

6
А-24

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А. Ш. ЧАДУНЕЛИ

ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ
ЦИФРОВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
МАШИНЫ
НА ОСНОВЕ ОДНОЙ ГРУППОВОЙ
ОПЕРАЦИИ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации, представленной на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель — член-корр. АН УССР,
доктор технических наук, профессор Г. Е. ПУХОВ

КИЕВ — 1964

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А. Ш. ЧАДУЧЕЛИ

ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ
ЦИФРОВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
МАШИНЫ

НА ОСНОВЕ ОДНОЙ ГРУППОВОЙ
ОБРАЗЦИИ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации, представленной на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель — член-корр. АН УССР,
доктор технических наук, профессор Г. Е. ПУХОВ

КИЕВ — 1964

Высокие темпы развития современной науки и техники выдвигают задачи, решение которых невозможно без применения средств вычислительной техники. Большое разнообразие математических задач, различающихся по сложности их решения на машине, по объему вычислений и т. п., обуславливает необходимость создания всевозможных машин различных классов. Так, например, наряду с самыми действующими цифровыми вычислительными машинами решения уникальных математических задач, возникает необходимость создания вычислительных машин средних и малых размеров, предназначенных для решения научно-технических задач средней трудности. Применение разных методов увеличения быстродействия вычислительных машин: таких как введение большого количества индекс-регистров, применение переменной длины слова вместо фиксированной, использование блочного принципа в организации оперативной памяти, осуществление различных модификаций. Принципа параллелизма и т. п. сильно усложняют конструкцию и логику машин и делают их применение для решения задач средней трудности нерациональным. В связи с этим, одной из основных задач инженеров-конструкторов математических (вычислительных) машин является задача создания простых, дешевых и удобных в эксплуатации машин. К таким работам относятся исследование конструирования комбинированных аналогоцифровых машин, создание математических машин с микропрограммным управлением, построение специализированных машин для решения относительно узкого класса задач и др.

В настоящей диссертации проводится исследование вопросов создания цифровой математической машины на основе одной групповой операции, использование которой приводит к простоте конструкции при сохранении гибкости логики универсальных вычислений. Простота конструкции машины достигается однотипностью выполнения групповой операции в процессе решения любой задачи, а универсальность вычислений тем, что различные модификации исследуемой групповой операции составляют алгоритмически полную систему.

Обратим внимание на то, что проблема простоты общения человека с цифровой математической машиной при такой

групповой операции теряет свою остроту. Общение человека с подобной цифровой машиной по существу не будет отличаться от общения с аналоговыми машинами.

Подобная цифровая машина легко может быть применена для управления объектами при наличии соответствующих входных и выходных устройств, обеспечивающих необходимую связь машины с управляемым объектом и при сочетании скорости работы машины со скоростью протекания процессов в исследуемом объекте.

В настоящей работе рассматривается вопрос построения цифровой математической машины. В работе детально исследуются вопросы реализации элементарных арифметических и логических операций с помощью групповой операции, вопросы программирования на примерах разных типовых задач, а также вопросы конструирования цифровых математических машин данного класса. Даются оценки различных вариантов работы узлов машины по критерию эффективности, который характеризуется отношением быстродействия машины к количеству оборудования, необходимого для достижения такого быстродействия.

Основные идеи, изложенные в работе, экспериментально были исследованы и проверены во время модернизации специализированной электронной счетной машины СЭСМ в Институте кибернетики АН УССР. На машине СЭСМ была осуществлена рассматриваемая групповая операция, в результате чего получилось расширение математических возможностей машины при сохранении преимуществ специализированного режима счета (после модернизации машины появилась возможность работать на ней в двух режимах: в специализированном и универсальном). С целью контрольных испытаний машины был решен ряд типовых задач в универсальном режиме.

Во время исследований автором был разработан критерий модернизации специализированных машин, проводимой с целью расширения их математических возможностей. С помощью этого критерия, в частности, была доказана целесообразность модернизации машины СЭСМ.

Работа содержит 148 страниц машинописного текста, подразделенного на три главы, приложение с примерами решенных задач, 27 рисунков, список сокращенных обозначений и список литературы.

Ниже кратко изложено содержание глав.

Глава I ОСНОВЫ ТЕОРИИ

В этой главе излагаются основы теории рассматриваемой математической машины, вопрос алгоритмической универ-

сальности групповой операции и вопросы программирования при помощи принятой групповой операции.

В качестве групповой операции рассматривается предложенная членом-корреспондентом АН УССР Г. Е. Пуховым [1, 2] операция вычисления любой компоненты одного из двух участвующих в ее реализации многомерных векторов $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$ из условия их ортогональности, т. е. $X \cdot A = 0$.

Исследуемую групповую операцию будем представлять следующим образом:

$$\begin{array}{c|c} x_1 & a_1 \\ \hline \vdots & \vdots \\ x_n & a_n \end{array} \times = \varepsilon,$$

или в более раскрытом виде:

$$x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_n a_n = \varepsilon, \quad (1)$$

где стрелкой указывается компонента, которая подбирается из условия равенства нулю уклонения ε .

В дальнейшем условимся операцию (1) называть основной групповой операцией, а процесс решения задач (программирование) при помощи основной групповой операции — методом ортогонализации многомерных векторов или просто методом ортогонализации.

Как показано в работе, с помощью основной групповой операции легко осуществляются все элементарные арифметические и некоторые логические операции. С целью краткости изложения ниже приводится перечень арифметических и логических операций, которые реализуются с помощью основной групповой операции:

1. Сложение, вычитание, умножение и деление чисел.
2. Нахождение линейной комбинации чисел.
3. Умножение и деление многочленов.
4. Определение первого и более высоких порядков производных функций.
5. Нахождение определенных интегралов и первообразных функций.
6. Очистка ячейки памяти.
7. Передача числа с изменением или без изменения знака.
- Сдвиг числа.

Арифметическая универсальность основной групповой операции дает возможность реализовать различные элементарные операции (а также довольно сложные выражения) без указания кода выполняемой операции. Реализация элементарных операций в данном случае осуществляется различными сочетаниями компонент векторов, участвующих в выполнении операции. Как известно, структура математических машин в значительной степени зависит от состава элементарных операций. Поэтому отсутствие кода операции (обычно необходимого для коммутации цепей машины при выполнении отдельных элементарных операций) и однотипность выполнения основной групповой операции на каждом этапе вычислений дают возможность, как показано в работе, построить математическую машину простой конструкции и логики.

Как известно, цифровые математические машины, руководствуясь алгоритмом, данным в виде программы, совершают процесс переработки некоторой информации. Преобразователь информации (арифметическое устройство) способен воспринимать в каждый данный момент лишь ограниченное количество информации. Так как в цифровых математических машинах общий объем перерабатываемой информации всегда превосходит объем этой активной зоны, информация вовлекается в преобразование постепенно, шаг за шагом. Активная зона перерабатываемой информации определяется количеством ячеек памяти, непосредственно связанными с арифметическим устройством машины во время выполнения конкретной операции. Последнее задается адресами одной команды. Так как во время реализации различных алгоритмов часто обнаруживается необходимость оперировать активной зоной, диапазон которой меняется в широких пределах, пользование многоадресной системой команд с переменным числом адресов является весьма желательным.

В случае основной групповой операции, информация задается системой неразложенных векторов, под которым понимается такая последовательность компонент, члены которой имеют адреса, следующие друг за другом. Размерность или число компонент вектора определяет область активной зоны перерабатываемой информации во время выполнения основной групповой операции. При реализации элементарных операций с помощью основной групповой операции приходится оперировать многоадресными векторами различных размерностей. Как показано в работе, техническая реализация многомерных векторов переменных размерностей не представляется сложной. Этим определяется длина активной зоны во время выполнения основной групповой операции.

Если требуется построить автоматическую математическую машину,ирующую по методу ортогонализации, необходимо, чтобы на ней, кроме реализации основной группово-

вой операции, осуществлялись некоторые операции управления.

Из теории алгоритмов [4] известно, что алгоритмическая универсальность любого программно-управляемого цифрового автомата обеспечена, если выполняются следующие четыре операции: пересылка содержимого любой ячейки памяти в любую другую ячейку памяти; переадресация на плюс или минус единицу; условный (безусловный) переход; останов машины.

Кроме этого, в целях удобства программирования, в универсальных цифровых машинах все арифметические операции являются элементарными.

Операции, выполняемые на предполагаемой математической машине, подразделяются на следующие две группы: основная групповая операция, которая включает в себе все элементарные арифметические и некоторые логические операции, и операции управления (операция переадресации, условный переход и останов машины).

В работе детально рассматривается вопрос осуществления указанных операций (основной групповой операции и операции управления) в случае построения автоматической машины с программным управлением. Так как основная групповая операция по сравнению с операциями управления и кодом числа является более длинной (в смысле количества требуемых для хранения разрядов), то создается неудобство при их хранении в одинаковых ячейках памяти. Поэтому основная групповая операция размещается в нескольких стандартных ячейках памяти последовательно в виде набора адресов парных компонент двух векторов $\alpha(x_i)$ и $\beta(a_i)$. Число стандартных ячеек памяти является переменным и определяется признаком вычисляемой компоненты вектора.

Организация основной групповой операции возможна также образованием циклов с переадресацией, если компоненты x_i и a_i в ячейках памяти размещены последовательно с постоянным шагом.

В работе рассматривается вопрос реализации операции управления как двухадресных команд и указывается на некоторые особенности управления вычислением, например на возможность включения перечисленных выше операций управления между отдельными частями выполняемой основной групповой операции.

Процесс решения любой задачи (программирование) на машине с основной групповой операцией подразделяется на последовательно выполняемые элементарные операции, математическое содержание каждой из которых одно и то же и состоит в определении какой-либо компоненты одного из двух, участвующих в ее выполнении многомерных векторов из условия их ортогональности. Для того, чтобы решить ка-

кую-нибудь задачу на данной машине, необходимо сформулировать принятый метод решения задачи в виде системы основных групповых операций и установить последовательность их выполнения, которая одновременно будет являться программой ее решения.

С целью иллюстрации решения задач методом ортогонализации, в работе рассмотрены несколько типичных примеров составления программ. Ниже приводится перечень этих примеров.

1. Решение систем линейных алгебраических уравнений итерационным методом Гаусса-Зейделя.
2. Решение систем нелинейных конечных уравнений методом скорейшего спуска.
3. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом спуска.
4. Задача о собственных значениях матрицы (метод А. М. Данилевского).
5. Нахождение собственных значений матрицы по методу остатков.
6. Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка методом Рунге-Кутта.
7. Решение краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений методом прогонки.
8. Решение задачи Дирихле для дифференциального уравнения эллиптического типа методом сеток.

Анализ вопросов, изложенных в данной главе, позволил сделать вывод о том, что имеется принципиальная возможность построения универсальной математической машины, работающей по методу ортогонализации многомерных векторов. Решение задач для такой машины представляется весьма наглядной программой, что, в свою очередь, облегчает ее составление и почти исключает возможность допущения ошибки.

Глава II

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ОРГАНИЗАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Во второй главе изложены общие принципы организации вычислительного процесса, основанного на методе ортогонализации.

Арифметическая универсальность основной групповой операции и однотипность ее выполнения на каждом этапе процесса вычислений дают возможность построить несложное вычислительное устройство для решения широкого класса научно-технических задач. Указанные свойства основной групповой операции позволяют также управлять вычислительным процессом с помощью очень простых и надежных наборных программ.

Основными узлами машины при управлении от наборных программ являются: БПУ — блок программного управления, задающий программу вычислений в виде системы основных групповых операций и устанавливающий последовательность их выполнения. ЗУ — запоминающее устройство для записи, хранения и выдачи компонент векторов и некоторых констант. САУ — специализированное арифметическое устройство, вычисляющее скалярное произведение двух многомерных векторов с подбором какой-либо компоненты одного из двух векторов из условия их ортогональности.

В соответствии с выполнением основной групповой операции (1) функциональная зависимость между отдельными узлами машины следующая: из БПУ в ЗУ посылаются адреса парных компонент векторов $\alpha(x_i)$ и $\beta(a_i)$. После выборки компонент x_i и a_i они направляются в САУ, которое обычно работает по принципу образования сумм парных произведений. Поэтому при поступлении в САУ компонент x_i и a_i образуется их произведение и со своим знаком прибавляется к предыдущей частичной сумме парных произведений. Такой процесс продолжается до прихода из БПУ в САУ признака, указывающего на необходимость подбора. Таким признаком отмечается компонента, например, x_n , которая должна подбираться из условия $\varepsilon=0$. После окончания подбора новое значение x_n отсылается обратно в ЗУ на место старого значения. На этом текущая основная групповая операция заканчивается, машина переходит к выполнению следующей основной групповой операции и описанный процесс повторяется.

Блок БПУ может быть электронным устройством любого типа, осуществляющим хранение программы и выдачу ее шаг за шагом в цепи управления машины по мере ее выполнения. По методике выполнения основной групповой операции БПУ должен хранить только адреса компонент x_i и a_i ($i = 1, 2, \dots, n$) и выдавать их в ЗУ машины. БПУ посылает в САУ также признак, указывающий на необходимость подбора, и осуществляет переход к выполнению следующей основной групповой операции. Основными частями БПУ являются поле векторов X (ПВx) и поле векторов A (ПВa), служащие для задания адресов их компонент и адресное поле (АП). В работе рассматриваются три варианта схемы БПУ: БПУ с ПВx и ПВa на диодно-трансформаторных вентилях и АП на диодах, БПУ с ПВx и ПВa на диодно-трансформаторных вентилях и АП на трансформаторах и, наконец, БПУ с векторными полями, построенными на ферритовых стержнях. Рассматриваются принципы работы этих схем и даются их подробные описания.

В этой же главе рассматривается вопрос выбора принципа действия узлов ЗУ и САУ. Выбор принципа действия уз-

лов ЗУ и САУ должен происходить с учетом специфики выполнения основной групповой операции. При этом должны стремиться получить максимум эффективности машины, характеризуемой отношением быстродействия к количеству аппаратуры.

Длительность выполнения основной групповой операции (соответственно скорость) измеряется в условных единицах в количествах тактов, необходимых для ее осуществления. За такт принимается промежуток времени между двумя соседними синхронизирующими импульсами. Так как для каждой конкретной машины этот промежуток времени является известным, то, зная длительность и скорость в принятых условных единицах, всегда можно перейти к абсолютной, например в основных групповых операциях в секунду.

Ниже приводятся формулы (без выводов) для определения средних значений скоростей выполнения основной групповой операции в зависимости от рода работы узлов машины. Здесь принимается, что код числа компоненты содержит m разрядов, а размерность векторов, участвующих в выполняемой операции, определяется n компонентами. N — количество кодов, хранящихся в одном канале последовательного ЗУ. Считаем, что как параллельное, так и последовательное ЗУ построены на одном и том же виде памяти, например на магнитном барабане. Последнее допущение можно сделать без потери общности рассмотрения вопроса, так как в машинах, где простота и дешевизна конструкции имеют первостепенное значение, в качестве основного вида памяти в большинстве случаев выбирают магнитный барабан.

Среднее значение скорости выполнения основной групповой операции в условных единицах при параллельном принципе работы узлов ЗУ и САУ

$$V_1 = \frac{2}{(2n+1)[m(N+1)+3] - (m+1)^2}. \quad (2)$$

Среднее значение скорости при ЗУ и САУ последовательного действия

$$V_{II} = \frac{2}{m[(2n+1)(m+N+3)+(m+1)^2]}. \quad (3)$$

Среднее значение скорости при параллельном ЗУ и последовательном САУ

$$V_{III} = \frac{2}{(2n+1)[m^2 + (N+1)+2] + m(m+1)^2}. \quad (4)$$

Среднее значение скорости при последовательном ЗУ и параллельном САУ с учетом возможности сочетания умножения с временем последовательной выборки множителя из ЗУ

$$V_{IV} = \frac{2}{(2n+1)[m(N+2)+1] + (m+1)^2 + m}. \quad (5)$$

Для определения сложности машины в работе детально рассматриваются блок-схемы (с параллельным и последовательным ЗУ и САУ), работающие по методу ортогонализации. Ниже приводятся формулы (без выводов) для определения количества аппаратуры ЗУ и САУ, необходимого при разных сочетаниях принципов их работы. Количество аппаратуры выражается в условных аппаратурных единицах, принятых за единицу измерения.

Количество аппаратуры в условных единицах, необходимое при параллельном принципе работы ЗУ и САУ,

$$a_1 = 6(m+1) + 3,3 \lg m + 10. \quad (6)$$

Количество аппаратуры последовательного ЗУ и САУ

$$a_{II} = 9,9 \lg m + 30. \quad (7)$$

Количество аппаратуры параллельного ЗУ и последовательного САУ

$$a_{III} = 2(3,3 \lg m + m) + 28. \quad (8)$$

Количество аппаратуры последовательного ЗУ и параллельного САУ

$$a_{IV} = 4(m+1) + 6,6 \lg m + 14. \quad (9)$$

В работе приводятся таблицы числовых значений быстродействия и количества аппаратуры, подсчитанные по формулам (2)–(5) и (6)–(9), а также отношений V_1/V_{II} , V_1/V_{III} , V_1/V_{IV} и a_1/a_{II} , a_1/a_{III} , a_1/a_{IV} для наиболее характерных значений m , n и N . Полученные значения позволяют сравнивать скорости выполнения основной групповой операции и количества аппаратуры при разных принципах работы узлов ЗУ и САУ.

Однако, оценки быстродействия и оценки количества аппаратуры в отдельности не дают возможность выбрать целесообразный вариант конструктивного исполнения машины. Поэтому в качестве необходимого критерия выбора оптимального варианта сочетаний принципов работы ЗУ и САУ, как обычно [5], принимаем отношение быстродействия к количеству аппаратуры, выраженные в условных единицах. Сравнительный анализ числовых значений V_1/a_1 , V_{II}/a_{II} , V_{III}/a_{III} и V_{IV}/a_{IV} , полученных для наиболее характерных значений m , n и N , показал, что максимум эффективности достигается при последовательном ЗУ и параллельном САУ. Методика выполнения основной групповой операции хорошо согласуется с последовательной выборкой компонент из ЗУ при параллельном выполнении действий в САУ. Поэтому при относительно неболь-

шом количестве аппаратуры (по сравнению с параллельными ЗУ и САУ) получается достаточно высокая эффективность ее использования. Кроме этого, при выборе принципов работы узлов машины может возникнуть необходимость исходить из отдельных показателей машины (скорость, аппаратура). В зависимости от этих требований по данным таблиц (приведенных в работе) можно выбрать целесообразный вариант машины.

К числу недостатков следует отнести относительно малое быстродействие осуществления основной групповой операции.

Глава III.

ВОПРОСЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МАШИНЫ (на базе машины СЭСМ)

В третьей главе излагаются вопросы технической реализации машины и относящиеся к ним теоретические вопросы.

Для дальнейшего исследования необходимо было на макете машины проверить основные идеи метода ортогонализации. Автору не представилось возможным построить отдельную машину. Однако, в силу сходства алгоритмов специализированной машины СЭСМ и метода ортогонализации многомерных векторов, оказалось возможным техническое осуществление последнего на машине СЭСМ. Поэтому было решено путем модернизации машины СЭСМ осуществить на ней метод ортогонализации и провести соответствующие исследования. Автор принимал участие в модернизации машины СЭСМ, проведенной в Институте кибернетики АН УССР за период с 1 января по 31 декабря 1962 г. За этот и последующий период им были проверены и исследованы основные идеи, изложенные в работе.

Идея создания машины СЭСМ принадлежала академику С. А. Лебедеву, который и наметил ее основные контуры. Машина СЭСМ, построенная в 1958 г. в Институте кибернетики АН УССР, предназначалась для решения систем линейных алгебраических уравнений итерационным методом Гаусса-Зейделя и простой итерацией. Позже она была приспособлена также для подсчета корреляционных функций [6].

При решении систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса-Зейделя последующие приближения неизвестных вычисляются по формуле:

$$x_i^{k+1} = \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{k+1} + \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^k + f_i. \quad (10)$$

Во время применения метода простой итерации основная формула определения нового приближения неизвестных имеет вид:

12

$$x_i^{k+1} = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^k + f_i. \quad (11)$$

Вычисление корреляционных функций в машине СЭСМ производится по формуле:

$$\rho_N(k) = \frac{\sum_{i=1}^N y_i y_{i-k} - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)^2}{\sum_{i=1}^N y_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)^2}, \quad (12)$$

где N — количество ординат анализируемой кривой;
 k — интервал между перемножаемыми ординатами.

В специализированных машинах типа СЭСМ обычно избегают операций деления из-за усложнений схем машины. Поэтому при вычислении корреляционных функций по формуле (12) машиной не производилось деление на N и на знаменатель.

Таким образом, согласно рабочим формулам (10) — (12) алгоритмической операцией машины СЭСМ является подсчет суммы парных произведений. Следовательно, машина выполняет две арифметические операции — умножение и сложение с учетом знаков.

Из сравнения алгоритма, выполняемого машиной СЭСМ и основной групповой операции видно, что реализация метода ортогонализации на машине СЭСМ не представляется сложной. Основное изменение логики машины будет заключаться в следующем: не требуется производить запись полученной суммы как окончательного результата подсчета; вместо операции записи необходимо произвести подбор величины x_n из условия $\epsilon=0$, по окончании которого будет следовать автоматическая запись нового значения x_n на месте старого.

При модернизации машины СЭСМ преследовалась цель расширить математические возможности машины (класс решаемых задач) с сохранением преимуществ специализированного режима счета. Соответственно после модернизации машины СЭСМ появилась возможность работать на ней в двух режимах: в специализированном для решения систем линейных алгебраических уравнений и подсчета корреляционных функций (высоких порядков) и в универсальном. Причем коммутация схем машины для работы в универсальном режиме достигается путем соответствующего кодирования последовательности основных групповых операций на перфоленте, которая в этом случае служит полем для набора программы.

Рассмотрим реализацию метода ортогонализации на машине СЭСМ. Основную групповую операцию (1) представим следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{n-1} x_i a_i + x_n a_n = \varepsilon. \quad (13)$$

Первый член выражения (13) осуществляется операцией, ранее существовавшей в машине СЭСМ, и поэтому работу машины при реализации основной групповой операции можем рассматривать в предположении, что операция образования суммы

$$\sum_{i=1}^{n-1} x_i a_i$$

произведена и результат запомнен на четвертой оперативной дорожке магнитного барабана ОД-4 [см. 6]. Подбор компоненты вектора определяется признаком, пришедшим в блок признака подбора (БПП). Таким признаком (пробивка на перфоленте) снабжается компонента вектора, которая подлежит подбору. Код компоненты a_n поступает на ОД-1. Подбираемая компонента x_n поступает на ОД-2. Одновременно в БПП приходит признак, после чего он начинает вырабатывать сигналы, необходимые для управления процессом подбора. По знакам, содержимым ОД-4 и ОД-1, образовывается знак x_n , после чего при подборе оперируем модулями чисел. Операция (13) в машине представляется так:

$$\left| \sum_{i=1}^{n-1} x_i a_i \right| - |x_n a_n| = \varepsilon \quad (14)$$

Знак «минус» образуется схемой при осуществлении подбора.

На ОД-3 образовывается произведение $x_n a_n$. После окончания умножения происходит вычитание, определяемое выражением (14). Выход последовательного сумматора в данном случае представляет из себя уклонение ε и направляется в БПП. В БПП по знаку и величине ε определяется ход дальнейших вычислений. Если $\varepsilon=0$, происходит блокировка работы схемы подбора и на этом основная групповая операция заканчивается. Если $\varepsilon \neq 0$, начинается образование величины x_n на ОД-2. Старое значение x_n на ОД-2 стирается и начинается образование нового значения путем проб единиц и нулей в коде компоненты x_n . Для этого в первый старший разряд ОД-2 засыпается единица и происходит умножение a_n на $x_n = 0.1$ с последующим образованием уклонения ε по выражению (14). Получение в БПП $+\varepsilon$ будет указывать на необ-

ходимость дальнейшего увеличения величины x_n . Поэтому на ОД-2 засыпается единица в следующий старший разряд и происходит умножение a_n на $x_n = 0.11$. Если при этом в БПП поступит $-e$, это будет указывать на то, что величина $x_n = 0.11$ больше подбираемого значения и ее следует уменьшить. Поэтому на ОД-2 засыпается единица в следующий старший разряд с одновременным стиранием кода единицы, записанной в предыдущем разряде. В результате происходит умножение a_n на $x_n = 0.101$ с последующим образованием уклонения e .

Образованная таким путем величина x_n представляется в следующем виде:

$$x_n = \sum_{k=1}^m c_k 2^{-k},$$

где $c_k = 0$ или 1 определяется по знаку e . Описанный процесс образования величины x_n окончается при появлении БПП кода нуля уклонения e . Количество проб, как известно [7], не превышает m или в нашем случае 28 (число разрядов, когда в машине СЭСМ). Среднее же значение будет 14. По окончании подбора полученное значение автоматически записывается на месте старого значения и машина переходит к выполнению следующей групповой операции.

В работе детально рассматривается осуществление основной групповой операции по блок-схеме и по принципиальным схемам. Приводятся принципиальные схемы САУ и управления САУ в режиме подбора, схема БПП и схема управления подбором величины x_n и дается подробное описание осуществления основной групповой операции по этим схемам (узлы машины, которые не подвергались модернизации, не рассматриваются).

Для оценки величина производительности машины СЭСМ, достигнутой данной модернизацией, был произведен соответствующий расчет эффективности модернизации.

Математическая машина характеризуется ее производительностью, которую функционально можно выразить следующим образом:

$$P = P(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta, \dots), \quad (15)$$

где

α — параметр, характеризующий конечный класс типичных задач, на решение которых рассчитана данная математическая машина;

β — параметр, характеризующий ее эффективное быстродействие;

γ — параметр, характеризующий сложность машины;

δ — параметр, характеризующий надежную работу машины;

η — параметр, характеризующий потребляемую мощность; и другие.

Критерием эффективности математической машины считается максимум величины P , достигаемый при оптимальном подборе всех параметров, характеризующих данную машину. Изменение какого-нибудь параметра должно сопровождаться соответствующим изменением одного или нескольких параметров, сохраняющих максимум P . В частности, целесообразность введения того или иного усовершенствования, предпринятого для повышения какого-нибудь одного или нескольких параметров математической машины, оценивается путем новой величины P^*

$$P^* = \{[a \cdot a(x)], [\beta \cdot \beta(x)], [\gamma \cdot \gamma(x), \dots], \dots\},$$

где $a(x)$, $\beta(x)$, $\gamma(x)$, ..., — коэффициенты, которые характеризуют степень изменения параметров a , β , γ , ... соответственно. При этом должно выполняться условие:

$$P^* > P.$$

Аналитическим выражением (15), служащим для оценки и сравнения универсальных математических машин любых классов, является предложенный В. М. Глушковым критерий по цене эффективного быстродействия [3]. Характеристика экономичности универсальных машин с точки зрения эффективности выполнения операций дается также в статье Ю. Я. Базилевского, Ю. А. Шрейдера [8].

В исследуемой работе рассматривается частный случай модернизации специализированных математических машин (на примере машины СЭСМ), проводимой с целью расширения их математических возможностей. Под этим понимается: расширение класса типичных задач, полное решение задач на машине, возможность применения разных методов решения и др. Увеличение аппаратуры и усложнение конструкции, вносимые модернизацией, должны компенсироваться общим возрастанием производительности специализированной машины. Для оценки эффективности модернизации нужно выделить изменяющиеся при этом параметры a , β , γ и иметь такое их соотношение, чтобы удовлетворялось условие

$$\frac{P^*(\alpha, \beta, \gamma)}{P(\alpha, \beta, \gamma)} = m > 1, \quad (16)$$

где m — назовем коэффициентом модернизации математической машины.

Ниже приводятся формулы (без выводов) для определения производительности машины до и после модернизации, а также для подсчета коэффициента модернизации m . Класс ти-

пичных задач специализированной машины обозначим через A , класс задач, решение которых стало возможным после ее модернизации, — через B .

Аналитическое выражение производительности $P(\alpha, \beta, \gamma)$ есть:

$$P(\alpha, \beta, \gamma) = n_A \cdot f(A) \cdot \Pi(A) \cdot B_s / z,$$

где

n_A — количество разнотипных задач класса A ;

$f(A)$ — суммарная относительная частность задач класса A ;

$\Pi(A)$ — суммарная сложность постановки задач класса A ;

B_s — эффективное быстродействие машины [см. 3];

z — сложность машины в условных аппаратурных единицах [см. 5].

Пусть после модернизации машина имеет два режима счёта: специализированный для решения задач класса A и универсальный для решения задач класса B . В таком случае производительность машины $P^*(\alpha, \beta, \gamma)$ после модернизации будет суммой производительностей в режимах решения задач классов A и B :

$$P^*(\alpha, \beta, \gamma) = P^*_A(\alpha, \beta, \gamma) + P^*_B(\alpha, \beta, \gamma). \quad (17)$$

Если B_s^* и z^* — эффективное быстродействие и сложность машины после модернизации соответственно, а n_A , $\Pi(A)$ и $f(A)$ для класса B обозначим через n_B , $\Pi(B)$ и $f(B)$ соответственно, для производительностей будем иметь следующие выражения:

$$P^*_A(\alpha, \beta, \gamma) = n_A \cdot f(A) \cdot \Pi(A) \cdot B_s \cdot k_n \cdot k_m / z^*,$$

где k_n — коэффициент, учитывающий рост производительности машины за счет уменьшения ручного труда в процессе решения задач на ней;

k_m — коэффициент, учитывающий увеличение производительности машины, достигаемое расширением возможностей применения разных методов решения задач на данной машине;

$$\text{и } P^*_B(\alpha, \beta, \gamma) = n_B \cdot f(B) \cdot \Pi(B) \cdot B_s^* / z^*.$$

Суммарная производительность машины после модернизации по формуле (17) есть:

$$P^*(\alpha, \beta, \gamma) = n_A \cdot f(A) \cdot \Pi(A) \cdot B_s \cdot k_n \cdot k_m / z^* + \\ + n_B \cdot f(B) \cdot \Pi(B) \cdot B_s^* / z^*,$$

а коэффициент модернизации по формуле (16) имеет вид:

$$m = \frac{n_A \cdot f(A) \cdot \Pi(A) \cdot B_s \cdot k_n \cdot k_m / z^*}{n_A \cdot f(A) \cdot \Pi(A) \cdot B_s / z} + \\ + \frac{n_B \cdot f(B) \cdot \Pi(B) \cdot B_s^* / z^*}{n_A \cdot f(A) \cdot \Pi(A) \cdot B_s / z}.$$

По по-
да опре-
шии СЭ
чи в п.
мс изаци
ру. шини СЭ
соб. исследо-
ваний СЭ
машиной групповой операции к существующей структуре машины.

Расчет был произведен по данным, полученным во время контрольных испытаний машины СЭСМ.

В этой же главе рассматривается вопрос автоматизации вычислений на машине СЭСМ при ее работе в универсальном режиме. Это касается технических возможностей построения автоматической программируемой машины, работающей методом ортогонализации. Приводятся конкретные схемы и обычно рассматривается осуществление операций перенаправления, условного (безусловного) перехода и остановки на машине СЭСМ.

В приложении приводятся решения следующих задач:

1. Задача о решении обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка;

2. Краевая задача о решении обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка;

3. Задача коммутации в электрических машинах большой мощности;

4. Задача теплопроводности.

Результаты решения этих задач на машине СЭСМ методом ортогонализации даются в виде таблиц, в которых для сравнения приводятся также результаты аналитических решений и результаты, полученные на машинах БЭСМ и «Урал».

Результаты работы кратко могут быть сформулированы следующим образом.

1. Проведенные исследования показали, что различные модификации основной групповой операции составляют алгоритмически полную систему, чем обеспечивается решение широкого круга научно-технических задач различных классов методом ортогонализации.

2. Арифметическая универсальность основной групповой операции и однотипность ее выполнения дают возможность построить универсальную цифровую математическую машину простой конструкции и логики, а также существенно упростить процесс программирования на ней. Кроме того, указанные свойства основной групповой операции позволяют создать очень простые и надежные схемы управления вычислительным процессом с помощью наборных программ.

3. В результате сравнительного анализа принципов работы узлов машины оказалось, что скорость выполнения основной групповой операции при последовательном ЗУ и параллельном САУ незначительно отличается от скорости при па-

раллельном ЗУ и САУ, тогда как в отношении со вторым имеем ощущимое. Таким образом, максимум эффективности последовательном ЗУ и параллельном САУ, что следует считать характерной чертой математических машин, построенных на основе указанной групповой операции.

4. Результаты экспериментальных исследований, проведенных в Институте кибернетики АН УССР во время модернизации специализированной машины СЭСМ, показали, что основная групповая операция, удачно приспособливается к существующей структуре специализированных машин, работающих по принципу образования сумм пар произведений и, в силу этого, реализация основной групповой операции на указанных машинах существенно облегчается.

5. Вследствие арифметической универсальности основной групповой операции ее реализация в специализированных машинах расширяет их математические возможности при сокращении преимуществ специализированного режима счета.

6. Для исследования целесообразности модернизации в работе разработан критерий модернизации специализированной машины, с помощью которого, в частности, доказана целесообразность модернизации машины СЭСМ.

7. Как показал сравнительный анализ результатов ряда задач, решенных на машине СЭСМ методом ортогонализации, аналитически, а также на машинах БЭСМ и «Урал», решение при заданной степени точности методом ортогонализации получается вполне удовлетворительным. Кроме того, следует указать на сравнительно простое программирование и относительно малое время подготовки и решения указанных задач.

Основное содержание работы изложено в опубликованных статьях [9, 10, 11, 12]. Один из вопросов—«Возможность построения математической машины, работающей по методу ортогонализации многомерных векторов» докладывался на XIV научной конференции аспирантов и молодых научных работников в г. Тбилиси. Доклад [12] включен в программу IV Всесоюзной конференции, посвященной вопросам применения аналоговых и комбинированных (аналого-цифровых) вычислительных устройств для целей управления, которая состоится в мае этого года в Киеве.

Цитированная в автор

1. Пухов Г. Е., Об одном возможном построении математических машин, ИВУЗ, Электромеханика № 8, 1959.
2. Пухов Г. Е., Электрическое моделирование стержневых и тонкостенных конструкций, Изд-во АН УССР, 1960.
3. Глушков В. М., Два универсальных критерия эффективности вычислительных машин, ДАН УССР, № 4, 1960.
4. Глушков В. М., Теория алгоритмов, Изд-во КВИРТУ, 1961.
5. Михайлов Г. А., Анализ вычислительных машин последовательного действия, «Автоматика и телемеханика», № 12, 1957.

6. Рабинович З. Л., Благовещенский Ю. В. и др., Специа-
лизированная электронная счетная машина СЭСМ, Изд-во АН УССР, 1961.

7. Яглом А. М., Яглом И. М., Вероятность и информация, Гостех-
издат, 1957.

Базилевский
изводитель
нием, сб. «Опросы» от
1958.

8. Шрейдер Ю. А. Методы оценки про-
цессорных машин с программным управле-
нием, сб. 1. Физматгиз.
следование возможностей одной универсаль-
ной групповой опе- применительно к малым цифровым машинам,
Труды семинара «Математическое моделирование и электрические цепи»,
вып. 1, Изд-во АН УССР, 1963.

9. Чадунели А. Ш. О критерии эффективности модернизации спе-
циализир. Труды семинара «Математическое моделирова-
ние и

11. Чадунели А. Ш., О возможности построения цифровой мате-
матической и прикладным вопросам кибернетики
учн. се

Изд. АН УССР, 1964.

10. Чадунели А. Ш. О критерии эффективности модернизации спе-
циализир. Труды семинара «Математическое моделирова-
ние и

12. Чадунели А. Ш., О возможности построения цифровой мате-
матической и прикладным вопросам кибернетики
учн. се

Изд. АН УССР, 1964.

03744 Подписано к печати 28.4.64. Формат 60×92¹/₁₆:
м 1,25 усл.-п. л., 1,125 ф. л., 0,625 б. Заказ 712. Тираж 180.

КТ №10. Киев, Брест-Литовское шоссе, 39.