

6

A-25

Государственный комитет  
по приборостроению, средствам  
автоматизации и системам  
управления при Госплане СССР

Академия наук СССР

ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ТЕЛЕМЕХАНИКИ

Р.С. Рутман

ФОРМОИМПУЛЬСНАЯ КОРРЕКЦИЯ В ИМПУЛЬСНЫХ  
СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ



Автореферат диссертации на соискание  
ученой степени кандидата технических  
наук

Москва 1963 г.

Р.С. Рутман

1. Г. Буянович  
Б. Котомский  
Л. Симонов  
Л. Мурзин

ФОРМОИМПУЛЬСНАЯ КОРРЕКЦИЯ В ИМПУЛЬСНЫХ  
СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

3. XII 1963

Автореферат диссертации на соискание  
ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель  
д.т.н., профессор  
Я.З. Цыпкин

Москва 1963 г.

За последние годы в связи с усилившейся тенденцией применения цифровых вычислительных устройств в системах управления, с появлением сложных автоматических систем, предназначенных для передачи и преобразования импульсов, в частности систем телеуправления, задачи синтеза импульсных систем приобрели особую актуальность.

Особый интерес представляют задачи синтеза оптимальных импульсных систем, выявляющие их предельные возможности.

В отличие от классических, разрабатываемые в последние годы методы исходят из неизменности некоторой заданной части системы управления. Достаточно полно разработаны методы синтеза оптимальных линейных импульсных систем на базе основной схемы, т.е. схемы замкнутой импульсной системы с неизменной непрерывной частью и с последовательной импульсной коррекцией.

Задачи синтеза оптимальных импульсных систем обусловлены ограничениями, присущими заданной части системы. В связи с этим возникает вопрос о расширении рамок основной схемы и соответствующем расширении возможностей синтеза систем, повышении их предельно достижимых показателей. Одним из возможных направлений в этой задаче является изучение возможности использования специальных форм импульсов для целей управления.

Обычные постановки в задачах синтеза импульсных систем предполагают форму управляющих импульсов заданной. Чаще всего для целей управления используются импульсы простейшей прямоугольной формы, т.е. прямоугольные импульсы с фиксацией на полный такт.

Целью настоящей работы явилось изучение свойств импульсной системы с произвольной формой импульсов и исследование дополнительных возможностей, открывающихся благодаря использованию надлежащим образом выбранных форм управляющих импульсов, в

частности построение систем с более высокими показателями оптимальности.

Основные результаты работы изложены в статьях [1 – 6].

Диссертация содержит Введение и 6 глав:

Глава I. Задачи и методы синтеза линейных импульсных систем.

Глава II. Формоимпульсная коррекция.

Глава III. Повышение показателей оптимальности импульсных систем посредством комбинированной коррекции.

Глава IV. Синтез импульсных систем при помощи формоимпульсной коррекции.

Глава V. Системы с формоимпульсной коррекцией при вариации параметров объекта.

Глава VI. Исследование типовых систем с формоимпульсной коррекцией.

В главе I формулируется задача синтеза системы управления, состоящая в разработке алгоритма управления и включающая в общем случае выбор принципа управления, типа и общей схемы управляющего устройства, параметров управляющего устройства.

Наиболее подробно рассматриваются задачи синтеза оптимальных систем по следующим критериям оптимальности:

- минимум времени переходного процесса;
- минимум суммарного квадратического показателя погрешности.

Предельно достижимая величина показателя оптимальности определяется ограничениями, присущими заданной части системы.

Обычно в задачах синтеза импульсных систем с линейным управляемым объектом считается заданной основная часть, состоящая из линейной непрерывной части (объекта), формирующего устройства и импульсного элемента с мгновенными импульсами.

Основная часть характеризуется своей передаточной функцией

$$W^*(z, \epsilon) = \frac{P^*(z, \epsilon)}{Q^*(z)}. \quad (1)$$

Выражения  $P^*(z, \epsilon)$  и  $Q^*(z)$  являются полиномами по степеням  $e^{-\epsilon z}$ .

Требования к импульсной системе формулируются в виде условий, накладываемых на передаточную функцию синтезируемой системы  $K^*(z, 0)$  для обеспечения устойчивости, физической реализуемости, грубости, астатизма и отсутствия скрытых колебаний. Изучение этих условий показывает, что выбор оптимальной передаточной функции синтезируемой системы и величина показателя оптимальности определяются лишь основными численными характеристиками  $W^*(z, 0)$ . Под последними понимаются:

- 1) индекс  $W^*(z, 0)$ , т.е. разность  $m$  степеней полиномов знаменателя и числителя;
- 2) значения правых нулей  $W^*(z, 0)$ ;
- 3) значения правых полюсов  $W^*(z, 0)$ ;
- 4) порядок  $W^*(z, 0)$ , т.е. степень  $\ell$  полинома знаменателя  $Q^*(z)$ .

Полное задание передаточной функции  $W^*(z, 0)$  требуется лишь для расчета корректирующего устройства, что при выбранном значении передаточной функции синтезируемой системы  $K^*(z, 0)$  не представляет затруднений.

В частности, при заданной величине  $\gamma$  астатизма входного воздействия минимальное количество тактов установления  $S_{min}$  определяется количеством правых нулей  $\ell_P$ , правых полюсов  $\ell_-$  и индексом  $m$  передаточной функции  $W^*(z, 0)$ :

$$S_{min} = m + \gamma + \ell_P + \ell_- - 1. \quad (2)$$

При учете условия отсутствия скрытых колебаний величина  $S_{min}$  определяется количеством правых полюсов  $\ell_-$ , индексом  $m$  и

порядком  $\ell$  передаточной функции  $W^*(\varrho, 0)$ :

$$S_{min} = m + 2 + \ell + \ell - 2. \quad (3)$$

Минимальная величина суммарной квадратичекой погрешности определяется индексом и значениями правых нулей и полюсов  $W^*(\varrho, 0)$ .

Поскольку основная часть образуется из непрерывной части и формирующего устройства, имеется возможность частичного изменения ее основных численных характеристик путем выбора формирующего устройства.

В главе II получено выражение для передаточной функции основной части с формой импульса  $y(\varepsilon)$ , если при мгновенных импульсах передаточная функция равна  $K_H^*(\varrho, \varepsilon)$ , в следующем виде:

$$W^*(\varrho, \varepsilon) = \int_0^1 y(\lambda) K_H^*(\varrho, \varepsilon - \lambda) d\lambda, \quad (4)$$

либо также в виде (1), но при этом коэффициенты  $\alpha_y(\varepsilon)$  полинома числителя

$$\rho^*(\varrho, \varepsilon) = \sum_{y=0}^{\ell-1} \alpha_y(\varepsilon) e^{2y} \quad (5)$$

связаны с коэффициентами  $\alpha_{ov}(\varepsilon)$  полинома  $P_o^*(\varrho, \varepsilon)$  числителя передаточной функции  $K_H^*(\varrho, \varepsilon)$  интегральными соотношениями:

$$\alpha_y(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon y(\lambda) \alpha_{ov} / (1 + \varepsilon - \lambda) d\lambda + \int_\varepsilon^1 y(\lambda) \alpha_{ov} / (1 + \varepsilon - \lambda) d\lambda, \quad (6)$$

причем для  $\varepsilon = 0$

$$\alpha_y = \alpha_y(0) = \int_0^1 y(\lambda) \alpha_{ov} / (1 - \lambda) d\lambda; \quad (7)$$

знаменатель  $\rho^*(\varrho)$  не зависит от формы импульсов.

Таким образом, в результате соответствующего выбора формы импульсов  $y(\varepsilon)$  можно изменить распределение нулей  $W^*(\varrho, 0)$ , т.е. изменить характеристики основной части, обычно принимаемые неизменными. Такие свойства позволяют выделить способ коррекции динамических свойств импульсной системы посредством выбора специальных форм импульсов в особый вид коррекции — формоимпульсную коррекцию.

Изложенного естественно вытекает способ использования формоимпульсной коррекции для синтеза оптимальных импульсных систем. Этот способ изложен в главе III и состоит в следующем

При помощи формоимпульсной коррекции обеспечивается получение основной части с нужными свойствами, т.е. с более высокими основными характеристиками  $W^*(\varrho, 0)$ , после чего применение обычных импульсных корректирующих устройств обеспечит получение систем с более высокими показателями оптимальности, чем без формоимпульсной коррекции. Такая методика условно названа методикой повышения показателей оптимальности импульсных систем при помощи комбинированной — формоимпульсной и обычной импульсной — коррекции.

В частности, при синтезе систем, оптимальных по суммарной квадратичекой погрешности, посредством выбора формы управляющих импульсов обеспечивается отсутствие правых нулей  $W^*(\varrho, 0)$ . Условия отсутствия правых нулей аналогичны применяемым обычно при анализе устойчивости импульсных систем алгебраическим соотношениям (аналогам неравенств Гурвица) и накладывают определенные ограничения на форму импульсов  $y(\varepsilon)$  посредством выражений (7) для коэффициентов  $\alpha_y(0)$ .

Подробно исследованы три типовые задачи синтеза: а) при регулярном (скачкообразном) воздействии; б) случайному ступенчатом воздействии и в) случайному ступенчатом воздействии и белом шуме. Непрерывная часть имеет один правый нуль в случае обычной импульсной коррекции и не имеет правых нулей в результате применения формоимпульсной коррекции. Получены выражения для оптимальных передаточных функций и минимальных значений суммарной квадратической оценки (дисперсии) для этих случаев, а также аналитические выражения для коэффициента выигрыша в величине дисперсии в случае применения комбинированной коррекции. Этот коэффициент

достигает особенно больших значений в случае сложных объектов с высоким порядком, а также неминимально-фазовых объектов.

При синтезе быстродействующих систем без условия отсутствия скрытых колебаний применяется аналогичная методика, т.е. при помощи формоимпульсной коррекции обеспечивается отсутствие правых нулей  $W^*(q, 0)$ , после чего согласно обычным методам выбираются передаточная функция замкнутой системы и импульсное корректирующее устройство. При этом выигрыш в количестве тактов установления, согласно (2), равен количеству устранимых правых нулей  $W^*(q, 0)$ , т.е. величине  $\ell_p$ .

Методика применения формоимпульсной коррекции для синтеза быстродействующих систем при учете условия отсутствия скрытых колебаний сводится к понижению порядка передаточной функции

$W^*(q, 0)$  посредством взаимной компенсации ее нулей и полюсов. Показано, что в числителе  $W^*(q, 0)$  появляются нули, равные полюсам  $q_y$ ,  $y = 1, 2, \dots, h$ , если выполняются условия

$$\int_0^\infty y(\lambda) e^{-q_y \lambda} d\lambda = 0, \quad y = 1, 2, \dots, h. \quad (8)$$

Понижение порядка  $W^*(q, 0)$ , т.е. величины  $\ell$ , согласно (3) приводит к уменьшению количества тактов установления на величину  $h$ . Показано, что подобная компенсация, в отличие от компенсации обычными импульсными цепями, не нарушает условия отсутствия скрытых колебаний.

На основании выведенных соотношений предложена методика синтеза импульсных систем с заданным временем установления, в то время как известные методы синтеза не могут обеспечить при заданном периоде повторения требуемую величину времени установления.

В главе IV рассматривается возможность синтеза импульсных систем на основе одной лишь формоимпульсной коррекции, т.е. без применения обычных импульсных корректирующих устройств.

Методика синтеза разбивается на два этапа. Первый этап заключается в определении полинома  $P^*(q, 0)$  – числителя передаточной функции  $W^*(q, 0)$ . Полином  $P^*(q, 0)$  определяется из полиномиального уравнения, соответствующего задаче синтеза. Полиномиальное уравнение, объединяющее только обязательные условия грубости, физической реализуемости и устойчивости, имеет вид

$$N^*(q)[P^*(q, 0) + Q^*(q)] = Q_+(q) G^*(q), \quad (9)$$

где  $N^*(q)$  – вспомогательный полином;  $G^*(q)$  – характеристический полином системы; полином  $Q_+(q)$  содержит все левые нули полинома  $Q^*(q)$ .

При синтезе систем с конечным временем установления уравнение (9) принимает вид

$$N_1(q)[P^*(q, 0) + Q^*(q)] = Q_{+,1}(q) e^{q_1}, \quad (10)$$

где

$$Q_{+,1}(q) = (e^{q_1} - 1) Q_{+,1}(q). \quad (11)$$

Задача синтеза систем, оптимальных по суммарной квадратической оценке, приводит к системе нелинейных полиномиальных уравнений.

Второй этап синтеза заключается в определении искомой формы импульсов по известным значениям коэффициентов  $\alpha_y$  полинома  $P^*(q, 0)$  из соотношений формоимпульсной коррекции (7). Показана разрешимость интегральных соотношений (7) относительно  $q(q)$  и выведены некоторые общие свойства формы импульсов для быстродействующих систем с формоимпульсной коррекцией.

Проведено сравнение оптимальных систем, построенных на базе обычной импульсной, формоимпульсной или комбинированной коррекции. Выяснено, что наибольшими возможностями обладают системы с комбинированной коррекцией. В оптимальных по быстродействию

системах наличие импульсного корректирующего устройства оказывается излишним, т.е. наилучшие результаты обеспечиваются применением одного лишь формирующего устройства. В оптимальных по быстродействию системах с формоимпульсной коррекцией достигается наименьшее количество тактов установления среди применяемых линейных программ управления, а в случае устойчивых объектов — и среди всех возможных программ управления, в том числе нелинейных:

$$S_{min} = 2. \quad (12)$$

Вместе с тем устанавливаются границы возможностей формоимпульсной коррекции. Для расширения этих возможностей при сохранении простоты реализации можно применять дополнительные непрерывные корректирующие цепи. Предлагаемая методика синтеза и в этом случае сводится к решению полиномиальных уравнений.

В главах II, III и IV рассматриваются также некоторые частные формы импульсов — главным образом кусочно-постоянные; в частности, получено выражение для передаточной функции основной части с кусочно-постоянной формой импульсов в явном виде. Подробно рассмотрены частные случаи кусочно-постоянных форм импульсов. На базе этих форм предложены многократные системы и системы с переключениями управляющих импульсов.

В многократных системах с формоимпульсной коррекцией последняя осуществляется при помощи изменения программы цифрового вычислительного устройства, применяемого в качестве корректирующей импульсной цепи. Программа ЦВУ в этом случае определяется на основе разработанного метода синтеза и включает в себя реализацию многократной формы импульсов.

Наиболее просты в реализации системы с переключениями управляющих импульсов внутри такта. В то же время процессы в быстро действующих системах с переключениями в ряде случаев аналогичны процессам в релейных оптимальных системах. Системы с переключениями обладают наименьшим уровнем управляющих воздействий на каждом такте среди других быстродействующих систем с формоимпульсной коррекцией.

Исследование поведения систем с переключениями при наличии насыщения показало, что свойство конечного времени в таких системах сохраняется и при выходе управляющих сигналов на уровень насыщения.

Помимо задач синтеза оптимальных импульсных систем, в работе исследованы другие возможности использования формоимпульсной коррекции и, в частности, ее стабилизирующие свойства. Для возможности сравнения запаса устойчивости в системах с различными формами импульсов введено понятие нормированной формы импульсов, которая не изменяет коэффициента усиления системы в установившемся режиме. Исследование стабилизирующих свойств формоимпульсной коррекции в нелинейных импульсных системах произведено на основании частотного критерия абсолютной устойчивости. Выяснено, что в системах с астатизмом первого порядка лучшими стабилизирующими свойствами обладают те же формы импульсов, которые обеспечивают наибольшее быстродействие в оптимальной системе.

Г л а в а V посвящена исследованию поведения систем с формоимпульсной коррекцией при отклонениях параметров системы от расчетных значений. Введена оценка чувствительности системы к малым вариациям характеристик объекта, позволяющая производить сравнение систем с обычной импульсной и с формоимпульсной коррекцией. В исследованных системах с различными способами кор-

рекции величина чувствительности оказалась одного порядка.

При значительных вариациях параметров объекта применяется самонастройка. Показано, что формоимпульсная коррекция дает возможность осуществить большинство из обычно применяемых типов алгоритмов самонастройки по динамическим характеристикам [4].

Разработаны также методы определения характеристик объекта, наиболее удобные для самонастраивающихся систем с формоимпульсной коррекцией.

Метод кратных замеров [5], основанный на способе наименьших квадратов, дает возможность представлять характеристики объекта в виде изображений  $\mathcal{D}$ -преобразования по параметру  $T/N$ , где  $T$  - тakt системы,  $N$  - количество измерений на такте. Это предоставляет преимущества при реализации формоимпульсной коррекции посредством многократной формы импульсов и при помощи ЦВУ, т.к. вся программа ЦВУ в этом случае выражается в виде изображений по параметру  $T/N$ . Предложенный метод позволяет использовать более простую вычислительную аппаратуру, чем аналогичные известные методы, также основанные на способе наименьших квадратов.

Метод полиномиальных уравнений [6] позволяет свести нахождение импульсной характеристики объекта к решению полиномиального уравнения, что может оказаться весьма удобным с точки зрения единства вычислительных операций, поскольку для синтеза корректирующего устройства в процессе самонастройки также рекомендуются близкие методы.

В главе II на базе изложенных методов исследуются типовые импульсные системы управления. Для объекта с передаточными функциями

$$K_H(\rho) = \frac{k_H}{\rho/T_1\rho + 1}, \quad (13)$$

и

$$K_H(\rho) = \frac{k_H}{\rho/T_1\rho - 1} \quad (14)$$

дается полная методика синтеза по критерию быстродействия при скачкообразном и линейном воздействиях. В случае скачкообразного воздействия процессы в оптимальной системе с передаточными функциями (13) и (15) оканчиваются за один такт, для передаточной функции (14) - за два такта. Сравнение с другими типами оптимальных систем показывает преимущества предлагаемых систем и с точки зрения уровня управляющего воздействия.

Проведено также исследование системы, оптимальной по величине дисперсии, для случайного ступенчатого сигнала. Минимальная величина дисперсии оказалась близкой к соответствующей величине, достижимой при обычной импульсной коррекции.

Для объекта с передаточной функцией

$$K_H(\rho) = \frac{k_H}{\rho/T_1\rho + 1/(T_2\rho + 1)} \quad (16)$$

проведена методика синтеза при помощи комбинированной коррекции. Для скачкообразного воздействия проведен синтез системы с заданным временем установления в два такта. В системе, оптимальной по суммарному квадратическому показателю, величина дисперсии уменьшена по сравнению с обычными методами.

Показаны способы реализации исследованных систем как систем с переключениями или многократных систем. Все результаты, относящиеся к системам с переключениями, моделировались на аналоговой установке. Приведены осциллограммы процессов, подтверждающие расчетные данные, а также свидетельствующие о достаточной нечувствительности систем к изменению параметров.

Для объекта с передаточной функцией (13) проведено также моделирование самонастраивающейся системы. Самонастройка в системе осуществляется путем изменения формы управляющих им-

пульсов в соответствии с изменяющимися характеристиками объекта. Полученные осцилограммы показывают эффективность выбранного метода.

В Приложении описываются применявшиеся при моделировании разработанные двухтактные схемы импульсных устройств — фиксатора, дискретного фильтра и схемы переключений, отличающиеся высокой точностью и надежностью и большим частотным диапазоном.

В заключительной части перечисляются основные выводы из работы, показавшей, что формоимпульсная коррекция позволяет расширить диапазон динамических свойств импульсных систем и лучше использовать возможности цифровых вычислительных устройств в системах управления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. РУТМАН Р.С. Быстродействующие импульсные системы с переключениями внутри такта. "Автоматика и телемеханика", 1962, т. XXIII, № 9.
2. РУТМАН Р.С. Синтез амплитудных импульсных систем посредством формоимпульсной коррекции. "Автоматика и телемеханика", 1963, т. XXIV, № 2.
3. РУТМАН Р.С. Применение формоимпульсной коррекции для повышения показателей оптимальности импульсных систем. "Автоматика и телемеханика", 1964, т. XXV, № 2 (в печати).
4. РУТМАН Р.С. Самонастраивающиеся системы с настройкой по динамическим характеристикам (обзор). "Автоматика и телемеханика", 1962, т. XXIII, № 5.
5. РУТМАН Р.С. Измерение характеристик объекта в импульсной самонастраивющейся системе. "Труды VIII конф. молодых специалистов ИАТ" (в печати).
6. РУТМАН Р.С. О применении метода полиномиальных уравнений для определения характеристик объекта в самонастраивющейся системе. "Автоматика и телемеханика", 1963, т. XXIV, № 9.