Кыргг.
2022-32

Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясы

Математика институту

Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университети

Д 01.19.598 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда
УДК 517.9

Бугубаева Жумгалбүбү Тукеновна

Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелерин жакындаштырып чыгаруу

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын авторефераты

Бишкек – 2021

Диссертациялык иш И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин колдонмо информатика кафедрасында аткарылган.

Илимий жетекчи: **Каракеев Таалайбек Тултемирович**, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин маалымат технологиялары жана программалоо кафедрасынын профессору

Расмий оппоненттер: **Каденова Зуурикан Ажимаматовна**, физика-математика илимдеринин доктору, доцент, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун тескери маселелер теориясы лабораториясынын башчысы

Токтосунов Мирбек Бердибекович, физика-математика илимдеринин кандидаты, «Манас» Кыргыз-Түрк университетинде доценттин милдетин аткаруучу.

Жетектөөчү мекеме: Маалыматтык системалар жана программалоо кафедрасы, Ош мамлекеттик университети (723500, Кыргызстан, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331).

Диссертацияны коргоо 2022-жылдын 21-январында саат 14:00до Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж.Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.19.598 Диссертациялык кеңешинин отурумунда өтөт. Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспекти 265-а, 374 - кабинет.
Коргоонун коду: – https://vc.vak.kg/b/d_0-rfx-t49-bvj

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын китепканасынан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспекти 265-а жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин китепканасынан, 720033, Бишкек шаары, Фрунзе көчөсү 547 жана www.vak.kg, www.math.kg. сайттарынан таанышууга болот.

Автореферат 2021-жылдын 20 декабрында таркатылган.

Диссертациялык кеңештин окумуштуу катчысы,
физика-математика илимдеринин кандидаты,
доцент Шаршембиева Ф. К.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Вольтерранын интегралдык теңдемелери астрономия, биология жана экология, электродинамика жана механиканын маселелеринде кеңири колдонулат. Негизги процесстери Вольтерранын биринчи, экинчи жана үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелери аркылуу модуляцияланган улам жаңы тармактар пайда болууда.

Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелери математикалык биологияда, теплофизикада, нымдуулукту өткөрүү теориясында маанилүү колдонмого ээ болгон жекече туундулуу дифференциалдык тендемелери үчүн тескери жана локалдык эмес четтик маселелердин кеңири классын изилдөөдө пайда болот.

Вольтерранын биринчи жана үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелеринин теориясында изилдөөнүн эң эффективдүү методу болуп А. Н. Тихоновдун (1986) жана М. М. Лаврентьевдин (1980) эмгектеринде негиздери түзүлгөн регулярдаштыруу методдору саналат.

Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелеринин чыгарылуу шарттары жана регулярдаштыруу методдору Л. И. Панов (1967), Я. Янно (1987), Н. А. Магницкий (1979), А. М. Нахушев (1974), P. T. Sato (1953), S. S. Allaei, Z. W. Yang, H. Brunner (2015), P. Grandits (2008), А. Асанов (1994), С. Искандаров (1998), К. Алымкулов (1992), А. Б. Байзаков (2017), К. Б. Бараталиев (2004), Т. Д. Омуров (2003), Т. Т. Каракеев (2003), М. В. Булатовдун (2002) ж.б. эмгектеринде изилденген. Сандык чыгаруу методдору P. Jami, E. Hashemizadeh (2021), Т. Т. Каракеевдин (2004) эмгектеринде изилденген.

Муну менен катар, Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелери аз изилденген, аларды сандык чыгаруу өнүккөн эмес. Ал эми интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция интегралдоо кесиндисинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурун регулярдаштыруу методдору жана сандык чыгаруу али изилдене элек.

Бул диссертация интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекитинде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелеринин жана алардын системаларынын чыгарылыштарынын жалгыздыгы жана регулярдаштыруу маселелерин изилдөөгө арналган. Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелерин жакындаштырып чыгаруунун сандык методу негизделет.

Диссертациянын темасынын ири илимий программалар (долбоорлор) жана негизги илимий-изилдөө иштери менен байланышы. Диссертациялык изилдөө И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин колдонмо информатика кафедрасында бекитилген «Интегралдык теңдемелерди жакындаштырып чыгаруу ыкмалары» темасынын алкагында жүргүзүлгөн.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери. Изилдөөнүн максаты болуп интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелерин, теңдемелер системасын регулярдаштыруу жана сандык чыгаруу методдорун изилдөө болуп саналат.

Максатка жетүү үчүн төмөнкүдөй маселелер аныкталды:

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин регулярдаштырылуусун изилдөө;

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелеринин чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган шарттарды белгилөө;

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелеринин системаларынын регулярдаштырылуусун изилдөө;

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелерин сандык чыгаруу.

Алынган жыйынтыктардын илимий жаңылыгы:

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелеринин регулярдаштырылуусу далилденди;

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелеринин чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган жетиштүү шарттар белгиленди;

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда

Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин системаларынын регулярдаштырылган чыгарылышынын жыйналуучулугу далилденди;

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин сандык чыгарылышы алынды, методдун жыйналуучулугу далилденди;

– Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелерин сандык чыгаруу үчүн Delphi тилинде программалардын пакети түзүлдү жана сандык эксперимент жүргүзүлдү.

Алынган жыйынтыктардын теориялык жана практикалык маанилүүлүгү. Диссертациянын натыйжалары теориялык мүнөзгө ээ жана жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери жана локалдык эмес четтик маселелерди регулярдаштырууда жана сандык чыгарууда колдонулушу мүмкүн.

Коргоого сунушталган негизги жоболор:

1. өспөөчү жылмакай функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелеринин регулярдаштырылуусун далилдөө;

2. кемибөөчү функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелерин регулярдаштыруу шарттарын белгилөө;

3. интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин регулярдаштырылган чыгарылыштарынын жыйналуучулугун далилдөө;

4. интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелеринин системаларынын регулярдаштырылуусун далилдөө;

5. интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин сандык чыгарылышынын так чыгарылышка жыйналуучулугун далилдөө.

Изилдөөчүнүн өздүк салымы. Маселенин коюлушу жана алынган жыйынтыктарды талкуулоо илимий жетекчинин түздөн - түз катышуусунда жүргүзүлдү. Диссертацияны изилдөөнүн жыйынтыктары автор аркылуу алынды.

Изилдөөнүн жыйынтыктарын апробациялоо. Изилдөөнүн жыйынтыктары төмөндөгүдөй конференцияларда баяндалды:

– КР УИАнын «Старт в большую науку» илимий - практикалык конференциясында. Бишкек, 2013ж;

– «X mezinárodní vědecko - praktická Konference, Praha, 2013/2014;

– V Congress of the TURKIC WORLD MATHEMATICIANS, Kyrgyzstan, “Issyk-Kul Aurora”, 2014;

– «XXI кылымдын илими: жаңы мамиле» ЖОЖдор аралык илимий - практикалык конференциясында, Бишкек, 2014 ж.;

– 1st European-Middle Asian Conference on Computer Modelling, Kyrgyzstan, Issyk-Kul, 2015;

– КР УИАсынын Математика институтунун 35-жылдыгына арналган «III Борубаевдик окуулар» эл аралык конференциясында. Бишкек, 2019 ж.;

– Академик А. А. Борубаевдин 70-жылдыгына арналган «Бүгүнкү математиканын көйгөйлөрү жана анын колдонуулары» эл аралык илимий конференциясында. Бишкек, 2021 ж.

Жарыкка чыккан басылмалардагы диссертациянын жыйынтыктарынын чагылдырылышынын толуктугу.

Диссертациянын негизги жыйынтыктары колдонулган адабияттардын тизмесинде келтирилген 13 илимий [1] - [13] макалаларда жарык көргөн. [5] макала Scopus базасына, [6] - [13] макалалар РИНЦ базасына кирет. Биргелешип жазылган макалаларда маселенин коюлушу илимий жетекчиге, алынган жыйынтыктар жана аларды баалоо изилдөөчүгө таандык. [3, 5, 13] макалаларда маселенин коюлушу илимий жетекчиге, Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелеринин өспөөчү коэффициенттик функция болгон учуру авторго тиешелүү.

Диссертациянын түзүмү жана көлөмү. Диссертация шарттуу белгилөөлөрдүн тизмегинен, киришүүдөн, бөлүмдөрдөн турган беш баптан, корутундулардан жана тыянактардан, 72 аталышты камтыган колдонулган адабияттардын тизмесинен турат.

Теорема, формула, натыйжа, лемма, мисалдарды номурлоо - үчтүк номурлоодон: биринчи цифра – баптын номерин, экинчи цифра – баптагы бөлүмдүн номерин, үчүнчү цифра – бөлүмдөгү катар номурду көрсөтөт. Диссертациялык иштин көлөмү 150 бетти түзөт.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Биринчи бап «АДАБИЯТТАРДЫН ОБЗОРУНДА» Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелери боюнча башка авторлордун

эмгектеринин жыйынтыктары, ошондой эле Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелерине келтириле турган жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн локалдык эмес четтик маселе жана тескери маселелерди изилдөөлөрдүн жыйынтыктары берилген.

Экинчи бапта «ИЗИЛДӨӨНҮН УСУЛДАРЫ ЖАНА МАТЕРИАЛДАРЫ» изилдөөнүн объектиси, предмети жана методдору берилген. Диссертациялык иште изилдөө объектиси болуп Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелери жана алардын системалары эсептелет. Изилдөө предмети болуп Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелериндеги коэффициенттик функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учуру эсептелет. Изилдөөдө регулярдаштыруу жана сандык усулдары колдонулду.

Үчүнчү бап «ВОЛЬТЕРРАНЫН ҮЧҮНЧҮ ТҮРДӨГҮ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРИН РЕГУЛЯРИЗАЦИЯЛОО» үзгүлтүксүз функциялар классында өсүүчү эмес жылмакай функцияга көбөйтүү оператору жана кемүүчү эмес функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чыгарылышынын жалгыздыгы жана аны регулярдаштыруу маселелерине; Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин интегралдоо кесиндисинин ички чекиттеринде изделип жаткан функциянын алдындагы белгилүү функция (коэффициенттик функция) нөлгө айланган учуруна арналган.

3.1- бөлүмдө

$$p(x)u(x)+\int_0^x K(x,t)u(t)dt=g(x),\ \ x\in[0,b]. \quad (1)$$

сызыктуу теңдемеси каралат жана анын чыгарылышы $C[0,b]$ мейкиндигинде жатат деп болжолдонот. Төмөнкүдөй шарттарда $p(x)$, $g(x)$, $K(x,t)$ функциялары берилсин:

а) $g(x)\in C\,[0,b]$, $K(x,t)\in C(D)$, $K(x,x)\geq 0, D=\{(x,t)/0\leq t\leq x\leq b\}$;

б) $p(x)\in C^1[0,b]$, $p(b)=0$, $p(x)>0, \forall x\in[0,b)$;

$p(x)$ – өспөөчү функция,

в) $G(x)\geq d_1, G(x)=C_0p^2(x)+\big(1+C_1g(x)\big)K(x,x), 0<C_0, C_1, d_1=const$;

г) $\theta_1 G(x)+p'(x)\geq 0$, $\quad 0<\theta_1<1$.

$I+C_0J+C_1T$ операторy аркылуу (1) теңдемени өзгөртөбүз, мында I - бирдик оператор, J и T – Вольтерранын төмөнкүдөй операторлору

$$(Jv)(x)=\int_0^x p(t)v(t)dt, \qquad (Tv)(x)=\int_0^x K(t,t)u(t)v(t)dt.$$

Анда төмөнкү теңдемени алабыз

$$p(x)u(x)+\int_0^x G(t)u(t)dt=\int_0^x L(x,t)u(t)dt+$$

$$+C_1\int_0^x p_0(t)u^2(t)dt+C_1\int_0^x u(t)dt\int_t^x K_0(s,t)u(s)ds+f(x), x\in[0,b], \quad (2)$$

мында

$$p_0(x)=p(x)K(x,x), \qquad L(x,t)=K(t,t)-K(x,t)-C_0\int_t^x p(s)K(s,t)ds,$$

$$K_0(x,t)=K(x,x)K(x,t), \qquad f(x)=g(x)+C_0\int_0^x p(t)g(t)dt.$$

(2) теңдеме менен катар (0,1) интервалынан алынган ε кичине параметрлүү теңдемелердин системасы каралат

$$(\varepsilon+p(x))u_\varepsilon(x)+\int_0^x G(t)\,u_\varepsilon(t)dt=\int_0^x L(x,t)\,u_\varepsilon(t)dt+C_1\int_0^x p_0(t)\,u_\varepsilon^2(t)dt+$$

$$+C_1\int_0^x u_\varepsilon(t)dt\int_t^x K_0(s,t)\,u_\varepsilon(s)ds+\varepsilon u(0)+f(x), \quad x\in[0,b],$$

жана ал ядронун резвольвентасы $\left(-G(t)/(\varepsilon+p(x))\right)$ аркылуу өзгөртүлөт

$$u_\varepsilon(x)=-\frac{1}{\varepsilon+p(x)}\int_0^x exp\left(-\int_t^x\frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\frac{G(t)}{\varepsilon+p(t)}\left\{\int_0^t[L(t,s)\,u_\varepsilon(s)ds-\right.$$

$$-\int_0^x L(x,s)u_\varepsilon(s)ds-C_1\int_t^x p_0(s)u_\varepsilon^2(s)ds+C_1\int_0^t u_\varepsilon(s)ds\int_s^t K_0(v,s)\times$$

$$\left.\times u_\varepsilon(v)dv-C_1\int_0^x u_\varepsilon(s)ds\int_s^x K_0(v,s)\,u_\varepsilon(v)dv+f(t)-f(x)\right\}dt+\frac{1}{\varepsilon+p(x)}\times$$

$$\times exp\left(-\int_0^x\frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\left\{\int_0^x L(x,t)\,u_\varepsilon(t)dt+C_1\int_0^x p_0(t)\,u_\varepsilon^2(t)dt+\right.$$

$$\left.+C_1\int_0^x u_\varepsilon(t)dt\int_t^x K_0(s,t)\,u_\varepsilon(s)ds+\varepsilon u(0)+f(x)\right\}. \quad (3)$$

Белгилөөлөрдү киргизебиз

$\Omega[0,b]=\{\,u(x)\in C[0,b]:|u(x)-u_0|\le r_0, \quad 0<u_0, r_0=const\};$

$q=2\left(L_kbd_1^{-1}+C_1r(L_kb^2+2M_0)\right)\theta_2^{-2}+2M_0\left((C_1r+C_0b)+L_kC_0b^3\right)\times$

$\times(1+\theta_2^{-1})+\left(L_kb(C_1br+(1+C_0P_1b/2)d_1^{-1})+C_0P_1b+2C_1r(P_1+M_0)\right)\times$

$\times(\theta_2 e)^{-1}, \ 0<\theta_2<1, \qquad P_1=\max_{x\in[0,b]}|p(x)|, \quad M_0=\max_{x\in[0,b]}\left|\int_0^x|K(t,t)|dt\right|,$

$0<L_K-K(x,t)$ ядросунун x аргументи боюнча Липшица коэффициенти.

3.1.1 - теорема. *а) - в)*, $q<1$ шарттары аткарылсын жана (1) теңдеме $u(x)\in C[0,b]$ чыгарылышына ээ болсун. Анда (3) теңдеменин чыгарылышы $\varepsilon\to 0$ умтулганда (1) теңдеменин чыгарылышына жыйналат жана төмөнкү барабарсыздык аткарылат

$$\|u_\varepsilon(x)-u(x)\|_{\Omega[0,b]}\le\left((3\varepsilon+4d_3\varepsilon^{1-\beta})\|u(x)\|_{\Omega[0,b]}+d_4\omega_u(\varepsilon^\beta)\right)/(1-q).$$

3.1.1-натыйжа. 3.1.1 - теореманын шарттары аткарылганда (1) теңдеменин чыгарылышы $\Omega[0,b]$ да жалгыз.

Эгерде $G(x)=C_0p^2(x)+K(x,x)\ge d_1$, болсо, анда $C_1=0$ деп белгилеп, (2) жана (3) коюп төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$|u_\varepsilon(x)|\le M_1\int_0^x|u_\varepsilon(t)|\,dt+\varepsilon|u(0)|+M_1, \ 0<M_1=const.$$

Бул баалоодон *а)*, *б)* шарттары аткарылганда (1) теңдеменин регулярдашуусу жана $C[0,b]$ мейкиндигинде чыгарылышынын жалгыздыгы келип чыгат.

3.2-бөлүмдө Вольтерранын кемибөөчү функцияга көбөйтүү оператору менен берилген (1) үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемесин регулярдаштыруу методу негизделген, мында $g(x)$, $K(x,t)$ берилген функциялары үчүн 3.1- параграфтагы *а)* жана *в)* шарттары сакталат, ал эми белгилүү $p(x)$ функциясы үчүн төмөнкү шарт аткарылат:

д) $p(x)\in C[0,b]$, $p(0)=g(0)=0$, $\ p(x)>0$, $\forall x\in(0,b]$,
$p(x)$- кемибөөчү функция.

(3) теңдеменин чыгарылышы (1) теңдеменин чыгарылышына бир калыпта жыйналгандыгы баалоо аркылуу белгиленди

$$\|u_\varepsilon(x)-u(x)\|_{C[0,b]}\le\left(4(d_1e)^{-1}\varepsilon^{1-\beta}\|u(x)\|_{C[0,b]}+\omega_u(\varepsilon^\beta)\right)/(1-q)$$

мында $\quad \omega_u(\varepsilon^\beta)=\sup_{|x-t|\le\varepsilon^\beta}|u(x)-u(t)|, \qquad 0<\beta<1.$

3.3 - бөлүмдө Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелериндеги коэффициенттик функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учуру каралат. $p(x)$, $K(x,t)$, $g(x)$ белгилүү функциялары төмөнкү шарттарга баш ийишсин:

$$p(x)=\begin{cases}p_1(x), & x\in[0,b_1],\\ p_2(x), & x\in[b_1,b],\end{cases} \qquad g(x)=\begin{cases}g_1(x), & x\in[0,b_1],\\ g_2(x), & x\in[b_1,b],\end{cases}$$

е) $g_1(x)\in C[0,b_1]$, $\ g_2(x)\in C[b_1,b]$, $\ g_1(b_1)=g_2(b_1)$;

ж) $p_1(x)\in C^1[0,b_1], p_1(b_1)=0$, $p_1(x)>0$, $\forall x\in[0,b_1), p_1(x)$ - өспөөчү функция, $p_2(b_1)=0$, $\ p_2(x)>0$, $\forall x\in(b_1,b]$, $\ p_2(x)$ - кемибөөчү функция

з) $G_1(x)\ge d_1$, $\ G_2(x)\ge d_2$, $\ G_1(x)=C_0{p_1}^2(x)+\left(1+C_1g_1(x)\right)K(x,x)$,

$$G_2(x) = C_2 p_2{}^2(x) + \big(1 + C_3 g_2(x)\big)K(x,x), 0 < C_j, d_1 d_2 = const, j = 0..3$$

$x \in [0,b_1]$ болсун. Анда (1) теңдемеден төмөнкүнү алабыз

$$p_1(x)z(x) + \int\limits_0^x K(x,t)z(t)dt = g_1(x), \quad x \in [0,b_1]. \qquad (4)$$

Эгерде $x \in [b_1,b]$ болсо, анда (1) теңдеме төмөндөгү теңдемеге өзгөрөт

$$p_2(x)y(x) + \int\limits_{b_1}^x K(x,t)y(t)dt = g_2(x) - \int\limits_0^{b_1} K(x,t)z(t)dt\,, x \in [b_1,b]. \quad (5)$$

$x = b_1$ болгондо $g_1(b_1) = g_2(b_1)$ шартын эске алып (8) теңдемеден $g_2(b_1) - \int_0^{b_1} K(b_1,t)y(t)dt = 0$ барабардыгын алабыз. $z(b_1) = y(b_1)$ барабардыгы аткарылсын деп эсептейли.

(4) теңдемени $I + C_0 J + C_1 T$ оператору аркылуу өзгөртөбүз

$$p_1(x)z(x) + \int\limits_0^x G_1(t)z(t)dt = \int\limits_0^x L(x,t)z(t)dt + C_1 \int\limits_0^x p_0(t)z^2(t)dt \; +$$

$$+C_1 \int\limits_0^x z(t)dt \int\limits_t^x K_0(s,t)z(s)ds + F_1(x), \qquad x \in [0,b_1], \qquad (6)$$

мында $L(x,t) = K(t,t) - K(x,t) - C_0 \int_t^x p_1(s)K(s,t)ds,$
$p_0(x) = p_1(x)K(x,x), \quad K_0(x,t) = K(x,x)K(x,t),$
$F_1(x) = g_1(x) + C_0 \int_0^x p_1(t)g_1(t)dt.$

Ушундай эле (5) теңдемени да өзгөртөбүз

$$p_2(x)y(x) + \int\limits_{b_1}^x G_2(t)y(t)dt = \int\limits_{b_1}^x L_2(x,t)y(t)dt + C_3 \int\limits_{b_1}^x p_4(t)y^2(t)dt \; +$$

$$+C_3 \int\limits_{b_1}^x y(t)dt \int\limits_t^x K_0(s,t)y(s)ds + C_3 \int\limits_{b_1}^x B(t)y(t)dt + F_2(x), x \in [b_1,b], (7)$$

$p_4(x) = p_2(x)K(x,x), \quad L_2(x,t) = K(t,t) - K(x,t) - C_2 \int_t^x p_2(s)K(s,t)ds,$
$F_2(x) = g_2(x) + C_2 \int_{b_1}^x p_2(t)g_2(t)dt - \int_0^{b_1} K(x,t)z(t)dt - C_2 \int_{b_1}^x \int_0^x p_2(t) \times$
$\times K(t,s)z(s)dsdt, \; K_0(x,t) = K(x,x)K(x,t), \quad B(x) = \int_0^{b_1} K_0(x,t)z(t)dt.$

(6) теңдеме үчүн $\varepsilon \in (0,1)$ кичине параметрлүү теңдемени карайбыз

$$(\varepsilon + p_1(x))z_\varepsilon(x) + \int\limits_0^x G_1(t)\, z_\varepsilon(t)dt = \int\limits_0^x L(x,t)\, z_\varepsilon(t)dt + C_1 \int\limits_0^x p_0(t)z_\varepsilon^2(t)dt \; +$$

$$+C_1 \int\limits_0^x z_\varepsilon(t)dt \int\limits_t^x K_0(s,t)z_\varepsilon(s)ds + \varepsilon z(0) + F_1(x), \quad x \in [0,b_1] \qquad (8)$$

жана (7) теңдеме үчүн $\varepsilon \in (0,1)$ кичине параметрлүү теңдемени киргизебиз

$$(\varepsilon + p_2(x))y_\varepsilon(x) + \int\limits_{b_1}^x G_2(t)y_\varepsilon(t)dt = \int\limits_{b_1}^x L_2(x,t)y_\varepsilon(t)dt + C_3 \int\limits_{b_1}^x p_4(t)\, y_\varepsilon^2(t)dt \; +$$

$$+C_3 \int\limits_{b_1}^x y_\varepsilon(t)dt \int\limits_t^x K_0(s,t)\, y_\varepsilon(s)ds + C_3 \int\limits_{b_1}^x B(t)y_\varepsilon(t)dt + \varepsilon y_\varepsilon(b_1) + F_2(x). \;\; (9)$$

Төмөндөгүдөй аныкталган (1) теңдеменин чыгарылышы $u(x)$ үчүн

$$u(x) = \begin{cases} z(x), & x \in [0,b_1], \\ y(x), & x \in [b_1,b], \quad z(b_1) = y(b_1), \end{cases} \qquad (10)$$

$z(x)$ - (4) теңдеменин чыгарылышы, $y(x)$ - (5) теңдеменин чыгарылышы; регулярдашкан чыгарылышы $u_\varepsilon(x)$ төмөнкүдөй түзүлөт:

$$u_\varepsilon(x) = \begin{cases} z_\varepsilon(x), & x \in [0,b_1], \\ y_\varepsilon(x), & x \in [b_1,b], \quad z_\varepsilon(b_1) = y_\varepsilon(b_1), \end{cases} \qquad (11)$$

$z_\varepsilon(x)$ - (8) теңдеменин чыгарылышы, $y_\varepsilon(x)$ - (9) теңдеменин чыгарылышы.

3.3.1-теорема. *в), е) - з)*, $q = max(q_1,q_2) < 1$ шарттары аткарылсын жана (1) теңдеме $u(x) \in C[0,b]$ чыгарылышына ээ болсун. Анда $\varepsilon \to 0$ болгондо (11) эреже боюнча аныкталган $u_\varepsilon(x)$ регулярдашкан чыгарылышы (1) теңдеменин (10) эреже боюнча аныкталган чыгарылышына - $u(x)$ функциясына бир калыпта жыйналат.

q_1, q_2 – турактуу сандар белгилүү функциялар аркылуу эсептелет.

3.3.1-натыйжа. 3.3.1 - теореманын шарттары аткарылса (1) теңдеменин чыгарылышы $\Omega[0,b]$ да жалгыз болот.

3.3.1-мисал. Белгилүү функциялар төмөнкүдөй түрдө берилсин:

$$p_1(x) = \frac{1}{3}cos\pi x, x \in \left[0; \frac{1}{2}\right], p_2(x) = (4x^2-1)^2, x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right], p_1\left(\frac{1}{2}\right) = p_2\left(\frac{1}{2}\right) = 0;$$

$$g_1(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{3}{4} + x^2\right)cos\pi x + \frac{15x}{4} - \frac{147x^2}{80} + \frac{5x^3}{3} - \frac{149x^4}{120}, \qquad x \in \left[0; \frac{1}{2}\right];$$

$$g_2(x) = (4x^2-1)^2 sin\pi x + \frac{5(x-1)}{\pi}cos\pi x - \frac{51}{10\pi^2}sin\pi x + \frac{51}{10\pi^2} + \frac{x}{24} + \frac{2929}{1920},$$

$$x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right], \quad g_1\left(\frac{1}{2}\right) = g_2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2969}{1920}; \quad K(x,t) = \frac{x-t}{10} + 5(1-t), \quad 0 \le t \le x \le 1.$$

Эгерде $x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$, анда $z(x) = \frac{3}{4} + x^2$ теңдеменин так чыгарылышы болот жана $C_0 = 0.1$, $C_1 = 0.004$ болгондо $q_1 = 0.942$,

$G_1(x) = 0,1\left(\frac{1}{3}cos\pi x\right)^2 + 5(1-x)\big(1 + 0,004g_1(x)\big) \ge d_1 = 2.515$ жана

$x \in [\frac{1}{2};\ 1]$ болгондо $y(x) = sin\pi x$ теңдеменин так чыгарылышы болот.

Эгерде $C_2 = 0.02, C_3 = 0.008$, анда $q_2 = 0.997$,

$G_2(x) = 0.02(4x^2-1)^4 + 5\big(1 + 0.008g_2(x)\big)(1-x) \ge d_2 = 1.026$ болот.

3.4.-бөлүмдө Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин коэффициенттик функциясы кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учуру каралат

$$p(x)u(x) + \int_0^x N_0(x,t,u(t))dt = g(x), \qquad (12)$$

мында $\quad N_0(x,t,u(t)) = K(x,t)u(t) + N(x,t,u(t))$.

$p(x)$, $K(x,t)$, $g(x)$ белгилүү функциялары үчүн *а)-г)* шарттары (§3.3), ал эми $N(x,t,u(t))$ берилген функция үчүн төмөнкүдөй шарттар аткарылсын:

д) $N(x,t,u) \in C(D_2)$, $\quad D_2 = D \times R^1$, $D = \{x,t/0 \le t \le x \le b\}$,

$$N(x,x,u) = 0, \quad 0 < L_N = const$$

$$|N(x,s,u) - N(x,s,\omega) - N(t,s,u) + N(t,s,\omega)| \le L_N(x-t)|u-\omega|.$$

3.2 - бөлүмдөгү жыйынтыктар теңдеменин сызыктуу эмес учуру үчүн жалпыланды. 3.3 - бөлүмдө түзүлгөн регулярдаштыруу (12) сызыктуу эмес теңдеме үчүн колдонулушу көрсөтүлдү. Теңдеменин регулярдашкан чыгарылышынын теңдеменин так чыгарылышына бир калыпта жыйналуучулугу жөнүндө теорема далилденди, чыгарылыштын $\Omega[0,b]$ мейкиндигинде жалгыздык шарты белгиленди.

Төртүнчү бапта «ВОЛЬТЕРРАНЫН ҮЧҮНЧҮ ТҮРДӨГҮ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРИНИН СИСТЕМАЛАРЫН РЕГУЛЯРДАШТЫРУУ» өспөөчү жылмакай функцияга көбөйтүү оператору жана кемибөөчү функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин системалары изилденет. Үзгүлтүксүз функциялардын классында Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин системаларынын коэффициенттик функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурундагы чыгарылышынын жалгыздыгы жана регулярдаштыруунун жетиштүү шарттары белгиленди.

4.1-бөлүмдө Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер системасын регулярдаштыруу каралат

$$p(x)u(x) + \int_0^x K(x,t)u(t)dt = g(x), \quad x \in [0,b]. \qquad (13)$$

4.1.1. Изделүүчү функция болуп $u(x) \in C_n[0,b]$ вектор-функциясы эсептелет, ал эми берилген $g(x)$ вектор-функциясы, $K(x,t)$ - $n\times n$ матрицалык функциясы жана $p(x)$ скалярдык функциясы үчүн төмөнкү шарттар аткарылсын:

А) $g(x) \in C_n[0,b]$, $\quad g(x) = colon(g_1(x), \dots, g_n(x))$;

Б) $K_{i,j}(x,t) \in C(D)$, $\quad D = \{(x,t)/\ 0 \le t \le x \le b\}$, $\ i,j = \overline{1,n}$;

В) $p(x) \in C^1[0,b]$, $p^{(i)}(b) = 0$, $\ i = 0,1$, $\quad p(x) > 0, \forall x \in [0,b)$, $p(x)$- өспөөчү скалярдык функция;

Г) $G(x) -$ $n\times n-$ матрицалык функция,

$$G_{ij}(x) = \begin{cases} K_{i,j}(x,x), & j \ne i, \\ C_0 p^2(x) + (1 + C_1 g_i(x))K_{i,i}(x,x), & i = j, \quad i,j = \overline{1,n}; \end{cases}$$

$\|G(x)\| \le C_4\lambda(x)$, $\quad \lambda(x) \ge d_1$, $\quad \theta_1\lambda(x) + C_0 p(x) \ge 0$,

$0 < \theta_1 < 1$, $\quad 0 < d_1, C_j = const$, $\ j = 0,1,2$;

$\lambda(x) = \min\limits_{1\le i\le n} \lambda_i(x)$, $\lambda_i(x) (i = \overline{1,n})-$ $\ [G(x) + G^*(x)]/2$ матрицанын өздүк маанилери, $\ G^*(x) - G(x)$ матрицага түйүндөш матрица.

(13) теңдемелер системасын $\ I + C_0 J + C_1 T\ $ оператору аркылуу өзгөртөбүз. Анда төмөнкү теңдемелер системасын алабыз

$$p(x)u(x) + \int_0^x G(t)u(t)dt = \int_0^x L(x,t)u(t)dt +$$

$$+C_1 \int_0^x P_0(t)u^2(t)dt + C_1 \int_0^x \int_t^x (Bu)(s,t)u(t)dsdt + F_1(x), x \in [0,b], \quad (14)$$

$u^2(x) = colon[u_1^2(x), \dots, u_n^2(x)]$, $\ P_0(x) = p(x)diag(K_{11}(x,x), \dots, K_{nn}(x,x))$,

$$F_1(x) = g(x) + C_0 \int_0^x p(t)g(t)dt, (Bu)(x,t) = \left(K_{ll}(x,x)K_{lj}(x,t)u_l(x)\right),$$

$i,j = \overline{1,n}$, $\ L(x,t) = K(t,t) - K(x,t) - C_0\int_t^x p(s)K(s,t)ds$.

$\varepsilon \in (0,1)$ кичине параметрлүү теңдемелердин системасы каралат

$$(\varepsilon + p(x))u_\varepsilon(x) + \int_0^x G(t)u_\varepsilon(t)dt = \int_0^x L(x,t)u_\varepsilon(t)dt + C_1 \int_0^x P_0(t)\ \times$$

$$\times\, u_\varepsilon^2(t)dt + C_1 \int_0^x \int_t^x (Bu_\varepsilon)(s,t)u_\varepsilon(s)dsdt + \varepsilon u(0) + F_1(x), x \in [0,b]. \quad (15)$$

4.1.1-теорема. *А) - Г),* $\ q < 1$ шарттары аткарылсын жана (13) теңдемелер системасы $\ u(x) \in C_n[0,b]$ чыгарылышына ээ болсун. Анда (15) теңдемелер системасынын чыгарылышы (13) теңдемелер системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналат жана төмөнкү барабарсыздык аткарылат

$$\|u_\varepsilon(x) - u(x)\|_{C_n[0,b]} \le$$

$$\le \left(\left(N_1\varepsilon + N_2\varepsilon^{1-\beta}\right)\|u(x)\|_{C_n[0,b]} + d_2 C_4\sqrt{n}\,\omega_u(\varepsilon^\beta)\right)/(1 - q_1),$$

мында $N_1 = (2 + M_1)\sqrt{n}$, $N_2 = 2N_1C_4/(\theta_2^2 d_1 e)$, $\ d_2 = 1 + \theta_2^{-1}, \theta_2 = 1 - \theta_1$,

$\omega_u(\varepsilon^\beta) = \sup\limits_{|x-t|\le\varepsilon^\beta} \|u(x) - u(t)\|_{C_n[0,b]}$, $\qquad 1/2 \le \beta < 1$, $\qquad M_1 = \max\limits_{[0,1]}|p''(x)|$.

4.1.1-натыйжа. Эгерде 4.1.1 - теореманын шарттары орун алса, анда (13) теңдемелер системасы $\ \Omega_n[0,b]$да жалгыз.

4.1.2. пунктта *А), Б)* жана *Г)* шарттары сакталганда жана төмөнкү шарттар аткарылганда:

Д) $\ p(x) \in C[0,b]$, $\quad p(0) = 0$, $\qquad p(x) > 0$, $\quad \forall x \in (0,b]$, $p(x)$- скалярдык кемибөөчү функция, (15) теңдемелер системасынын чыгарылышынын (13) теңдемелер системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналуучулугу далилденди.

4.2-бөлүмдө Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер системасынын коэффициенттик функциясы кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учуру каралат.

Берилген $g(x)$ вектор-функциясы, $K(x,t)-n\times n$ матрицалык функциясы жана $p(x)$ скалярдык функциясы үчүн төмөнкү шарттар аткарылсын:

Е) $g(x)=\begin{cases}\mu(x), & x\in[0,b_1],\\ \varphi(x), & x\in[b_1,b],\end{cases}$ $\mu(b_1)=\varphi(b_1),\ \mu(x)\in C_n[0,b_1],\quad \varphi(x)\in C_n[b_1,b];$

Ж) $p(x)=\begin{cases}p_1(x), & x\in[0,b_1],\\ p_2(x), & x\in[b_1,b],\end{cases}$ $p_1(x)\in C^1[0,b_1], p_2(x)\in C[b_1,b],$

$p_1{}^{(i)}(b_1)=0,\quad i=0,1,\quad p_1(x)>0,\quad \forall x\in[0,b_1),$

$p_2(x)>0,\ \forall x\in(b_1,b],\quad p_2(b_1)=0,$

$p_1(x)$ - скалярдык өспөөчү функция, $p_2(x)$ - скалярдык кемибөөчү функция;

З) $G(x)-\ n\times n$ - матрицалык функция, $G(x)=\begin{cases}G_1(x), & x\in[0,b_1],\\ G_2(x), & x\in[b_1,b],\end{cases}$

$$G_{ij}^{(1)}(x)=\begin{cases}K_{i,j}(x,x), & j\neq i,\\ C_0p_1^2(x)+\big(I_n+C_1\mu_i(x)\big)K_{i,i}(x,x), & i=j,\quad i,j=\overline{1,n},\end{cases}$$

$\|G_1(x)\|\le C_4\lambda(x),\ \ \lambda(x)\ge d_1,\quad 0<d_1,\quad C_0,\ C_1,\ C_2=const,$

$\lambda(x)=\min\limits_{1\le i\le n}\lambda_i(x),\quad \lambda_i(x)\quad (i=\overline{1,n})$ - матрицанын өздүк маанилери

$[G_1(x)+G_1{}^*(x)]/2,\quad G_1{}^*(x)$ - $G_1(x)$ матрицасына түйүндөш матрица

$$G_{ij}^{(2)}(x)=\begin{cases}K_{i,j}(x,x), & j\neq i,\\ C_2p_2^2(x)+\big(I_n+C_3g_i(x)\big)K_{i,i}(x,x), & i=j,\quad i,j=\overline{1,n},\end{cases}$$

$\|G_2(x)\|\le C_5\lambda_0(x),\quad \lambda_0(x)\ge d_2,\quad 0<d_2, C_5=const,$

$\lambda_0(x)=\min\limits_{1\le i\le n}\lambda_{0i}(x),\quad \lambda_{0i}(x)\quad (i=\overline{1,n})$ - матрицанын өздүк маанилери;

$[G_2(x)+G_2{}^*(x)]/2,\quad G_2{}^*(x)$ - $G_2(x)$ матрицасына түйүндөш матрица.

$x\in[0,b_1]$ болсун. Анда (13) теңдемелер системасынан төмөнкү системаны алабыз

$$p_1(x)z(x)+\int_0^x K(x,t)z(t)dt=\mu(x),\quad x\in[0,b_1]. \tag{16}$$

(16) системанын регулярдашкан системасы төмөнкүдөй болот

$$\big(\varepsilon+p_1(x)\big)z_\varepsilon(x)+\int_0^x G_1(t)\,z_\varepsilon(t)dt=\int_0^x L_1(x,t)\,z_\varepsilon(t)dt+$$

$$+C_1\int_0^x Q_1(t)z_\varepsilon^2(t)dt+C_1\int_0^x\int_t^x (B_1z_\varepsilon)(s,t)z_\varepsilon(t)dsdt+\varepsilon z(0)+F_1(x), \tag{17}$$

мында $L_1(x,t)=K(t,t)-K(x,t)-C_0\int_t^x p_1(s)K(s,t)ds\,, Q_1(x)=p_1(x)\times$ $\times\, diag\big(K_{ii}(x,x)\big),\quad (Bz)(x,t)=\big(K_{ii}(x,x)K_{ij}(x,t)z_i(x)\big),\quad i,j=\overline{1,n},$

$z^2(x)=colon[z_1^2(x),\ z_2^2(x),\dots,z_n^2(x)],\quad F_1(x)=\mu(x)+C_0\int_0^x p_1(t)\mu(t)dt.$

Эми $x\in[b_1,b]$ болсун. Анда (13) системасы төмөндөгүдөй өзгөрөт

$$p_2(x)y(x)+\int_{b_1}^x K(x,t)y(t)dt=\varphi(x)-\int_0^{b_1} K(x,t)z(t)dt\,,x\in[b_1,b]. \tag{18}$$

(18) үчүн $\varepsilon\in(0,1)$ кичине параметрлүү теңдемелер системасын карайбыз

$$\big(\varepsilon+p_2(x)\big)y_\varepsilon(x)+\int_{b_1}^x G_2(t)y_\varepsilon(t)dt=\int_{b_1}^x L_2(x,t)y_\varepsilon(t)dt+C_3\int_{b_1}^x Q_2(t)\,y_\varepsilon^2(t)dt+$$

$$+C_3\int_{b_1}^x\int_{b_1}^x (B_2y_\varepsilon)(s,t)\,y_\varepsilon(t)dsdt+C_3\int_{b_1}^x B_0(t)y_\varepsilon(t)dt+\varepsilon y_\varepsilon(b_1)+F_2(x), \tag{19}$$

мында $Q_2(x)=C_3p_2(x)\Big(diag\big(K_{ii}(x,x)\big)\Big),\ \ K_0(x,t)=\Big(K_{ii}(x,x)K_{ij}(x,t)\Big),$ $(B_2y)(x,t)=\big(K_{ii}(x,x)K_{ij}(x,t)y_i(x)\big), i,j=\overline{1,n}, B_3(x)=\int_0^{b_1}K_0(x,t)z(t)dt,$ $F_2(x)=\varphi(x)+C_2\int_{b_1}^x p_2(t)\varphi(t)dt-\int_0^{b_1}K(x,t)z(t)dt-C_2\int_{b_1}^x\int_0^{b_1}p_2(t)\times$ $\times K(t,s)z(s)dsdt.$

(13) теңдемелер системасынын $u(x)$чыгарылышы төмөндөгүдөй аныкталат:

$$u(x)=\begin{cases}z(x), & x\in[0,b_1],\\ y(x), & x\in[b_1,b],\end{cases}\qquad z(b_1)=y(b_1), \tag{20}$$

мында $z(x)$-(16) системасынын чыгарылышы, $y(x)$- (18) теңдемелер системасынын чыгарылышы. $u_\varepsilon(x)$ регулярдашкан чыгарылышы

$$u_\varepsilon(x)=\begin{cases}z_\varepsilon(x), & x\in[0,b_1],\\ y_\varepsilon(x), & x\in[b_1,b],\end{cases}\qquad z_\varepsilon(b_1)=y_\varepsilon(b_1), \tag{21}$$

мында $z_\varepsilon(x)$ - (17) теңдемелер системасынын чыгарылышы, $y_\varepsilon(x)$ - (19) теңдемелер системасынын чыгарылышы.

Коюлган шарттар аткарылганда жана $\varepsilon\to 0$ болгондо (21) эреже боюнча аныкталган $u_\varepsilon(x)$ регулярдашкан чыгарылышы (20) теңдемелер системасынын $u(x)$ чыгарылышына бир калыпта жыйналаары далилденди.

4.2.1-натыйжа. 4.2.1-теореманын шарттары сакталса (13) теңдемелер системасы $\Omega_n[0,b]$да жалгыз болот.

4.3-бөлүмдө Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасынын коэффициенттик функциясы кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учуру каралат.

Регулярдаштыруучу оператор түзүлдү, $\varepsilon\to 0$ умтулганда $u_\varepsilon(x)$ регулярдашкан чыгарылышынын берилген теңдемелер системасынын чыгарылышына бир калыпта жыйналаары жөнүндө теорема далилденди.

Бешинчи бап «ВОЛЬТЕРРАНЫН ҮЧҮНЧҮ ТҮРДӨГҮ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕНДЕМЕЛЕРИН САНДЫК ЧЫГАРУУДА» интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелерин сандык чыгаруу маселелери изилденет.

5.1-бөлүмдө функциялардын сандык чыгарылышы каралат. (1) Вольтерранын үчүнчү түрдөгү өспөөчү коэффициенттик функциялуу сызыктуу интегралдык теңдемесинин сандык чыгарылышын түзүү үчүн 3.1.-бөлүмдөгү *а) - г)* шарттары сакталганда (3) регулярдашкан теңдемени карайбыз.

$\omega_h^{(1)}$ - $[0,b]$ кесиндисинде аныкталган бир өлчөмдөгү торчо болсун

$$\omega_h^{(1)} = \{x_i = ih, \quad i = 0..n, \quad b = nh\}, \; n-\text{натуралдык сан,}$$

жана C_h- $\|u_i\|_{C_h} = \max_{0\le i\le n}|u_i|$ нормасы менен берилген $u_i = u(x_i)$ торчо функцияларынын мейкиндиги болсун.

(3) теңдемеде $x = x_i$, $i = 1..n$ деп белгилейбиз жана теңдемедеги интегралдар үчүн оң тик бурчтуктардын квадратуралык формуласын колдонуп төмөнкүдөй алгебралык теңдемелердин системасын алабыз

$$u_{\varepsilon,i} = -\frac{1}{\varepsilon+p_i} h\sum_{j=1}^{i-1} exp\left(-h\sum_{k=j+1}^{i}\frac{G_k}{\varepsilon+p_k}\right)\frac{G_j}{\varepsilon+p_j}\{h\sum_{k=1}^{j} L_{j,k}u_{\varepsilon,k} - h\sum_{k=1}^{i} L_{i,k}u_{\varepsilon,k} -$$

$$-C_1 h\sum_{k=j+1}^{i} K_{k,k}p_k u_{\varepsilon,k}^2 - C_1 h\sum_{k=1}^{j} u_{\varepsilon,k}\, h\sum_{m=k+1}^{j} K_{m,m}K_{m,k}u_{\varepsilon,m} - C_1 h\sum_{k=1}^{i} u_{\varepsilon,k} \times$$

$$\times h\sum_{m=k+1}^{i} K_{m,m}K_{m,k}u_{\varepsilon,m} + f_j - f_i\} + \frac{1}{\varepsilon+p_0} exp\left(-h\sum_{k=1}^{i}\frac{G_k+p_k'}{\varepsilon+p_k}\right)\{h\sum_{j=1}^{i} L_{i,j}u_{\varepsilon,j} +$$

$$\left.+C_1 h\sum_{j=1}^{i} K_{j,j}p_j u_{\varepsilon,j}^2 + C_1 h\sum_{j=1}^{i} u_{\varepsilon,j} h\sum_{k=j+1}^{i} K_{k,k}K_{k,j}u_{\varepsilon,k} + \varepsilon u_0 + f_i\right\}, \; i = 1..n, \quad (22)$$

$u_0 = f_0/p_0$, $u_{\varepsilon,i} = u_\varepsilon(x_i)$, $p_i = p(x_i)$, $K_{ij} = K(x_i,x_j)$, $G_i = G(x_i)$,
$L_{i,j} = K(x_j,x_j) - K(x_i,x_j) - C_0 h\sum_{k=j+1}^{i} K(x_k,x_j)p(x_k)$, $f_i = f(x_i)$,
$f(x_i) = g(x_i) + C_0 h\sum_{j=1}^{i} p(x_j)g(x_j)$, $x_j = jh$, $j = 1..i$, $i = 1..n$.

5.1.1-теорема. Эгерде *а) - г)*, $q < 1$ жана бардык $0 < \alpha < 1/2$ үчүн $\varepsilon = O(h^\alpha)$ шарттары аткарылса, анда (22) теңдеменин чыгарылышы $h \to 0$ умтулганда (1) теңдеменин u_i - так чыгарылышына бир калыпта жыйналат

$$\|u_{\varepsilon,i} - u_i\| \le (N_1 h^\alpha + N_2 h^{1-\alpha} + N_3 h)/(1-q), \; 0 < N_i = const, \; i = 1,2,3,$$

мында $q_1 = b(L_k + C_0 M + C_1 Mr)(T_0 d_2 d_1^{-1} h^{1-\alpha} + bp_0^{-1})$.

5.2-бөлүмдө (1) Вольтерранын үчүнчү түрдөгү кемибөөчү функциялуу интегралдык теңдемесинин коэффициенттик функциясы кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда сандык чыгаруунун маселелери 3.3-бөлүмдүн маселесинин коюлушунда каралат.

(1) теңдеменин сандык чыгарылышы төмөнкүдөй метод боюнча түзүлөт

$$z_{\varepsilon,i} = h\{K_{i,i}p_i z_{\varepsilon,i}^2 + K_\varepsilon[z_{\varepsilon,i-1}]z_{\varepsilon,i}\}E_{\varepsilon,i} + F_\varepsilon[z_{\varepsilon,i-1}], \quad z_0 = g_1(0)/p_1(0), \quad (23)$$

$$x_i \in \omega_h^{(1)} = \{x_i = ih, \quad i = 0..n, \quad b_1 = nh\}, \; n-\text{натуралдык сан,}$$

$$y_{\varepsilon,i} = h\{K_{i,i}p_i y_{\varepsilon,i}^2 + (hB_i + K_\varepsilon[y_{\varepsilon,i-1}])y_{\varepsilon,i}\}E_{\varepsilon,i}[q_i] + \Pi_\varepsilon[y_{\varepsilon,i-1}], y_{\varepsilon,0} = z_{\varepsilon,n}, \quad (24)$$

мында $x_i \in \omega_h^{(2)} = \{x_i = b_1 + ih, i = 0..n_0, b - b_1 = n_0 h\}$, n_0–натуралдык,

$$E_{\varepsilon,i}[p_i] = \frac{C_1}{\varepsilon+p_i} h\sum_{j=1}^{i-1} exp\left(-h\sum_{k=j+1}^{i}\frac{G_k}{\varepsilon+p_k}\right)\frac{G_j}{\varepsilon+p_j} + \frac{C_1}{\varepsilon+p_0} exp\left(-h\sum_{k=1}^{i}\frac{G_k+p_k'}{\varepsilon+p_k}\right),$$

$$F_\varepsilon[z_{\varepsilon,i-1}] = \frac{h}{\varepsilon+p_i}\sum_{j=1}^{i-1} exp\left(-h\sum_{k=j+1}^{i}\frac{G_k}{\varepsilon+p_k}\right)\frac{G_j}{\varepsilon+p_j}\{h\sum_{k=1}^{j-1}[L_{i,k} - L_{j,k}]z_{\varepsilon,k} +$$

$$+h\sum_{k=j+1}^{i-1} L_{i,k}z_{\varepsilon,k} + C_1 h\sum_{k=j+1}^{i-1} K_{k,k}p_k z_{\varepsilon,k}^2 + C_1 h\sum_{k=1}^{j-1} z_{\varepsilon,k}\, h\sum_{m=j+1}^{i-1} K_{m,m} \times$$

$$\times K_{m,k}z_{\varepsilon,m} + C_1 h\sum_{k=j+1}^{i-1} z_{\varepsilon,k}\, h\sum_{m=k+1}^{i-1} K_{m,m}K_{m,k}z_{\varepsilon,m} + F_i - F_j\} + \frac{1}{\varepsilon+p_0} \times$$

$$\times exp\left(-h\sum_{k=1}^{i}\frac{G_k+p_k'}{\varepsilon+p_k}\right)\{h\sum_{j=1}^{i-1} L_{i,j}z_{\varepsilon,j} + C_1 h\sum_{j=1}^{i-1} K_{j,j}p_j z_{\varepsilon,j}^2 +$$

$$+C_1 h\sum_{j=1}^{i-1} z_{\varepsilon,j}\, h\sum_{k=j+1}^{i-1} K_{k,k}K_{k,j}z_{\varepsilon,k} + \varepsilon z_0 + F_i,$$

$K_\varepsilon[z_{\varepsilon,i-1}] = h\sum_{k=1}^{i-1} K_{i,i}K_{i,k}z_{\varepsilon,k}$, $\quad p_i = p_1(x_i)$,

$$\Pi_\varepsilon[y_{\varepsilon,i-1}] = \frac{h}{\varepsilon+q_i}\sum_{j=1}^{i-1} exp\left(-h\sum_{k=j+1}^{i}\frac{W_k}{\varepsilon+q_k}\right)\frac{W_j}{\varepsilon+q_j}\{h\sum_{k=1}^{j-1}[L_{i,k} - L_{j,k}]y_{\varepsilon,k} +$$

$$+h\sum_{k=j+1}^{i-1} L_{i,k}y_{\varepsilon,k} + C_3 h\sum_{k=j+1}^{i-1} K_{k,k}q_k y_{\varepsilon,k}^2 + C_3 h\sum_{k=1}^{j-1} y_{\varepsilon,k}\, h\sum_{m=j+1}^{i-1} K_{m,m} \times$$

$$\times K_{m,k}y_{\varepsilon,m} + C_3 h\sum_{k=j+1}^{i-1} y_{\varepsilon,k}\, h\sum_{m=k+1}^{i-1} K_{m,m}K_{m,k}y_{\varepsilon,m} + C_3 h\sum_{k=j+1}^{i-1} B_k y_{\varepsilon,k} +$$

$$+F_i - F_j\} + \frac{1}{\varepsilon+q_i} exp\left(-h\sum_{k=1}^{i}\frac{W_k}{\varepsilon+q_k}\right)\{h\sum_{j=1}^{i-1} L_{i,j}y_{\varepsilon,j} + C_3 h\sum_{j=1}^{i-1} K_{j,j}q_j y_{\varepsilon,j}^2 +$$

$$+C_3 h\sum_{j=1}^{i-1} y_{\varepsilon,j}\, h\sum_{k=j+1}^{i-1} K_{k,k}K_{k,j}y_{\varepsilon,k} + C_3 h\sum_{j=1}^{i-1} B_j\, y_{\varepsilon,j} + \varepsilon y_0 + F_i\},$$

$q_i = p_2(x_i)$, $\quad B_k = h\sum_{\sigma=1}^{n} K_{k,k}K_{k,\sigma}z_{\varepsilon,\sigma}$, $\quad W_i = G_2(x_i)$,

$$F_i = F_2(x_i) = g_2(x_i) + C_2 h\sum_{j=1}^{i} p_2(x_j)g_2(x_j) - h\sum_{\sigma=1}^{n} K(x_i,x_\sigma)z(x_\sigma) -$$

$$-C_2 h\sum_{j=1}^{n} h\sum_{\sigma=1}^{n} p_2(x_j)K(x_j,x_\sigma)z(x_\sigma).$$

(1) теңдеменин $u_{\varepsilon,i}$ сандык чыгарылышы төмөндөгүдөй түзүлөт

$$u_{\varepsilon,i} = \begin{cases} z_{\varepsilon,i}, & x_i \in \omega_h^{(1)}, \\ y_{\varepsilon,i}, & x_i \in \omega_h^{(2)}, \end{cases} \qquad z_{\varepsilon,n} = y_{\varepsilon,0}, \quad (25)$$

$z_{\varepsilon,i}$ - (23) теңдеме чыгарылышы, $y_{\varepsilon,i}$ - (24) теңдеменин чыгарылышы болот.

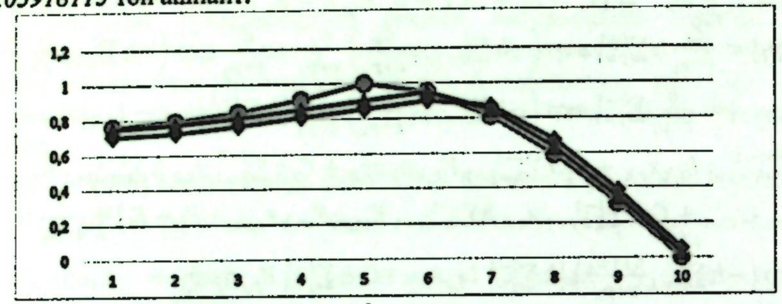
5.2.1-теорема. *а), е)-з)* (§3.1, §3.3), жана $\varepsilon = O(h^\alpha)$ бардык $0 < \alpha < 1/2$, $q = max(q_1, q_2) < 1$ шарттары аткарылсын. Анда $\varepsilon \to 0$ умтулганда (25) эреже менен аныкталган $u_\varepsilon(x_i)$ чыгарылышы $u(x_i)$ функциясына - (1) теңдеменин чыгарылышына бир калыпта жыйналат.

q_1, q_2 чондуктары §3.3дагыдай (теорема 3.3.1) аныкталышат.

Delphi программалоо тилинде түзүлгөн программа аркылуу 3.3.1-мисалы үчүн (23), (24) методдору боюнча эсептөөлөрдүн сандык маанилери алынды. Эсептөөлөрдүн жыйынтыктары теориялык бүтүмдөрдү далилдешет.

5.1-сүрөттө 3.2.1-мисалдын так чыгарылышынын маанилери жана (23), (24) алгоритмдери аркылуу алынган жакындатылган чыгарылыштарынын графиктери келтирилген.

$h=0.1$ кадамында каталык $R=0.14698429$дан, ал эми $h=0.01$ кадамында $R=0.05918113$ төн ашпайт.



5.1. - сүрөт. Чыгарылыштардын графиктери

●– так чыгарылышы; ♦– $h=0.1$, ▲–$h=0.01$ - жакындатылган чыгарылыштары

5.3-бөлүмдө (12) Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдемесин сандык чыгаруу 3.4-бөлүмдөгү маселенин коюлушунда каралат.

Сунуш кылынган сандык чыгарылыштын (12) тендеменин так чыгарылышына жыйналуучулугу далилденди, чыгарылыштын айрым учуру үчүн тесттик мисал түзүлдү жана Delphi тилинде иштелип чыккан программа аркылуу сандык маанилер алынды.

ТЫЯНАКТАР

Маселенин коюлушунун алкагында үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндигинде өспөөчү (кемибөөчү) функцияга көбөйтүү оператору менен берилген Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелеринин регулярдаштырылуусу далилденди. Үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндигинде Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган жетиштүү шарттар аныкталды.

Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин жакындаштырылган чыгарылышы үчүн сандык чыгарылыштары алынды. Жүргүзүлгөн сандык эксперименттер түзүлгөн сандык чыгарылыштар туруктуу экенин, эффективдүү ишке ашарын көрсөттү.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Диссертациялык иштин илимий жыйынтыктары локалдык эмес четтик маселелерди жана жекече туундулуу дифференциалдык тендемелер үчүн тескери маселелерди регулярдаштырууда жана сандык чыгарууда, ошондой эле жогорку окуу жайларында атайын курстарды окутууда колдонулат.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН МАКАЛАЛАР

1. Бугубаева, Ж. Т. Эквивалентные преобразования и регуляризация линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Вестн. КНУ им. Ж. Баласагына. – Бишкек, 2012. – С. 29-33.
2. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Ж. Т. Бугубаева // Вестн. КНУ им. Ж. Баласагына. – Бишкек, 2013. – Вып. 4. – С. 13-20.
3. Бугубаева, Ж. Т. Приближенные методы решения линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Д. К. Рустамова, Ж. Т. Бугубаева // Материалы междунар. науч.-практ. конф. «Наука и образование». – Прага, 2014. – С. 6-10.
4. Бугубаева, Ж. Т. Об одном методе регуляризации системы линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Вестн. Евраз. нац. ун-т (ЕНУ) им. Л. Н. Гумилева. – Астана, 2014. – Вып. 4. – С. 51-56.
5. Bugubaeva, Zh. T. Numerical Solution of Volterra Linear Integral Equation of the Third Kind [Текст] / T. T. Karakeev, D. K. Rustamova, Zh. T. Bugubaeva // Advances in intelligent Systems and Computing / Intelligent Systems for Computer Modelling / Proceedings of the 1st European-Middle Asisan Conference on Computer Modelling 2015 / Springer, Vol. 423, 2016. - Warsaw, Poland 2016. - P. 111-119.
6. Бугубаева, Ж. Т. Метод конечных сумм для линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Наука, техника и образование. – М., 2016. – Вып. 1 (19). – С. 6-10.
7. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация системы нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Проблемы современной науки и образования. – М., 2016. – Вып. 3 (45). – С. 11- 15.
8. Бугубаева, Ж. Т. Метод конечных сумм для нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Науч. журн. – М., 2016. – № 3(45). – С. 9-14.
9. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация линейных интегральных уравнений Вольтерра с невозрастающей функцией [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, - Бишкек, 2020, № 2, – С. 3-10
10. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода с оператором умножения на неубывающую функцию [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Journal of Advanced Research in Technical Science. – Seattle, USA, 2020.– Issue 21. – P. 39 - 44.

11. Бугубаева, Ж. Т. О сходимости метода конечных сумм для линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Ж. Т. Бугубаева // Journal of Advanced Research in Technical Science. – Seattle, USA, 2020. – Issue 21. – P. 33-38.
12. Бугубаева, Ж. Т. Решение линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения коэффициентной функции во внутренних точках отрезка [Текст] / Т. Т. Каракеев, Ж. Т. Бугубаева // Науч. исслед. в Кырг. Респ. (ВАК Кырг. Респ.). – Бишкек, 2020. – № 4.– С. 67-78.
13. Бугубаева, Ж. Т. Регуляризация системы линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода [Текст] / Т. Т. Каракеев, Д. К. Рустамова, Ж. Т. Бугубаева // Journal of Advanced Research in Technical Science. – Seattle, USA, 2021. – Issue 23. – P. 30-37.

Бугубаева Жумгалбүбү Тукеновнанын 01.01.02– дифференциалдык тендемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн «Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелерин жакындаштырып чыгаруу» деген темадагы диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: Вольтерранын интегралдык тендемеси, чыгарылыштын жалгыздыгы, бир калыпта жыйналуучулук,регулярдаштыруу методу, сандык чыгаруу, квадратуралык формула, кичине параметр.

Изилдөөнүн объектиси. Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелери жана алардын системалары изилденет.

Изилдөөнүн предмети. Интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык тендемелери жана алардын системалары.

Изилдөөнүн максаты. Интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелерин регулярдаштыруу жана сандык чыгаруу маселелерин изилдөө.

Изилдөөнүн усулдары. Регулярдаштыруу методдору, сандык методдор, удаалаш жакындаштыруу жана квадратуралык формула эсептелет.

Иштин илимий жаңылыгы:

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелеринин жана алардын системаларынын регулярдаштырылуусу далилденди;

– интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелеринин чыгарылышынын жалгыздыгын камсыздаган шарттар белгиленди;

– Вольтерранын үчүнчү түрдөгү интегралдык тендемелерин сандык чыгарууну ишке ашыруу үчүн Delphi тилинде программалардын пакети түзүлдү жана сандык эксперимент жүргүзүлдү.

Колдонуу боюнча сунуштар. Алынган жыйынтыктарды интегралдын сыртындагы изделүүчү функциянын алдындагы белгилүү функция кесиндинин ички чекиттеринде нөлгө айланган учурунда Вольтерранын үчүнчү түрдөгү көп өлчөмдүү интегралдык тендемелерин регулярдаштыруу жана сандык чыгаруу үчүн колдонууга болот.

Колдонуу аймагы. Локалдык эмес четтик маселелер жана жекече туундулуу дифференциалдык тендемелер үчүн тескери маселелер теориясы.

РЕЗЮМЕ

диссертации Бугубаевой Жумгалбүбү Тукеновны на тему «Приближенное решение интегральных уравнений Вольтерра третьего рода», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Ключевые слова: интегральное уравнение Вольтерра, единственность, равномерная сходимость, регуляризация, квадратурная формула, малый параметр.

Объект исследования. Линейные и нелинейные интегральные уравнения Вольтерра третьего рода и их системы.

Предмет исследования. Линейные и нелинейные интегральные уравнения Вольтерра третьего рода и их системы в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка.

Цель работы. Исследование вопросов регуляризации и численного решения линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка.

Методы исследования. Методы регуляризации, численные методы, методы последовательных приближений и квадратурных формул.

Полученные результаты и их новизна:

– доказана регуляризируемость интегральных уравнений Вольтерра третьего рода и их систем в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка;

– установлены достаточные условия единственности решения интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в пространстве непрерывных функций в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних отрезка;

– получено численное решение интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка; составлен пакет программ на языке Delphi для реализации численного решения и проведен численный эксперимент.

Рекомендации по использованию. Полученные результаты могут применяться для регуляризации и численного решения многомерных интегральных уравнений Вольтерра третьего в случае вырождения известной функции при искомой функции вне интеграла во внутренних точках отрезка.

Область применения. Теория интегральных уравнений Вольтерра, теория нелокальных краевых задач и обратных задач для дифференциальных уравнений в частных производных.

SUMMARY

on the dissertation on the "Approximate solution of Volterra integral equations of the third kind" by Bugubaeva Zhumgalbubu Tukenovna submitted for the degree of candidate of physical and mathematical sciences on specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control.

Keywords: Volterra integral equation, uniqueness, stability, uniform convergence, regularization, quadrature formula, small parameter.

Object of research. Volterra linear and nonlinear integral equations of the third kind and their systems.

Subject of research. Volterra linear and nonlinear integral equations of the third kind and their systems in the case of degeneration of a known function for the desired function outside the integral at the interior points of the segment.

Aim of research. Development regularization methods and methods for the numerical solutions of Volterra integral equations of the third kind in the case of degeneration of a known function for the desired function outside the integral at the interior points of the segment.

Research methods. Regularization methods, numerical methods, successive approximations and the method of quadrature formulas were used.

The scientific results and novelty:

– the regularizability of Volterra integral equations of the third kind and their systems is proved in the case of degeneration of a known function for the required function outside the integral at the interior points of the segment;

– sufficient conditions for the uniqueness of the solution of Volterra integral equations of the third kind are established in the case of degeneration of a known function for the desired function outside the integral at the interior points of the interval;

– a numerical solution of Volterra integral equations of the third kind is obtained in the case of degeneration of a known function for the required function outside the integral at the interior points of the segment; a package of programs in the Delphi language was compiled for the implementation of a numerical solution and a numerical experiment was carried out.

Recommendations on using. The results can be used to regularization and numerical solution of Volterra multidimensional integral equations of the third kind in the case of degeneration of the known function for the sought function outside the integral at the interior points of the segment.

Field of applications. The theory of Volterra integral equations, the theory of nonlocal boundary value problems and inverse problems for partial differential equations.

Өлчөмү 60x84 1/16. Көлөмү 1,5 б.т.
Офсет кагаз. Офсеттик басуу. Нускасы 100.

«Сарыбаев Т.Т.» Ж.И.
Бишкек ш., Раззаков көч, 49
т. 0 708 058 368
e-mail: talant550@gmail.com