АКАДЕМИЯ НАУК ЛАТВИЙСКОЙ ССР

ОБЪЕДИНЁННЫЙ СОВЕТ ОТДЕЛЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

На правах рукописи

Г.Ф.ФРИЦНОВИЧ

СИНТЕЗ АСИНХРОННЫХ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАСКРАСКИ ВЕРШИН НЕОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ

(05.255 - Техническая кибернетика)

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Диссертация на русском языке

Рига, 1971

АКАДЕМИЯ НАУК ЛАТВИЙСКОЙ ССР

ОБЪЕДИНЁННЫЙ СОВЕТ ОТДЕЛЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

На правах рукописи

Г.Ф.ФРИЦНОВИЧ

СИНТЕЗ АСИНХРОННЫХ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАСКРАСКИ ВЕРШИН НЕОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ

(05.255 - Техническая кибернетика)

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Диссертация на русском языке

Рига, 1971

А 40

Ск

Работа выполнена в Институте электроники и вычислительной техники Академии наук Латвийской ССР.

Научный руководитель - академик АН Латвийской ССР,
доктор технических наук, профессор
Э.А.Якубайтис

Официальные оппоненты - член-корр.АН СССР,
доктор технических наук, профессор
М.А.Гаврилов
- старший научный сотрудник,
кандидат технических наук
Г.Ф.Янбых

Ведущее предприятие - Институт проблем передачи информации АН СССР

Автореферат разослан "13" декабря 1971 года.
Защита диссертации состоится "6" январе 1972 года на заседании Объединенного Совета Отделения физических и технических наук АН Латвийской ССР(г.Рига, ул.Тургенева, I9).
Дата защиты будет объявлена дополнительно в газете"Советская Латвия".

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке АН Латвийской ССР(г.Рига, ул.Коммунальная, 4).

Ученый секретарь Совета:

/М.Закис/

Характерной чертой развития всех отраслей народного хозяйства в настоящее время является автоматизация технологических и управленческих процессов и связанное с этим широкое применение различных дискретных управляющих устройств. Возрастающая сложность и разнообразие, высокие требования к быстродействию и надежности современных управляющих дискретных устройств привели к значительному росту трудоемкости их проектирования. В связи с этим большое значение приобретает автоматизация проектирования этих устройств. Успешное решение этой проблемы, в свою очередь, требует создания эффективных и удобных для инженерной практики методов, позволяющих при помощи ЦВМ реализовать процесс проектирования дискретных управляющих устройств.

Реферируемая работа посвящена разработке формальных методов, позволяющих автоматизировать этап логического проектирования дискретных управляющих устройств.

В качестве математической модели рассматриваемых устройств на этапе логического проектирования используется асинхронный конечный автомат. Логическое проектирование сводится к синтезу оптимальной в заданном смысле логической структуры асинхронного конечного автомата.

В реферируемой работе рассматривается решение следующих задач синтеза:

I) минимизация числа внутренних состояний,

2) кодирование внутренних состояний,

3) построение структурной таблицы (уравнений) синтезируемого автомата.

Основное внимание при этом уделяется разработке практических методов минимизации и кодирования внутренних состояний асинхронных конечных автоматов. Разработанные в диссертационной работе методы основаны на использовании раскраски вершин неориентированных графов[I)] и позволяют в конечном итоге построить устойчивые относительно опасных состязаний между промежуточными переменными и быстродействующие логические структуры синтезируемых автоматов.

Диссертационная работа состоит из четырех глав и приложения.

Первая глава в основном носит обзорный характер. В § I.I вводятся понятия асинхронного конечного автомата и матрицы конечного автомата, рассматриваются особенности функционирования асинхронного конечного автомата и свойства матрицы конечного автомата.

Асинхронный конечный автомат при этом определяется как конечный автомат, который задается при помощи следующей системы объектов: $R = \{ \rho_1 , \rho_2 , \dots , \rho_{\ell_R} \}$ - конечного непустого множества состояний входа, $L = \{ \lambda_1 , \lambda_2 , \dots , \lambda_{\ell_L} \}$ - конечного непустого множества состояний выхода, $K = \{ æ_1 , æ_2 , \dots , æ_s \}$ - конечного непустого множества внутренних состояний, где отмечено начальное состояние $æ_i^*$, функции переходов φ и функции выходов ψ и функционирует в дискретном времени следующим образом:

I)моменты начала и конца тактов работы автомата определяются моментами изменений состояния входа и внутреннего состояния;

2)интервал времени T между двумя следующими друг за другом изменениями состояния входа удовлетворяет неравенству $T > t_{max}$, где t_{max} - максимальное время перехода автомата из одного устойчивого полного состояния в другое;

I)Зыков А.А. Теория конечных графов I. Наука, Новосибирск, 1969

3)функции переходов и выходов имеют следующий вид:

$$\begin{cases} æ(t) = \varphi(\rho(t), æ(t-1)) \\ \lambda(t) = \psi(\rho(t), æ(t-1)) ; \end{cases}$$

4)состояния выхода задаются только для устойчивых полных состояний.

При этом предполагается, что функции φ и ψ реализуются идеализированным логическим преобразователем, который построен из безынерционных логических элементов и работает без искажений сигналов, а время t_{max} определяется задержками в цепях обратных связей, соотношения величин которых в пределах некоторого конечного интервала значений могут быть произвольными.

В качестве способа задания условий работы синтезируемого асинхронного конечного автомата использована матрица конечного автомата.

Матрицей конечного автомата называется матрица M размерности $\ell \times (n + m + \ell)$, строкам которой взаимнооднозначно сопоставлены устойчивые полные состояния синтезируемого автомата и которая состоит из трех подматриц:

I)матрицы входов $M_{вх}$ размерности $\ell \times n$, столбцам которой взаимнооднозначно сопоставлены входные переменные из множества $A = \{ A_1 , A_2 , \dots , A_n \}$; значение любого элемента σ_{qi} матрицы $M_{вх}$ определяется значением входной переменной $A_i \in A$ в q -том устойчивом полном состоянии;

2)матрицы выходов $M_{вых}$ размерности $\ell \times m$, столбцам которой взаимнооднозначно сопоставлены выходные переменные из множества $Z = \{ Z_1 , Z_2 , \dots , Z_m \}$; значение любого элемента v_{gg} матрицы $M_{вых}$ определяется значением выходной переменной $Z_g \in Z$ в q -том устойчивом полном состоянии;

3) матрицы переходов M_n размерности $l \times l$,столбцам которой взаимнооднозначно сопоставлены устойчивые полные состояния из множества $\mathfrak{M} = \{M_1, M_2, \ldots, M_l\}$ и элементы которой принимают следующие значения:

$$e_{qh} = \begin{cases} \text{I, если задан переход из } q \text{ -того устойчивого} \\ \quad \text{полного состояния в } h \text{ -тое,} \\ \text{0, если запрещен переход из } q \text{ -того устойчивого} \\ \quad \text{полного состояния в } h \text{ -тое,} \\ \text{-, если этот переход не определен} \end{cases}$$

$(q, h = \mathrm{I}, 2, \ldots, l)$.

Матрица конечного автомата,содержащая матрицу переходов M_n ,все элементы главной диагонали которой являются единичными,называется нормальной матрицей конечного автомата.

В § I.2 раскрывается содержание проблемы минимизации числа внутренних состояний,приводятся обзор и классификация существующих методов минимизации.На основе анализа методов Д. Хаффмена(I954 г.),С.Мили(I955 г.),Э.Мура(I956 г.),Д.Ауфенкампа и Ф.Хона(I957 г.),С.Гинзбурга(I959 г.),М.Пола и С.Ангера (I959 г.),А.Закревского(I96I г.),В.Лазарева(I963 г.),А.Грасселли и Ф.Лучио(I965 г.),Э.Маккласки(I965 г.),Ю.Поттосина(I966 г.)и других выявляются основные принципы организации перебора при решении рассматриваемой проблемы,указываются на достоинства и недостатки этих методов и отмечаются основные трудности, связанные с их практическим применением.

Аналогичному изучению проблемы кодирования внутренних состояний асинхронных конечных автоматов посвящен § I.3.Все существующие методы кодирования внутренних состоянии асинхронных конечных автоматов кодом,устраняющим опасные состязания между промежуточными переменными,делятся при этом на две группы:

I) методы кодирования,предусматривающие ограничения на порядок срабатывания элементов памяти,

2) методы кодирования,не накладывающие ограничения на порядок срабатывания элементов памяти.

В реферируемой работе основное внимание сосредоточено на изучении методов второй группы.На основе анализа работ С.Лью (I962 г.),Э.А.Якубайтиса(I964-I970 г.г.),Ю.Сагаловича(I966-I967 г.г.),Л.Мацевитого и Е.Денисенко(I966 г.),Дж.Трейси(I966 г.),А.Гобземиса(I967-I969 г.г.),А.Янковской(I968 г.),Э.Вартапетова(I968 г.) и других определяются основные принципы организации перебора при построении кода,обладающего указанными свойствами,и выявляются достоинства и недостатки предложенных в этих работах методов кодирования.

Как следует из проделанного обзора,существует определенное сходство между общими схемами решения проблем минимизации и кодирования внутренних состояний асинхронных конечных автоматов.Точные решения этих проблем могут быть сведены к решению сформулированной ниже задачи.

Пусть дано некоторое конечное множество X и бинарное отношение π на этом множестве.Требуется найти минимальное по числу элементов множество $X_q = \{X_{q1}, X_{q2}, \ldots, X_{qp}, \ldots, X_{qw}\}$,которое обладает следующими свойствами:

I) $X_{qp} \subseteq X$ $(p = \mathrm{I}, 2, \ldots, w)$;

2) любые два элемента любого $X_{qp} \in X_q$ находятся в отношении π ;

3) $\bigcup_{p=1}^{p=w} X_{qp} = X$ (полнота);

4) замкнутость.

При минимизации числа внутренних состояний множеством X является множество всех внутренних состояний синтезируемого автомата, отношение π определяется как отношение совместимости любых двух состояний, а наличие свойства замкнутости интерпретируется как выполнение условий детерминированности работы синтезируемого автомата.

При кодировании внутренних состоянии в качестве множества X рассматривается множество всех строк матрицы пар переходов, отношение π определяется как объединимость любых двух строк этой матрицы, а замкнутость - как возможность объединения любого $X_{qp} \in X$ в один разряд кода.

Под матрицей пар переходов при этом понимается частично определенная булева матрица M_{nn} размерности $N \times s$, где N - число пар переходов, а s - число внутренних состояний синтезируемого автомата. Значения элементов матрицы M_{nn} определяются следующим образом:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } j \text{ -тое внутреннее состояние содержится в первом переходе } i \text{ -той пары переходов,} \\ 0, \text{если } j \text{ -тое внутреннее состояние содержится во втором переходе } i \text{ -той пары переходов,} \\ -, \text{если } j \text{ -тое внутреннее состояние не содержится в } i \text{ -той паре переходов} \end{cases}$$

$(i = 1, 2, \ldots, N)$; $(j = 1, 2, \ldots, s)$.

Любые две строки c_q и c_p матрицы пар переходов называется объединимыми, если и только если строка c_q совпадает с точностью до неопределенных элементов со строкой c_p или $\bar{c}_p$, где $\bar{c}_p$ - дополнение строки c_p.

Решение сформулированной выше задачи сводится обычно к решению следующих двух частных задач:

1) образование множества $\mathfrak{X}$ подмножеств элементов множества X, все элементы которых попарно находятся в отношении π;

2) нахождение такого минимального по числу элементов покрытия множества X множеством $\mathfrak{X}$, которое обладает свойством замкнутости.

При решении проблемы минимизации числа внутренних состояний множеством $\mathfrak{X}$ является множество всех (всех простых) множеств совместимости, а при кодировании - множество всех максимальных объединении строк матрицы пар переходов.

Как показывает опыт использования этой схемы решения, основные трудности её практического применения заключается в том, что мощность множества $\mathfrak{X}$ при решении задач практической сложности является очень большой и часто превышает 10^3 - 10^4. Это, в свою очередь, приводит к необходимости образования и запоминания больших массивов информации и решения задач покрытия такой размерности, даже представление которых в ЦВМ является серьёзной проблемой. Следует отметить также, что существующие методы нахождения множества $\mathfrak{X}$ обычно представляют собой полный перебор, а область практического применения методов поиска кратчайшего покрытия, как правило, ограничивается решением этой задачи для булевых матриц, число столбцов и строк которых не превышает 10^2.

Как следует из приведенного в § 1.4 обзора и анализа методов раскраски вершин конечных неориентированных графов без петель и кратных ребер, нахождение минимальной правильной раскраски вершин данного графа G может быть сведено к решению аналогичной задачи. При этом в качестве множества X рассматривается множество вершин графа G, а отношение π интерпретируется как отсутствие ребра, соединяющего любые две вершины этого графа. Поиск минимальной правильной раскраски вершин графа G может быть сведен к построению множества $\mathfrak{X}$ всех максимальных внутренне устойчивых множеств вершин данного графа и к нахождению кратчайшего покрытия множества вершин графа G множеством $\mathfrak{X}$. Однако, в теории графов существует методы, позволяющие найти минимальную правильную раскраску вершин графов без предварительного нахождения множества всех максимальных внутренне устойчивых множеств вершин раскрашиваемого графа и решения задачи покрытия. Эти методы представляют собой направленный перебор и позволяют существенно сократить объём запоминаемой в процессе раскраски промежуточной информации. Принципы организации перебора позволяют также использовать эти методы для нахождения приближенных решений задачи раскраски вершин. Так, например, алгоритм, предложенный Э.Я.Гринбергом и И.Г.Илзиней[2)] может быть использован для нахождения раскраски вершин графа G заданным числом цветов $p \geq \gamma(G)$, где $\gamma(G)$ - хроматическое число графа G. Этот алгоритм может быть также легко смодифицирован для нахождения раскраски вершин любого данного графа G числом цветов $p = \gamma(G) + \alpha$, где α - заданное целое положительное число.

Разработка обладающих аналогичными свойствами методов минимизации и кодирования внутренних состояний асинхронных конечных автоматов представляет значительный практический интерес. Сходство общих схем решения проблем минимизации и кодирования внутренних состояний асинхронных конечных автоматов и раскраски вершин неориентированного графа позволило предложить

2) Гринберг Э.Я., Илзиня И.Г. О раскраске вершин неориентированных графов. "Автоматика и вычислительная техника", 7, Рига; изд-во АН Латв.ССР, 1964.

в § 1.5 единый подход к решению этих проблем, который основан на использовании раскраски вершин графов.

Пусть множество X является множеством вершин графа $G(X,\Gamma)$. Любые две вершины $x_i, x_j \in X$ этого графа соединяются ребром тогда и только тогда, когда $\overline{x_i \pi x_j}$.

При такой интерпретации решение сформулированной выше задачи сводится к поиску в заданном смысле минимального по мощности покрытия множества вершин X графа $G(X,\Gamma)$ некоторым множеством внутренне устойчивых множеств вершин. Эта задача, в свою очередь, сводится к нахождению минимальной в заданном смысле правильной раскраски вершин графа $G(X,\Gamma)$.

Такой подход позволяет компактно представить всю информацию о решаемой задаче в виде графа $G(X,\Gamma)$ и найти качественные и количественные представления о характере решаемой задачи путем исследования различных структурных характеристик графа $G(X,\Gamma)$. Кроме того, наличие достаточно эффективных методов раскраски вершин дает основание ставить задачу о разработке на основе предложенного подхода практических методов точного и приближенного решения задач минимизации и кодирования внутренних состояний асинхронных конечных автоматов.

Решению этой задачи посвящены две последующие главы диссертационной работы.

<u>Во второй главе</u> рассматривается минимизация числа внутренних состояний. В § 2.1 вводится понятие графа несовместимости.

Г р а ф о м   н е с о в м е с т и м о с т и $G_{нс}$ называется конечный неориентированный граф, вершинам которого взаимнооднозначно сопоставлены внутренние состояния минимизируемого автомата. Любые две вершины этого графа соединяются ребром тогда и только тогда, когда сопоставленные им внутренние состояния не являются совместимыми. Исследуется связь между хроматическим числом $\gamma(G_{нс})$ графа несовместимости и минимальным числом состояний s_{min} синтезируемого автомата. Показано, что:

I) для любого полностью определенного конечного автомата, имеющего γ-хроматический граф несовместимости $G_{нс}$, $s_{min} = \gamma(G_{нс})$;

2) для любого частично определенного конечного автомата, имеющего γ-хроматический граф несовместимости $G_{нс}$, $s_{min} \geqslant \gamma(G_{нс})$.

Формулируется схема решения задачи минимизации в общем случае, которая основана на раскраске вершин графа несовместимости и исследуется возможность её упрощения в двух частных случаях.

В качестве первого частного случая в § 2.2 рассматривается класс частично определенных конечных автоматов, выделенный Э.Маккласки (автоматы типа A)[3] и исследуется возможность минимизации числа состоянии автоматов, принадлежащих к этому классу, путем раскраски вершин графа несовместимости. Результаты этих исследовании сформулированы в виде следующей теоремы.

Т е о р е м а I. Для любого автомата типа A, имеющего γ-хроматический граф несовместимости $G_{нс}$,

$$s_{min} = \gamma(G_{нс}),$$

и существует правильная раскраска вершин графа $G_{нс}$ в $\gamma(G_{нс})$ цветов, которая определяет полную и замкнутую совокупность множеств совместимости.

[3] Маккласки Э.Дж. Многотактные схемы с минимальным числом состояний для ограниченного класса неполностью определенных таблиц переходов. В кн.: Теория конечных и вероятностных автоматов. Наука I965.

Для алгоритма раскраски вершин графа, предложенного Э.Я. Гринбергом и И.Г.Илзиней, введено понятие первого варианта раскраски. Показано, что в случае автоматов типа A при использовании этого алгоритма для раскраски вершин графа $G_{нс}$ первый вариант раскраски всегда определяет полную и замкнутую совокупность множеств совместимости.

В качестве второго частного случая в § 2.3 рассматривается класс частично определенных асинхронных конечных автоматов, матрицы которых обладают следующими свойствами:

I) является нормальной матрицей конечного автомата;

2) для любого $\varkappa_i \in K$ существует в точности одно $\rho_r \in R$ такое, что $\gamma(\rho_r, \varkappa_i) = \varkappa_i$;

3) в каждом столбце матрицы переходов имеется не более одного элемента $e_{qi} = I$ (q, $i = I, 2, \ldots$; $q \neq i$).

Автоматы, принадлежащие к этому классу, в реферируемой работе названы автоматами типа B. Показано, что автоматы типа B обладают следующим свойством: для любого автомата типа B существует хотя бы одна полная и замкнутая совокупность s_{min} непересекающихся множеств совместимости.

Наличие этого свойства позволяет свести минимизацию числа состоянии автоматов типа B к поиску минимального по числу цветов правильной раскраски вершин графа несовместимости $G_{нс}$, которая удовлетворяет следующему условию: при подаче любого $\rho_r \in R$ все внутренние состояния, которым сопоставлены вершины графа $G_{нс}$, окрашенные в один и тот же цвет, переходят только в такие внутренние состояния, которым сопоставлены вершины, также окрашенные в один и тот же цвет. Такая раскраска вершин графа $G_{нс}$ названа c-правильной. Введено понятие c-хроматического числа $\gamma_c(G_{нс})$ графа $G_{нс}$. Доказана следующая теорема.

Теорема 2. Для любого автомата типа B, имеющего граф несовместимости $G_{нс}$,

$$s_{min} = \gamma_c(G_{нс}),$$

и любая c -правильная раскраска вершин графа $G_{нс}$ числом цветов $\gamma_c(G_{нс})$ определяет полную и замкнутую совокупность множеств совместимости.

На основе этих результатов разработан комплекс алгоритмов минимизации числа внутренних состояний автоматов типа A и типа B, который включает алгоритм построения матрицы смежности гр фа $G_{нс}$, нахождения минимальной по числу цветов c - правильной раскраски вершин графа $G_{нс}$ и построения матрицы минимизированного автомата.

В § 2.4 рассматривается решение задачи минимизации числа внутренних состояний в общем случае. Предложен метод нахождения кратчайшего покрытия булевой матрицы (матрицы покрытия), который основан на сведении этой задачи к раскраске вершин неориентированного графа и может быть использован при решении задач покрытия большой размерности.

Под матрицей покрыт я $M_{пк}$ при этом понимается булева матрица размерности $u \times v$, строкам которой взаимнооднозначно сопоставлены элементы множества $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_u\}$, а столбцам - элементы множества $P = \{p_1, p_2, \dots, p_v\}$, где любой $Q_i \in Q$ является некоторым непустым подмножеством множества P. Значения элементов матрицы определяются следующим образом:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } p_j \in Q_i \\ 0, \text{если } p_j \notin Q_i \end{cases}.$$

$(i = 1,2,\dots,u\ ;\ p_j \in P\ ;\ j = 1,2,\dots,v)$.

Задача поиска кратчайшего покрытия матрицы $M_{пк}$ формулируется как нахождение минимального по мощности множества $Q_g = \{Q_{g1}, Q_{g2}, \dots, Q_{gh}, \dots, Q_{gw_{min}}\} \subseteq Q$, такого, что $\bigcup_{h=1}^{h=w_{min}} Q_{gh} = P$.

Вводится понятие графа непокрываемости. Два элемента $p_r, p_\ell \in P$ называются непокрываемыми, если и только если не существует такого $Q_i \in Q$, что $p_r, p_\ell \in Q_i$. Графом непокрываемости $G_{нп}$ назван конечный неориентированный граф, вершинам которого взаимнооднозначно сопоставлены элементы множества P. Любые две вершины графа $G_{нп}$ соединяются ребром тогда и только тогда, когда сопоставленные им элементы множества P являются непокрываемыми. Решение задачи кратчайшего покрытия сводится к нахождению минимальной по числу цветов правильной раскраски вершин графа $G_{нп}$, которая обладает следующими свойством: все элементы множества P, сопоставленные вершинам графа, окрашенным в один и тот же цвет, покрываются одним и тем же элементом множества Q. Такая раскраска вершин графа $G_{нп}$ названа p правильной. Введено понятие p -хроматического числа $\gamma_p(G_{нп})$ графа $G_{нп}$. Справедлива следующая теорема.

Теорема 3. Для любой матрицы $M_{пк}$, имеющей граф непокрываемости $G_{нп}$,

$$w_{min} = \gamma_p(G_{нп})$$

и любой p -правильной раскраске вершин графа $G_{нп}$ в $\gamma_p(G_{нп})$ цветов соответствует хотя бы один вариант кратчайшего покрытия матрицы $M_{пк}$.

Предложен алгоритм нахождения минимальной по числу цветов p -правильной раскраски вершин графа $G_{нп}$.

В третьей главе рассматривается задача кодирования внутренних состояний асинхронных конечных автоматов кодом,устраняющим опасные состязания между промежуточными переменными при отсутствии ограничений на порядок срабатывания элементов памяти(П-код).

В § 3.I вводится понятие графа необъединимости.Г р а ф о м н е о б ъ е д и н и м о с т и $G_{нб}$ называется конечный неориентированный граф,вершинам которого взаимнооднозначно сопоставлены строки матрицы пар переходов.Две вершины этого графа соединяются ребром тогда и только тогда,когда сопоставленные им строки являются необъединимыми.Формулируется общая схема решения задачи кодирования при помощи раскраски вершин графа необъединимости и исследуется связь между хроматическим числом $\gamma(G_{нб})$ графа $G_{нб}$ и минимальной длиной k_{min} П-кода асинхронного конечного автомата,имеющего этот граф.Показано,что для любого асинхронного автомата,имеющего γ - хроматический граф необъединимости $G_{нб}$, $k_{min} \geq \gamma(G_{нб})$.

В § 3.2 рассматривается построение П-кода минимальной длины.Задача кодирования при этом сводится к нахождению минимальной по числу цветов правильной раскраски вершин графа необъединимости $G_{нб}$,которая обладает следующим свойством: все строки матрицы пар переходов,которым сопоставлены окрашенные в один и тот же цвет вершины графа $G_{нб}$,могут быть объединены в один разряд кода.Такая раскраска вершин графа названа d - правильной и введено понятие d -хроматического числа $\gamma_d(G_{нб})$ графа $G_{нб}$.Справедлива следующая теорема.

Т е о р е м а 4 . Для любого асинхронного конечного автомата,имеющего граф необъединимости $G_{нб}$,

$$k_{min} = \gamma_d(G_{нб}),$$

и любая d - правильная раскраска вершин графа $G_{нб}$ в $\gamma_d(G_{нб})$

цветов определяет П-код минимальной длины.

Разработан комплекс алгоритмов построения П-кода минимальной длины,который состоит из алгоритмов нахождения всех пар переходов и построения матрицы пар переходов,построения матрицы смежности вершин графа $G_{нб}$,нахождения минимальной d - правильной раскраски вершин графа $G_{нб}$ и построения П-кода минимальной длины путем объединения строк матрицы пар переходов.

В § 3.3 предложен метод приближенного решения задачи кодирования.Решение рассматриваемой задачи при этом сводится к сокращению числа строк частично определенной булевой матрицы, а сокращение матрицы - к раскраске вершин неориентированного графа.

Пусть M' - произвольная частично определенная булева матрица.Любые две строки c_q и c_p матрицы M' называются прямо объединимыми,если и только если строка c_q совпадает со строкой c_p с точностью до неопределенных элементов.Вводится понятие г р а ф а п р я м о й н е о б ъ е д и н и м о с т и $G_{пн}$.Вершинам этого графа взаимнооднозначно сопоставлены строки(столбцы)матрицы M' и любые две вершины соединяются ребром тогда и только тогда,когда соответствующие им строки матрицы M' являются прямо необъединимыми.Исследованы возможности сведения поиска наименьшего числа строк r_{min} , которое может быть найдено путем доопределения неопределенных значений элементов матрицы M' ,к нахождению правильной раскраски вершин графа $G_{пн}$ числом цветов $\gamma(G_{пн})$,где $\gamma(G_{пн})$ - хроматическое число графа $G_{пн}$.Результаты этих исследований кратко могут быть сформулированы в виде следующей теоремы.

Т е о р е м а 5 . Для произвольной частично определенной булевой матрицы M' ~~имеющей~~ ~~γ - хроматический~~ граф прямой необъединимости $G_{пн}$,

$$v_{min} = \gamma(G_{пн}),$$

и любая правильная раскраска вершин графа $G_{пн}$ в $\gamma(G_{пн})$ цветов определяет вариант сокращения числа строк(столбцов)матрицы до v_{min}.

На основе этих результатов разработан метод приближенного решения задачи кодирования внутренних состояний,гарантирующий нахождение П-кода,длина k которого удовлетворяет неравенству

$$k_{min} \leqslant k \leqslant 2k_{min}.$$

Четвертая глава посвящена разработке методов построения структурных таблиц и структурных уравнений,которые задают устойчивую к опасным состязаниям между промежуточными переменными логическую структуру синтезируемых автоматов,не имеющую ограничения на быстродействие.В § 4.I разработан алгоритм построения структурных таблиц,которые представлены в интервальной форме.Предлагаемый алгоритм не требует перебора всех неустойчивых полных состояний синтезируемого автомата.

В § 4.2 предложен метод построения структурных уравнений непосредственно по матрице конечного автомата.В основу предложенного метода положены принципы построения структурных уравнений,которые были разработаны при создании метода инерционных подавтоматов[4].Структурные уравнения при этом представляются в д.н.ф.,которая,как правило,значительно отличается от совершенной д.н.ф. и для их построения не требуется предварительного расширения матрицы конечного автомата.

[4] Якубайтис Э.А.,Гобземис А.Ю.,Фриднович Г.Ф.Синтез конечных автоматов методом инерционных подавтоматов.-Автоматика и вычислительная техника,1967,5

Разработанные алгоритмы запрограммированы и создана система программ,позволяющая полностью автоматизировать минимизацию числа внутренних состояний,кодирование внутренних состояний и построение структурных таблиц асинхронных конечных автоматов.

В Приложении(§ ПI)приведено краткое описание структуры этой системы.Предложенная система программ позволяет представить и решить(найти точные и приближенные решения) на ЦВМ типа БЭСМ-3М задачи минимизации,кодирования,поиска кратчайшего покрытия и сокращения числа строк(столбцов)булевых матриц,где число вершин раскрашиваемых графов(число внутренних состояний, число пар переходов,число строк матрицы покрытия,число строк (столбцов)сокращаемой матрицы)не превышает 270.

В § П2 приводятся примеры её практического применения при проектировании логической структуры устройства контроля качества изображения на экране телевизора и устройства определения направления и величины углового(линейного)перемещения.

Основные результаты диссертационной работы.

1.Предложен единый подход к решению задач минимизации и кодирования внутренних состояний асинхронных конечных автоматов,позволивший свести решение этих задач к раскраске вершин конечных неориентированных графов без петель и кратных ребер. На основе этого подхода разработаны экономичные по объёму запоминаемой промежуточной информации и трудоемкости методы минимизации и кодирования внутренних состояний.

2.Предложены удобные для машинной реализации алгоритмы минимизации числа внутренних состояний асинхронных конечных автоматов двух практически важных классов(автоматы типа А и типа В).Разработан комплекс программ,позволяющий при помощи ЦВМ найти точное решение задачи минимизации для автоматов типа А и типа В,имеющих до 270 внутренних состояний.

3.Разработан основанный на раскраске вершин графов комплекс алгоритмов точного и приближенного решения задачи кодирования внутренних состояний асинхронных конечных автоматов кодом,устраняющим опасные состязания между промежуточными переменными,при отсутствии ограничений на быстродействие синтезируемого автомата.В случае приближенного решения задачи кодирования найдена оценка качества получаемого решения.

4.Решения задач поиска кратчайшего покрытия и сокращения числа строк(столбцов)частично определенной булевой матрицы сведены к раскраске вершин конечных неориентированных графов. Разработаны методы,позволяющие представить и решить при помощи ЦВМ эти задачи для матриц большой размерности(порядка нескольких сотен строк и столбцов).

5.Разработаны формальные методы построения структурных таблиц и уравнений асинхронных конечных автоматов,не требующие предварительного расширения матрицы конечного автомата.

6.Создана и экспериментально проверена система программ, позволяющая автоматизировать минимизацию и кодирование внутренних состояний и построение структурных таблиц асинхронных конечных автоматов.

Основные результаты диссертации были доложены на I Всесоюзной конференции по проблеме"Вычислительные системы"(Новосибирск,1967 г.),Всесоюзном симпозиуме по надежности и динамике управляющих устройств(Тбилиси,1968 г.),Международной конференции"Теория автоматов и искусственное мышление"(Ташкент,1968 г.), Международном симпозиуме"Разновременность и отсутствие непрерывности в действии реле и релейных систем"(Бухарест,1968 г.), Всесоюзной конференции по телевидению(Москва,1968 г.),Координационном совещании СЭВ по теме"Разработка общей теории автоматов"(Рига,1970 г.),I Международном семинаре по прикладным аспектам теории автоматов(Варна,1971 г.) и на II Всесоюзном совещании по теории релейных устройств и конечных автоматов (Рига,1971 г.).

Основное содержание диссертации отражено в следующих работах.

1.Якубайтис Э.А.,Гобземис А.Ю.,Фрицнович Г.Ф.Синтез конечных автоматов методом инерционных подавтоматов.-Автоматика и вычислительная техника,1967,5.

2.Фрицнович Г.Ф.Расширение области применения метода инерционных подавтоматов.- В кн.:Автоматическое управление, Рига,"Зинатне",1967.

3.Фрицнович Г.Ф.Способ задания и распознавание эквивалентных устойчивых состояний последовательностных асинхронных логических схем.-В кн.:Теория дискретных автоматов.Рига,"Зинатне",1967.

4.Илзиня И.Г.,Толмачева А.Ю.,Фрицнович Г.Ф.Нахождение максимальных клик графа.-Автоматика и вычислительная техника, 1970,3.

5.Фрицнович Г.Ф.Минимизация числа состояний частично определенных асинхронных конечных автоматов.-Автоматика и вычислительная техника,1970,4.

6.Илзиня И.Г.,Фрицнович Г.Ф.Кодирование внутренних состояний асинхронного конечного автомата П-кодом.-Автоматика и вычислительная техника,1970,6.

7.Ланге Э.Э.,Фрицнович Г.Ф.К минимизации числа состояний одного класса асинхронных конечных автоматов.-Автоматика и вычислительная техника,1971,4.

8.Фрицнович Г.Ф.Использование раскраски вершин графов для оптимизации синтеза асинхронных конечных автоматов.-Труды Международного семинара по прикладным аспектам теории автоматов.Варна,1971.