6
А-43

ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ТЕЛЕМЕХАНИКИ

Академия наук СССР

Госкомитет по приборостроению, средствам автоматизации и системам управления при Госплане СССР

На правах рукописи

А.В. Шилейко

ЦИФРОВЫЕ МОДЕЛИ

(НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ И ПРИНЦИПОВ ПОСТРОЕНИЯ)

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

ах. 315
28/viii

Москва 1963 г.

А.В. Шилейко

ЦИФРОВЫЕ МОДЕЛИ

(НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ И ПРИНЦИПОВ ПОСТРОЕНИЯ)

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Руководитель работы д.т.н. Б.Я. Коган

Москва 1963 г.

Характерным для современного развития автоматических систем является резкое их усложнение, стремление к повышению точности работы и быстродействия и к обеспечению возможности работы при широком изменении параметров и координат. В частности, получили распространение системы управления, в которые в качестве органической составной части входят универсальные цифровые вычислительные машины (УЦВМ) и аналого-цифровые преобразователи для связи с источниками информации и с управляемыми объектами. Одновременно с этим получают широкое распространение комплексные автоматические системы, в которых некоторые операции управления возложены на человека-оператора (системы управления космическим кораблем, сложными технологическими процессами и т.п.).

Во всех рассмотренных случаях возникает задача воспроизведения процессов, протекающих в этих системах в натуральном масштабе времени. Использование для этой цели как чисто аналоговых вычислительных машин (АВМ), так и УЦВМ втречает практически непреодолимые трудности.

С другой стороны, круг возникающих здесь задач сравнительно узок и сводится в основном к классу обыкновенных дифференциальных уравнений. В связи с этим правомочна постановка задачи о создании комбинированных аналого-цифровых вычислительных комплексов, в которых цифровая часть представляла бы собой специализированную цифровую вычислительную машину. Реферируемая диссертационная работа посвящена рассмотрению некоторых вопросов, связанных с разработкой цифровой части комбинированной аналого-цифровой вычислительной системы.

Первые опыты по комбинированию ставились на основе сочетания АВМ с УЦВМ. Характерным для УЦВМ является то обстоятельство, что в арифметическом устройстве в любой момент времени выполняется только одна или очень небольшое количество элементарных операций, а в состав программы входит большое число специальных команд, не относящихся непосредственно к выполняемым машиной операциям, но обеспечивающих необходимую последовательность выполнения этих операций. Эта характерная особенность УЦВМ является, в частности, причиной относительно низкого их быстродействия.

В течение последнего десятилетия проводились разработки различных типов цифровых вычислительных машин, специализированных на решении обыкновенных дифференциальных уравнений и некоторых других задач управления. К числу таких машин в первую очередь следует отнести цифровые дифференциальные анализаторы (ЦДА), т.е. машины, состоящие из отдельных решающих блоков – цифровых интеграторов и использующие для кодирования сигналов, передаваемых между этими блоками, метод разностно-дискретной модуляции (РДМ). Отдельные конструкции ЦДА описаны в работах Ф.В. Майорова, К.С. Неслуховского, А.В. Каляева, Л.М. Гольденберга, А.А. Гуракова, А.Г. Шевелева, Дж. Ф.Форбса и ряда других авторов.

Отличительными особенностями ЦДА являются простота программирования и использование в них параллельного типа принципа совмещения отдельных арифметических операций во времени, увеличивающего их быстродействие по сравнению с УЦВМ. Однако быстродействие ЦДА резко ограничивается малой пропускной способностью каналов связи РДМ. Точность ЦДА также невысока благодаря тому, что вычисления в цифровых интеграторах выполняются по простейшим формулам численного интегрирования.

Близкими к ЦДА по структуре являются так называемые цифровые аналоги, или цифровые вычислительные устройства, предназначенные в основном для вычисления алгебраических функций. Подобные машины разрабатывались в Институте электромеханики АН СССР под руководством А.А. Воронова, а также в ИАТ АН СССР В.А. Бриком и В.В. Карибским. Цифровые аналоги обладают по сравнению с ЦДА рядом преимуществ, обусловливаемых более узкой их специализацией. Однако класс решаемых на них задач весьма ограничен, а быстродействие невелико, поскольку здесь для связи между отдельными решающими блоками также используется метод РДМ.

Попытки преодоления основных недостатков ЦДА привели к появлению так называемых "инкрементных машин с переменными приращениями". Одна из машин этого типа описана в работе Д.М.Мерца. Машины с переменными приращениями обладают большим по сравнению с ЦДА быстродействием. Однако метод переменных приращений приводит к появлению больших погрешностей округления, что, как это показано в реферируемой работе, делает их практически непригодными для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Наконец, Л.А. Кожарским был предложен оригинальный способ построения ЦДА с использованием формулы численного интегрирования интерполяционного типа. В этой машине между отдельными решающими блоками передаются полноразрядные числа, что позволяет полностью использовать точность, обеспечиваемую выбранным алгоритмом. Однако способ передачи полноразрядных чисел и связанный с этим большой объем запоминающего устройства, а также необходимость выполнения операций интегрирования методом последовательных приближений ограничивают быстродействие машины. Из сказанного можно сделать вывод, что ни одна из машин, рассмотренных выше, не может быть использована в качестве цифровой части комбинированной аналого-цифровой вычислительной системы или, во всяком случае, возможности их применения весьма ограничены.

Потребности в цифровых вычислительных устройствах, способных работать в реальном масштабе времени, привели к созданию нового класса машин, получивших название цифровых моделей. Первыми в этом направлении были работы Е.А. Дроздова, Д.Б.Муррея и Дж.Н.Харриса. Под цифровой моделью в общем случае понимается система, состоящая из цифровых элементов и обладающая следующими основными свойствами:

1. Состояние этой системы может быть полностью определено рядом независимых величин, называемых координатами модели; число координат модели соответствует числу степеней свободы моделируемого объекта.

2. Координаты модели представляются цифровым способом.

3. Координаты модели связаны между собой соотношением, с некоторой требуемой степенью точности совпадающим с соотношением, связывающим координаты моделируемого объекта.

4. Структурно модель состоит из ряда решающих блоков, работающих по жесткому алгоритму.

При построении структур цифровых моделей широко используется принцип совмещения во времени отдельных вычислительных операций. Именно это обстоятельство позволяет в большинстве случаев получать требуемые динамические свойства. Цифровая модель, специализированная на решение обыкновенных дифференциальных уравнений, может быть использована в качестве цифровой части комбинированной аналого-цифровой системы.

В реферируемой диссертационной работе рассматриваются следующие задачи, связанные с конструированием цифровой модели. Необходимость получения заданных динамических свойств требует особенно тщательного выбора алгоритма работы цифровой модели.

В свою очередь такой выбор может быть проведен только в том случае, если имеется единая система оценок качества алгоритма. Эта задача тесно связана с задачей исследования предельных возможностей цифровых структур относительно обеспечиваемых ими точности и быстродействия.

Наличие единой системы оценок позволяет поставить задачу синтеза алгоритма, обладающего заданными свойствами. Применительно к цифровой системе, моделирующей поведение динамического объекта в реальном времени, эта задача может быть сформулирована как задача построения алгоритма, обеспечивающего построение цифровой модели, обладающей заданной формой частотной характеристики.

Один и тот же алгоритм может быть реализован в общем случае большим количеством различных способов. Отсюда возникает задача разработки методики синтеза структуры, оптимальной в некотором определенном смысле при наличии заданных ограничений. Эта задача также рассматривается в работе.

При разработке цифровой модели необходимо располагать нормальным рядом элементов, обладающих при заданном быстродействии достаточной простотой и надежностью. Описанию разработки таких элементов и их испытаний посвящен самостоятельный раздел работы.

Цифровая модель, сконструированная как цифровая часть комбинированной аналого-цифровой вычислительной системы, в то же время с успехом может быть использована как самостоятельное вычислительное устройство для решения достаточно широкого класса задач. При этом весьма важное значение приобретает разработка методики решения задач на машинах этого типа. Некоторые вопросы такой методики рассмотрены в последней главе работы.

Применяемые в настоящее время методы численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений можно разделить на три основных типа: экстраполяционные, интерполяционные и методы Рунге-Кутта *. Все эти методы основаны на аппроксимации производной от искомого решения исходного дифференциального уравнения конечной суммой ряда Тейлора или одним из интерполяционных полиномов. Поэтому методическая погрешность, получаемая на одном шаге вычислений по соответствующим формулам, может быть оценена через первый, отброшенный при составлении конечной суммы член аппроксимирующего ряда. Общее выражение для методической погрешности на одном шаге для формул трех рассмотренных типов имеет вид:

$$|\varepsilon| \leqslant R h^{(k+2)} \max |y^{[k+2]}|, \tag{1}$$

где R – постоянная, зависящая от конкретного вида формулы;
k – порядок формулы,
h – шаг разбиения оси независимой переменной и
$y^{[k+2]}$ – производная порядка $k+2$ от решения исходного дифференциального уравнения по независимой переменной.

Применение формулы (1) для оценки качества методов численного интегрирования с целью выбора численного метода применительно к заданному классу обыкновенных дифференциальных уравнений встречает ряд трудностей, связанных главным образом с необходимостью предварительной оценки величины $y^{[k+2]}$, что в свою очередь требует знания характера ожидаемого решения. В тех случаях, когда подлежащее решению дифференциальное уравнение описывает работу реального объекта, а само решение проводится с целью исследования этого объекта или же когда дифференциальное уравнение описывает работу комбинированной аналого-цифровой системы, удобнее было бы пользоваться оценками, выражающими погрешность в функции от частотных свойств получаемых решений.

В теории импульсных систем автоматического регулирования * вводится понятие частотной характеристики дискретной динамической системы. Подобная частотная характеристика представляет собой комплексную функцию действительной переменной ω, что также вызывает ряд трудностей при ее практическом использовании.

В реферируемой работе выведено соотношение, связывающее величину относительной погрешности $\delta = \varepsilon / \max|y|$, получаемой на одном шаге вычислений по формулам численного интегрирования перечисленных выше типов, со значениями граничной частоты спектра решения исходного дифференциального уравнения ω_c; шага разбиения оси независимой переменной h и порядка формулы k. Это соотношение имеет вид:

$$|\delta| \leqslant \frac{2R}{k+3} (h\omega_c)^{k+2}. \tag{2}$$

При заданном значении ω_c оно позволяет производить выбор порядка формулы и шага h из соображений получения заданной точности.

Для сравнения различных методов численного интегрирования в работе вводится понятие "качества" формулы численного интегрирования. Пусть каким-либо способом получены n первых значе-

* Березин И.С. и Жидков Н.П. Методы вычислений, Физматгиз, М, 1959.

* Цыпкин Я.З. Теория импульсных систем, Физматгиз, М., 1958.

ний функции $y(x)$, представляющей собой решение исходного дифференциального уравнения. Перед началом вычислений $n+1$-го шага можно утверждать, что значение функции $y(x)$ в следующей точке $y(x_{n+1})$ будет заключено на интервале шириной 2Δ, где

$$\Delta = h \cdot max\,|y'(x)|.$$

После выполнения вычислений $n+1$-го шага искомое значение $y(x_{n+1})$ функции $y(x)$ снова окажется заключенным в пределах интервала шириной 2ε, где ε может быть определено по формулам (1) или (2). За оценку качества формулы численного интегрирования принимается величина

$$C = \frac{\Delta}{\varepsilon}. \qquad (3)$$

Эта величина определяет степень уточнения искомого значения функции $y(x_{n+1})$, достигаемого в результате вычислений $n+1$-го шага. Величина $\log_2 C$ численно равна количеству информации, перерабатываемой соответствующим вычислительным устройством за один шаг вычислений.

В работе выведено соотношение, связывающее качество формулы численного интегрирования C со значениями граничной частоты решения ω_c, порядка формулы K и шага h. Это соотношение имеет вид:

$$C \geqslant \frac{K+3}{2R}\,(h\omega_c)^{-(K+1)} \qquad (4)$$

Оно позволяет при заданном ω_c производить выбор двух остальных переменных из соображений достижения наивысшего качества.

Наконец, рассмотренные частотные оценки позволили исследовать вопрос о граничных возможностях цифровых структур, работающих в соответствии с известными методами численного интегрирования. В работе показано, что увеличение порядка формулы численного интегрирования K будет приводить к увеличению относительной точности вычислений на одном шаге или качества формулы в том и только в том случае, если удовлетворяется неравенство

$$h\omega_c < 1. \qquad (5)$$

Величина ω_c в выражении (5) определяет быстродействие соответствующей цифровой структуры. При работе в реальном времени величина h должна быть численно равна длительности одного шага вычислений, определяемой в свою очередь видом структуры и свойствами использованных элементов. Таким образом, неравенство (5) определяет граничные возможности в смысле точности и быстродействия каждого конкретного типа цифровой структуры.

Соотношение (2) показывает, что для методов перечисленных выше типов характерно монотонное увеличение погрешности с ростом ω_c. Это является их существенным недостатком, поскольку при необходимости обеспечения заданной точности в заданном диапазоне частот приходится выбирать конкретный вид формулы по значению погрешности, достигаемой на границе этого диапазона. Отсюда возникает идея конструирования формул численного интегрирования на основе приближения в среднем в частотной области.

В реферируемой работе рассмотрена подобная задача, причем искомое приближение строится путем разложения передаточной функции данного цифрового линейного решающего элемента по ортогональной системе специальных функций следующего вида:

$$\begin{aligned} &\Psi_0 = 1; \\ &\Psi_1 = e^{-j\bar{\omega}} - \lambda_{10}\Psi_0; \\ &\Psi_2 = e^{-2j\bar{\omega}} - \lambda_{21}\Psi_1 - \lambda_{20}\Psi_0; \\ &\dots\dots\dots\dots\dots \\ &\Psi_k = e^{-kj\bar{\omega}} - \dots - \lambda_{k0}\Psi_0, \end{aligned} \tag{6}$$

где $\lambda_{\ell,m}$ - постоянные коэффициенты, а $\bar{\omega} = \omega h$.

При этом в качестве коэффициентов разложения принимаются коэффициенты Фурье, обеспечивающие, как известно, наилучшее приближение в смысле среднего квадрата погрешности.

Таким образом, получен новый класс формул численного интегрирования вида

$$y(x_{n+1}) = y(x_n) + h\sum_{\nu=0}^{k} a_\nu y'(x_{n-\nu}). \tag{7}$$

В работе выведена практическая формула для вычисления коэффициентов a_ν. Эта формула имеет вид:

$$a_\nu = \sum_{\gamma=0}^{k-\nu} \beta_\gamma A_{\gamma+\nu}, \tag{8}$$

где

$$A_\nu = \frac{2}{M_\nu^2}\sum_{i=0}^{k}(-1)^i\beta_i\left\{Si\left[(i+1)\mu\right] - Si(i\mu)\right\}; \tag{9}$$

$$\begin{aligned} &M_i^2 = \sum_{\rho=0}^{i}(-1)^\rho \beta_\rho \frac{2}{\rho}\sin\rho\mu; \\ &\beta_0 = 1; \quad \beta_1 = \lambda_{i,i-1}; \\ &\beta_\rho = \beta_{\rho-1}\lambda_{(i-\rho+1),(i-\rho)} - \lambda_{i,(i-\rho)}; \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} &\lambda_{\ell,m} = \frac{\sum_{\rho=0}^{m}(-1)^\rho \alpha_\rho \frac{2}{|m-\ell-\rho|}\sin|m-\ell-\rho|\mu}{M_m^2}; \\ &\alpha_0 = 1; \quad \alpha_1 = \lambda_{m,m-1}; \\ &\alpha_\rho = \alpha_{\rho-1}\lambda_{(\ell-\rho+1),(\ell-\rho)} - \lambda_{\ell,(\ell-\rho)}. \end{aligned} \tag{11}$$

(В формулах (10) и (11) μ - диапазон изменения величины $\bar{\omega}$).

В работе выведено также соотношение для погрешности, получаемой при выполнении вычислений одного шага по формулам (7). Это соотношение имеет вид:

$$|\varepsilon| = \frac{h}{2\pi} \sqrt{\int_{-\mu}^{\mu} |j\bar{\omega}\hat{y}(\omega) e^{j\bar{\omega}x}|^2 d\bar{\omega}} \cdot \sqrt{4Si(\mu) - 4\frac{1-\cos\mu}{\mu} - \sum_{\nu=0}^{k} A_\nu^2 M_\nu^2}\,, \tag{12}$$

где $\hat{y}(\bar{\omega})$ - преобразование Фурье функции $y(x)$. Соотношение для качества формул типа (7) имеет вид:

$$C = \left[4Si(\mu) - 4\frac{1-\cos\mu}{\mu} - \sum_{\nu=0}^{k} A_\nu^2 M_\nu^2\right]^{-\frac{1}{2}}. \tag{13}$$

Примером формул численного интегрирования типа (7) может служить формула

$$y(x_{n+1}) = y(x_n) + h\big[1{,}881778\,y'(x_n) - 1{,}294418\,y'(x_{n-1}) + $$
$$+ 0{,}412890\,y'(x_{n-2})\big]. \tag{14}$$

При величине $h=10^{-4}$ сек.погрешность, получаемая при использовании этой формулы, не превышает 0,000451 в диапазоне частот от 0 до примерно 500 гц.

Как отмечалось выше, алгоритм работы цифровой модели не определяет полностью ее структуру, т.е. схему соединений между отдельными элементами. В общем случае один и тот же алгоритм может быть реализован с помощью большого количества различных структур. Поэтому характеристики алгоритмов не могут служить исчерпывающими характеристиками модели в целом. В связи с этим

возникает задача получения системы оценок, учитывающих одновременно свойства алгоритма и свойства реализующей этот алгоритм структуры.

Одной из таких оценок может служить "информационная производительность" машины, равная количеству информации, перерабатываемой в единицу времени. Эта оценка связана с качеством использованной формулы численного интегрирования и длительностью одного такта вычислений. В соответствии с выражением (4) информационная производительность решающего блока цифровой модели может быть вычислена по формуле

$$J = \frac{\log_2 C}{h} \quad \left[\frac{дв.ед}{сек}\right]. \tag{15}$$

Информационная производительность полностью определяет быстродействие решающего блока и его точность, но ничего не говорит при этом о том, ценой каких аппаратурных затрат достигаются эти параметры.

Поэтому в реферируемой работе вводится другая характеристика, названная "относительной сложностью решающего блока". При введении понятия относительной сложности предполагается, что все структуры, реализующие данный класс алгоритмов, строятся из одного и того же набора стандартных элементов, и при этом известен ряд величин, имеющих смысл удельной сложности каждого типа элементов. Так, например, если наибольший интерес при разработке представляет стоимость получаемых структур, то в качестве коэффициентов удельной сложности можно принимать цену одного элемента каждого типа. Если задача состоит в том, чтобы построить вычислительное устройство, занимающее возможно малый объем или имеющее по возможности малый вес, то в качестве коэффициентов удельной сложности следует выбирать удельные объемы или удельные веса элементов каждого типа соответственно.

При таких условиях относительная сложность структуры в целом может быть определена из выражения

$$\lambda = \sum a_i n_i \, , \qquad (16)$$

где n_i - полное количество элементов данного типа, а

a_i - коэффициент удельной сложности для данного элемента.

Наконец, наиболее общей характеристикой структуры является ее эффективность, определяемая из выражения

$$\eta = \frac{J}{\lambda} \, . \qquad (17)$$

Такое определение полностью соответствует общему определению эффективности, используемому в современной теории исследования операций, где эффективность определяется как отношение получаемой пользы к понесенным затратам. В работе эффективность используется в качестве основного критерия при сравнении между собой различных структур, решающих одну и ту же задачу и составленных из одного и того же набора элементов. Эффективность учитывает как свойства алгоритма (информационная производительность), так и свойства структуры (относительная сложность, время выполнения одной операции).

Предлагаемая в работе методика синтеза оптимальной структуры цифровой модели основывается на том, что каждой структуре данного класса ставится в соответствие некоторая совокупность величин, названных показателями структуры. При этом показатели выбираются таким образом, чтобы каждой совокупности их значений однозначно соответствовала одна определенная структура из данного класса. Затем отыскивается такой набор значений показателей структуры, при котором эффективность принимает максимальное значение в пределах заданной области возможных изменений параметров.

В качестве примера использования описанной методики в работе решается задача синтеза оптимальной структуры цифрового интегратора. При этом выбор производится среди четырех различных формул численного интегрирования экстраполяционного типа. Предполагается также, что структура должна строиться на основе транзисторных переключательных элементов и запоминающих элементов динамического типа, выполненных на электромагнитных линиях задержки. Наконец, величина погрешности, не превышающая 10^{-6}, принята в качестве основного пункта технических условий на разработку интегратора.

В работе показано, что при перечисленных ограничениях структура цифрового интегратора полностью определяется тремя независимыми показателями: порядком формулы численного интегрирования K, числом параллельных каналов вычисления F_2 и числом последовательных каналов вычислений F_3. Результаты соответствующих расчетов сведены в таблицу:

Центральная научная
БИБЛИОТЕКА

k	F_2	F_3	η
0	1	1	64
0	43	1	45
1	1	1	2700
1	34	1	2500
2	1	1	967
2	33	1	1330
2	1	2	1390
2	33	2	1650
3	1	1	770
3	31	1	1092
3	1	3	1270
3	31	3	1535

Из таблицы видно, что наибольшей эффективностью обладает схема цифрового интегратора чисто последовательного типа (число параллельных каналов вычислений равно 1), работающего в соответствии с экстраполяционной формулой первого порядка. Эта формула получила название формулы Эйлера II. Из таблицы видно также, что при переходе от одного типа структуры к другому величина эффективности изменяется достаточно сильно, что свидетельствует о важности использования описанной методики.

С помощью методов линейного программирования описанная методика синтеза оптимальной структуры цифровой модели дает возможность запрограммировать процесс синтеза для УЦВМ и, следовательно, автоматизировать один из этапов разработки модели. Поскольку в выражение для эффективности входит оценка относительной сложности, зависящая в свою очередь от аналогичных оценок отдельных элементов, успех работы в большой степени будет зависеть от наличия конкретных данных по соответствующим элементам.

Предложенная методика, конечно, не дает возможности полностью решить все проблемы, связанные с разработкой цифровой модели. Здесь большое значение по-прежнему имеет накопление соответствующего опыта. Так, например, во всех описанных выше случаях использовались оценки погрешности сверху, т.е. принимались в расчет наихудшие сочетания условий. Для большинства уравнений, решаемых на модели, эти оценки могут быть значительно улучшены, что даст дополнительный выигрыш в эффективности. Последнее указывает на важность учета при конструировании модели индивидуальных свойств моделируемых объектов. Предлагаемая методика позволяет получить некоторое приближение к окончательной структуре, которое может быть в дальнейшем уточнено на основе имеющегося опыта.

В работе описывается далее нормальный ряд элементов, разработанных для цифровой модели лаборатории № 10 ИАТ. Элементы выполнены на транзисторах типа П-402 и работают при тактовой частоте в 1 Мгц и длительности рабочего импульса в 0,4 мксек. В качестве запоминающих элементов используются динамические регистры, построенные на электромагнитных линиях задержки. Для компенсации возможных изменений длительности задержки применяется способ "расширения" выходных сигналов с последующим стробированием. Этот способ дает возможность компенсировать задержку без применения триггеров или других элементов с несколькими состояниями равновесия.

Способ расширения-стробирования широко используется также при построении и комбинационных схем и, в частности, при построении схемы полного двоичного сумматора. Этим достигается строгая одновременность поступления сигналов на входы переключательных элементов, и тем самым повышается надежность.

Для проверки работоспособности и общей эксплуатационной надежности разработанных элементов был построен макет цифрового интегратора, работающий на основе простейшей формулы численного интегрирования - формулы прямоугольников. Макет был подвергнут лабораторным испытаниям, давшим положительные результаты.

В работе дается подробное описание блок-схемы макета цифрового интегратора и приводятся результаты испытаний. Основной узел интегратора, а именно накапливающий счетчик, принят за основу при построении всех линейных решающих блоков цифровой модели в лаборатории № 10 ИАТ.

В последней части работы рассматриваются отдельные вопросы методики решения задач на цифровых моделях. Разработаны способы преобразования исходной системы уравнений, введения масштабных коэффициентов, а также способы построения некоторых нелинейных зависимостей. В соответствии с разработанной методикой на цифровой модели лаборатории № 10 ИАТ было решено несколько контрольных задач и, в частности, получено одно из устойчивых решений уравнения Матье.

В заключении раздела, посвященного методике решения задач, рассматривается несколько примеров, характеризующих точность, получаемую при решении на цифровой модели линейных дифференциальных уравнений. Показывается, что точность в большой степени зависит от конкретного вида уравнения.

В работе получены следующие основные научные результаты:

1. Исследован вопрос о построении оценок качества формул численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Получено основное соотношение, связывающее между собой

методическую погрешность на одном шаге δ, величину шага вычислений h, порядок формулы численного интегрирования k и граничную частоту спектра решения ω_c. Это соотношение может быть использовано в качестве практической формулы для выбора величин k и h по заданным значениям δ и ω_c.

2. Введено понятие "качества" формулы численного интегрирования и найдена зависимость численной оценки качества от основных параметров формулы. Это позволяет формализовать задачу выбора формулы численного интегрирования, если известно значение граничной частоты спектра решения ω_c.

3. Исследован вопрос о граничных возможностях структур цифровых решающих блоков, использующих известные формулы численного интегрирования. Показано, что увеличение порядка формулы численного интегрирования влечет за собой увеличение точности вычислений на одном шаге и качества формулы в том и только в том случае, если удовлетворяется неравенство

$$h\omega_c < 1.$$

Это неравенство позволяет определить граничные значения h или ω_c. Выведены соотношения, позволяющие определить область возможных значений точности и быстродействия для каждого данного значения порядка формулы численного интегрирования. На основе этих соотношений можно определять граничные возможности в смысле точности и быстродействия для различных классов цифровых вычислительных машин.

4. Получен новый класс формул численного интегрирования, основанных на приближении в среднем в частотной области. Выведены оценки точности для этого нового класса формул. Формулы, осно-

ванные на приближении в среднем, дают возможность строить цифровые структуры, погрешность вычислений в которых оказывается равномерно распределенной в диапазоне частот от нуля до нескольких сотен герц.

5. Предложена методика синтеза оптимальной структуры цифровой модели, основанная на описании структуры рядом величин, называемых показателями. Методика предусматривает выбор совокупности значений показателей структуры, дающей максимальное значение ее эффективности. За эффективность принимается при этом отношение информационной производительности модели к ее относительной аппаратурной сложности. Все перечисленные выше результаты дают возможность полностью формализовать решение задачи синтеза структуры цифровых решающих блоков.

6. Разработана конструкция цифрового интегратора для цифровой модели параллельно-последовательного типа. Интегратор выполнен на транзисторных элементах, работающих при тактовой частоте 1 Мгц. Скорость вычислений составляет 50000 итераций в секунду. В настоящее время цифровой интегратор используется в составе цифровой модели лаборатории № 10 ИАТ. Разработан также нормальный ряд транзисторных элементов и запоминающих элементов на электромагнитных линиях задержки, принятый за основу при конструировании цифровой модели.

7. Рассмотрены некоторые основные вопросы методики решения задач на цифровой модели, содержащей линейные решающие элементы.

Результаты теоретических и экспериментальных работ были использованы при разработке схем цифрового фильтра для обработки гравиметрических измерений, переданных Институту химической физики АН СССР. По теме диссертации опубликовано 5 научных работ. Отдельные результаты докладывались автором на I, II и III

конференциях-семинарах по теории и методам математического моделирования, а также на I Всесоюзной конференции по аналоговой вычислительной технике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шилейко А.В. Цифровые модели (обзор). "Автоматика и телемеханика", т. XX, № 12, 1959.
2. Шилейко А.В. Методика выбора оптимальной структуры цифровой модели. "Автоматика и телемеханика", т.XXII, № 1, 1961.
3. Шилейко А.В. Цифровые дифференциальные анализаторы. Изд. ВИНИТИ, М., 1961.
4. Козырева Г.М. и Шилейко А.В. О структурах специализированных вычислительных машин. Сб. "Комбинированные вычислительные машины", Академиздат, М., 1962.
5. Шилейко А.В. Об одном классе оценок качества формул численного интегрирования. Сб. "Вычислительная техника в управлении", Академиздат, М., 1963 (в печати).