

6  
A-25  
Министерство высшего и среднего специального образования УССР

ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
имени В. И. ЛЕНИНА

---

Кандидат технических наук, доцент  
Л. Л. РОЖАНСКИЙ

ТЕОРИЯ  
БАЗИСНЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ  
УМНОЖИТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Харьков 1965



Министерство высшего и среднего специального образования СССР

ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
имени В. И. ЛЕНИНА

---

Кандидат технических наук, доцент  
Л. Л. РОЖАНСКИЙ

ТЕОРИЯ  
БАЗИСНЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ  
УМНОЖИТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Харьков 1965



## Введение

В ряду технических средств, используемых для электрификации народного хозяйства, важное место занимают преобразователи частоты. Они применяются для интенсификации технологических процессов (сварка, индукционный нагрев), питания электродвигателей повышенной скорости, питания магнитных усилителей, в технике связи и многих других областях техники.

Одним из видов преобразователей частоты являются ферромагнитные преобразователи. В послевоенное двадцатилетие появляются в большом количестве работы, посвященные ферромагнитным преобразователям частоты (главным образом, умножителям) как за границей, так и в СССР, и выполняются ферромагнитные умножители в различном диапазоне мощностей, от единиц ватт до сотен киловатт. Известны удвоители и утроители частоты мощностью в 1000—1500 *квт* с коэффициентом полезного действия 90—92%.

Рост числа работ по ферромагнитным умножителям и примеров их применения объясняется, с одной стороны, тем, что появились магнитные материалы с улучшенными свойствами (повышенная индукция насыщения, уменьшенные потери), с другой, тем, что свойственные ферромагнитным умножителям достоинства — надежность и простота эксплуатации — в ряде случаев, в частности, в специальных устройствах, оказываются существенней, чем свойственные им недостатки. Эти недостатки — низкий коэффициент мощности, мягкая внешняя характеристика — в значительной мере исправляются включением на входе и выходе устройства статических конденсаторов.

Задачей настоящего исследования является разработка теории базисных ферромагнитных умножителей частоты, которая позволила бы на основе рассмотрения физических процессов в умножителях дать рекомендации по расчету установившихся и переходных режимов, по выбору рациональных схем и магнитных материалов и по определению оптимальных



параметров умножителей, без чего нельзя решить задачу их проектирования и промышленного выпуска.

Под базисными понимаются те типы умножителей, в которых энергия входной частоты преобразуется в энергию выходной частоты без создания специальных цепей для токов промежуточной частоты. К таким относятся удвоители, утроители, умножители в 5, 7 раз и умножители в 4, 6, 8, 9 раз, выполненные одноступенчатыми или в виде каскадного соединения удвоителей и утроителей.

В умножителях в 4, 6, 8, 9 раз также одноступенчатых, но с самоподмагничиванием промежуточной гармоникой тока, предложенных профессором А. М. Бамдасом и его сотрудниками, имеются, помимо выходной, обмотки промежуточной частоты, включенные на емкость.

Такие умножители названы авторами умножителями с внутренним каскадом. Процессы в них и выявление количественных соотношений требуют специального исследования, которое чрезмерно расширило бы рамки данной работы. Поэтому они рассмотрены лишь качественно и в ограниченном объеме.

Основное содержание диссертации изложено в опубликованных статьях и монографии [1—12] и докладывалось на двух межвузовских конференциях по преобразованию частот и фаз в технике сильных токов (г. Иваново, 1962, 1964 гг.), на совещании по магнитным элементам автоматики, телемеханики, измерительной и вычислительной техники (г. Львов, 1962 г.), на второй всесоюзной межвузовской конференции по теории и методам расчета нелинейных электрических цепей (г. Ташкент, 1963 г.).

Часть статей переведена на английский и немецкий языки. Монография издана в 1963 г. на английском языке и на китайском.

## Глава первая. Общие вопросы теории и анализ стационарных режимов

1. В работе принят аналитический метод исследования с использованием в необходимых случаях электронных вычислительных машин, аналоговых и цифровых. При определении напряжений и токов не учитываются гистерезис, потери в стали и меди и рассеяние, однако индуктивность рассеяния первичной обмотки учитывается при выборе параметров умножителя. При исследовании умножителей с подмагничиванием постоянным током индуктивное сопротивление дросселя в цепи подмагничивания предполагается равным бесконечности.

Применяются два уравнения для кривой, аппроксимирующей кривую намагничивания магнитного материала — уравнение гиперболического синуса:

$$H = \alpha \operatorname{sh} \beta B, \quad (1)$$

преобразуемое в уравнение

$$h = \operatorname{sh} q, \quad (1a)$$

где  $h$  и  $q$  — напряженность и индукция в относительных единицах, и полином третьей степени

$$H = aB + bB^3, \quad (2)$$

который после введения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ , связанных с  $a$  и  $b$  соотношениями:

$$\alpha\beta = |a|; \quad \alpha\beta^3 = |b|, \quad (2a)$$

примет вид:

$$h = q + q^3, \quad (2b)$$

в котором  $h$  и  $q$  выражены в относительных единицах, определяемых, как и в (1a).

Второй вид аппроксимации позволяет иногда получить более удобные для анализа выражения, но может применяться при некоторых ограничениях, оговоренных в работе.

Для умножителей с многофазным входом и кратностью умножения  $m$ , с подмагничиванием и без подмагничивания постоянным током, выходные и входные напряжения и токи могут быть получены из дифференциальных уравнений для первичной и вторичной цепей, связывающих приложенное и выходное напряжение с потоками,

$$\frac{d}{dt} [\varphi_{r\lambda} - \varphi_{r(\lambda+1)}] = -U_{\lambda} \sin \left[ \omega t + \psi_{\text{нач}} - (\lambda - 1) \frac{2\pi}{m} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\omega_m}{\omega_1} \sum \frac{d}{dt} \varphi_{r\lambda} = u_m, \quad (4)$$

и трансформаторных уравнений (уравнений магнитодвижущих сил), связывающих напряженности и индукции,

$$\sum_{\lambda=1}^m h_{\lambda} (q_1 + \sum_{i=1}^{\infty} q_{mi} + q_0) = m \left( \sum_{i=1}^{\infty} h_{mi} + h_0 \right); \quad (5)$$

$$h_{\lambda} \left( \sum_{i=1}^{\infty} q_i + q_0 \right) = \sum_{i=1}^{\infty} \omega_1 i_1 + \sum_{i=1}^{\infty} \omega_m i_{mi}. \quad (6)$$

Уравнения (3, 4) и (5, 6) представляют собой обобщение уравнений Штейна<sup>1</sup>, данных для стационарного режима

<sup>1</sup> Archiv für Electrotechnik, 1930, 24.



умножителя с  $m$ -фазным входом без подмагничивания. В этих уравнениях приняты обозначения:

$\varphi_r$  — результирующий магнитный поток в одном из трансформаторов умножителя, мгновенное значение;

$\lambda$  — порядковый номер трансформатора;

$U_\lambda$  — линейное напряжение (синусоидальное), амплитуда;

$\psi_{нач}$  — начальная фаза линейного напряжения;

$u_m$  — выходное напряжение умножителя, мгновенное значение;

$w_m, w_1$  — числа витков выходной и входной обмоток.

Начальная фаза  $\psi_{нач}$  для любого  $m$  определяется, как

$$\psi_{нач} = \psi_{[\lambda - (\lambda - 1)]} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{m}. \quad (7)$$

Параметр суммирования  $i$  при наличии подмагничивания постоянным током проходит все значения, а при отсутствии подмагничивания ( $h_0 = 0$ ) — только нечетные.

В потоках при нечетной функциональной зависимости  $h$  от  $q$  содержатся, кроме основной, только нечетные гармоники потока, при четной — также четные гармоники, кратные  $m$ .

В первичных токах в силу свойств многофазных систем не содержатся гармоники, кратные  $m$ . Все другие гармоники могут иметь место; они образуют  $m$ -фазные схемы со сдвигом

токов в смежных фазах на  $\frac{2\pi}{m}$  электрических градусов.

Если эти токи могут замкнуться через источник питания, сопротивление которого близко к нулю для всех гармоник, кроме основной, то в потоках соответствующих гармоник не будет, и сохранятся только гармоники, кратные  $m$ . Это имеет место в большинстве известных схем.

В схеме утроителя, предложенной Бирингером, заперты четные гармоники тока, благодаря чему в потоках, помимо необходимых для умножения частоты гармоник, кратных трем, содержатся и четные гармоники. Как показано в работе, это приводит к увеличению предельной отдаваемой мощности тройной частоты.

Последовательное применение системы уравнений (3—6) к умножителям частоты в нечетное и четное число раз позволяет определить амплитуду и фазу индукции и напряженности выделяемой (выходной) гармоники, а по индукции и напряженности — напряжение и ток выходной частоты.

2. Для утроителей и умножителей в 5, 7 и т. д. раз без подмагничивания постоянным током в общем случае нагрузки амплитуда индукции выходной частоты  $q_m$  и ее фаза  $\gamma_m$  по отношению к основной гармонике индукции  $q_1$  определяются [3, 10] из системы уравнений (при аппроксимации кривой намагничивания гиперболическим синусом):

$$\begin{aligned} Nq_m \sin(\gamma_m + \varphi_m) &= \text{sh}(q_m \cos \gamma_m) \sum_{k=0}^{m-1} \text{ch}\left(q_1 \cos k \frac{2\pi}{m}\right) - \\ &- \text{ch}(q_m \cos \gamma_m) \sum_{k=0}^{m-1} \text{sh}\left(q_1 \cos k \frac{2\pi}{m}\right); \quad -Nq_m \cos(\gamma_m + \varphi_m) = \\ &= \text{sh}(q_m \sin \gamma_m) \sum_{k=0}^{m-1} \text{ch}\left[q_1 \cos\left(\frac{\pi}{2m} + k \frac{2\pi}{m}\right)\right] + \\ &+ \text{ch}(q_m \sin \gamma_m) \sum_{k=0}^{m-1} \text{sh}\left[q_1 \cos\left(\frac{\pi}{2m} + k \frac{2\pi}{m}\right)\right], \quad (8) \end{aligned}$$

где

$$N = \frac{m\omega_1 w_m^2 S}{\alpha \beta l z}.$$

Здесь и в дальнейшем обозначены:

$\omega_1$  — основная (входная) круговая частота;

$S, l$  — сечение магнитопровода и средняя длина силовой линии;

$z$  — модуль сопротивления нагрузки.

При выводе уравнений (8) предполагалось, что выходное напряжение синусоидально и не содержит гармоник, кратных  $m$  (для утроителя — девятой и последующих).

По уравнениям (8) построена зависимость между  $q_m$  и  $\gamma_m$  для активной и комплексной нагрузки, а затем внешние характеристики в относительных единицах  $q_m = f(h_m)$  для утроителей частоты. Они приведены в работе. Аналогичные зависимости могут быть получены и для других кратностей умножения.

Для примера на рис. 1 приведены внешние характеристики  $q_3 = f(h_3)$  при  $q_1 = 6$  (на рисунке вместо  $q$  принято обозначение  $R$ ) для активной ( $\varphi = 0$ ) и активно-емкостной нагрузки. Пунктиром даны значения первой гармоники напряженности, также в относительных единицах.

Внешние характеристики в относительных единицах позволяют получить для умножителя с заданными параметрами (числа витков обмоток, размеры магнитопровода) значения



выходных напряжений и токов (при известном входном напряжении) при произвольной нагрузке без решения системы (8).

Эти же характеристики используются при проектировании умножителя.

В работе приводятся и приближенные методы построения внешних характеристик утроителя и дается их оценка.

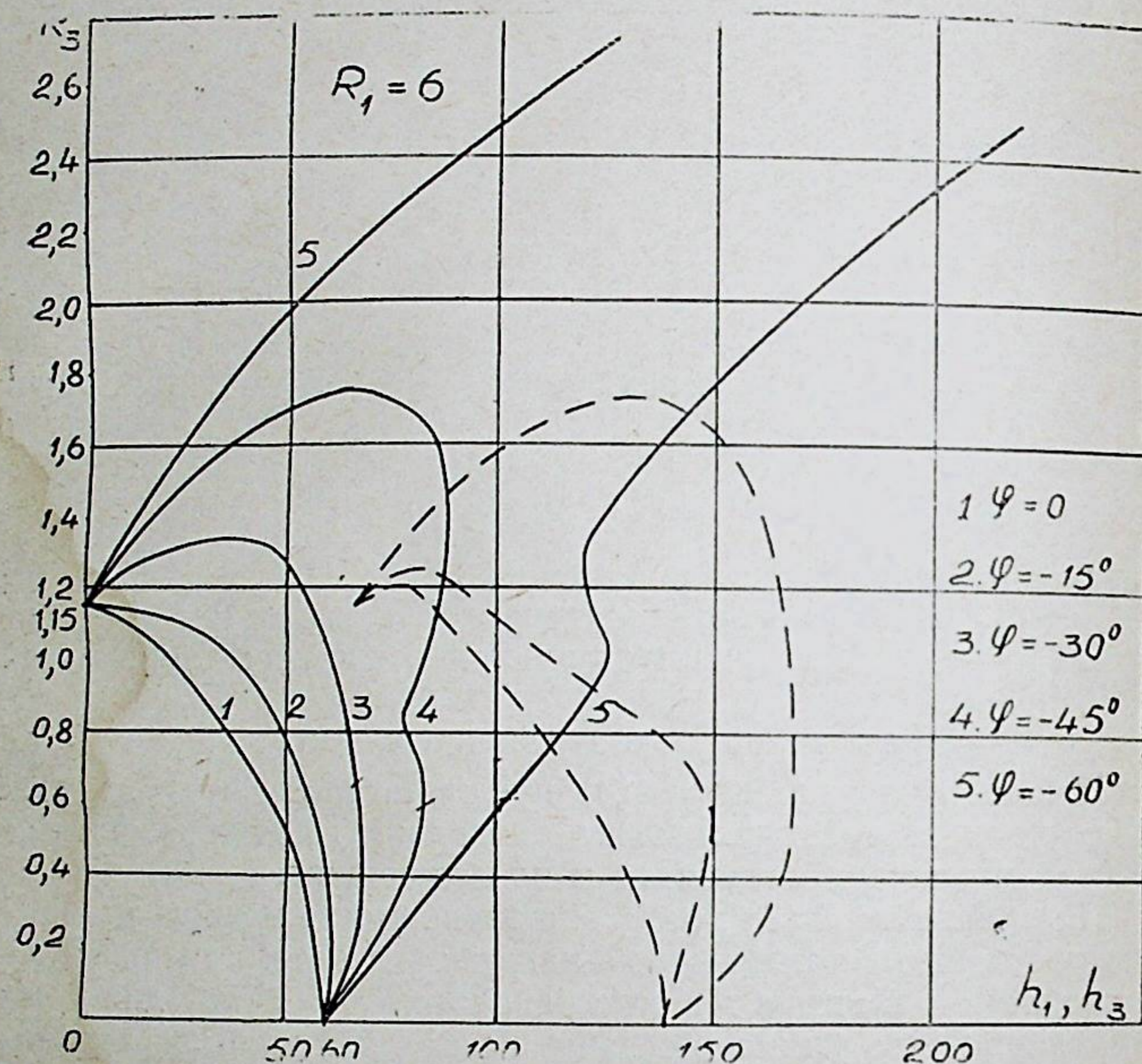


Рис. 1. Внешние характеристики утроителя частоты в относительных единицах для активной и активно-емкостной нагрузки. Пунктиром даны значения первой гармоники напряженности

Показано, что в рабочем диапазоне внешних характеристик может применяться приближенный способ определения угла  $\gamma_m$  данный в [3].

Предложен также метод построения внешних характеристик при аппроксимации кривой намагничивания полиномом третьей и более высоких степеней.

При аппроксимации полиномом третьей степени удобным оказывается представление умножителя, как генератора выходной гармоники с внутренним сопротивлением выходной обмотки  $X_m$  и электродвижущей силой  $E_m$ , зависящими от величины потока (индукции).

Внутреннее сопротивление утроителя получается равным [10]:

$$X_3 = \frac{9\omega_1\omega_3}{K_3\Phi_1^2(K' + 1,5 + 0,75X^2)}; \quad K' = \frac{a}{bB_1^2}; \quad K_3 = \frac{bl}{\omega_3S^3}. \quad (9)$$

Ток при коротком замыкании вторичной стороны,  $I_{3к}$ , равен

$$I_{3к} = \frac{1}{\sqrt{2}} 0,25 K_3 \Phi_1^3, \quad (10)$$

а электродвижущая сила  $E_3$  равна  $I_{3к}X_3$ .

В приведенных выше уравнениях:

$a, b$  — коэффициенты аппроксимирующего уравнения (2);

$X$  — отношение третьей гармоники потока (индукции) к первой.

Задаваясь несколькими значениями для  $X$ , получаем соответствующие величины  $X_3, E_3$ . Для этих значений  $X$  (по которым легко найти величину выходного напряжения  $U_3$ ) находим ток во внешней цепи, как

$$I_3 = -\frac{U_3}{X_3} \sin \varphi_n \pm \sqrt{\left(\frac{U_3}{X_3}\right)^2 (\sin^2 \varphi_n - 1) + I_{3к}^2}, \quad (11)$$

где  $\varphi_n$  — эквивалентный угол нагрузки.

В конце раздела приведены результаты экспериментального исследования утроителей частоты при активной и активно-емкостной нагрузке в сопоставлении с предложенными методами расчета.

3. Для умножителей в нечетное число раз с подмагничиванием постоянным током оказываются справедливыми уравнения (8). В них изменяется только численное значение  $N$ , которое уменьшается в  $\text{sh } q_0$  раз, где  $q_0$  — постоянная составляющая (среднее значение) индукции.

В работе определяются и приводятся выходные и входные напряжения и токи в режимах холостого хода и короткого замыкания вторичной обмотки для двух нашедших практическое применение схем утроителей с подмагничиванием. Они обычно называются схемами Мак-Меррея и Бирингера. Схемы различаются тем, что в первой токи четных гармоник за-



мыкаются через питающую сеть и в потоках четногармонические составляющие отсутствуют. Во второй, наоборот, четные гармоники тока заперты и четногармонические составляющие присутствуют в потоке [4, 9].

При анализе схем с подмагничиванием учтены высшие гармоники (третья и пятая) в первичном токе [9].

4. При исследовании умножителей с четной кратностью умножения учитывались высшие гармонические не только в первичных, но и во вторичных цепях. Это связано с тем, что в режимах емкостной нагрузки гармоники, кратные  $m$ , в выходном напряжении (например, четвертая в удвоителях) могут быть значительными. Выведены и решены уравнения для первичных и вторичных напряжений и токов в крайних режимах холостого хода и короткого замыкания и в режиме комплексной нагрузки.

В последнем случае уравнения решались на ЭВЦМ [11].

Для удвоителя и учетверителя полученная система уравнений имела вид:

$$h_2 \sin(2\omega t + \psi_2 - \varphi_2) + h_4 \sin(4\omega t + \psi_4 - \varphi_4) + h_0 = \\ = \text{ch}(q_1 \sin \omega t) \text{sh}[q_2 \cos(2\omega t + \psi_2) + q_4 \cos(4\omega t + \psi_4) + q_0] \quad (12)$$

$$h_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + h_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) = \\ = \text{sh}(q_1 \sin \omega t) \text{ch}[q_2 \cos(2\omega t + \psi_2) + q_4 \cos(4\omega t + \psi_4) + q_0].$$

Придавая  $\omega t$  различные значения, можем получить столько независимых трансцендентных уравнений, сколько имеется неизвестных. В данном случае, в первом уравнении неизвестны  $q_2, q_4, q_0, \psi_2, \psi_4$  (величины  $h_2, h_4$  можно выразить через  $q_2, q_4$  и параметры нагрузки), и необходимо совместное решение пяти уравнений. После определения неизвестных их значения подставлялись во второе уравнение системы (12) и находились гармонические составляющие первичного тока.

По уравнениям (12) определяются также характеристики учетверителей частоты без учета высших гармоник (восьмой и последующих) в выходном напряжении.

В работе приведены внешние характеристики удвоителя в относительных единицах для случая комплексной нагрузки при наличии емкостной компенсации, которые непосредственно могут быть использованы в инженерных расчетах, без решения системы уравнений (12), а также характеристики учетверителя частоты в режимах холостого хода и короткого замыкания.

Для примера на рис. 2 приведены внешние характеристики удвоителя частоты ( $q_{2pH}$  соответствует величине напряжения

на нагрузке) при относительных значениях основной гармоники индукции  $q_1=5$  и напряженности подмагничивающего поля  $h_0=300$  для комплексной нагрузки ( $\cos \varphi_H = 0,6$ ) при трех значениях резонансного коэффициента  $\eta$ . Резонансным коэффициентом названа величина

$$\eta = \omega \sqrt{L_n C}, \quad (13)$$

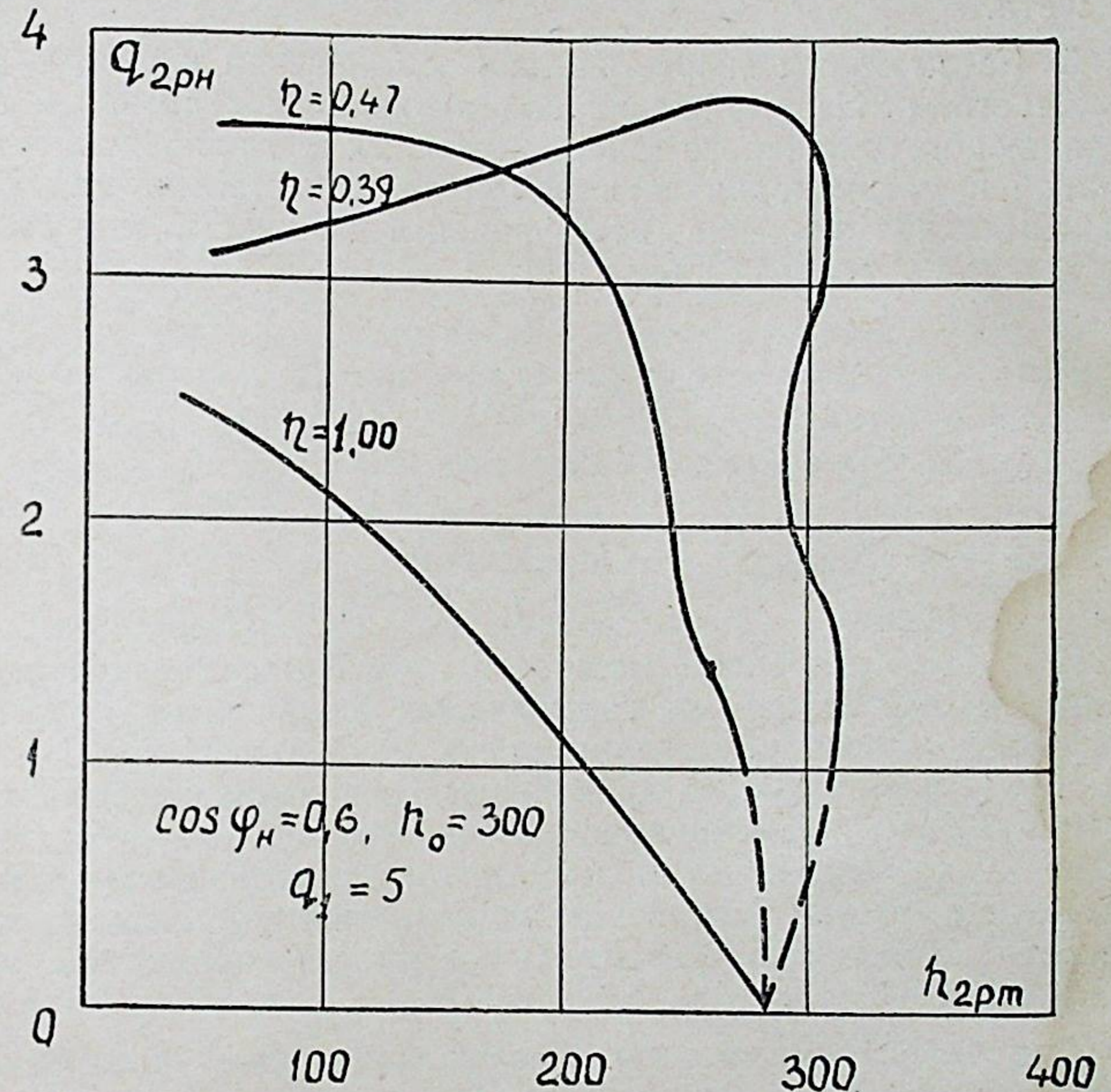


Рис. 2. Внешние характеристики удвоителя частоты при комплексной нагрузке и различных резонансных коэффициентах

где  $L_n$  — индуктивное сопротивление нагрузки;  
 $C$  — компенсирующая емкость.

Приведены в работе и методы, не учитывающие высших гармоник в выходном напряжении — при этом получают более простые уравнения, позволяющие найти решение без ЭВЦМ, — а также приближенные методы построения внешних



характеристик, и дается их оценка. Предложен также метод построения внешних характеристик при аппроксимации кривой намагничивания полиномом третьей степени [10].

В конце раздела приведены результаты экспериментального исследования удвоителей частоты при активной и комплексной нагрузке в сопоставлении с предложенными методами расчета.

5. Рассмотрены энергетические соотношения в умножителях частоты. Из выражений для активной и реактивной составляющих первичного тока, полученных при аппроксимации кривой намагничивания полиномом третьей степени, найдено максимальное значение коэффициента мощности без учета потерь для утроителя в виде [12]:

$$K_{\text{м (макс)}} = \frac{0,75 X}{K' + 0,75 + 1,5 X^2} \quad (14)$$

и для удвоителя в виде:

$$K_{\text{м (макс)}} = \frac{\sqrt{3} q_0}{\sqrt{2} V \pm 1 + 0,75 q_1^2 + 3q_0^2} \quad (15)$$

Под коэффициентом мощности понимается косинус угла сдвига между основными гармониками первичного тока и напряжения. Обозначения даны ранее. Знак при  $K'$  и при единице в (15) при крутой кривой намагничивания оказывается отрицательным. Чем круче кривая намагничивания, тем выше значение коэффициента мощности. Максимально возможное значение коэффициента мощности без учета компенсирующей емкости на входе для утроителя получается порядка 0,5, для удвоителя — 0,667.

Для утроителя частоты с подмагничиванием выражение для коэффициента мощности такое же, как и для утроителя без подмагничивания.

При учете потерь в стали и меди коэффициент мощности увеличивается.

Потери в стали магнитопровода при учете несинусоидальности потока выражены в работе приближенно через потери при синусоидальном, определяемые по известной формуле Штейнметца—Маренина, в виде

$$P_{\text{ст}} = k_p P_{10} \gamma_{\text{ст}} K_{\text{ст}} V_{\text{ст}} B_1^2 F_2^2, \quad (16)$$

где  $k_p$  — коэффициент размерности;  
 $P_{10}$  — удельные потери при синусоидальной индукции, равной 1 тл;  
 $\gamma_{\text{ст}}$ ,  $V_{\text{ст}}$  — удельный вес и объем стали;  
 $F_2$  — введенная нами функция, зависящая от кратности умножения, основной и высшей гармоники индукции, характера и величины нагрузки.

6. В умножителях частоты периоды для первичной и вторичной частоты различны: для первичной периодом является  $2\pi$  электрических градусов, для вторичной  $\frac{2\pi}{m}$ . Поэтому система является неуравновешенной, и отсутствует равенство мгновенных мощностей.

Для вторичной мощности цикл повторяется через период выходной частоты. Однако, равенство первичной и вторичной активной мощности имеет место, как показано в работе, не за период выходной частоты, а за полпериода входной, т. е. за период для первичной мощности. В частном случае, для удвоителя ( $m=2$ ), эти величины (период выходной частоты и полпериода входной) совпадают.

## Глава вторая. Неустойчивые и переходные режимы

Для повышения отдаваемой мощности во вторичную цепь включаются конденсаторы, параллельно или последовательно с нагрузкой. Иногда конденсаторы являются элементом нагрузки. Наличие в цепи емкости и нелинейной индуктивности (умножителя) может приводить к скачкообразным изменениям напряжений и токов (релейному эффекту) и возникновению неустойчивых режимов.

1. Для утроителя при выходной цепи, содержащей емкость  $C$  и активное сопротивление  $R$ , включенные параллельно, применение уравнений магнитного равновесия (5) приводит к выражению [10]:

$$\left\{ [K^2 - (3\omega)^2] N + \frac{3}{4} \gamma N^3 \right\}^2 + (2H \cdot 3\omega)^2 N^2 = a^2, \quad (17)$$

в котором введены обозначения:

$$K^2 = \frac{(K' + 1,5) b B_1^2}{3\omega_3^2 S \cdot C}; \quad \gamma = \frac{b l B_1^2}{3\omega_3^2 S C};$$

$$a = \frac{\gamma}{4}; \quad 2H = \frac{1}{RC}; \quad N = |X|_{\text{макс.}}$$

Другие обозначения уже встречались ранее.



Выражение (17) представляет собой уравнение третьей степени относительно  $N^2$ . Из него может быть найдено  $N$ , т. е. отношение амплитуды третьей гармоники индукции к первой.

Уравнение (17) представлено в форме, хорошо известной из теории нелинейных систем. Оно является результатом решения нелинейного дифференциального уравнения утроителя

$$X'' + 2HX' + K^2X + \gamma X^3 = a \cos 3\omega t \quad (18)$$

методом гармонического баланса, в предположении, что высшими гармониками в  $X$  можно пренебречь и искать решение в виде:

$$X = N \cos(3\omega t - \alpha). \quad (19)$$

Уравнение (18) в нескольких отличных обозначениях было получено ранее доцентом Н. А. Галочкиным<sup>1</sup> и решалось методом малого параметра. Решение методом гармонического баланса, помимо простоты, позволяет непосредственно использовать уже известные результаты исследования уравнения типа (18), представляющего собой уравнение Дуффинга при наличии затухания. В частности, применение метода, изложенного в работе проф. Н. А. Фельдбаума<sup>2</sup>, позволяет получить как частотные характеристики выходной цепи в форме  $N=f(K)$ , так и уравнение пограничной кривой, отделяющей область устойчивых решений от области неустойчивых. В уравнение (17) входит  $K'$  — величина, характеризующая степень крутизны кривой намагничивания. Зона релейного эффекта при крутых кривых намагничивания оказывается большей, чем при пологих.

В работе выведено дифференциальное уравнение для цепи с емкостью, включенной последовательно с комплексной нагрузкой, и уравнение — типа (17) — полученное в результате решения этого дифференциального уравнения по методу гармонического баланса. Если в решении пренебречь высшими гармониками, то можно воспользоваться всеми результатами, полученными для параллельного соединения, изменив только численные значения  $K$  и  $2H$ .

Из уравнения (17) следует, что релейный эффект возможен при  $K < 3\omega$  и исключается при  $K > 3\omega$ . Показано, что граничное условие  $K = 3\omega$  соответствует выбору такой величины компенсирующей емкости, при которой ее емкостное сопротивление  $X_c$  равно внутреннему сопротивлению утроителя

для третьей гармоники, определяемому по (9), но в режиме короткого замыкания вторичной стороны ( $X=0$ ), и обозначаемому  $X_{зк}$ .

При последовательном соединении емкости и активной нагрузки релейный эффект исключается при  $X_c < X_{зк}$ , при параллельном — при  $X_c > X_{зк}$ .

Этот вывод позволяет выбрать при проектировании умножителя величину компенсирующей емкости такой, чтоб избежать релейного эффекта при одновременно максимально возможном увеличении мощности выхода. Предлагаемый метод изложен в третьей главе.

2. Для удвоителя частоты, при параллельном включении емкости и активного сопротивления, применение уравнений (5) приводит к выражению, по форме аналогичному (17) [10].

$$\left\{ [(V\overline{F_7})^2 - (V\overline{A})^2] q_2 + \frac{3}{4} q_2^3 \right\}^2 + (V\overline{A} \cdot 2H)^2 q_2^2 = F_5^2, \quad (20)$$

где  $F_7 = \pm 1 + (1,5 q_1^2 + 3q_0^2)$ ;  $2H = \frac{V\overline{A}}{\text{tg } \varphi_{\text{экв}}}$ ;

$$A = \frac{8S\omega^2\omega_2^2 \cdot C}{\alpha\beta \cdot l}; \quad F_5 = 1,5 q_0 q_1^2.$$

Выражение (20) является результатом решения по методу гармонического баланса дифференциального уравнения для вторичной цепи удвоителя, полученного в работе в виде уравнения типа Матье (с добавлением нелинейного члена):

$$X'' + 2MX' + N(\pm 1 + 1,5 q_1^2 - 1,5 q_1^2 \cos 2\tau) X + Nq_1^2 X^3 = \frac{H_0 N}{q_1}, \quad (21)$$

где  $X = q_2$ ;  $M = \frac{1}{\text{tg } \varphi_{\text{экв}}}$ ;  $N = \frac{4}{A}$ ;  $\tau = \omega t$ .

Решение уравнения (21) предполагалось в форме

$$X = \frac{1}{q_1} [q_0 + q_2 \cos(2\tau - \alpha)]. \quad (22)$$

По (20) получена как частотная характеристика  $q_2 = f(V\overline{F_7})$ , так и уравнение кривой, отделяющей область устойчивых решений от неустойчивых. Показано, что в удвоителе частоты может иметь место релейный эффект, как и в утроителях. Он возможен при  $F_7 < A$  [8. 10].

<sup>1</sup> Известия вузов, «Энергетика», 1958, № 5.

<sup>2</sup> Введение в теорию нелинейных колебаний. Госэнергоиздат, 1948.



Граничное условие  $F_7 = A$  соответствует такому выбору величины компенсирующей емкости, при котором ее емкостное сопротивление равно внутреннему сопротивлению удвоителя для второй гармоники  $X_{2k}$ , определяемому в режиме короткого замыкания вторичной стороны.

В конце главы приведены результаты экспериментального исследования релейного эффекта в удвоителе и утроителе частоты при активно-емкостной нагрузке в сопоставлении с выводами теории.

3. Рассмотрен переходный процесс в удвоителях и утроителях частоты в одном, часто встречающемся случае — при включении вторичной стороны на нагрузку [10].

Изменение выходного напряжения в процессе включения и длительность процесса определяются решением уравнений (18) и (21). Для решения применен метод прямой линеаризации (иначе, метод минимизации квадратичного отклонения), предложенный проф. Я. Г. Пановко<sup>1</sup>, при котором нелинейная функция от  $X$  заменяется линейной с угловым коэффициентом, являющимся функцией амплитуды решения. Помимо такого метода решения, достаточно сложного даже при линеаризации, получено решение (18) и (21) на аналоговой вычислительной машине ЭМУ-8, и по результатам построены зависимости времени переходного процесса от величин  $K$ ,  $2H$  (для утроителя) и от  $N$ ,  $2M$  (для удвоителя). По этим зависимостям определяется длительность переходного процесса при заданных параметрах умножителя без решения исходных уравнений.

На рис. 3 приведена зависимость амплитуды третьей гармоники  $N$  от времени, полученная решением уравнения (18) на аналоговой вычислительной машине ЭМУ-8. Слева — переходные, справа — установившиеся процессы.

Кратко рассмотрены возникновение автомодуляции в умножителях (на базе исследований проф. Л. А. Бессонова<sup>2</sup>) и возникновение самовозбуждения на второй гармонике (при отсутствии подмагничивания постоянным током) в удвоителе частоты.

### Глава третья. Методика выбора оптимальных параметров

В третьей главе ставится задача определения по заданным выходным величинам необходимых параметров умножителя.

<sup>1</sup> Инженерный сборник, т. 13, 1953.

<sup>2</sup> Автомодация в электрических цепях со сталью. Госэнергоиздат, 1959.

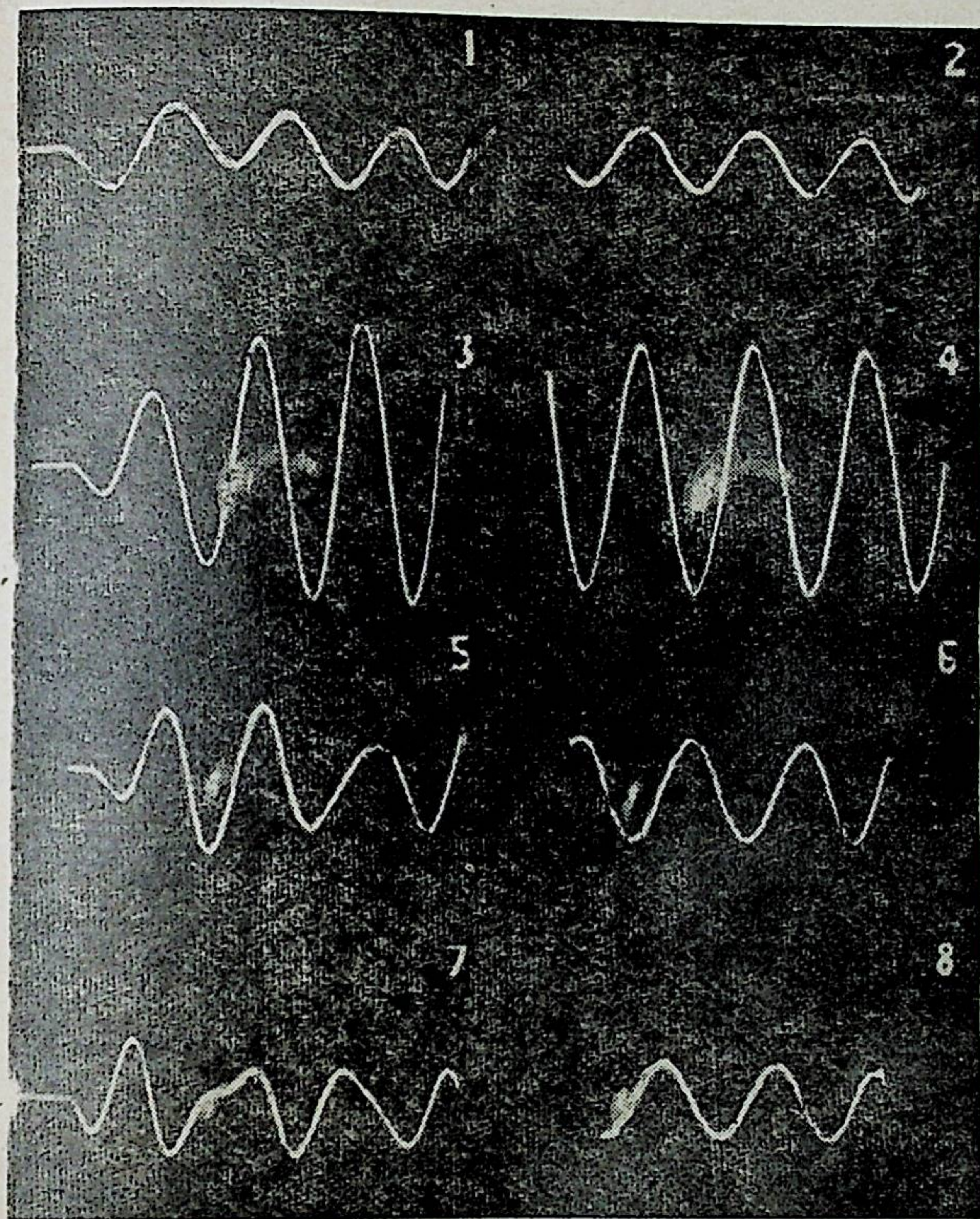


Рис. 3. Зависимость амплитуды третьей гармоники в утроителе от времени для различных значений коэффициента  $K$

1 — 2:  $2H = 0,5$ ;  $K = 4$ ; 3 — 4:  $2H = 0,5$ ;  $K = 3$ ;  
5 — 6:  $2H = 0,5$ ;  $K = 1$ ; 7 — 8:  $2H = 0,5$ ;  $K = 5$ .



Эти параметры должны быть оптимальными, однако критерии оптимальности могут быть различными. В большинстве случаев таким критерием является требование минимального веса умножителя; рассмотрены и другие критерии.

Так как умножитель частоты представляет собой группу насыщенных трансформаторов (с подмагничиванием, в общем случае, постоянным током), то при разработке методики выбора оптимальных параметров преследовалась цель максимального приближения к методике, принятой для обычных трансформаторов соответствующей частоты и мощности.

1. Установлены понятия и определены значения расчетных параметров умножителя (типовая мощность, электромагнитная мощность, «постоянная» трансформатора, расчетные мощности обмоток и т. п.) с учетом наличия гармоник в потоках (следовательно, и в индуктированных напряжениях) и токах.

Выражение для типовой мощности получает вид [12]:

$$P_{\text{тип}} = 2,22 f_1 K_M K_{\text{ст}} S_{\text{ок}} S_{\text{ст}} B_1 j F_1(q_1, h_0), \quad (23)$$

где  $K_M, K_{\text{ст}}$  — коэффициенты заполнения окна медью и сечения магнитопровода сталью.

$S_{\text{ок}}, S_{\text{ст}}$  — площадь окна и геометрическая площадь сечения магнитопровода.

$j$  — эквивалентная плотность тока.

$B_1$  — амплитуда основной гармоники индукции.

$F_1(q_1, h_0)$  — функция от относительной основной гармоники индукции  $q_1$  и относительной напряженности подмагничивания  $h_0$ . Численно величина  $F_1$  определяется, как

$$F_1 = \sqrt{1 + m^2 \left(\frac{q_m}{q_1}\right)^2 k_{mu}^2}, \quad (24)$$

где  $k_{mu}$  — коэффициент, учитывающий наличие высших гармоник в выходном напряжении (девятой в утроителе, четвертой в удвоителе и т. д.). Для утроителя можно принять  $k_{mu} = 1$ , для удвоителя  $k_{mu} > 1$ .

Выражение (23) отличается от такого же для обычного трансформатора только членом  $F_1(q_1, h_0)$ . Для обычного трансформатора  $q_m = 0$  и  $F_1(q_1, h_0) = 1$ .

Полезная мощность каждого из трансформаторов, входящих в схему умножителя, получается равной

$$P_H = 4,44 m f_1 K_M K_{\text{ст}} S_{\text{ок}} S_{\text{ст}} B_1 j \frac{1}{F_4(q_1, h_0)}, \quad (25)$$

где  $F_4 = \frac{q_1}{q_m h_m} (h_1 k_i + h_m k_{mi} + h_0) = \frac{q_1}{q_m h_m} \sum h_i$ .

Здесь  $h_1, h_m, h_0$  — относительные напряженности соответствующих гармоник.

$k_i, k_{mi}$  — коэффициенты, учитывающие высшие гармоники в первичном и вторичном токах соответственно.

Для силового трансформатора ( $q_1 = q_m; h_1 = h_m; h_0 = 0$ ) значение  $F_4$  равно двум. В остальном формулы идентичны<sup>1</sup>. Связь между типовой и полезной мощностью по (23) и (25) имеет вид

$$P_{\text{тип}} = \frac{1}{2m} P_H F_1 \cdot F_4. \quad (26)$$

Под электромагнитной мощностью  $P_{\text{эм}}$  для трансформатора умножителя можно понимать мощность выходной частоты, передаваемую электромагнитным путем из первичной обмотки во вторичную: в этом случае

$$P_{\text{эм}} = P_H. \quad (27)$$

Можно условиться понимать под электромагнитной мощностью произведение эффективных значений вторичных напряжений и тока и считать:

$$P_{\text{эм}} = P_H \cdot k_{mu} \cdot k_{mi}. \quad (28)$$

По-видимому, первое определение предпочтительней.

Для перехода к удельным мощностям надо выразить основную гармонику индукции  $B_1$  через потери в стали по (16), плотность тока через потери в меди — это выражение общеизвестно, — а сами потери через коэффициенты теплоотдачи и поверхности охлаждения, исходя из уравнений теплового равновесия. После преобразований получим, что удельные мощности для трансформатора в схеме умножения частоты (далее с индексом «у») отличаются по форме от таковых для обычного трансформатора (далее с индексом «тр») только введением функций  $F$ , а именно:

$$\frac{P_{\text{тип}}}{G}(y) = \frac{P_{\text{тип}}}{G}(\text{тр}) \cdot \frac{F_1}{F_2}, \quad (29)$$

$$\frac{P_H}{G}(y) = \frac{P_H}{G}(\text{тр}) \cdot \frac{2m}{F_2 \cdot F_4}. \quad (30)$$

<sup>1</sup> Следует иметь в виду, что при одинаковых обозначениях смысл понятия полезной мощности для умножителя и обычного трансформатора различен.



При выводе (29), (30) уравнения теплового равновесия приняты в виде:

$$P_{ст} = a_{ст} \cdot S_{охл. ст} \cdot \Delta\tau_{ст}; \quad P_m = a_m S_{охл. м} \cdot \Delta\tau_m, \quad (31)$$

где  $a_{ст}, a_m$  — коэффициенты теплоотдачи стали и меди;  
 $S_{охл. ст}, S_{охл. м}$  — поверхность охлаждения магнитопровода и обмоток;

$\Delta\tau_{ст}, \Delta\tau_m$  — температура перегрева магнитопровода и обмоток.

Однако, зависимости (29, 30) не изменятся и при другом, отличном от (31), виде уравнений теплового равновесия.

2. Рассмотрим вопрос о выборе величины основной гармоники индукции. Запишем выражения для напряжений и токов выходной стороны в виде [3, 6]:

$$U_m = 4,44 m f_m \cdot \omega_m S \frac{q_m}{\beta} = \frac{1}{\beta} e \omega_m S; \quad I_m = \frac{\alpha l}{\omega_m} h_m, \quad (32)$$

где  $e = 4,44 m f_m \cdot q_m$ .

Из (32) находим выражение для объема стали  $V_{ст}$  одного из трансформаторов умножителя

$$V_{ст} = l \cdot S = U_m I_m \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{1}{e h_m} = U_m I_m \frac{\beta}{\alpha} F_3(q_1, h_0), \quad (33)$$

где  $F_3(q_1, h_0) = \frac{1}{e h_m}$ .

Результат, полученный в (33), показывает, что при заданной частоте, кратности умножения и мощности выхода объем (и вес) стали определяются сортом стали ( $\alpha, \beta$ ) и выбранными значениями  $q_1$  и  $h_0$  (или только  $q_1$ , если нет подмагничивания) и не зависит от соотношений размеров трансформатора, которые в (33) отсутствуют. Этот вывод был впервые сделан в [2], а затем подтверждался и другими авторами.

Смысл (33) может быть выражен и иначе: выход полезной мощности на единицу объема магнитопровода определяется при данном сорте стали только принятыми значениями основной гармоники индукции ( $q_1$ ) и тока подмагничивания ( $h_0$ ). Это свойство трансформатора схемы умножения частоты, отличающее его от обычного трансформатора, существенно сказывается на выборе оптимальных значений  $q_1$  и  $h_0$  и приводит, как показывается ниже, к единственности выбора.

Напишем выражение для «постоянной» трансформатора  $D$ , которую примем, как и в обычном трансформаторе, равной

произведению площади окна на геометрическую площадь сечения магнитопровода. С учетом (32) и (33) получим:

$$D = U_m I_m \frac{\beta}{K_m K_{стj}} \cdot F_3 \cdot \Sigma h_i. \quad (34)$$

Объемы стали и меди, площади окна и сечения магнитопровода и поверхности охлаждения могут быть выражены, как известно, через линейный размер — ширину активного (несущего обмотку) стержня трансформатора, которую обозначим через  $a$  — и коэффициенты  $k_n$ , зависящие от соотношения размеров магнитопровода. Через  $a$  и  $k_n$  можно выразить и «постоянную» трансформатора умножителя  $D$ .

Таким образом, при выбранном соотношении размеров может быть получена одна связь между объемом стали  $V_{ст}$  и «постоянной»  $D$ , так же, как в обычном трансформаторе.

С другой стороны, между  $V_{ст}$  и  $D$  появляется вторая связь, определяемая соотношениями (33) и (34), — этого в обычных трансформаторах нет. Эти две связи однозначно определяют  $q_1$  (если подмагничивание отсутствует) или возможные сочетания  $q_1$  и  $h_0$  (при наличии подмагничивания). Во втором случае необходимо выбрать соотношение между  $q_1$  и  $h_0$  — исходя из принятого критерия оптимальности, — после чего определяется уже однозначно  $q_1$ .

Сопоставляя (33) и (34), используя (31) и вводя соотношения размеров, придем к уравнению:

$$F_2 q_1 \cdot \Sigma h_i = N \cdot f(k_n) \cdot \frac{\beta}{\alpha}, \quad (35)$$

$$\text{где } N = \sqrt{\frac{a_{ст} \cdot a_m K_{ст} \cdot K_m \cdot \Delta\tau_{ст} \cdot \Delta\tau_m}{\rho_m \cdot \gamma_{ст} P_{10} k_p}};$$

$\rho_m$  — удельное сопротивление обмоточного провода;  
 $f(k_n)$  — величина, зависящая только от соотношения размеров магнитопровода.

Левая часть уравнения (35) зависит от  $q_1$  и  $h_0$  или только от  $q_1$ , если соотношение между  $q_1$  и  $h_0$  выбрано. Правая часть зависит от сорта стали ( $\alpha, \beta$ ), соотношения размеров ( $k_n$ ), условий теплоотдачи и допустимого перегрева ( $a_{ст}, a_m, \Delta\tau$ ), удельных потерь ( $P_{10}$ ), материала для обмоточного провода ( $\rho_m$ ). Если все величины, входящие в правую часть (35), заданы, то по (35) определяется единственно возможное значение  $q_1$ . Этому значению соответствуют определенные значения линейного размера  $a$  и выходной мощности  $U_m I_m$ .



получаемые из сопоставления (33) и (34) с учетом (31) в виде

$$a^2 = \beta \frac{n_2}{F_2} f_1(k_n); \frac{F_3}{(\Sigma h_i)^6} \cdot U_m I_m = \frac{\alpha^7}{\beta n_1^6} f_2(k_n), \quad (36)$$

где  $n_1 = K_M K_{ст} \sqrt{\frac{\alpha_M \Delta \tau_M}{\rho_M K_M}}$ ;  $n_2 = \sqrt{\frac{\alpha_{ст} \Delta \tau_{ст}}{P_{10} \gamma_{ст} K_{ст}}}$ .

Чем больше получается  $q_1$ , тем меньше  $\frac{F_3}{(\Sigma h_i)^6}$  и тем выше отдаваемая мощность  $U_m I_m$ .

Значительное увеличение выхода мощности выделяемой гармоникой может быть достигнуто применением емкостной компенсации, что приводит к уменьшению величины  $\frac{F_3}{(\Sigma h_i)^6}$  при том же значении  $q_1$ .

Таким образом, в отличие от обычных трансформаторов, в трансформаторах умножителей частоты из-за наличия дополнительной связи между мощностью, линейным размером и индукцией, выраженной уравнением (33), существует (при постоянной правой части уравнения (35) единственное, и, вместе с тем, предельное значение индукции основной гармоники и отдаваемой мощности. Увеличение отдаваемой мощности возможно только путем изменения величин, стоящих в правой части уравнения (35) — улучшения условий теплоотдачи, снижения потерь в стали, увеличения допустимого перегрева — все это ведет к увеличению величины  $N$ .

В работе приведены значения величин, входящих в левую часть уравнения (35), в функции  $q_1$  для утроителя частоты. Исследован также вопрос о соотношениях между  $q_1$  и  $h_0$  для удвоителя частоты и приведены величины, входящие в левую часть уравнения (35), для удвоителя, с учетом оптимальных соотношений между  $q_1$  и  $h_0$ .

На рис. 4 даны для утроителя значения функций  $F_3$ ,  $F_5$ ,  $\Sigma h_i$ , входящих в уравнения (34—36), при активной нагрузке ( $F_2 \cong 1$ ) без емкостной компенсации. Через  $F_5$  обозначено произведение  $q_1 \cdot \Sigma h_i$ .

На рис. 5 приведены те же функции для удвоителя при различных коэффициентах мощности нагрузки ( $\cos \varphi_n$ ) и соответствующих им оптимальных резонансных коэффициентах.

В правую часть (35) помимо величины  $N$ , влияние которой уже рассмотрено, входят  $f(k_n)$  и отношение  $\frac{\beta}{\alpha}$ . Величину

$f(k_n)$ , зависящую от соотношений размеров магнитопровода, обычно называют коэффициентом геометрии. Соотношения размеров следует выбирать такими, чтоб коэффициент геометрии был максимальным.

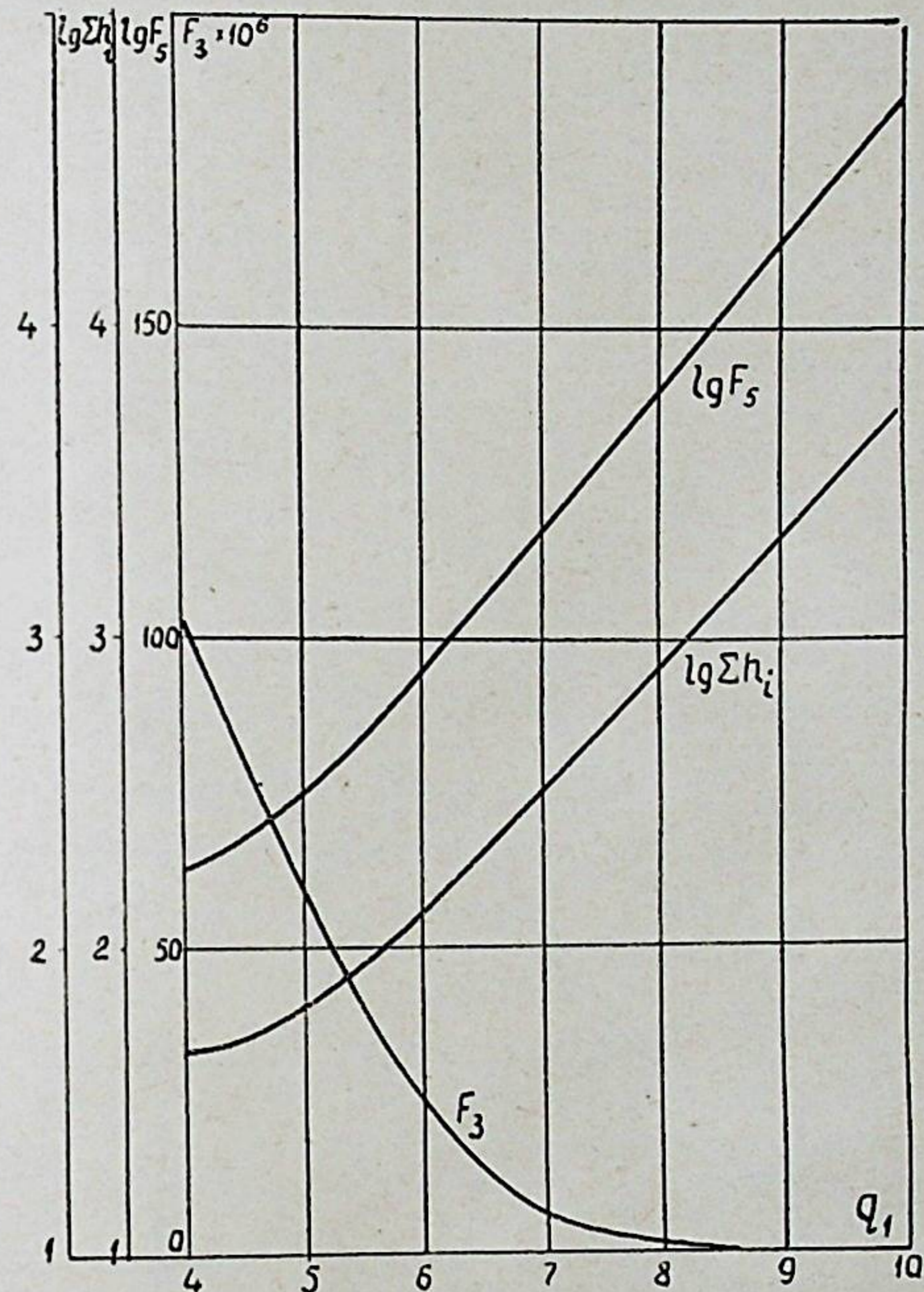


Рис. 4. Значения функций  $F_3$ ,  $F_5$  и  $\Sigma h_i$  для утроителя при активной нагрузке в зависимости от  $q_1$

Конкретное выражение для коэффициента геометрии получается различным для трансформаторов различного типа и мощности и зависит от принятых условий теплового равновесия. Поэтому различными оказываются и оптимальные соотношения размеров. Из уравнений (29) и (30) следует, что поскольку функции  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_4$  не зависят от соотношений размеров, (что справедливо при практически используемых значениях  $q_1$ ), то эти соотношения для трансформаторов, входя-



щих в схему умножителя (при отсутствии обмоток, общих для нескольких магнитопроводов), могут выбираться на тех же основаниях, что и для обычных трансформаторов соответствующего типа, мощности и частоты.

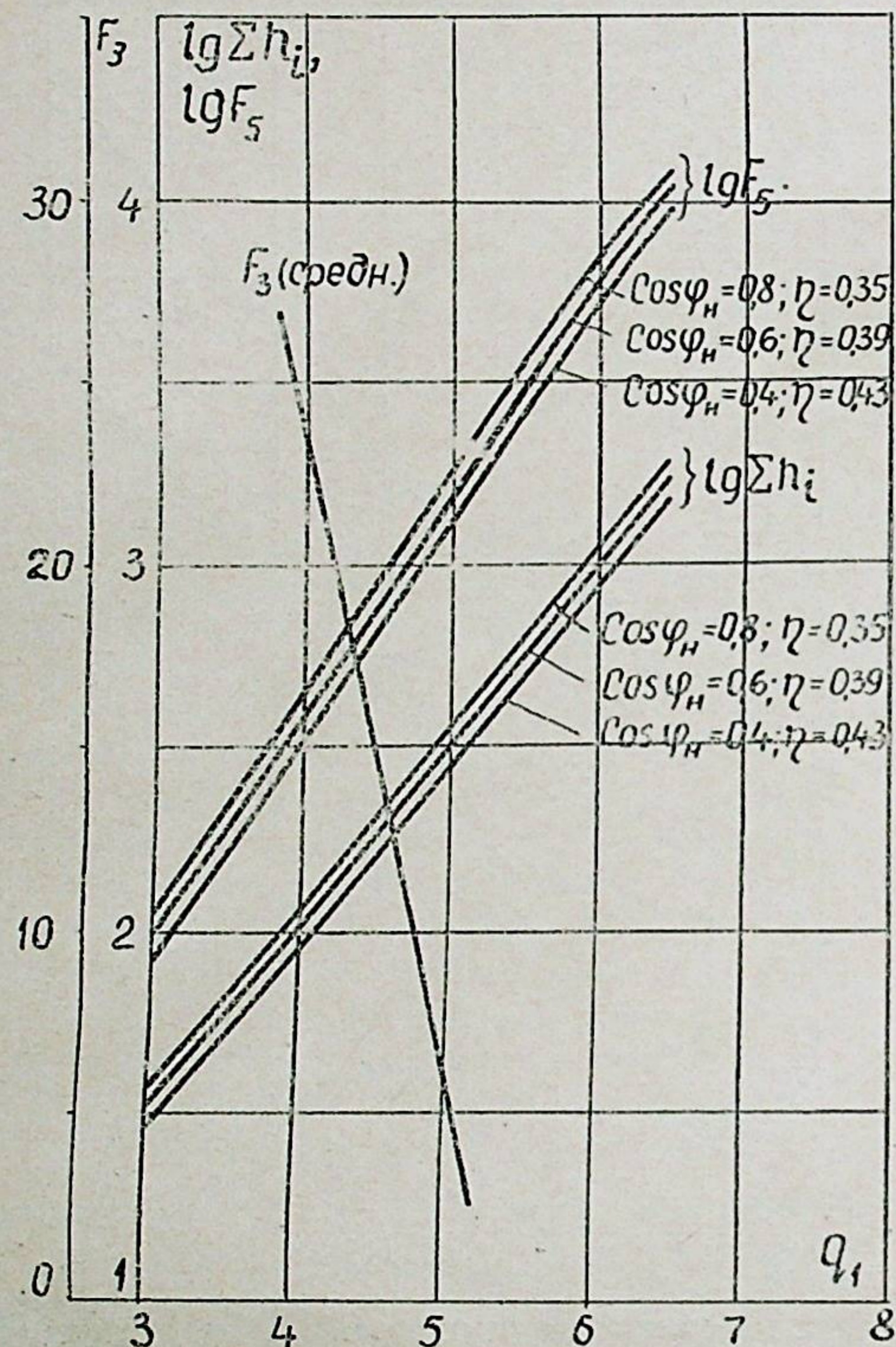


Рис. 5. Значения функций  $F_3$ ,  $F_5$  и  $\Sigma h_i$  для удвоителя при комплексной нагрузке в зависимости от  $q_1$

Что касается отношения  $\frac{\beta}{\alpha}$ , то было бы неправильным всегда добиваться его максимального значения (что сводится к применению материалов с близкой к прямоугольной петле

гистерезиса), так как  $\alpha$  и  $\beta$  входят в скрытом виде и в левую часть уравнения (в  $q$  и  $h$ ). В работе рассмотрен вопрос о желательной с точки зрения выделения требуемой гармоники форме кривой намагничивания, и получены необходимые для этого соотношения между коэффициентами  $\alpha$  и  $\beta$  аппроксимирующего уравнения. Определены оптимальные для данной кратности умножения соотношения между  $\alpha$  и  $\beta$ . При увеличении кратности умножения частоты  $m$  отношение  $\frac{\beta}{\alpha}$  должно возрастать. Чем выше  $m$ , тем ближе гистерезисная петля магнитного материала должна приближаться к прямоугольной.

Полученные выше выражения для удельной мощности используются для сравнения между собой различных схем умножителей. В частности, сопоставлены по удельной полезной мощности три наиболее распространенные схемы утроителей: без подмагничивания (схема Спинелли) и с подмагничиванием постоянным током (схемы Мак-Меррея и Бирингера). Для последней определены и приняты при сравнении оптимальные соотношения между  $q_1$  и  $h_0$  [9].

В тех случаях, когда уравнения теплового равновесия отличны от (31), изменятся выражения для  $N$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  и для  $f(k_n)$  в уравнениях (35) и (36) и числовые результаты в примерных расчетах, приведенных в работе для уяснения методики. Сама же методика выбора оптимальных параметров и сопоставления схем не изменится.

3. При определении напряжения и токов умножителя рассеяние первичной и вторичной обмотки не принималось во внимание.

Поэтому и выбор параметров умножителя производится без учета рассеяния. Однако, представляется желательным уже после такого выбора уточнить его путем хотя бы приближенного учета рассеяния первичной обмотки. Это оказывается возможным потому, что после определения электромагнитных нагрузок и выбора всех размеров трансформатора однозначно определяются первичные ампервитки  $I_a \omega_a$ , но не ток  $I_a$  и первичные витки  $\omega_a$  в отдельности. Следовательно, можно выбрать первичные ток и число витков таким образом, чтобы при заданном напряжении сети  $U_c$  обеспечивалось ранее выбранное значение основной гармоники индукции [6].

С достаточным приближением падение напряжения в реактансе рассеяния первичной обмотки  $U_p$  для трансформа-



тора с двумя обмотками может быть найдено из выражения <sup>1</sup>:

$$U_p = \frac{7,9 f I_1 \omega_1^2 \beta a_p k_p}{U_1}, \quad (37)$$

где  $\beta$ ,  $a_p$ ,  $k_p$  определяются конструктивными размерами трансформатора и могут быть взяты такими, чтоб учитывалось только рассеяние первичной обмотки.

Это выражение можно записать в форме:

$$U_p U_1 = I_1 \omega_1^2 N_1. \quad (38)$$

С другой стороны, из (32) можно выразить  $U_1$ , как

$$U_1 = \omega_1 N_2, \quad (39)$$

а из выражений для первичного тока, приведенных в первой главе, можно получить значение первичных ампервитков в форме:

$$I_1 \omega_1 = N_3. \quad (40)$$

Величины  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  определяются после выбора электромагнитных нагрузок и размеров трансформатора.

Выражения (38—40) представляют собой систему трех уравнений относительно неизвестных  $U_p$ ,  $I_1$ ,  $\omega_1$ , решение которой однозначно определяет эти неизвестные. Такое определение является несколько приближенным, так как при нем первичный ток заменяется эквивалентной синусоидой, но оно может в значительной мере уточнить необходимое число витков первичной обмотки.

Рассеяние вторичной обмотки представляет меньший интерес, так как оно может быть скомпенсировано включением конденсатора последовательно с нагрузкой или уточнением емкости конденсатора продольной компенсации, если таковой расчетом предусмотрен.

4. В заключение третьей главы рассмотрено влияние колебаний частоты и напряжения источника питания на выходные параметры умножителя и охарактеризованы способы регулирования выходных параметров.

#### Глава четвертая. Моделирование умножителей частоты

Моделирование, как метод исследования, нашло широкое применение в различных областях науки и техники. Оно особенно эффективно в тех случаях, когда аналитическое реше-

<sup>1</sup> Цыкин Г. С. Трансформаторы низкой частоты. Связьиздат, 1955.

ние задачи требует упрощающих предположений. К таким задачам относится и исследование ферромагнитных умножителей частоты, которое в силу нелинейности основной связи — между напряженностью поля и индукцией — приводит к сложным аналитическим зависимостям.

1. Математическое моделирование, как уже указывалось, было применено для решения дифференциальных уравнений (21) и (18) удвоителя и утроителя частоты. Моделирующим устройством являлась аналоговая электронная машина ЭМУ-8. На ней исследовалось решение при наличии и при отсутствии нелинейного члена и устанавливалась область изменения коэффициентов уравнения, в которой исключение нелинейного члена практически не сказывается на точности решения.

2. Для исследования стационарных режимов весьма эффективным является физическое моделирование, т. е. непосредственное испытание умножителя, выполненного в виде небольшого опытного образца (модели), с использованием полученных зависимостей для анализа или проектирования более мощных устройств. Такое использование должно быть, конечно, строго обосновано путем установления критериев моделирования.

В диссертации на базе работ В. А. Веникова <sup>1</sup>, Э. А. Якубайтиса и В. П. Глухова <sup>2</sup>, А. С. Розенкранца <sup>3</sup> предложен метод физического моделирования умножителей частоты с четной и нечетной кратностью умножения и определены критерии моделирования [7].

Для удвоителя частоты с комплексной нагрузкой ( $r_2$ ,  $L_2$ ) при обычных предположениях (пренебрежение рассеянием и потерями в стали) уравнения электрического равновесия имеют вид:

$$\begin{aligned} U_1 \sin 2\pi ft &= \omega_1 S \frac{d}{dt} (B_1 + B_{11}); \\ U_n &= i_n r_n + L_n \frac{di_n}{dt} + \omega_n S \frac{d}{dt} (B_1 - B_{11}); \\ u_2 &= \omega_2 S \frac{d}{dt} (B_1 - B_{11}) = i_2 r_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}, \end{aligned} \quad (41)$$

<sup>1</sup> Применение теории подобия и физического моделирования в электротехнике. Госэнергоиздат, 1949.

<sup>2</sup> Моделирование дроссельных магнитных усилителей. «Автоматика и телемеханика», 1959, № 7.

<sup>3</sup> О моделировании электромагнитного аппарата переменного тока электрической цепью. «Электричество», 1953, № 5.



а для напряженности поля в каждом магнитопроводе можно написать:

$$\begin{aligned} H_I &= \frac{\omega_1 i_1 + \omega_n i_n + \omega_2 i_2}{l}; \\ H_{II} &= \frac{\omega_1 i_1 - \omega_n i_n - \omega_2 i_2}{l}, \end{aligned} \quad (42)$$

где  $B_I, H_I$  — индукция и напряженность в магнитопроводе первого трансформатора;  
 $B_{II}, H_{II}$  — то же в магнитопроводе второго трансформатора;  
 $r_n, L_n$  — активное сопротивление и индуктивность цепи подмагничивания.

Связь между индукцией и напряженностью выражается соотношением:

$$B = \frac{1}{k_b} \varphi(k_h H), \quad (43)$$

где  $k_b, k_h$  — постоянные, зависящие от материала магнитопровода. При надлежащем выборе значений  $k_b, k_h$  для оригинала (для модели  $k_b = k_h = 1$ ) кривые намагничивания модели и оригинала совпадают с достаточной точностью.

Если, например, кривые намагничивания модели и оригинала могут быть аппроксимированы уравнением гиперболического синуса

$$\frac{H}{\alpha} = \text{sh } \beta B, \quad (44)$$

то для оригинала

$$k_b = \beta_0; \quad k_h = \frac{1}{\alpha_0},$$

где индекс «о» относится к оригиналу.

Заменив в (43)  $H$  его значением по (42) и подставив полученные значения  $B$  в (41), приходим к системе уравнений, аналогичных (41), в которые вместо  $B_I, B_{II}$  войдут функции  $\varphi(k_b, k_h, l, \omega, i)$ .

Эти уравнения должны удовлетворяться при любом характере изменения токов во времени, что приводит после преобразования в более удобный вид к следующим критериям моделирования, общим для модели и оригинала:

$$\begin{aligned} k_1 &= ft; \quad k_2 = f \frac{\omega_1 S}{k_b U_1}; \quad k_3 = \frac{k_h}{l} \omega_1 i_1; \\ k_4 &= \frac{k_h}{l} \omega_n i_n; \quad k_5 = \frac{k_h}{l} \omega_2 i_2; \quad k_6 = \frac{i_n r_n}{U_n}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_7 &= f \frac{L_n}{r_n} = f \tau_n; \quad k_8 = f \frac{\omega_n^2 S}{l r_n} \cdot \frac{k_h}{k_b}; \quad k_9 = \frac{i_2 r_2}{U_2}; \\ k_{10} &= f \frac{L_2}{r_2} = f \tau_2; \quad k_{11} = f \frac{\omega_2 S}{k_b U_2}. \end{aligned} \quad (45)$$

Как видно из (45), критериями являются: произведение частоты на время (названный В. А. Вениковым критерием гомохронности), произведение частоты на постоянные времени ( $\tau$ ) цепей подмагничивания и нарузки, относительные удельные ампервитки всех цепей, конструктивные соотношения (критерий  $k_8$ ). Критерии действительны для мгновенных значений токов и напряжений, а следовательно, и для эффективных.

Из рассмотрения установившегося режима видно, что четыре критерия по числу уравнений в (41), а именно:  $k_2, k_5, k_9, k_{11}$  — являются не определяющими, так как при равенстве производных нулю они удовлетворяются автоматически. Остальные семь критериев содержат 15 параметров, из которых 8 можно выбрать произвольно, семь определить из критериев.

Удобно выбрать произвольно  $f, S, l, k_h, k_b, \omega_1, \omega_n, \omega_2$  и из критериев (в порядке их номеров)  $t, i_1, i_n, i_2, \tau_n, r_n, \tau_2$ .

3. В работе аналогичным путем определены критерии моделирования для удвоителя с общей обмоткой нарузки и подмагничивания, утроителя частоты без подмагничивания и с подмагничиванием, умножителя с предвключенной линейной индуктивностью.

4. На примере утроителя частоты без подмагничивания и удвоителя показано использование модели для выбора оптимальных параметров проектируемого умножителя. При этом значения функций  $F_2—F_5$  (см. главу третью) выражаются через критерии моделирования; затем они определяются для модели и относятся к оригиналу через критерии моделирования.

### З а к л ю ч е н и е. Основные результаты проведенного исследования

1. На основе обобщенных трансформаторных уравнений (уравнений магнитного равновесия) и дифференциальных уравнений для первичной и вторичной цепей разработан аналитический метод определения входных и выходных напряжений и токов умножителей с аппроксимацией основной кривой намагничивания гиперболическим синусом или полиномом третьей степени. При аппроксимации гиперболическим синусом получено решение в гиперболических функциях без использования разложения в ряд по функциям Бесселя.



При анализе утроителей с подмагничиванием постоянным током учтены высшие гармоники в первичном токе, а при анализе удвоителей — высшие гармоники в первичных и вторичных токах и напряжениях.

Получены внешние характеристики в относительных единицах при различном характере нагрузки для утроителей без подмагничивания и удвоителей и количественные соотношения в режимах холостого хода и короткого замыкания вторичной цепи для утроителей с подмагничиванием и учетверителей частоты. По построенным внешним характеристикам могут быть определены с погрешностью  $\pm 10\%$  напряжения и токи выходной частоты при любой нагрузке без решения соответствующей системы уравнений.

Выведены расчетные формулы для утроителя при аппроксимации полиномом более высоких степеней.

Выведена в общем виде формула для напряженности магнитного поля при аппроксимации кривой намагничивания полиномом  $n$ -й степени и несинусоидальном потоке.

Рассмотрен упрощенный метод расчета внешних характеристик и определена погрешность расчета при различном характере нагрузки. Кратко рассмотрены и сопоставлены другие методы расчета.

2. Установлены максимально возможные значения коэффициента мощности и рассмотрены пути его улучшения. Рекомендованы приближенные формулы для потерь в стали при несинусоидальном потоке. Рассмотрен процесс передачи энергии из первичной обмотки во вторичную и отмечено, что единицей времени, за которую активные мощности с первичной и вторичной сторон умножителя равны, является в общем случае не период выходной частоты, а полупериод основной частоты.

3. Расширены ранее проведенные исследования по релейному эффекту в утроителях частоты и установлено наличие релейного эффекта в удвоителях. Сопоставлены режимы продольной и поперечной емкостной компенсации с точки зрения исключения релейного эффекта.

Показано, что для исключения релейного эффекта сопротивление компенсирующей емкости должно быть не больше (при продольной компенсации) и не меньше (при поперечной), чем внутреннее сопротивление умножителя для выходной частоты, определенное в режиме короткого замыкания выходной обмотки. Дано решение дифференциального уравнения утроителя частоты (при аппроксимации полиномом)

методом гармонического баланса. Выведено и решено тем же методом дифференциальное уравнение удвоителя частоты.

4. Рассмотрено решение дифференциальных уравнений утроителя и удвоителя для переходного режима при включении вторичной цепи. Предложено приближенное решение при линеаризации нелинейности. Проведено решение уравнений на электронно-вычислительной машине, и по данным осциллограмм определена длительность переходного процесса при различном затухании.

5. Установлены понятия о типовой и полезной мощности для умножителей, выведены выражения для расчетных мощностей обмоток. Установлены условия оптимальной емкостной компенсации, т. е. выбора компенсирующей емкости, исходя из требований максимальной выходной мощности при исключении релейного эффекта.

Предложен метод определения оптимальных значений основной гармоники индукции и подмагничивающего тока по условиям нагрева. Установлено, что для умножителей существует предельная мощность, достигаемая при данных материалах, характере нагрузки и условиях охлаждения, и показано ее определение. Предложен приближенный учет реактанса рассеяния первичной обмотки, позволяющей уточнить расчетное число витков обмотки.

Произведено сравнение трех часто используемых схем утроения частоты с учетом потерь в стали и меди, и установлена область применения каждой из них.

6. Рассмотрены кратко возможности математического моделирования умножителей (использованного во второй главе). Разработан метод физического моделирования и выведены критерии моделирования для удвоителей и утроителей частоты, что позволяет использовать результаты экспериментального исследования образца для анализа умножителя с другим магнитным материалом магнитопровода, другими геометрическими соотношениями размеров и параметрами. Показано использование физической модели для выбора оптимальных параметров умножителей.

#### Работы, опубликованные автором по теме диссертации

1. О расчете умножителей частоты, «Вестник электропромышленности», 1949, № 4.

2. Техничко-экономический расчет многофазных умножителей частоты, «Вестник электропромышленности», 1950, № 6.



3. К теории многофазных умножителей частоты, «Электричество», 1951, № 5 (опубликован в 1953 г., перевод на немецкий язык).

4. Утроитель частоты с подмагничиванием постоянным током, Труды Харьковского политехнического института, 1959.

5. О рациональном типе магнитопровода для умножителя частоты, «Известия вузов», раздел «Электромеханика», 1959, № 1.

6. Статические электромагнитные преобразователи частоты, Госэнергоиздат, 1959 (монография издана в 1963 г. на английском и китайском языках).

7. Моделирование статических умножителей частоты, «Известия вузов», раздел «Электромеханика», 1960, № 8 (опубликована в 1963 г., перевод на английский язык).

8. Теоретические основы расчета статических электромагнитных умножителей частоты, Тезисы докладов на 1-ой научно-технической конференции по преобразованию частот и фаз в технике сильных токов, Иваново, 1962.

9. Некоторые исследования ферромагнитных утроителей частоты, Сборник докладов Совещания по магнитным элементам автоматики, телемеханики, измерительной и вычислительной техники, Львов, 1962.

Соавторы: В. Л. Бенин, В. А. Раюшкин, И. Н. Сенкевич.

10. Расчет режимов ферромагнитных умножителей частоты, Сборник докладов № 3 Второй всесоюзной межвузовской конференции по теории и методам расчета нелинейных электрических цепей, Ташкент, 1963.

11. Расчет внешних характеристик статического электромагнитного удвоителя частоты при работе его на комплексную нагрузку с учетом высших гармонических, «Известия вузов», раздел «Электромеханика», 1964, № 1.

Соавторы: В. Л. Бенин, В. А. Раюшкин.

12. Энергетические соотношения в умножителях частоты, Тезисы доклада на Второй межвузовской конференции по преобразованию частот и фаз в технике сильных токов, Иваново, 1964.

---

Ответственный за выпуск — В. Л. Бенин.

Сдано в набор 2/X-65 г. Подписано к печати 28/X-65 г.  
БЦ 50845. Объем 2 ф. л. и 2 усл. п. л. Формат 60×90<sup>1/16</sup>.  
Заказ 790. Тираж 200.

---

Типография № 14 Харьковского областного управления по печати,  
ул. Фрунзе, 21.