АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ

О.А.Хохель

# ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ГЕНЕРАТОРА СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Автореферат

Киев - 1967

ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ АКАДЕМИИ НАУК УССР

О.А. ХОХЕЛЬ

# ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ГЕНЕРАТОРА СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель - кандидат технических наук В.И.ИВАНЕНКО

Киев - 1967

При построении автоматических систем управления сложными объектами, в частности, объектами промышленной технологии, необходимо учитывать то важное обстоятельство, что эти объекты работают при воздействии ненаблюдаемых случайных возмущений и помех. С целью учета этих возмущений в последнее десятилетие разработаны специальные новые методы синтеза автоматических систем, основанные на математической теории статистических решений и развитые в работах Р.Беллмана, А.А. Фельдбаума и других ученых. Почти всегда реальные объекты автоматического управления оказываются настолько сложными, что приходится пользоваться приближенными методами синтеза автоматических систем. В этих случаях необходимо уточнять получаемые решения, и поэтому приобретает большое значение моделирование синтезированных автоматических систем.

При исследовании автоматических систем методами моделирования решающее значение имеет качество моделирования случайных возмущений и помех. Одним из важных методов моделирования случайных возмущений и помех является генерирование случайных процессов в помощью физических источников шума.

Однако полученные таким способом случайные процессы обладают существенным недостатком - нестационарностью.

Целью настоящей работы является исследование вопросов стабилизации параметров искусственно генерируемых случайных процессов и разработка автоматических систем стабилизации этих параметров.

Реферируемая работа состоит из введения, четырех глав и двух приложений.

Глава первая является по существу обзорной и содержит сравнительный анализ основных методов генерирования случайных процессов.

Все способы получения случайных процессов делятся на две большие группы в соответствии с используемыми техническими средствами.

К первой группе относятся способы получения моделей случайных возмущений, основанные на применении электронных вычислительных машин и описанные в работах Д.И. Голенко, Н.П.Бусленко и др.авторов. На цифровых вычислительных машинах получение случайных чисел с фиксированным законом распределения представляет собой формирование случайных чисел с помощью некоторого алгоритма - получение так называемых псевдослучайных чисел, обладающих всеми необходимыми свойствами случайных чисел. На аналоговых вычислительных машинах модель случайного процесса можно получить, например, построив генератор полигармонического сигнала со случайными фазовыми сдвигами.



Общим недостатком всех способов этой первой группы является периодичность получаемых случайных процессов.

Ко второй группе относятя способы получения случайных возмущений с помощью специальных приборов, использующих физические источники случайных процессов, - генераторов случайных процессов.

Общим недостатком этой группы способов является нестационарность генерируемых случайных процессов.

Требования к генераторам случайных процессов можно сформулировать следующим образом. Случайный процесс должен обладать:

1. Определенным фиксированным законом распределения.
2. Определенной спектральной плотностью в заданном диапазоне частот.
3. Стационарностью.

Получение шума в примыкающем к нулю низкочастотном диапазоне порядка десятков герц и ниже, характерном для большинства объектов промышленной технологии, от физических источников шума практически невозможно, поскольку часть энергии источника, приходящаяся на эту полосу, составляет ничтожную долю общей энергии источника. Применение необходимого усиления в $10^5$ - $10^7$ раз неизбежно приводит к искажениям распределения по спектру энергии исходного сигнала, вносит нестационарность и регулярные составляющие в генерируемый случайный процесс.

Основным методом получения низкочастотного шума является выделение с помощью полосового фильтра достаточно разномерного участка спектра шумового источника и последующее преобразование выделенного шума в низкочастотный путем трансформации спектра. Этот метод применен в серийно выпускаемом отечественной промышленностью генераторе низкочастотного шума ГШ-I.

Подобные методы получения случайных процессов не исключают необходимости большого усиления, что приводит к указанным нежелательным явлениям. Для устранения этих явлений с целью улучшения стационарности генерируемого шума в ГШ-I применена схема ШАРУ. Однако такого типа решения не обеспечивают стационарности генерируемого случайного процесса.

Во второй главе анализируются причины, порождающие нестационарность генерируемого процесса и рассматриваются вопросы конструирования некоторых узлов генератора случайных процессов с требуемыми характеристиками.

Общая схема генерирования случайного процесса с произвольным законом распределения и регулируемым спектром состоит из источника шумового напряжения " И", преобразователя вероятностей "ПВ" и формирующего устройства "Ф", показанных на рис. 1.

Источник или генератор "И" шумового напряжения $\eta(t)$ включает в себя источник шумовой ЭДС, усилители напряжения



и мощности. Преобразователь вероятностей преобразует входное напряжение $\eta(t)$ с плотностью распределения $P(\eta)$ в случайное напряжение $V(t)$ с плотностью распределения $Q(V)$. Наконец, для гауссовского шума $V(t)$ линейный преобразователь "Ф" позволяет получить требуемые характеристики случайного процесса. Нами разработаны блоки формирования спектра гауссовского случайного процесса в диапазоне 0 – 25 гц и преобразования вероятностей.

Принцип действия преобразователя вероятностей, предложенный Ицхоки, Падуном и Фирсовым, основан на объединении нескольких равновероятных событий из полной группы независимых случайных событий в одно событие с суммарной вероятностью. Предлагаемая в работе техническая реализация этого принципа на основе управляемых логических пороговых элементов делает его возможности при формировании одномерных распределений практически неограниченными.

Исходная полная группа независимых равновероятных случайных событий представляется случайными числами с квазиравномерным распределением в интервале / 0 ; I /. Генерирование таких чисел сводится к следующему. Используя последовательность случайных величин $Z_s$, равновероятно принимающих одно из двух возможных значений–0 или I, формируют $m$ – разрядное случайное число:

$$C_i = Z_1 \cdot 2^{-1} + Z_2 \cdot 2^{-2} + Z_3 \cdot 2^{-3} + \dots + Z_m \cdot 2^{-m} \quad /1/$$

Получение случайных величин $Z_s$ предусматривает использование источников шумовой ЭДС. Если снимать значения случайного напряжения $\eta(t)$ в достаточно удаленные друг от друга моменты времени $t_s$, то получим дискретную последовательность независимых случайных величин $\eta_s$. Выбирая некоторый порог $\alpha$, величину $Z_s$ определяем из следующего условия:

$$Z_s = \begin{cases} 1 & \text{при } \eta_s \leqslant \alpha, \\ 0 & \text{при } \eta_s > \alpha. \end{cases} \qquad /2/$$

Обычно применяемые источники шумовых ЭДС генерируют шум с нормальным законом распределения амплитуд.

$$P(\eta_s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\eta_s - \eta_0)^2}{2\sigma^2}\right\}. \qquad /3/$$

В этом случае вероятность $P$ события $\eta_s \leqslant \alpha$ определяется как

$$P[\eta_s \leqslant \alpha] = \int_{-\infty}^{\alpha} P(\eta)\,d\eta = f(\eta, \alpha, \eta_0, \sigma), \qquad /4/$$

т.е. вероятность получения $Z_s = 1$ зависит от порога $\alpha$ и от параметров распределения $\bar{\Theta} = \{\eta_0, \sigma\}$ случайного напряжения $\eta_s$. Такой способ получения равномерно распределенных случайных чисел применен, например, в генераторе случайных процессов, выпускаемом фирмой SOLARTRON.

Используемые источники шумовых ЭДС разделяются на две группы. К первой относятся газоразрядные и вакуумные



приборы. Они обладают высоким уровнем шума, равномерным спектром в широкой полосе частот и, в большинстве случаев, нормальным распределением амплитуд. Основным недостатком этих источников является нестационарность генерируемого шума $\eta(t)$. Ко второй группе относятся источники стационарных шумов, например, термосопротивления. Уровень шума у них очень низок и требует большого усиления, что вносит нестационарность и гармонические составляющие в шум. Блоки "ПВ" и "Ф" нестационарности в формируемый случайный процесс не вносят.

Из этого следует, что точки приложения возмущений, вызывающих нестационарность получаемого в ГСП случайного процесса, находятся в самом источнике "И" шумового напряжения $\eta(t)$. Если на выходе блока "И" получить стационарный шум, то на выходе ГСП можно получить требуемый стационарный случайный процесс.

В третьей главе рассматривается задача синтеза автоматической системы стабилизации параметров шума. Предположим, что шум источника обладает простой нестационарностью, выраженной в непредвиденных случайных изменениях параметров его распределения. Для компенсации этих изменений необходима автоматическая система подстройки параметров. Работа такой системы состоит в том, чтобы поддерживать параметры распределения $\bar{\Theta}_s$ равными определенным значениям $\bar{\Theta}^*$ в любой момент времени:

$$\bar{\Theta}_s = \bar{\Theta}^*. \qquad /5/$$

Будем оценивать качество работы системы функцией потерь $W_s$ :

$$W_s = W[\bar{\theta}_s, \bar{\theta}^*, s]. \qquad /6/$$

Пусть $\overset{\circ}{\eta}_s$ — стационарный центрированный дискретный гауссовский шум. При прохождении каналов передачи и усиления на него действуют возмущения, которые изменяют параметры его распределения $\bar{\theta}_s$ . Будем рассматривать канал передачи $G$ , показанный на рис. 2.

Возмущениями здесь являются случайное изменение коэффициента усиления $Z_2$ множительного звена $M3$ и уход нуля $Z_1$ в суммирующем звене $\Sigma$ .

Тогда реальный физический процесс представляется в виде

$$\eta_s = \overset{\circ}{\eta}_s \cdot Z_2 + Z_1 \qquad /7/$$

с параметрами

$$m_s = M\{\eta_s\}; \; \sigma_s = \sigma\{\eta_s\}. \qquad /8/$$

Параметры реального случайного процесса оказываются зависимыми от возмущения $\bar{Z} = \{Z_1, Z_2\}$ . Пусть это возмущение представляет собой кусочно-постоянную функцию времени, принимающую случайные значения $\mu$ в случайные моменты времени $\tau$ , распределение которых имеет математическое ожидание $M\{\tau\} = n$ . Из равенств /7/ и /8/ следует, что параметры реального случайного процесса —

$$m_s = Z_1 \; ; \; \sigma_s = \overset{\circ}{\sigma} \cdot Z_2 . \qquad /9/$$



Функция потерь $W_s$ является случайной величиной и равна

$$W_s = W[m_s, \overset{\circ}{m}, \sigma_s, \overset{\circ}{\sigma}, s]. \qquad /10/$$

Поэтому оценкой работы системы выберем среднее значение функции потерь - удельный риск $R_s = M\{W_s\}$.

Методы теории статистических решений позволяют предложить две системы стабилизации параметров:

1. Оптимальную автоматическую систему, в которой стратегия управления находится из условий минимизации критерия качества системы.

2. Дескриптивную автоматическую систему, в которой стратегия управления постулируется.

Оптимальная система стабилизации определяется из условий минимизации суммарного риска $R$ :

$$R = \sum_{s=0}^{s=n} R_s . \qquad /11/$$

Рассмотрим сначала отдельно задачу управления математическим ожиданием шума $m_s$ . Для этого пренебрежем действием возмущения $Z_2$ . Тогда схема управления величиной $m_s$ может быть представлена на рис.3.

Уравнение объекта управления $\Sigma$ имеет вид

$$m_s = U_s + \mu , \qquad /12/$$

если положить $Z_1 = \mu$ .

Уравнение канала обратной связи $H$ :

$$\eta_s = m_s + \overset{\circ}{\eta}_s . \qquad /13/$$

Функцию потерь определим в виде

$$W_s = (m_s - \mathring{m})^2. \qquad /14/$$

А.А.Фельдбаумом показано, что для такого случая

$$\min R = \min \sum_{s=0}^{s=n} R_s = \sum_{s=0}^{s=n} \min R_s ; \qquad /15/$$

это позволяет определить оптимальную систему из условия минимизации удельного риска. Удельный риск будем определять так:

$$R_s = M\{W_s\} = \int W_s[m_s, \mathring{m}] \cdot P(m_s) \cdot dm_s . \qquad /16/$$

Следуя теории оптимальных автоматических систем, имеем

$$R_s = \int\limits_{\Omega(U_s,\mu)} W_s[U_s, \mu, \mathring{m}] \cdot P_s(\mu) \cdot \Gamma_s \cdot d\Omega , \qquad /17/$$

где $\Gamma_s$ – стратегия управления:

$$\Gamma_s = P(U_s / \vec{U}_{s-1}, \vec{\eta}_{s-1}) ; \qquad /18/$$

$P_s(\mu)$ – апостериорная мера для величины $\mu$, определяемая по формуле Байеса:

$$P_s(\mu) = \frac{P_0(\mu) \cdot \prod\limits_{i=0}^{i=s-1} P(\eta_i / U_i, \mu)}{\int P_0(\mu) \cdot \prod\limits_{i=0}^{i=s-1} P(\eta_i / U_i, \mu) d\mu} . \qquad /19/$$

Отсюда запишем выражение для риска $R_s$ окончательно так:

$$R_s = \int\limits_{\Omega(U_s,\mu)} W_s[U_s, \mu, \mathring{m}] \cdot \frac{P_0(\mu) \cdot \prod\limits_{i=0}^{i=s-1} P(\eta_i / U_i, \mu) \Gamma_s}{\int P_0(\mu) \cdot \prod\limits_{i=0}^{i=s-1} P(\eta_i / U_i, \mu) d\mu} \cdot d\Omega . \qquad /20/$$



Обозначим:

$$\alpha(U_s) = \int\limits_{\Omega(U_s,\mu)} W_s[U_s, \mu, \mathring{m}] \frac{P_0(\mu) \cdot \prod\limits_{i=0}^{i=s-1} P(\eta_i / U_i, \mu)}{\int P_0(\mu) \cdot \prod\limits_{i=0}^{i=s-1} P(\eta_i / U_i, \mu) d\mu} d\Omega . \qquad /21/$$

Риск $R_s$ минимизируется детерминированной стратегией, которая определяется из минимума функции $\alpha(U_s)$.

Априорное распределение $P_0(\mu)$ примем нормальным:

$$P_0(\mu) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\mu - \mu_0)^2}{2\sigma^2}\right\} ; \qquad /22/$$

распределение шума $\mathring{\eta}_i$ известно:

$$P(\mathring{\eta}_i) = \frac{1}{\mathring{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\eta_i^2}{2\mathring{\sigma}^2}\right\} ; \qquad /23/$$

а распределение $\eta_i$ при фиксированных $\mu$ и $U_i$ определится через распределение шума $\mathring{\eta}_i$ и уравнение объекта управления /12/:

$$P(\eta_i / U_i, \mu) = \frac{1}{\mathring{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\eta_i - \mu - U_i)^2}{2\mathring{\sigma}^2}\right\} . \qquad /24/$$

Подставляя /14/, /22/ и /24/ в /20/ и минимизируя результат интегрирования по $U_s$ получим:

$$U_s^* = \mathring{m} - \frac{\mu_0 + \left(\frac{\sigma}{\mathring{\sigma}}\right)^2 \sum\limits_{i=0}^{s-1} (\eta_i - U_i)}{1 + \left(\frac{\sigma}{\mathring{\sigma}}\right)^2 \cdot s} . \qquad /25/$$

Второе слагаемое в этой формуле представляет собой оценку величины $\mu$. Как видно из рис.3, идеальным было бы управление $U_s^* = \mathring{m} - \mu$, однако измерение $\mu$ невозможно вследствие наличия шума $\mathring{\eta}_s$ в канале "Н".

В начале процесса регулирования при малых $s$, а также при больших значениях $\mathring{\sigma}$ основной вес имеет априорное значение возмущения $\mu$.

При значительном накоплении информации, т.е. при большой величине накопленной суммы, выражение /25/ представляется в виде

$$U_s^* \cong \mathring{m} - \frac{\sum_{i=0}^{s-1}(\eta_i - U_i)}{s}, \qquad /26/$$

т.е. оценка $\mu$ сходится к среднему арифметическому значению.

Рассмотрим теперь отдельно задачу регулирования среднеквадратического отклонения $\sigma_s$ шума $\eta_s$. Положим, что действием $Z_1$ можно пренебречь. Тогда схема управления будет иметь вид, показанный на рис. 4.

Уравнение объекта управления теперь имеет вид

$$\eta_s = U_s \cdot \mu \cdot \mathring{\eta}_s, \qquad /27/$$

если положить $Z_2 = \mu$.

Функцию потерь определим в виде

$$W_s = (\sigma_s - \mathring{\sigma})^2. \qquad /28/$$

Для этой системы равенство /15/ не выполняется. Минимизация суммарного риска / 11/, определяющая оптимальную на интервале $n$ стратегию управления, резко усложняется - имеем стохастическую задачу динамического программирования. Определим здесь только субоптимальное управление, которое будем искать путем минимизации удельного риска:

$$R_s = M\{W_s\} = \int W_s[\sigma_s, \mathring{\sigma}] \cdot P(\sigma_s) \cdot d\sigma_s. \qquad /29/$$



Поступая аналогично тому, как в задаче управления математическим ожиданием, находим

$$R_s = \int\limits_{\Omega(U_s,\mu)} W_s[U_s, \mu, \mathring{\sigma}] \cdot P_s(\mu) \cdot \Gamma_s \cdot d\Omega. \qquad /30/$$

Априорное распределение для $\mu$ выберем согласно /22/, а условное распределение $P(\eta_i/U_i,\mu)$ определяется через уравнение объекта /27 / так:

$$P(\eta_i/U_i,\mu) = \frac{1}{\mu \cdot U_i \cdot \mathring{\sigma} \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\eta_i^2}{2[\mu \cdot U_i \cdot \mathring{\sigma}]^2}\right\}. \qquad /31/$$

Подставляя / 22/, / 28 /, / 31 / в / 30 / и минимизируя полученное выражение по $U_s$, определим субоптимальное управление следующим образом:

$$U_s^* = \frac{\int \frac{1}{\mu^{s-1}} \exp\left\{-\frac{(\mu-\mu_0)^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{s-1}\frac{\eta_i^2}{[\mu \cdot U_i \cdot \mathring{\sigma}]^2}\right\} d\mu}{\int \frac{1}{\mu^{s-2}} \exp\left\{-\frac{(\mu-\mu_0)^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{s-1}\frac{\eta_i^2}{[\mu \cdot U_i \cdot \mathring{\sigma}]^2}\right\} d\mu}. \qquad /32/$$

Доказывается, что последовательность оптимальных управлений, определяемых формулой / 32 /, сходится к величине $\frac{1}{\mu}$, т.е.

$$\lim_{s\to\infty} U_s^* = \frac{1}{\mu}. \qquad /33/$$

Это именно то значение управления, которое необходимо, чтобы $\sigma_s = \mathring{\sigma}$.

Идея доказательства состоит в замене отношения интегралов / 32 / отношением их главных значений путем предельного перехода и последующем определении величины предела этого отношения при устремлении числа шагов регулирования к бесконечности.

Путем моделирования на цифровой вычислительной машине были построены процессы стабилизации дисперсии. Результаты моделирования для двух различных значений возмущения приведены на рис. 5.

Видно, что последовательность оптимальных управлений быстро сходится к своему предельному значению. Можно утверждать, что практически достаточно хорошее качество процесса регулирования достигается даже в простейшей субоптимальной системе. В то же время сложность полученных субоптимальных стратегий управления исключает возможность их технической реализации в таком сравнительно небольшом приборе, как генератор случайных процессов.

В четвертой главе рассматривается система стабилизации параметров шума в какой-то мере близкая к оптимальной, но отличающаяся простотой, а, значит, и реализуемостью стратегий управления.

Введем в канал передачи шума $\eta_i$ управляемое звено $K$ и рассмотрим блок-схему, показанную на рис. 6. На реальный случайный процесс $\eta_i$ в $K$ должны действовать такие управляющие воздействия $U_s^m$ и $U_s^\sigma$, чтобы его параметры на выходе звена $K$ стали равными требуемым значениям.

Уравнение объекта управления в этой системе имеет вид

$$\eta_{i\,вых} = (\eta_i + U_s^m)\, U_s^\sigma, \qquad /34/$$



где $\eta_i$ определяется формулой /7/.

Функцию потерь определим так:

$$W_s = T_s \cdot [\,|m_s - \mathring{m}| \cdot a + |\sigma_s - \mathring{\sigma}| \cdot b\,], \qquad /36/$$

где $a$ и $b$ — положительные константы.

Такой выбор функции потерь объясняется тем, что на интервале наблюдения $T_s$ "некачественный" шум $\eta_i$ продолжает поступать на выход.

Алгоритм работы такой системы расчленим на две части:

1/ алгоритм измерения или оценки параметров распределения шума;

2/ алгоритм выбора управления или принятия решения об управлении.

Качество работы системы определяется свойствами обеих частей алгоритма, причем выбор одной из них влияет на выбор другой.

Основным в работе системы является алгоритм оценки параметров. В качестве алгоритма оценки параметров выбран алгоритм последовательных наблюдений Вальда, минимизирующий время наблюдения $T_s$. На основании наблюдаемых статистик выносится решение $\Delta_s$ для каждого параметра шума $\eta_i$ о справедливости одной из трех гипотез:

I. Параметр равен требуемой величине - $H_0$,

II. Параметр больше требуемой величины - $H_+$,

III. Параметр меньше требуемой величины - $H_-$.

При принятии решений здесь возможны 9 ситуаций, из которых лишь в трех будут приняты верные решения. В теории проверки статистических гипотез подробно рассмотрена лишь задача, в которой параметр принимает лишь два значения. Заменим одну задачу различения трех гипотез двумя задачами различения двух гипотез:

I – параметр равен требуемой величине – $H_0$
и параметр больше требуемой величины – $H_+$,

II – параметр равен требуемой величине – $H_0$
и параметр меньше требуемой величины – $H_-$.

При совместном различении гипотез $H_0$, $H_+$ и $H_-$ вероятности ошибок второго рода мало изменяются и их можно считать равными $\beta$, а вероятность ошибки первого рода в наихудшем случае возрастет вдвое, и ее надо считать равной $2\alpha$.

В качестве алгоритма принятия решения об управлении по найденной оценке выбран простейший алгоритм соответствия:

$$
\begin{array}{ll}
\text{при } H_0 & U_s = U_{s-1}, \\
\text{"} \ H_+ & U_s = U_{s-1} - 1, \\
\text{"} \ H_- & U_- = U_{s-1} + 1.
\end{array}
$$

Аналитическое исследование автоматической системы стабилизации параметров шума, основанной на различении статистических гипотез о величине параметров, показали, что система устойчива и физически осуществима.

В случае стабилизации математического ожидания шума $m_s$ задачу различения трех гипотез можно заменить одной задачей различения двух гипотез. Следуя последовательной методике проверки гипотез, получаем, что работа системы сводится к непрерывной проверке следующих неравенств:



$$a_n = \frac{\sigma}{\delta}(\ln B + \ln 2) + n\frac{\sigma\delta}{2} < \left|\sum_{i=1}^{i=n}\eta_i\right| < \frac{\sigma}{\delta}(\ln A + \ln 2) + n\frac{\sigma\delta}{2} = r_n, \quad /36/$$

где

$$\delta = \left|\frac{m_s - \mathring{m}}{\sigma}\right|; \; B = \frac{\beta}{1-\alpha}; \; A = \frac{1-\beta}{\alpha}. \quad /37/$$

В случае, если $\left|\sum_{i=1}^{i=n}\eta_i\right| \leqslant a_n$, то принимается гипотеза $H_0$.

В случае, если $\left|\sum_{i=1}^{i=n}\eta_i\right| \geqslant r_n$, то гипотеза $H_0$ отклоняется, а принятие гипотез $H_+$ или $H_-$ определяется "знаком" последнего наблюдаемого значения:

$$\operatorname{sign} \mathring{\eta}_n = \operatorname{sign}(\eta_n - \mathring{m}). \quad /38/$$

В случае выполнения неравенства / 36 / требуется произвести еще одно наблюдение.

Величины $a_n$ и $r_n$ представляют собой параллельные прямые.

В случае стабилизации среднеквадратического отклонения задачу различения трех гипотез заменим двумя задачами различения двух гипотез. Следуя последовательной методике, получаем, что работа системы сводится к непрерывной проверке двух систем неравенств, соответствующих двум задачам различения гипотез.

Для первой задачи имеем:

$$a_m = \frac{2\ln B}{\frac{1}{\sigma_2^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}} + m\frac{\ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2}{\frac{1}{\sigma_2^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}} < \sum_{i=1}^{i=m}\eta_i^2 < \frac{2\ln A}{\frac{1}{\sigma_2^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}} + m\frac{\ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2}{\frac{1}{\sigma_2^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}} = r_m, \quad /39/$$

где $\sigma_1 > \sigma_2$ определяют зону безраличия, а

$$B = \frac{\beta}{1-2\alpha}\ ; \quad A = \frac{1-\beta}{2\alpha}\ . \qquad /40/$$

Для второй задачи имеем :

$$a_m' = \frac{2\ln B}{\frac{1}{\sigma_1'^2} - \frac{1}{\sigma_2'^2}} + m \cdot \frac{\ln\left(\frac{\sigma_2'}{\sigma_1'}\right)^2}{\frac{1}{\sigma_1'^2} - \frac{1}{\sigma_2'^2}} < \sum_{i=1}^{i=m} \eta_i^2 < \frac{2\ln A}{\frac{1}{\sigma_1'^2} - \frac{1}{\sigma_2'^2}} + m \frac{\ln\left(\frac{\sigma_2'}{\sigma_1'}\right)^2}{\frac{1}{\sigma_1'^2} - \frac{1}{\sigma_2'^2}} = r_m', \qquad /41/$$

где $\sigma_2' > \sigma_1'$ определяют зону безразличия для второй задачи различения.

Правые и левые части неравенств / 39 / и /41 / представляют собой попарно параллельные прямые с различными свободными членами.

В случае, если $\sum_{i=1}^{i=m} \eta_i^2 \geq a_m'$ и $\sum_{i=1}^{i=m} \eta_i^2 \leq a_m$, принимается гипотеза $H_0$ , если $\sum_{i=1}^{i=m} \eta_i^2 \geq r_m$ , принимается гипотеза $H_+$ , и если $\sum_{i=1}^{i=m} \eta_i^2 \leq r_m'$, принимается гипотеза $H_-$ . В случае, если выполняются неравенства / 39 / и / 41 / требуется произвести еще одно наблюдение.

Величины $\dot{m}$ , $\dot{\sigma}$ , $\delta$ , $\sigma_1$ , $\sigma_2$ , $\sigma_1'$ и $\sigma_2'$ определяются техническими требованиями.

Путем моделирования на цифровой вычислительной машине изучены процессы регулирования для случая стабилизации среднеквадратического отклонения. Для удобства сравнения с субоптимальной системой обе системы при моделировании ставились в одинаковые условия. При единичном скачке возмущения $\mu = +1$ видно, что дескриптивная система близка к оптимальной. Результаты трех расчетов показаны на рис.7.



Система стабилизации обоих параметров шума обладает связью между контурами управления математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением, которая проявляется как через измерительную часть системы, так и через объект управления. Анализ работы системы показывает, что связью через измерительную часть системы можно пренебречь, а одностороннее влияние управления дисперсией на величину математического ожидания через объект управления приводит лишь к некоторому удлинению переходного процесса в контуре управления математическим ожиданием.

На основе изложенных исследований была построена автоматическая система стабилизации параметров случайного гауссовского шума, описанная в приложении II . Экспериментально полученные процессы регулирования в этой системе приведены на рис. 8.

В приложении I найдено распределение числа наблюдений при проверке статистических гипотез последовательным методом.

В заключение кратко резюмируем полученные результаты.

1. Существующие методы подавления нестационарности генерируемых случайных процессов разделяются на две категории: а/ параметрические методы подавления нестационарности и б/ методы подавления нестационарности с помощью обратных связей. В работе рассматриваются методы стабилизации параметров искусственно генерируемых случайных процессов с помощью обратных связей.

Построена модель генератора случайных процессов как объекта автоматического управления; на основе этого поставлена задача синтеза оптимальной в смысле минимума удельного риска автоматической системы управления параметрами генерируемого случайного процесса.

2. Методами теории статистических решений определена оптимальная автоматическая система управления отдельно математическим ожиданием и дисперсией случайного процесса. Доказана сходимость процесса регулирования дисперсии.

3. Получена оптимальная стратегия управления при связанном регулировании математического ожидания и дисперсии. Доказано, что сходимость в этой системе является следствием сходимости в системе регулирования дисперсии. Путем моделирования на электронной цифровой вычислительной машине рассчитаны процессы регулирования в наиболее сложном случае – при управлении дисперсией.

4. Предложена упрощенная по отношению к оптимальной /дескриптивная/ автоматическая система стабилизации параметров, в основу которой положен последовательный наблюдатель Вальда и релейное управление. Путем сравнения систем, использующих различные алгоритмы наблюдения, показано, что система с последовательным наблюдателем Вальда лучше, так как в ней минимизируется при том же релейном управлении время наблюдения, т.е. минимизируется принятая функция потерь.



5. Показано, что предложенная автоматическая система управления генератором случайных процессов является устойчивой и физически осуществимой. При этом случайные значения $\eta_i$ на выходе системы остаются независимыми, что существенно упрощает систему управления и ее реализацию. В приложении II этот вывод подтвержден экспериментально.

6. Анализ системы связного управления обоими статистическими параметрами случайного процесса показывает, что связь между контурами управления математическим ожиданием и дисперсией проявляется как через измерительные части системы, так и через объект управления. Показано, что связью через измерительную часть системы можно пренебречь, а одностороннее влияние управления дисперсией на величину математического ожидания приводит к некоторому удлинению переходного процесса в контуре регулирования математического ожидания.

7. Путем сравнительного исследования оптимальной и дескриптивной автоматических систем показано, что дескриптивная автоматическая система по качеству процессов управления достаточно близка к оптимальной и, в то же время, в отличие от оптимальной реализуется достаточно простыми техническими средствами.

8. На основе проведенных исследований построен генератор стационарного шума с автоматической стабилизацией параметров, предназначенный для моделирования случайных возмущений и помех в автоматических системах.

Этот генератор применяется в цифроаналоговом комплексе, разработанном в Институте кибернетики АН УССР, и в испытательной установке для проверки усталостной прочности металлических конструкций.

Основные материалы диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Ф.В. Зворыгин, В.М.Томашов, О.А.Хохель, Генератор случайных напряжений инфранизких частот с любым законом распределения и регулируемым спектром, "Автоматика и приборостроение", № 4, 1964.

2. В.И.Дворцин, О.А.Хохель, Формирование произвольного закона распределения вероятностей в генераторе случайных процессов, "Автоматика", № 4, Киев, 1966.

3. О.А.Хохель, Краткий обзор методов генерирования случайных процессов, "Автоматика", № 2, Киев, 1967.

4. В.И.Иваненко, О.А.Хохель, Задачи стабилизации искусственно генерируемых случайных процессов, Труды ИФАК, Прага, июнь 1967.

5. О.А.Хохель, Автоматическая стабилизация параметров распределений случайного процесса, Реферат, I Всесоюзный симпозиум по статистическим проблемам в технической кибернетике, Москва, февраль 1967.

6. О.А.Хохель, Некоторые вопросы автоматической стабилизации параметров шума, "Автоматика", Киев, 1967 /в печати/.

7. О.А.Хохель, О законе распределения числа наблюдений при проверке статистических гипотез последовательным методом, "Кибернетика", 1967 /в печати/.



Результаты работы регулярно обсуждались на семинаре "Адаптивные системы управления" Института кибернетики АН УССР и докладывались на:

1. IУ Всесоюзной конференции-семинаре по теории и методам математического моделирования, 19-23 мая 1964 г., г.Киев.

2. Республиканском семинаре по автоматическому управлению при Совете по кибернетике АН УССР, 9 января 1967 г., Киев.

3. Ш научно-технической конференции по итогам выполненных работ в 1966 г., 8-11 февраля 1967 г., г.Киев.

4. I Всесоюзном симпозиуме по статистическим проблемам в технической кибернетике, 14-18 февраля 1967 г., г.Москва.

Доклад по результатам реферируемой работы включен в повестку дня симпозиума ИФАК по проблемам идентификации в системах автоматического управления, который состоится в июне 1967 г., г. Прага, ЧССР.

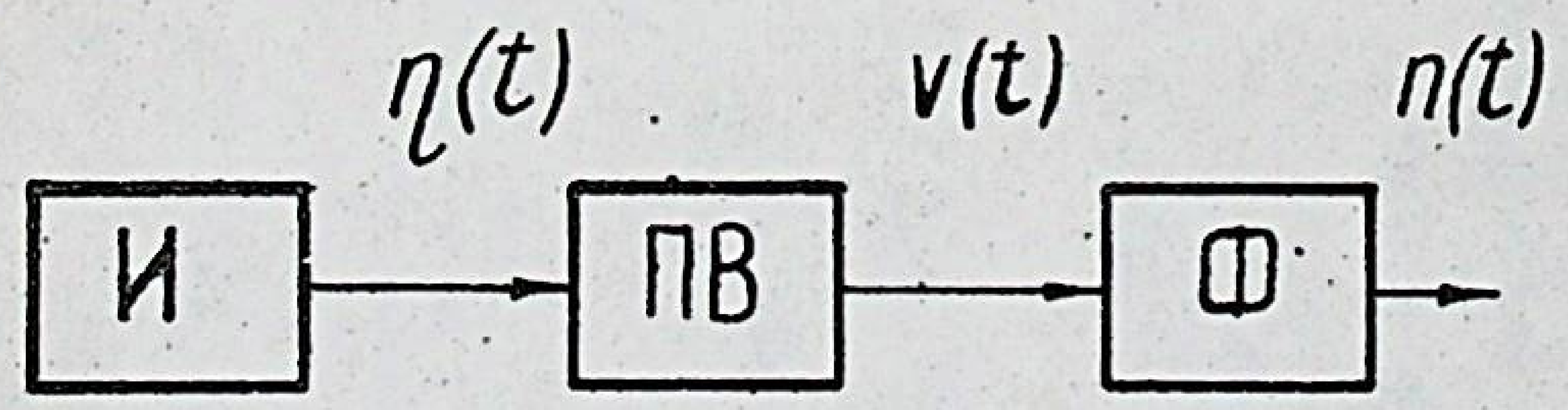


Рис.1

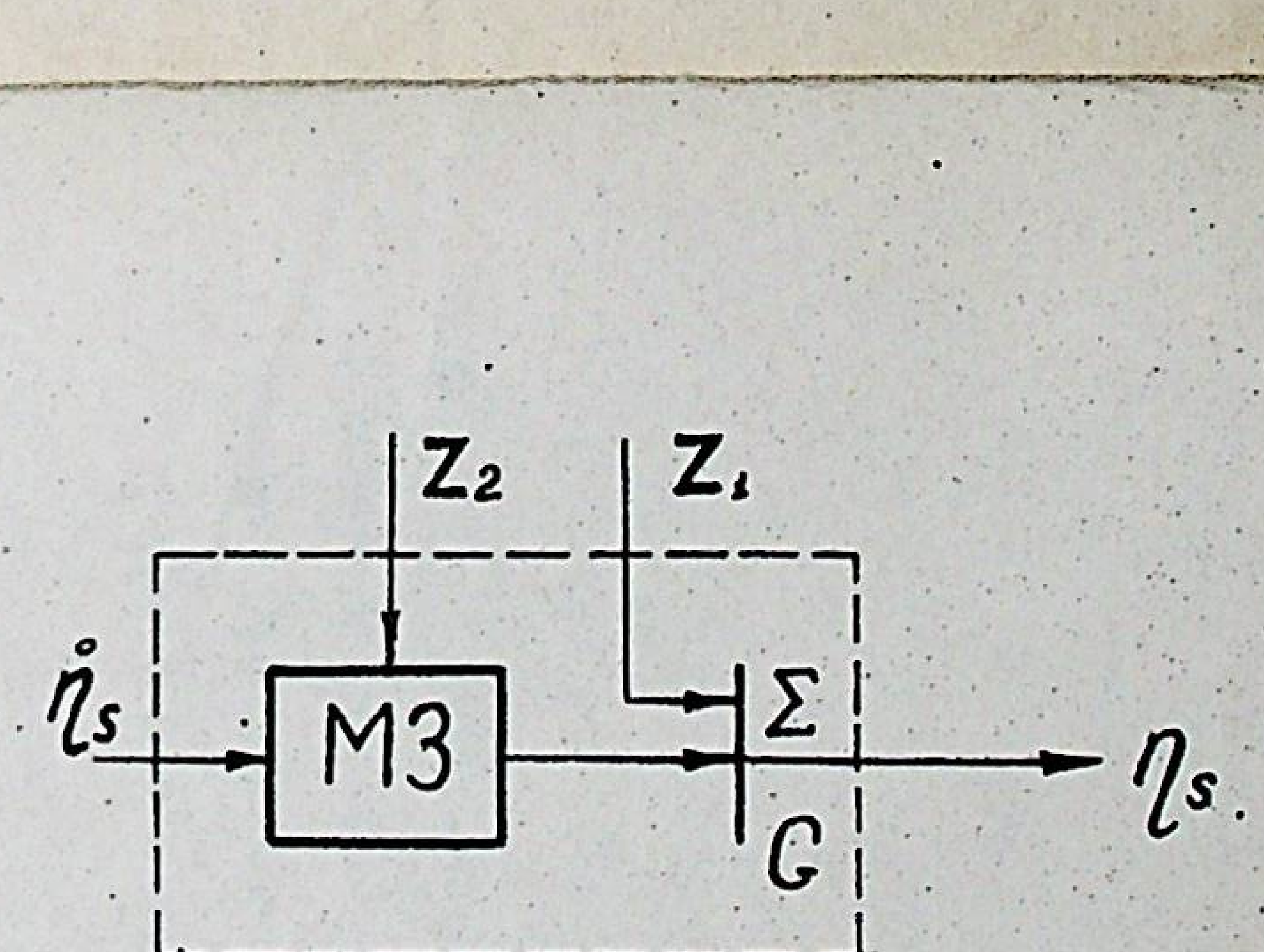


Рис.2.

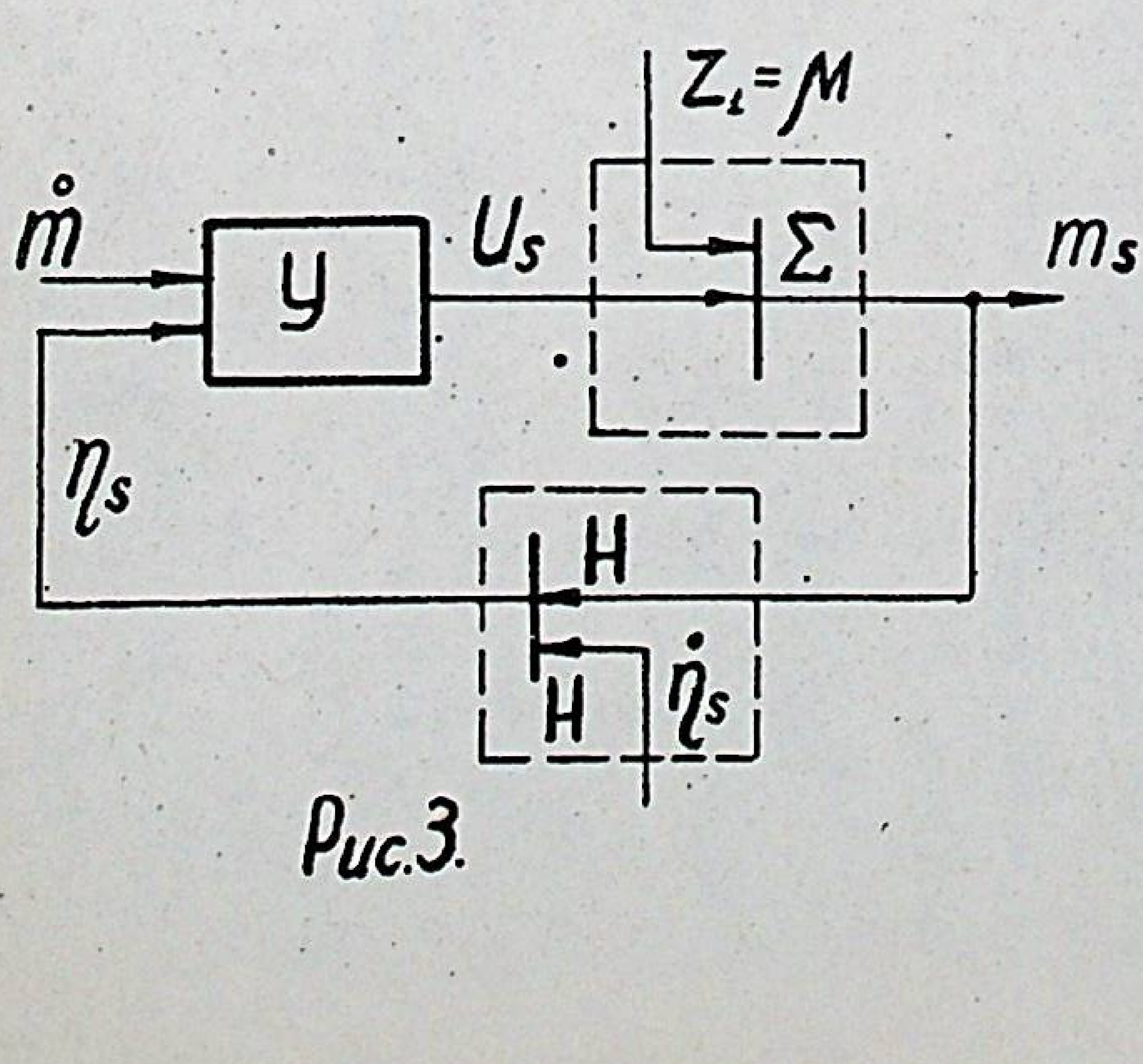


Рис.3.

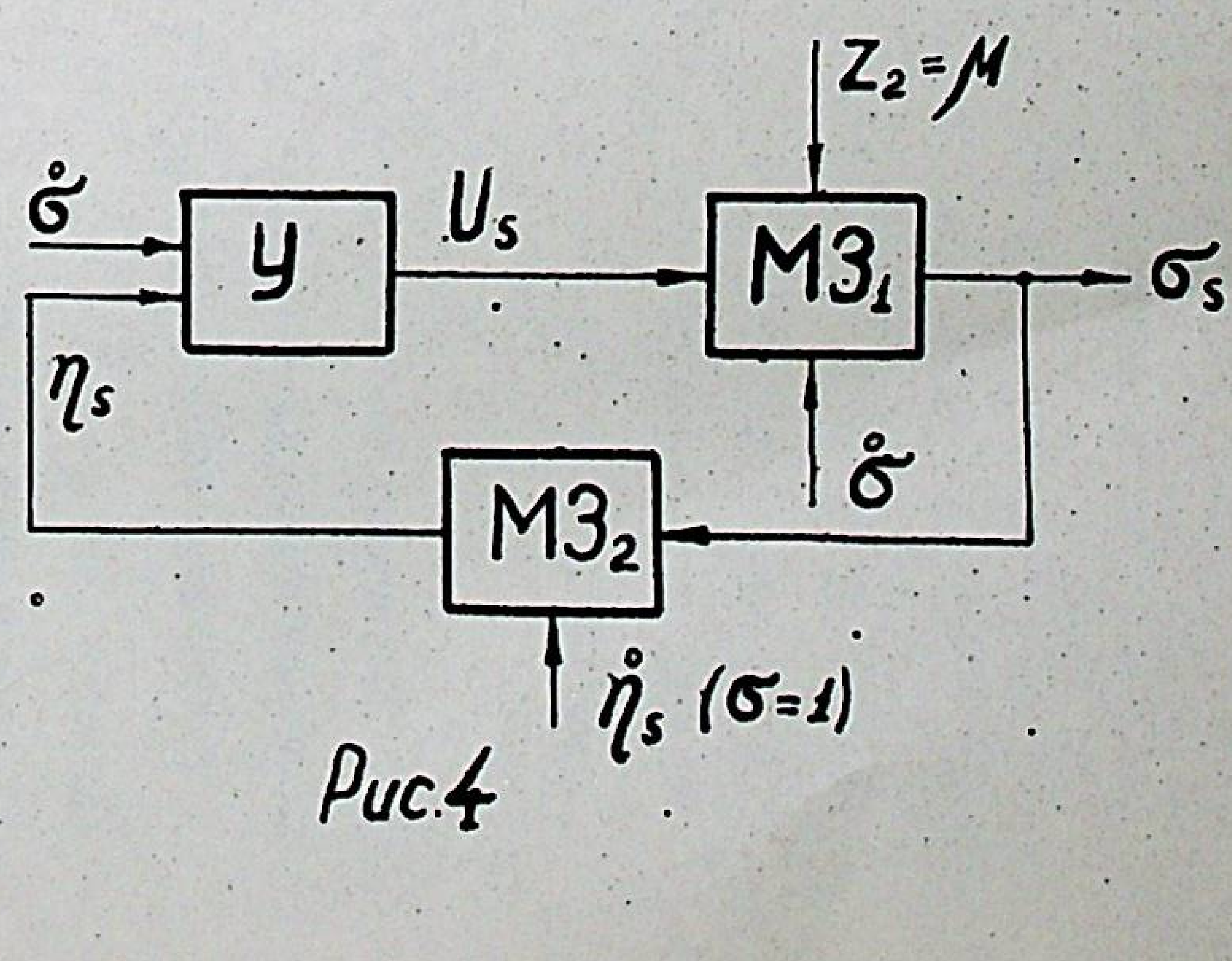


Рис.4

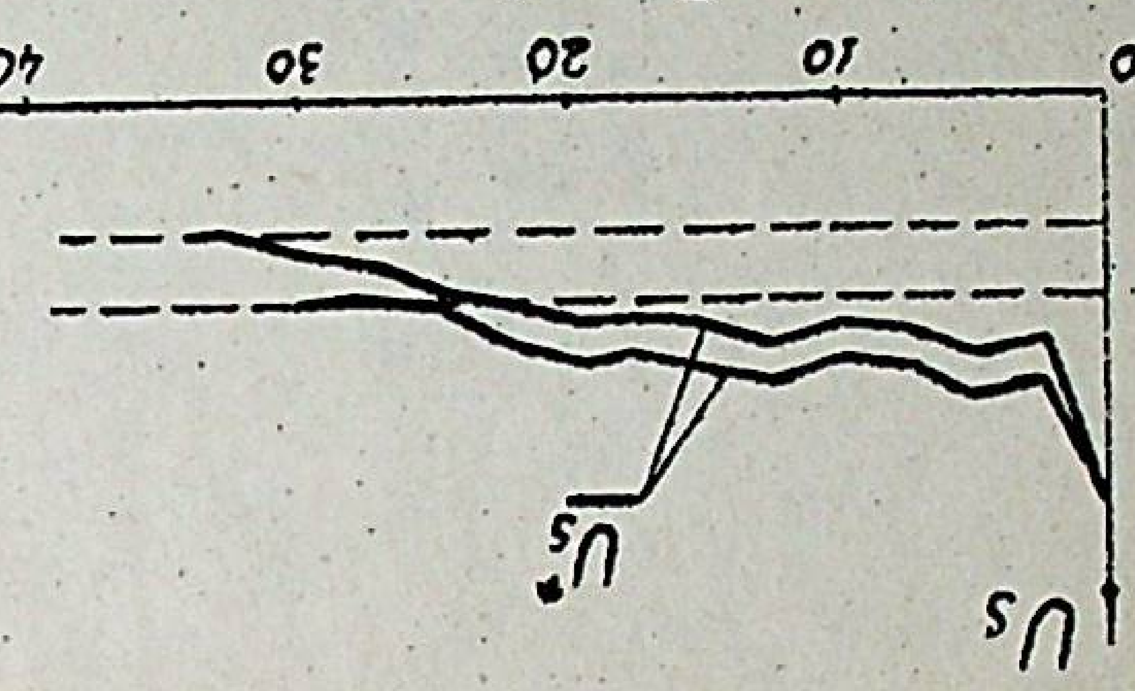


Рис.5

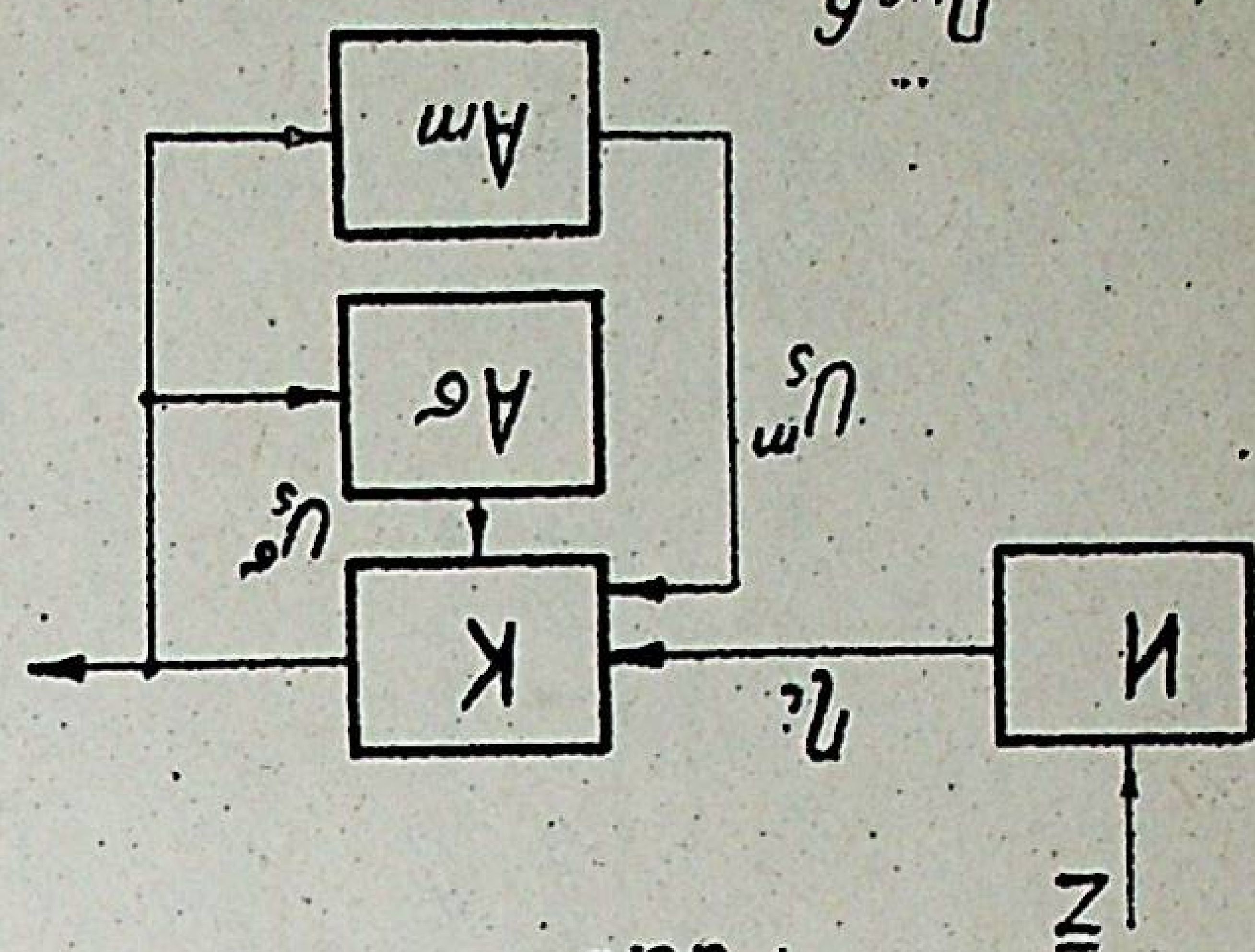


Рис.6.

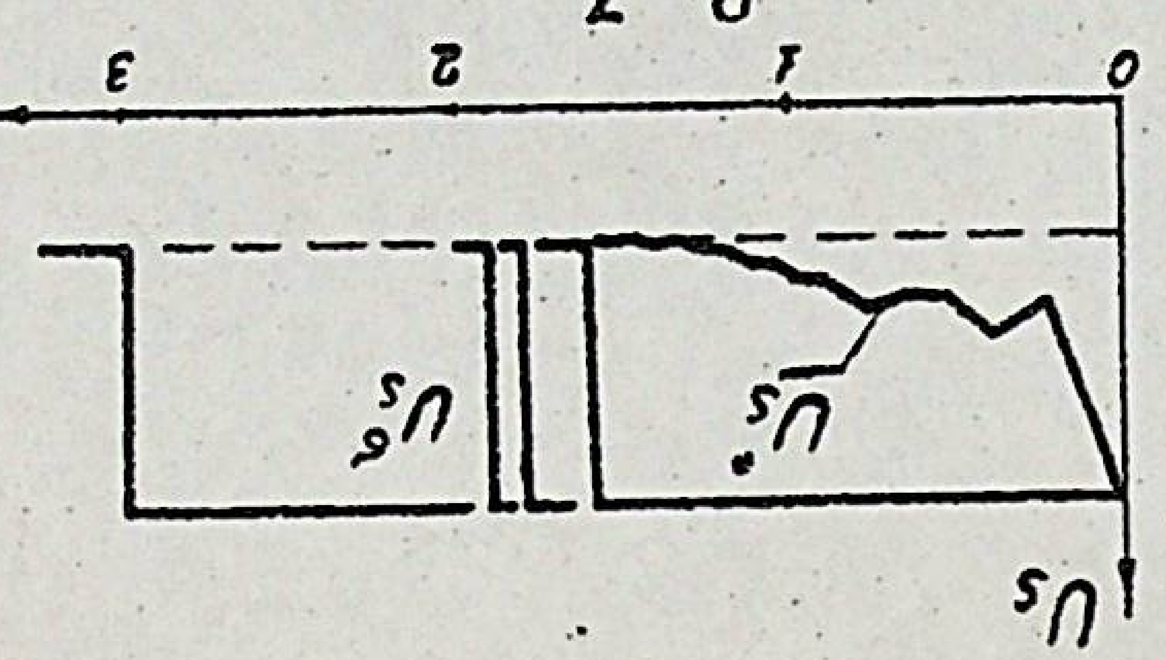


Рис.7.

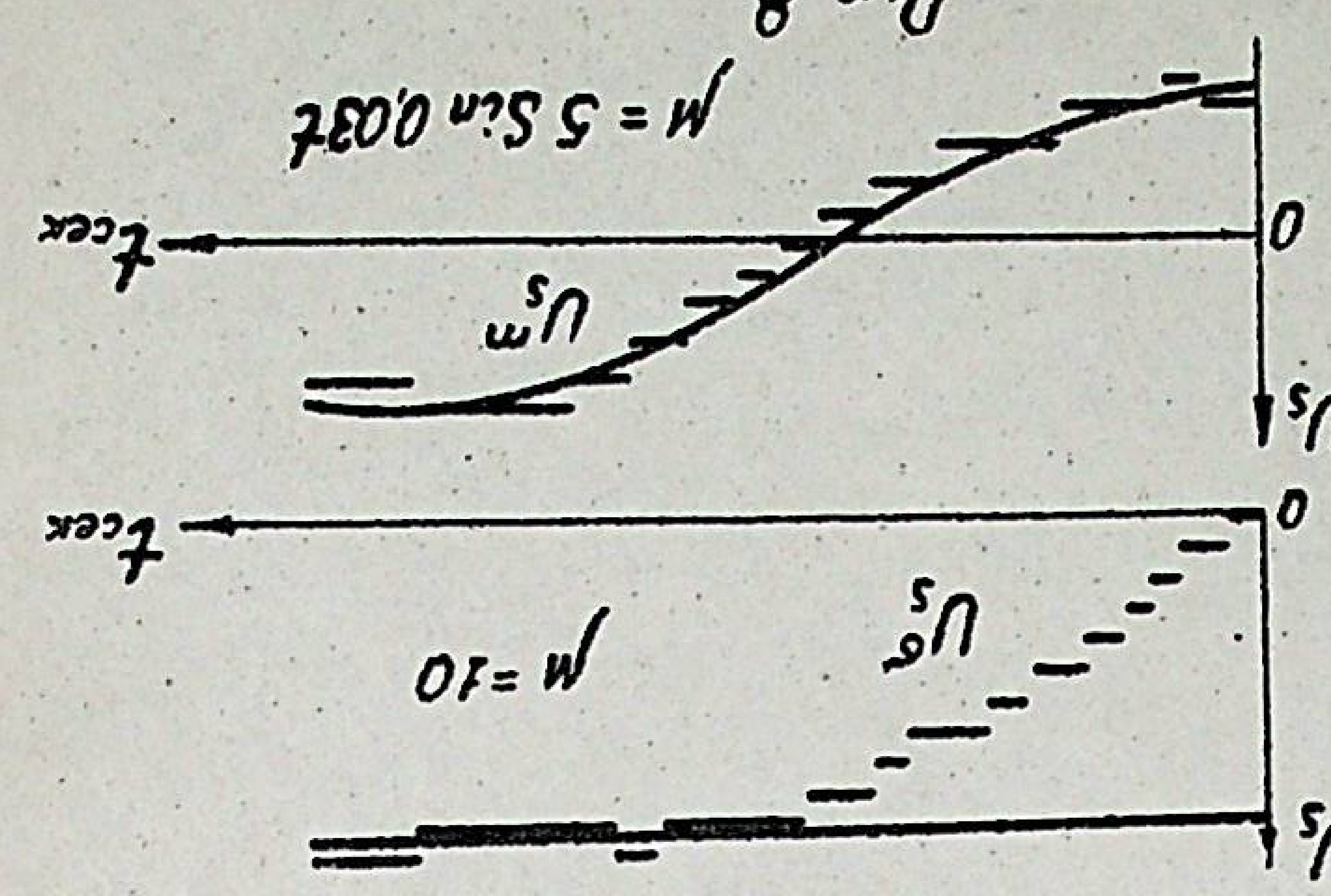


Рис. 8