

6
A-29

АКАДЕМИЯ НАУК КИРГИЗСКОЙ ССР

ОБЪЕДИНЕННЫЙ УЧЕНЫЙ СОВЕТ
ОТДЕЛЕНИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

На правах рукописи

В. Х. КАИПОВ

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ
В УСЛОВИЯХ ПОМЕХ

(№ 254 Автоматическое управление и регулирование)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

ФРУНЗЕ 1968

АКАДЕМИЯ НАУК КИРГИЗСКОЙ ССР

ОБЪЕДИНЕННЫЙ УЧЕНЫЙ СОВЕТ
ОТДЕЛЕНИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

На правах рукописи

В. Х. КАИПОВ

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ
В УСЛОВИЯХ ПОМЕХ

(№ 254 Автоматическое управление и регулирование)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

ФРУНЗЕ 1968

До недавнего времени методы идентификации развивались применительно к сосредоточенным объектам, динамика которых описывается алгебраическими или обыкновенными дифференциальными уравнениями. Однако большинство промышленных технологических объектов характеризуется тем, что переменные, описывающие их состояние, распределены в пространстве, а параметры неизвестны или меняются в широких пределах. Такого типа объекты характерны для химической промышленности, для цветной и черной металлургии и т. д.

Реферируемая работа посвящена разработке методов идентификации объектов с распределенными параметрами (распределенных объектов) в условиях случайных помех.

Идентификация распределенных объектов может осуществляться различными методами, причем модификации применяемых методов зависят от способа получения информации о состоянии объекта (непрерывно или дискретно во времени, в дискретном или непрерывном ряде точек вдоль пространственных координат объекта и др.), возможности измерять производные функций состояния по времени, возможности получать решения уравнений в частных производных, описывающих динамику объекта, возможности измерять воздействия по границам и т. д.

Состояние объектов с распределенными параметрами характеризуется функциями пространственной (x) и временной (t) координат. Динамика их описывается уравнениями в частных производных вида (1) или в частных разностях вида (2):

$$F \left[x, t, \mu, Q(x,t), \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t}, \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}, \dots \right] = 0, \quad (1)$$

$$(t \geq 0, L \geq x \geq 0)$$

$$G(\mu, U_s^0, U_s^l, Q_{ks}, Q_{k-1,s-1}, Q_{k,s-1}, \dots) = 0, \quad (s=1,2,\dots; k=1,2,\dots,l) \quad (2)$$

с некоторыми граничными и начальными условиями.

Здесь $Q(x,t) = \{q'(x,t), \dots, q^i(x,t), \dots, q^N(x,t)\}$ — вектор-функция, характеризующая состояние объекта в момент времени t в любой точке x объекта и включающая, например, такие компоненты, как температура, концентрация веществ.

Q_{ks} — тоже, но в дискретной системе, причем $k = \frac{x}{\Delta x}$, $s = \frac{t}{\Delta t}$,

где Δx и Δt — интервалы квантования.

Входные воздействия (возмущающие и управляющие) могут быть распределенными или приложены к границам объекта. В последнем случае они входят в граничные условия.

Уравнение (2) используется в случае, если сигналы измеряются лишь в дискретные моменты времени $t_s = s\Delta t$ с интервалом Δt и в фиксированных точках $x_k = k\Delta x$ ($k = 1, 2, \dots, \frac{L}{\Delta x}$).

Воздействия по границам U_s^0 и U_s^l входят в (2) лишь при k , равном 0, $l = \frac{L}{\Delta x}$ или $0, 1, l-1, l$.

Дискретизируя (1) по пространственной координате x , получим вместо (1) систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\Phi \left[\kappa, t, \mu, Q_\kappa(t), Q_{\kappa-1}(t), Q_{\kappa+1}(t), \dots, \frac{dQ_\kappa(t)}{dt}, \dots \right] = 0, \quad (3)$$

$$(k=0,1,\dots,l).$$

Такой подход целесообразен, если переменные измеряются непрерывно во времени, но в дискретных точках с координатами x_k . В ряде случаев могут быть найдены решения уравнений (1) — (3) как функции в общем случае случайных начальных и граничных условий. Например, из (2) можно получить

$$Q_{ks} = Q_{ks}(\lambda_0, \dots, \lambda_l, \mu, \vec{U}_s^0, \vec{U}_s^l), \quad (4)$$

где $\lambda_k = Q_{k0}$ — случайное начальное состояние; \vec{U}_s^0, \vec{U}_s^l — векторы.

$$\vec{U}_s^0 = \{U_1^0, \dots, U_s^0\}; \vec{U}_s^l = \{U_1^l, \dots, U_s^l\},$$

Аналогичное выражение для $Q(x, t)$ в непрерывной системе получается из (1).

Вектор параметров $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_r)$ неизвестен. В общем случае μ — функция времени либо состояния $Q(x, t)$.

Иногда возникают задачи оценки неизвестных граничных условий, начального распределения $Q(x, 0)$, распределенного возмущающего воздействия, функций состояния в некоторых точках объекта.

Считая, что измерения функций состояния производятся с помехами, обозначим буквой Y значения Q , измеренные с помехами.

Требуется синтезировать алгоритм действия и структуру вычислительного устройства BY (рис. 1) для определения на основании получаемой с объекта информации текущих оценок неизвестных параметров μ .

На рис. 1 обозначено: O — распределенный объект, IY —

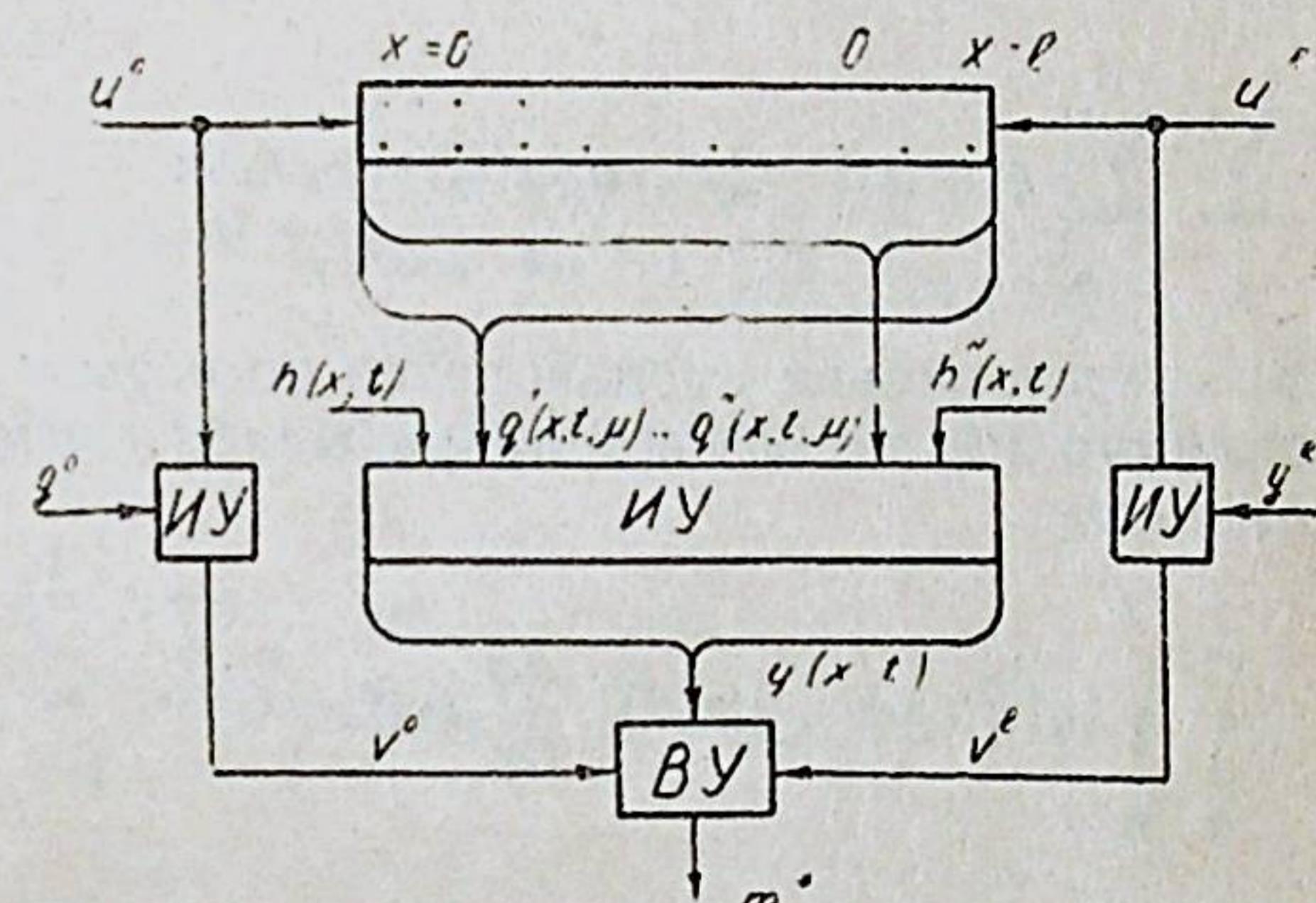


Рис. 1.

измерительные устройства, BY — вычислительное устройство. На выходные сигналы $q^i(x, t)$ объекта O в измерительных устройствах накладываются случайные распределенные помехи $h^i(x, t)$ — случайные поля, и смесь сигналов и помех $Y(x, t) = \{y^1(x, t), \dots, y^N(x, t)\}$ поступает в BY . Значения граничных воздействий U^0 и U^l , измеряемые с погрешностями g^0 и g^l , обозначены буквами V^0 и V^l .

I. Общие методы оценки параметров распределенных объектов

В случае, если известно решение уравнения в частных производных как функция неизвестных параметров μ , возможно применение метода максимума правдоподобия для нахождения оптимальных оценок m^* параметров μ .

Нахождение оптимальной оценки (в скалярном случае) сводится к максимизации по μ функции

$$L(\mu) = \exp \left\{ \sum_{\kappa} \sum_{i=1}^s \ln \frac{P[y_{\kappa i} | q_{\kappa i}(\mu)]}{P[y_{\kappa i} | q_{\kappa i}(c)]} \right\} = \max_{\mu}. \quad (5)$$

Здесь $P[y_{\kappa i} | q_{\kappa i}(\mu)]$ — условная плотность вероятности, c — некоторая выбранная константа, например, нуль.

В частном случае, когда помеха аддитивная и подчиняется нормальному закону распределения вероятностей $N(0, \sigma^2_h)$, оценка находится из условия минимума выражения

$$\sum_{\kappa} \sum_{i=1}^s \left[q_{\kappa i}(\mu) - 2y_{\kappa i} q_{\kappa i}(\mu) \right] = \min_{\mu}. \quad (6)$$

В (5) и (6) суммирование производится по всем κ .

Экстраполяция (6) на случай непрерывной системы приводит к выражению

$$\int_0^l \int_0^t [q(x, t, \mu) - y(x, t)] \frac{dq}{d\mu} dx dt = 0, \quad (7)$$

из которого и определяется оптимальная оценка m^* .

Однако оптимальные алгоритмы, как правило, сложны и их получение связано с трудоемкими вычислениями. Поэтому, а также в связи со сложностью самих распределенных объектов, весьма актуальна разработка простых, хотя и неоптимальных методов оценки параметров.

На задачи идентификации объектов с распределенными параметрами достаточно просто и естественно обобщается метод Калмана, если в качестве модели объекта использовать линейное уравнение (2) в частных разностях аналогично обыкновенному разностному уравнению в случае сосредоточенного объекта. Заменяя в (2) действительные значения сигналов наблюдаемыми, а значения параметров — их оценками, получим

$$G(m, V_s^0, V_s^l, Y_{\kappa s}, Y_{\kappa-1, s-1}, Y_{\kappa, s-1}, \dots) = \hat{G}_{\kappa s}. \quad (8)$$

Учитывая распределенность объекта в пространстве, минимизируемую меру ошибки запишем в виде

$$I = \sum_{j=1}^s \left\{ \sum_{\kappa} \left(\hat{G}_{\kappa j} \right)^2 \varphi(j, \kappa) \right\} = \min_m. \quad (9)$$

Здесь $\varphi(j, \kappa)$ — некоторая функция, учитывающая возможную нестационарность объекта. Если параметры объекта постоянны, $\varphi(j, \kappa) = 1$. Из (9) находятся оценки m параметров μ .

Метод Калмана при наличии помех в измерениях приводит к смещенным оценкам параметров распределенных объектов.

Однако можно, обладая некоторой информацией о статистике помех, вводить в выражения для оценок дополнительные члены, обеспечивающие асимптотическую несмещенность. Устраняющие смещенность дополнительные члены находятся по формулам

$$e_i = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \sum_{\kappa} \hat{G}_{\kappa j} \frac{\partial \hat{G}_{\kappa j}}{\partial m_i} \Big|_{m_i = \mu_i}. \quad (10)$$

С учетом (10) для получения несмешанных оценок будем иметь систему:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^s \left\{ \sum_{\kappa} \hat{G}_{\kappa j} \frac{\partial \hat{G}_{\kappa j}}{\partial m_1} - e_1 \right\} \Big|_{\mu_1 = m_1} &= 0 \\ \dots & \\ \sum_{j=1}^s \left\{ \sum_{\kappa} \hat{G}_{\kappa j} \frac{\partial \hat{G}_{\kappa j}}{\partial m_r} - e_r \right\} \Big|_{\mu_r = m_r} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Достоинства подхода, основанного на методе Калмана:

- а) не нужно находить решение уравнения в частных разностях, что необходимо при использовании оптимальных методов и представляет самостоятельную, часто трудную задачу;
- б) проще вычисления; для достаточно широкого класса задач оценки удается получить в явном виде;
- в) требуется малая информация о статистике помех.

Идентификация объектов с распределенными параметрами методом стохастической аппроксимации осуществляется следующим образом.

Используется линейное относительно параметров μ дифференциально-разностное уравнение (3), если имеется возможность измерять производные функций состояния по времени, либо уравнение (2) в частных разностях, если можно измерять частные разности по времени функций состояния. Действительные значения сигналов заменяются наблюдаемыми значениями (смесь сигналов и аддитивной помехи). Действительные значения параметров μ заменяются их оценками m и m_s :

$$\Phi[k, t, m, y_k(t), y_{k-1}(t), y_{k+1}(t), \dots, Z_k(t), \dots] = \hat{\Phi}_k(t), \quad (12)$$

$(Z_k(t)$ — измеренное с помехой $h_k(t)$ значение $\frac{\partial Q_k}{\partial t}$)

$$G(m_s, V_s^0, V_s^l, y_{k,s}, y_{k-1,s-1}, y_{k,s-1}, \dots) = \hat{G}_{ks}. \quad (13)$$

Близость оценок m , m_s и параметров μ будем характеризовать величиной математического ожидания функционала потерь

$$\bar{I}_1 = M\{I_1\} = M\left\{\sum_k W_1 \left[\hat{\Phi}_k(t) \right] \right\}, \quad (14)$$

$$\bar{I}_2 = M\{I_2\} = M\left\{\sum_k W_2 \left(\hat{G}_{ks} \right) \right\}. \quad (15)$$

Критерии качества должны удовлетворять определенным условиям. Применяя процедуру стохастической аппроксимации, получим формулы

$$\frac{dm}{dt} = -\gamma(t) \nabla_m I_1 = -\gamma(t) \left\{ \sum_k \nabla_m W_1 \left[\hat{\Phi}_k(t) \right] \right\}, \quad (16)$$

$$m_{s+1} = m_s - \gamma_s \nabla_{ms} I_2 = m_s - \gamma_s \left[\sum_k \nabla_{ms} W_2 \left(\hat{G}_{ks} \right) \right]. \quad (17)$$

Здесь $\nabla_m I$ — градиент по параметрам m критерия качества I . Функция γ должна удовлетворять условиям Роббинса и

Монро. Алгоритмы стохастической аппроксимации (16) и (17) в асимптотике дают некоторые оценки неизвестных параметров μ . При этом математическое ожидание градиента критерия качества становится равным нулю. Однако в общем случае из-за наличия помех математическое ожидание градиента функционала потерь отлично от нуля при $m = \mu$ и алгоритмы (16) и (17) приводят к смещенным оценкам. Для обеспечения несмещенностии оценок предлагается следующий способ. Вычисляется значение математического ожидания градиента критерия качества в точке $m = \mu$:

$$e = M\left\{ \nabla_m I \mid m = \mu \right\}. \quad (18)$$

Учитывая, что в точке оптимума градиент критерия качества должен быть равен нулю, вместо (16) и (17) запишем:

$$\frac{dm}{dt} = -\gamma(t) \left[\nabla_m I_1 - e_1 \right] \mid \mu = m, \quad (19)$$

$$m_{s+1} = m_s - \gamma_s [\nabla_{ms} I_2 - e_2] \mid \mu = m_s. \quad (20)$$

Достоинства метода:

- а) простота получения алгоритмов;
- б) текущая оценка m_{s+1} получается из рекуррентного соотношения; для вычисления ее необходимо помнить лишь предыдущую оценку m_s и поступившую с объекта новую информацию;

в) требуется меньший объем априорной информации, чем при нахождении оптимальных оценок.

В ряде случаев измерение производных во времени функций состояния оказывается невозможным. Поэтому нужны методы, позволяющие находить оценки неизвестных параметров без измерения производных. Одним из способов избежать измерения производных является переход от дифференциального уравнения в частных производных к интегральному, для чего исходное уравнение интегрируется по времени необходимое число раз.

Положительным качеством методов, основанных на интегрировании исходного уравнения, является то, что они дают возможность избежать измерения производных по времени функций состояния объекта.

Однако, если начальные условия неизвестны, относительно простые алгоритмы получаются лишь для уравнений, имеющих одну первую производную функции состояния по времени. Это же замечание относится к размерности уравнения.

Поэтому будем предполагать, что объект распределен по одной лишь пространственной координате и производная по времени имеет первый порядок, т. е. объект описывается уравнением вида

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = F \left[x, t, \mu, Q(x,t), \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}, \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2}, \dots \right]. \quad (21)$$

Будем считать, что начальные и граничные условия неизвестны. (В противном случае решение задачи упрощается).

Метод оценки параметров заключается в следующем. Уравнение (21) дискретизируется по координате x с шагом Δx . Полученное уравнение интегрируется по времени в пределах $(t - \Delta t, t)$. Применение процедуры стохастической аппроксимации приводит к алгоритму

$$\frac{dm}{dt} = -\gamma(t) \left\{ \left[y_k(t) - y_k(t - \Delta t) - \int_{t - \Delta t}^t f[\kappa, \tau, m, y_k(\tau), \dots] d\tau \right] \frac{d}{dm} \int_{t - \Delta t}^t f[\kappa, \tau, m, y_k(\tau), \dots] d\tau - e \right\}, \quad (22)$$

где $e = M \left\{ \nabla_m I \Big|_{m=\mu} \right\}$ член, который вводится для устранения смещенности оценки.

Другой метод, позволяющий избежать измерения производных по времени функций состояния, основан на использовании настраиваемой модели и заключается в следующем.

В качестве модели объекта используется система (3) дифференциальных уравнений. Составляется модель оператора связи между сигналами $Q_{k-1}, Q_k, Q_{k+1}, \dots$, причем некоторые сигналы, например, Q_{k-1}, Q_{k+1} считаются входами модели, остальные — выходами. На входы модели оператора связи (MOS) подаются сигналы Q_{k-1}, Q_{k+1}, \dots от идентифицируемого объекта, а выходы MOS сравниваются с функциями состояния в соответствующих точках. Параметры модели настраиваются таким образом, чтобы минимизировать математическое ожидание некоторой функции потерь.

Алгоритм настройки параметров модели может быть найден с использованием методов стохастической аппроксимации и теории чувствительности.

Основное достоинство двух последних методов — получение оценок по измерениям функций состояния в дискретном ряде точек распределенного объекта. Производных по времени из-

мерять не нужно. Однако, в ряде случаев может оказаться сложным формирование членов, устраниющих асимптотическую смещенность.

II. Алгоритмы оценки параметров для частных задач

Ниже показано применение общих методов, развитых в предыдущем разделе, для ряда частных задач.

Наряду с иллюстративными примерами рассматриваются задачи, интересные с практической точки зрения. Наиболее подробно исследуется относительно простая задача оценки величины чистого запаздывания, представляющая самостоятельный интерес.

Задачу оценки величины запаздывания удается поставить и решить, если рассматривать элемент запаздывания как элемент с распределенными параметрами и описывать его динамику уравнением

$$\tau_h \frac{\partial q(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial q(x,t)}{\partial x}. \quad (t \geq 0, 0 \leq x \leq 1). \quad (23)$$

Решение уравнения (23) в точке $x=1$ имеет вид

$$q(1,t) = q(0, t - \tau_h) \quad (t \geq \tau_h).$$

Дискретизируя (23) по x и t , получим

$$\tau(q_{k,s} - q_{k,s-1}) = q_{k-1,s} - q_{k,s}, \quad (24)$$

где

$$\tau = \frac{\tau_h \Delta x}{\Delta t}.$$

Применение метода Калмана приводит к алгоритму

$$\tau^* = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{s=1}^N [(y_{k,s} - y_{k,s-1})(y_{k-1,s} - y_{k,s}) + \sigma_h^2]}{\sum_{k=1}^N \sum_{s=1}^N [(y_{k,s} - y_{k,s-1})^2 - 2\sigma_h^2]}. \quad (25)$$

Величины σ_h^2 и $(-\tau_h^2)$ найдены согласно общей методике устранения смещенности оценок. σ_h^2 — дисперсия помех в

измерительных устройствах. Относительно помех сделано предположение, что они независимы при различных k и s , имеют нулевые математические ожидания и одинаковые дисперсии σ_h^2 . Однако, если м. о. помех отлична от нуля, дисперсии различны и помехи коррелированы, никаких принципиальных трудностей не возникнет. Алгоритм будет иметь несколько более громоздкий вид.

Показана состоятельность алгоритма (25).

Применение метода стохастической аппроксимации при квадратичной функции потерь и при измерениях с помехами в двух соседних точках (k -ой и $k-1$ -ой) объекта приводит к алгоритму

$$\begin{aligned} \tau_{s+1} = & \tau_s + \gamma_s \{ [(y_{k,s} - y_{k,s-1})(y_{k,s} - y_{k-1,s}) + \sigma_h^2] + \\ & + \tau_s (y_{k,s} - y_{k,s-1})^2 - 2\sigma_h^2 \}. \end{aligned} \quad (26)$$

Оценка асимптотически несмещенная.

Получены алгоритмы оценки запаздывания с помощью всех методов, развитых в предыдущем разделе.

Рассматривается также случай переменного запаздывания и задача оценки запаздывания по измерениям только входного и выходного сигналов.

Задача оценки запаздывания — оценки коэффициента в уравнении в частных производных первого порядка обобщается на случай оценки скоростей движущихся сред в теплообменниках. Динамика их описывается системой уравнений с частными производными вида:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial q^1(x,t)}{\partial t} = & -w_n \frac{\partial q^1(x,t)}{\partial x} + \alpha_1 [q^2(x,t) - q^1(x,t)] \\ \frac{\partial q^2(x,t)}{\partial t} = & -w_n^2 \frac{\partial q^2(x,t)}{\partial x} + \alpha_2 [q^1(x,t) - q^2(x,t)]. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Здесь w_n — абсолютная величина линейной скорости среды, $q(x, t)$ — температура (или концентрация) среды, α_1 и α_2 — постоянные коэффициенты.

Применение метода стохастической аппроксимации приводит к алгоритму оценки v_s^i скорости w^i

$$v_{s+1}^i = v_s^i - \gamma_s \{ (y_{k,s}^i - y_{k,s-1}^i)(y_{k,s}^i - y_{k-1,s}^i) + v_s^i (y_{k,s}^i - y_{k-1,s}^i)^2 - \alpha_i (y_{k,s}^i - y_{k,s}^i)(y_{k,s}^i - y_{k-1,s}^i) \}, \quad (28)$$

причем $j=2$ при $i=1$; $j=1$ при $i=2$.

Для получения несмешанных оценок алгоритм (28) может быть скорректирован так же, как это сделано выше.

Рассматривается задача оценки коэффициента диффузии в линейной дискретной и дискретно-непрерывной системе.

Для объекта, описываемого линейным уравнением диффузии вида

$$\frac{\partial q(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 q(x,t)}{\partial x^2} \quad (29)$$

получено несколько алгоритмов оценки коэффициента диффузии D с использованием метода Калмана, стохастической аппроксимации и с использованием настраиваемой МОС.

В последнем случае показывается, что если на входе МОС действует случайная помеха с корреляционной функцией, то

$$K_h(\tau) = \sigma_h^2 e^{-|\tau|},$$

для устранения асимптотической смещенностии необходимо вводить в алгоритм величину $R = \frac{2\sigma_h^2 h^{2m}}{(2m+\alpha)^2}$. Если корреляционная функция помехи имеет более сложный вид, устранение асимптотической смещенностии может оказаться весьма затруднительным.

На рис. 2 приведена блок-схема ВУ для оценки коэффициента диффузии по алгоритму, полученному методом стохастической аппроксимации.

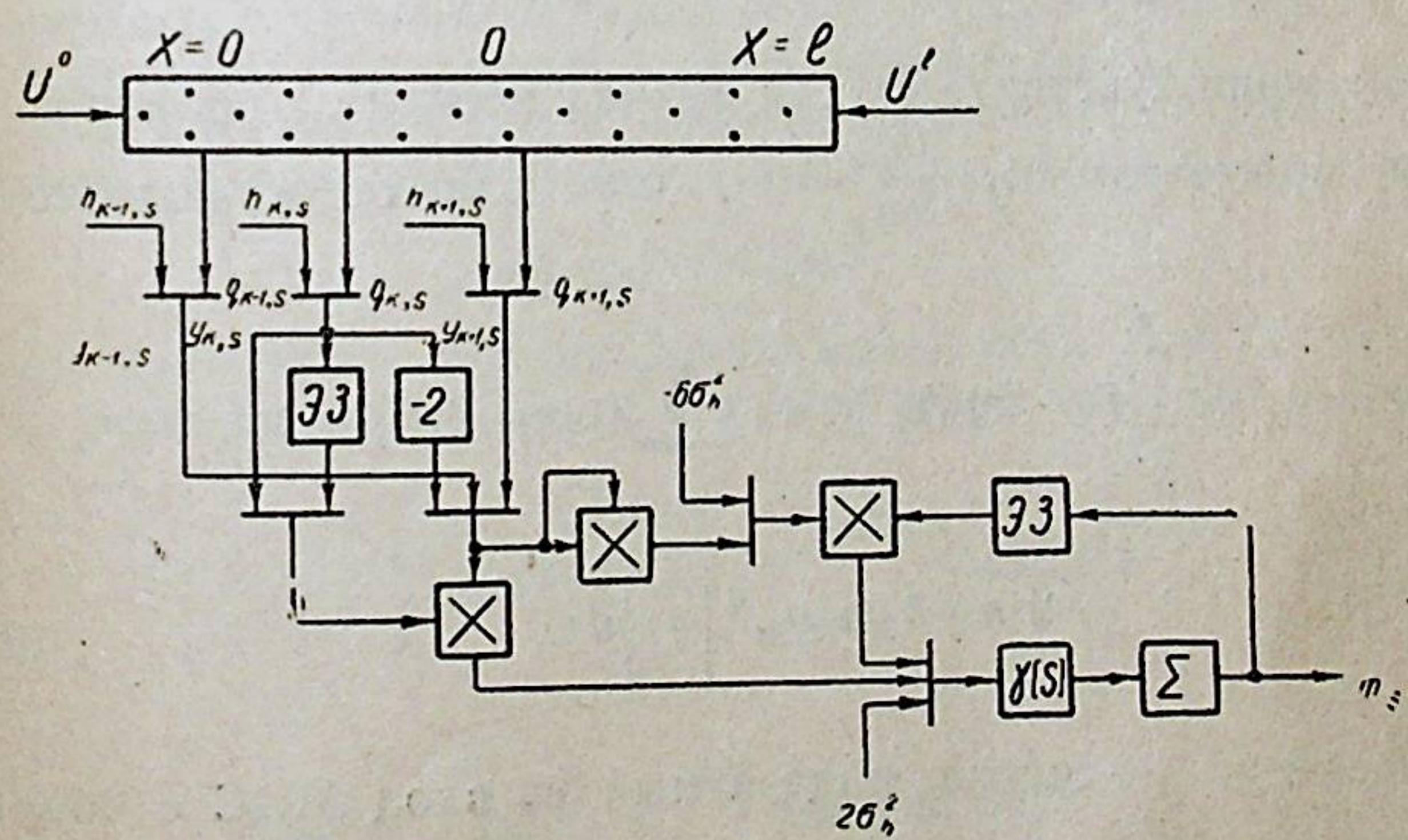


Рис. 2.

В ряде случаев параметры (коэффициенты) уравнений в частных производных, описывающих динамику объектов, нельзя считать постоянными и необходимо учитывать зависимость их от времени или функций состояния. В диссертации рассматривается задача оценки коэффициента диффузии в нелинейной системе вида

$$\frac{\partial q(x,t)}{\partial t} - D(q) \frac{\partial^2 q(x,t)}{\partial x^2} = 0. \quad (30)$$

Уравнение (30) дискретизируется по x , а неизвестная функция $D(q)$ представляется в виде $D(q) = \sum_{i=1}^n v_i q^i$.

Непосредственное применение метода Калмана или стохастической аппроксимации при измерениях функций состояния с помехами приводит к тому, что для получения и реализации алгоритма необходимо находить оценку функции состояния $q_k(t)$.

Поэтому здесь удобнее воспользоваться методом настраиваемой модели.

Алгоритм настройки коэффициентов m_j модели получим по методу стохастической аппроксимации

$$\frac{dm_j}{dt} = \gamma(t)(y_k - q_m) \frac{\partial q_m}{\partial m_j}. \quad (31)$$

Функции чувствительности выхода модели q_m по оцениваемым параметрам m_j $\frac{\partial q_m}{\partial m_j} = \varphi_j$ определяются из выражения

$$\varphi_j = \varphi_j^0 + \int_0^t \left\{ (v - 2q_m) q_{j,m}^{j-1} + \left[\sum_{i=1}^n i(vm_i - 2m_{i-1}) q_m^{i-1} - 2(n+1)m_n q_m^n \right] \varphi_j \right\} d\tau. \quad (32)$$

$v = y_{k-1} + y_{k+1}$ — сигнал, подаваемый на вход МОС с объекта.

Блок-схема ВУ для оценки коэффициента $D(q) = C_0 + C_1 q$ приведена на рис. 3.

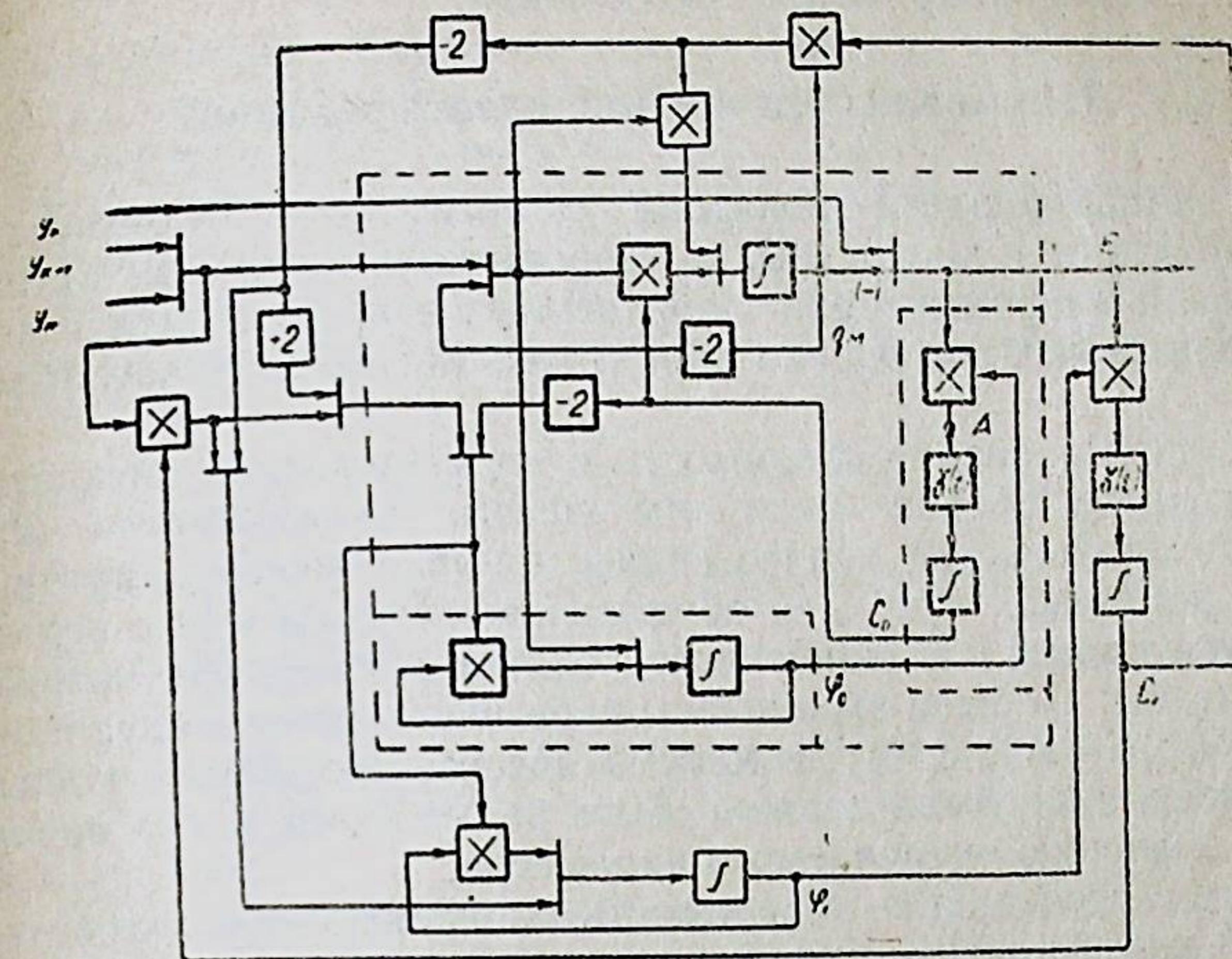


Рис. 3.

Иногда требуется находить оценки параметров, входящих в граничные условия. В диссертации рассматривается задача оценки граничных условий в стационарном режиме.

Для объекта, описываемого уравнением теплопроводности, найдена оценка коэффициента μ в граничном условии вида

$$q(0, t, \mu) = \mu \cos \omega t$$

с помощью метода максимума правдоподобия. Для стационарного режима работы объекта оценка имеет вид

$$\begin{aligned} \mu^* = & \frac{4H}{t+b} \int_0^t \left[\cos \omega t \int_0^\infty y(x, t) e^{-Hx} \cos Hx dx + \right. \\ & \left. + \sin \omega t \int_0^\infty y(x, t) e^{-Hx} \sin Hx dx \right] dt, \end{aligned} \quad (33)$$

где $b = \frac{1}{4\omega}(\sin 2\omega t - \cos 2\omega t + 1)$; $H = \sqrt{\frac{\omega}{2a^2}}$; a^2 — коэффициент температуропроводности объекта.

III. Анализ алгоритмов идентификации.

В данном разделе показана сходимость с вероятностью, равной единице дискретных и непрерывных алгоритмов стохастической аппроксимации, полученных в предыдущих главах и используемых для оценки параметров распределенных объектов.

Вначале показана сходимость и несмещенность дискретного алгоритма оценки величины чистого запаздывания (26). Для доказательства использованы понятия теории мартингалов и показано, что для обеспечения сходимости с вероятностью единица и несмещенности оценки необходимо потребовать, чтобы: 1) были ограничены первые четыре момента помехи $M\{h^i\}$ ($i=1, 2, 3, 4$); 2) математическое ожидание градиента критерия качества должно быть равно нулю, когда оценка равна значению оцениваемого параметра.

Затем исследуется сходимость непрерывного алгоритма оценки коэффициента диффузии в дискретно-непрерывной системе. Найдены условия, при которых имеет место несмещенность и сходимость с вероятностью единицы к точке оптимума.

Сформулирована и доказана теорема сходимости непрерывного алгоритма (19). В квадратных скобках (19) можно выделить неслучайную часть $F(m)$ и случайную $\psi(\omega, t)$, причем $F(m) = M\{\nabla_m I - e\}$, ω — элементарное событие в вероятностном пространстве Ω .

Теорема I. Пусть математическое ожидание функционала потерь есть выпуклая унимодальная функция, такая, что для непрерывной функции $F(m)$ существует число μ со свойствами:

$$F(\mu) = 0,$$

$$F(m) < 0 \text{ для } m < \mu,$$

$$F(m) > 0 \text{ для } m > \mu,$$

$$\liminf_{m \rightarrow \infty} F(m) > 0, \quad \limsup_{m \rightarrow -\infty} F(m) < 0.$$

Пусть с вероятностью единица функция $\psi(\omega, t)$ непрерывна и с вероятностью единица

$$M\{\psi(\omega, t)\} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \psi(\omega, \tau) d\tau = 0.$$

Тогда решение уравнения (19) с вероятностью, равной единице, сходится и μ . При доказательстве используются результаты, полученные М. Дримлом и Ю. Недомой.

Для дискретного алгоритма (20) сформулирована и доказана следующая теорема:

Теорема 2. Алгоритм (20) сходится с вероятностью, равной единице и в среднеквадратическом и дает несмещенную оценку, если

- 1) $M\{[\nabla I - e]^2 | \lambda_s\} \leq b(1 + \lambda_s^2), \quad b = \text{const} > 0.$
- 2) $T = \lambda_s M\{[\nabla I - e] | \lambda_s\} \geq 0; \quad T = 0 \text{ лишь при } \lambda_s = (m_s - \mu) = 0.$

Проводится сравнительный анализ различных алгоритмов оценки запаздывания.

Показывается, что метод максимума правдоподобия для нормальных помех и метод Калмана приводят к одинаковым алгоритмам.

При определенном выборе переменного коэффициента γ , удовлетворяющего условиям Роббинса и Монро, метод стохастической аппроксимации приводит к тому же результату.

О совпадении алгоритмов метода максимума правдоподобия и стохастической аппроксимации (при нормальном законе распределения помех) говорит также рассмотренный пример оценки коэффициента в граничном условии.

В заключении раздела анализируется метод, связанный с переходом к интегральному уравнению.

IV. Исследование алгоритмов идентификации методом статистического моделирования.

Для исследования в лабораторных условиях задач идентификации и управления объектами с распределенными параметрами, состояние которых характеризуется функциями пространственных и временной координат, необходимо иметь модель объекта, достаточно простую и удобную в эксплуатации и достаточно близкую по динамическим характеристикам реальному объекту.

Сформулируем требования, которым должна удовлетворять модель с точки зрения удобства эксплуатации при исследовании задач управления и идентификации.

322 444

1. Модель должна допускать простую стыковку с аналоговой вычислительной машиной (АВМ), на которой, как правило, моделируются исследуемые алгоритмы.

2. Поскольку в вычислительное устройство, реализующее тот или иной алгоритм, необходимо непрерывно или в дискретные моменты времени вводить информацию о распределении функции состояния объекта по его длине (для простоты рассматриваются одномерные объекты), то необходима такая модель объекта с распределенными параметрами, которая бы допускала измерение функции состояния в ряде точек, расположенных по длине.

3. Границные условия должны задаваться с помощью достаточно простых схем.

4. Модель должна быть близка по динамическим свойствам реальному объекту.

Из пассивных RC — ячеек была изготовлена и исследована модель объекта диффузионного типа, удовлетворяющая сформулированным требованиям.

С помощью модели и АВМ ЛМУ-1 были исследованы различные алгоритмы оценки параметров в условиях случайных помех. Помехи подавались от специального пятиканального генератора случайных помех.

Экспериментально была подтверждена высокая помехоустойчивость алгоритмов, проверена методика устранения смещенностей оценок, сходимость различных модификаций алгоритмов.

Все алгоритмы оказались достаточно грубыми и универсальными в том смысле, что они дают удовлетворительные оценки в случае, когда решение уравнения известно неточно. В некоторых случаях они без существенного изменения могут быть использованы для оценки таких параметров, как постоянная времени и коэффициент усиления инерционных объектов.

Осциллограммы процессов оценки для различных модификаций алгоритмов свидетельствуют о том, что наряду с оптимальными, во многих случаях можно использовать субоптимальные и неоптимальные алгоритмы, моделирование и техническая реализация которых значительно проще, чем оптимальных.

На цифровой вычислительной машине Минск-1 моделировались алгоритмы оценки запаздывания. Моделирование позволило выбрать рациональную модель запаздываний в частных разностях, дающую меньшую погрешность от дискретизации. Экспериментально исследовалось влияние интервалов дискретизации и помех при измерениях на точность оценки, влияние переменного коэффициента γ на скорость сходимости.

V. Идентификация шаровой мельницы мокрого измельчения БГМК.

На основании исследований, проведенных Ж. М. Сакбаевым на Балхашском горно-металлургическом комбинате, было принято, что динамика мокрого измельчения в шаровых мельницах с достаточной степенью точности может быть описана уравнением диффузии (перемешивания) вида

$$\frac{\partial q(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 q(x,t)}{\partial x^2} \quad (t \geq 0, 0 \leq x \leq l).$$

Границные условия в точках $x=0$ и $x=l$ определяются потоком загруженного материала (граничное условие второго рода) и потоком разгрузки (нелинейное граничное условие третьего рода).

Задача заключалась в определении коэффициента диффузии мельницы D , который предполагался постоянным.

По данным эксперимента, полученным с помощью трех импульсных электроакустических датчиков, установленных в трех различных сечениях мельницы, были найдены значения частных разностей по времени и координате и оценен коэффициент диффузии с помощью алгоритма стохастической аппроксимации с оптимальным коэффициентом γ .

Заключение

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Произведено обобщение метода максимума правдоподобия на задачи оценки параметров распределенных объектов для случаев, когда известно решение уравнения в частных производных.

2. Получены алгоритмы идентификации распределенных объектов на основе методов Калмана и стохастической аппроксимации.

3. Показано, что при измерениях с помехами методы Калмана и стохастической аппроксимации приводят к смещенным оценкам. Предложен способ устранения смещенностей.

4. Предложено два метода идентификации распределенных объектов в условиях помех, позволяющие находить оценки неизвестных параметров на основании измерений лишь функций состояния объекта в дискретном ряде точек и без измерения производных по времени функций состояния: метод, основанный на переходе к интегральному уравнению и метод настраиваемой модели оператора связи.

Основное содержание диссертации изложено в следующих работах:

5. Получены алгоритмы оценки параметров для ряда частных задач.

Решена задача оценки величины чистого запаздывания, коэффициентов линейной и нелинейной диффузии, параметров теплообменника и др.

6. Сформулированы и доказаны две теоремы сходимости с вероятностью единица дискретных и непрерывных алгоритмов стохастической аппроксимации.

Найдены условия сходимости дискретного алгоритма оценки величины чистого запаздывания и непрерывного алгоритма оценки коэффициента диффузии.

7. На ряде конкретных примеров показано, что при идентификации распределенных объектов при определенных условиях методы максимума правдоподобия, Калмана и стохастической аппроксимации приводят к одним и тем же алгоритмам, отличающимся лишь видом переменного коэффициента γ .

8. Статистическое моделирование полученных алгоритмов на АВМ и ЦВМ показало их высокую помехоустойчивость и позволило экспериментально проверить предложенный способ устранения смещенности. Алгоритмы оказались достаточно грубыми и универсальными, т. е. давали удовлетворительные оценки при неточно известном решении уравнения объекта и могли быть использованы для идентификации сосредоточенных объектов (оценка постоянной времени, коэффициента усиления инерционных объектов).

9. Результаты, полученные в диссертации, применялись для идентификации промышленного объекта — шаровой мельницы мокрого измельчения.

Изложенный материал может оказаться полезным при исследовании и проектировании систем автоматизации промышленных объектов с распределенными параметрами.

Результаты работы докладывались на I Всесоюзном симпозиуме по статистическим проблемам в технической кибернетике (Москва, 1967 г.), на международном симпозиуме ИФАК «Идентификация в системах автоматического управления» (Прага, 1967 г.), на Всесоюзной школе-семинаре «Идентификация и адаптивное управление в автоматических системах» (с. Долинка, 1968 г.), на IV Всесоюзном совещании по автоматическому управлению (технической кибернетике) (Тбилиси, 1968 г.) и на конференциях Института автоматики АН Кирг. ССР и Фрунзенского политехнического института в 1965, 1966 гг.

1. Живоглядов В. П., Каипов В. Х. Автоматическое измерение запаздывания в распределенных объектах при наличии помех. Автометрия, № 5, 1966.

2. Живоглядов В. П., Каипов В. Х. О применении стохастических аппроксимаций в проблеме идентификации. Автоматика и телемеханика, № 10, 1966.

3. Живоглядов В. П., Каипов В. Х. Оценка параметров распределенных объектов на основе критерия максимума правдоподобия. Известия АН Киргиз. ССР, № 4, 1967.

4. Каипов В. Х. О сходимости алгоритмов оценки параметров распределенных объектов. Сб. «Принципы построения автоматических систем с неполной информацией». Изд-во «Илим», Фрунзе, 1967.

5. Каипов В. Х. Некоторые вопросы моделирования объектов с распределенными параметрами. Сб. «Адаптивные системы и оценка параметров распределенных объектов». Изд-во «Илим», Фрунзе, 1968.

6. Живоглядов В. П., Каипов В. Х., Калимулина А. С. Мезенев Р. В. Исследование сходимости алгоритмов идентификации распределенных объектов на электронной модели. Сб. «Адаптивные системы и оценка параметров распределенных объектов». Изд-во «Илим», Фрунзе, 1968.

7. Живоглядов В. П., Каипов В. Х. Identification of Distributed Parameter Plants in the Noise. Identification in Automatic Control Systems. Preprints of the IFAC Symposium, Prague, Czechoslovakia, 12—17 june, 1967.

8. Живоглядов В. П., Каипов В. Х. Оценка величины чистого запаздывания и параметров распределенных объектов при наличии помех. Рефераты докладов I Всесоюзного симпозиума по статистическим проблемам в технической кибернетике, часть I, М., 1967.