последовательности, лежащих в интервале от $t = t_k$ до $t = t_{k+22}$; 2) логическое устройство, предназначенное для выделения одного из трех сочетаний сигналов в основной последовательности импульсов $(0, 1)_N$, $(1, 0)_N$ и $(1, 1)_N$ (сигналу "1" соответствует импульс в основной последовательности при наличии его в синхронизирующей); 3) регистрирующее устройство для отдельного подсчета и регистрации числа выделенных сочетаний сигналов для $N = 1, 2, \dots, 22$; 4) схемы счета и регистрации числа значений a_1 и a_2 . Регистрирующая часть прибора выполнена на 24 электромеханических счетчиках. Три из них, емкостью по 10000 импульсов каждый, используются для подсчета количества значений a_1 и a_2 , а также для подсчета количества событий $(a_i, a_j)_N$ при $N=1$. Остальные счетчики, емкостью по 1000 импульсов каждый, используются для подсчета числа событий $(a_i, a_j)_N$ при $N = 2, 3, \dots, 22$. В приборе применено универсальное логическое устройство, позволяющее сравнительно просто производить выделение любого из трех сочетаний сигналов $(0, 1)_N$, $(1, 0)_N$

$(1, 1)_N$. Универсальность логического устройства достигается за счет использования биполярных импульсов, снимаемых с феррит-диодного регистра сдвига.

Заключение

В настоящей работе решен ряд задач анализа и синтеза приборов для оценки одномерных законов распределения вероятностей эргодических стационарных случайных процессов.

Основные результаты работы сводятся к следующему:

1. Проведена систематизация экспериментальных методов оценки одномерных законов распределения вероятностей и на ее основе предложена обобщенная структурная схема приборов, предназначенных для определения оценок этих законов по методу относительного времени пребывания или по методу среднего значения. Показано, что обобщенная структурная схема является удобной математической моделью для анализа погрешностей оценок.

2. Получены соотношения для расчета систематических погрешностей оценок одномерных интегральных и дифференциальных законов распределения вероятностей и на их основе даны рекомендации по выбору интервала группирования, характеризующего разрешающую способность прибора.

3. Предложена методика вычисления систематических и случайных погрешностей оценок одномерных законов распределения, основанная на применении метода статистической линейаризации и на аппроксимации одномерных законов распределения рядом Эджворта. Предложенная методика дала возможность получить соотношения для приближенного расчета погрешностей оценок, получаемых по методу относительного времени пребывания и по методу среднего значения.

4. Рассмотрено влияние частотных искажений, вносимых предварительным усилителем, на математическое ожидание и дисперсию исследуемого случайного процесса. Для однокаскадного усилителя на сопротивлениях с индуктивной коррекцией в цепи анода (и без нее) найдены соотношения, выражающие связь между относительным изменением дисперсии исследуемого процесса и параметрами, определяющими частотную характеристику усилителя. Предложена методика расчета этих параметров.

5. Получены формулы для определения систематических погрешностей, возникающих из-за неидеальности характеристики нелинейных преобразователей.

6. Проанализировано влияние нестабильности заданного значения уровня анализа и неточности его установки на погрешность оценки одномерного закона распределения. В результате анализа получены соотношения для расчета систематической погрешности оценки.

7. Исследованы возможности и обоснована целесообразность применения метода среднего значения для оценки одномерных интегральных законов распределения вероятностей случайных процессов с широким энергетическим спектром. Для осуществления этого метода предложена схема квазипикового детектора с обратной связью. Показано, что при обработке реализаций случайных процессов с широким энергетическим спектром предложенная схема обладает преимуществами по сравнению с другими схемами, основанными на том же методе обработки.

8. Предложен экспериментальный метод определения оценок одномерных и двумерных законов распределения вероятностей двоичных случайных последовательностей, а также схема прибора, реализующего этот метод.

9. На основании проведенных исследований разработаны, изготовлены и экспериментально проверены:

- прибор для оценки одномерных функций распределения вероятностей эргодических стационарных случайных процессов,
- прибор для исследования статистических характеристик двоичных случайных последовательностей.

По основным материалам диссертации автором были сделаны доклады на конференциях молодых ученых Сибирского отделения АН СССР в 1960 и 1961 г., а также на Всесоюзных конференциях по автоматическому контролю и методам электрических измерений в г. Новосибирске в 1960, 1961 и 1963 г.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. Л.С.Тимонен. Методы оценки законов распределения вероятностей стационарных случайных процессов. Автоматическое управление непрерывными процессами (Труды ИАЭ СО АН СССР, вып. 6). Изд-во СО АН СССР, Новосибирск, 1964.

2. Л.С.Тимонен. Об оценке функций распределения с помощью квазипикового детектора. Автоматический контроль и методы электрических измерений (Труды II конференции). Изд-во СО АН СССР, Новосибирск, 1962.

3. Л.С.Тимонен. Амплитудный дистрибутиметр с квазипиковым детектором. Автоматическое управление непрерывными процессами (Труды ИАЭ СО АН СССР, вып.6). Изд-во СО АН СССР, Новосибирск, 1964.

4. Л.С.Тимонен, Ю.Н.Емельянов. Прибор для исследования двоичных последовательностей. Автоматический контроль и методы электрических измерений (Труды У конференции), т.П. Изд-во "Наука", Новосибирск, 1966.

5. Л.С.Тимонен. Спектральное представление полностью стационарных случайных процессов. Конференция по автоматическому контролю и методам электрических измерений. (Тезисы докладов и сообщений). Изд-во СО АН СССР, Новосибирск, 1961.

6. Л.С.Тимонен, Б.А.Морякин, Ю.Н.Емельянов, Г.Г.Данилов. Разработка прибора для снятия статистических характеристик двоичных последовательностей. Удостоверение о регистрации Комитета по делам изобретений и открытий СССР, № 43848 с приоритетом от 17 марта 1964 г.

Технический редактор Л.А. Панина

Подписано к печати II.У-1966 г. МНО3076
Бумага 60x90/16. Печ.л. I,25. Уч.- изд.л. I,13.
Заказ 128. Тираж 210.

Институт геологии и геофизики СО АН СССР
Новосибирск, 90. Ротапринт