

Библ. А-6
А-43

МИНИСТЕРСТВО ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ СССР

КИЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

ПЯТКИН Г. С.

На правах рукописи

**РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ
ПРОЧНОСТИ АВИАКОНСТРУКЦИЙ
НА ЭЛЕКТРОННЫХ МОДЕЛЯХ**

Специальность 252. Вычислительная техника

*Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук*

КИЕВ—1967

МИНИСТЕРСТВО ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ СССР

КИЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

ПЯТКИН Г. С.

На правах рукописи

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ПРОЧНОСТИ
АВИАКОНСТРУКЦИЙ НА ЭЛЕКТРОННЫХ МОДЕЛЯХ

Специальность 252. Вычислительная техника

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

КИЕВ — 1967

ными и ломаными стержнями; экспериментальному исследованию возможности электронного моделирования статически неопределимых стержневых конструкций с большим разбросом жесткостных характеристик; созданию электронной модели для расчета рам специального вида; разработке электрических схем и методики расчета на них тонкостенных криволинейных стержней на упругом основании; разработке устройства, позволяющего автоматизировать процесс уравнивания на сеточных электронинтеграторах и экспериментальному исследованию его применения при решении различных задач прочности авиаконструкций.

Работа состоит из шести глав. Ниже приводится краткое содержание работы по главам.

ГЛАВА I

Вводная

Во введении приводится краткий обзор работ в области строительной механики, где рассматриваются точные и приближенные аналитические методы решения задач статики, динамики и устойчивости стержневых систем и задач теории упругости, применительно к типовым узлам и элементам авиаконструкций. Кроме того, приведен обзор работ по моделированию тех же задач на электрических и электронных моделях, а также сформулированы цели работы.

ГЛАВА II

Моделирование стержневых систем

Основой электрического и электронного моделирования стержневых систем является метод участков. Объект рассматривается как система, состоящая из отдельных элементов, для которых синтезированы схемы-аналоги.

Деформационно-напряженное состояние элементов авиаконструкций, которые можно рассматривать как стержневые системы по методу перемещений в линейной постановке описывается уравнениями

$$Y = AX + F, \quad (1)$$

$$BY = 0, \quad (2)$$

где X — вектор неизвестных перемещений;

Y — вектор неизвестных усилий;

A, B — прямоугольные матрицы коэффициентов;

F — вектор свободных членов.

Уравнение (1) является уравнением стержней, а (2) уравнением связи между стержнями, или уравнением равновесия по изгибающим моментам.

Коэффициенты матрицы A для многих стержней (с переменным моментом инерции, параболические, ломанные и др.) при статическом расчете и для любых стержней при динамическом расчете и расчете на устойчивость имеют как положительные, так и отрицательные коэффициенты.

В схеме-аналоге одиночного стержня проводимости разных знаков можно реализовать либо с использованием квазиотрицательных элементов, рассмотренных в работах Г. Е. Пухова, либо с использованием реактивных элементов, или же схемами из активных сопротивлений с усилителями, предложенных Г. Е. Пуховым и А. Е. Степановым.

Проведенный в данной главе сравнительный анализ известных схем-аналогов стержней для моделирования различных рамных конструкций при расчете на прочность, устойчивость и колебания с применением обычной и сложной систем метода перемещений показал, что использование большинства из них или очень затруднено, или совершенно невозможно. Наиболее целесообразно использовать электронные схемы-аналоги в которых часть неизвестных выражается токами, а часть напряжениями. Эти схемы наиболее совершенны и универсальны.

При моделировании результат расчета содержит определенную погрешность. Оценить погрешность модели с электрическими, а особенно с электронными схемами-аналогами практически очень сложно. Однако можно выявить некоторые причины, обуславливающие величину погрешности.

Так, в моделях с использованием электронных усилителей в схемах-аналогах стержней погрешности зависят от дрейфа нуля (при отсутствии сигнала на входе, на выходе появляется некоторое напряжение), от конечности коэффициента усиления усилителя без обратной связи, а также от обусловленности матрицы коэффициентов. Электронная модель, соответствующая уравнению (1) представлена на (рис. 1) ее математическое описание по методу узловых потенциалов имеет вид:

$$I = GU + \bar{I} - t\epsilon, \quad (3)$$

где t — диагональная матрица собственных проводимостей узлов ϵ ;

ϵ — вектор напряжений на входах усилителей (машинные нули).

При конечном значении искомых величин I и U и боль-

шом коэффициенте усиления усилителей вектор навязок ε будет очень мал, так как

$$\varepsilon = -\frac{u}{k}$$

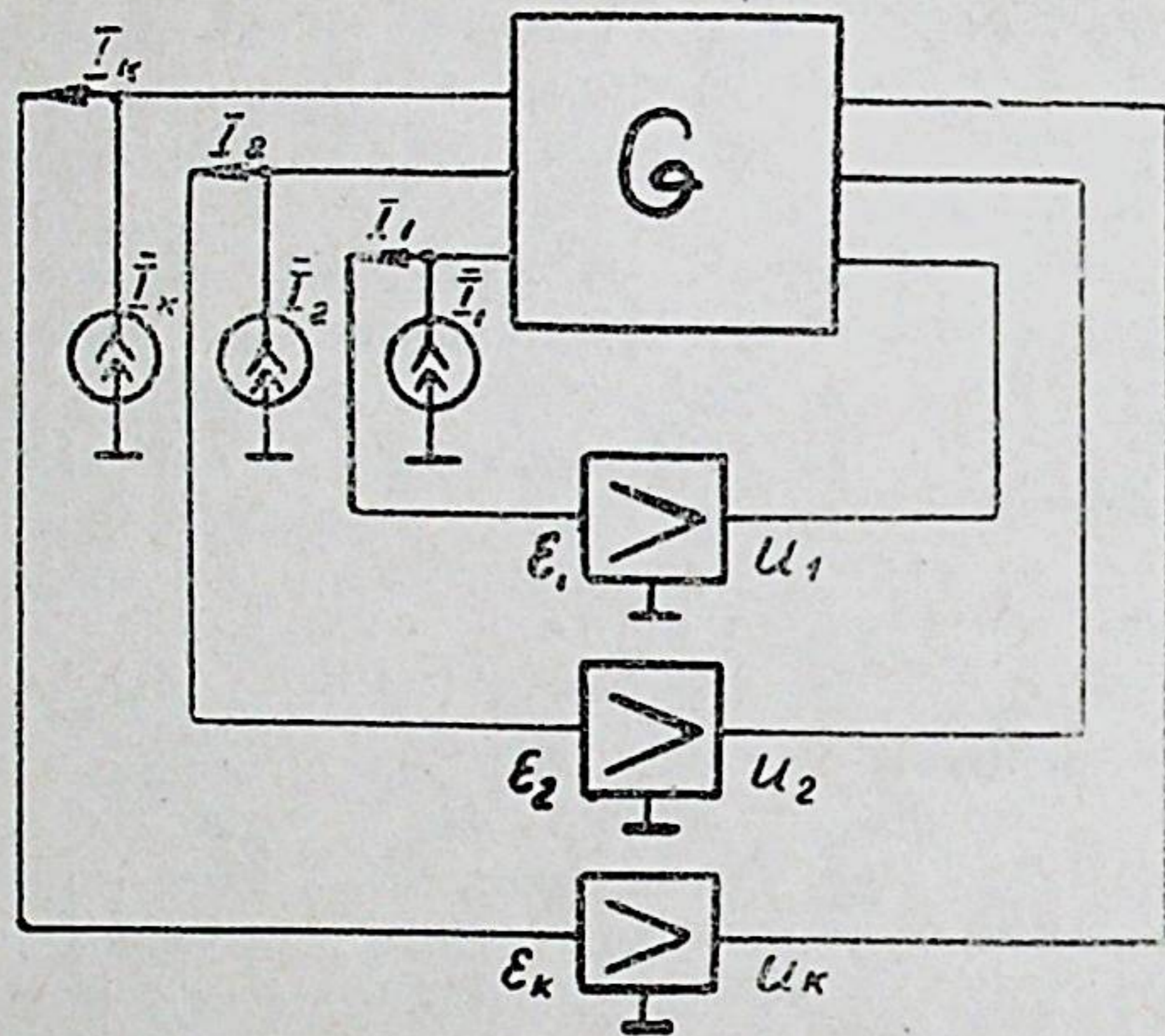


Рис 1

При $K \rightarrow \infty$ его можно принять за нулевой. Уравнение (3) тогда будет подобно уравнению (1).

Для выяснения вопроса погрешностей рассмотрим совместно с уравнением (3) уравнение усилителя

$$U = -k(\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (4)$$

где ε_0 — дрейфовая составляющая.

Исключив ε из уравнений (3) — (4), получим

$$I = GU + I + \frac{m}{k}U - \varepsilon_0 m \quad (5)$$

Из уравнения (5) видно какие факторы влияют на величину погрешности.

На основе альфа-аналоговых линейных преобразователей в работе синтезированы и исследованы ряд электронных схем-аналогов стержня при плоском изгибе — криволинейного па-

раболического стержня, ломаных стержней; стержня, заменяющего стойку с наклонным ригелем.

На основе подобия уравнений, описывающих механическую систему и электрическую цепь приведены соотношения для определения параметров электрических схем-аналогов.

Рассмотрены принципы построения электронных моделей рам, с ломаными и криволинейными стержнями и методика их расчета. В качестве независимых переменных приходится использовать как угловые перемещения узлов рамы, так и линейные.

Эффективность использования электронных моделей проиллюстрирована на примерах моделирования сложных конструкций.

ГЛАВА III

Динамический расчет и расчет на устойчивость конструкций с криволинейными стержнями

Аналитический расчет и моделирование авиаконструкций, включающих в себя криволинейные и ломаные стержни, на колебания и статическую устойчивость связаны со значительными трудностями. Эти трудности можно облегчить, если в основную систему метода деформаций ввести укрупненные элементы «диады», состоящие из двух стержней, жестко скрепленных между собой под некоторым углом. Криволинейные стержни заменяются несколькими диадами.

Используя теорию альфа-аналоговых преобразователей для решения динамических задач и расчета на статическую устойчивость в работе синтезированы схемы-аналоги ломаных стержней с массами сосредоточенными в узлах излома.

Показана зависимость конфигурации схемы-аналога ломаного стержня от знаков единичных реакций.

Исследованы вопросы определения на электронных моделях основной частоты собственных колебаний ω_1 , а также минимального критического параметра ν_1 , при расчете на устойчивость плоских рамных конструкций.

Для определения величины основной частоты собственных колебаний и минимального критического параметра используется метод наложения на систему единственной связи, рассмотренный в работах Ш. М. Гофмана, Т. Г. Гуламова, В. М. Кондратьева, О. Н. Токаревой, при этом реакция по ее направлению равна нулю.

Расчет производится методом двух проб с последующим интерполяционным способом уточнения значений (ω_1) и (ν_1) . Накладываемая на систему единственная связь препятствует угловому смещению какого-нибудь жесткого узла, или линей-

ному перемещению одного или группы узлов, заведомо отличных от нуля.

На основе аналогии между дифференциальным уравнением статического изгиба стержня с сосредоточенными и распределенными массами на упругих опорах и в сплошной упругой среде и дифференциальным уравнением изгибных колебаний того же стержня рассмотрена реализация уравнений равновесия в электронных моделях плоских рам с криволинейными стержнями.

Рассмотрено построение электронной модели для определения собственных колебаний и расчета на устойчивость с использованием схем суммирующих моменты в закрепленном жестком к-ом узле, в котором расположена масса \tilde{m}_k с моментом инерции I_k , а также схем суммирующих проекции поперечных сил, приложенных к отсеченной части системы, реакций связей и упругой среды.

Показана возможность электронного моделирования задач устойчивости с использованием сложной основной системы метода перемещений.

ГЛАВА IV

Тонкостенные криволинейные стержни на упругом основании

В настоящей главе рассмотрены вопросы электронного моделирования дифференциальных уравнений, описывающих деформированное состояние тонкостенных криволинейных стержней на упругом основании. При нагрузке из плоскости изгиба принято, что каждая из упругих реакций среды T (вертикальная реакция упругого основания) и M_p (реактивный крутящий момент) являются линейными функциями двух переменных U (линейного смещения) и β (угла поворота сечения).

В качестве теоретической основы для синтеза схем-аналогов моделей взяты уравнения конечных разностей, с помощью которых линейные дифференциальные уравнения заменяются системой линейных алгебраических уравнений вида

$$\vec{A}x = \vec{f}. \quad (1)$$

Данные уравнения представляются в виде системы

$$\begin{aligned} Mx &= \vec{f} + \vec{\Phi}, \\ Dx &= \vec{\Phi}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $M-D=A$.

Система уравнений (2) моделируется на двухзвенной гамма-аналоговой схеме.

Предложено электронное сеточное гамма-аналоговое устройство с автоматическим уравниванием. Блок-схема модели представлена на (рис. 2). Здесь введены обозначения

АС — аналоговая схема,

АУ — арифметическое устройство, состоящее из блока операционных усилителей и блока передаточных коэффициентов;

КУ — коммутирующее устройство;

ЗУТ — запоминающее устройство тока.

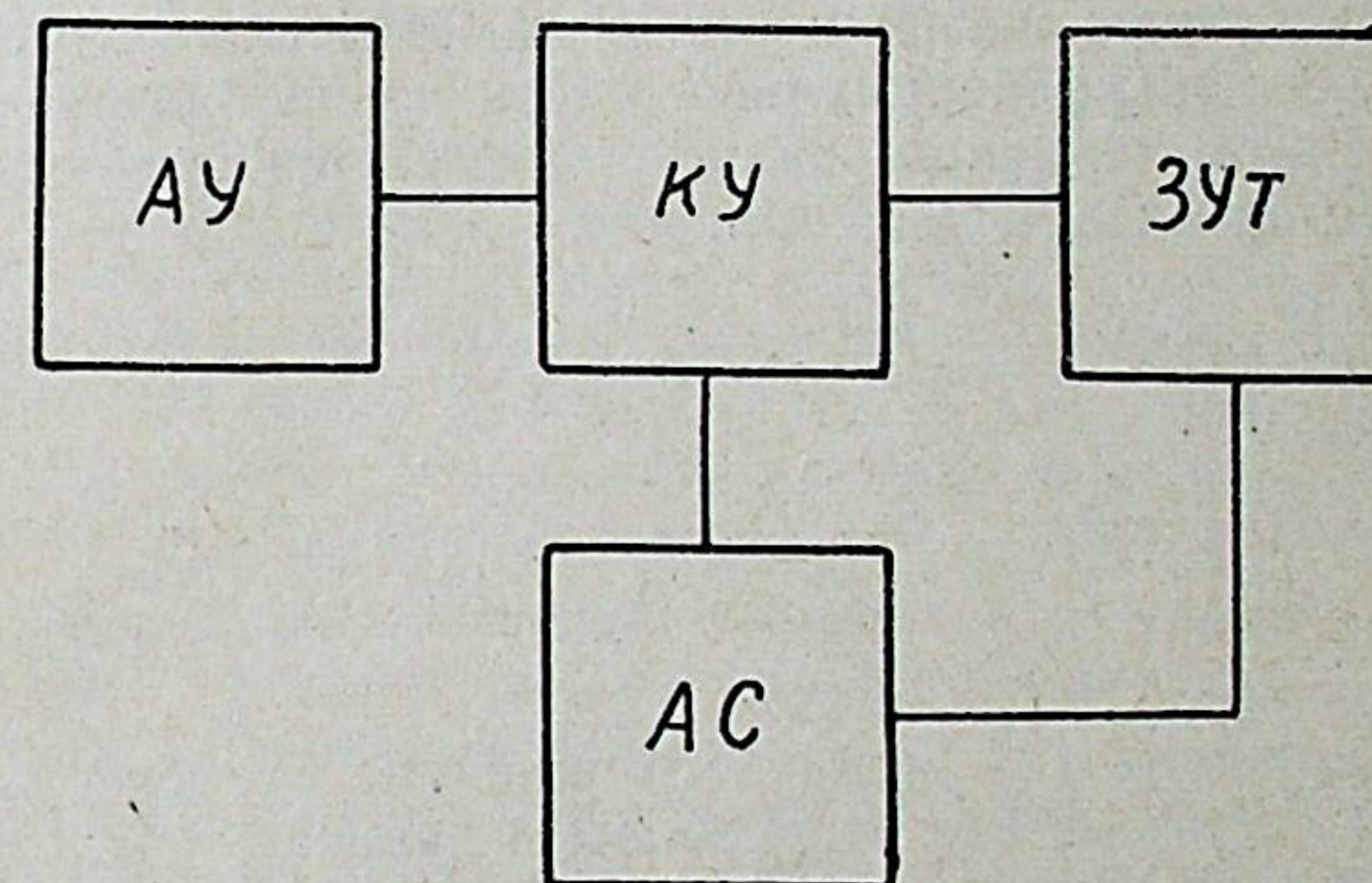


Рис 2

Первая часть уравнений (2) моделируется аналоговой схемой, вторая часть переключаемым арифметическим устройством. Применение такого арифметического устройства позволило не только автоматизировать процесс уравнивания при решении задач, но и стало возможным решение большого класса нелинейных задач. Введение элементов цифровых вычислительных машин (цифро-управляемых сопротивлений и т. д.) может еще более расширить область применения таких моделей, в частности, в направлении задач с переменными коэффициентами.

Показана возможность моделирования изгиба стержня на упругопластическом основании, когда зависимость между реакцией упругого основания и прогибом имеет нелинейный характер.

Нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее деформированное состояние стержня с помощью конечных разностей, заменяется системой нелинейных алгебраических уравнений, которая моделируется на электронной модели с автоматическим уравниванием.

Приведены соотношения, характеризующие сходимость итерационного процесса уравнивания.

Сформулированы основные требования предъявляемые к отдельным узлам и блокам электронной модели и выяснена возможность их реализации.

Получены выражения, характеризующие точность работы арифметического устройства, запоминающих элементов и устройства коммутации.

Относительная погрешность арифметического устройства для решения дифференциального уравнения четвертого порядка, в котором использовано два электронных усилителя, записывается следующим образом:

$$\delta = \frac{U_i [k_i (\pm \Delta k_2) + k_2 (\pm \Delta k_1)] - [U_{i-2} (\pm \Delta k_{i-2}) + U_{i+2} (\pm \Delta k_{i+2})] - \varepsilon_1 (k_2 \pm \Delta k_2) + \varepsilon_2}{U_{\text{вых}}} \cdot 100\% \quad (3)$$

Из выражения (3) видно, что величина относительной погрешности АУ, а от нее в основном и зависит точность решения, зависит от точности установки коэффициентов передачи электронных усилителей и от знаков погрешностей Δk_i ; от соотношений величин напряжений разных знаков; от величины напряжений дрейфов нулей ε_i .

Показана возможность реализации переменных коэффициентов с использованием цифровых управляемых сопротивлений, предложенных В. Б. Смолым.

При наличии высококачественных ключевых схем, обеспечивающих большую скорость переключения, показана возможность построения динамической модели с запоминающими конденсаторами.

ГЛАВА V

Решение некоторых уравнений прочности тонкостенных конструкций на моделях с автоматическим уравниванием.

В этой главе рассматриваются уравнения, описывающие деформационно-напряженное состояние различных элемен-

тов летательных аппаратов, таких как крыло, фюзеляж самолета, корпус ракеты и других, которые могут быть схематизированы в виде упругих тонкостенных пластинок; или рассматриваться как упругие пологие, или цилиндрические оболочки, подкрепленные продольным и поперечным силовым набором. Такие механические системы в довольно общей постановке описываются дифференциальными уравнениями в частных производных с заданными краевыми условиями, которые отражают способы закрепления, или симметрию конструкции.

Дифференциальные уравнения и граничные условия в частных производных с помощью конечных разностей приведены к системе линейных алгебраических уравнений. Для простоты синтеза схем-аналогов использованы центральные разности с равномерным шагом по всем координатам.

В работе рассмотрены вопросы электронного моделирования изгиба поверхности тонкостенных пластин в перемещениях с различными нагрузками. В частности рассмотрен случай нагружения силами действующими из плоскости и касательными усилиями действующими в плоскости пластинки. Также рассмотрена возможность моделирования пластинки на упругом нелинейном основании.

Показана реализация ряда граничных условий — жесткое закрепление, шарнирное опирание, свободный край — на электронной сеточной модели.

Для моделирования дифференциальных уравнений в конечно-разностной постановке, описывающих деформированное состояние цилиндрических и пологих оболочек, применена трехсеточная электронная модель с тремя, автоматически переключаемыми арифметическими устройствами.

На каждой электрически не связанной между собой сетке моделируется перемещение по одной из координат. Два АУ, обрабатывающие уравнивающие токи, переключаются по двум смежным сеткам, а третье по всем трем. Переключение АУ осуществляется по определенной программе.

Приведены математические описания некоторых условий закрепления и их реализация на электронной модели.

Рассмотрены вопросы моделирования контактной задачи цилиндрической оболочки, подкрепленной упругими шпангоутами, а также расчета кессонной четырехзамкнутой конструкции на кручение с учетом деформации сечений.

Автоматизация процесса уравнивания на сеточных электроинтеграторах при соответствующем совершенстве некоторых узлов, позволит создать квазианалоговые динамические модели для широкого класса задач теории упругости, связанных с определением напряжений и перемещений.

Экспериментальная

Последняя глава диссертации посвящена описанию модели и результатам экспериментов.

Описана специализированная электронная модель стержневых систем разработанная и изготовленная в Киевском институте инженеров ГА на основе работ А. А. Степанова, О. Н. Токаревой и результатов, полученных в настоящей работе. Общий вид модели представлен на (рис. 3).

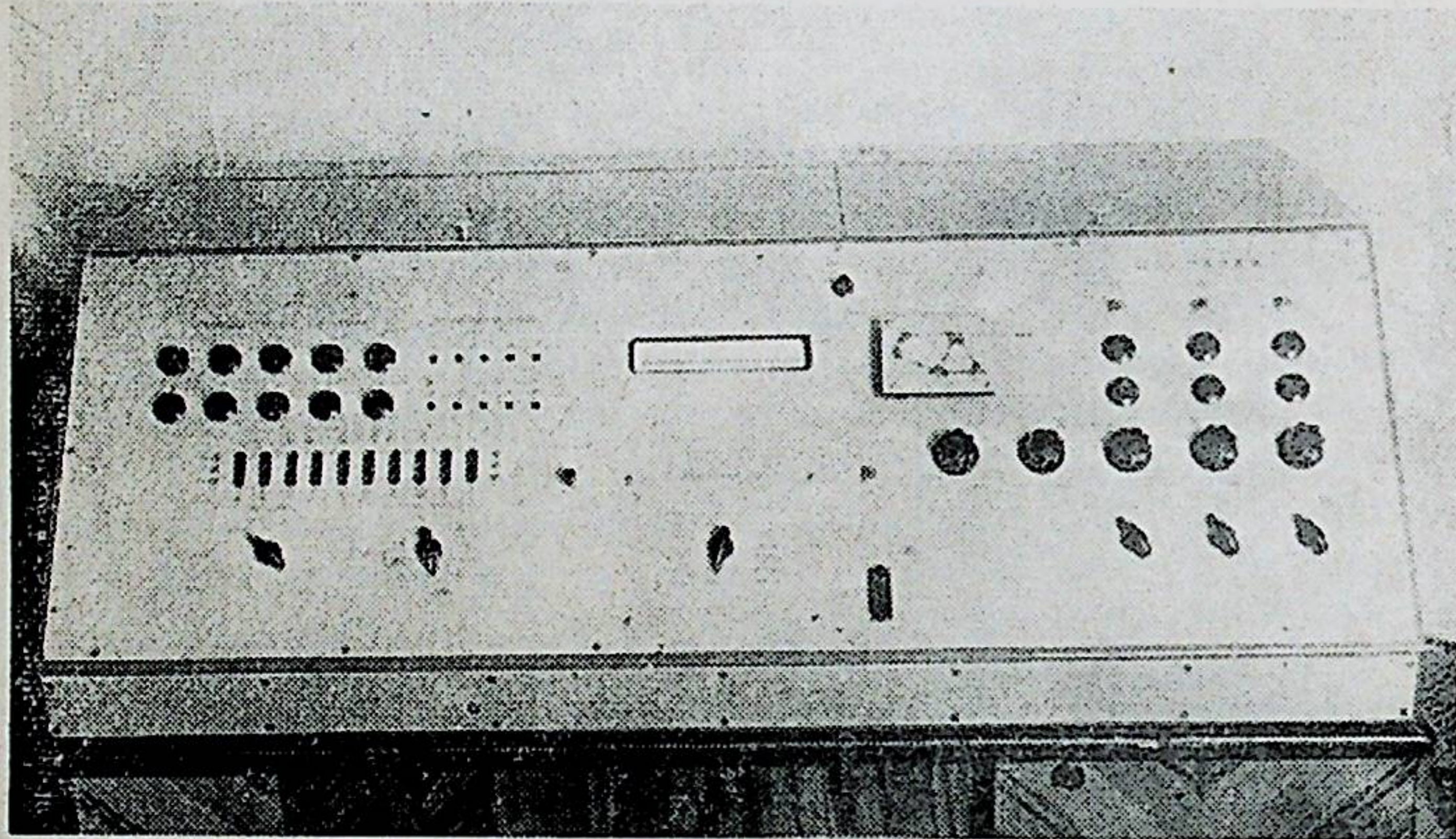


Рис. 3.

Показано назначение и возможности модели, приведены ее технические данные и дано краткое описание блок схемы и конструкции. На примерах изложены основные этапы моделирования на электронной модели рам с криволинейными стержнями, рам с большим разбросом жесткостных характеристик, а также приведены некоторые рекомендации по работе на модели для получения большей точности решения.

На макете электронной сеточной модели с автоматическим уравновешиванием решались дифференциальные уравнения вида

$$V^{VI} + a_1 V^{IV} + a_2 V^{II} - a_3 V = 0, \quad (1)$$

описывающие деформационно-напряженное состояние тонкостенных криволинейных стержней на упругом основании, а

также встречающиеся в задаче о контакте цилиндрической оболочки и шпангоута упругого из плоскости, кручения четырехзамкнутой кессонной конструкции с учетом деформации сечения; кроме того решались уравнения вида

$$V^{IV} - 2\Gamma^2 V^{II} + S^4 V = q, \quad (2)$$

описывающие деформированное состояние осесимметричной тонкостенной оболочки типа фюзеляжа самолета при произвольном нагружении.

ВЫВОДЫ

1. В работе проведен анализ ряда схем-аналогов стержней и показаны значительные преимущества электронной альфа-аналоговой схемы, как наиболее простой и универсальной.

На основе альфа-аналоговой схемы разработана и изготовлена специализированная электронная математическая машина, переданная в эксплуатацию в гор. Харьков.

2. Предложены и экспериментально исследованы электронные схемы-аналоги некоторых криволинейных и ломаных стержней.

3. Развита методика моделирования элементов авиаконструкций с криволинейными стержнями для задач статики, динамики и устойчивости.

4. Предложена электронная сеточная модель с автоматическим уравниванием, позволяющим решать дифференциальные уравнения с обыкновенными и частными производными в конечно-разностной постановке с постоянными и нелинейными коэффициентами.

5. Сформулированы основные требования, предъявляемые к отдельным блокам и узлам электронной сеточной модели, а также получены выражения, характеризующие точность решения.

6. Построен экспериментальный макет электронной сеточной модели с автоматическим уравниванием, на котором решен ряд задач.

Основное содержание диссертации изложено в следующих работах:

1. Пяткин Г. С., Специализированное аналоговое устройство для расчета рам. «Автоматика и приборостроение». Изд. ИТН УССР, вып. 4, К. 1965.

2. Пяткин Г. С., Моделирование дифференциального уравнения оси кривого бруса в упругой среде. Семинар «Методы математического моделирования и теории электрических цепей».

Изд. Общество «Знание» Украинской ССР, К. 1965.

3. Пяткин Г. С., Расчет неортогональных рамных систем с криволинейными стержнями методом электронного моделирования в сб. Труды семинара по методам математического моделирования и теории электрических цепей. Изд. «Наукова Думка», вып. II, 1967.

4. Пяткин Г. С., Автоматизация процесса решения задач на сеточных интеграторах, там же.

5. Пяткин Г. С., Ефимов А. А., Некоторые вопросы моделирования дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. В сб. Труды семинара по методам математического моделирования и теории электрических цепей. Изд. «Наукова Думка», вып. III, 1967 (в печати).

По результатам проведенных исследований сделаны доклады на Всесоюзной конференции по применению электронных математических машин в строительной механике и строительной индустрии, Киев, май, 1965; на Всесоюзной конференции по статике и динамике тонкостенных пространственных конструкций, Киев, март 1967; на научном семинаре «Методы математического моделирования и теория электрических цепей», при Научном Совете по кибернетике АН УССР в 1965—1967 гг.; на Республиканской конференции молодых ученых по теоретическим и прикладным вопросам системотехники, Киев, июнь, 1967.