

6  
А-43

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. М. ПОРТУГАЛ

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ РАСПИСАНИЙ  
И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В КАЛЕНДАРНОМ ПЛАНИРОВАНИИ МЕЛ-  
КОСЕРИЙНОГО ПРОИЗВОДСТВА.

255. Техническая кибернетика.

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук.

Москва-1969

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. М. ПОРТУГАЛ

На правах рукописи

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ РАСПИСАНИЙ  
И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В КАЛЕНДАРНОМ ПЛАНИРОВАНИИ МЕЛ-  
КОСЕРИЙНОГО ПРОИЗВОДСТВА.

255. Техническая кибернетика.

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук.

Москва-1969

Одной из важнейших подсистем автоматизированной системы управления производством (АСУП) любого предприятия машиностроения является подсистема календарного планирования. Для предприятия мелкосерийного производства эта подсистема должна включать в себя ряд задач: формирование портфеля заказов, укрупненное общезаводское планирование, формирование номенклатуры для планирования работы участков, участковое планирование, составление сменно-суточного задания, корректировка планов и др.

До создания АСУП часть задач (сменно-суточное задание, участковое планирование и др.) решалась непосредственно мастером. Остальные задачи решались планирующими органами предприятия на основании опыта и интуиции.

С появлением ЭВМ и развитием методов дискретной оптимизации начали предприниматься попытки автоматизации решения задач календарного планирования.

С помощью аппарата линейного программирования была решена задача объемно-календарного планирования - формирование портфеля заказов.

Большое внимание привлекла задача планирования работы участка мелкосерийного производства [1], так как она наиболее проста по постановке. Однако попытки получения оптимального решения этой задачи различными

методами (с помощью математического программирования, алгебры, теории графов и т.д.) приводили даже на упрощенных моделях к задачам таких больших размеров, что решение их с помощью имеющейся вычислительной техники практически неосуществимо [2]. Применение приближенных методов решения позволило исследовать модели довольно близкие к реальным производственным условиям [1, 3] и создать алгоритмы для решения реальных задач. Однако актуальным остается вопрос эффективности вычислительных методов по времени решения.

Задача укрупненного общезаводского планирования с помощью ЭВМ не решалась.

При ручном решении очень грубо рассматривался один из основных вопросов - степень параллельности обработки изделия в подразделении. Решение этого вопроса заменялось заданием длительности цикла обработки изделия в подразделении, причем эта длительность определялась эмпирически, на основании накопленного опыта.

Попыток автоматизировать решение остальных задач, входящих в подсистему календарного планирования мелкосерийного производства практически не предпринималось.

Основной целью настоящей диссертации является расширение круга задач, охватываемых подсистемой календарного планирования в АСУП. При этом возникла необходимость алгоритмизации решения задач, которые

до сих пор решались вручную. Как выяснилось в ходе исследования, эти задачи тесно связаны с задачей планирования работы участка и являются по сути существенным расширением этой задачи. Это потребовало вновь вернуться к анализу задачи планирования участка с тем, чтобы построить эффективный по времени алгоритм.

Диссертация состоит из 3-х глав.

В главе I дается краткий обзор задач теории расписаний и методов их решения. Описывается наиболее простая постановка задачи теории расписаний - задача Джонсона [4]. Отмечается, что несмотря на идеализированность задачи, эффективных методов точного решения для нее не найдено. Это приводит к применению различных методов приближенного решения (Монте-Карло, направленный перебор, правила предпочтения и др.), при этом основной задачей остается соотношение между временем поиска приближенного решения и близостью полученного решения к оптимальному.

Показывается, что с увеличением эффективности предлагаемых методов, постановки задач укладываются, идеализации становятся менее грубыми. Однако при этом единой теории, позволяющей решать возникающие задачи календарного планирования, не имеется.

Существуют лишь разрозненные постановки некоторых задач и методы, разработанные для их решения.

Глава II посвящена разработке эффективных методов решения рассматриваемых задач календарного планирования [5, 6, 7]. Для этого ставится и исследуется следующий класс задач теории расписаний:

Задача 1. Необходимо изготовить  $m$  деталей. Для каждой детали задана технология обработки  $F_i, i=1, 2, \dots, m$ , которая состоит из операций  $f_{ij}, (j=1, 2, \dots, j_{oi})$ ,  $f=1, 2, \dots, n$  - номер группы оборудования, на котором происходит обработка детали. Каждая группа состоит из  $P_f$  эквивалентных единиц.  $j_{oi}$  - количество операций, необходимое для изготовления  $i$ -той детали.

Каждой операции сопоставлено  $t_{ij} > 0$  - время выполнения операции  $f_{ij}$ .

Расписанием назовем  $m \times \max j_{oi}$  матрицу  $G = \|g_{ij}\|$ , элементами которой являются календарные времена окончания выполнения всех операций (на месте отсутствующих операций - нули).

Расписание должно удовлетворять следующим ограничениям:

1. На одной единице оборудования одновременно не может обрабатываться больше одной детали.
2. Каждая деталь обрабатывается только на одной

единице оборудования.

3. Если обработка детали на станке начинается, она продолжается до конца операции.
4. Последующая операция начинается после полного завершения предыдущей.

В качестве критериев оптимальности рассматривались следующие:

1. Минимизация общего времени завершения всех работ по изготовлению деталей.

2. Максимизация суммарной загрузки оборудования за заданный период времени.

Задача 2. Пусть в условиях задачи 1 для некоторых деталей задано  $\underline{\tau}_i$  - время, раньше которого деталь нельзя запускать в обработку (срок запуска) и  $\bar{\tau}_i$  - время, не позднее которого деталь должна быть изготовлена (срок выпуска).

Задача решается для критерия:

максимизировать суммарную загрузку оборудования за заданный период времени при соблюдении сроков  $\underline{\tau}_i$  и  $\bar{\tau}_i$ .

Задача 3 получается из задачи 2, если сроки  $\underline{\tau}_i$  и  $\bar{\tau}_i$  заданы для всех деталей. Задача 3 является задачей на поиск допустимого решения, удовлетворяющего ограничениям 1-4 и ограничению

$$5. \underline{\tau}_i < g_{ij} \leq \bar{\tau}_i; \quad i=1, 2, \dots, m; \quad j=1, 2, \dots, j_{oi}$$

В том случае, если задача 3 не имеет решения, т.е. в заданные сроки  $\bar{t}_i$  невозможно выпустить все детали, при заданном оборудовании  $P(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)$  возникают задачи 3-а и 3-б.

Задача 3-а.

Минимизировать стоимость дополнительного оборудования, необходимого для изготовления всех деталей в сроки, т.е. найти вектор  $P^{\min}$  такой, что существует решение задачи 3 и

$$\sum_{f=1}^n c_f \rho_f^{\min} \leq \sum_{f=1}^n c_f \rho_f,$$

для тех  $P$ , для которых существует решение задачи 3 ( $c_f$  - стоимость единицы  $f$ -того оборудования).

Задача 3-б.

Минимизировать суммарный штраф за невыполнение сроков выпуска

$$\min \sum_{i=1}^m b_i \bar{t}_i'$$

по тем векторам  $\bar{t}'$ , для которых существует решение задачи 3 ( $b_i$  - штраф за нарушение срока выпуска

$i$ -того изделия на единицу времени).

Назовем  $S = \sum_{i=1}^m j_i b_i$  площадью задачи.

В основном исследуются задачи, для которых

А)  $S$  велико ( $S \approx 10^3 \div 10^4$ )

Б)  $m \gg j_i$

Этим двум условиям удовлетворяют реальные задачи планирования участков мелкосерийного производства.

В § 2 и § 3 исследуется задача I.

Предлагается метод исследования - анализ структуры расписания, который заключается в следующем: выделяется основной элемент структуры расписания - "цепь" и проводится анализ "цепей" различных вариантов расписаний.

В результате исследования для частного случая задач рассматриваемого класса - задачи Джонсона получена следующая асимптотическая оценка.

Пусть  $L$  - длина произвольного расписания, а  $L_0$  - нижняя граница длины расписания.

Пусть матрица  $T = \|t_{ij}\|$  такова, что имеется столбец

$j_0$ , в котором

$$t_{ij_0} = \max_{i,j} t_{ij} \quad (i=1, 2, \dots, m).$$

Пусть  $\max_{i,j} t_{ij}$  ограничен, а  $\min_{i,j} t_{ij} \neq 0$

Тогда  $\Delta = \frac{L - L_0}{L_0} \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow \infty$   
 $\frac{n}{m} \rightarrow 0$

для расписаний с одинаковым порядком обработки на всех машинах.

Для общего случая анализ структуры расписания и экспериментальное исследование приводят к приближенному методу решения. Для исследуемого класса задач получен набор правил предпочтения, приводящий к единственному решению, близкому к оптимальному.

В § 4 описывается метод решения задач 2, 3, 3а и 3б. Задачи 2и3, как и задача I, решаются с помощью правил предпочтения.

Для решения задачи 3-а рассматриваются свойства области решений  $G_\omega$  в векторном пространстве оборудования  $R^n$ . Показывается, что эти свойства допускают эффективное использование алгоритма типа "ветвей и границ" для поиска оптимального решения. Однако, в виду отсутствия необходимых и достаточных условий существования решения для задачи 3, приходится для определения, существует ли решение пользоваться эвристическим алгоритмом, который в пространстве  $R^n$  выделяет область решений  $G'_\omega \subseteq G_\omega$ . Решение задачи 3-а ищется в области  $G'_\omega$ .

Описываются результаты применения предложенного метода для решения ряда смежных задач, похожих по постановке или по методам решения на задачи календарного планирования (задача планирования учебного процесса, задача нахождение расписания максимальной длины и др.).

В главе III описана реализация разработанных методов в виде алгоритмов и программ для решения реальных задач [8, 9, 10, 11, 12].

В § I главы III даются постановки задач календарного планирования, входящих в АСУП.

Приведенные постановки задач выработаны на основании обследования совместно с институтом "Оргстанкинпром" и ЦЭМИ АН СССР условий производства на станкостроительном заводе "Красный Пролетарий", на котором создается АСУП, и ряде предприятий г. Горького с мелкосерийным типом производства.

Рассмотренный в главе II класс задач охватывает рассмотренные задачи календарного планирования. Так, задача I (по критерию 2) является моделью планирования работы изолированного участка (при планировании работы которого нет надобности учитывать взаимодействие с соседними участками).

Задача 2 является моделью участка, взаимодействующего с соседними. Связь задается сроками поставки с соседних участков  $\tau_i$  и сроками поставки на соседний участок  $\bar{\tau}_i$ .

Задачи 3, 3-а и 3-б являются упрощенными моделями общезаводского планирования, о чем подробно рассказывается в § 3 главы III.

В § 2 результаты главы II используются для разработки эффективного алгоритма решения задачи планирования работы участка. Описывается программа в коде ЭВМ БЭСМ-3М. Эксперименты, проведенные на реальных задачах, подтверждают эффективность метода.

§ 3 посвящен задаче укрупненного общезаводского

планирования. Поскольку задача рассматривается в теории расписаний впервые, дается математическая формализация задачи. Требуется изготовить  $m$  изделий, причем каждое должно пройти в определенной последовательности некоторые или все имеющиеся  $n$  подразделений. Последовательность прохождения каждого изделия по подразделениям задается в виде сетевого графика  $\Gamma_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Назовем работой обработку  $i$ -того изделия в  $f$ -том подразделении ( $f = 1, 2, \dots, n$ ). Для  $(i, j)$ -той работы ( $j = 1, 2, \dots, j_i$ ) графика  $\Gamma_i$  задается:

- $f_{ij}$  - подразделение, в котором выполняется работа,
- $t_{ij}^1$  - длительность цикла обработки изделия в подразделении,
- $t_{ij}^2$  - трудоемкость работы.

По каждому подразделению задается мощность  $P_f$  (фонд времени работы подразделения). Для каждого изделия заданы сроки запуска  $\tau_i$  и сроки выпуска  $\bar{\tau}_i$ .

Требуется составить календарный график выполнения всех работ при следующих ограничениях:

1. Изготовление каждого изделия ведется только в интервале времени  $\tau_i \leq t \leq \bar{\tau}_i$ .
2. В каждый момент времени загрузка любого оборудования не превышает его мощности.
3. Начатая работа не прерывается до полного завершения.

Показывается, что поставленная задача является обобщением задачи 3 из главы II.

Показывается также, что в случае отсутствия допустимого решения в этой задаче, приходится решать задачи 3-а и 3-б, аналогичные описанным в главе II. Приводятся алгоритмы решения этих задач и описание программ в коде ЭВМ БЭСМ-3М. Применение уплотненных методов хранения информации, ассоциативной организации рабочей памяти и других методов приводит к высокой эффективности программ как по времени счета, так и по объему решаемых задач.

При решении задачи укрупненного планирования рассматривается задача определения длительности производственных циклов. Эта задача для частного случая допускает формализацию в терминах линейного программирования, причем в § 4 удалось вывести необходимые и достаточные условия существования решения для нее.

Для общего случая получен метод определения длительности производственных циклов. Показано также, что задача может быть сведена к задаче, описанной в § 3 и может решаться теми же методами.

§ 5 посвящен реализации метода составления учебных расписаний, описанного в главе II [13].

Все разработанные алгоритмы календарного планирования внедрены в АСУП завода "Красный Пролетарий".



Некоторые отдельные программы внедрены и внедряются на предприятиях г. Горького, на которых еще не создаются АСУП, но перевод календарного планирования на базу ЭВМ и связанная с этим оптимизация планирования приносит экономический эффект.

Основные результаты работы:

I. Путем анализа структуры расписания исследован один широкий класс задач теории расписаний.

Для частного случая задач из этого класса получена асимптотическая оценка, позволяющая разрешить вопрос о соотношении между трудоемкостью получения решения и степенью близости решения к оптимуму.

Для рассматриваемого класса задач по предложенному методу получен набор правил предпочтения, приводящий к единственному решению, близкому к оптимальному. Приведены оценки близости и эксперименты, подтверждающие эффективность метода.

II. Проведенное исследование применено к реальным производственным задачам и на основании его разработан эффективный алгоритм планирования работы участка мелкосерийного производства, который внедрен в практику планирования.

III. На основании исследования задач теории расписаний построена математическая модель и разработан алгоритм решения задачи укрупненного общезаводского

планирования, который внедрен в практику планирования.

IV. Одновременно с основными задачами исследован ряд смежных задач, похожих по постановке или по методам решения на задачи календарного планирования мелкосерийного производства (задача планирования учебно-производственного комплекса, задача нахождения расписания максимальной длины и др.), причем получено удовлетворительное решение их.

V. Исследована задача нахождения длительности производственных циклов в задаче укрупненного общезаводского планирования, при этом найдены необходимые и достаточные условия существования решения для частного случая и показано, что общую задачу можно решать разработанными методами.

Основные результаты диссертации докладывались на Научно-технической конференции "Механизация и автоматизация инженерного и управленческого труда в промышленности" (Киев, 1967г.), Всесоюзном межвузовском симпозиуме по прикладной математике и кибернетике (Горький, 1967г.), IV Всесоюзном симпозиуме по кибернетике (Тбилиси, 1968г.), семинарах НИИ ПМК и ЦЭМИ АН СССР.

Цитированная литература:

1. Шкурба В.В. Теория расписаний I, II, КДНТП, Киев, 1964.
2. А.Е. Стори, Х.М. Вагнер. Опыт применения целочислен-

- ного программирования при расчете календарного плана для предприятий единичного и мелкосерийного производства. В сб. "Календарное планирование", "Прогресс" М. 1966.
3. Шубкина И.П., Мирносецкий Н.Б., Коробкова З.В. Модели календарного планирования на машиностроительном заводе, в сб. "Моделирование процессов производства и управления", под редакцией Агаибегяна А.Г., Шубкиной И.П., "Наука", Новосибирск, 1966 г.
4. С.М. Джонсон. Оптимальные двух- и трехоперационные календарные планы производства с учетом подготовительно-заключительного времени. В сб. "Календарное планирование", "Прогресс" М., 1966 г.
5. Альперович Э.Е., Ковель В.И., Португал В.М. Составление календарных расписаний для производственного участка. Тезисы докладов научно-технической конференции "Механизация и автоматизация инженерного и управленческого труда в промышленности", Киев, 1967 г.
6. Португал В.М. Решение задач календарного планирования с помощью правил предпочтения. Ученые записки. Прикладная математика и кибернетика. Горький, 1967 г.
7. Португал В.М. Структурный подход к задаче календарного планирования. Тезисы докладов и сообщений на Всесоюзном межвузовском симпозиуме по прикладной математике и кибернетике. Горький, 1967 г.

8. Альперович Э.Е., Португал В.М.

Автоматизация планирования работы участка мелкосерийного производства. Информационные материалы ЦЭМИ. Москва, 1969 г. ( в печати ).

9. Зайцева Н.Д., Пучинина Т.А., Португал В.М.

Общезаводское календарное планирование с ограничением по ресурсам. Тезисы докладов и сообщений на Всесоюзном межвузовском симпозиуме по прикладной математике и кибернетике, Горький, 1967 г.

10. Марголин А.Л., Португал В.М., Составление единого плана-графика подготовки и выпуска изделий с применением ЭВМ. Технология производства, научная организация труда и управления, № 9, 1968 г., Москва.

11. Португал В.М. Автоматизация укрупненного общезаводского планирования мелкосерийного производства. Информационные материалы ЦЭМИ. Москва, 1969 г. ( в печати ).

12. Гильман А.М., Португал В.М. Опыт решения задач общезаводского планирования эвристическими методами. Материалы IV Всесоюзного симпозиума по кибернетике. Тбилиси, 1968 г.

3. Португал В.М. Применение комбинаторного метода для решения задачи составления расписаний. "Кибернетика", № 4, Киев, 1967 г.