

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР  
ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМ. А. М. ГОРЬКОГО

---

# УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

ТОМ XXXV



ТРУДЫ  
ФИЗИЧЕСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
ФАКУЛЬТЕТА

Том 2

---

ИЗДАТЕЛЬСТВО ХАРЬКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ИМ. А. М. ГОРЬКОГО  
ХАРЬКОВ

1950\*

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР  
ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМ. А. М. ГОРЬКОГО

---

# УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

ТОМ XXXV

Т Р У Д Ы  
ФИЗИЧЕСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
ФАКУЛЬТЕТА

ТОМ 2

---

ИЗДАТЕЛЬСТВО ХАРЬКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ИМ. А. М. ГОРЬКОГО

ХАРЬКОВ

1950

## О ТАК НАЗЫВАЕМОМ КОЭФИЦИЕНТЕ ОТРАЖЕНИЯ В ФОРМУЛЕ КНУДСЕНА—ЛЕНГМЮРА

*А. Н. Ямницкий, В. Н. Костин, К. Д. Синельников*

Упругость паров, насыщающих пространство при данной температуре, может быть определена с весьма значительной степенью точности по величине скорости испарения данного вещества в вакуум при помощи известной формулы Кнудсена—Ленгмюра [1]

$$p = 0,289 \frac{\omega}{a \cdot t} \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (1)$$

где:

$p$  — упругость паров в миллиметрах ртутного столба,  
 $a$  — площадь поверхности испарения в кв. сантиметрах,  
 $\omega$  — количество испарившегося вещества в граммах,  
 $t$  — время в минутах,  
 $M$  — молекулярный вес вещества,  
 $T$  — абсолютная температура поверхности испарения.

Этот метод в особенности удобен для измерения упругостей паров тугоплавких металлов — W, Ta, Mo и других, для которых обычные методы определения упругостей паров неприменимы.

Формула (1) является непосредственным следствием обычной кинетической теории газов и получается приравниванием числа молекул, ударяющихся о данную поверхность, числу молекул, испаряющихся за тот же промежуток времени с этой поверхности.

Нам кажется, что нет никаких серьезных теоретических оснований сомневаться в справедливости формулы (1). Однако совершенно очевидно, что остроумные опыты Ленгмюра по определению упругостей паров тугоплавких металлов не являются проверкой справедливости этой формулы, так как для этого следовало бы располагать независимыми, полученными другими путями, значениями упругостей паров при разных температурах.

Известные опыты Кнудсена и Фольмера полностью подтвердили справедливость формулы (1) для жидкой ртути. В то же время Фольмер и Эстерман [2] нашли, что для твердой поверхности ртути значения, вычисленные из формулы (1), представляют собой только 0,90—0,95 от истинной упругости паров ртути, измеренной независимыми методами. Поэтому как Фольмер, так и ряд последующих авторов предпочитают вводить некоторый коэффициент  $\alpha$  в формулу (1)

$$p_1 = 0,289 \frac{\omega}{\alpha a t} \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (2)$$

причем коэффициенту  $\alpha$  дается определенное физическое толкование:  $\alpha$  определяет собой ту часть молекул, которая, попав из газовой фазы на испаряющую поверхность, отражается от нее, как бы не принимая участия в установлении статистического равновесия между жидкой (или твердой) и газообразной фазой. Если количество отраженных таким образом молекул равно  $n_r$ , а общее количество молекул, попадающих на ту же поверхность за тот же промежуток времени,  $n_0$ , то

$$\alpha = \frac{n_0 - n_r}{n_0}.$$

В настоящее время, благодаря работам Фольмера и Олти, можно утверждать, что формула (1) совершенно справедлива для жидкой ртути, серы и четыреххлористого углерода.

С другой стороны, работы того же самого Олти<sup>[9]</sup> показали, что для воды при достаточно низких температурах (от  $-8^\circ$  до  $+30-40^\circ$  C) коэффициент  $\alpha$  не превышает 0,02. Эти результаты кажутся тем более странными, что сам Олти в то же время показал, что практически все молекулы, падающие на поверхность воды, полностью обмениваются с ней энергией, т. е. коэффициент аккомодации равен единице. Этот полный обмен энергией без конденсации кажется нам очень странным и маловероятным с чисто физической точки зрения.

По поводу формулы (2) и коэффициента  $\alpha$  прежде всего следует заметить следующее: в условиях измерения  $p$  с помощью формулы (1) или (2), т. е. в условиях высокого вакуума, никакого обратного потока молекул не существует, поэтому говорить о каких-то особых молекулах, которые отражаются от поверхности, не приходится. Коэффициент  $\alpha$  правильнее трактовать как коэффициент, определяющий вероятность выхода молекулы из жидкой фазы в поверхностный слой. Ясно, что значение  $\alpha$  не связано непосредственно с величиной потенциального барьера на поверхности жидкости, так как увеличение „работы выхода“ повело бы к одинаковому уменьшению и упругости паров, насыщающих пространство, и количества испаряющихся с поверхности молекул.

Уменьшение количества испаряющихся молекул по сравнению с количеством, которое должно было бы испариться на основании табличных значений упругостей паров, можно было бы отнести к неопределенности температуры поверхности. Действительно, из самого поверхностного слоя удаляется значительное количество теплоты испарения, которое может вызвать скачкообразное изменение температуры вблизи поверхностного слоя. Кроме того, в тех опытах, в которых испаряющееся вещество находится в открытых плоских чашках, расположенных вблизи от конденсирующей поверхности, часто охлаждаемой жидким воздухом, радиационный обмен также может повести к существованию значительных температурных градиентов вблизи поверхности. Существование весьма значительных градиентов температуры, вблизи поверхности доходящих до  $10-20^\circ$  C, было обнаружено в первоначальных опытах Олти.

Нам всегда казалось, что коль скоро термopара, помещенная вблизи поверхностного слоя, измеряет некоторую среднюю температуру многих тысяч и десятков тысяч молекулярных слоев, то температура самой поверхности может отличаться от измеряемой термopарой температуры на много больше, чем указывали первоначальные опыты Олти. Поэтому измеренные им скорости испарения

следовало бы отнести к значительно более низким температурам, что привело бы к подтверждению формулы (1).

Однако в 1933 г. было опубликовано дальнейшее исследование Олти, посвященное тому же вопросу, где он определяет температуру поверхности испаряющейся в вакуум капли по величине поверхностного натяжения. Этот в высшей степени остроумный и изящный способ позволил Олти выявить еще большие разности температур между поверхностью и внутренними частями жидкости; однако и введение этой поправки увеличило значение  $\alpha$  только до величины 0,04.

В 1946—1947 г. сотрудницей лаборатории нашей кафедры К. В. Феодосьевой были получены данные, указывавшие на то, что для целого ряда органических масел, обладающих малой упругостью пара, значение  $\alpha$  также много меньше единицы. С другой стороны, имеются указания, что для льда при температурах порядка  $-60, -70^\circ$  C значение  $\alpha = 1$ .

Коэффициент  $\alpha$  наиболее просто и в наиболее чистых условиях может быть определен следующим методом, впервые примененным в диссертационной работе К. В. Феодосьевой. При одних и тех же внешних условиях в высоком вакууме измеряется количество молекул, испарившихся сперва из открытой плоской чашечки, расположенной недалеко от охлаждаемой жидким воздухом конденсирующей поверхности. Убыль в весе рассчитывается по отношению ко всей поверхности испарения. Затем то же вещество испаряется из закрытой плоской чашечки, в крышке которой проделано очень маленькое круговое отверстие. В этом случае вполне применима формула эффузии через малое отверстие в вакуум, откуда и определяется упругость паров, насыщающих пространство внутри замкнутой коробочки.

Как показали опыты Феодосьевой, значения упругостей паров, полученные вторым способом (испарение из закрытой чашечки), всегда больше значений, полученных при испарении из открытой чашечки и применении формулы (1).

Так как второй метод (закрытая чашечка) бесспорно должен дать упругость паров, насыщающих пространство, то отношение  $p_1$ , полученного на основании первого метода, к  $p_s$ , полученному вторым методом, определяет значение коэффициента

$$= \alpha \frac{p_1}{p_s}.$$

Цель настоящей заметки—указать на один из факторов, который никем прежде не учитывался и который, во-первых, может объяснить физическую сущность этого в высшей степени странного коэффициента  $\alpha$ , а во-вторых—позволяет судить, какие значения  $p_1$  или  $p_s$  более интересны с точки зрения вакуумной техники.

Подробно знакомясь с экспериментальными условиями опытов Фольмера, а также и Феодосьевой, мы прежде всего обратили внимание на то, что для жидкой ртути значение  $\alpha$  приближалось к единице только для чрезвычайно чистой поверхности ртути. Малейшие следы окислов или загрязнений весьма резко снижали значения  $\alpha$ .

Физический смысл этого факта нам кажется совершенно правильным: загрязнение поверхности ведет к сильному сокращению „активной“ площади. Поэтому скорость испарения в этих случаях надо относить не к геометрической площади  $a$ , а к незакрытой, т. е. активной площади  $\alpha a$ .

Если обратимся к экспериментальным условиям опытов Олти, то сразу заметим наличие больших поверхностей пробок, смазанных замазкой, а также большого количества кранов и шлифов. Ясно, что поверхность испаряющейся жидкости всегда имела наиболее низкую температуру по сравнению с другими частями аппаратуры; поэтому нам кажется, что во всех опытах Олти имела место конденсация летучих частей вакуумной замазки, примесей к резине и т. п. на более холодной поверхности испаряющейся жидкости. Коэффициент  $\alpha = 0,04$ , найденный Олти, с нашей точки зрения означает лишь то, что у него 0,96 всей поверхности было закрыто пленкой масла.

Известные опыты Рэлея по эллиптической поляризации света при отражении от поверхности воды свидетельствуют о том, как трудно получить совершенно чистую поверхность воды и сколь многочисленны предосторожности приходится применять для того, чтобы быть уверенным в чистоте поверхностного слоя воды. Между тем никаких особых мер предосторожности Олти не принимал, за исключением предварительной дистилляции и обезгаживания воды, что, конечно, не могло воспрепятствовать конденсации примесей на поверхности воды внутри его прибора во время экспериментирования.

Вполне законен вопрос: почему в опытах Феодосьевой по определению  $p_s$  методом эффузии через малое отверстие из замкнутого сосуда упругости  $p_s$  отличались от  $p_1$ , несмотря на то, что поверхность и в тех и в других опытах могла быть загрязнена одинаково?

Причину различных значений  $p_1$  и  $p_s$  понять нетрудно. Если бы в плоских чашечках с крышкой, из которых происходила эффузия паров в вакуум, отверстие в крышке отсутствовало, то внутри этого объема установилась бы упругость паров, насыщающих пространство, независимо от величины активной, незакрытой поверхности. Время установления окончательного давления, т. е. время переходного процесса, конечно, зависело бы от величины незакрытой, активной части поверхности, но окончательное давление всегда соответствовало бы упругости паров, насыщающих пространство при данной температуре.

Если площадь отверстия в крышке мала по сравнению с активной частью площади, то количество молекул, покидающих через отверстие эту замкнутую полость, практически будет совпадать с количеством молекул, рассчитанным из упругости насыщающих паров. Поэтому для таких веществ, как вода и ртуть, где приходится бояться появления нерастворимых поверхностных загрязнений, наиболее правильные значения мы получим, работая методом эффузии в вакуум из закрытых сосудов с малым отверстием.

Совершенно противоположным образом обстоит дело при определении упругостей паров органических (вакуумных) масел. Прежде всего эти вещества неоднородны: несмотря на вакуумную фракционировку в вакуумных маслах типа Апьезон, Октойль, бутил-фталат и т. п., всегда существуют незначительные примеси более легких, летучих фракций.

Если не принимать во внимание возможной ассоциации молекул различных фракций, — а против такой ассоциации говорит сравнительно легко проводимая вакуумная фракционировка, — то смесь более тяжелой фракции с более легкой мы можем представить себе как чисто механическую смесь. Однако благодаря тому, что молекулы легкой фракции сравнительно редко попадают в поверхностный слой смеси, эффективная поверхность испарения для легкой фракции будет, конечно, много меньше геометрической поверхности. Поэтому ско-

рость испарения в вакуум практически полностью будет определяться скоростью испарения основной, более тяжелой фракции.

Иначе будет обстоять дело при испарении из закрытого сосуда с малым отверстием в крышке. Как и прежде, если бы этот сосуд был полностью закрыт, в нем установилось бы давление, практически соответствующее легкой фракции. Поэтому, чем меньше отверстие в крышке эффузионного сосуда, тем большие упругости паров мы будем получать, измеряя скорость эффузии. В том случае, когда возможные примеси растворяются в основном веществе, не создавая поверхностных пленок, метод испарения из плоских открытых чашечек дает безусловно более достоверные результаты, нежели метод эффузии из сосуда с малым отверстием; в последнем случае, вместо истинной упругости паров основной жидкости, мы определяли ту „ложку дегтя“, которая попала в „бочку меда“.

Конечно, при этом предполагается, что растворимые незначительные примеси обладают значительно большей упругостью паров, нежели основная жидкость. С этой точки зрения вполне понятны результаты опытов Олти с четыреххлористым углеродом, для которого он нашел  $\alpha = 1$ . Вакуумная замазка, летучие примеси к резине и т. п. прекрасно растворяются в  $CCl_4$ , но так как упругость паров этих примесей очень мала по сравнению с упругостью паров  $CCl_4$ , то влияние этих примесей и не наблюдалось.

Несколько неопределенными оказываются наилучшие условия для проверки упругостей пара заполимеризованных органических веществ типа глипталевых или бакелитовых пленок. Хотя возможность конденсации слоев жиров и масла на поверхности заставляет думать, что наилучшим методом для этих веществ будет эффузионный, однако неполная полимеризация, т. е. наличие более летучей фракции, заставляет рекомендовать метод испарения из открытых чашечек. Впрочем, конденсацию слоев вакуумных масел и т. п., нам кажется, всегда можно полностью уничтожить рядом ловушек с жидким воздухом и правильной конструкцией прибора; следовательно, и в этом случае более правильные, во всяком случае практически более важные, результаты мы должны получить, применяя метод испарения из открытых чашечек.

#### Литература

1. Knudsen, M. Ann. d. Phys., Bd. XLVII, 697, 1915.
2. Volmer u. Esterman. Zeit f. Phys., 7, 1, 1921.
3. Alty. Proc. Roy. Soc. A. 131, 554, 1931; там же, 149, 104, 1935; Phil. Mag., 15, 82, 1933.

27 января 1949 г.

ЗАВИСИМОСТЬ МЕХАНИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ АЛЮМИНИЕВЫХ  
ПОКРЫТИЙ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ СТЕКЛА-ПОДЛОЖКИ

*К. Д. Синельников, И. Н. Шкляревский*

В последнее время очень широкое распространение получил метод изготовления оптических зеркальных поверхностей, слоев с очень малым отражением (для просветления оптики), светофильтров и т. д. путем испарения металлов в вакууме. Однако, несмотря на очевидные преимущества, этот метод страдает тем недостатком, что получаемые покрытия недостаточно стойки и прочны.

Чтобы осажденное на конденсатор, чаще всего стекло, покрытие было прочным и стойким во времени, кроме обычной обработки стекла в кислоте, щелочи, хромовой жидкости и т. п., нужна дополнительная его обработка. С этой целью Стронг [1] предложил обрабатывать подложку разрядом высокого напряжения в газе. Ионная бомбардировка подложки производится в течение определенного времени непосредственно перед испарением в той же вакуумкамере, в которой после откочки до высокого вакуума осаждается металлическое покрытие.

Кроме указанной дополнительной обработки, очень хорошие результаты дает метод, предложенный проф. К. Д. Синельниковым, — осаждение испаряемого в вакууме металла на предварительно нагретую подложку. Еще в 1942 г. проф. К. Д. Синельников и доц. А. С. Мильнер заметили, что серебряные покрытия на стекле получаются более прочными, если они были осаждены на нагретое стекло. Однако количественная сторона этого вопроса оставалась не выясненной. Настоящая работа была предпринята с целью исследования прочности металлических покрытий в зависимости от температуры подложки.

Вначале был повторен опыт проф. К. Д. Синельникова с серебряными покрытиями на стекле. Повышение прочности покрытий в зависимости от температуры стекла (при нагревании до 150—200°C) наблюдалось чисто качественно. Такие же результаты были получены с покрытиями алюминием и медью. В дальнейшем для количественных исследований был избран алюминий.

Алюминиевые покрытия на стекле размером 3 × 4 см изготовлялись в обычной вакуумкамере при давлениях ниже 10<sup>-5</sup> мм рт. ст. Стекло нагревалось помещаемой сверху нихромовой печкой-рефлектором. Температура стекла контролировалась термпарой медь—константан, зажатой между обращенной к испарителю стороной стекла и слоем слюды, вделанной в столик-держатель стекла.

Стекла предварительно тщательно обрабатывались в щелочи, ополаскивались дистиллированной водой, после чего обрабатывались в хромовой жидкости, в которой затем и хранились. Перед внесением

в вакуумкамеру стекла снова ополаскивались дистиллированной водой, осушались свежестырированным фланелевым лоскутиком, а затем по методу проф. К. Д. Синельникова тщательно протирались при помощи ватного тампона пудрой активированного угля. После сдувания остатков пудры феном стекла крепились на столике-держателе в вакуумкамере.

О прочности покрытия можно судить по той работе, которую необходимо затратить, чтобы полностью стереть исследуемое покрытие. Для количественной оценки прочности осажденного на стекло покрытия был сконструирован прибор, изображенный на рис. 1.

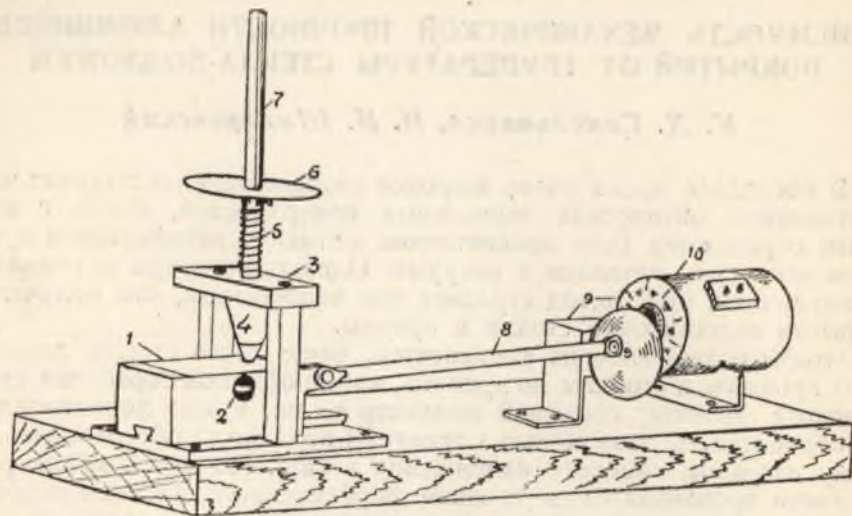


Рис. 1.

При помощи электромотора 10 через редуктор скорости 9 кривошипом 8 приводится в медленное возвратно-поступательное движение массивная плита 1, на которой крепится стекло с нанесенным покрытием. Посредине над плитой в П-образной стойке 3 укреплена муфта 4, внутри которой может свободно перемещаться вверх и вниз стержень 7. В нижней части стержня укреплена трущаяся о покрытие рабочая часть прибора, а сверху—диск 6, на который накладываются грузики нужной величины. Между диском и стойкой зажата пружина 5, подобранная таким образом, чтобы стержень касался поверхности стекла, не надавливая на него.

Устройство рабочей, трущейся о слой, части ясно из рис. 2. На стержень 1 навинчивается патрон 2, в конусообразном расширении 3 которого крепко зажата сложенная в несколько слоев замша. Последняя выступает из отверстия внизу патрона в виде небольшого диска 4, диаметром в 2—3 мм и высотой не более 1 мм.

В качестве стирающего слоя материала применялись различные сорта резины, кожи, дерева. Всё это оказалось непригодным: резина быстро деформировалась, стиралась сама, а кожа и дерево царапали слой. Удовлетворительные результаты дала только замша, периодически, через определенное число стираний, натираемая пастой Г. О. И. Слой алюминия стирался замшей равномерно, постепенно, без сцарапывания.

Для того чтобы легче было отметить момент, когда закончится стирание, в верхней части плиты (рис. 1), под серединой исследуемого

покрытия имелось углубление 2 с лампочкой, дающей рассеянный свет. По желанию образующуюся при стирании полоску можно рассматривать как в отраженном, так и в проходящем свете; благодаря этому облегчается определение момента окончания стирания и уменьшается погрешность измерения.

Нагрузку на стержень нужно подбирать таким образом, чтобы даже непрочное покрытие стиралось за несколько десятков стираний, так как при большом числе стираний погрешность измерений, очевидно, уменьшается.

Итак, прочность покрытия при постоянной нагрузке на трущуюся часть прибора практически измерялась подсчетом числа стираний, потребных для полного стирания покрытия.

Так как при такой методике определения прочности покрытия существенную роль могла играть его толщина, все исследуемые нами покрытия имели одинаковую толщину—порядка сотых долей микрона. Это достигалось при помощи устройства, схематически изображенного на рис. 3. Здесь 1—осветитель, 2—испаряемый металл, 3—стекло, на которое осаждается испаряемый металл, 4—селеновый фотоэлемент, помещенный вне вакуумкамеры таким образом, чтобы на него попадал только свет осветителя. Всякий раз перед началом испарения величина даваемого фотоэлементом тока бралась одна и та же, что достигалось плавным изменением интенсивности света осветителя. Во время испарения—осаждения металла сила тока фотоэлемента, естественно, непрерывно уменьшалась; испарение прекращалось, когда сила тока падала до определенной, каждый раз одной и той же, величины.

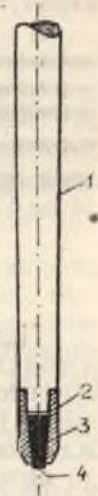


Рис. 2.

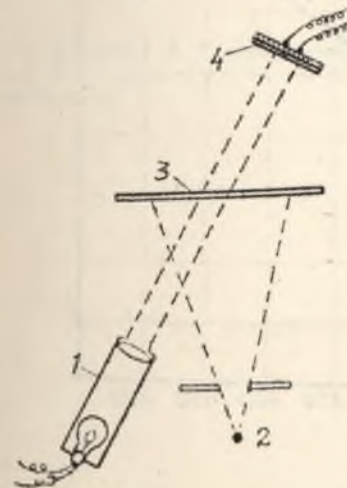


Рис. 3.

Можно полагать, что структурные изменения в алюминиевом покрытии, сопутствующие изменению температуры подложки, а следовательно и самого покрытия, при небольших толщинах покрытия не вызывают столь резких изменений оптических свойств покрытия, которые могли бы в случае применения описанного выше метода сколько-нибудь существенным образом изменить толщину в зависимости от температуры.

Алюминиевые покрытия небольшой толщины были избраны для исследования потому, что слой алюминия с зеркальной поверхностью значительной толщины вообще получить не удастся. По С. А. Векшинскому [2], уже при толщинах в 3—5 микрон на обращенной к испарителю стороне появляется матовость, муть; поверхность становится дымчатой, что объясняется образованием кристаллитов, как бы выпячивающихся из поверхности. При повышении температуры подложки и более тонкие покрытия получают с мутной поверхностью. Достигнутые нами результаты вполне согласуются с описанным.

При выбранной толщине порядка нескольких сотых микрона покрытия при температурах подложки до 500° С еще сохраняют блестящую зеркальную поверхность.

Были получены и исследованы алюминиевые покрытия при различных температурах стекла-подложки в интервале температур от 30° (комнатная температура) до 500° С. Так как в качестве подложек было взято обыкновенное техническое стекло, дальнейшее нагревание не представлялось возможным. Перед нанесением покрытия во время откачки вакуумкамеры стекло постепенно нагревалось до 500° С и выдерживалось при этой температуре 15—20 минут независимо от того, при какой температуре наносилось покрытие. Попутно нагревались все детали вакуумкамеры, что значительно уменьшало порчу вакуума вследствие газоотдачи при включении нагревателя испарителя. Затем стекло охлаждалось до температуры, при которой наносилось покрытие; эта температура оставалась постоянной в течение всего процесса испарения, проводимого под непрерывной откачкой.

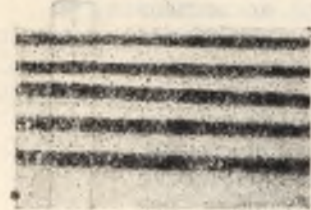


Рис. 4.

Нагревание подложки до предельно возможной температуры производилось для обезгаживания вакуумкамеры. Нельзя было заметить сколько-нибудь существенной разницы в прочности покрытий, нанесенных: 1) на предварительно нагретом до 500° С стекле, а затем охлажденном до интересующей температуры, и 2) на стекле, нагретом только до интересующей температуры.

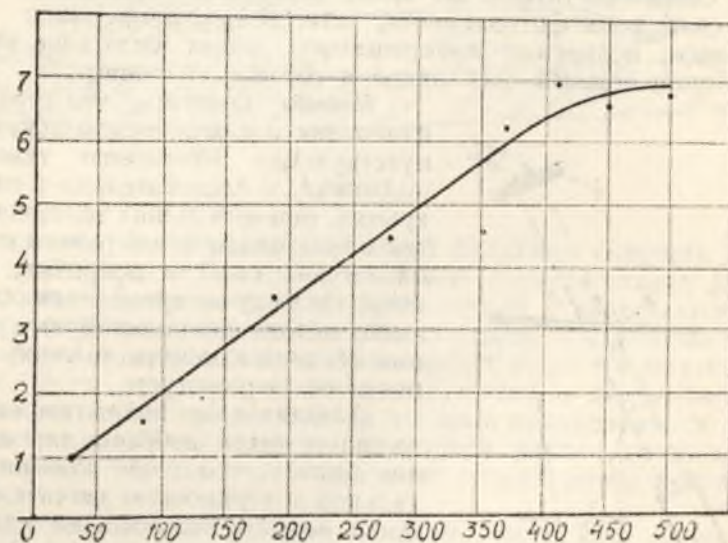


Рис. 5.

При одной и той же температуре подложки изготовлялось 3—5 покрытий, на каждом из которых делалось 3—4 измерения. По полученным 10—12 измерениям определялась средняя механическая прочность.

На рис. 4 приведена фотография алюминиевого покрытия после измерений механической прочности.

По произведенным таким образом измерениям построена графическая зависимость прочности алюминиевых покрытий на стекле от его температуры (рис. 5). Прочность покрытия, полученного при комнатной температуре (30° С), принята за единицу. Как видно из гра-

фика, прочность покрытия алюминия возрастает пропорционально температуре стеклянной пластинки примерно до 400° С. При дальнейшем повышении температуры до 500° С прочность уже не возрастает: кривая как бы переходит в состояние „насыщения“.

Если при комнатной температуре для стирания алюминиевого покрытия при нагрузке на трущуюся о покрытие часть прибора в 500 г нужно произвести в среднем 80 стираний, то при температуре в 400—500° С число стираний доходит до 600. Протертые на различных покрытиях полоски отличаются качественно. Покрытие, нанесенное при температуре подложки в 200—250° С, стиралось полностью, не оставляя на стекле никакого следа. Покрытие, нанесенное при более высоких температурах стеклянной пластинки, полностью стереть не удастся: на стекле остается едва заметный слой алюминия, чрезвычайно прочно прилипший к стеклянной поверхности.

Очевидно, поверхность стекла при нагревании претерпевает какие-то радикальные изменения, достигающие предела при определенной температуре, в данном случае 400° С. Благодаря этим изменениям прочность прилипания алюминия к стеклу резко возрастает. Увеличение механической прочности, повидимому, объясняется не только резким возрастанием прочности прилипания, но и теми изменениями в структуре самого покрытия, которые сопутствуют повышению температуры подложки, а следовательно и самого покрытия.

Вопрос о повышении прочности покрытий, полученных испарением металла в вакууме, пока нельзя считать решенным. Предстоит проделать ряд дополнительных экспериментов, чтобы выяснить возможность еще большего увеличения прочности покрытий.

#### Л и т е р а т у р а

1. Строинг Д. Техника физического эксперимента. 1948.
2. Векшинский С. А. Новый метод металлографического исследования сплавов. 1944.

18 августа 1948 г.



ОБ ОБРАЩЕНИИ ЛИНИЙ ПРИ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКОМ  
МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЛЩИН*Н. В. Рапп, К. Д. Синельников*

Одной из особенностей металлооптики является зависимость оптических констант не только от длины волны, но и от толщины исследуемого слоя металла. Помимо этого, точное знание толщины исследуемого слоя металла необходимо для определения показателей преломления и поглощения  $\chi$  из измерений коэффициента отражения  $R$  и коэффициента прохождения  $T$ . Вообще говоря, этот метод кажется нам более надежным и менее подверженным влиянию свойств поверхностного слоя металла, нежели классический поляриметрический метод Друде.

В неполяризационных методах металлооптики наиболее сложным и не особенно надежным в смысле точности является определение толщины слоя металла. При металлооптических исследованиях приходится иметь дело с толщинами от  $5 \cdot 10^{-7}$  до  $10^{-5}$  см. Нам казалось, что наиболее прямым и точным методом для определения толщин такого порядка является несколько видоизмененный интерференционный метод Толянского, который при определении толщин не очень малых по размерам поверхностей может дать разрешающую способность, лишь не намного уступающую разрешающей способности электронного микроскопа.

Детальное описание примененной нами методики дано в другой статье, здесь же мы остановимся на одном любопытном факте, замеченном одним из авторов этой заметки—Н. В. Рапп.

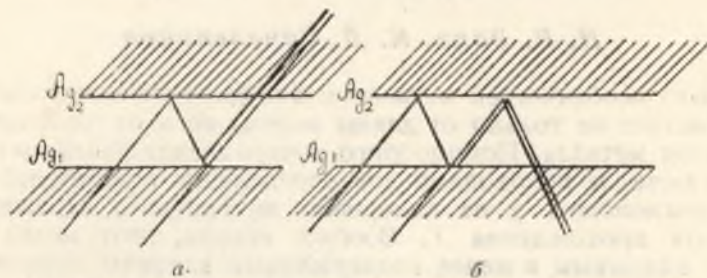
Определение толщины интерференционным методом Толянского может быть произведено путем измерения расстояния между полосами равной толщины (в монохроматическом свете) или же между полосами одинакового интерференционного порядка (в белом свете) как в отраженном, так и в проходящем свете.

Как известно, в проходящем свете в полосах равной толщины наблюдаются светлые полосы на темном фоне, в отраженном—темные полосы на светлом фоне, причем толщина линий в сильнейшей степени зависит от коэффициента отражения взятых полупрозрачных металлических слоев.

При определении оптимальной толщины одного из этих слоев было замечено, что при очень тонком слое серебра, нанесенном на интерферометрическую стеклянную пластинку, в отраженном свете узкие темные полосы превращаются в светлые полосы на почти черном фоне. Из обычного рассмотрения вопроса об интерференционных полосах при многократном отражении от двух зеркальных поверхностей можно

заключить, что это явление не связано с малым коэффициентом отражения одной из зеркальных поверхностей, так как уменьшение коэффициента отражения одной из поверхностей должно повести только к расширению и размытию интерференционных максимумов или минимумов. В том случае, когда на одну из пластин интерферометра был нанесен клинообразный слой серебра, можно было проследить постепенный переход острых максимумов в острые минимумы, и наоборот.

При тщательном осмотре этих тонких слоев серебра (их толщина, по видимому, не превышает 5–10  $\mu$ ) было обнаружено, что коэффициент отражения серебряного слоя со стороны воздуха много больше коэффициента отражения того же слоя со стороны стекла, на которое нанесен этот слой. Вполне понятно, что коэффициент прохождения  $T$  одинаков в обоих случаях.



а) случай проходящего света; б) случай отраженного света, когда слой  $Ag_1$  настолько тонок, что отражением от границы стекло— $Ag_1$  можно пренебречь.

Из сравнения рисунков а и б видно, что ход лучей в них идентичен; поэтому интерференционная картина в отраженном свете должна соответствовать интерференционной картине в проходящем свете.

Нетрудно видеть, что в том случае, когда поверхности серебряных слоев, обращенные к воздушному зазору, имеют достаточно большие коэффициенты отражения  $R'$  и  $R$ , а сторона одного из слоев, обращенная к стеклу, — малый коэффициент отражения, то многократная интерференция поведет к образованию светлых линий на темном фоне при наблюдении в отраженном свете.

Причину различия в коэффициентах отражения в сторону воздуха  $R$  и в сторону стекла  $R'$  можно было бы искать в недостаточных мерах предосторожности при нанесении слоя серебра. Действительно, если вольфрамовая проволока или танталовая лодочка, с которых испарялось серебро, были загрязнены или само серебро было недостаточно чисто, то самые первые слои, нанесенные на стекло, могли оказаться состоящими из сильно загрязненного серебра, обладающего аномально большим коэффициентом поглощения. Однако против этого объяснения говорит как тщательность, с которой наносились слои серебра путем испарения в высоком вакууме, так и тот факт, что разница в  $R$  и  $R'$  наблюдалась только при очень тонких слоях серебра.

Очевидно, правильнее будет предположить, что здесь сказывается влияние показателя преломления стекла на коэффициент отражения, причем это влияние должно проявляться в случае особо тонких слоев серебра. Нетрудно показать, что классическая электромагнитная теория света полностью подтверждает и объясняет наблюдаемые нами явления.

Пусть имеется слой металла толщиной  $z$  см, нанесенный на прозрачный диэлектрик с показателем преломления  $n_2$ ; другая сторона

металла соприкасается с воздухом, показатель преломления которого примем равным  $n_0$ . Пусть металл определяется комплексным показателем преломления

$$n = n_1 - i\chi.$$

Тогда, пользуясь обычным методом Друде, получим следующие выражения для интенсивности отраженного и прошедшего луча:

$$J_R = \frac{abe^{2p} + cde^{-2p} + 2e \cos 2\alpha + 2f \sin 2\alpha}{bce^{2p} + ade^{-2p} + 2g \cos 2\alpha + 2h \sin 2\alpha}, \quad (1)$$

$$J_T = \frac{16n_0n_2(n_1^2 + \chi^2)}{bce^{2p} + ade^{-2p} + 2g \cos 2\alpha + 2h \sin 2\alpha}, \quad (2)$$

где

$$p = 2\pi\chi \frac{z}{\lambda}, \quad \alpha = 2\pi n_1 \frac{z}{\lambda}$$

и

$$a = (n_1 - n_0)^2 + \chi^2 \quad e = (n_2^2 + n_0^2)(n_1^2 + \chi^2) - (n_1^2 + \chi^2)^2 - n_0^2 n_2^2 - 4n_0 n_2 \chi^2$$

$$b = (n_1 + n_2)^2 + \chi^2 \quad g = (n_2^2 + n_0^2)(n_1^2 + \chi^2) - (n_1^2 + \chi^2)^2 - n_0^2 n_2^2 + 4n_0 n_2 \chi^2$$

$$c = (n_1 + n_0)^2 + \chi^2 \quad f = 2\chi(n_2 - n_0)(\chi^2 + n_1^2 + n_0 n_2)$$

$$d = (n_1 - n_2)^2 + \chi^2 \quad h = 2\chi(n_2 + n_0)(\chi^2 + n_1^2 - n_0 n_2)$$

Формулы (1) и (2) выведены для случая прохождения света со стороны среды с показателем преломления  $n_0$ .

Изменяя  $n_0$  на  $n_2$ , получим формулы для отражения и прохождения света со стороны стекла:

$$J_R^1 = \frac{cde^{2p} + abe^{-2p} + 2e \cos 2\alpha - 2f \sin 2\alpha}{bce^{2p} + ade^{-2p} + 2g \cos 2\alpha + 2h \sin 2\alpha}, \quad (3)$$

$$J_T^1 = J_T. \quad (4)$$

Отношение интенсивности луча, отраженного от передней стороны серебра, к интенсивности луча, отраженного от задней поверхности, обращенной к стеклу, равно:

$$\frac{J_R}{J_R^1} = \frac{abe^{2p} + cde^{-2p} + 2e \cos 2\alpha + 2f \sin 2\alpha}{cde^{2p} + abe^{-2p} + 2e \cos 2\alpha - 2f \sin 2\alpha} \quad (5)$$

Прежде всего следует отметить, что для значительных толщин серебра  $z > 5 \cdot 10^{-6}$  см; значение показателя преломления  $n_1$  очень мало — не превышает  $2-3 \cdot 10^{-1}$  при  $\chi$  порядка 3–4. Если положить  $n_1 = 0$ , то  $a = c$ ,  $b = d$  и  $\alpha = 0$ . Для этого случая выражение (5) запишется в виде

$$\frac{J_R}{J_R^1} = \frac{ab 2 \sin h 2p + 2e}{ab 2 \sin h 2p + 2e} = 1.$$

Поэтому отношение  $\frac{J_R}{J_R^1}$  в первую очередь зависит от значения  $n_1$ , возрастающей с возрастанием показателя преломления металла  $n_1$ . По всем имеющимся литературным данным, показатель преломления серебра сильно возрастает с уменьшением толщины слоя и достигает значения 2–3 при толщинах порядка  $10^{-6}$  см.

Приведем численный пример. Пусть  $n_0 = 1$ ;  $n_1 = 0,3$ ;  $n_2 = 1,5$  и  $\chi = 3$ . Толщину металлического слоя положим равной  $z = 10 \text{ м}\mu = 10^{-6} \text{ см}$  и  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ .

Формула (5) дает для этого случая:

$$\frac{J_R}{J_R^1} = \frac{74,8}{58,6} = 1,27.$$

Предположим теперь, что при этой толщине слоя  $n_1$  принимает значение, равное  $n_1 = 3$ , при том же значении  $\chi = 3$ . Вычисления по формуле (5) дают

$$\frac{J_R}{J_R^1} = \frac{548,5}{229} = 2,4,$$

что, повидимому, довольно близко к экспериментально наблюдавшемуся нами отношению интенсивностей.

Прекрасным качественным подтверждением правильности даваемого нами объяснения является следующая наглядная опыт. На слой серебра в том месте, где отношение  $\frac{J_R}{J_R^1}$  достаточно велико, наносится капля монобромнафталина ( $n_0 = 1,66$ ). Замена  $n_0 = 1$  на  $n_0 = 1,66$  необычайно резко сказывается на коэффициенте отражения серебра со стороны стекла. Наиболее тонкие слои серебряного покрытия, казавшиеся темными по сравнению с более толстыми слоями, после нанесения капли монобромнафталина оказывались наиболее сильно отражающими.

Поскольку та толщина клиновидного серебряного покрытия, при которой  $\frac{J_R}{J_R^1} = 1$ , может быть установлена с большой степенью точности по месту перехода светлых интерференционных полос в темные, то, по нашему мнению, представляется возможным развить новый метод определения комплексного показателя преломления металлов при малых толщинах.

Январь 1949 г.

## ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКЕ

Л. Н. Розенцвейг

В недавно опубликованной статье И. М. Лифшица и автора были получены общие уравнения, определяющие точный закон дисперсии и форму поверхностных волн в кристалле, рассматриваемом как дисконтинуум. В настоящей работе эти уравнения подвергнуты детальному исследованию для некоторых простейших моделей кристаллических решеток.

### 1. Введение

Влияние свободной поверхности кристалла на его спектр собственных частот оставалось не исследованным в течение длительного времени. Затруднения же, возникавшие из-за того, что наиболее существенный для термодинамики вопрос о распределении нормальных колебаний по частотам, очевидно, имеет смысл лишь для кристалла, ограниченного в пространстве, удавалось обойти, вводя условие цикличности.

Лишь в 1944 г., в связи с критикой борновской теории кристаллических решеток со стороны Рамана и его школы (причем особенно ожесточенным нападкам подвергалось именно условие цикличности), Ледерманн [1], по предложению Борна, рассмотрел вопрос о влиянии конечных размеров кристалла на величины, интересующие теорию. Ранее применявшиеся методы оказались вполне оправданными при условии, что число пограничных атомов мало по сравнению с полным числом атомов решетки. В частности, было показано, что замена конечных сумм соответствующими бесконечными рядами вполне допустима и что распределение нормальных колебаний по частотам, вычисленное с помощью борновского условия цикличности, должно с достаточной точностью совпадать с истинным распределением.

Влияние свободной поверхности кристалла учитывалось Ледерманном лишь постольку, поскольку это было необходимо для оценки погрешностей, вносимых указанными приближенными методами расчета. Поэтому представлялось целесообразным более полное исследование вопросов динамики кристаллической решетки, обладающей свободной поверхностью<sup>1</sup>. Основные результаты этого исследования изложены в статье И. М. Лифшица и автора [2] (в дальнейшем при

<sup>1</sup> Вопрос о влиянии поверхности на характер тепловых колебаний твердого тела был поднят Л. И. Мандельштамом на одном из заседаний семинара в Московском государственном университете.

ссылках на неё будем пользоваться римской цифрой I). Оно было проведено с помощью методов теории регулярных возмущений, недавно предложенных И. М. Лифшицем [3, 4].

В статье I показано, что если невозмущенной назвать задачу о колебаниях неограниченной кристаллической решетки, а влияние свободной поверхности трактовать как возмущение, то при соответствующем выборе элементарной ячейки обе задачи, невозмущенная и возмущенная, сводятся к одномерным задачам о колебаниях некоторых фиктивных «цепочек». Рассматриваемое возмущение может быть аппроксимировано с произвольной степенью точности вырожденным возмущением, ранг которого равен ушестеренному числу атомов в элементарной ячейке (в задачах динамики решетки, заполняющей полупространство, ранг возмущения можно понизить вдвое).

Из общей теории известно, что такое возмущение, не меняя области непрерывного спектра, может привести к отделению от нее дискретных собственных частот, причем число частот, отделившихся от каждого интервала указанной области, не превышает ранга возмущения<sup>1</sup>. Дискретным частотам отвечают нормальные колебания, амплитуда которых затухает вглубь кристалла, т. е. поверхностные волны.

Формулы (5.1—4) статьи I в принципе дают исчерпывающее решение задачи о поверхностных волнах в дисконтинууме. Но исследование этих соотношений в общем виде наталкивается на непреодолимые трудности, что вынуждает обратиться к какой-нибудь достаточно простой модели кристаллической решетки. Мы далеки от того, чтобы переоценивать достоверность и степень общности результатов, найденных с помощью моделей, ибо не ясно, в какой степени они зависят от упрощающих предположений, сделанных при выборе модели. Следует, однако, помнить, что в теории термодинамических и оптических свойств кристаллов рассмотрение простых моделей позволило впервые установить ряд закономерностей и что работы, посвященные изучению таких моделей, и поныне публикуются в ведущих физических журналах.

Как известно, упругие колебания кристаллических решеток впервые были изучены теоретически для простейшей одномерной модели [2]; несмотря на то, что эта модель едва ли может быть признана физически реальной, именно таким путем были обнаружены некоторые существенные черты, в известной степени сохраняющиеся при переходе к трехмерному случаю. § 2 настоящей статьи посвящен рассмотрению одномерной задачи, являющейся аналогом задачи о поверхностных волнах в трехмерной модели. Основная идея здесь еще не затемнена громоздкой символикой, и вычисления могут быть проведены до конца.

В § 3 рассматривается простейшая трехмерная модель, предложенная Борном и Карманом; предполагается, что свободная поверхность решетки совпадает с плоскостью (001), и поверхностная волна распространяется в направлении оси [100]. Даже в этом частном случае точный закон дисперсии оказывается довольно громоздким.

Наконец, в § 4 правильность уравнения (5.1—2) для дискретных собственных значений, полученного в работе I, проверяется путем предельного перехода к континууму (случай очень длинных поверхностных

<sup>1</sup> Можно показать, что полученные Ледерманном результаты, касающиеся влияния размеров кристалла на распределение частот, непосредственно вытекают из более общих теорем теории регулярных возмущений.

волн): в результате указанного перехода получаем закон дисперсии рэлеевских волн, хорошо известный из теории упругости. Для того чтобы облегчить сравнение с уже известными формулами и избежать чрезмерного усложнения и без того громоздких выкладок, рассматривается случай простой кубической решетки, дающей в пределе упруго-изотропную среду. Очевидно, эти ограничения не существенны, так как в § 4 нашей целью является проверка полученных результатов, а не их вывод.

Как и в статье I, предполагается, что решетка вблизи свободной поверхности не искажена.

В последние годы классическая теория кристаллической решетки подвергалась критике. Неосновательность упоминавшихся выше возражений Рамана в настоящее время можно считать установленной. Однако совсем недавно появилась статья Эпштейна [6], в которой автор приходит к выводам, противоречащим борновской теории. В краткой заметке Зинер [7] показал справедливость теоремы, против которой возражал Эпштейн, не входя в рассмотрение приводимых им аргументов. Несмотря на это, в реферативных журналах (например, [8, 9]), статья [6] излагается как правильная, без каких-либо возражений со стороны референта, причем даже цитируется утверждение о необходимости пересмотра прежних работ по теории твердого тела. Так как в настоящей работе широко используются результаты классической теории кристаллической решетки, представляется необходимым более детально, чем у Зинера, рассмотреть статью [6]. При этом выясняются следующие обстоятельства.

Эпштейн предлагает учитывать члены второго порядка в выражениях для компонент тензора деформаций

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (1.1)$$

и в то же время тензор вращений записывает в виде

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right), \quad (1.2)$$

опуская члены второго порядка в более точной формуле

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \frac{1}{8} \left( \frac{\partial u_l}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \right) \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_l} - \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right). \quad (1.3)$$

Если воспользоваться последней, то в соотношениях (19) его статьи выпадут слагаемые с  $A_{ik}$ , и эти соотношения уже не будут являться следствием формулы (24), в результате чего вся аргументация рухнет.

Далее, он полагает, что условия равенства нулю сил, действующих на каждый атом неискаженной решетки со стороны остальных её атомов, достаточны для равновесия решетки, не замечая того факта, что в случае простой решетки при наличии центральных сил эти условия тривиальны и не мешают, например, произвольному изменению масштабов, т. е. еще не определяют равновесной конфигурации. В действительности они должны быть дополнены условиями равенства нулю упругих напряжений в неискаженной решетке, которые приводят к тому, что, вопреки утверждениям Эпштейна, между

его коэффициентами  $b_{ik}$  и фохтовскими коэффициентами  $c_{ik}$  нет никакой разницы.

Не удивительно, что им получены совершенно неприемлемые результаты. Так, например, он утверждает, что заведомо инвариантная относительно поворота упругая энергия кристалла получается в результате предельного перехода к континууму из не инвариантной квадратичной формы.

## 2. Одномерная модель

Представим себе бесконечную цепочку, построенную из одинаковых атомов. Цепочка предполагается одномерной в том смысле, что возможны смещения атомов лишь в одном направлении, т. е. колебания поляризованы. Междоатомные силы настолько быстро спадают с расстоянием, что достаточно учитывать взаимодействие лишь ближайших соседей.

Помимо сил взаимодействия между атомами, каждый атом "привязан" к своему положению равновесия дополнительной упругой силой. Тогда уравнения движения будут:

$$\ddot{u}_l = \alpha(u_{l+1} - u_l) + \alpha(u_{l-1} - u_l) - \beta u_l, \quad (2.1)$$

где  $u_l = u_l(t)$  — смещение  $l$ -го атома из положения равновесия.

Полагая  $u_l(t) = v_l e^{-i\omega t}$ , запишем уравнения (2.1) в матричной форме:

$$(a - \omega^2 E)v = 0; \quad (2.2)$$

здесь  $v$  — вектор, компоненты которого суть  $v_l$ ,  $E$  — единичная матрица, а матрица  $a$  равна

$$\|a_{l-l'}\| = \begin{vmatrix} \dots & 2\alpha + \beta & -\alpha & 0 & 0 & \dots \\ \dots & -\alpha & 2\alpha + \beta & -\alpha & 0 & \dots \\ \dots & 0 & -\alpha & 2\alpha + \beta & -\alpha & \dots \\ \dots & 0 & 0 & -\alpha & 2\alpha + \beta & \dots \end{vmatrix}. \quad (2.3)$$

Нормальные колебания цепочки

$$v_\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i\varphi} \quad (2.4)$$

принадлежат собственным частотам  $\omega$ , которые связаны с  $\varphi$  законом дисперсии:

$$\omega^2 = \mu(\varphi), \quad \mu(\varphi) = \sum_n a_n e^{-in\varphi} = \beta + 2\alpha(1 - \cos \varphi) \quad (2.5)$$

При изменении  $\varphi$  в промежутке  $(-\pi, +\pi)$  принимаемые функцией  $\mu(\varphi)$  значения заполняют интервал  $(\beta, \beta + 4\alpha)$ , образуя непрерывный спектр частот.

Теперь разрежем цепочку, например, между атомами  $l=0$  и  $l=1$ . Это равносильно переходу от задачи (2.2) к некоторой другой задаче, которую будем называть возмущенной; возмущение обращает в нуль силу взаимодействия между двумя упомянутыми атомами, не меняя всех остальных сил. Другими словами, все уравнения (2.1) остаются в силе, за исключением двух, которые принимают вид:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_0 &= \alpha(u_{-1} - u_0) - \beta u_0, \\ \ddot{u}_1 &= \alpha(u_2 - u_1) - \beta u_1. \end{aligned}$$

В результате матрица  $b = a + \Lambda$  возмущенной задачи

$$(b - zE)\chi = 0 \quad (2.6)$$

уже не будет разностной относительно индексов  $l, l'$ :

$$\|b_{ll'}\| = \begin{vmatrix} \dots & 2\alpha + \beta & -\alpha & 0 & 0 & \dots \\ \dots & -\alpha & \alpha + \beta & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & \alpha + \beta & -\alpha & \dots \\ \dots & 0 & 0 & -\alpha & 2\alpha + \beta & \dots \end{vmatrix}.$$

Возмущение представлено матрицей  $\Lambda$  с конечным числом отличных от нуля элементов:

$$\|\Lambda_{ll'}\| = \|b_{ll'} - a_{l-l'}\| = \begin{vmatrix} \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & -\alpha & \alpha & 0 & \dots \\ \dots & 0 & \alpha & -\alpha & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{vmatrix}. \quad (2.7)$$

Как известно, такого рода возмущение является вырожденным. В рассматриваемом случае ранг возмущения равен единице, хотя отличные от нуля элементы расположены на пересечении двух строк и столбцов, ибо ранг матрицы (2.7) в обычном смысле равен единице.

Результаты, к которым приводит возмущение (2.7), тривиальны, и мы рассмотрим сразу более общий случай, когда возмущение не только "выключает" силу взаимодействия между двумя атомами цепочки, но и уменьшает на величину  $\beta_1$  коэффициент  $\beta$  упругой силы, "привязывающей" их к положениям равновесия. Матрица возмущения

$$\|\Lambda_{ll'}\| = \begin{vmatrix} \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & -\alpha - \beta_1 & \alpha & 0 & \dots \\ \dots & 0 & \alpha & -\alpha - \beta_1 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{vmatrix} \quad (2.8)$$

описывает вырожденное возмущение второго ранга и приводится к канонической форме (формула (1.1) статьи I) бесчисленным множеством способов.

Действительно, полагая

$$\Lambda_{ll'} = - \sum_{i=1}^2 (\bar{x}_i \delta_{l,0} - \bar{\lambda}_i \delta_{l,1}) (x_i \delta_{l,0} - \lambda_i \delta_{l,1}) \quad (2.9)$$

и с помощью формул

$$x_i = s_{ix} + i s_{iy}, \quad \lambda_i = t_{iy} - i t_{ix} \quad (i=1,2)$$

приведя в соответствие комплексным числам  $x_i, \lambda_i$  лежащие в плоскости  $XU$  векторы  $\bar{s}_i, \bar{t}_i$ , находим:

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 + \bar{s}_2 &= \alpha + \beta_1, & \bar{t}_1 + \bar{t}_2 &= \alpha + \beta_1, \\ (\bar{s}_1 \bar{t}_1) + (\bar{s}_2 \bar{t}_2) &= 0, & \|[\bar{s}_1 \bar{t}_1]\| + \|[\bar{s}_2 \bar{t}_2]\| &= \alpha. \end{aligned} \quad (2.10)$$

При отличном от нуля значении  $\beta_1$  (2.8) не сводится к возмущению первого ранга, так как в случае  $s_2 = t_2 = 0$  удовлетворить всем четырем условиям (2.10) невозможно: не существует двух взаимно ортогональных векторов  $\vec{s}_1, \vec{t}_1$ , векторное произведение которых по абсолютной величине было бы меньше произведения их абсолютных величин. С другой стороны, четверка векторов  $\vec{s}_1, \vec{t}_1, \vec{s}_2, \vec{t}_2$  условиями (2.10) еще не определяется единственным образом.

Для определенности остановимся на следующем выражении  $\Lambda_{II}'$ :

$$\Lambda_{II}' = -\left(\alpha + \frac{\beta_1}{2}\right)(\delta_{II} - \delta_{II}) (\delta_{I'0} - \delta_{I'1}) - \frac{\beta_1}{2}(\delta_{II} + \delta_{II})(\delta_{I'0} + \delta_{I'1}). \quad (2.11)$$

В системе собственных векторов (2.4) имеем:

$$\Lambda_{\varphi\varphi}' = (\Lambda v_\varphi, v_\varphi') = \sum_{i=1}^2 g_i l_\varphi^i \bar{l}_\varphi^i, \quad (2.12)$$

где число  $g_i$  и линейные функционалы  $l_\varphi^i = l^i(v_\varphi)$  равны

$$g_1 = -\left(\alpha + \frac{\beta_1}{2}\right), \quad g_2 = -\frac{\beta_1}{2};$$

$$l_\varphi^1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(1 - e^{i\varphi}), \quad l_\varphi^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(1 + e^{i\varphi}). \quad (2.13)$$

Покажем теперь, каким образом можно понизить ранг возмущения. Бесконечная атомная цепочка разрезана нами на две части. Если мы интересуемся колебаниями только одной из этих частей, например той, для которой  $l > 0$ , то мы вправе распорядиться элементом  $\Lambda_{00}$  матрицы (2.8) по своему усмотрению.

В самом деле, роль различных элементов матрицы (2.8) такова:  $\Lambda_{01}, \Lambda_{10}$  „выключают“ взаимодействие между обеими частями цепочки (когда элементы  $b_{01}, b_{10}$  возмущенной матрицы исчезают, система уравнений движения (2.1) распадается на две независимых системы);  $\Lambda_{00}$  обеспечивает определенные физические условия на конце той части, для которой  $l < 0$ , а  $\Lambda_{11}$  имеет то же значение для другой части, с  $l > 0$ . Коль скоро положение дел при  $l < 0$  нас не интересует, элемент  $\Lambda_{00}$  может быть изменен произвольным образом при условии, что элементы  $\Lambda_{01}, \Lambda_{10}$  и  $\Lambda_{11}$  остаются нетронутыми.

Выберем  $\Lambda_{00}$  с таким расчетом, чтобы ранг возмущения сделать равным единице:

$$\Lambda_{00} = \frac{|\Lambda_{01}|^2}{\Lambda_{11}} = -\frac{\alpha^2}{\alpha + \beta_1}. \quad (2.14)$$

Напишем  $\Lambda_{II}'$  в виде

$$\Lambda_{II}' = -(\bar{x}\delta_{I0} - \bar{\lambda}\delta_{II})(x\delta_{I'0} - \lambda\delta_{I'1}), \quad (2.15)$$

где для векторов  $\vec{s}, \vec{t}$ , связанных с числами  $x, \lambda$ , ( $x = s_x + is_y, \lambda = t_x - it_y$ ), имеем:

$$\vec{t} = \alpha + \beta_1 \vec{s}, \quad (\vec{s}, \vec{t}) = 0, \quad \|\vec{s}, \vec{t}\| = \alpha. \quad (2.16)$$

Условиями (2.16) пара взаимно ортогональных векторов  $\vec{s}, \vec{t}$  определена с точностью до поворота на произвольный угол в плоскости XY. В частности, числа  $x, \lambda$  могут быть сделаны действительными:

$$\Lambda_{II}' = -\frac{1}{\alpha + \beta_1} [x\delta_{I0} - (x + \beta_1)\delta_{II}] [x\delta_{I'0} - (x + \beta_1)\delta_{I'1}], \quad (2.17)$$

или в  $v_\varphi$ -представлении

$$\Lambda_{\varphi\varphi}' = -\frac{1}{\alpha + \beta_1} l_\varphi \bar{l}_\varphi'; \quad l_\varphi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} [\alpha - (x + \beta_1) e^{i\varphi}]. \quad (2.18)$$

Число дискретных собственных значений  $z_d$ , отделившихся от интервала непрерывного спектра, при вырожденном возмущении первого ранга не может превышать единицы. В согласии с формулами (1.2–5) статьи I  $z_d$  будет корнем уравнения

$$1 - F(z) = 0; \quad F(z) = \frac{1}{\alpha + \beta_1} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{|l_\varphi|^2}{\mu(\varphi) - z} d\varphi, \quad (2.19)$$

а принадлежащая значению  $z_d$  собственная функция возмущенной задачи (2.6) равна

$$\chi_d(l) = C \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\bar{l}_\varphi v_\varphi(l)}{\mu(\varphi) - z_d} d\varphi \quad (2.20)$$

(C — нормирующий множитель).

Пользуясь формулами (2.5), (2.18), находим:

$$F(z) = \frac{1}{2\pi(\alpha + \beta_1)} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{[\alpha - (x + \beta_1)e^{i\varphi}]^2}{2\alpha(1 - \cos\varphi) + \beta - z} d\varphi =$$

$$= 1 + \frac{1}{2\pi} \left( z - \beta + \frac{\beta_1^2}{\alpha + \beta_1} \right) \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\varphi}{(2\alpha + \beta - z) - 2\alpha \cos\varphi} =$$

$$= 1 + \frac{z - \beta + \frac{\beta_1^2}{\alpha + \beta_1}}{V(z - \beta)(z - \beta - 4\alpha)},$$

откуда собственное значение  $z_d$  равно

$$z_d = \beta - \frac{\beta_1^2}{\alpha + \beta_1}. \quad (2.21)$$

Для функции (2.20) несложные выкладки дают:

$$\chi_d(l) = \begin{cases} \frac{V\beta_1(2\alpha + \beta_1)}{\alpha + \beta_1} \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta_1}\right)^{l-1} & \text{при } l > 0, \\ 0 & \text{при } l < 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

(Функция нормирована на единицу:  $\sum_l \chi_d^2(l) = 1$ ).

Таким образом, изменение на величину  $\Delta\beta = -\beta_1$  коэффициента упругой силы  $\beta$  для крайнего атома полубесконечной цепочки приводит к появлению в спектре колебаний дискретной частоты. Эта частота отщепляется от нижней границы интервала частот непрерывного спектра, неограниченно приближаясь к ней при  $\beta_1 \rightarrow 0$ . Амплитуда соответствующего нормального колебания заметно отличается от нуля лишь при малых  $l$ , быстро затухая вглубь цепочки, в отличие от колебаний, принадлежащих непрерывному спектру.

В заключение выясним, что означают сделанные выше предположения о характере сил, действующих на атомы. Оказывается, эти, на первый взгляд искусственные, предположения имеют простой физический смысл. Пусть одномерная цепочка построена из равноотстоящих, чередующихся между собой атомов двух различных сортов с массами  $m_1$  и  $m_2$ . Будем учитывать взаимодействие каждого атома с двумя соседними и двумя следующими за ними атомами; обозначим через  $\frac{\beta}{2}$  коэффициент, характеризующий взаимодействие между различными атомами, находящимися на расстоянии  $\frac{a}{2}$ , и буквой  $\alpha$  — аналогичный коэффициент для одинаковых атомов с массой  $m_1$ , удаленных на расстояние  $a$ . В рассматриваемом случае спектр характеристических частот распадается на два интервала; соответственно говорят об акустической и оптической ветвях спектра. Акустическая ветвь начинается с нуля, и при разрезании цепочки дискретные частоты могут отделиться только от оптической ветви.

Представим себе теперь, что отношение масс  $\frac{m_1}{m_2} = \eta$  очень мало ( $\eta \ll 1$ ). Тогда для нормальных колебаний, принадлежащих оптической ветви, амплитуда колебаний атомов  $m_2$  будет исчезающе малой, и при вычислении сил, действующих на легкие атомы  $m_1$ , тяжелые атомы  $m_2$  можно считать не сместившимися из равновесных положений. Следовательно, при достаточно малых  $\eta$  роль атомов  $m_2$  сводится к тому, что каждый атом  $m_1$  оказывается привязанным к своему положению равновесия упругой силой, коэффициент которой равен  $\beta$ . Интервал, отвечающий акустической ветви, при  $\eta \rightarrow 0$  стягивается к нулю, а оптическая ветвь в пределе описывается формулой (2.5).

Разрежем цепочку и рассмотрим ту её часть, где с краю расположен легкий атом  $m_1$ .

Очевидно, сила, привязывающая этот атом к положению равновесия, в результате разрезания цепочки должна уменьшиться ровно вдвое, так как теперь на него действует лишь один тяжелый атом  $m_2$ , и в полученных нами формулах (2.21), (2.22) следует положить  $\beta_1 = \frac{\beta}{2}$ , например,

$$Z_d = \beta - \frac{\beta^2}{2(2\alpha + \beta)}. \quad (2.23)$$

Таким образом, выше речь шла о дискретной частоте, отщепившейся от оптической ветви спектра двухатомной цепочки в предельном случае  $\frac{m_1}{m_2} \rightarrow 0$ , когда атомы  $m_2$  играют роль неподвижных силовых центров.

### 3. Простейшая трехмерная модель

Рассмотрим простейшую трехмерную модель кристаллической решетки, предложенную впервые Борном и Карманом [9]. Несмотря на то, что ее свойства несколько отличаются от свойств любого действительно существующего в природе кристалла, эта модель благодаря своей простоте рассматривалась и в более поздних работах (Блэкман, Монролл). Предлагались и более сложные модели кристаллических решеток (Зейтц, Лиддэйн и Герцфельд, Файн, Келлерманн и др.), но представляется целесообразным здесь ограничиться изучением самой простой и наиболее хорошо исследованной в других отношениях модели Борна—Кармана. Разумеется, не следует относиться с излишним доверием к полученным при этом количественным результатам, однако можно надеяться, что выводы, имеющие качественный характер, сохраняют силу независимо от свойств выбранной модели.

Модель Борна—Кармана представляет собой простую кубическую решетку; предполагается, что силы взаимодействия центральны, и каждый атом взаимодействует лишь с восемнадцатью соседями, из которых ближайшие шесть находятся на расстоянии  $a$  и двенадцать — на расстоянии  $a\sqrt{2}$  от данного атома; взаимодействие же с атомами, удаленными на расстояние  $a\sqrt{3}$ , уже не принимается в расчет<sup>1</sup>.

Сила  $\vec{F}_l$ , действующая на атом с индексом  $l$ , определяется равенством

$$\begin{aligned} F_l^x = & \alpha_1 (u_{l_1+1, l_2, l_3}^x + u_{l_1-1, l_2, l_3}^x - 2u_l^x) + \\ & + \alpha_2 (u_{l_1, l_2+1, l_3}^x + u_{l_1, l_2-1, l_3}^x + u_{l_1, l_2, l_3+1}^x + u_{l_1, l_2, l_3-1}^x - 4u_l^x) + \\ & + \alpha_3 (u_{l_1+1, l_2, l_3+1}^x + u_{l_1+1, l_2+1, l_3}^x + u_{l_1+1, l_2, l_3-1}^x + u_{l_1+1, l_2-1, l_3}^x + \\ & + u_{l_1-1, l_2, l_3+1}^x + u_{l_1-1, l_2+1, l_3}^x + u_{l_1-1, l_2, l_3-1}^x + u_{l_1-1, l_2-1, l_3}^x - 8u_l^x) + \\ & + \alpha_4 (u_{l_1, l_2+1, l_3+1}^x + u_{l_1, l_2-1, l_3+1}^x + u_{l_1, l_2+1, l_3-1}^x + u_{l_1, l_2-1, l_3-1}^x - 4u_l^x) + \\ & + \alpha_5 (u_{l_1+1, l_2+1, l_3}^y + u_{l_1-1, l_2+1, l_3}^y - u_{l_1+1, l_2-1, l_3}^y - u_{l_1-1, l_2-1, l_3}^y + \\ & + u_{l_1+1, l_2, l_3+1}^z + u_{l_1-1, l_2, l_3+1}^z - u_{l_1+1, l_2, l_3-1}^z - u_{l_1-1, l_2, l_3-1}^z). \end{aligned} \quad (3.1)$$

и аналогичными равенствами для компонент  $F_l^y$  и  $F_l^z$ . Из предположения о центральности сил вытекает соотношение

$$\alpha_3 = \alpha_4 + \alpha_5, \quad (3.2)$$

а условия равновесия, сводящиеся к требованию равенства нулю упругих напряжений в неискаженной решетке, дают:

$$\alpha_2 + 4\alpha_4 = 0. \quad (3.3)$$

<sup>1</sup> В самом начале своего известного обзора Герцфельд [10] рассматривает еще более простую модель, учитывая взаимодействие только с шестью ближайшими соседями и пренебрегая силами, обусловленными всеми остальными атомами. Нетрудно показать, что такая решетка неустойчива и что в результате предельного перехода к континууму она дает среду с бесконечно большим коэффициентом Пуассона. Герцфельд же, полагая отличным от нуля элемент матрицы взаимодействия, в действительности исчезающий из-за симметрии решетки, и получая при этом для потенциальной энергии выражение, не инвариантное относительно поворота решетки как целого, производит "насильственную" симметризацию и приходит к ошибочному заключению о равенстве коэффициента Пуассона нулю.

Независимо от возражений, связанных с неустойчивостью указанной модели, ее рассмотрение оказывается излишним, ибо в ней нет поверхностных волн.

Произведя в выражении (3.1) формальный переход от конечных разностей к частным дифференциалам и сравнивая полученный результат с формулами теории упругости, находим следующие соотношения, связывающие константы  $x_i$  с фоxtовскими коэффициентами  $c_{ik}$ :

$$\begin{aligned} x_1 + 4x_3 &= ac_{11}, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= ac_{44}, \\ 4x_3 &= a(c_{12} + c_{44}). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Соотношения (3.4) вместе с (3.2), (3.3) дают систему уравнений для величин  $x_i$ . Эти уравнения совместны лишь в том случае, когда  $c_{44} = c_{12}$  (условие Коши—Пуассона для кристалла кубической системы; см. Ляв [11]); решение зависит от произвольного параметра  $\sigma$ :

$$\begin{aligned} x_1 &= a(c_{11} - 2c_{12}) + \sigma, \quad x_2 = \sigma, \\ x_3 &= \frac{ac_{12}}{2} - \frac{\sigma}{4}, \quad x_4 = -\frac{\sigma}{4}, \quad x_5 = \frac{ac_{12}}{2}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

т. е. коэффициенты, характеризующие взаимодействие атомов в решетке, даже в рассматриваемом простейшем случае не определяются единственным образом из макроскопических упругих модулей кристалла.

Для простоты Борн и Карман полагают  $\sigma = 0$ , так что

$$\begin{aligned} x_1 &= a(c_{11} - 2c_{12}), \\ x_2 &= x_4 = 0, \\ x_3 &= x_5 = \frac{ac_{12}}{2}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Обозначим буквой  $x$  отношение

$$x = \frac{x_1}{2x_3}. \quad (3.7)$$

В согласии с формулой (2.4) статьи I матрица  $[a(\varphi_1, \varphi_2)]_{i-l}^{x'}$  невозмущенной задачи имеет вид:

$$\|a_{i-l}\| = \begin{vmatrix} \dots & a_0 & a_1^* & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & a_1 & a_0 & a_1^* & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & a_1 & a_0 & a_1^* & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & a_1 & a_0 & a_1^* & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & a_1 & a_0 & a_1^* & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & a_0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \quad (3.8)$$

где матрицы  $a_0, a_1$  равны

$$\|a_0^{x'x'}\| = \frac{4x_3}{m} \begin{vmatrix} x(1 - \cos \varphi_1) + & \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & 0 \\ + 2 - \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 & & \\ \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & x(1 - \cos \varphi_2) + & 0 \\ 0 & + 2 - \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 & \\ 0 & 0 & x+2 \end{vmatrix} \quad (3.9a)$$

$$\|a_1^{x'x'}\| = -\frac{2x_3}{m} \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & 0 & -i \sin \varphi_1 \\ 0 & \cos \varphi_2 & -i \sin \varphi_2 \\ -i \sin \varphi_1 & -i \sin \varphi_2 & x + \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 \end{vmatrix} \quad (3.9b)$$

Закон дисперсии (2.7) статьи I представляет собой кубическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} A(\varphi_1; \varphi_2, \varphi) - \mu' & \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & \sin \varphi \sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & A(\varphi_2; \varphi_1, \varphi) - \mu' & \sin \varphi \sin \varphi_2 \\ \sin \varphi \sin \varphi_1 & \sin \varphi \sin \varphi_2 & A(\varphi; \varphi_1, \varphi_2) - \mu' \end{vmatrix} = 0 \quad (3.10)$$

$$A(\varphi_1, \varphi_2, \varphi) = x(1 - \cos \varphi_1) + 2 - \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \cos \varphi_1 \cos \varphi,$$

$$\mu' = \frac{m\omega^2}{4x_3} = \frac{m}{4x_3} \mu(\varphi). \quad (3.11)$$

Ограничимся рассмотрением упругих волн, волновой вектор которых лежит в плоскости (010), для чего полагаем  $\varphi_2 = 0$ . Уравнение (3.10) сводится к

$$\begin{aligned} \mu' &= 2 - \cos \varphi_1 - \cos \varphi, \\ [(x+1)(1 - \cos \varphi_1) + 1 - \cos \varphi_1 \cos \varphi - \mu'] &[(x+1)(1 - \cos \varphi) + \\ &+ 1 - \cos \varphi_1 \cos \varphi - \mu'] = \sin^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi. \end{aligned}$$

Пусть  $x = 1$ , что соответствует упругой изотропии кристаллической среды (разумеется, среда будет упруго-изотропной лишь макроскопически, т. е. в предельном случае длинных волн). Тогда

$$\mu_{1,2}(\varphi) = \frac{2c_t^2}{a^2} (2 - \cos \varphi_1 - \cos \varphi), \quad (3.12)$$

$$\mu_3(\varphi) = \frac{2}{3} \frac{c_l^2}{a^2} (4 - \cos \varphi_1 - \cos \varphi - 2 \cos \varphi_1 \cos \varphi) \quad (3.13)$$

(в силу условия Коши  $c_l = \sqrt{3}c_t$ ). Нормальные колебания, соответствующие собственным частотам (3.12), (3.13), определяются соотношениями (2.9—11) статьи I.

Амплитуды  $f_j^x(\varphi)$  с точностью до несущественных фазовых множителей равны:

$$f_1^x = \sqrt{\frac{(1 + \cos \varphi_1)(1 - \cos \varphi)}{2(1 - \cos \varphi_1 \cos \varphi)}}, \quad f_1^y = 0, \quad (3.14a)$$

$$f_1^z = \sqrt{\frac{(1 - \cos \varphi_1)(1 + \cos \varphi)}{2(1 - \cos \varphi_1 \cos \varphi)}}, \quad (3.14b)$$

$$f_2^x = 0, \quad f_2^y = 1, \quad f_2^z = 0, \quad (3.14c)$$

$$f_3^x = \sqrt{\frac{(1 - \cos \varphi_1)(1 + \cos \varphi)}{2(1 - \cos \varphi_1 \cos \varphi)}}, \quad f_3^y = 0, \quad (3.15a)$$

$$f_3^z = \sqrt{\frac{(1 + \cos \varphi_1)(1 - \cos \varphi)}{2(1 - \cos \varphi_1 \cos \varphi)}}. \quad (3.15b)$$

Выключая взаимодействие между атомами с  $I_2 > 0$  и атомами с  $I_2 < 0$ , переходим к случаю решетки, заполняющей полупространство. С самого начала выбираем матрицу, представляющую возмущение, с таким расчетом, чтобы понизить вдвое ранг возмущения.

Таким образом, возмущенная матрица  $\{b(\varphi_1, 0)\}_{i-l}^{x'x'}$  равна

$$b_{i-l}^{x'x'} = a_{i-l}^{x'x'} + \Lambda_{i-l}^{x'x'},$$



где матрица возмущения  $\Lambda_{ll'}^{xx'}$  определяется формулами:

$$\|\Lambda_{ll'}\| = \begin{vmatrix} \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & \Lambda_{00} & \Lambda_{10} & 0 & \dots \\ \dots & 0 & \Lambda_{10} & \Lambda_{11} & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{vmatrix} \quad (3.16)$$

$$\|\Lambda_{11}^{xx'}\| = -\frac{2\alpha_3}{m} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \quad (3.17a)$$

$$\|\Lambda_{10}^{xx'}\| = \frac{2\alpha_3}{m} \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & 0 & -i \sin \varphi_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -i \sin \varphi_1 & 0 & 2 + \cos \varphi_1 \end{vmatrix} \quad (3.17b)$$

$$\Lambda_{00} = -\alpha^* \alpha, \quad (3.18)$$

причем  $\alpha$  вместе с другой матрицей  $\beta$  должна удовлетворять условиям:

$$\beta^* \beta = -\Lambda_{11}, \quad \beta^* \alpha = \Lambda_{10}. \quad (3.19)$$

Полагаем для простоты, что матрица  $\beta$  диагональна:

$$\|\beta^{xx'}\| = \frac{c_l}{a} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} \end{vmatrix}; \quad (3.20a)$$

тогда

$$\|\alpha^{xx'}\| = \frac{c_l}{a} \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & 0 & -i \sin \varphi_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{i}{\sqrt{3}} \sin \varphi_1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}(2 + \cos \varphi_1) \end{vmatrix} \quad (3.20b)$$

С помощью матриц  $\alpha$ ,  $\beta$  возмущение приводится к канонической форме:

$$\Lambda_{ll'}^{xx'} = -\sum_{x''=1}^3 (\bar{\alpha}^{x''x} \delta_{l0} - \bar{\beta}^{x''x} \delta_{ll'}) (\alpha^{xx''} \delta_{l'0} - \beta^{xx''} \delta_{l'1}),$$

или в системе  $v_{\varphi}^j$

$$\Lambda_{\varphi\varphi'}^{jj'} = -\sum_{x=1}^3 l_{\varphi j}^x \bar{l}_{\varphi' j'}^x, \quad (3.21)$$

$$l_{\varphi j}^x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{x'=1}^3 (\alpha^{xx'} - e^{i\varphi} \beta^{xx'}) f_j^{x'}(\varphi). \quad (3.22)$$

Пользуясь формулами (3.14) и обозначая

$$\cos \varphi_1 = y, \quad z' = \frac{a^2}{2c_l^2} z, \quad z_1 = 2 - \cos \varphi_1 - z', \quad (3.23)$$

можно записать коэффициенты (5.2) статьи I в виде:

$$1 - B_{11}(z) = \frac{1}{2(1-yz_1)} \left[ \frac{(1-y)(2-2y-5y^2-2y^3+2yz_1+4z_1+z_1^2)}{\sqrt{(z_1+2)^2-(1+2y)^2}} - \frac{(1+y)(y-z_1)^2}{\sqrt{z_1^2-1}} \right].$$

$$1 - B_{22}(z) = \frac{z_1}{\sqrt{z_1^2-1}},$$

$$1 - B_{33}(z) = \frac{1}{6(1-yz_1)} \left[ (1-y) \frac{3z_1^2+2yz_1-y^2-4}{\sqrt{z_1^2-1}} + (1+y) \frac{2-6y+3y^2-2y^3+6yz_1-3z_1^2}{\sqrt{(z_1+2)^2-(1+2y)^2}} \right], \quad (3.24)$$

$$B_{13}(z) = \frac{i\sqrt{1-y^2}}{2\sqrt{3}(1-yz_1)} \left[ \frac{(y-z_1)^2}{\sqrt{z_1^2-1}} - \frac{2-4y+y^2+2y^3-4yz_1+2z_1+z_1^2}{\sqrt{(z_1+2)^2-(1+2y)^2}} \right],$$

$$B_{12}(z) = B_{23}(z) = 0.$$

Таким образом, даже в исследованном нами простейшем случае точный закон дисперсии поверхностных волн

$$|1 - B_{11}(z)| |1 - B_{33}(z)| = |B_{13}(z)|^2 \quad (3.25)$$

выражен весьма громоздкой формулой. Первое приближение для случая длинных волн рассматривается в следующем параграфе при несколько более общих предположениях о свойствах изучаемой модели. Можно было бы воспользоваться явными выражениями (3.24) для отыскания следующих членов в разложении решения возмущенной задачи по степеням абсолютного значения волнового вектора. Но вид этих членов зависит от конкретного характера выбранной модели и едва ли представляет общий интерес.

#### 4. Предельный переход к континууму

Если в случае объемных волн с весьма большой длиной волны (или, что то же, с весьма малым волновым вектором  $\varphi$ ) исключить из рассмотрения смещения простых решеток относительно друг друга, то уравнения в конечных разностях, описывающие неограниченную решетку, в пределе дают дифференциальные уравнения теории упругости, а закон дисперсии объемных волн в дисконтинууме переходит в соотношение, определяющее скорости звука в кристалле. Другими словами, для колебаний, принадлежащих акустическим ветвям спектра решетки, предположение  $\lambda \gg a_i$  ( $\lambda$  — длина волны,  $a_1, a_2, a_3$  — длины основных периодов решетки) означает предельный переход к континууму [12].

С помощью аналогичного предельного перехода, проведенного для поверхностных волн, проверим правильность полученных нами соотношений: в пределе, при  $\varphi_1, \varphi_2 \rightarrow 0$ , нормальные колебания, отвечаю-

щие отделившись от акустических ветвей частотам, должны дать хорошо известные из теории упругости волны Рэлея.

Ограничимся рассмотрением простой решетки. Обозначим буквой  $\psi$  величину  $\psi = \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2}$ , т. е. компоненту вектора  $\varphi$ , тангенциальную к свободной поверхности решетки. При малых  $\psi$  формулы (3.10—11) статьи I с точностью до членов порядка  $O(\psi^2)$  дают:

$$\Lambda_1 = -P_0, \quad \Lambda_{III} \cong P_0 + \psi P_1 \quad (4.1)$$

(матрицы  $P_0, P_1$  уже не зависят от  $\psi$ ). Соответственно,

$$\alpha \cong \alpha_0 + \psi \alpha_1, \quad \beta \cong \alpha_0 \quad (4.2a)$$

где

$$\alpha_0^* \alpha_0 = P_0, \quad \alpha_0^* \alpha_1 = P_1. \quad (4.2b)$$

При  $\psi = 0$  матрица невозмущенной задачи (формула (2.8) статьи I) в силу условия (3.2) той же статьи равна

$$a_0^{xx'}(\varphi_3) = a^{xx'}(\varphi_3)|_{\psi=0} = 2(1 - \cos \varphi_3) P_0^{xx'}.$$

Обозначим через  $\mu_{j0}$  и  $f_{j0}$  невозмущенные собственные значения и амплитуды невозмущенных собственных функций при  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ :

$$\mu_{j0} = \mu_j(\varphi_3)|_{\psi=0}, \quad f_{j0}^* = f_j^*(\varphi_3)|_{\psi=0}. \quad (4.3)$$

Очевидно,

$$2(1 - \cos \varphi_3) P_0 f_{j0} = \mu_{j0} f_{j0}. \quad (4.4)$$

Теперь подставим в формулу (5.2) цитированной статьи величины, даваемые второй из формул (4.7), (там же); прибавляя и вычитая в правой части равенства одно и то же выражение, содержащее  $\mu_{j0}$  и  $f_{j0}$ , сгруппируем члены следующим образом:

$$\begin{aligned} B_{xx'}(z) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j, \xi, \xi' = -1}^3 \int_{-\pi}^{+\pi} (\alpha^{\xi\xi'} - e^{i\varphi_3 \beta^{\xi\xi'}})(\alpha_0^{\xi\xi'} - e^{-i\varphi_3 \beta_0^{\xi\xi'}}) \frac{f_j^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_j - z} d\varphi_3 = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j, \xi, \xi' = -1}^3 \left[ (\alpha - \beta)^{\xi\xi'} (\alpha_0 - \beta_0)^{\xi\xi'} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{f_j^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_j - z} d\varphi_3 + \right. \\ &\quad \left. + i(\alpha^{\xi\xi'} \beta_0^{\xi\xi'} - \beta^{\xi\xi'} \alpha_0^{\xi\xi'}) \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{f_j^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_j - z} \sin \varphi_3 d\varphi_3 + \right. \\ &\quad \left. + (\alpha^{\xi\xi'} \beta_0^{\xi\xi'} + \beta^{\xi\xi'} \alpha_0^{\xi\xi'}) \int_{-\pi}^{+\pi} \left[ \frac{f_j^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_j - z} - \frac{f_{j0}^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_{j0}} \right] (1 - \cos \varphi_3) d\varphi_3 + \right. \\ &\quad \left. + (\alpha^{\xi\xi'} \beta_0^{\xi\xi'} + \beta^{\xi\xi'} \alpha_0^{\xi\xi'}) \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{f_{j0}^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_{j0}} (1 - \cos \varphi_3) d\varphi_3 \right]. \end{aligned}$$

Но из формулы (4.4) следует, что

$$2(1 - \cos \varphi_3) \sum_{j=1}^3 \frac{f_{j0}^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_{j0}} = [P_0^{-1}]^{\xi\xi'},$$

откуда находим:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \sum_{j, \xi, \xi' = -1}^3 (\alpha^{\xi\xi'} \beta_0^{\xi\xi'} + \beta^{\xi\xi'} \alpha_0^{\xi\xi'}) \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{f_{j0}^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_{j0}} (1 - \cos \varphi_3) d\varphi_3 = \\ = \delta_{xx'} + O(\psi^2), \quad (\psi \ll 1). \end{aligned}$$

Действительно, матрица  $P_0$  не зависит от  $\varphi_3$ , а матрица  $\alpha_1 \alpha_0^{-1} + \alpha_0^{-1} \alpha_1$  тождественно равна нулю:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \alpha_0^{-1} + \alpha_0^{-1} \alpha_1 &= \alpha_0^{-1} \alpha_0 \alpha_0^{-1} (\alpha_1 \alpha_0^{-1} + \alpha_0^{-1} \alpha_1) \alpha_0 \alpha_0^{-1} = \\ &= \alpha_0^{-1} (\alpha_0 \alpha_1 + \alpha_1 \alpha_0) \alpha_0^{-1} = \alpha_0^{-1} (P_1 + P_1^*) \alpha_0^{-1} = 0, \end{aligned}$$

так как  $P_1^* = -P_1$ .

Таким образом, при малых  $\psi$

$$\begin{aligned} B_{xx'}(z) - \delta_{xx'} &= \frac{1}{2\pi} \sum_{j, \xi, \xi' = -1}^3 \left[ \psi^2 \alpha_1^{\xi\xi'} \alpha_0^{\xi\xi'} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{f_j^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_j - z} d\varphi_3 + \right. \\ &\quad \left. + i\psi (\alpha_1^{\xi\xi'} \alpha_0^{\xi\xi'} - \alpha_0^{\xi\xi'} \alpha_1^{\xi\xi'}) \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{f_j^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_j - z} \sin \varphi_3 d\varphi_3 + \right. \\ &\quad \left. + 2\alpha_0^{\xi\xi'} \alpha_0^{\xi\xi'} \int_{-\pi}^{+\pi} \left( \frac{f_j^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_j - z} - \frac{f_{j0}^{\xi\xi'} \bar{f}_{j0}^{\xi\xi'}}{\mu_{j0}} \right) (1 - \cos \varphi_3) d\varphi_3 \right] + O(\psi^3). \quad (4.5) \end{aligned}$$

Можно показать, что при вычислении интегралов, стоящих под знаком суммы, в случае  $\psi \ll 1$  существенно интегрирование лишь в окрестности  $\varphi_3 = 0$ . Следовательно, в соответствующих подинтегральных выражениях не только  $\varphi_1, \varphi_2$ , но и третья компонента  $\varphi_3$  может полагаться малой.

Пользуясь теоремой Борна о регулярности в нуле невозмущенного решения, рассматриваемого как функция от  $|\varphi|$ , разложим подинтегральные функции в ряд по степеням  $|\varphi|$ , и так как полученные при этом интегралы сходятся, заменим интегрирование в конечном промежутке  $(-\pi, +\pi)$  интегрированием от  $-\infty$  до  $+\infty$ .

Чтобы избежать сложных выкладок и в то же время облегчить сравнение с известными результатами, ограничим дальнейшее рассмотрение случаем кубической решетки, дающей в результате предельного перехода к континууму упруго-изотропную среду. В сущности речь идет о некоторой модели; в действительности все кристаллизующиеся в кубической системе вещества имеют сложные решетки. Вследствие специального характера этой модели свойства получающейся упруго-изотропной среды не являются наиболее общими: коэффициенты Ламе  $\lambda, \mu$  (не смешивать  $\mu$  с  $\mu_j$ ) оказываются равными между собой:

$$\lambda = \mu \quad (4.6)$$

(условие Коши).

Для решетки рассматриваемого типа разложение невозмущенной матрицы  $a^{xx'}(\varphi_3)$  по степеням  $|\varphi|$  начинается с членов второго порядка:

$$a^{xx'}(\varphi_3) = C_1 \varphi_x \varphi_{x'} + C_2 \varphi^2 \delta_{xx'} + \dots \quad (4.7)$$

(Члены высших порядков в разложении (4.7) зависят уже от деталей строения решетки, и вообще рассматриваемая кристаллическая среда изотропна лишь в отношении своих макроскопических упругих свойств).

Перейдем от  $\vec{\varphi}$  к волновому вектору  $\vec{k} = \frac{\vec{\varphi}}{a}$  ( $a$  — постоянная решетки); обозначим буквой  $\rho$  плотность среды.

Имеем:

$$a^{rv} \approx \frac{1}{\rho} [(\lambda + \mu) k_r k_v + \mu k^2 \delta_{rv}]. \quad (4.8)$$

Так как среда макроскопически изотропна, и в интересующем нас приближении результат не может зависеть от направления распространения поверхностной волны, полагаем для простоты  $k_2 = 0$  (или  $\psi = \varphi_1$ ). Решение невозмущенной задачи в приближении (4.8) известно из теории упругости: двукратно вырожденному собственному значению

$$\mu_1 = \mu_2 = c_t^2 (k_1^2 + k_3^2) \quad (4.9)$$

( $c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$  — поперечная скорость звука) принадлежат собственные функции

$$f_1^1 = \frac{k_3}{\sqrt{k_1^2 + k_3^2}}, \quad f_1^2 = 0, \quad f_1^3 = -\frac{k_1}{\sqrt{k_1^2 + k_3^2}}. \quad (4.10a)$$

и

$$f_2^1 = 0, \quad f_2^2 = 1, \quad f_2^3 = 0, \quad (4.10b)$$

а собственному значению

$$\mu_3 = c_l^2 (k_1^2 + k_3^2) \quad (4.11)$$

( $c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$  — продольная скорость звука) — собственная функция

$$f_3^1 = \frac{k_1}{\sqrt{k_1^2 + k_3^2}}, \quad f_3^2 = 0, \quad f_3^3 = \frac{k_3}{\sqrt{k_1^2 + k_3^2}}. \quad (4.12)$$

В силу условия (4.6) имеет место равенство

$$\vartheta = \frac{c_t^2}{c_l^2} = \frac{1}{3}. \quad (4.13)$$

Можно показать, что при сделанных выше предположениях формулы (3.10 — 11) статьи I и формула (4.1) настоящей статьи дают:

$$P_0 = \frac{c_t^2}{a^2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \quad (4.14a)$$

$$P_1 = -i \frac{c_t^2}{a^2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (4.14b)$$

Матрицы  $\alpha_0, \alpha_1$  можно определить следующим образом:

$$\alpha_0 = \alpha_0^* = \frac{c_t}{a} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} \end{vmatrix} \quad (4.15a)$$

$$\alpha_1 = -\alpha_1^* = \alpha_0^{-1} P_1 = -i \frac{c_t}{a} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (4.15b)$$

Положим

$$z = \xi c_t^2 k_1^2 \quad (4.16)$$

и вычислим по формуле (4.5) элементы определителя (5.1) статьи I:

$$\begin{aligned} B_{11}(z) - 1 &= \frac{a}{2\pi} \left\{ k_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{k_1^2}{k_3^2 + (1 - \xi) k_1^2} + \frac{\vartheta k_3^2}{k_3^2 + (1 - \vartheta \xi) k_1^2} \right] \frac{dk_3}{k_3^2 + k_1^2} - \right. \\ &- 2k_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{k_3^2 + (1 - \xi) k_1^2} - \frac{\vartheta}{k_3^2 + (1 - \vartheta \xi) k_1^2} \right] \frac{k_3^2 dk_3}{k_3^2 + k_1^2} + \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{k_3^2}{[k_3^2 + (1 - \xi) k_1^2] (k_3^2 + k_1^2)} - \frac{1}{k_3^2} \right] k_3^2 dk_3 + \\ &+ \vartheta k_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k_3^2 dk_3}{[k_3^2 + (1 - \vartheta \xi) k_1^2] (k_3^2 + k_1^2)} \left. \right\} + \dots = \\ &= \frac{ak_1}{2\xi \sqrt{1 - \xi}} [(2 - \xi)^2 - 4 \sqrt{(1 - \vartheta \xi)(1 - \xi)}] + \dots, \quad (4.17a) \end{aligned}$$

и, подобным же образом,

$$B_{22}(z) - 1 = -\frac{1}{2} ak_1 \sqrt{1 - \xi} + \dots, \quad (4.17b)$$

$$B_{33}(z) - 1 = \frac{ak_1}{6\xi \sqrt{1 - \vartheta \xi}} [(2 - \xi)^2 - 4 \sqrt{(1 - \vartheta \xi)(1 - \xi)}] + \dots \quad (4.17c)$$

Все недиагональные элементы определителя (5.1) начинаются с членов высших порядков относительно  $k_1$ .

Но уравнение

$$(2 - \xi)^4 = 16(1 - \xi)(1 - \vartheta \xi)$$

или

$$\xi^3 - 8\xi^2 + 8\xi(3 - 2\vartheta) - 16(1 - \vartheta) = 0 \quad (4.18)$$

приводится в любом курсе теории упругости (например, [13]) и представляет собой закон дисперсии поверхностных волн Рэлея.

Как показало рассмотрение одномерного случая (см. § 2), помимо поверхностных волн, принадлежащих частотам, отщепившимся от акустических ветвей спектра и дающих в пределе рэлеевские волны, в сложных решетках существуют и „оптические“ поверхностные волны, не имеющие аналога в теории упругости и характерные для дисконинуума. На существование последних впервые было указано в статье I.

\* \* \*

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность члену-корреспонденту АН УССР проф. И. М. Лифшицу за интерес к работе и ценные дискуссии.

#### Литература

1. Ledermann W. Proc. Roy. Soc., **182**, 362, 1944.
2. Лифшиц И. М. и Розенцвейг Л. Н. ЖЭТФ, **18**, 1012, 1948.
3. Лифшиц И. М. ДАН СССР, **48**, 83, 1945.
4. Лифшиц И. М. ЖЭТФ, **17**, 1017, 1076, 1947.
5. Born M. u. Karman Th. v. Phys. ZS., **13**, 297, 1912; **14**, 15, 1913.
6. Epstein P. S. Phys. Rev., **70**, 915, 1946.
7. Zener C. Phys. Rev., **71**, 323, 1947.
8. Hume-Rothery W. Met. Abstr., **14**, 246, 1947.
9. Novacki W. Math. Rev., **9**, 119, 1948.
10. Герцфельд К. Ф. Теория твердого тела. 1936.
11. Ляв А. Математическая теория упругости. 1935.
12. Born M. Atomtheorie des festen Zustandes. 1923.
13. Маидау Л. и Лифшиц Е. Механика сплошных сред. 1944.

## ЗАВИСИМОСТЬ МЕХАНИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ АЛЮМИНИЕВЫХ ПОКРЫТИЙ ОТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ СТЕКЛЯННОЙ ПОДЛОЖКИ РАЗРЯДОМ В ГАЗЕ

И. Н. Шкляревский

1.

Обработка стеклянной подложки разрядом высокого напряжения в газе является распространенным методом повышения прочности покрытия, наносимого на стекло.

В. Н. Рождественский [1], исследуя воздействие разрядов в газе на стеклянные поверхности, предназначенные для алюминирования, проделал следующую серию экспериментов. Стеклянная пластинка размером  $100 \times 30 \times 5$  мм делилась по длине на три участка. Первый участок во время пребывания в вакуумкамере был закрыт экраном и не подвергался воздействию разряда. Второй, средний, участок был закрыт передвигающимся во время эксперимента экраном; передвигая экран, можно было подвергнуть воздействию разряда различные ступеньки этого участка в течение различных промежутков времени. Третий участок оставался все время открытым, т. е. наиболее долго подвергался воздействию разряда. Каждая ступенька среднего участка, различно обработанная, имела по соседству необработанный (первый) и максимально обработанный (третий) участки.

Конденсируя дыхание на обработанной таким образом поверхности, можно было заметить явление, аналогичное насыщению. Начиная с некоторой ступеньки, характер запотевания делается одинаковым.

Осаждая алюминиевое покрытие на такую поверхность и испытывая последнее на прочность в содовой ванне при  $+75^\circ \text{C}$ , В. Н. Рождественский обнаружил, что покрытие, нанесенное на ту часть стекла, которая не была подвергнута ионной бомбардировке, в содовой ванне разрушалось. Покрытие, нанесенное на обработанную разрядом часть стекла, оставалось цело. При токе в 60—200 мА и напряжении 1,4—2 кВ уже 30-секундной обработки достаточно для того, чтобы в содовой ванне при  $+75^\circ \text{C}$  не нарушалось сцепление алюминиевого покрытия со стеклом. После такой обработки покрытия хранились в течение двух лет, и на уцелевших при испытании в содовой ванне ступеньках никаких дефектов не было обнаружено.

Не лишено интереса определение повышения механической прочности алюминиевых покрытий при обработке подложки разрядом в газе и сравнение полученных данных с результатами, ранее полученными нами [2] при осаждении алюминия на нагретую до высокой температуры подложку. Очевидно, нужно подобрать оптимальные условия разряда в газе, при которых механическая прочность нанесенного покрытия максимальна.

Обработка стеклянных пластинок разрядом в газе, т. е. бомбардировка поверхности стекла ионами, велась непосредственно перед осаждением покрытия в той же вакуумкамере, в которой наносилось покрытие. Для разряда был применен переменный ток напряжением в 2,5 kV, получаемый от повышающего трансформатора. Electroдами служили алюминиевый столик, на котором крепилась обрабатываемая стеклянная пластинка, и алюминиевый диск, расположенный под столиком на расстоянии 5—7 см от стеклянной пластинки, ток к которому подводился через фарфоровую трубочку. Сила разрядного тока, измеряемая миллиамперметром, регулировалась набором высокоомных сопротивлений, включенных во вторичную цепь трансформатора.

При упомянутом напряжении в 2,5 kV была выбрана сила разрядного тока в 45 mA. Нахождение оптимальных условий разряда сводилось к подбору времени разряда. Был повторен опыт В. Н. Рождественского с той лишь разницей, что прочность покрытия испытывалась не в содовой ванне, а стиранием замшей, натертой пастой Г. О. И., посредством специально сконструированного прибора [2].

Стеклянная пластинка делилась на восемь частей. В исходном положении поверхность пластинок полностью закрывалась экраном. Перемещением экрана постепенно открывались и подвергались ионной бомбардировке семь частей, восьмая же часть оставалась вовсе необработанной разрядом. Первая часть поверхности стекла обрабатывалась в течение 35 минут, вторая—30 минут, третья—25 минут и т. д. Разряд в газе происходил при давлении  $5 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст.

После такой ступенчатой обработки поверхности стекла разрядом вакуумкамера откачивалась до вакуума порядка  $5 \cdot 10^{-6}$  мм рт. ст.

Алюминиевое покрытие наносилось при комнатной температуре стеклянной пластинки (нагреваемая ионной бомбардировкой пластинка за время откачки вакуумкамеры успевала остыть до комнатной температуры) такой же толщины, как и исследованная ранее [2] серия алюминиевых покрытий, нанесенных на нагретые пластинки.

Последующее исследование механической прочности покрытия дало результаты, сведенные в помещенной ниже таблице.

| Номера ступенек               | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6    | 7    | 8  |
|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|----|
| Время обработки в минутах     | 35  | 30  | 25  | 20  | 15  | 10   | 5    | —  |
| Число стираний                | 300 | 300 | 300 | 300 | 210 | 100  | 80   | 70 |
| Прочность в относит. единицах | 4,3 | 4,3 | 4,3 | 4,3 | 3   | 1,43 | 1,14 | 1  |

Покрытие, нанесенное на необработанную часть стекла при нагрузке на трущуюся о покрытие замшу в 500 г, стиралось 70-ю стираниями; затем постепенно стиралось покрытие на частях поверхности, обработанной в течение 5, 10 и 15 минут; на остальных частях поверхности покрытие стиралось одновременно—после 300 стираний.

Очевидно, уже при 20-минутной обработке поверхности стекла происходящие под действием разряда изменения достигают максимума, и дальнейшая обработка разрядом не повышает механической прочности алюминиевого покрытия.

Так были подобраны оптимальные условия разряда. В дальнейшем обработка поверхности стекла при напряжении в 2,5 kV и токе в 40—45 mA длилась 25 минут.

Было получено и исследовано 18 алюминиевых покрытий на стеклянных пластинках, часть поверхности которых во время разряда оставалась закрытой экраном. Измеряя механическую прочность такого покрытия, в каждом отдельном случае можно было определить, насколько она повысилась благодаря ионной бомбардировке поверхности стекла. Оказалось, что прочность покрытия, осажденного на обработанной разрядом поверхности стекла, возрастает в 4—5 раз. Такая прочность соответствует прочности покрытия, нанесенного на стекло, нагретое до 250—300° С. Максимальное же увеличение прочности алюминиевого покрытия данной толщины, осажденного на нагретую до 400—500° С стеклянную пластинку, равно 7 (т. е. в семь раз).

На рисунке представлена фотография алюминиевого покрытия, осажденного на стекло, часть поверхности которого была обработана разрядом в газе. Во время исследования прочности полностью стерлось покрытие, нанесенное на необработанную поверхность стекла, на обработанной же поверхности покрытие стерлось лишь частично.



## II

В дальнейших опытах стеклянные пластинки, половина поверхности которых была обработана ионной бомбардировкой, во время последующей откачки вакуумкамеры постепенно нагревались до различных температур, при которых затем и наносилось алюминиевое покрытие. При этом было обнаружено интересное явление. Алюминиевое полупрозрачное покрытие, нанесенное при комнатной температуре на стеклянную пластинку, часть поверхности которой была обработана разрядом, оказалось совершенно однородным как в проходящем, так и в отраженном свете: граница между обработанной и необработанной частями стекла не видна; по внешнему виду обе части покрытия неразличимы. Иная картина наблюдалась при нанесении полупрозрачного покрытия на прогретую после ионной бомбардировки пластинку. Обе части покрытия в проходящем свете имели различную окраску, резко выделялась граница между обработанной и необработанной разрядом частями поверхности стекла. Различие в цвете возникает при осаждении покрытия на пластинку, нагретую до 50—70° С, и сохраняется при более высоких температурах. Иногда границу можно наблюдать и в отраженном свете.

При исследовании механической прочности таких покрытий оказалось, что разница в прочности соответствующих частей покрытия убывает с увеличением температуры, которую имела подложка во время конденсации. Для покрытий, нанесенных на стеклянную пластинку, нагретую до 300° С и выше, разница в прочности исчезает вовсе; однако, отличие в цвете обеих частей, наблюдаемое при рассмотрении покрытия в проходящем свете, сохраняется.

Следует отметить, что именно температуре подложки в 300° С соответствует пятикратное повышение прочности алюминиевого покрытия по сравнению с прочностью такого же покрытия, нанесенного при комнатной температуре; точно так же обработка подложки разрядом в газе повысила прочность покрытия в 4—5 раз. Сочетание этих двух факторов (осаждение покрытия на нагретую поверхность и обработка поверхности разрядом в газе) не усилило эффекта, чего следовало бы ожидать, если бы действие этих факторов было по сути раз-

личным. Однако изменение цвета покрытия (в проходящем свете), нанесенного на обработанную разрядом и нагретую до 70—400° С часть стекла по сравнению с цветом покрытия, нанесенного на нагретый, но не обработанный участок, подчеркивает какое-то, пока еще не ясное, различие между этими двумя факторами.

\* \* \*

В заключение выражаю глубокую благодарность заведующему кафедрой экспериментальной физики, действительному члену АН УССР, проф. К. Д. Синельникову за систематическое руководство и помощь в работе.

#### Литература

1. Рождественский В. Н. ЖТФ, 18, 579, 1948.
2. Синельников К. Д., Шкляревский И. Н. Ученые записки ХГУ, т. XXXV, 1950.

4 сентября 1948 г.

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В НЕОДНОРОДНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, В. М. Цукерник

### 1. Постановка задачи. Основное уравнение

При рассмотрении поглощения электромагнитных волн в изотропных средах обычно исходят из атомной структуры вещества. Если же рассматривать поглощение электромагнитных волн в анизотропной неоднородной среде, которой, в частности, является поликристалл, то к упомянутому выше эффекту добавляется (а в некоторых случаях играет наиболее существенную роль) поглощение, связанное с рассеянием на неоднородностях (отражение и преломление в кристаллических плоскостях в случае больших частот и диффракционные явления в случае малых частот).

В настоящей работе и рассматривается этот эффект. Будем исходить из соотношения

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k,$$

где  $\varepsilon_{ik}$  — симметрический тензор диэлектрических постоянных, зависящий в случае поликристалла от координат.

Очевидно, что

$$\varepsilon_{ik}(\vec{r}) = \varepsilon_{im}^0 \alpha_{ii}(\vec{r}) \alpha_{km}(\vec{r}), \quad (1)$$

где  $\varepsilon_{im}^0$  — тензор диэлектрических постоянных отдельного кристаллита, отнесенный к его кристаллографическим осям, а  $\alpha_{ik}$  — косинусы углов между соответствующими ( $i$ -й и  $k$ -й) осями кристаллографической и лабораторной систем. Они являются функциями координат: постоянны внутри каждого кристаллита и меняются скачком при переходе от кристаллита к кристаллиту.

Для дальнейшего будем считать их сглаженными (дифференцируемыми). Тогда в окончательных результатах нужно будет произвести переход к пределу.

Однако, как будет видно из дальнейшего, окончательные результаты содержат величины, не зависящие от производных  $\varepsilon_{ik}(\vec{r})$ . Поэтому переход к пределу совершается автоматически.

Будем предполагать размеры поликристалла настолько большими, чтобы можно было пренебречь краевыми эффектами, т. е. будем считать поликристалл бесконечным во всех направлениях.

Обозначим через  $\bar{\varepsilon}_{ik}$  — значение  $\varepsilon_{ik}(\vec{r})$ , усредненное по всем ориентациям кристаллитов с учетом вероятности различных ориентаций. Очевидно, что такое усреднение  $\varepsilon_{ik}$  совпадает с обычным усреднением по координатам, так как только ориентации кристаллитов и зависят от координат.

Поэтому  $\varepsilon_{ik}(\vec{r})$  можно представить в виде:

$$\varepsilon_{ik}(\vec{r}) = \bar{\varepsilon}_{ik} + \Delta_{ik}(\vec{r}), \quad (2)$$

где  $\bar{\varepsilon}_{ik}$  уже не зависят от координат, а  $\bar{\Delta}_{ik} = 0$ .

В ориентациях кристаллитов могут представиться два случая:

1) Изотропное распределение ориентаций кристаллитов; в этом случае

$$\bar{\varepsilon}_{ik} = \varepsilon \delta_{ik}. \quad (3)$$

В пределе ( $\Delta_{ik} \equiv 0$ ) получаем изотропное тело.

2) Малый разброс ориентаций; в этом случае  $(\alpha_{ik} - \bar{\alpha}_{ik})^2 \ll 1$ ; в пределе  $\alpha_{ik} \equiv \bar{\alpha}_{ik}$  ( $\Delta_{ik} \equiv 0$ ) получаем монокристалл.

В дальнейшем мы будем рассматривать только случай изотропного распределения кристаллитов по ориентациям и считать, что

$$|\Delta_{ik}(\vec{r})| \ll \varepsilon. \quad (4)$$

Запишем уравнения Максвелла для среды. Так как рассматривается случай поглощения волн, приходящих извне, причем проводимость ( $\sigma_{ik}$ ) предполагается равной нулю, то плотность зарядов  $\rho$  и плотность тока  $\vec{j}$  внутри поликристалла равны нулю. Поэтому уравнения Максвелла принимают вид:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; & \text{div } \vec{D} &= 0, \\ \text{rot } \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; & \text{div } \vec{H} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

( $\mu = 1$ ).

Исключая из (5) магнитное поле, получаем

$$\text{rot rot } \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0; \quad \text{div } \vec{D} = 0.$$

или

$$\text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0. \quad (6)$$

$$\text{div } \vec{D} = 0.$$

Предполагая падающую волну монохроматической частоты  $\omega$ , представим векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  в виде

$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}) e^{i\omega t}; \quad \vec{D} = \vec{D}(\vec{r}) e^{i\omega t}. \quad (7)$$

Тогда (6) примет вид:

$$\text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \vec{D} = 0,$$

$$\text{div } \vec{D} = 0.$$

Или в компонентах:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_k}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial^2 E_i}{\partial x_k^2} - \frac{\omega^2}{c^2} D_i &= 0 \\ \frac{\partial D_i}{\partial x_i} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя в (8)  $D_i = \varepsilon_{ik} E_k$ , получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_k}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial^2 E_i}{\partial x_k^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ik} E_k &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon_{ik} E_k) &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Обозначим через  $\bar{E}_i$  — среднее значение вектора  $E_i$ . Усреднение производится по поверхностям постоянной фазы, причем, если падающая волна плоская, то эта поверхность мало отличается от плоскости, а

$$\bar{E}_i = E_i^0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}.$$

$\bar{E}_i$  должны удовлетворять уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{E}_k}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial^2 \bar{E}_i}{\partial x_k^2} - \frac{\omega^2}{c^2} E_{ik} \bar{E}_k &= 0, \\ E_{ik} \frac{\partial \bar{E}_k}{\partial x_i} &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $E_{ik}$  — величины, уже не зависящие от координат. Назовем их макроскопическим тензором диэлектрических постоянных.

В дальнейшем будет показано, что коэффициент поглощения, а также дисперсионная зависимость определяются именно величинами  $E_{ik}$ . Поэтому основной задачей настоящей работы и является вычисление тензора  $E_{ik}$ .

## 2. Вычисление макроскопического тензора $E_{ik}$

Метод, которым производится вычисление  $E_{ik}$ , по существу является методом последовательных приближений и в виде, аналогичном методу, использованному в настоящей работе, применялся уже в работах [1], [2], [3], [4]. Во всех перечисленных работах рассматривались вопросы, связанные с теорией упругости.

Найдем прежде всего связь между тензором  $E_{ik}$ , тензорами  $\varepsilon_{ik}$ ,  $\Delta_{ik}$  и величинами, характеризующими поле. Для этого представим  $E_i$  в виде

$$E_i = \bar{E}_i + \xi_i, \quad (1)$$

где, как легко видеть из дальнейшего,  $\xi_i$  первого порядка малости относительно  $\Delta_{ik}$ , а  $\bar{\xi}_i = 0$ .

Подставляя (1) в (9) 1 и учитывая (2) 1, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} (\bar{E}_k + \xi_k) - \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} (\bar{E}_i + \xi_i) - \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{ik} + \Delta_{ik}) (\bar{E}_k + \xi_k) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon_{ik} + \Delta_{ik}) (\bar{E}_k + \xi_k) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Усредняя (2), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{E}_k}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial^2 \bar{E}_i}{\partial x_k^2} - \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{ik} \bar{E}_k + \overline{\Delta_{ik} \xi_k}) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon_{ik} \bar{E}_k + \overline{\Delta_{ik} \xi_k}) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Сравнивая (3) с (10) 1, находим, что

$$E_{ik} \bar{E}_k = \varepsilon_{ik} \bar{E}_k + \overline{\Delta_{ik} \xi_k}. \quad (4)$$

Представляя  $\overline{\Delta_{ik} \xi_k}$  в виде  $\gamma_{ik} \bar{E}_k$ , получим, что

$$E_{ik} = \varepsilon_{ik} + \gamma_{ik}.$$

Таким образом, задача свелась к нахождению величин  $\overline{\Delta_{ik} \xi_k}$ . Вычитая (3) из (2) и пренебрегая членами второго порядка малости по сравнению с  $\Delta_{ik}$  и  $\xi_i$ , найдем уравнения для  $\xi_i$ :

$$\frac{\partial^2 \xi_k}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x_k^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ik} \xi_k = \frac{\omega^2}{c^2} \Delta_{ik} \bar{E}_k \quad (5)$$

$$\varepsilon_{ik} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\Delta_{ik} \bar{E}_k).$$

Так как в нашем случае  $\varepsilon_{ik} = \varepsilon \delta_{ik}$ , то (5) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi_k}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x_k^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \xi_i = \frac{\omega^2}{c^2} \Delta_{ik} \bar{E}_k, \\ \varepsilon \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\Delta_{ik} \bar{E}_k). \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя значение  $\frac{\partial \xi_k}{\partial x_k}$  из второго уравнения (6) в первое, получим:

$$\frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x_k^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \xi_i = - \frac{\omega^2}{c^2} \Delta_{ik} \bar{E}_k - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} (\Delta_{kl} \bar{E}_l). \quad (7)$$

Как нетрудно показать, решением уравнения (7) с граничным условием  $\xi_i = 0$  на  $\infty$  является

$$\xi_i = \frac{1}{4\pi} \int \frac{e^{i\frac{\omega}{c}n|\vec{r}'-\vec{r}|}}{|\vec{r}'-\vec{r}|} \left\{ \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2}{\partial x'_k \partial x'_k} (\Delta_{kl} \bar{E}_l) + \frac{\omega^2}{c^2} \Delta_{ik} \bar{E}_k \right\} d\vec{r}'. \quad (8)$$

( $n = \sqrt{\varepsilon}$ )

Выполнение равенств (5) для решения (8) легко проверить, учитывая, что

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{e^{i\frac{\omega}{c}n|\vec{r}'-\vec{r}|}}{|\vec{r}'-\vec{r}|}$$

удовлетворяет уравнению

$$\Delta G + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon G = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}').$$

Найдем теперь  $\overline{\Delta_{ik} \xi_k}$ .

$$\begin{aligned} \overline{\Delta_{ik} \xi_k} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{e^{i\frac{\omega}{c}n|\vec{r}'-\vec{r}|}}{|\vec{r}'-\vec{r}|} \left( \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2}{\partial x'_k \partial x'_m} [\Delta_{ik}(\vec{r}) \Delta_{ml}(\vec{r}') \bar{E}_l] + \right. \\ \left. + \frac{\omega^2}{c^2} \overline{\Delta_{ik}(\vec{r}) \Delta_{kl}(\vec{r}') \bar{E}_l} \right) d\vec{r}'. \end{aligned} \quad (9)$$

Рассмотрим  $\Delta_{ik}(\vec{r}) \Delta_{ml}(\vec{r}')$ . При изотропном распределении кристаллитов по ориентациям эта величина является функцией только расстояния  $|\vec{r} - \vec{r}'|$ .

Представим ее в виде:

$$\Delta_{ik}(\vec{r}) \Delta_{lm}(\vec{r}') = \Delta_{ik}(\vec{r}) \Delta_{lm}(\vec{r}') + \overline{\Delta_{ik}(\vec{r}) \Delta_{lm}(\vec{r}')}, \quad \text{II}$$

где I означает усреднение в том случае, если концы векторов  $\vec{r}$  и  $\vec{r}'$  находятся в одном кристаллите, а II — усреднение в противном случае.

Очевидно, что при отсутствии корреляции между соседними кристаллитами, которое мы будем предполагать, второе слагаемое исчезает. Поэтому

$$\overline{\Delta_{ik}(\vec{r}) \Delta_{lm}(\vec{r}')} = \Delta_{ik}(\vec{r}) \Delta_{lm}(\vec{r}') = \Delta_{ik}(\vec{r}) \Delta_{lm}(\vec{r}) W(|\vec{r}' - \vec{r}|), \quad (10)$$

где  $W(|\vec{r}' - \vec{r}|)$  — вероятность того, что концы векторов  $\vec{r}'$  и  $\vec{r}$  принадлежат одному кристаллиту.

\*) Интегрирование, как и везде в дальнейшем, производится по всему пространству;  $d\vec{r}$  — элемент объема.



Подставляя (10) в (9), получим:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta_{ik} \xi_k} = & \frac{1}{4\pi\epsilon} \overline{\Delta_{il} \Delta_{mk}} \int \frac{e^{i\frac{\omega}{c}n|\vec{r}'-\vec{r}|}}{|\vec{r}'-\vec{r}|} \frac{\partial^2}{\partial x_l' \partial x_m'} [W(|\vec{r}'-\vec{r}|) \bar{E}_k] d\vec{r}' + \\ & + \frac{1}{4\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \overline{\Delta_{il} \Delta_{lk}} \int \frac{e^{i\frac{\omega}{c}n|\vec{r}'-\vec{r}|}}{|\vec{r}'-\vec{r}|} W(|\vec{r}'-\vec{r}|) d\vec{r}'. \end{aligned} \quad (11)$$

Как уже указывалось (см. стр. 43), естественным предположением относительно усредненного поля является:

$$\bar{E}_l = E_l^0 e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}}. \quad (12)$$

Заменяя в (11)  $\frac{\omega}{c}n$  в первом приближении величиной  $\chi$  из (12), что возможно ввиду используемого нами метода, получаем:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta_{ik} \xi_k} = & \frac{1}{4\pi\epsilon} \overline{\Delta_{il} \Delta_{mk}} \int \frac{e^{i\chi|\vec{r}'-\vec{r}|}}{|\vec{r}'-\vec{r}|} \frac{\partial^2}{\partial x_l' \partial x_m'} [W(|\vec{r}'-\vec{r}|) E_k^0 e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}'}] d\vec{r}' + \\ & + \frac{1}{4\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \overline{\Delta_{il} \Delta_{lk}} \int \frac{e^{i\chi|\vec{r}'-\vec{r}|}}{|\vec{r}'-\vec{r}|} W(|\vec{r}'-\vec{r}|) E_k^0 e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}'} d\vec{r}'. \end{aligned}$$

Вводя в качестве новой переменной интегрирования  $\vec{r}' - \vec{r}$ , получим:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta_{ik} \xi_k} = & \left( \frac{1}{4\pi\epsilon} \overline{\Delta_{il} \Delta_{mk}} \int \frac{e^{i\chi r}}{r} \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_m} [W(r) e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}}] dr + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \overline{\Delta_{il} \Delta_{mk}} \int \frac{e^{i\chi r}}{r} W(r) e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}} dr \right) \bar{E}_k. \end{aligned} \quad (13)$$

Так как, с другой стороны,

$$\overline{\Delta_{ik} \xi_k} = \gamma_{ik} \bar{E}_k,$$

то для величин  $\gamma_{ik}$  получаем выражения:

$$\begin{aligned} \gamma_{ik} = & \frac{1}{4\pi\epsilon} \left\{ \overline{\Delta_{il} \Delta_{mk}} \int \frac{e^{i\chi r}}{r} \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_m} [W(r) e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}}] dr + \right. \\ & \left. + \chi^2 \overline{\Delta_{il} \Delta_{lk}} \int \frac{e^{i\chi r}}{r} W(r) e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}} dr \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Обозначим:

$$\int \frac{e^{i\chi r}}{r} \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_m} [W(r) e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}}] dr = J_{lm}. \quad (15)$$

$$\int \frac{e^{i\chi r}}{r} W(r) e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}} dr = J. \quad (15')$$

Подставляя (15) и (15') в (14), получим:

$$\gamma_{ik} = \frac{1}{4\pi\epsilon} (\overline{\Delta_{il} \Delta_{mk}} J_{lm} + \chi^2 \overline{\Delta_{il} \Delta_{lk}} J). \quad (16)$$

В силу изотропного распределения кристаллитов  $\overline{\Delta_{il} \Delta_{mk}}$  является изотропным тензором четвертого ранга, т. е.

$$\overline{\Delta_{il} \Delta_{mk}} = \alpha \delta_{il} \delta_{mk} + \beta (\delta_{im} \delta_{lk} + \delta_{ik} \delta_{lm}).$$

Кроме того, из вида интеграла  $J_{lm}$  ясно, что он является суммой членов, один из которых имеет вид  $A \delta_{lm}$ , а другой  $B \chi_l \chi_m$ . Отсюда следует, что  $\gamma_{ik}$  имеет вид:

$$\gamma_{ik} = \gamma \delta_{ik} + \delta \chi_i \chi_k. \quad (17)$$

Как станет ясно из дальнейшего, член  $\delta \chi_i \chi_k$  можно не учитывать. Поэтому при вычислении  $\gamma_{ik}$  достаточно ограничиться нахождением изотропного слагаемого в правой части (17).

Вычисления, приведенные в приложении 2, приводят к следующему выражению для величин  $\gamma_{ik}$ :

$$\gamma_{ik} = (\gamma_1 + i\gamma_2) \delta_{ik}, \quad (18)$$

где

$$\gamma_1 = \frac{\nu}{\epsilon} \left[ \frac{7}{60} J_1 - \frac{1}{30} J_2 - \frac{1}{9} \right], \quad (19)$$

$$\gamma_2 = \frac{\nu}{\epsilon} \left[ \frac{7}{30} J_2 - \frac{1}{30} J_4 \right], \quad (20)$$

а

$$\nu = (\epsilon_{ik}^0)^2 - \frac{1}{3} (\epsilon_{il}^0)^2 \quad (21)$$

$$\epsilon = \frac{\epsilon_{il}^0}{3} \quad (22)$$

$\nu$  — параметр анизотропии.

Интегралы, входящие в (19) и (20), равны соответственно:

$$J_1 = \int_0^\infty \sin 2\xi W\left(\frac{\xi}{\chi}\right) d\xi, \quad (23)$$

$$J_2 = \int_0^\infty \sin^2 \xi W\left(\frac{\xi}{\chi}\right) d\xi, \quad (24)$$

<sup>\*</sup>  $\epsilon_{ik}^0$  — тензор диэлектрических постоянных отдельного кристаллита, отнесенный к его кристаллографическим осям.

$$J_3 = \int_0^{\infty} \frac{d}{d\xi} \left[ \xi \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\cos \xi}{\xi} \right) \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\sin \xi}{\xi} \right) \right] W\left(\frac{\xi}{x}\right) d\xi, \quad (25)$$

$$J_4 = \int_0^{\infty} \frac{d}{d\xi} \left[ \xi \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\sin \xi}{\xi} \right) \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\sin \xi}{\xi} \right) \right] W\left(\frac{\xi}{x}\right) d\xi. \quad (26)$$

Таким образом, не учитывая анизотропии в  $\gamma_{ik}$ , получаем для макроскопического тензора  $E_{ik}$  выражение:

$$E_{ik} = (\varepsilon + \gamma_{11} + i\gamma_{12}) \delta_{ik}, \quad (27)$$

где  $\gamma_{11}$  и  $\gamma_{12}$  даны выражениями (19), (20).

Исследование полученных формул приведено ниже.

### 3. Дисперсия и поглощение волн

Подставляя  $\vec{E}_i = E_i^0 e^{i\vec{x}\cdot\vec{r}}$  в (10) 1 и учитывая (27) 2, получаем для  $x$  в первом приближении:

$$x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon + \gamma_{11} + i\gamma_{12}} \approx \frac{\omega}{c} \left( \sqrt{\varepsilon} + \frac{\gamma_{11}}{2\sqrt{\varepsilon}} + i \frac{\gamma_{12}}{2\sqrt{\varepsilon}} \right), \quad (1)$$

так как

$$\gamma_{11}, \gamma_{12} \ll \varepsilon.$$

Подставляя (1) в выражение для  $\vec{E}_i$ , получаем:

$$\vec{E}_i = E_i^0 e^{-\frac{\gamma_{12}\omega}{2c\sqrt{\varepsilon}} \vec{n}\cdot\vec{r}} e^{i\frac{\omega}{c} \left( \sqrt{\varepsilon} + \frac{\gamma_{11}}{2\sqrt{\varepsilon}} \right) n r}. \quad (2)$$

Отсюда видно, что

$$\chi = \frac{\gamma_{12}\omega}{2c\sqrt{\varepsilon}} \quad (3)$$

играет роль коэффициента поглощения, а

$$\vec{x}_0 = \frac{\omega}{c} \left( \sqrt{\varepsilon} + \frac{\gamma_{11}}{2\sqrt{\varepsilon}} \right) \vec{n} \quad (4)$$

роль волнового вектора.

Таким образом, закон дисперсии, т. е. зависимость скорости  $v = \frac{\omega}{x_0}$  от частоты, дается выражением

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon} + \frac{\gamma_{11}}{2\sqrt{\varepsilon}}} \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \left( 1 - \frac{\gamma_{11}}{2\varepsilon} \right). \quad (5)$$

Оправдаем теперь пренебрежение анизотропией в  $\gamma_{ik}$ . Подставим для этого  $\gamma_{ik}$  в виде (17) во второе уравнение (10) 1. Эта подстановка

с учетом того, что  $\vec{E}_i = E_i^0 e^{i\vec{x}\cdot\vec{r}}$  дает, что  $\vec{x}\vec{E}^0 = 0$ . Подстановка  $\gamma_{ik}$  в первое уравнение (10) 1, в силу последнего равенства, влечет за собой тождественное исчезновение анизотропного члена, что и дает возможность пренебречь им с самого начала, так как именно с помощью этого уравнения находились интересующие нас величины.

### 4. Предельные случаи

В общем случае выражения для  $\gamma_{ik}$ , а значит коэффициент поглощения и дисперсионная зависимость, существенно образом связаны с явным видом функции  $W(r)$ , конкретное выражение которой нам не известно. Однако в предельных случаях малых и больших частот можно получить по порядку величины выражения, не зависящие явным образом от вида функции  $W(r)$ . При этом единственным вполне естественным предположением является

$$W(r) = 0 \text{ при } r \gg a, \quad (1)$$

где  $a$  — порядок величины размеров кристаллитов.

#### 1. Случай малых частот ( $ax \ll 1$ ).

При этом интегралы (23) — (26), входящие в выражения для  $\gamma_{ik}$ , принимают вид (возможность разложения подинтегральных функций по степеням  $\xi$  обеспечивается (1)):

$$J_1 = 2 \int_0^{\infty} \xi W\left(\frac{\xi}{x}\right) d\xi = 2x^2 \int_0^{\infty} r W(r) dr = 2x^2 \tilde{S}, \quad (2)$$

$$J_2 = \int_0^{\infty} \xi^2 W\left(\frac{\xi}{x}\right) d\xi = x^3 \int_0^{\infty} r^2 W(r) dr = x^3 \tilde{V}. \quad (3)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} \xi W\left(\frac{\xi}{x}\right) d\xi = \frac{x^2}{3} \int_0^{\infty} r W(r) dr = \frac{x^2}{3} \tilde{S}. \quad (4)$$

$$J_4 = \frac{x^3}{12} \int_0^{\infty} r^2 W(r) dr = \frac{x^3}{12} \tilde{V}. \quad (5)$$

Величины  $\tilde{S}$  и  $\tilde{V}$ , входящие в (2) — (5), представляют собой по порядку величины соответственно поверхность и объем отдельного кристаллита.

Вычисляя с помощью (2) — (5) значения  $\gamma_{ik}$  из (19) и (20) 2, находим затем по формулам (3) и (5) 3 дисперсионную зависимость и коэффициент поглощения:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \left( 1 + \frac{1}{18} \frac{v}{c^2} \right), \quad (6)$$

$$\chi = \frac{83}{720} \frac{\sqrt{V}}{c^4} \omega^4, \quad (7)$$

В этом случае коэффициент поглощения пропорционален четвертой степени частоты, что совпадает, как и следовало ожидать, с рэле-евским рассеянием на малых неоднородностях.

2. Случай больших частот ( $ak \gg 1$ )<sup>1</sup>.

Для тех же интегралов, что и в предыдущем случае, получаем следующие выражения (при этом следует учесть, что по сравнению с интегралами, стремящимися к бесконечности при росте  $x$ , интегралами, дающими при этом конечные величины, можно пренебречь):

$$J_1 \sim \frac{1}{2}, \quad (8)$$

$$J_2 \sim \frac{\tilde{\chi} a}{2}, \quad (9)$$

$$J_3 \sim -\frac{1}{3}, \quad (10)$$

$$J_4 \sim 0. \quad (11)$$

Отсюда, аналогично предыдущему, получаем выражение для коэффициента поглощения и дисперсионную зависимость:

$$\chi = \frac{7}{120} \frac{\tilde{\chi} a}{\epsilon c^2} \omega^2, \quad (12)$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \left( 1 + \frac{\nu}{48\epsilon^2} \right). \quad (13)$$

Из (6) и (13) видно, что в первом приближении дисперсионная формула, как в случае малых частот, так и в случае больших, не включает в себя зависимость от частоты, а отличается от аналогичной формулы в однородной изотропной среде только величинами, связанными с анизотропией.

## Замечание об энергии

Как и в упомянутых выше работах, средняя энергия поля в поликристалле, вычисляемая „термодинамически“, т. е. по формуле

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{8\pi} \overline{\epsilon_{ik} E_i E_k},$$

не совпадает с

$$\frac{1}{8\pi} E_{ik} \bar{E}_i \bar{E}_k,$$

откуда следует, что макроскопический тензор диэлектрических постоянных  $E_{ik}$  не совпадает с

$$8\pi \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial \bar{E}_i \partial \bar{E}_k}.$$

Непосредственное вычисление  $\bar{\epsilon}$  в общем случае (для любых частот) представляет значительные математические трудности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В отличие от всех предыдущих рассмотрений эффектов поглощения и дисперсии в макроскопических телах, в настоящей работе эти эффекты изучены, исходя из макроскопических уравнений электродинамики.

<sup>1</sup> См. приложение 3.

Полученные результаты показывают, что в одном из предельных случаев (малые частоты) поглощение поля поликристаллом совпадает с классическим рэлеевским поглощением.

Второй предельный случай (большие частоты) дает результат, ранее не полученный.

К сожалению, метод, использованный в настоящей работе, пока не удалось обобщить на случай анизотропного распределения кристаллитов по ориентациям. Трудность связана с отсутствием функции Грина для уравнения (5) 2 в общем случае. При изотропном распределении кристаллитов нам удалось избежать этой трудности благодаря возможности использования второго уравнения (5) 2.

Повидимому, выход из этого затруднения в общем случае заключается в нахождении решения уравнения (5) без построения функции Грина.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Вычисление тензора  $\overline{\Delta_{ik} \Delta_{lm}}$  при изотропном распределении кристаллитов

Как указывалось, при изотропном распределении  $\overline{\Delta_{ik} \Delta_{lm}}$  является изотропным тензором 4-го ранга, а значит представим в виде

$$\Delta_{ik} \Delta_{lm} = \alpha \delta_{ik} \delta_{lm} + \beta (\delta_{il} \delta_{km} + \delta_{im} \delta_{kl}).$$

Найдем  $\alpha$  и  $\beta$ .

По определению тензора  $\Delta_{ik}$ :

$$\Delta_{ik} = \epsilon_{pq}^0 \alpha_{ip} \alpha_{kq} - \epsilon \delta_{ik}, \quad (1)$$

$$\Delta_{lm} = \epsilon_{rs}^0 \alpha_{lr} \alpha_{ms} - \epsilon \delta_{lm}.$$

Откуда

$$\begin{aligned} & \alpha \delta_{ik} \delta_{lm} + \beta (\delta_{il} \delta_{km} + \delta_{im} \delta_{kl}) = \\ & \epsilon_{pq}^0 \epsilon_{rs}^0 \alpha_{ip} \alpha_{kq} \alpha_{lr} \alpha_{ms} - \epsilon \epsilon_{rs}^0 \alpha_{lr} \alpha_{ms} \delta_{ik} - \\ & - \epsilon \epsilon_{pq}^0 \alpha_{ip} \alpha_{kq} \delta_{lm} + \epsilon^2 \delta_{ik} \delta_{lm}. \end{aligned}$$

Суммируя сначала по  $i$  и по  $k$ , а затем по  $i$  и по  $l$  и пользуясь ортогональностью матрицы  $\alpha_{ik}$ , получим для  $\alpha$  и  $\beta$  два уравнения, из которых находим

$$\alpha = -\frac{1}{15} \left[ (\epsilon_{ik}^0)^2 - \frac{1}{3} (\epsilon_{ii}^0)^2 \right],$$

$$\beta = \frac{1}{10} \left[ (\epsilon_{ik}^0)^2 - \frac{1}{3} (\epsilon_{ii}^0)^2 \right].$$

(Мы воспользовались равенством

$$\epsilon = \frac{\epsilon_{ii}^0}{3},$$

которое следует из определения  $\epsilon$ :

$$\epsilon \delta_{ik} = \epsilon_{lm}^0 \alpha_{il} \alpha_{km}.$$

Вводя величину

$$\nu = (\epsilon_{ik}^0)^2 - \frac{1}{3} (\epsilon_{ii}^0)^2$$

(параметр анизотропии), получаем:

$$\alpha = -\frac{\nu}{15}; \quad \beta = \frac{\nu}{10}.$$

Представляя  $\overline{\Delta_{ik} \Delta_{kl}}$  в виде  $\mu \delta_{il}$ , находим для  $\mu$ :

$$\mu = \alpha + 4\beta$$

или

$$\mu = \frac{\nu}{3}.$$

### ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Вычисление интегралов  $J_1, J_2, J_3, J_4$

Из (17) и из формул

$$\overline{\Delta_{il} \Delta_{mk}} = \alpha \delta_{il} \delta_{mk} + \beta (\delta_{im} \delta_{lk} + \delta_{ik} \delta_{lm})$$

$$\overline{\Delta_{il} \Delta_{lk}} = \mu \delta_{ik}$$

находим:

$$\gamma_{ik} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left\{ (\alpha + \beta) J_{ik} + \beta J_{il} \delta_{ik} + \mu x^2 J \delta_{ik} \right\},$$

$$x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} = \frac{\omega}{c} n,$$

а  $J_{ik}$  и  $J$  определены в (15)2.

Интегрируя по углам и вводя безразмерную переменную, получаем:

$$J = \int \frac{e^{ixr}}{r} W(r) e^{i\vec{x}\vec{r}} d\vec{r} = \frac{4\pi}{x^2} \int_0^\infty e^{i\xi} \sin \xi W\left(\frac{\xi}{x}\right) d\xi. \quad (1)$$

Из выражения для  $J_{ik}$  находим:

$$J_{il} = \int \frac{e^{ixr}}{r} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} [W(r) e^{i\vec{x}\vec{r}}] d\vec{r} = \int \frac{e^{ixr}}{r} \Delta [W(r) e^{i\vec{x}\vec{r}}] d\vec{r}.$$

Пользуясь теоремой Грина и учитывая, что

$$G = \frac{e^{ixr}}{r} \quad \text{и} \quad \frac{\partial G}{\partial r}$$

на бесконечности исчезают, получаем:

$$J_{il} = \int \Delta \frac{e^{ixr}}{r} W(r) e^{i\vec{x}\vec{r}} d\vec{r}.$$

<sup>\*)</sup>  $\nu = \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_1 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2}{8}$  для двухосных кристаллов и  $(\epsilon_1 \neq \epsilon_2 \neq \epsilon_3)$ ;

$\nu = \frac{2}{3} (\epsilon_1 - \epsilon_2)^2$  — для одноосных кристаллов ( $\epsilon_1 = \epsilon_2 \neq \epsilon_3$ );  $\epsilon_i$  — главные значения тензора  $\epsilon_{ik}^0$ .

Так как  $G$  удовлетворяет уравнению

$$\Delta G + x^2 G = -4\pi \delta(\vec{r}),$$

то

$$J_{il} = -4\pi - k^2 J. \quad (2)$$

Из (2) и (1):

$$J_{il} = -4\pi \left[ J + \int_0^\infty e^{i\xi} \sin \xi W\left(\frac{\xi}{x}\right) d\xi \right]. \quad (3)$$

Вычислим теперь  $J_{ik}$ , причем при вычислении будем опускать не-изотропные члены, не оговаривая этого каждый раз (см. 2, 3).

Учитывая, что на бесконечности  $\frac{e^{ixr}}{r}$  равна нулю, можно записать  $J_{ik}$  в виде:

$$J_{ik} = - \int \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{e^{ixr}}{r} \right) \frac{\partial}{\partial x_k} [W(r) e^{i\vec{x}\vec{r}}] d\vec{r}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_k} [W e^{i\vec{x}\vec{r}}] = \frac{dW}{dr} \frac{x_k}{r} e^{i\vec{x}\vec{r}} + \dots$$

Поэтому после интегрирования по углам

$$J_{ik} = 4\pi \int_0^\infty \frac{d}{dr} \left( \frac{e^{ixr}}{r} \right) \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} \left( \frac{\sin xr}{x} \right) dr.$$

Здесь мы воспользовались равенством

$$x_i x_k e^{i\vec{x}\vec{r}} = - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} e^{i\vec{x}\vec{r}}.$$

Но

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} \left( \frac{\sin xr}{x} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\sin xr}{x} \right) \frac{x_k}{x} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\sin xr}{x} \right) \frac{\delta_{ik}}{x} + \dots$$

Отсюда, интегрируя по частям и учитывая, что внеинтегральный член дает нуль на бесконечности, находим:

$$J_{ik} = -\frac{4\pi}{3} \delta_{ik} \left\{ 1 + 3 \int_0^\infty \frac{d}{d\xi} \left[ \xi \frac{d}{d\xi} \left( \frac{e^{i\xi}}{\xi} \right) \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\sin \xi}{\xi} \right) \right] W\left(\frac{\xi}{x}\right) d\xi \right\}. \quad (4)$$

Отделяя в (1), (3), (4) действительную и мнимую части и воспользовавшись результатами приложения 1, находим для  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  выражения в виде (19) и (20)2.

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Покажем справедливость формул (8) — (11)4. Для этого рассмотрим последовательно интегралы  $J_1, J_2, J_3, J_4$ .

$$а) J_1 = \int_0^\infty \sin 2\xi W\left(\frac{\xi}{x}\right) d\xi.$$

Интегрируя по частям, получаем:

$$J_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2x} \int_0^{\infty} \cos 2\xi W' \left( \frac{\xi}{x} \right) d\xi.$$

Откуда следует, что  $J_1 \sim \frac{1}{2}$  при больших  $x$ .

$$\begin{aligned} \text{б) } J_2 &= \int_0^{\infty} \sin^2 \xi W \left( \frac{\xi}{x} \right) d\xi = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (1 - \cos 2\xi) W \left( \frac{\xi}{x} \right) d\xi = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} W \left( \frac{\xi}{x} \right) d\xi - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \cos 2\xi W \left( \frac{\xi}{x} \right) d\xi. \end{aligned}$$

Второй интеграл должен быть отброшен в силу того, что первое слагаемое в б) растет линейно с  $x$ , а второе ограничено.

в) Производя непосредственный переход к пределу в  $W \left( \frac{\xi}{x} \right)$  (при  $x \rightarrow \infty$ ) в (25) и (26) 2, что возможно благодаря сходимости получающихся интегралов, и используя  $W(0) = 1$ , получаем значения  $J_{31}$ ,  $J_{32}$ , указанные в (10) и (11) 4.

#### Литература

1. Лифшиц И. М. и Розенцвейг Л. Н. К теории упругих свойств поликристаллов. ЖЭТФ, 16, 1946.
2. Лифшиц И. М. и Пархомовский Г. Д. Об упругих свойствах сильно текстурированных поликристаллов. Ученые записки ХГУ, XXVII, 1948.
3. Лифшиц И. М. и Пархомовский Г. Д. Поглощение ультразвука в поликристаллах. Там же.
4. Лифшиц И. М. и Пархомовский Г. Д. К теории распространения ультразвуковых волн в поликристаллах. Отчет ФТИ АН, 1948.

1949 г.

## ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ТОЛЩИН

Н. В. Рапп

В 1945 г. были опубликованы работы Толянского [1], [2] по изучению интерференционных линий, получающихся в белом свете при многократном отражении луча между двумя близко расположенными полупосеребренными поверхностями. Толянский назвал эти линии линиями равного хроматического порядка.

Применение белого, а не монохроматического света дает возможность применять очень мощные источники света (мощные лампы накаливания, вольтову дугу), что сильно упрощает работу и способствует получению резких и тонких линий. Таким образом, линии равного хроматического порядка при сравнительной простоте их получения (не требовались оптические приборы высокой разрешающей способности) обладали столь высокой разрешающей способностью, что с успехом могли быть использованы при изучении топографии поверхности, измерении толщины пленки вплоть до порядка нескольких десятков ангстрем и т. п.

Проф. К. Д. Синельникову принадлежит идея использования линий равного хроматического порядка для разработки методики измерения толщин тонких металлических слоев порядка  $10^{-6}$  см.

Перед тем как перейти к изложению методики измерения толщин, остановимся на способе получения линий равного хроматического порядка и некоторых их свойствах.

При прохождении параллельного пучка монохроматического света сквозь клинообразную пластинку, как известно, наблюдаются интерференционные линии—так называемые линии равной толщины. Возникновение этих линий (см. рис. 1) обуславливается наличием разности фаз между лучами 1 и 2, появляющейся за счет разности хода между этими лучами.

Как видно из рисунка, разность хода приобретает при отражении первого луча от нижней поверхности пластинки. Минимум освещенности наступает, если оба луча окажутся с противоположными фазами, т. е. если будет удовлетворяться условие

$$n\lambda = 2\mu t \cos \theta,$$

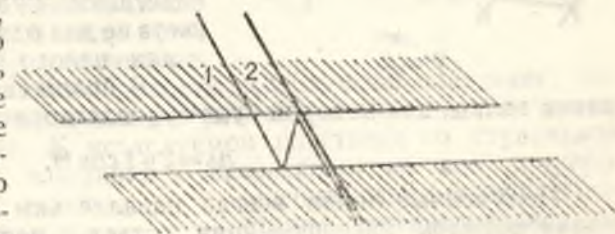


Рис. 1.

где:

- $n$  — порядок интерференции,
- $t$  — толщина пластинки,
- $\theta$  — угол падения луча на пластинку,
- $\lambda$  — длина волны монохроматического света.

Для того чтобы получить более резкие интерференционные линии, т. е. чтобы расстояние между интерференционными линиями было во много раз больше ширины самой линии, достаточно покрыть обе поверхности пластинки полупрозрачным слоем серебра. Тогда лучи будут претерпевать многократное отражение между посеребренными поверхностями пластинки, а это, как известно еще из теории интерферометров Фабри — Перро, способствует образованию резких и тонких интерференционных полос. Для получения тонких интерференционных

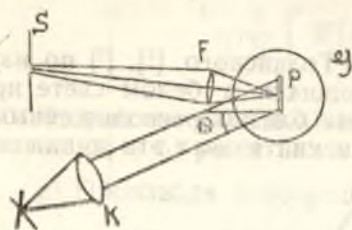


Рис. 2.

линий равного хроматического порядка пользуются параллельным пучком белого света, который после прохождения сквозь посеребренную с двух сторон пластинку направляется на щель спектрографа.

В этом случае, при данной толщине пластинки, будет наблюдаться гашение света не для одной какой-то длины волны, а для целого ряда длин.

В белом свете всегда найдется такая длина волны, для которой будет удовлетворяться условие

$$n\lambda = 2\mu t \cos \theta.$$

Полученные линии всегда параллельны друг другу, для каждой линии порядок интерференции остается неизменным и для соседних линий разнится на единицу. Геометрическое расстояние между ними (благодаря различной дисперсии) в фиолетовой части больше, чем в красной.

Интенсивность освещения фиолетовой части, из-за большего поглощения при отражении от металла коротких длин волн, меньше, чем красной.

Расстояние в длинах волн между полученными линиями всецело определяется толщиной пластинки. Количественное соотношение между толщиной пластинки и числом линий в некотором интервале длин волн выражается формулой

$$t = \frac{m\lambda_1 \lambda_{m+1}}{2\mu (\lambda_{m+1} - \lambda_1) \cos \theta},$$

где:

- $t$  — толщина пластинки,
  - $m$  — число линий в интервале  $\lambda_1 - \lambda_{m+1}$ .
- Для получения линий равного хроматического порядка в нашем случае был собран интерферометр по следующей схеме (см. рис. 2):
- $K$  — осветитель, укрепленный на гониометре и дающий параллельный пучок света;
  - $P$  — две стеклянные пластинки, сложенные посеребренными поверхностями;
  - $F$  — короткофокусная линза, дающая шестикратное увеличение;
  - $S$  — щель спектрографа.

По схеме следует, что параллельный пучок белого света под любым углом мог падать на систему двух полупосеребренных плоско-

параллельных пластин, сложенных посеребренными поверхностями так, что между последними создавался воздушный зазор. Зазор этот и играл в нашем случае роль того слоя, посредством которого создавалась интерференция.

Увеличенное изображение интерференционной картины создавалось в плоскости щели  $S$  с помощью линзы  $F$ . Щель вырезала узкий участок полученного изображения, соответствующий некоторому сечению зазора. Если ширина зазора вдоль направления, выделенного щелью, менялась от точки к точке, то линии принимали самые причудливые формы, и в проходящем свете каждая линия была многоцветной. В частном случае неизменности ширины зазора выбранного направления интерференционные линии были вертикальны.

Толщина металлического слоя, нанесенного на стеклянную пластинку испарением в вакууме (брались пластинки из обычного оконного стекла), измерялась следующим образом. Часть слоя металла, толщина которого подлежала измерению, снималась в виде полоски, после чего пластинка помещалась в вакуумкамеру и на нее наносился непрозрачный слой серебра. В силу того, что нанесенный слой серебра совершенно точно повторял топографию поверхности исследуемой пластинки, получалась ступенька, по высоте как раз равная толщине первоначально нанесенного слоя металла. К исследуемой пластинке со ступенькой прижималась стеклянная пластинка с нанесенным на нее полупрозрачным слоем серебра. Пластинки устанавливались на гониометре таким образом, чтобы ступенька была перпендикулярна щели спектрографа. Получившийся при этом воздушный зазор между пластинками, благодаря наличию ступеньки на слое серебра, тоже скачком изменялся по ширине на величину, равную высоте ступеньки.

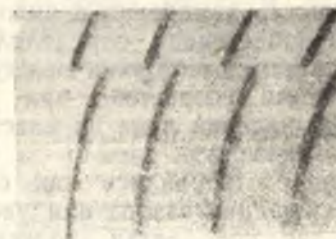


Рис. 3.

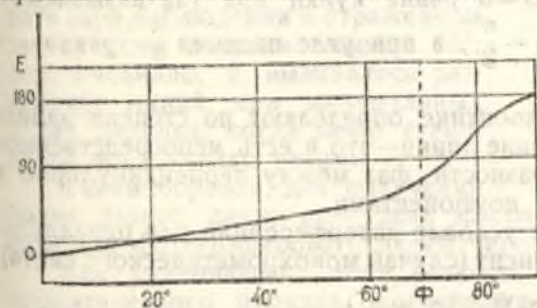


Рис. 4.

Наблюдения велись в отраженном свете, так как один из слоев серебра был непрозрачен. При этом наблюдалась система интерференционных полос, соответствующая одной ширине зазора, смещенная относительно системы полос, соответствующей другой ширине зазора (см. рис. 3). Можно легко показать, что изменение в ширине зазора, равное высоте ступеньки, а значит и толщине измеряемого слоя, связано простой зависимостью со смещением интерференционных линий. Для смещенных друг относительно друга линий, соответствующих разной ширине зазора, имеем:

$$n\lambda = 2\mu t \cos \theta,$$

$$n\lambda_1 = 2\mu t_1 \cos \theta,$$

где  $n$  для соответствующих линий остается неизменным.

Откуда

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{t}{t_1}; \quad t_1 = t \frac{\lambda_1}{\lambda}; \quad \text{но } t = \frac{\lambda \lambda_2}{2\mu(\lambda_2 - \lambda) \cos \theta}$$

$$\Delta t \parallel t_1 - t = \frac{\lambda_2(\lambda_1 - \lambda)}{2\mu(\lambda_2 - \lambda) \cos \theta},$$

где

 $\Delta t$ —толщина измеряемого слоя, $\lambda_1 - \lambda$ —смещение линий в длинах волн, $\lambda_2 - \lambda$ —расстояние между соседними линиями в длинах волн.

Как показали вычисления, измерять толщины таким методом можно было до порядка нескольких единиц на  $10^{-7}$  см. Ясно, что точность измерения и нижний предел в измерении толщин в значительной степени определялись возможностью получения как можно большего расстояния между соседними линиями. Расстояние же между линиями возрастало при уменьшении ширины зазора и увеличении угла падения луча на пластинку. Однако и первое и второе условие, как оказалось, влекло за собой сначала расширение каждой линии (линии становились как бы размытыми), а затем—при дальнейшем уменьшении зазора или увеличении угла падения—они расщеплялись на две, приобретая дублетную структуру.

Возникновение дублетов, повидимому, можно истолковать следующим образом. Классическая электродинамика приводит к выводу, что при отражении две компоненты (перпендикулярная и параллельная плоскости падения) ведут себя различно. Между перпендикулярно и параллельно поляризованными компонентами появляется разность фаз, которая при угле падения  $\theta = 0$  равна нулю, при так называемом главном угле падения  $\Phi$  равна  $-\frac{\pi}{2}$ , а при угле падения  $\frac{\pi}{2}$  равна  $-\pi$  (см. рис. 4).

Эти разности фаз в металлооптике определяют по степени эллиптичности колебаний. Расщепление линий—это и есть непосредственное наблюдение существующей разности фаз между перпендикулярно и параллельно поляризованными компонентами.

В самом деле, рассмотрим условие интерференции для параллельной и перпендикулярной компонент (случай монохроматического света):

$$2t \cos \theta + 2\tau_{\perp} = n_1 \lambda$$

$$2t \cos \theta + 2\tau_{\parallel}(\theta) = n_2 \lambda$$

 $\tau_{\perp}$ —фазовый сдвиг при отражении перпендикулярной компоненты; $\tau_{\parallel}$ —фазовый сдвиг при отражении параллельной компоненты, являющийся функцией угла падения.

Перпендикулярные и параллельные компоненты интерферируют независимо. В соответствии с вышеприведенными формулами для данного  $t$  перпендикулярные и параллельные компоненты приобретают неодинаковые разности хода, что определяет разные  $n$  ( $n_1$  и  $n_2$ ). Это приводит к смещению полос, порожденных интерференцией перпендикулярной компоненты, по отношению к полосам, порожденным интерференцией параллельной компоненты.

Так как

$$\tau_{\perp} - \tau_{\parallel} = \varepsilon < 0,$$

то смещение полос соответствует отрицательной разности фаз, как бы уменьшающей геометрическую разность хода.

Очевидно, что

$$n_2 \lambda - n_1 \lambda = \lambda dn = 2(\tau_{\perp} - \tau_{\parallel}) = 2d\tau, \text{ т. е. } \frac{d\tau}{\lambda} = \frac{dn}{2},$$

где  $dn$ —дробная часть порядка между соседними полосами. Таким образом, измерение смещения дает возможность определить  $dn$ , а значит и  $\frac{d\tau}{\lambda}$ .

В металлооптике, кроме того, доказывается, что интенсивность отражения перпендикулярной компоненты растет с углом  $\theta$ , стремясь плавно от  $R$  при  $\theta = 0$  до  $R_m = 1$  при  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Компонента же, параллельная плоскости падения, испытывает глубокий минимум около главного угла падения, т. е. компонента дублета, соответствующая более широкому зазору, должна бледнеть, становиться тоньше при увеличении угла (см. рис. 5).

Эксперимент подтвердил вышеизложенные рассуждения. При просмотре дублета сквозь поляризатор было обнаружено, что обе линии поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Интенсивности были различны, и различие это обнаруживалось тем больше, чем больше брался угол падения луча. Надо заметить, что конструкция прибора не разрешала создавать (при наблюдении в отраженном свете) углы падения меньше  $15^\circ$ , чем, очевидно, и вызывалось раздвоение линий при минимальных углах падения, когда зазор становился чрезвычайно узким.

Таким образом, для получения более резких линий при узких зазорах необходимо было просматривать или фотографировать линии через поляризатор.

Как указывалось выше, резкость получавшихся линий равного хроматического порядка определялась высокой отражательной способностью серебра. Однако естественно было предположить, что степень отражения от серебра может быть увеличена, если заменить воздушный зазор, например, масляным, т. е. взять вещество, обладающее большим коэффициентом преломления, чем воздух. Интерференционная картина, получавшаяся при зазоре, заполненном монобромнафталином, коэффициент преломления которого равен 1,66, получалась несравненно более резкой, чем при тех же самых пластинках в случае воздушного зазора. Кроме того, смещение между линиями при наличии ступеньки было тоже большим (увеличивалась оптическая разность хода), а это в свою очередь могло увеличить точность измерения толщины очень тонких слоев.

В ходе изучения интерференционной картины, получающейся при заполнении зазора маслом, глицерином и пр., не было обнаружено раздвоения линий ни при каких углах падения. В случае заполнения зазора веществами, обладающими меньшим коэффициентом преломления, чем перечисленные выше, как напр., вода,  $MgF_2$  и т. п., дублетная структура сохраняется.

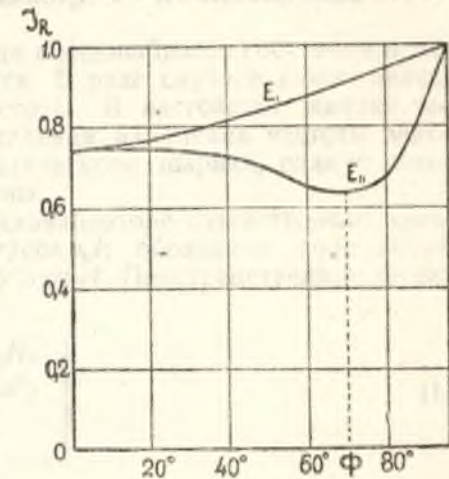


Рис. 5.

Происхождение последнего явления пока не ясно.

В заключение выражаю глубокую благодарность заведующему кафедрой экспериментальной физики, действ. члену АН УССР проф. К. Д. Синельникову за выбор темы и помощь в работе.

#### Литература

1. Толянский. *Phyl. Mag.* 36: 1945.
2. Толянский. *У. Ф. Н.*, т. XXX, в. 1—2. 1946.

Декабрь, 1948 г.



### ОБ ИЗМЕНЕНИИ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ ЭНДОВИБРАТОРА ПРИ ВНЕСЕНИИ В НЕГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ШАРИКА

К. Д. Синельников, А. И. Ахиезер, Г. Я. Любарский

При внесении металлического тела в эндовибратор собственная частота колебаний последнего изменяется. В ряде случаев важно знать, чем определяется это изменение частоты. В настоящей заметке мы выводим простую формулу для определения изменения частоты эндовибратора при внесении в него металлического шарика, радиус которого мал по сравнению с длиной волны.

Пусть до внесения шарика в эндовибраторе существовало электромагнитное поле  $E_0(r) \sin \omega_0 t$ ,  $H_0(r) \cos \omega_0 t$ ; обозначим поле после внесения шарика через  $E(r) \sin \omega t$ ,  $H(r) \cos \omega t$ . Пространственные функции  $E_0$ ,  $H_0$  связаны соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} E_0 &= k_0 H_0 \\ \operatorname{rot} H_0 &= k_0 E_0 \\ \operatorname{div} E_0 &= 0 \\ \operatorname{div} H_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$ . Аналогичное уравнение справедливо для  $E$ ,  $H$ , если только в (1) заменить  $k_0$  на  $k = \frac{\omega}{c}$ .

Полагая в тождестве

$$\operatorname{div} [AB] = B \operatorname{rot} A - A \operatorname{rot} B$$

один раз  $A = E_0$ ,  $B = \operatorname{rot} E$  и второй раз  $A = E$ ,  $B = \operatorname{rot} E_0$  и используя уравнения Максвелла, получим равенство:

$$k \operatorname{div} [E_0 H] - k_0 \operatorname{div} [E H_0] = (k_0^2 - k^2) \bar{E}_0 E.$$

Интегрируя это равенство по объему, ограниченному поверхностями эндовибратора и шарика, и замечая, что тангенциальная составляющая электрического поля равна нулю на указанных поверхностях (мы предполагаем, что стенки эндовибратора, так же как и шарик, обладают бесконечной проводимостью), найдем:

$$k \int_{S'} [E_0 H] ds = (k_0^2 - k^2) \int_V E_0 E d\tau, \quad (2)$$

где  $ds$  — элемент поверхности шарика  $S'$ , внешний по отношению к его объему.



Это основное для дальнейшего соотношение является еще совершенно точным, причем оно справедливо вне зависимости от формы внесенного металлического тела.

Если размеры внесенного тела невелики, то в объемном интеграле можно заменить  $E_0 E$  на  $E_0^2$ . Предполагая, что изменение частоты невелико, мы получим из (2) следующее выражение для относительного изменения частоты

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2k_0} \frac{\int_V [E_0 H] ds}{VE_0^2}, \quad (3)$$

где  $V$  — объем эндовибратора, а  $\overline{E_0^2}$  — среднее значение квадрата невозмущенного поля  $E_0$  по объему эндовибратора.

Итак, определение изменения частоты сводится к нахождению возмущенного магнитного поля  $H$  на поверхности внесенного металлического тела. Это магнитное поле в случае тела малых размеров (размеры тела должны быть малы по сравнению с длиной волны) может быть определено из рассмотрения статической задачи. Так как статические — электрическое и магнитное — поля не взаимодействуют друг с другом, то поле  $H$  можно представить в виде суммы двух полей:  $H_1$  и  $H_2$ , из которых первое связано с полем  $H_0$ , а второе — с  $E_0$ .

Поле  $H_1$  определяется из следующей магнитостатической задачи: требуется найти магнитное поле на поверхности идеально проводящего шара, внесенного в однородное поле  $H_0$ ; граничное условие состоит в том, что поле  $H_1$  не имеет нормальной к поверхности шара составляющей.

Поле  $H_2$  определяется из электростатической задачи об идеально проводящем шаре, находящемся в электрическом однородном поле  $E_0$ .

Так как время релаксации для хороших проводников очень мало, то распределение зарядов на шарике только временным множителем  $\sin \omega t$  будет отличаться от статического распределения зарядов. Зная плотность зарядов на шарике  $\sigma(r) \sin \omega t$ , мы определим плотность поверхностных токов  $I_2 \cos \omega t$ , которая связана с полем  $H_2$  соотношением

$$[nH_2] = \frac{4\pi}{c} I_2. \quad (4)$$

Определим поле  $H_1$ . Магнитный потенциал нашей задачи имеет вид

$$\psi = \frac{mr}{r^3} - H_0 r, \quad (5)$$

где  $m$  — магнитный момент шарика.

Поле вне шарика равняется

$$H = H_0 + \frac{3(mn)n - m}{r^3}. \quad (6)$$

На поверхности шарика должно выполняться условие  $(Hn)_{r=a} = 0$ . Из этого условия можно найти  $m$ :

$$m = -\frac{a^3}{2} H_0.$$

Подставляя это выражение в (6), найдем поле  $H_1$  на поверхности шарика.

$$H_1 = \frac{3}{2} H_0 - \frac{3}{2} n(nH_0).$$

Чтобы определить изменение частоты, нужно, согласно (3), вычислить интеграл  $\int [E_0 H] ds$ . Часть этого интеграла, связанная с  $H_1$ , имеет вид

$$\int_V [E_0 H_1] ds = \frac{3}{2} \int_V [E_0 H_0] ds = \frac{3}{2} \int_V \text{div} [E_0 H_0] dv,$$

где  $v$  — объем шарика. Из уравнений Максвелла следует, что

$$\text{div} [E_0 H_0] = k_0 (H_0^2 - E_0^2).$$

Поэтому, если размеры шарика невелики, то

$$\int_V [E_0 H_1] ds \approx \frac{3}{2} (H_0^2 - E_0^2) v. \quad (7)$$

Покажем теперь, как вычислить интеграл  $\int [E_0 H_2] ds$ . Используя (4), мы представим этот интеграл в виде

$$\int_V [E_0 H_2] ds = -\frac{4\pi}{c} \int_V I_2 E_0 ds. \quad (8)$$

Чтобы определить плотность поверхностных токов  $I_2 \cos \omega t$ , текущих на шарике, будем исходить из электростатического потенциала

$$\varphi = -E_0 r + \frac{dr}{r^3}, \quad (9)$$

где  $d$  — электрический момент шарика. Поле вне шарика равно

$$E = E_0 + \frac{3(dn)n - d}{r^3}.$$

Граничное условие задачи имеет вид

$$[En]_{r=a} = 0.$$

Из этого условия следует, что

$$d = a^3 E_0.$$

Поле на поверхности шарика равно

$$E = 3n(E_0 n).$$

Плотность зарядов равняется, очевидно,

$$\sigma \sin \omega t = \frac{3}{4\pi} E_0 \cos \theta \sin \omega t,$$

где  $\theta$  — угол между  $E_0$  и  $n$ .

Определим теперь плотность токов  $I_2 \cos \omega t$ . Из закона сохранения заряда следует, что

$$\frac{d}{d\theta} (I_2 \sin \theta) = - a \omega_0 \frac{3}{4\pi} E_0 \cos \theta \sin \theta,$$

откуда

$$I_2 \sin \theta = - \frac{3}{4\pi} a \omega_0 E_0 \frac{\sin^2 \theta}{2}. \quad (10)$$

(Если „ось“ шарика имеет направление  $E_0$ , то токи текут по меридианам).

Используя (8), найдем, что

$$\int_S J_2 \tilde{E}_0 ds = - a^2 \int_0^\pi I_2 E_0 \sin \theta \cdot 2\pi \sin \theta d\theta = a^2 \omega_0 E_0^2.$$

Итак,

$$\int_S [E_0 H] ds = - 3vk_0 E_0^2 + \frac{3}{2} k_0 v (H_0^2 - E_0^2)$$

и относительное изменение частоты равняется

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = - \frac{3}{4} \frac{v}{V} \frac{3E_0^2 - H_0^2}{E_0^2}. \quad (11)$$

Таким образом, мы видим, что изменение частоты определяется напряженностями полей в месте внесения шарика и отношении объема шарика к общему объему эндовибратора.

Полученная формула показывает, что, определяя экспериментально изменение частоты, мы тем самым определяем относительное значение величины  $3E_0^2 - H_0^2$ .

Поэтому, если независимым измерением, например с помощью витка проволоки, в отсутствие шарика определено магнитное поле, то, измеряя изменение частоты при внесении шарика, можно определить относительную интенсивность электрического поля в эндовибраторе.

В областях эндовибратора, где магнитное поле заведомо мало по сравнению с электрическим, мы можем по изменению частоты непосредственно определять интенсивность электрического поля. Такой метод измерения напряженности электрического поля требует значительной точности в определении частоты, так как объем шарика должен быть малым по сравнению с объемом эндовибратора.

Однако, так как величина изменения частоты эндовибратора может быть измерена с огромной точностью, то предлагаемый нами метод является, пожалуй, наиболее точным методом измерения напряженности электрических полей внутри эндовибратора.

Ноябрь 1949 г.

## И. ИССЛЕДОВАНИЕ КОНДЕНСАЦИИ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ПУЧКОВ КАДМИЯ НА СПЕЦИАЛЬНО ОЧИЩЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Р. И. Зайчик

### И. Объект исследования

За последние годы тонкие металлические покрытия стали широко применяться как при самых разнообразных лабораторных исследованиях, так и для практических целей. В связи с этим все более актуальным становится вопрос о механизме конденсации металлических атомов на различных приемных поверхностях.

Тонкие металлические покрытия получают, кроме чисто химических методов и электролиза, также с помощью катодного распыления металла либо путем конденсации испаренного в вакууме металла. Многочисленные исследования конденсации молекулярных металлических пучков показали, что скорость конденсации частиц пучка является быстро меняющейся функцией от температуры приемной поверхности.

Экспериментами Кнудсена [1], Семенова и Харитона [2] установлено, что при конденсации металла из молекулярных пучков при какой-то, определенной для каждого металла, температуре приемной поверхности свойство адсорбции изменяется скачком, т. е. существует определенная температурная точка, в которой область быстрой конденсации резко отграничивается от области чрезвычайно медленной конденсации. Это — так называемая „критическая температура конденсации“.

Значение критической температуры конденсации может изменяться в зависимости от плотности конденсирующегося молекулярного пучка. Чем больше плотность молекулярного пучка, тем выше оказывается критическая температура поверхности. При фиксированной температуре приемной поверхности существует критическая плотность молекулярного пучка, ниже которой вероятность конденсации чрезвычайно мала.

В своей теории адсорбции Френкель [3] объясняет наличие критической плотности пучка и критической температуры поверхности. Исходит он из двух основных положений:

1) Атомы пучка, соударяясь с поверхностью, остаются на ней в течение некоторого отрезка времени, двигаясь по поверхности подобно двумерному газу.

2) При своем движении по поверхности адсорбированные атомы встречаются с другими адсорбированными из пучка атомами и образуют с ними центры большей стабильности (преимущественно „дублеты“).

Дублеты имеют значительно большую среднюю продолжительность жизни на поверхности, чем отдельные атомы. Впоследствии эти дублеты играют роль центров конденсации.

Теоретически определенная Френкелем зависимость критической плотности пучка от температуры поверхности имеет следующий вид:

$$\nu_k = Ae^{-u_1/kT},$$

где:

- $\nu_k$  — критическая плотность пучка,
- $T$  — соответствующая температура приемной поверхности,
- $u_1$  — энергия связи адсорбированного на поверхности и вошедшего в дублет атома из пучка,
- $k$  — постоянная Больцмана,
- $A$  — константа, зависящая от рода вещества пучка.

Несмотря на то, что структура осадка, полученного методом катодного распыления, близко похожа на структуру осадка, полученного путем конденсации паров металла в вакууме, процесс конденсации металла при катодном распылении существенно отличается от процесса конденсации металла из молекулярного пучка.

Рядом авторов установлено, что конденсация распыленного металла идет при любых плотностях, т. е. что отсутствует явление критической плотности пучка, о которой упоминалось выше.

Выяснено, далее, что скорость конденсации частиц металла, полученных катодным распылением, мало зависит от температуры приемной поверхности.

При сравнении результатов конденсации катодным распылением и из молекулярных пучков естественно возникают вопросы: чем отличается механизм конденсации распыленного металла от механизма конденсации испаренного металла? Почему методом катодного распыления без всякого охлаждения подложки удается осадить такие металлы, которые из молекулярных пучков конденсируются только при большой экспозиции облучения и дополнительном охлаждении подложки?

Цель настоящей работы — исследовать особенности конденсации молекулярного пучка кадмия в различных условиях с тем, чтобы по возможности установить причины различия в процессе осаждения металла при катодном распылении и при термическом испарении в вакууме.

## II. Методика исследования

С нашей точки зрения, основной причиной различия в механизме конденсации металлических атомов при катодном распылении и из молекулярных пучков является влияние газового разряда на процесс конденсации. Влияние это мы представляем себе следующим образом. Быстрые ионы разряда, соударяясь с приемной поверхностью, производят локальную очистку поверхности от адсорбированной газовой пленки, создавая субмикроскопические чистые „оазисы“. Металлические атомы, попадающие на эти „оазисы“, застревают на них, образуя тем самым центры конденсации для вновь приходящих атомов.

Желательно было исследовать процесс конденсации металлических атомов из молекулярных пучков в присутствии газового разряда. Если бы конденсация происходила быстрее и легче в присутствии разряда, чем без него, это означало бы, что газовый разряд влияет на процесс конденсации металлических атомов. Тем самым объяснялось бы

и различие в механизме конденсации распыляемого и испаряемого металла. Для таких исследований требовалось сконструировать прибор, позволяющий получать кадмиевые молекулярные пучки различных плотностей, осаждаемые на экране, температуру которого можно было бы регулировать, и в то же время пропускать через прибор газовый разряд.

Прибор, в котором исследовался процесс конденсации кадмиевых молекулярных пучков, показан на рис. 1. Мы применили здесь такие

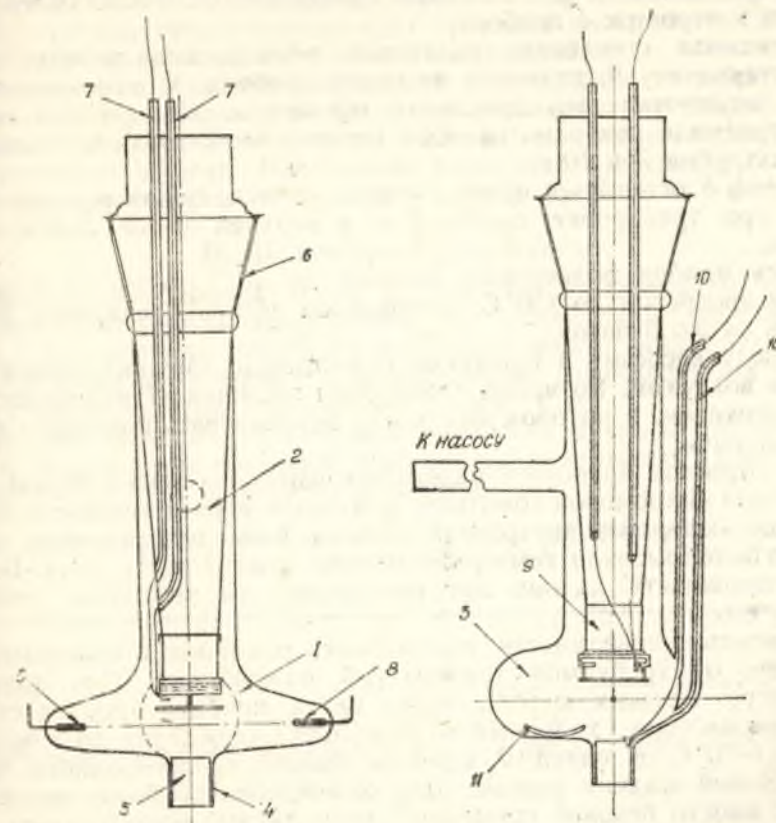


Рис. 1.

обозначения: 1 — корпус прибора из молибденового стекла; 2 — палец, вставляемый в прибор на шлифе; 3 — отросток для заслонки; 4 — отросток для испаряющей печи; 5 — медная печь для испарения кадмия; 6 — шлиф; 7 — стеклянные трубки для вывода термопары, измеряющей температуру приемной поверхности; 8 — алюминиевые электроды; 9 — медный стаканчик с шайбой, крепящей приемную поверхность с диафрагмой; 10 — трубки для вывода термопары, измеряющей температуру печи; 11 — стальная заслонка.

Перед экспериментом весь прибор промывался бензином, ацетоном и спиртом.

Стеклянные пластинки, служащие приемными поверхностями, подвергались тщательной очистке — промывались горячей хромовой смесью, горячей дистиллированной водой, спиртом и протирались замшей, нагретой активированным углем по методу проф. К. Д. Сивельникова.

Печь для испарения кадмия изготовлялась из красной меди. Диаметр выходного отверстия для одних экспериментов избирался равным 0,5 мм, для других—0,4 или 0,6 мм; толщина передней стенки печи—0,1 мм. Перед экспериментом печь прогревалась в вакууме до 500—600° С. Кадмий также подплавлялся под высоким вакуумом в специальной ампулке.

После тренировки в печь помещалось небольшое количество кадмия и вблизи выходного отверстия крепилась медноконстантановая термопара. Затем печь с помощью специального приспособления опускалась в отросток 4 прибора.

Приемная стеклянная пластинка поджималась шайбой к медному стаканчику 9, надетому на палец прибора. С помощью этой же шайбы осуществлялось крепление термопары, измеряющей температуру приемной поверхности. Обе термопары заливались пидцеином на концах трубок 7 и 10.

Шлиф 6 оставался сухим, чтобы не было паров рамзаевской замазки при тренировке прибора, и в верхней части заливался пидцеином.

Весь прибор подвергался откачке до  $10^{-6}$  мм рт. ст. с одновременным прогревом до 150° С специальной печью. Тренировка прибора длилась около 3 часов.

Между насосами и прибором помещалась ловушка, охлаждаемая жидким воздухом. Во время тренировки заслонка 11 находилась в таком положении, в котором она могла экранировать приемную поверхность от печи.

На отросток прибора 4 надевалась наружная печь с неравномерно намотанной нихромовой обмоткой. Благодаря неравномерности обмотки выходное отверстие внутренней медной печи прогревалось до несколько более высокой температуры, чем нижняя часть печи. Без этой предосторожности кадмий мог бы оседать на выходном отверстии, забивая его.

Приемные поверхности охлаждались различными способами в зависимости от требуемой температуры охлаждения. Для получения температур, близких к 0° С, через палец прибора продувался водоструйным насосом холодный воздух. Для охлаждения до температур порядка —70° С в палец 2 прибора заливался авиационный бензин, охлаждаемый жидким азотом. Для охлаждения до более низких температур вместо бензина применялся петролийный эфир (пентан), также охлаждаемый жидким азотом. Иногда в палец прибора непосредственно заливался жидкий азот.

Плотность кадмиевого молекулярного пучка регулировалась температурой испаряющей печи и геометрией прибора.

Плотность пучка рассчитывалась по формуле, полученной из общих формул (4) для конкретного случая кадмиевого пучка и нашей геометрии прибора.

Формула имеет вид:

$$\nu = 3,3 \cdot 10^{21} \frac{P \cos^4 \theta ds}{\pi y^2 \sqrt{T}},$$

где:

$P$  — давление паров кадмия в печи в мм рт. ст.,

$\theta$  — угол между перпендикуляром к отверстию печи и направлением, для которого ведется расчет,

$T$  — абсолютная температура паров кадмия в печи,

$ds$  — площадь выходного отверстия печи в см<sup>2</sup>,

$y$  — расстояние от приемной поверхности до отверстия печи в см.

Эксперименты производились с кадмиевыми молекулярными пучками, плотность которых изменялась в интервале от  $10^{12}$  до  $10^{16} \frac{\text{атомов}}{\text{см}^2 \text{сек}}$ .

Было проведено три серии экспериментов:

1) осаждение велось при давлениях порядка  $10^{-6}$  мм рт. ст., при различных температурах приемной поверхности;

2) осаждение велось при давлениях порядка  $10^{-4}$  мм рт. ст. как без разряда, так и при наличии разряда между алюминиевыми электродами, при различных температурах приемной поверхности (давление в приборе регулировалось игольчатым вентилем);

3) осаждение велось в присутствии безэлектродного разряда.

Последние эксперименты были контрольными: они ставились для выяснения того, не влияет ли распыление алюминиевых электродов на полученный эффект. Источником переменного напряжения в этом случае был двухтактный генератор с длиной волны в 15 метров.

### III. Полученные результаты

Варьируя в широких пределах плотность кадмиевого пучка и температуру приемной поверхности, мы нашли такие условия, при которых без разряда осадок не появлялся вовсе, даже при длительном облучении (6—7 часов), а в присутствии разряда осадок был получен сравнительно быстро—за 1—1,5 часа.

Средние значения критической плотности пучка и соответствующие им температуры приемной поверхности, полученные в присутствии разряда и без него, приведены в таблице.

Средние значения критической плотности пучка в зависимости от температуры поверхности

а) в отсутствие разряда:

|   | 1                   | 2                   | 3                   | 4                 |
|---|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| Плотность кадмиевого пучка $\nu_k$ в $\frac{\text{атомов}}{\text{см}^2 \text{сек}}$ . . . . . | $7,9 \cdot 10^{15}$ | $3,1 \cdot 10^{15}$ | $3,1 \cdot 10^{14}$ | $4 \cdot 10^{13}$ |
| Температура поверхности в °С . . . . .  | —78                 | —84                 | —112                | —128              |

б) в присутствии разряда между алюминиевыми электродами

|   | 1                   | 2                 | 3                   | 4                   | 5                   |
|---|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Плотность кадмиевого пучка $\nu_k$ в $\frac{\text{атомов}}{\text{см}^2 \text{сек}}$ . . . . . | $6,3 \cdot 10^{14}$ | $2 \cdot 10^{14}$ | $5,6 \cdot 10^{13}$ | $1,5 \cdot 10^{13}$ | $1,6 \cdot 10^{12}$ |
| Температура поверхности в °С . . . . .  | —57                 | —77               | —90                 | —99                 | —119                |

в) при безэлектродном разряде:

|   | 1                 | 2                   | 3                 |
|---|-------------------|---------------------|-------------------|
| Плотность кадмиевого пучка $\nu_k$ в $\frac{\text{атомов}}{\text{см}^2 \text{сек}}$ . . . . . | $2 \cdot 10^{14}$ | $3,1 \cdot 10^{13}$ | $8 \cdot 10^{12}$ |
| Температура поверхности в °С . . . . .  | —84               | —92                 | —113              |

(В таблице приведены данные с учетом точек, полученных дополнительно методом физического проявления невидимых тонких металлических пленок).

Если по оси ординат отложить логарифмы критических плотностей пучка, а по оси абсцисс—обратные величины соответствующих

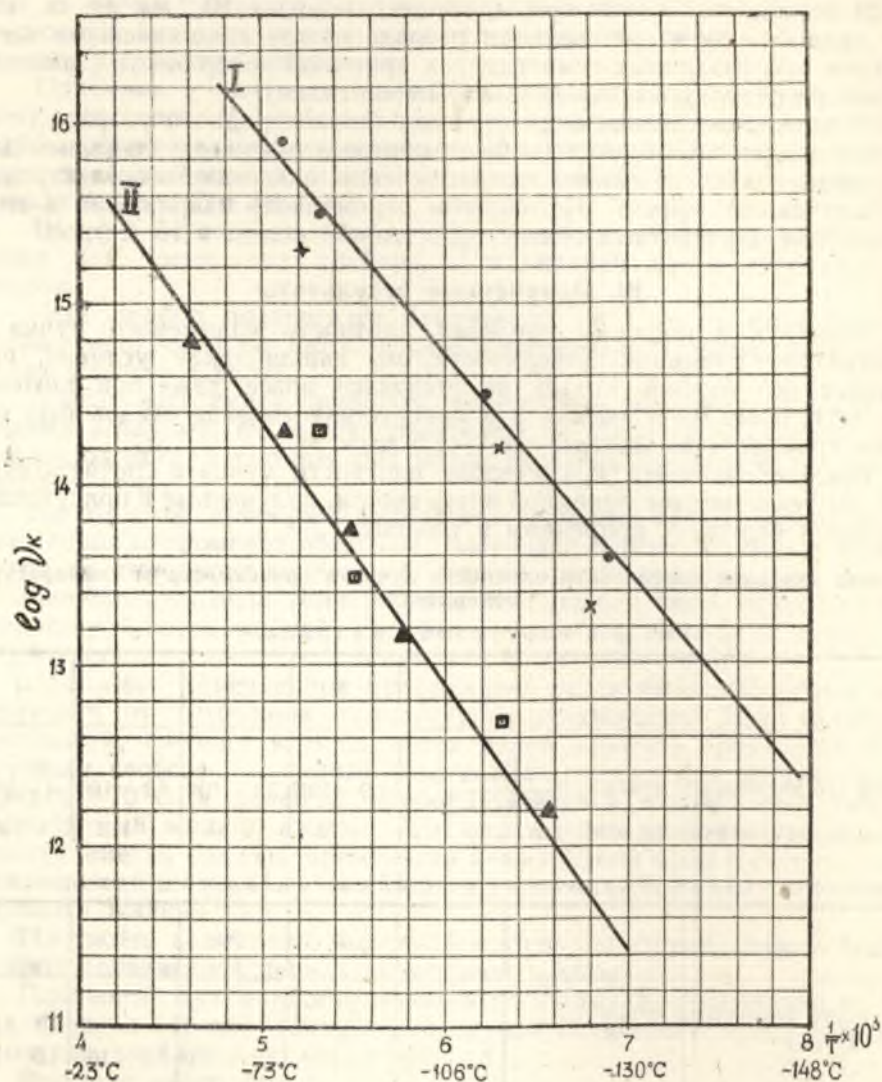


Рис. 2.

температур поверхности, то полученные для кадмия на стекле результаты изобразятся двумя кривыми, представленными на рис. 2.

Кружочками обозначены точки, полученные в отсутствии разряда, треугольниками и квадратиками — точки, полученные в присутствии обычного и безэлектродного разряда. Крестиками отмечены точки, полученные в отсутствии разряда, однако при предварительном пропуске безэлектродного разряда.

Кривая I показывает зависимость критической плотности пучка от температуры приемной поверхности, полученную при конденсации кад-

мия без включения разряда. Кривая II характеризует зависимость критической плотности пучка от температуры приемной поверхности, полученную при конденсации кадмия в присутствии разряда.

Полученная из наших экспериментов зависимость  $\nu_k$  от  $T$  находится в согласии с теорией Френкеля, так как обе кривые удовлетворяют зависимости вида

$$\nu_k = A e^{-u_1/kT}.$$

Из двух произвольно взятых на каждой кривой точек определяем значение  $u_1$ ,

$$u_1 = \frac{k(\lg \nu_1 - \lg \nu_2)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \lg e}.$$

Рассчитывая эту величину в калориях на моль, получаем среднее значение энергии связи адсорбированных частиц для кривой I (рис. 2):

$$u_1 = 5570 \frac{\text{кал.}}{\text{моль}} \pm 330 \frac{\text{кал.}}{\text{моль}};$$

то же для кривой II:

$$u_1 = 6740 \frac{\text{кал.}}{\text{моль}} \pm 400 \frac{\text{кал.}}{\text{моль}}$$

или в электронвольтах на каждую адсорбированную частицу: для кривой I:

$$u_1 = 0,241 \pm 0,014 \text{ электронвольт};$$

для кривой II:

$$u_1 = 0,293 \pm 0,017 \text{ электронвольт}.$$

Как показали результаты неоднократно повторенных экспериментов, величина  $u_1$ , характеризующая энергию связи адсорбированного атома с поверхностью адсорбента, при включении разряда получается значительно больше, чем в отсутствие разряда.

Таким образом, подтверждается предположение о том, что газовый разряд существенным образом влияет на процесс конденсации металлических атомов. Контрольные эксперименты с безэлектродным разрядом показали, что на полученный эффект не влияет наличие или отсутствие электродов внутри прибора.

#### Литература

1. Кнудсен. *Ann. d. Phys.*, 47, 697, 1915.
2. Семенов и Харитон. *Zs. f. Phys.*, 25, 287, 1924.
3. Френкель. *Zs. f. Phys.*, 26, 117, 1924.
4. Эстерманн. *УФН*, 32, 1947.

Декабрь 1948 г.

## II. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА НА КОНДЕНСАЦИЮ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ПУЧКОВ ВИСМУТА

*Р. И. Зайчик*

Получив прямое доказательство влияния газового разряда на процесс конденсации кадмиевого молекулярного пучка (см. работу I, приведенную в настоящем сборнике), мы решили исследовать конденсацию какого-либо другого металла. Для этой цели был избран висмут, как металл, конденсация которого из молекулярных пучков исследована сравнительно мало, а также в связи с тем, что он сильно отличается от кадмия по своей способности испаряться.

Высокие рабочие температуры, необходимые для испарения висмута, заставили нас изменить примененную ранее конструкцию прибора. Пришлось ввести обмотку испаряющей печи в вакуум. Металлическую печь, содержащую висмут, мы изготовили из металла, хорошо выдерживающего температуры до  $1000^{\circ}\text{C}$  и не дающего соединений и сплавов с висмутом. В качестве такого металла была применена вольфрамовая сталь. Потребовалось также дополнительное охлаждение стенок прибора вблизи испаряющей печи.

Прибор, в котором велись эксперименты по конденсации висмута, показан на рис. 1. На рисунке обозначены: 1—стеклянный корпус прибора; 2—палец прибора; 3—отросток для заслонки; 4—рубашка водяного охлаждения; 5—пирофиллитовый стаканчик в экранирующем цилиндре из никеля; 6—молибденовые вводы; 7—трубки для вывода термопары, измеряющей температуру приемной поверхности; 8—алюминиевые электроды; 9—шлиф прибора; 10—трубки для вывода термопары, измеряющей температуру печи, испаряющей висмут; 11—стальная заслонка; 12—медный стаканчик с шайбой, крепящей стеклянную поверхность с диафрагмой; 13—кран.

После того как в печь из вольфрамовой стали загружалось небольшое количество висмута и вблизи выходного отверстия укреплялась железо-константановая термопара, печь специальным приспособлением опускалась в пирофиллитовый стаканчик. Внешний диаметр печи и внутренний диаметр пирофиллитового стаканчика были подогнаны с зазором 0,05 мм на сторону. Нагревающим элементом служила молибденовая проволока диаметром 0,3 мм, навитая на пирофиллитовый стаканчик более густо сверху и несколько реже внизу, для полного прогрева выходного отверстия печи.

На пирофиллитовый стаканчик надевались пирофиллитовый кожух и цилиндр из никеля для уменьшения тепловых потерь.

Висмут мы взяли 99,996% чистоты (его нам любезно предоставил зав. криогенной лабораторией Физико-технического института АН УССР член-корреспондент АН УССР проф. Б. Г. Лазарев).

Перед экспериментом прибор подвергался тщательной механической и химической очистке. Тренировка велась под откачкой с прогревом снаружи и изнутри до 200°С в течение 3 часов.

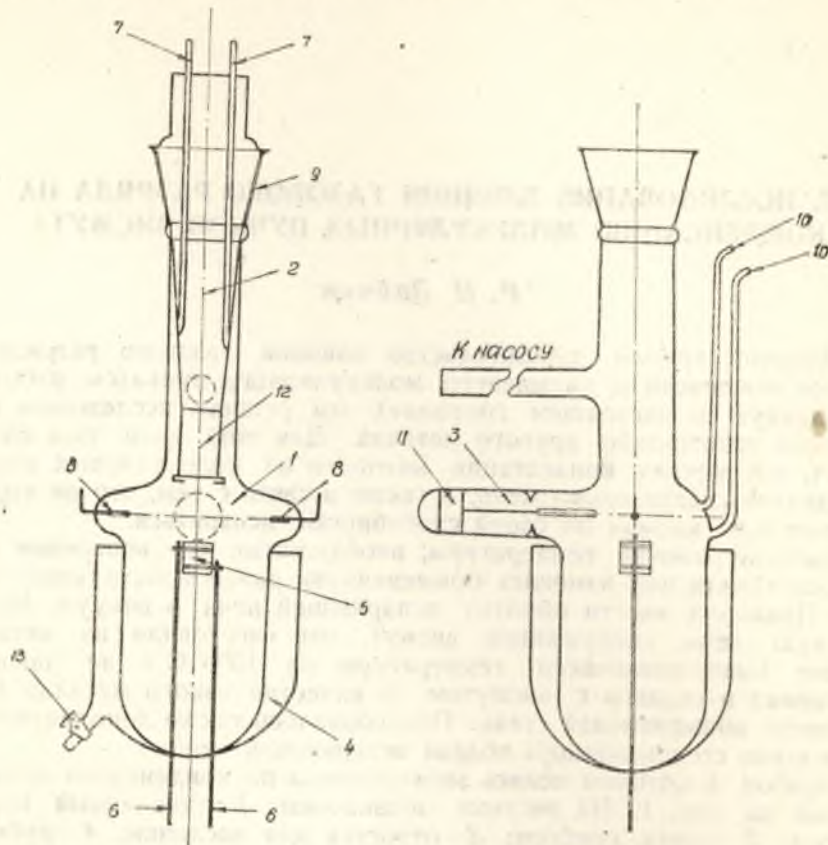


Рис. 1.

Стеклянная приемная поверхность предварительно обрабатывалась так же, как и в нашей работе I, и крепилась к медному стаканчику 12.

Приемная поверхность охлаждалась теми же способами, которые описаны в предыдущей работе, а нагревалась посредством введения специальной печи внутрь пальца.

После того как температура приемной поверхности и печи достигала избранной для данного эксперимента величины, заслонка 11 убиралась магнитом в отросток 3, и эксперимент начинался.

Если желательно было производить конденсацию в присутствии газового разряда, то при помощи игольчатого вентиля давление доводилось до  $10^{-4}$  мм рт. ст. и включался разряд.

Интенсивность висмутового молекулярного пучка регулировалась нагревом печи и рассчитывалась по формуле:

$$\gamma = 7,8 \cdot 10^{20} \frac{d_0 P \cos^4 \theta}{y^2 \sqrt{T}}$$

Изменяя плотность висмутового пучка и температуру стеклянной приемной поверхности, мы и в этом случае получили условия, при которых без разряда осаждение не происходило в течение 6—7 часов, тогда как в присутствии разряда видимый осадок возникал через 1 час после начала облучения. Полученные результаты сведены в помещаемую ниже таблицу.

Средние значения критической плотности висмутовых молекулярных пучков в зависимости от температуры стеклянной приемной поверхности

а) в отсутствии разряда:

|  | 1                 | 2                   | 3                   |
|--|-------------------|---------------------|---------------------|
| Плотность висмутового пучка<br>$\gamma_k$ в атомах<br>см <sup>2</sup> сек. . . . . | $5 \cdot 10^{15}$ | $6,4 \cdot 10^{14}$ | $1,6 \cdot 10^{13}$ |
| Температура приемной поверхности<br>в °С . . . . .                                 | +29               | -17                 | -81                 |

б) в присутствии разряда между алюминиевыми электродами:

|  | 1                 | 2                    | 3                 | 4                   |
|--|-------------------|----------------------|-------------------|---------------------|
| Плотность висмутового пучка<br>$\gamma_k$ в атомах<br>см <sup>2</sup> сек. . . . . | $5 \cdot 10^{15}$ | $1,26 \cdot 10^{15}$ | $4 \cdot 10^{14}$ | $1,5 \cdot 10^{13}$ |
| Температура приемной поверхности<br>в °С . . . . .                                 | +54               | +45                  | +5                | -43                 |

в) в присутствии безэлектродного разряда:

|  | 1                   | 2                   | 3                    |
|--|---------------------|---------------------|----------------------|
| Плотность висмутового пучка<br>$\gamma_k$ в атомах<br>см <sup>2</sup> сек. . . . . | $2,6 \cdot 10^{15}$ | $6,4 \cdot 10^{14}$ | $1,27 \cdot 10^{14}$ |
| Температура приемной поверхности<br>в °С . . . . .                                 | +37                 | +22                 | -11                  |

В приведенных выше данных учтены также дополнительные точки, полученные методом физического проявления невидимых тонких металлических пленок.

Если по оси ординат отложить логарифмы критических плотностей пучка, а по оси абсцисс—обратные величины соответствующих им температур поверхностей, то полученные для висмута на стекле результаты можно представить также в виде двух кривых, показанных на рис. 2 (обозначения такие же, как и на рис. 2 в нашей предыдущей статье).

Кривая I показывает зависимость средней критической плотности висмутового пучка от температуры приемной поверхности в отсутствии разряда.

Кривая II представляет ту же зависимость в присутствии разряда. Как видим, и в этом случае обе кривые удовлетворяют уравнению:

$$\nu_k = Ae^{-u_1/kT}$$

Для висмута на стекле и для кривой I и для кривой II значение константы A получилось равным  $1,26 \cdot 10^{20}$ .

Значение энергии связи из кривой I оказалось равным:

$$u_1 = 6150 \frac{\text{кал.}}{\text{моль}} \pm 350 \frac{\text{кал.}}{\text{моль}},$$

или в электронвольтах на одну частицу:

$$u_1 = 0,266 \pm 0,015 \text{ электронвольт.}$$

Значение энергии связи из кривой II:

$$u_1 = 7420 \frac{\text{кал.}}{\text{моль}} \pm 430 \frac{\text{кал.}}{\text{моль}},$$

или в электронвольтах на одну адсорбированную частицу:

$$u_1 = 0,322 \pm 0,019 \text{ электронвольт.}$$

### Обсуждение полученных результатов

Эксперименты с осаждением кадмия на стекле, а также эксперименты с конденсацией висмута показали, что в обоих случаях значение энергии связи в присутствии разряда получается примерно на 20% больше, чем без него.

Величина  $u_1$  играет весьма существенную роль при всех взаимодействиях твердой и газовой среды; она характеризует скорость процесса конденсации, так как чем больше  $u_1$ , тем больше коэффициент прилипания<sup>1</sup> для конденсирующихся частиц. Из рис. 2 видно, что точки кривых, отображающих зависимость  $\nu_k$  от  $T$  в присутствии разряда, смещаются в область более низких плотностей пучка. Это смещение является доказательством того, что в присутствии газового разряда процесс конденсации металлических атомов существенно облегчается.

Дополнительные контрольные эксперименты показали, что влияние газового разряда выражается именно в очистке приемной поверхности от адсорбирования газовой пленки путем бомбардировки поверхности положительными ионами разряда. Как выяснилось, хотя присутствие газового разряда и облегчает процесс конденсации металлических атомов из молекулярных пучков, но явления критической плотности пучка и критической температуры поверхности все же не исключаются.

Этот факт указывает либо на то, что влияние газового разряда — не единственная причина различия в процессе конденсации из молекулярных пучков и при катодном распылении, либо на то, что нами не была достигнута интенсивность очистки поверхности, имеющая место при обычном катодном распылении.

Последнее объяснение нам кажется более вероятным, так как в наших экспериментах, вследствие малых давлений, токи разряда

<sup>1</sup> Коэффициент прилипания — это отношение числа частиц, адсорбированных за 1 сек. одним кв. сантиметром приемной поверхности к числу частиц, приходящих из пучка к 1 см<sup>2</sup> поверхности за это же время.

не превышали нескольких сотых миллиампера. В большинстве же исследований катодного распыления применялись токи, измеряемые десятками миллиампер.

Малые значения разрядного тока в наших экспериментах сравнительно с токами при обычном катодном распылении ограничили количество очищенных „оазисов“, образующихся в единицу времени

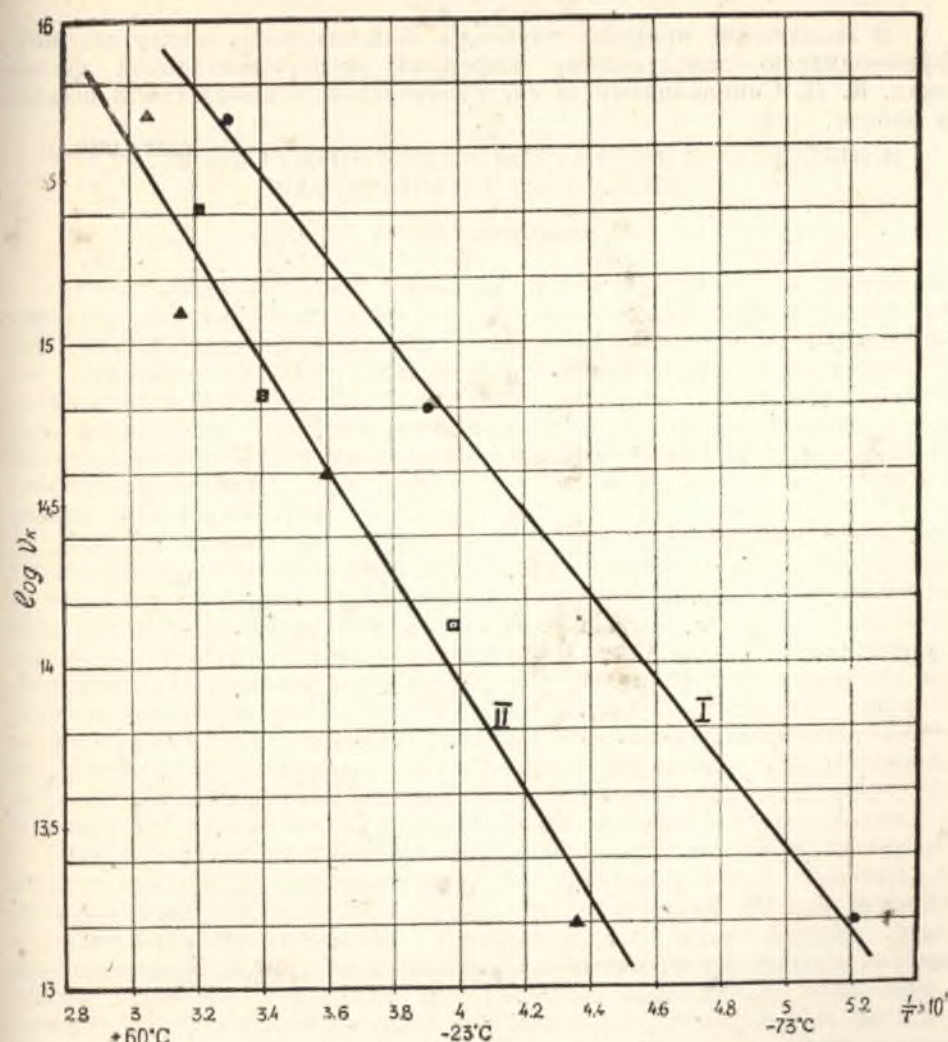


Рис. 2.

на единице приемной поверхности, т. е. снизили интенсивность очистки ионной бомбардировкой.

Возможно, что именно большие разрядные токи, способствующие интенсивной очистке приемной поверхности от адсорбированной газовой пленки, обеспечивают отсутствие критической температуры поверхности и критической плотности пучка при катодном распылении.

Несомненно, однако, что:

1. Конденсация атомов, полученных катодным распылением, идет легче, чем конденсация испаренных атомов главным образом благодаря влиянию газового разряда на процесс конденсации.



2. Влияние газового разряда на процесс конденсации проявляется в локальной очистке приемной поверхности от газовой пленки посредством ионной бомбардировки.

3. Полученный эффект имеет тем более существенное значение, что обычным предварительным обезгаживанием приемной поверхности достичь этого не удается.

\* \* \*  
В заключение приношу глубокую благодарность моему научному руководителю—заведующему кафедрой экспериментальной физики акад. К. Д. Синельникову за систематическое руководство и помощь в работе.

1948—1949 гг.

## К СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ СИСТЕМ В СОСТОЯНИИ ЧАСТИЧНОГО РАВНОВЕСИЯ

И. М. Лифшиц

В настоящей заметке, имеющей преимущественно методический характер, рассматривается вопрос о применимости метода Гиббса для описания систем, находящихся в состоянии частичного равновесия. Термодинамически такие системы обычно описываются заданием некоторого числа параметров  $x$ , характеризующих отклонение от состояния равновесия. При этом равновесное состояние получается путем минимизации соответствующего термодинамического потенциала (напр., свободной энергии  $F$  при процессах с постоянными  $v$  и  $T$ ) относительно этих параметров.

Однако вычисление неравновесных значений термодинамических потенциалов не может быть произведено чисто термодинамическим путем; с другой стороны, возможность статистического вычисления этих величин также не всегда очевидна: не ясно, как следует определить статистически значения термодинамических потенциалов в неравновесных состояниях. И, наконец, дав надлежащее определение неравновесных значений потенциалов (напр.,  $F(x)$ ), следует показать, опять-таки статистически, что их минимизация дает описание состояния равновесия. Последнее особенно существенно, так как вычисление равновесных термодинамических величин путем минимизации неравновесного значения  $F(x)$  применяется весьма часто, особенно в термодинамике кристаллов.

Не претендуя на принципиальную новизну, настоящая заметка содержит некоторую, довольно простую, трактовку этого важного, но обычно не затрагиваемого в курсах статистической физики вопроса.

При изучении состояния теплового равновесия в системе существенным фактором является различие времени релаксации по отношению к различным признакам. Это различие приводит к тому, что в течение известных промежутков времени могут существовать системы, где тепловое равновесие достигнуто по отношению к одним признакам и не достигнуто по отношению к другим. Такие состояния мы будем в дальнейшем называть состояниями частичного равновесия.

Приведем несколько примеров подобных состояний:

1. Наиболее обычным является тот случай, когда тепловое равновесие достигнуто в каждой малой области (в каждой „точке“ с макроскопической точки зрения), однако отдельные части системы между собой в равновесии не находятся. В этом случае, пользуясь аддитивностью термодинамических потенциалов, мы можем получить  $F$  для всей системы, суммируя (или интегрируя) равновесные значения  $F(v, T)$  для каждой из малых частей системы. Таким образом, этот случай специального интереса не представляет.

2. а) Вследствие малой скорости диффузии и перестройки решетки в твердых телах возможны такие случаи, когда тепловое равновесие по колебательным степеням свободы уже наступило, однако расположение атомов не соответствует равновесному. Характеризуя такое расположение атомов параметром (или совокупностью параметров)  $x$ , мы имеем дело с частичным равновесием описываемым параметром  $x$  ( $x$  может, в частности, играть роль степени порядка в упорядочивающихся структурах).

б) Если скорость обмена энергией между степенями свободы одного типа значительно больше, чем скорость обмена энергией между степенями свободы различных типов, то временно устанавливается частичное равновесие, при котором в каждой точке системы существует одновременно несколько температур по отношению к различным типам степеней свободы. (Например, фононы и электроны в металлах, электроны и ионы в плазме и т. д.). Разности температур могут играть в этом случае роль параметров  $x$ , определяющих отклонение от равновесия.

Таким образом, состояние частичного равновесия характеризуется тем, что это тепловое равновесие в системе устанавливается в течение столь малого промежутка времени, за который параметр  $x$  не успевает измениться. Это означает, что плотность вероятности  $\rho$  микроскопических состояний определяется распределением Гиббса для всей области фазового пространства, для которой  $x=x_0$  и  $\rho=0$  при  $x \neq x_0$ .

$$\rho d\Gamma = A e^{-\frac{E}{kT}} \delta(x-x_0) d\Gamma \quad (1)$$

$$A = A(x_0) = 1 / \int e^{-\frac{E}{kT}} \delta(x-x_0) d\Gamma \quad (2)$$

Вводя, как обычно, свободную энергию  $F(x_0)$ :

$$A(x_0) = e^{-\frac{F(x_0)}{kT}} \quad (3)$$

и статистический интеграл для неравновесного состояния

$$Z(x_0) = \int e^{-\frac{E}{kT}} \delta(x-x_0) d\Gamma, \quad (4)$$

мы имеем обычное соотношение для свободной энергии неравновесного состояния

$$F(x) = -kT \ln Z(x). \quad (5)$$

В состоянии полного равновесия статистический интеграл  $Z$  определяется равенством

$$Z = \int e^{-\frac{E}{kT}} d\Gamma = \int \left\{ \int e^{-\frac{E}{kT}} \delta(x-x_0) d\Gamma \right\} dx_0 = \int Z(x_0) dx_0 \quad (6)$$

или, согласно (5), для свободной энергии в состоянии равновесия

$$F = -kT \ln Z = -kT \ln \int e^{-\frac{F(x)}{kT}} dx. \quad (7)$$

Для установления более простой связи между свободной энергией равновесного состояния  $F$  и неравновесными значениями  $F(x)$  оценим интеграл (7).

В силу аддитивности  $F(x)$  мы можем ввести безразмерную функцию  $\alpha(x)$  по формуле:

$$F(x) = NkT \alpha(x), \quad (8)$$

где  $N$  — число частиц. Так как  $kT$  имеет порядок величины тепловой энергии на одну частицу, то  $\alpha(x)$  — величина порядка единицы.

Пусть значение  $\bar{x} = \bar{x}(T)$  соответствует минимуму  $F(x)$

$$\min F(x) = F(\bar{x}); \quad \left( \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \right). \quad (9)$$

Учитывая (6), напишем вблизи  $\bar{x}$ :

$$\alpha(x) - \alpha(\bar{x}) = \gamma(x - \bar{x})^2 + \dots \quad (10)$$

и, следовательно,

$$\int e^{-\frac{F(x)}{kT}} dx = e^{-\frac{F(\bar{x})}{kT}} \int e^{-N\gamma(x - \bar{x})^2} dx = e^{-\frac{F_{\min}}{kT}} \frac{\pi}{N\gamma}. \quad (11)$$

Таким образом, для свободной энергии  $F$  получим:

$$\begin{aligned} F &= -kT \ln e^{-\frac{F_{\min}}{kT}} \frac{\pi}{N\gamma} = F_{\min} - \frac{kT}{2} \ln \frac{\pi}{N\gamma} = \\ &= F_{\min} \left\{ 1 + \frac{1}{2\alpha} \frac{\ln N}{N} + o\left(\frac{1}{N}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Мы получили, таким образом, искомое статистическое обоснование равенства свободной энергии  $F$  в состоянии равновесия и минимального значения  $F(x)$  и одновременно оценку точности этого равенства, справедливого до величины порядка  $\frac{\ln N}{N}$ .

В квантовой статистике статистические интегралы  $Z$  и  $Z(x)$  заменяются статистическими суммами:

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sum e^{-\frac{E_n}{kT}}, \\ Z(x_0) dx_0 &= \sum_{x_0 < x < x_0 + dx} e^{-\frac{E_n}{kT}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Таким образом, равенства

$$Z = \int Z(x) dx,$$

$$F = -kT \ln \int e^{-\frac{F(x)}{kT}} dx$$

и вытекающее из них следствие (12) остается в силе и в этом случае. Для энтропии на одну частицу из (12) следует:

$$S = S(\bar{x}) + \frac{\kappa}{2} \frac{\ln N}{N}.$$

При достаточно низких температурах и не очень больших  $N$  поправка к  $\ln N/N$  может начать играть роль значительно раньше, чем понятие температуры теряет смысл. Она становится существенной при

$$\ln N/N \sim \left(\frac{T}{\Theta}\right)^2$$

( $\Theta$  — дебаевская температура), т. е., например, при  $N \sim 10^{12}$ ,  $\Theta \sim 10^2$ ,  $S \neq S(\bar{x})$  уже при  $T < 0,03$ .

1949 г.

### О МЕХАНИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ СЕРЕБРЯНЫХ ПОКРЫТИЙ, ОСАЖДЕННЫХ НА ОЧЕНЬ ТОНКИЕ ПЛЕНКИ БЕРИЛЛИЯ, ХРОМА, ТИТАНА И АЛЮМИНИЯ

*И. Н. Шкляревский*

Серебряные зеркальные покрытия, полученные испарением и конденсацией серебра в вакууме, несмотря на высокую отражательную способность, еще не нашли должного применения в качестве оптических зеркал. Одной из причин, препятствующих этому, является очень низкая механическая прочность серебряных покрытий. Несмотря на то, что слой серебра, отделенный от подложки, достаточно прочен, связь серебряного покрытия со стеклом незначительна: достаточно очень небольшого усилия, чтобы отслоить или стереть покрытие со стекла. Именно поэтому в качестве отражательных поверхностей, несмотря на более низкие оптические качества, применяются алюминиевые покрытия, которые обладают механической прочностью, во много десятков раз превышающей прочность серебряных покрытий. Естественно, что получение прочных зеркальных серебряных покрытий представляет не только научный, но и большой практический интерес.

Увеличение механической прочности серебряных покрытий, осажденных на нагретое до высокой температуры стекло, или стекло, обработанное разрядом высокого напряжения в газе, не решило поставленной задачи. Правда, полученные таким образом покрытия гораздо прочнее покрытий, осажденных на стекло при комнатной температуре, всё же их прочность очень низка.

Следует отметить, что механическая прочность покрытия складывается из прочности слоя осажденного вещества и прочности прилипания этого слоя к подложке, которые находятся во взаимосвязи и при исследовании механической прочности не всегда могут быть разграничены.

Решать поставленную задачу, очевидно, можно путем нахождения промежуточного подслоя, обладающего очень большим сцеплением со стеклом, т. е. очень прочно прилипающего к стеклу, и притом такого, чтобы прочность прилипания серебра к этому слою была значительно больше прочности прилипания к стеклу. В качестве таких промежуточных подслоев были избраны бериллий, хром, титан и алюминий, предварительно нанесенные на стекло в виде очень тонких пленок (порядка  $10^{-7}$  см)<sup>1</sup>.

Бериллий, хром и титан, осажденные на стекло в виде тонких пленок, настолько прочно прилипают к стеклу, что удалить их можно лишь сцарапыванием с большим усилием. Обычно эти металлы наносились на стекло при комнатной температуре. Прочность прилипания

<sup>1</sup> При осаждении серебра на толстые пленки перечисленных металлов покрытие может отслоиться от стекла.

алюминиевой пленки, как известно, максимальна при осаждении алюминия на стекло, нагретое до 400—500°С [1], поэтому алюминиевые пленки наносились на стекло при температуре 400°С.

Предварительное покрытие стекла тонкой пленкой бериллия, хрома, титана или алюминия производилось непосредственно перед нанесением серебряного покрытия; испарение велось последовательно из двух испарителей без нарушения вакуума. Предварительное покрытие наносилось лишь на часть поверхности стекла, а серебряное покрытие — на всю пластинку, что достигалось при помощи перемещающегося экрана. Серебряные покрытия исследованной серии изготавливались по возможности одинаковой толщины — около 1 микрона, что обеспечивалось испарением одного и того же количества серебра.

Механическая прочность серебряных покрытий измерялась специально сконструированным прибором, описанным нами в другой статье [1]. При помощи периодически натираемой пастой Г. О. И. замши, зажатой в патроне и находящейся под определенной нагрузкой, производилось стирание исследуемого покрытия. Отношение числа стираний, необходимых для полного удаления серебряного покрытия, нанесенного на тонкую пленку бериллия, хрома, титана или алюминия, к числу стираний серебряного покрытия, нанесенного непосредственно на стекло, очевидно и характеризует относительное увеличение механической прочности.

Было изготовлено и исследовано несколько десятков серебряных покрытий на стеклянных пластинках, часть поверхности которых предварительно была покрыта тонкими пленками вспомогательных металлов. Оказалось, что механическая прочность серебряного покрытия, нанесенного на алюминиевую и хромовую пленки, во много раз возрастает по сравнению с прочностью серебряного покрытия, нанесенного непосредственно на стекло. В то время как покрытие, нанесенное на алюминиевую или хромовую пленку, стиралось постепенно и для полного стирания требовалось несколько десятков и даже сотен стираний, покрытие, нанесенное на стекло, при первых же прикосновениях замши отслаивалось от стекла и сдиралось. Прочность серебряного покрытия, осажденного на хромовой пленке, оказалась в четыре раза выше прочности серебряного покрытия, осажденного на алюминиевой пленке.

Серебряное покрытие, осажденное на стеклянную пластинку, покрытую тонкой пленкой бериллия или титана, стиралось одинаково легко как со стекла, так и с бериллия или титана.

Был проделан, в частности, такой опыт. После осаждения бериллия при комнатной температуре стеклянная пластинка подвергалась нагреванию до различных температур, при которых и наносилось основное серебряное покрытие. Исследование механической прочности таких покрытий, осажденных на стекло — бериллий при различных температурах (от комнатной до 400°С), дало следующие результаты. Покрытия, осажденные при температуре пластинки до 80—100°С, легко стирались с обеих частей пластинки. Покрытия, осажденные на пластинки, нагретые до 100—180°С, держались значительно прочнее на бериллии, чем на стекле. При более высоких температурах подложки разница в прочности связи исчезала: покрытие легко стиралось и со стекла и с бериллия.

Аналогичные результаты были получены при осаждении тонкой пленки бериллия на нагретое до данной температуры стекло с последующим осаждением основного серебряного покрытия при этой же температуре.

Точно такие же опыты были проделаны с серебряными покрытиями, осажденными на тонкой пленке титана. Оказалось, что при температурах стеклянной пластинки в 150—250°С слой серебра очень прочно прилипает к пленке титана. В отличие от серебряного покрытия, нанесенного на тонкую пленку бериллия, значительная прочность прилипания к титану сохранялась и при температурах стеклянной пластинки в 300—400°С.

Прочность серебряных покрытий, нанесенных на тонкие пленки алюминия и хрома, возрастает и с повышением температуры подложки. Так, механическая прочность серебряных покрытий, нанесенных на тонких пленках алюминия при 250°С, возрастает в 8 раз по сравнению с прочностью таких же покрытий, осажденных при комнатной температуре. Для серебряных покрытий, нанесенных на тонкой пленке хрома, аналогичное увеличение при тех же температурах составляет 17,5.

Результаты испытаний механической прочности серебряных покрытий, осажденных на стеклянные пластинки, предварительно покрытые вспомогательными металлами, сведены в нижеприведенной таблице (в условных единицах).

| Подложка  | * Al | Be | Cr | Ti |
|---|------|----|----|----|
| Прочность покрытия, осажденного при комнатной температуре . . . | 1    | —  | 4  | —  |
| Максимальная прочность . . . .                                  | 8    | 7  | 70 | 66 |

Прочность серебряного покрытия, осажденного на тонкую пленку алюминия при комнатной температуре, принята нами за единицу.

Можно думать, что при нанесении серебряного покрытия на стекло — бериллий и стекло — титан при комнатной температуре сказалось маскирующее действие газовой пленки, успевшей осесть на тонкую пленку бериллия или титана, несмотря на то, что осаждение велось при вакууме порядка  $5 \cdot 10^{-6}$ — $10^{-4}$  мм рт. ст. одно непосредственно за другим. Основную же роль в увеличении связи серебряного покрытия с предварительным покрытием, очевидно, играет диффузия серебра и вспомогательного металла и, возможно, образование сплава или раствора.

В пользу такого утверждения говорит следующий факт. Серебряные покрытия, нанесенные на тонкую пленку бериллия при комнатной температуре, нагревались в муфельной печи до соответствующих температур. При последующих измерениях обнаружено повышение прочности, хотя при этом, очевидно в силу различия в термических коэффициентах, наблюдалось отслаивание серебра вместе с бериллием от стекла. Ни серебряное, ни бериллиевое покрытие, самостоятельно нанесенное на стекло при таком нагревании, не отслаивалось от стеклянной поверхности.

Серебряные покрытия, осажденные на стеклянные подложки, нагретые до высоких температур, имеют матовую поверхность, что объясняется ростом кристаллов. Однако можно получить зеркальное серебряное покрытие значительной толщины, сохранив при этом высокую прочность. При температуре стеклянной пластинки 200—250°С (для пластинок, покрытых бериллием, — 140—170°С), предварительно покрытой тонкой пленкой одного из вспомогательных металлов, осаждалась

На рис. 1 изображен поворачивающийся вокруг своей оси стержень, на котором крепится экран. Здесь 1 — диск, служащий основой вакуумкамеры; 2 — впаиванная в диск латунная трубка длиной в 4—5 см; 3 — латунный стержень, продетый сквозь трубку 2; нижняя, выходящая из трубки, часть стержня имеет диаметр, равный внешнему диаметру трубки; 4 — муфта со стопорным винтом, зажимающая стержень со стороны вакуумкамеры у диска; 5 — передвигающаяся вдоль стержня и снабженная стопорным винтом муфта, к которой прикреплен экран; 6 — рукоятка, при помощи которой стержень может быть повернут; 7 — круглая вакуумная резина, плотно надетая на утолщенную часть стержня 3 и трубку 2; 8 — 9 — проволочные кольца, плотно прижимающие резину к стержню и трубке.



Рис. 2.

Вакуумная резина, герметически закрывающая таким образом зазор между трубкой и стержнем, служит вполне надежным уплотнением, а благодаря эластичности резины может поворачиваться стержень, а следовательно и экран.

Однако не только в этом ценность экрана. Так как при обычных скоростях испарения число испаряющихся в единицу времени атомов металла одного порядка с числом ударяющихся о поверхность подложки газовых молекул даже при вакууме в  $10^{-4}$ — $10^{-6}$  мм рт. ст., то можно думать, что испаряющийся металл оказывается насыщенным газами. Несмотря на это, ожидаемого „замуровывания“ газовых атомов или молекул при росте металлического покрытия, повидимому, не происходит.



Рис. 3.

Проф. К. Д. Синельников указал на возможность опытным путем обнаружить слой газовых молекул, осаждающихся на поверхности стекла между последней и металлическим покрытием. Первые порции испаряющегося металла при своем фронтальном движении оттесняют газовые молекулы, находящиеся в пространстве между испарителем и подложкой, осаждая их в виде слоя (возможно, и несплошного) на стекле. Наличие такого слоя безусловно уменьшает прочность прилипания покрытия.

Обезгаженный длительным плавлением под непрерывной откачкой металл (нами применялись серебро и алюминий) осаждался на открытую часть стеклянной пластинки; вторая часть была закрыта экраном, помещенным непосредственно под пластинкой. Затем экран поворачивался так, чтобы закрылось нанесенное покрытие и открылась вторая часть поверхности стекла, на которую и наносилось покрытие по возможности такой же толщины.

Описанным выше образом было изготовлено несколько алюминиевых и серебряных покрытий, которые затем испытывались на прочность методом, изложенным нами в другой статье [4]. Оказалось, что первое покрытие, нанесенное на неэкранированную часть стекла, менее прочно, чем второе, нанесенное на предварительно экранированную часть стекла. Для алюминия отношение прочности прилипания покрытий равно 1:2 — 1:3.

На рис. 2 приведена фотография алюминиевого покрытия после частичного стирания. При одном и том же числе стираний первое покрытие стерлось значительно больше, чем второе.

Далее был проделан такой опыт. Экран был помещен на значительном расстоянии от стеклянной пластинки, после чего наносилось покрытие описанным выше образом. Исследование нескольких таких покрытий не дало, как и следовало ожидать, никакой разницы в прочности (рис. 3). В самом деле, как первое, так и второе покрытие наносилось теперь (на одну и ту же пластинку) в почти одинаковых условиях: на пути первых порций испаряющегося металла находилось почти одинаковое количество газовых молекул, из которых и образовывались газовые слои.

Итак, экранирование подложки при испарении первых порций металла в вакууме повышает прочность прилипания покрытий, так как слой газовых молекул, неизбежно возникающий при фронтальном движении первых молекул металла, образуется на экране, а не на подложке между последней и покрытием.

\* \* \*

В заключение выражаю благодарность заведующему кафедрой экспериментальной физики, действ. члену АН УССР, проф. К. Д. Синельникову за выбор темы и помощь в работе.

#### Литература

1. Синельников К. Д., Шкляревский И. Н. Ученые записки ХГУ, т. XXXV, 1950.

6 января 1949 г.

На рис. 1 изображен поворачивающийся вокруг своей оси стержень, на котором крепится экран. Здесь 1 — диск, служащий основой вакуумкамеры; 2 — впаиванная в диск латунная трубка длиной в 4—5 см; 3 — латунный стержень, продетый сквозь трубку 2; нижняя, выходящая из трубки, часть стержня имеет диаметр, равный внешнему диаметру трубки; 4 — муфта со стопорным винтом, зажимающая стержень со стороны вакуумкамеры у диска; 5 — передвигающаяся вдоль стержня и снабженная стопорным винтом муфта, к которой прикреплен экран; 6 — рукоятка, при помощи которой стержень может быть повернут; 7 — круглая вакуумная резина, плотно надетая на утолщенную часть стержня 3 и трубку 2; 8—9 — проволочные кольца, плотно прижимающие резину к стержню и трубке.



Рис. 2.

Вакуумная резина, герметически закрывающая таким образом зазор между трубкой и стержнем, служит вполне надежным уплотнением, а благодаря эластичности резины может поворачиваться стержень, а следовательно и экран.

Однако не только в этом ценность экрана. Так как при обычных скоростях испарения число испаряющихся в единицу времени атомов металла одного порядка с числом ударяющихся о поверхность подложки газовых молекул даже при вакууме в  $10^{-4}$ — $10^{-6}$  мм рт. ст., то можно думать, что испаряющийся металл оказывается насыщенным газами. Несмотря на это, ожидаемого «замуровывания» газовых атомов или молекул при росте металлического покрытия, повидимому, не происходит.

Проф. К. Д. Синельников указал на возможность опытным путем обнаружить слой газовых молекул, осаждающихся на поверхности стекла между последним и металлическим покрытием. Первые порции испаряющегося металла при своем фронтальном движении оттесняют газовые молекулы, находящиеся в пространстве между испарителем и подложкой, осаждавая их в виде слоя (возможно, и не сплошного) на стекле. Наличие такого слоя безусловно уменьшает прочность прилипания покрытия.

Обезгаженный длительным плавлением под непрерывной откачкой металл (нами применялись серебро и алюминий) осаждался на открытую часть стеклянной пластинки; вторая часть была закрыта экраном, помещенным непосредственно под пластинкой. Затем экран поворачивался так, чтобы закрылось нанесенное покрытие и открылась вторая часть поверхности стекла, на которую и наносилось покрытие по возможности такой же толщины.

Описанным выше образом было изготовлено несколько алюминиевых и серебряных покрытий, которые затем испытывались на прочность методом, изложенным нами в другой статье [4]. Оказалось, что первое покрытие, нанесенное на неэкранированную часть стекла, менее прочно, чем второе, нанесенное на предварительно экранированную часть стекла. Для алюминия отношение прочности прилипания покрытий равно 1:2—1:3.

На рис. 2 приведена фотография алюминиевого покрытия после частичного стирания. При одном и том же числе стираний первое покрытие стерлось значительно больше, чем второе.

Далее был проделан такой опыт. Экран был помещен на значительном расстоянии от стеклянной пластинки, после чего наносилось покрытие описанным выше образом. Исследование нескольких таких покрытий не дало, как и следовало ожидать, никакой разницы в прочности (рис. 3). В самом деле, как первое, так и второе покрытие наносилось теперь (на одну и ту же пластинку) в почти одинаковых условиях: на пути первых порций испаряющегося металла находилось почти одинаковое количество газовых молекул, из которых и образовывались газовые слои.

Итак, экранирование подложки при испарении первых порций металла в вакууме повышает прочность прилипания покрытий, так как слой газовых молекул, неизбежно возникающий при фронтальном движении первых молекул металла, образуется на экране, а не на подложке между последней и покрытием.

\* \* \*

В заключение выражаю благодарность заведующему кафедрой экспериментальной физики, действ. члену АН УССР, проф. К. Д. Синельникову за выбор темы и помощь в работе.

#### Литература

1. Синельников К. Д., Шкляревский И. Н. Ученые записки ХГУ, т. XXXV, 1950.

6 января 1949 г.



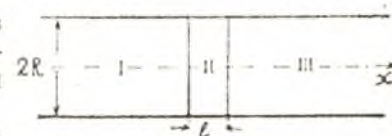
Рис. 3.

ЗАМЕТКА О СКИН-ЭФФЕКТЕ В ТОНКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИНКАХ

А. И. Ахиезер, Г. Я. Любарский

Известно, что если толщина проводника превосходит так наз. глубину скин-слоя, то проводник обладает хорошими экранирующими свойствами. В настоящей заметке мы хотели бы обратить внимание на тот факт, что во многих случаях условие хорошей экранировки не является необходимым, иначе говоря—что толщина проводника не обязательно должна превосходить глубину скин-слоя.

Такая ситуация имеет место, например, при распространении ряда волн в волноводе, перегороденном тонкой металлической пленкой, расположенной перпендикулярно оси волновода.



Чтобы не усложнять расчета, мы ограничимся здесь рассмотрением конкретного случая распространения в круглом цилиндрическом волноводе симметричной *ТН* волны. Допустим, что в таком волноводе перпендикулярно его оси расположена тонкая металлическая перегородка, проводимость и магнитная проницаемость которой равны соответственно  $\sigma$  и  $\mu$ . Толщину перегородки обозначим через  $l$  (см. рисунок).

Волна, дошедшая до перегородки, частично отразится, частично пройдет через перегородку. Нас интересует отношение амплитуд прошедшей и падающей волн. Чтобы определить эту величину, заметим, что в области I (см. рисунок) поле имеет вид

$$H_z^{(1)} = (A_1 e^{i\beta_1 x} + B_1 e^{-i\beta_1 x}) J_1 \left( a \frac{r}{R} \right) e^{i\omega t},$$

$$E_r^{(1)} = -\frac{c^2 \beta_1}{\omega} (A_1 e^{i\beta_1 x} - B_1 e^{-i\beta_1 x}) J_1 \left( a \frac{r}{R} \right) e^{i\omega t},$$

$$E_x^{(1)} = \frac{c}{i\omega R} a (A_1 e^{i\beta_1 x} + B_1 e^{-i\beta_1 x}) J_0 \left( a \frac{r}{R} \right) e^{i\omega t},$$

где:

$\omega$  — частота,

$a$  — корень функции Бесселя  $J_0(x)$ ,

$\beta_1 = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{a^2}{R^2}}$ ,  $B_1$  и  $A_1$  — амплитуды падающей и отраженной

волн,  $R$  — радиус волновода.

В области III волна распространяется только в одном направлении. Поэтому поле здесь имеет вид

$$H_z^{(III)} = B_3 e^{-i\beta_1 x} J_1 \left( a \frac{r}{R} \right) e^{i\omega t},$$

$$E_r^{(III)} = \frac{c\beta_1}{\omega} B_3 e^{-i\beta_1 x} J_1 \left( a \frac{r}{R} \right) e^{i\omega t},$$

$$E_x^{(III)} = \frac{c}{i\omega} \frac{a}{R} B_3 e^{-i\beta_1 x} J_0 \left( a \frac{r}{R} \right) e^{i\omega t}.$$

Внутри перегородки поле определяется соотношением:

$$H_z^{(II)} = (A_2 e^{i\beta_2 x} + B_2 e^{-i\beta_2 x}) J_1 \left( a \frac{r}{R} \right) e^{i\omega t},$$

$$E_r^{(II)} = -\frac{c}{4\pi\sigma} i\beta_2 (A_2 e^{i\beta_2 x} - B_2 e^{-i\beta_2 x}) J_1 \left( a \frac{r}{R} \right) e^{i\omega t},$$

$$E_x^{(II)} = \frac{c}{4\pi\sigma} \frac{a}{R} (A_2 e^{i\beta_2 x} + B_2 e^{-i\beta_2 x}) J_0 \left( a \frac{r}{R} \right) e^{i\omega t},$$

где

$$\beta_2 = (1+i) \sqrt{\frac{2\pi\sigma\mu\omega}{c^2}} = \frac{1+i}{d}$$

(здесь пренебрегаем отношением  $\frac{\omega}{4\pi\sigma} \ll 1$ ).

Учитывая, что при переходе из одной области в другую компоненты полей  $E_r$  и  $H_z$  изменяются непрерывно, мы получим четыре уравнения, позволяющие вычислить отношение коэффициентов  $A_1, B_1, A_2, B_2$ .

Таким образом, мы найдем следующие выражения для коэффициента отражения  $k_- = \frac{A_1}{B_1}$  и коэффициента прохождения  $k_+ = \frac{B_2}{B_1}$ :

$$k_- = \frac{2i(1-\xi)^2 \sin \beta_2 l}{(1+\xi)^2 e^{i\beta_2 l} - (1-\xi)^2 e^{-i\beta_2 l}},$$

$$k_+ = \frac{4\xi e^{i\beta_2 l}}{(1+\xi)^2 e^{i\beta_2 l} - (1-\xi)^2 e^{-i\beta_2 l}},$$

где

$$\xi = \frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{i\omega}{4\pi\sigma} = \pi(i-1) \frac{d}{\lambda} \mu \beta_1 \quad \left( \lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \right).$$

Рассмотрим более подробно случай, когда

$$l \ll d \ll \lambda.$$

Последние формулы при этом значительно упрощаются, и мы получаем

$$k_- = \frac{1}{1 + 2\pi\mu \frac{v}{c} \frac{d^2}{l}},$$

$$k_+ = \frac{1}{1 + \frac{1}{2\pi\mu \frac{v}{c} \frac{d^2}{l}}}$$

где  $v = \frac{\omega}{\beta_1}$  — скорость распространения волны вдоль волновода.

Таким образом, в этом случае коэффициенты отражения и прохождения определяются величиной

$$s = 2\pi\mu \frac{v}{c} \frac{d^2}{l}.$$

Если  $s \ll 1$ , то коэффициент отражения  $k_-$  близок к единице. При этом волна практически не будет проходить через пленку. Ясно, что величина  $s$  может быть весьма малой даже тогда, когда толщина пленки  $l$  значительно меньше глубины скин-слоя  $d$ . Пленка, толщина которой значительно меньше  $d$ , при выполнении условия  $s \ll 1$  отражает волну практически так же, как если бы она была сделана из идеального проводника.

Это условие имеет простейший физический смысл. Действительно, представив  $s$  в виде

$$s = 2 \frac{\tau}{l} \frac{v}{c},$$

где  $\tau = \frac{1}{4\pi\sigma}$  — время релаксации зарядов в проводнике, мы видим, что при  $s \ll 1$  время релаксации значительно меньше времени, которое требуется волне, чтобы пройти расстояние, равное толщине пленки.

В этих условиях индуцированные на пленке заряды будут успевать перераспределяться таким образом, чтобы не пропускать поле в пленку.

Заметим, что доля рассеиваемой в пленке энергии равняется

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{2s}{(1+s)^2}$$

Аналогичные соотношения имеют место и при распространении TE волны.

Ноябрь 1949 г.



ОБ ИЗМЕРЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА,  
ИСПАРЯЮЩЕГОСЯ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОГО ВАКУУМА

*В. Н. Костин*

Введение

Ранее было показано [1], что большое несовпадение экспериментальных данных с теоретическими в области испарения жидких и твердых тел может быть объяснено ошибками, допущенными при определении экспериментальной скорости испарения этих тел в вакуум.

Существование градиента температуры в пограничном слое испаряющегося вещества создает значительные трудности при определении температуры испаряющей поверхности, что является одним из источников ошибок при экспериментальных проверках формулы Кнудсена — Ленгмюра. Обратим внимание на то, что значительных градиентов температуры в пограничном слое следует ожидать у веществ, обладающих большой упругостью насыщенного пара и плохой теплопроводностью (лед, камфора и др.).

В работе по исследованию взаимодействия молекул пара с кристаллической поверхностью Олти [2] применил следующий метод измерения температуры поверхности твердого тела, испаряющегося в условиях высокого вакуума. Исследуемое вещество наносилось на конец трубки *T* (рис. 1) в виде правильного сферического слоя *C*. Спай термопары медь-константан накладывался на поверхность слоя в точке *L*, а провода её выводились наружу через трубку *R*, переходящую в пробку *J* шлифа *K*. Поворотом пробки *J* провода термопары натягивались, прижимая спай к испаряющей поверхности вещества *C*.

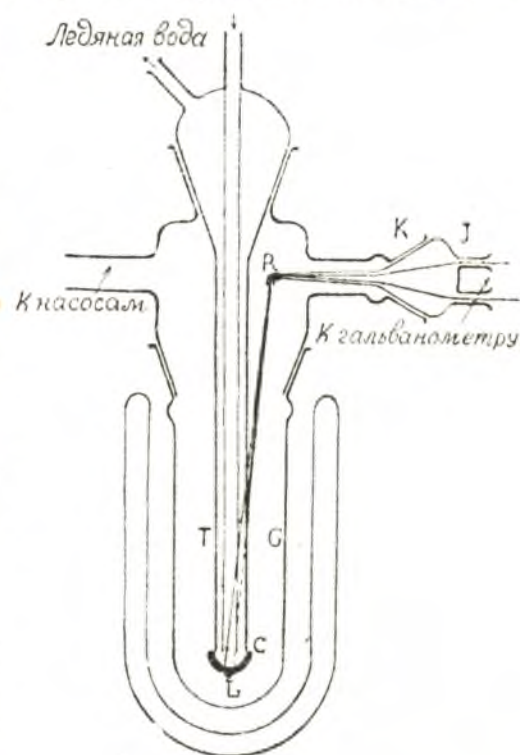


Рис. 1.

По мнению автора, описанное устройство при отсутствии „неправильностей в поведении гальванометра“, включенного в цепь термопары, обеспечивало правильное определение температуры испаряющей поверхности.

Согласно полученным Олти результатам, экспериментальная скорость испарения йода и нафталина равна теоретической, в то время как для камфоры и бензойной кислоты (твердой) она составляет десятые доли последней.

В работе по исследованию испарения твердых тел Баранаев [3] пользовался аппаратурой, аналогичной той, которую применял Олти. Отличие его метода измерения температуры испаряющей поверхности заключается в том, что спай термопары вмораживался в слой исследуемого вещества *C* (рис. 1); провода прокладывались вдоль трубки *T* и выводились наружу сквозь изогнутую трубку, впаянную концами в стенку трубки *T*. К сожалению, о расположении спае относительно пограничного слоя автор умалчивает, поэтому остается непонятным, как определялась „температура поверхности испарения  $T_n$ “ в приводимой им таблице I. В процессе опыта температура в точке расположения спае должна была изменяться, так как за счет убыли вещества изменялось расстояние от нее до испаряющей поверхности. Однако этот важный вопрос также не освещен в упомянутой работе.

Из полученных Баранаевым результатов привлекает внимание коэффициент конденсации льда<sup>1</sup>, в среднем равный 0,068 для температуры испаряющей поверхности  $-46^\circ\text{C}$ . Таким образом, из всех исследованных твердых тел лед представляет „печальное“ исключение, так как его коэффициент конденсации больше всего отличается от единицы, составляя лишь сотые её доли. Естественно напрашивается мысль: можно ли за счет отражения молекул от поверхности льда объяснить столь большое отклонение экспериментальной скорости испарения от теоретической? В силу ранее высказанных соображений [4], нам кажется, что нельзя.

Лед — вещество, обладающее плохой теплопроводностью и сравнительно большой упругостью насыщенного пара, поэтому в его пограничном слое можно ожидать значительно большего градиента температуры, нежели у других веществ.

Провода термопары медь константан, идущие к спаю, являются прекрасными проводниками тепла, и вдоль них может создаваться поток тепла, изменяющий температуру спае. Это особенно сильно может сказываться в тех случаях, когда тепловой контакт между спаем и испаряющей поверхностью плох.

В опытах Олти и Баранаева методы измерения температуры испаряющей поверхности не учитывают одновременного существования градиента температуры в пограничном слое и потока тепла вдоль проводов термопары. В опытах Олти не учтена теплопроводность термопары, но проявляется стремление избежать ошибки при измерении температуры за счет градиента температуры в пограничном слое. В опытах Баранаева, наоборот, проявилась тенденция избавиться от влияния теплопроводности, но не принято во внимание существование градиента.

Малость величины коэффициента конденсации льда, а также несовершенство способа измерения температуры испаряющей поверхности заставили нас поставить эксперименты, выясняющие суть дела.

<sup>1</sup> Названный по недоразумению коэффициентом аккомодации.

### Тепловой контакт под действием упругих сил

Исходной точкой в работе послужили эксперименты, в которых тепловой контакт между спаем термопары и испаряющей поверхностью создавался под действием упругих сил, вызванных предварительной деформацией проводов термопары. В качестве исследуемого вещества был взят лед, приготовленный путем замораживания дважды дистиллированной воды.

Прибор, в котором производились эксперименты, представлен на рис. 2. Стеклообразная чашечка 1, диаметром в 1,02 см и около 2 см высотой, вдоль верхнего края была пришлифована и поэтому могла плотно прикрываться плоским покровным стеклом. Чашечка и стекло тщательно промывались в горячем 10% растворе едкого натрия, после чего несколько раз вымывались в дистиллированной воде. Это избавляло от присутствия жира на поверхности стекла. После этого в чашечку наливалась дважды дистиллированная вода до уровня, не доходящего до края на 2—3 мм. Будучи накрыта покровным стеклом, она взвешивалась с точностью до 0,001 г, а затем опускалась в дюар с жидким воздухом, где вода быстро замерзала. При замораживании воды на поверхности стекла, обращенной внутрь, образовывался слой инея, и для устранения ошибки при вычислении убыли массы от испарения снятое с чашечки покровное стекло накрывалось колпачком с пришлифованным краем и сохранялось в таком виде до конца эксперимента.

Чашечка устанавливалась в держатель 2, и на поверхность льда устанавливался шарик термопары 3. Предварительная деформация проводов термопары 9 выбиралась таким образом, чтобы после установки шарика на поверхность он под действием упругих сил плотно прижмался к ней.

Создавалось впечатление, что тепловой контакт между шариком термопары и поверхностью льда вполне надежен. Держатель опускался внутрь прибора, причем чашечка оказывалась в нижней его части 4, опущенной в широкий дюар 5 с жидким воздухом [6].

Такого рода холодильник обеспечивал устойчивую температуру внутри нижней части прибора (в течение опыта отклонения температуры от среднего значения не превышали  $1^\circ\text{C}$ ).

Прибор закрывался при помощи шлифа 7, и включалась откачка. После достижения высокого вакуума, порядка  $10^{-5}$  мм рт. ст., в ловушку 8 наливался жидкий воздух, и начиналось интенсивное испаре-

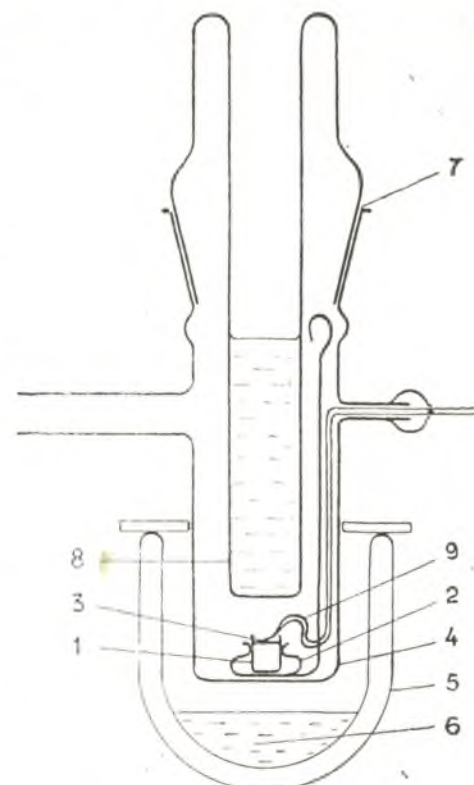


Рис. 2.

ние льда. Отсчеты температуры и давления производились через каждые 5 минут. После двухчасового испарения откачка выключалась и в установку впускался атмосферный воздух. Чашечка быстро извлекалась, накрывалась покровным стеклом, взятым из-под колпачка (причем кружочек влаги на покровном стекле попадал на прежнее место „в чашечку“), и ставилась на просушку от влаги, сконденсировавшейся из атмосферного воздуха на наружных поверхностях. После достижения комнатной температуры она взвешивалась. Таким путем определялась убыль массы за счет испарения.

При натренированности и аккуратности в выполнении всех операций абсолютная погрешность в определении убыли массы за счет испарения составляла  $\pm 0,005$  г, что неоднократно было проверено. В чашечке указанного диаметра мениск жидкой воды имеет значительную кривизну, однако при замораживании он выравнивается, так как слой льда, непрерывно образующийся вдоль стенок и у дна чашечки, вытесняет воду из внутреннего объема на поверхность. Эта вода не только выравнивает поверхность, но и „обновляет“ её. Происходит как бы самоочищение поверхности воды.

Площадь испаряющей поверхности была вычислена как площадь внутреннего поперечного сечения чашечки. Следует думать, что в действительности она была больше в связи с наличием микроскопических неровностей, которые нами не учитывались. По этой причине ожидалось завышенные значения экспериментальной скорости испарения и, следовательно, коэффициента конденсации.

Избранное нами испарение с плоской поверхности имеет то преимущество по сравнению с испарением со сферической поверхности Олти, что оно уменьшает ошибки при определении площади „идеализированной“ (гладкой) поверхности испаряющегося вещества.

По поводу измерения времени следует сказать, что моментом начала испарения считается момент заливки жидкого воздуха в ловушку 8, но фактически испарение начинается с момента включения откачки, т. е. приблизительно на 10 минут раньше. Однако, если учесть, что в течение этого промежутка времени давление в установке изменяется от атмосферного до сотой доли миллиметра ртутного столба, то становится понятным, что количество испарившегося за это время льда очень мало (к тому же и температура его в процессе откачки всегда была значительно ниже, чем в процессе испарения).

Контрольные эксперименты по определению изменения массы чашечки со льдом и покровным стеклом за счет всех факторов кроме испарения (иначе говоря, операции выполнялись в том же порядке, но после достижения высокого вакуума установка сразу останавливалась, чашечка немедленно извлекалась, накрывалась покровным стеклом, просушивалась и взвешивалась) показали, что это изменение не выходит за пределы  $\pm 0,005$  г, взятых за абсолютную погрешность. Видимо, влияния некоторых факторов взаимно компенсировались.

Многочисленные эксперименты, произведенные в такой постановке, дали очень сходные результаты; поэтому мы ограничимся только данными одного из них.

Масса чашечки при первом и втором взвешивании — соответственно:  $m_1 = 2,605$  г,  $m_2 = 2,540$  г.

Убыль массы вследствие испарения  $G = m_1 - m_2 = 0,065 \pm 0,005$  г.

Площадь испаряющей поверхности  $S = 0,8 \pm 0,1$  см<sup>2</sup>.

Продолжительность процесса испарения  $t = 7200 \pm 100$  сек.

Средняя температура испаряющей поверхности за указанный промежуток времени  $t^\circ\text{C} = -59 \pm 1^\circ\text{C}$ .

Следовательно, экспериментальная скорость испарения льда при этой температуре

$$W_{a, -59^\circ\text{C}} = \frac{0,065}{0,8 \cdot 7200} = 11,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{г}}{\text{см}^2\text{сек}} = 11 \pm 2 \frac{\mu\text{г}}{\text{см}^2\text{сек}}$$

Теоретическая скорость испарения льда при этой же температуре

$$W_{r, -59^\circ\text{C}} = 58,32 \cdot 10^{-3} P \sqrt{\frac{M}{T}} = 248 \cdot 10^{-3} \frac{P}{\sqrt{T}} = 248 \cdot 10^{-3} \frac{9,25 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{214}} = 157 \pm 22 \frac{\mu\text{г}}{\text{см}^2\text{сек}}$$

(погрешность объясняется тем, что в формулу входит экспериментально определяемая величина  $T$ ).

Отсюда коэффициент конденсации льда

$$f_{-59^\circ\text{C}} = \frac{W_{a, -59^\circ\text{C}}}{W_{r, -59^\circ\text{C}}} = 0,07 \pm 0,02,$$

что совпадает с величиной коэффициента конденсации льда, определенного Баранаевым<sup>[3]</sup> при температуре  $-46^\circ\text{C}$ ;  $f_{-46^\circ\text{C}} = 0,068$ .

Таким образом метод Олти, примененный для определения температуры испаряющей поверхности льда, дал те же результаты, что и метод Баранаева.

Руководствуясь изложенными вначале соображениями, мы можем поставить под сомнение правильность примененного метода измерения температуры.

Тогда напрашивается законный вопрос: какова должна быть температура испаряющей поверхности в приведенном опыте, чтобы экспериментальная скорость равнялась теоретической?

Поскольку

$$W_{r, T^\circ\text{C}} = 248 \cdot 10^{-3} \frac{0,66 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{196}} = 11,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{г}}{\text{см}^2\text{сек}} = 11,7 \frac{\mu\text{г}}{\text{см}^2\text{сек}},$$

такой температурой является  $-77^\circ\text{C}$ .

#### Термопара вморожена в пограничный слой

Чашечка 1 (рис. 2) была подготовлена к эксперименту так же точно, как и в предыдущем опыте, однако замораживание было прервано в тот момент, когда нижняя половина объема воды превратилась в лед. После этого покровное стекло было снято и положено под колпачок, а чашечка поставлена в держатель 2. Провода термопары у сая были предварительно раздвоены и изогнуты таким образом, чтобы на протяжении 8 мм они лежали в одной горизонтальной плоскости с шариком, параллельной поверхности льда (рис. 2-а). После этого „плоский“ участок был погружен в воду и установлен посредством изгиба выходящих наружу проводов на 1 мм от поверхности воды. Затем держатель с чашечкой и термопарой был установлен в прибор.

Для ускорения процесса замораживания дюар 5 был приподнят так, чтобы нижняя часть прибора погрузилась в жидкий воздух. Через несколько минут вода замерзла, и была включена откачка. В дальнейшем ход эксперимента не отличался от предыдущего, условия которого были точно воспроизведены.

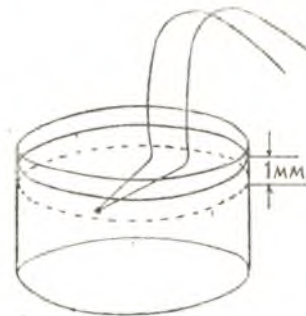


Рис. 2-а.

Приводим данные опыта, применяя прежние обозначения:

$$m_1 = 2,679 \text{ г}; m_2 = 2,611 \text{ г}; G = m_1 - m_2 = 0,068 \pm 0,005 \text{ г.}$$

Таким образом, убыль массы составила ту же величину, что свидетельствует об однородности постановки опыта.

$t = 7200 \pm 100$  сек. За время испарения термopара прошла сквозь пограничный слой, выйдя наружу.

$$t^{\circ}\text{C} = -78 \pm 2^{\circ}\text{C}.$$

Таким образом,

$$W_{a,-78^{\circ}\text{C}} = \frac{0,068}{0,8 \cdot 7200} = 12 \cdot 10^{-6} \frac{\text{г}}{\text{см}^2 \text{сек}} = 12 \pm 2 \frac{\mu\text{г}}{\text{см}^2 \text{сек}},$$

$$W_{r,-78^{\circ}\text{C}} = 248 \cdot 10^{-3} \frac{0,56 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{192}} = 10 \cdot 10^{-6} \frac{\text{г}}{\text{см}^2 \text{сек}} = 10 \pm 3 \frac{\mu\text{г}}{\text{см}^2 \text{сек}}$$

и, следовательно:

$$f_{78^{\circ}\text{C}} = \frac{W_{a,-78^{\circ}\text{C}}}{W_{r,-78^{\circ}\text{C}}} = \frac{12}{10} = 1,2 \pm 0,4.$$

Этот результат подтвердился на большом количестве экспериментов [9]. Он позволяет сделать два важных вывода:

1. Из равенства (в пределах погрешностей) коэффициента конденсации единице следует, что испарение льда при низких температурах порядка  $-70^{\circ}\text{C}$  подчиняется формуле Кнудсена—Ленгмюра.

2. Правильность методов измерения температуры испаряющей поверхности, избранных Олти и Баранаевым, вызывает явное сомнение; их применение могло привести к неправильному определению коэффициентов конденсации и других твердых тел.

Для окончательного выяснения вопроса было решено с помощью разработанного метода измерения температуры проверить величину  $f = 0,068$ , найденную Баранаевым для температуры  $-46^{\circ}\text{C}$ .

### Подогрев испаряющей поверхности льда

Стремясь достичь желаемой температуры испаряющей поверхности льда, мы вынуждены были убрать дюар с жидким воздухом (5, рис. 2) и вместо него поставить термостат, поддерживавший нижнюю часть прибора при температуре около  $+50^{\circ}\text{C}$ ; однако получить температуру испаряющей поверхности льда выше  $-54^{\circ}\text{C}$  не удалось. Плохая теплопроводность стекла и льда не обеспечивала доступа к поверхности достаточного количества тепла. В связи с этим мы всё больше склонялись к мысли, что Баранаев в своих опытах измерял температуру какого-то промежуточного слоя льда, но не температуру испаряющей поверхности [в трубке  $T$  (рис. 1) находилась плавящаяся ртуть ( $-38,9^{\circ}\text{C}$ ), а трубка  $G$  погружалась в жидкий воздух].

Попутно заметим, что в этой работе [9] не совсем точно измерялось давление. Применявшийся U-образный ртутный манометр в лучшем случае мог показывать давление до 0,1 мм рт. ст., и обеспечить с его помощью контроль выполнения газокинетического условия (длина свободного пробега молекул пара должна быть больше расстояния между испаряющей и конденсирующей поверхностями) принципиально невозможно, так как для этого требуется манометр, показывающий давление во всяком случае до 0,001 мм рт. ст.

Для достижения поставленной цели был применен подогрев испаряющей поверхности льда тепловыми лучами. Схема опыта предста-

влена на рис. 3. Стеклоянная чашечка 1 (диаметр 2,9 см) удерживалась „в вакууме“ тремя пружинными лапками держателя 2. Над ней располагалась вольфрамовая спираль 3, смонтированная на штырьке электрической лампочки 4. Концы спирали укреплялись в электродах 5, которые имели выводы наружу через удлинение 6 вставной части шлифа 7.

Конец термopара 8 был изогнут таким же образом, как и в предыдущем опыте, однако длина „плоского участка“  $cd$  (рис. 3-а) увеличена до 2 см. Следовательно, спай термopара и подходящие к нему провода лежали в плоскости, параллельной поверхности льда и отстоящей от неё на 0,3 см.

После взвешивания вода в чашечке наполовину замораживалась, после чего чашечка вставлялась в держатель 2, и вся вставная часть шлифа 7 устанавливалась в прибор. При этом термopара, удерживаемая в приборе посредством стойки 11, занимала в чашечке положение, изображенное на рис. 3-а. При атмосферном давлении в ловушку 9 наливался жидкий воздух, и замораживание воды доводилось до конца.

Во время откачки в ловушке 9 не было жидкого воздуха. После достижения высокого вакуума в ловушку наливался жидкий воздух и включался ток в спираль 3, накал которой регулировался и контролировался при помощи реостата и амперметра, включенного в цепь. Такая регулировка давала возможность поддерживать желаемую температуру льда в чашечке.

Изолированность чашечки от стенок прибора и плохая теплопроводность материала, из которого она была изготовлена (молибденовое стекло), значительно уменьшили возможность всяческих перепадов температуры внутри льда. Температура всей его массы полностью зависела от процессов, происходящих на поверхности. Она как бы с некоторым отставанием во времени повторяла значения температуры испаряющей поверхности. Из этого следует, что температуру испаряющей поверхности можно было измерить с большей точностью, не прибегая к сложным измерениям температуры весьма тонких пограничных слоев.

Небольшая часть тепловых лучей от нагревателя падала на участки (10, рис. 3-а) проводов термopара, и тепло распространялось вдоль них; однако, перед тем как попасть в спай, оно должно было пройти

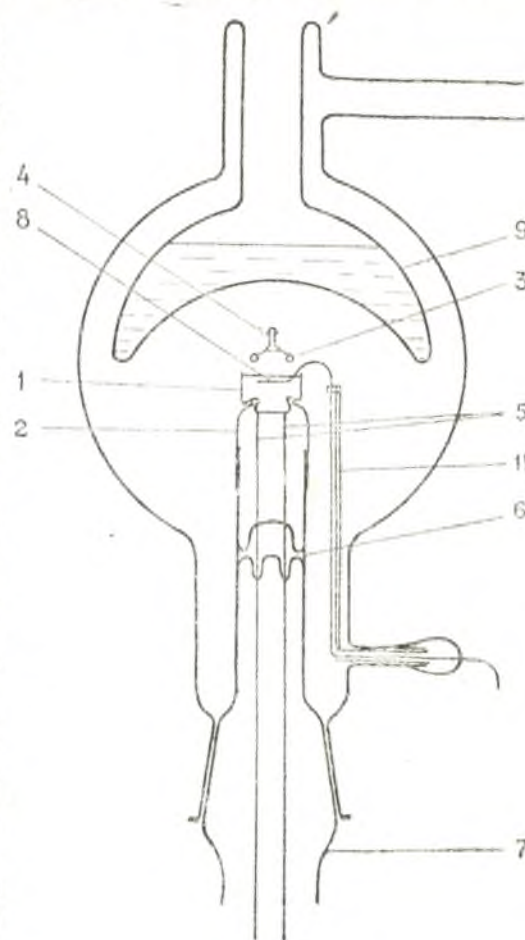


Рис. 3.

вдоль 2-см участка, замороженного в лед, где и поглощалось. Следовательно, влияние на спай термопары приходящего по проводам тепла практически уничтожалось.

В результате испарения льда испаряющая поверхность перемещалась вглубь чашечки, приближаясь к плоскости, в которой лежал спай термопары. По отношению к изменениям температуры во времени это перемещение равноценно перемещению спаия относительно неподвижной испаряющей поверхности с той же по величине, но противоположной по знаку скоростью. Таким образом, графически представив зависимость температуры от времени и соответствующим образом выбрав масштаб, мы получаем зависимость температуры от расстояния к испаряющей поверхности, что дает ясный ответ на вопрос о градиенте температуры в пограничном слое.

Кривая зависимости температуры от времени представлена на рис. 4. Участок *AB* отображает изменения температуры до того момента, когда участок *cd* термопары начинает „прорезываться“ сквозь

поверхность льда снизу. В силу сказанного выше этот же участок показывает зависимость температуры льда от расстояния *l* до испаряющей поверхности, изображенной линией *FG*. Участок *BC* соответствует короткому промежутку времени, в течение которого термопара проходила сквозь поверхность всей толщиной своих проводов. Здесь начинало сказываться тепло, излучаемое от нагревателя непосредственно на выходящую из льда термопару. На протяжении участка *CD* термопара совершенно освобождалась от влияния льда, после чего достигала некоторой, более или менее устойчивой, температуры в потоке холодного пара, идущего от его поверхности (участок *DE*).

На основании изучения этого процесса можно прийти к выводу, что в качестве температуры испаряющей поверхности следует брать температуру  $t_n$ °C, соответствующую точке *B*, т. е. тому положению участка *cd* термопары, когда он начинает „прорезываться“ сквозь поверхность льда (экстраполяция к поверхности в данном случае не производилась, так как поправка, вносимая ею в значение  $t_n$ °C, невелика по сравнению с ошибками измерения других величин).

Определенный таким методом коэффициент конденсации льда для температуры  $-46$ °C составил величину  $f_{-46} = 0,6$ , что почти в 10 раз

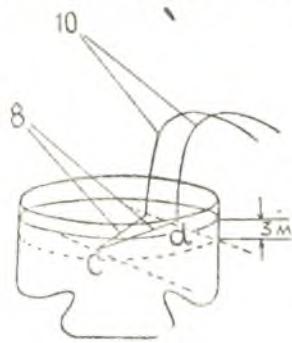


Рис. 3-а.

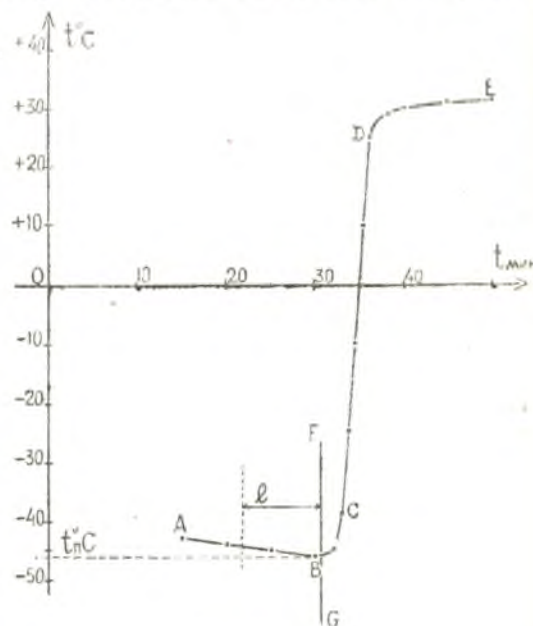


Рис. 4.

больше величины, найденной Баранаевым для этой же температуры. В дальнейшем была снята зависимость коэффициента конденсации льда от температуры [5]. Кривая, изображающая эту зависимость, прошла через точку  $f_{-46} = 0,6$ , что лишний раз подтверждает неслучайность этой величины.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Критический анализ и экспериментальная проверка ранее применявшихся методов измерения температуры поверхности твердого тела, испаряющегося в условиях высокого вакуума, дали возможность выработать правильный метод и выяснить причины искажения результатов измерений.

Применяя найденный метод к исследованию процесса испарения льда, удалось получить результаты, свидетельствующие о том, что большое отклонение экспериментальной скорости испарения льда от теоретической при температурах порядка  $-40$ °C объясняется не отражением молекул от испаряющей поверхности, а ошибками в измерении температуры испаряющей поверхности, допущенными экспериментаторами при определении скорости испарения льда в вакуум.

Кроме того установлено, что испарение льда при низких температурах порядка  $-70$ °C подчиняется формуле классической статистики Киудсена—Ленгмюра. Что касается отклонения от этой формулы при температурах порядка  $-40$ °C, выразившегося в равенстве коэффициента конденсации дробной величине, то этот вопрос был исследован позже, и полученные результаты будут опубликованы отдельно.

\* \* \*

Выражаю искреннюю благодарность моему учителю действ. члену АН УССР проф. К. Д. Синельникову за интерес, проявленный к настоящей работе.

### Литература

1. Яницкий А. Н., Костин В. Н., Синельников К. Д. Ученые зап. ХГУ, т. XXXV, 1950.
2. T. Alty. Proc. Roy. Soc., A. 161, 68, 1937.
3. Баранаев, М. К. Журн. физ. хим., 20, 399, 1946.
4. Техн. энцикл. Спр. физ.-хим. техн. величин, 1935.
5. Костин В. Н. Диссертация, Харьк. гос. унив. 1950.

20 ноября 1949 г.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ ГЕРМАНИЯ

*Н. В. Папи*

До сих пор считалось, что определенная зависимость оптических констант от толщины слоя, для которого эти константы были найдены, свойственна только металлам. Однако некоторые измерения, проведенные для жидкостей в тонких слоях, и тщательные измерения для тонких слоев германия различной толщины дают основание предполагать, что зависимость оптических констант от толщины слоя присуща вообще всем веществам.

Указание о том, что показатель преломления в поверхностном слое стекла уменьшается с возрастанием толщины этого слоя, можно найти также в статье Тимофеевой [1].

## Получение экспериментальных данных

Германий, в отличие от прозрачных полупроводников, в оптическом отношении характеризуется не только показателем преломления  $n$ , но и некоторым коэффициентом поглощения  $k$ . Обе эти константы можно вычислить в том случае, если для некоторого полупрозрачного слоя германия будут определены коэффициенты отражения, пропускания и толщина этого слоя.

Для достаточно толстых слоев — порядка нескольких единиц на  $10^{-5}$  см, как это было определено несколько иным методом у других авторов [2], оптические константы германия оказались независимыми от толщины слоя, при котором они измерялись.

В настоящей работе определялись оптические константы для значительно более тонких пленок — порядка нескольких единиц на  $10^{-6}$  см.

Толщины слоев германия определялись ранее разработанным интерференционным методом [3].

Исследуемые пленки германия наносились путем испарения германия в вакууме и конденсацией его на стеклянные подложки. Расстояние от испарителя (танталовая лодочка) до стекла, на котором конденсировался германий, выбиралось достаточно большим (не менее 10 см), что давало возможность получить однородный по толщине слой германия. Однородность толщины контролировалась по постоянству коэффициентов отражения и пропускания для любого участка поверхности рассматриваемого слоя германия.

Коэффициенты отражения и пропускания определялись при помощи фотоэлемента — путем сравнения интенсивностей отраженного от со-

ответствующей пленки или прошедшего сквозь нее пучка света с интенсивностью пучка света, идущего непосредственно от источника света к фотоэлементу. Вследствие дисперсии измерения необходимо было проводить в монохроматическом свете. Были выбраны три длины волны:

$$\lambda_1 = 5000 \text{ \AA}, \quad \lambda_2 = 5900 \text{ \AA}, \quad \lambda_3 = 7200 \text{ \AA}.$$

Для первых двух длин волн при измерении применялся селеновый фотоэлемент, а для третьей — фотоэлемент ФЭСС [4], так как он

**Зависимость  $R$  и  $T$  от  $d$  для разных длин волн (построены по экспериментальным данным)**

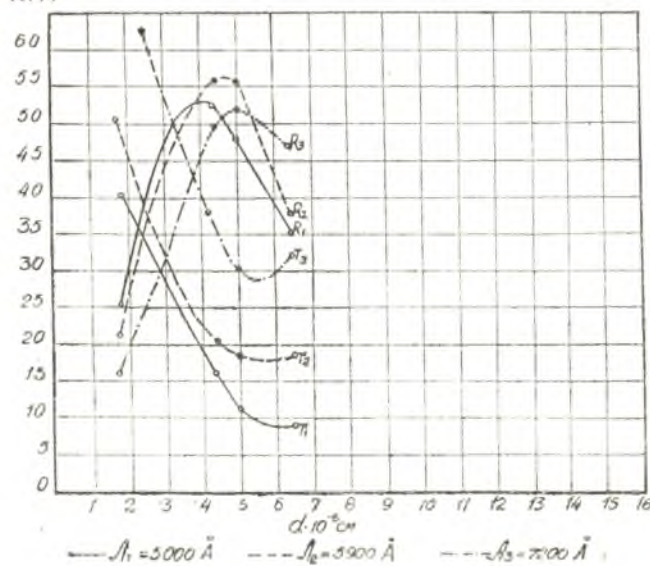


График 1.

позволяла производить необходимые измерения.

Полученные экспериментальные данные приведены в виде графика 1, где показана зависимость коэффициента отражения  $I_R$  и коэффициента пропускания  $I_T$  от толщины слоя  $d$ , для которого эти коэффициенты были измерены.

### Вычисление коэффициентов преломления и поглощения по экспериментальным данным

Для вычисления по полученным данным коэффициентов преломления  $n$  и поглощения  $k$  нужно было для каждой из полученных точек графика 1 решить два уравнения с двумя неизвестными ( $n$  и  $k$ ) следующего вида:

$$I_R = \frac{abe^{2p} - cde^{-2p} + 2e \cos 2\alpha + 2f \sin 2\alpha}{bce^{2p} + ade^{-2p} + 2g \cos 2\alpha + 2h \sin 2\alpha},$$

$$I_T = \frac{16n_0 \cdot n_2 (n_1^2 + k^2)}{bce^{2p} + ade^{-2p} + 2g \cos 2\alpha + 2h \sin 2\alpha},$$

обладает очень большой чувствительностью в красной и инфракрасной областях спектра. Последнее обстоятельство позволило использовать при измерении коэффициентов отражения  $I_R$  и пропускания  $I_T$  для  $\lambda_3 = 7200 \text{ \AA}$  не только германиевую пленку постоянной толщины, но также и германиевый клин. В самом деле, в случае клина пучок света приходилось брать чрезвычайно узким, что значительно уменьшало его интенсивность. Чувствительность же фотоэлемента ФЭСС

где

$$p = 2\pi\chi \frac{d}{\lambda}, \quad \alpha = 2\pi n_1 \frac{z}{\lambda},$$

$$a = (n_1 - n_0)^2 + k^2 \quad c = (n_2^2 + n_0^2)(n_1^2 + k^2) - (n_1^2 + k^2)^2 - n_0^2 n_2^2 - 4n_0 n_2 k^2$$

$$b = (n_1 + n_2)^2 + k^2 \quad g = (n_2^2 + n_0^2)(n_1^2 + k^2) - (n_1^2 + k^2)^2 - n_0^2 n_2^2 + 4n_0 n_2 k^2$$

$$e = (n_1 + n_0)^2 + k^2 \quad f = 2k(n_2 - n_0)(k^2 + n_1^2 + n_0 n_2)$$

$$d = (n_1 - n_2)^2 + k^2 \quad h = 2k(n_2 + n_0)(k^2 + n_1^2 - n_0 n_2)$$

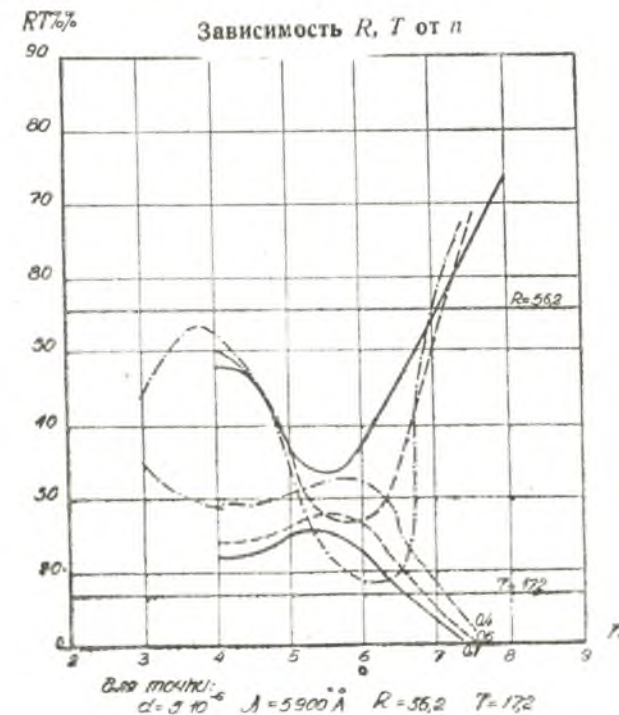


График 2.

если

- $n_0$  — показатель преломления воздуха,
- $n_1$  — показатель преломления серебра,
- $n_2$  — показатель преломления стекла.

Решение таких уравнений заключалось в следующем. Задавались некоторые произвольные значения для  $n$  и  $k$  и по приведенным формулам вычислялись интенсивности отраженного света  $I_R$  и интенсивности прошедшего света  $I_T$ .

По полученным данным были построены графики зависимости  $I_R$  и  $I_T$  от коэффициентов преломления  $n$  при некотором фиксированном значении коэффициента поглощения  $k$  (графики 2 и 3 для точек  $d_1 = 5 \cdot 10^{-6}$  см,  $d_2 = 4,44 \cdot 10^{-6}$  см в случае длины волны  $\lambda = 5900 \text{ \AA}$ ).

Для отыскания корней вышеприведенных уравнений в некотором интервале значений  $n$  и  $k$ , выбранном на основании чисто физических соображений<sup>1</sup>, нужно было построить, используя графики 2 и 3, зависимость  $k$  и  $n$ . Для этого, например, на графике 2 были проведены две линии, параллельные оси абсцисс на уровнях, соответствующих экспериментально полученным  $I_R$  и  $I_T$  для точки  $d = 5 \cdot 10^{-6}$  см, для

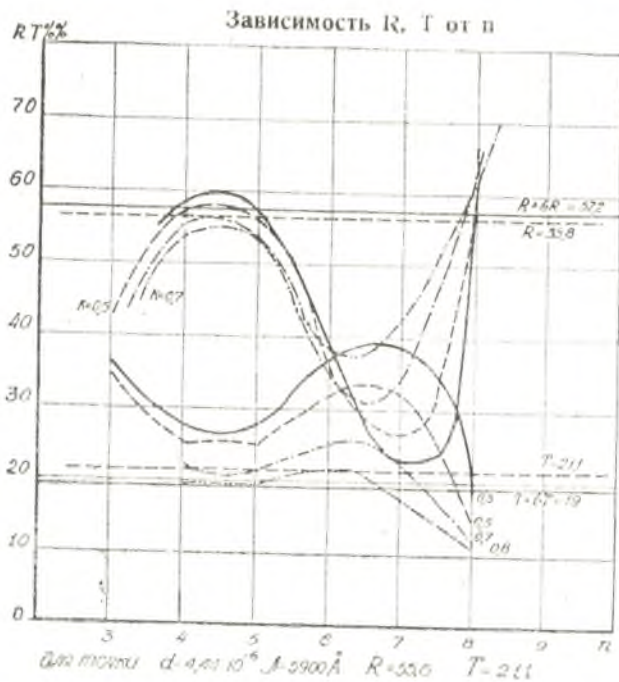


График 3.

которой и был построен график 2. По точкам пересечения горизонтальной линии, проведенной на уровне  $I_R$  с кривыми графика 2, строилась зависимость  $k$  от  $n$ , соответствующая данному  $I_R$ . Аналогичным образом получалась кривая для  $I_T$  (график 4). Место пересечения этих двух кривых указывало на то, что в точке пересечения полученные  $n$  и  $k$  удовлетворяют одновременно двум уравнениям ( $I_R$  и  $I_T$ ), т. е. что эта точка и является искомым корнем наших уравнений. Второй корень этих уравнений, как видно из графика, надо ждать при очень малых  $n$  и слишком больших  $k$ . Такой корень физически, повидимому, не может считаться возможным, так как изменение поглощения при увеличении толщины слоя германия (когда отражение остается примерно постоянным) указывает на сравнительно небольшие коэффициенты поглощения.

Аналогичные построения были проведены для получения корня по графику 3 (см. график 5). Однако в данном случае характер кривых резко изменился. Корень получился не при пересечении кривых, а при их касании, из чего следует, что при малейшем смещении вдоль

<sup>1</sup> Порядок величины  $n$  определялся для случаев сплошного германия, когда вышеприведенные формулы в пределе при  $d \rightarrow \infty$  переходят в формулы Френеля, являющиеся уравнениями второй степени относительно  $n$ . Порядок величины  $k$  определялся по изменению поглощения с увеличением толщины слоя германия.

экспериментальной кривой графика 1 вправо (т. е. в сторону увеличения толщин) полученный корень исчезает и скачкообразно переходит в корень, близкий по величине к ранее полученному (график 4)<sup>1</sup>. При малейшем смещении влево (в сторону уменьшения толщин) возникают два близких корня, которые могут соответствовать двой-

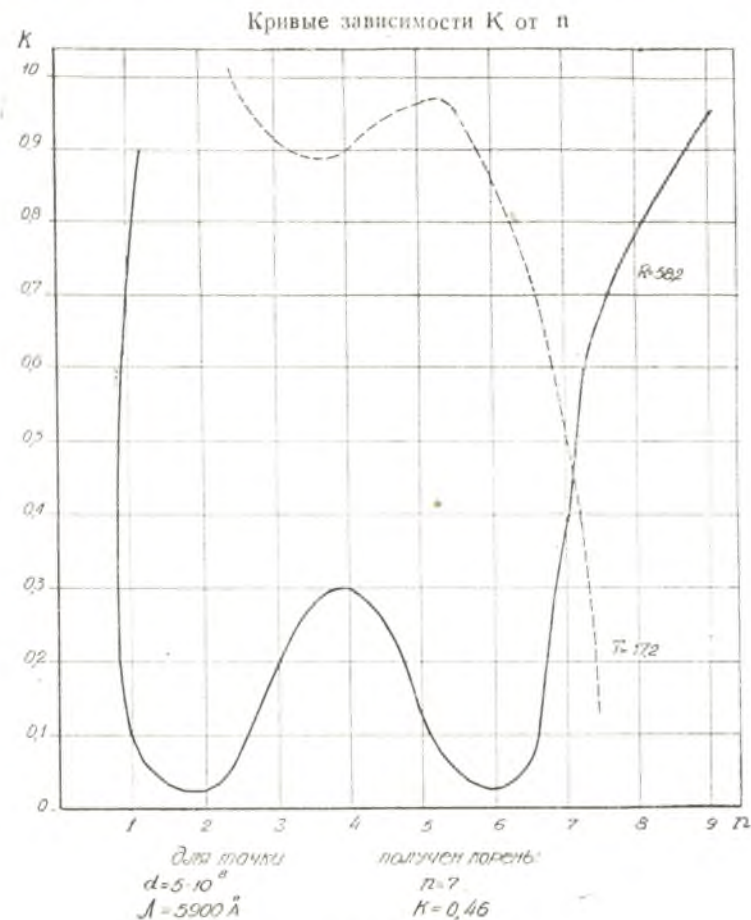


График 4.

ному лучепреломлению, поскольку нет никаких оснований существование одного из этих корней считать более вероятным, чем существование другого.

В результате вычисления оптических констант германия в зависимости от толщины нанесенного слоя для  $\lambda = 5900 \text{ \AA}$  оказалось, что коэффициент преломления по мере уменьшения толщины слоя растет, достигая довольно значительной величины, затем скачкообразно падает, после чего появляются два близких корня, из которых один постепенно уменьшается, а другой возрастает. Коэффициент поглощения  $k$  при этом повышается, когда коэффициент преломления  $n$  уменьшается, и падает при возрастании  $n$ .

<sup>1</sup> Исчезновение корня при переходе к более толстым пленкам видно по пунктирным кривым графика 4.



Аналогичные результаты получены при вычислении оптических констант в случае  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ .

При вычислении оптических констант для  $\lambda = 7200 \text{ \AA}$  хотя и обнаружена та же зависимость в изменении  $n$  и  $k$ , что и в первых двух случаях, но выражена она менее резко; поэтому оказалось возможным сравнение экспериментально полученных кривых зависимости  $I_R$  и  $I_T$  от  $d$  с расчетными (см. график 6).

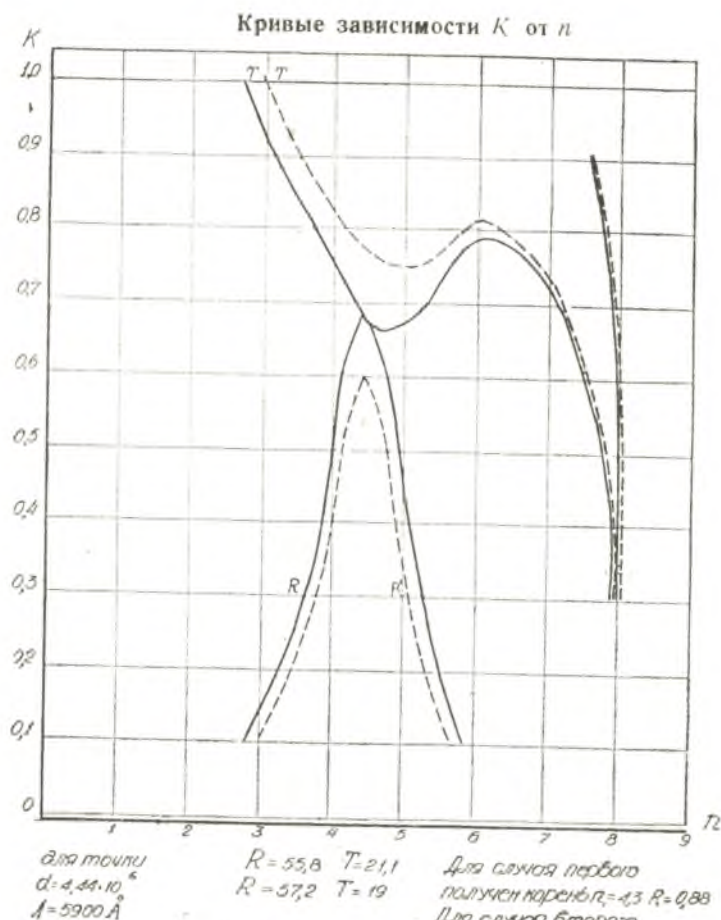


График 5.

На графике 6 пунктиром показаны экспериментальные кривые, сплошными линиями — расчетные при  $n$  и  $k$ , соответствующих пленке толщиной  $d = 14,8 \cdot 10^{-6}$  см.

Сравнивая кривые, видим, что в области более толстых пленок они почти совпадают, а по мере приближения к тонким всё больше расходятся (в соответствии с увеличением коэффициента преломления в тонких пленках).

Внимательно рассмотрев график 2, можно сказать, что резкое падение коэффициента преломления, начиная с точки  $5 \cdot 10^{-6}$  см, является неизбежным при таком расположении первого интерференционного максимума, которое было получено экспериментально. В самом деле,

толщина пленки, для которой обнаружен первый максимум, должна равняться четверти длины волны.

Произведем расчет для  $\lambda = 5900 \text{ \AA}$ ;  $\frac{\lambda}{4}$  для воздуха в этом случае равно  $\frac{5900 \cdot 10^{-8}}{4} = 14,75 \cdot 10^{-6}$  см. Но так как, по расчетам, коэффициент преломления для пленки, соответствующей первому макси-

муму, равен  $n = 3,2$  и коэффициент поглощения  $k = 0,34$ , то коэффициент преломления для пленки, соответствующей первому максимуму, должен быть равен  $n = 3,2$ .

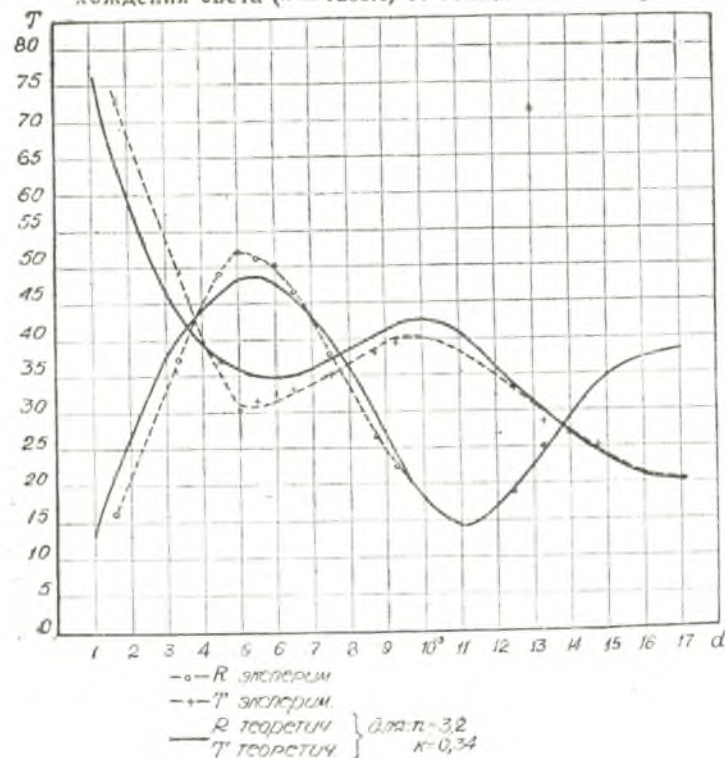


График 6.

муму, равен 7, то положение первого максимума в случае даже не возрастания, а просто неизменности этого коэффициента по мере уменьшения толщины, должно соответствовать  $\frac{14,75 \cdot 10^{-6}}{7} = 2,1 \cdot 10^{-6}$  см, а не  $5 \cdot 10^{-6}$  см, как видно из графика. Отсюда следует, что величина  $n$  должна уменьшиться.

Аналогичные расчеты для  $\lambda = 7200 \text{ \AA}$  приводят почти к совпадению экспериментального максимума с расчетным. Значит, в этом случае коэффициент преломления уменьшается не столь резко.

\* \* \*

Чем физически может быть вызвано изменение коэффициента преломления с толщиной слоя и что может означать внезапное изменение коэффициента преломления, происходящее при некоторой толщине слоя германия?

Известно, что структура очень тонких пленок, нанесенных на какую-то подложку, в значительной степени определяется характером подложки. В нашем случае, видимо, до толщины пленки  $d=4,44 \cdot 10^{-6}$  см структура германия определяется стеклянной подложкой, что в свою очередь определяет некоторый коэффициент преломления для такой толщины пленки. По мере увеличения толщины слоя германия силы, возникающие в толще самого германия, начинают сказываться все сильнее, пока, очевидно, не приводят к внезапному изменению в структуре германия. В нашем случае это соответствует исчезновению корня с показателем преломления около 4 и возникновению корня с показателем преломления около 7.

Надо думать, что при выборе подложки не из стекла, а из какого-либо другого материала характер поведения коэффициента преломления в зависимости от толщины слоя может в значительной степени измениться.

\* \* \*

В заключение выражаю глубокую благодарность заведующему кафедрой экспериментальной физики, действ. члену АН УССР проф. К. Д. Синельникову за выбор темы и систематическое руководство.

#### Литература

1. Тимофеева, ЖЭТФ 6, 1, 1936.
2. Brattan a. Briggs. Phys. Rev., 75, 1705, 1949.
3. Рапп. Ученые записки ХГУ, т. XXXV, 1950.
4. Косенко В. Е., Миселюк Е. Г. ЖТФ, XVIII, 1369, 1948.

Сентябрь 1949 г.

## ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАЗРЯДОВ. I.

Л. С. Палатник

Исследование структуры поверхностного слоя, образуемого при электронской обработке стали по методу Б. Р. и Н. А. Лазаренко [1, 2, 3], представляет большой интерес в связи с замечательной эффективностью и новизной этого метода.

В сообщении Б. А. Красюка [4] указывается, что после электронской обработки стали<sup>1</sup> на её поверхности образуются два слоя, наблюдаемые под микроскопом: „белый“, почти не травящийся, и „переходной“, толщина которых зависит от режима обработки. Этот автор указывает также, что в процессе электронской обработки может возникать аустенито-мартенситная структура и что обрабатываемый металл химически взаимодействует со средой обработки.

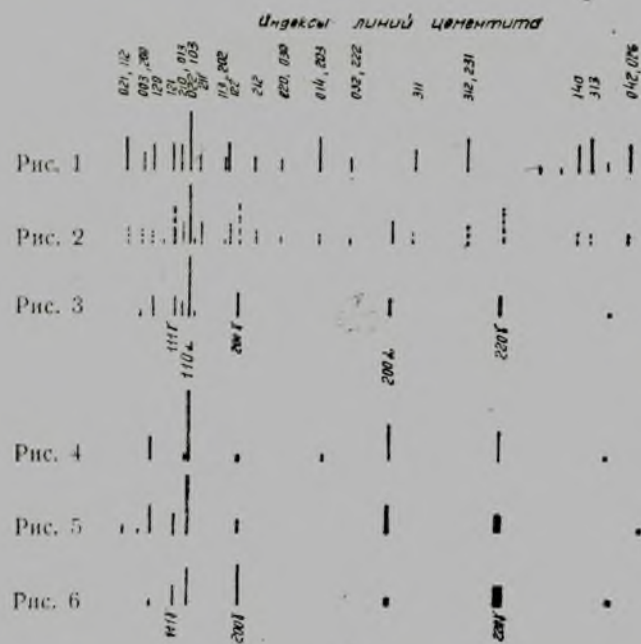
В настоящей работе рентгенографически исследовались структурные изменения в поверхностном слое образцов из армо-железа и углеродистой эвтектоидной стали, подвергавшихся различным видам электронской обработки: резке (прошивке отверстий) и так называемому „покрытию“ твердыми сплавами. Эти процессы осуществлялись на двух специальных установках бесконтактного и контактного действия, изготовленных по описаниям Лазаренко [3]. Ниже — в таблице указаны режимы электронской обработки образцов. Армо-железо служило для выяснения роли примесей, содержащихся в стали, при происходящих структурных изменениях. Рентгенограммы снимались по методу шлифа в лучах хрома и железа и подвергались микрофотометрированию. На рисунках 1–16 рентгенограммы представлены схематически (расположение и интенсивность отражений даны в масштабах, пропорциональных измерениям рентгенограмм).

На рис. 2 представлена рентгенограмма (в лучах Cr) образца № 1, подвергнувшегося резке по режиму № 1. Рентгенограмма свидетельствует о наличии в поверхностном слое образца аустенита и  $\alpha$ -фазы, а также структуры, имеющей решетку цементита. Линии, приписываемые  $Fe_3C$ , хорошо совпадают с линиями контрольной рентгенограммы цементита (рис. 1), специально выделенного электрохимически в 10% - HCl из стали У-9, и с данными синтетического расчета  $Fe_3C$ . Прерывистость линий цементита и аустенита указывает, что размеры их монокристалликов порядка  $10^{-2}$  мм.

После электронской резки вновь образуемая поверхность образца приобретает блестящий серебристый цвет, а его обработанные кромки оставляют на стекле царапины, свидетельствующие о резком

<sup>1</sup> Речь идет о процессе электронской резки (прошивки) стали.

повышении твердости металла. Путем calorиметрических измерений (по температуре перегрева жидкой среды обработки) найдено, что при прошивке отверстий в стали по режиму № 1 на 1 грамм удаленного металла расходуется около 30 ккал. Путем подсчета числа разрядных импульсов в секунду (с помощью осциллографа) можно оценить энергию, выделяющуюся в среднем при каждом разряде. Она оказалась примерно равной 0,6 м. кал.



1. Рентгенограмма цементита, выделенного электролитически из стали У-9. Излучение хрома.
2. Рентгенограмма образца армко-железа после электронской резки по режиму № 1. Излучение хрома.
3. То же после резки по режиму № 2.
4. Рентгенограмма образца армко-железа после „покрытия“ сплавом видиа по режиму № 3. Излучение хрома.
5. То же после „покрытия“ по режиму № 4.
6. Рентгенограмма образца стали У-9 после „покрытия“ сплавом видиа по режиму № 4. Излучение хрома.

В образце № 2, подвергнутому электронской резке при более мягком режиме № 2, общее количество аустенита и цементита оказалось меньше, а дисперсность монокристалликов выше (рис. 3).

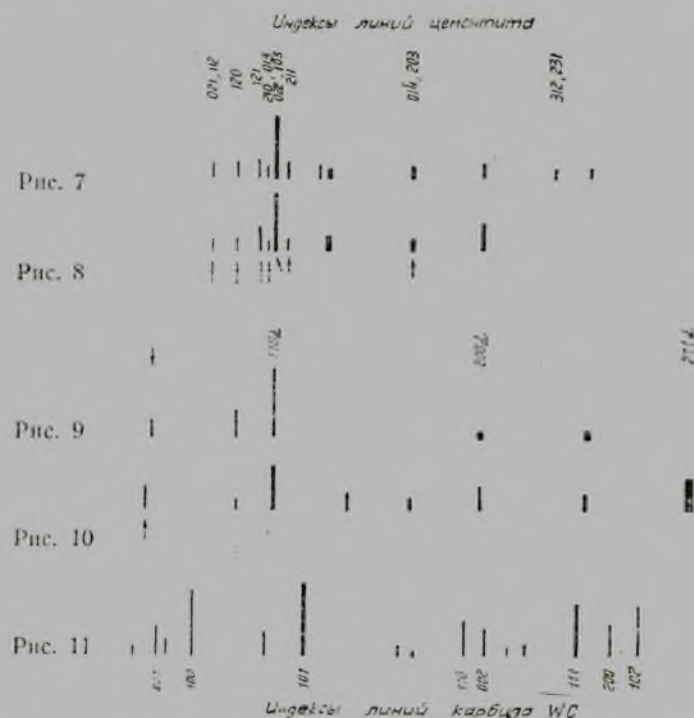
Образец № 3 отличается от № 2 только средой обработки: трансформаторное масло заменено анилином (см. таблицу), содержащим, как известно, азот, углерод и водород. Однако в образце № 3 нитридов, ни других соединений железа обнаружить не удалось, кроме тех, которые оказались в образце № 2. Но только аустенит и, особенно, цементит оказались в образце № 3 в заметно меньшем количестве.

Полученные данные указывают на то, что обрабатываемый металл (армко-железо) входит в химическое взаимодействие с углеродом среды обработки. Таким образом, наблюдаемый под микроскопом „белый, почти не травящийся слой“ [1] несомненно содержит цементит.

| №№ образцов                               | № режима обработки | Исходный материал образца | Материал электрода | Среда обработки        | Режим обработки |               |              | Данные рентгеноанализа |  |  |        |      |   |
|---|--------------------|---------------------------|--------------------|------------------------|-----------------|---------------|--------------|------------------------|--|--|--------|------|---|
|   |                    |                           |                    |                        | Напряжение (V)  | Сила тока (A) | Емкость (сF) | Параметр аустенита А   | Примерная концентрация С в аустените [%] | Отношение интенсивностей линий (200) γ и (110) α излучение | Cr     | Fe   |   |
| 1. Электронская резка. Образец—анод       |                    |                           |                    |                        |                 |               |              |                        |  |  |        |      |   |
| 1   | 1                  | армко-железо              | медь               | трансформаторное масло | 250             | 8             | 350          | 3,63                   | ~ 1,5%                                   | 0,5  | —      | —    | — |
| 2   | 2                  | то же                     | •                  | то же                  | 150             | 2             | 16           | 3,62                   | ~ 1,4%                                   | 0,25   | —      | —    | — |
| 3   | 3                  | то же                     | •                  | анилин                 | 150             | 2             | 16           | 3,59                   | ~ 1%                                     | 0,2  | —      | —    | — |
| 2. Электронское „покрытие“. Образец—катод |                    |                           |                    |                        |                 |               |              |                        |  |  |        |      |   |
| 4   | 3                  | армко                     | видиа              | воздух                 | 150             | 1             | 8            | —                      | —  | —  | ~ 0,05 | —    | — |
| 5   | 4                  | то же                     | •                  | •                      | 180             | 2             | 16           | 3,62                   | —  | —  | 0,25   | —    | — |
| 6   | 4                  | сталь У-9                 | •                  | •                      | 180             | 2             | 16           | 3,61                   | —  | —  | 0,8    | 0,5  | — |
| 7   | 4                  | то же                     | победит            | •                      | 180             | 2             | 16           | 3,61                   | —  | —  | 0,4    | 0,3  | — |
| 8   | 4                  | то же                     | стеллит            | •                      | 180             | 2             | 16           | 3,59                   | —  | —  | 0,25   | 0,15 | — |
| 9   | 5                  | армко                     | видиа              | •                      | 185             | 8             | 400          | 3,63                   | —  | —  | —      | —    | — |
| 10  | 5                  | сталь У-9                 | •                  | •                      | 185             | 8             | 400          | 3,62                   | —  | —  | —      | —    | — |
| 11  | 6                  | армко                     | графит             | •                      | 150             | 7             | 200          | —                      | —  | —  | —      | —    | — |

Следует, однако, заметить, что характерный для  $Fe_3C$  травитель—пикрат натрия—не дает соответствующей окраски „белого“ слоя (что может быть приписано растворению в цементите некоторых элементов, содержащихся в среде электроискровой обработки).

Переходим к результатам исследования образцов, подвергавшихся процессам „покрытия“. Рис. 11 изображает рентгенограмму (в лучах хрома) сплава видиа, все линии которой принадлежат карбиду вольфрама—WC.



7. Рентгенограмма образца армко-железа после „покрытия“ графитовым электродом. Излучение хрома.
8. Рентгенограмма проставки из армко-железа, подвергавшейся процессу длительной коммутации (в течение 20 часов), сопровождавшейся интенсивным искрением, при постоянном токе в 40 ампер. Излучение хрома.
9. Рентгенограмма образца армко-железа после „покрытия“ твердым сплавом и после трехминутного отпуска при температуре 150°. Излучение хрома.
10. То же после трехминутного отпуска при температуре 250°.
11. Рентгенограмма сплава видиа, применявшегося для „покрытия“. Излучение хрома.

На рис. 4 представлена рентгенограмма (также в лучах хрома) образца № 4, „покрытого“ сплавом видиа при сравнительно мягком режиме № 3. На этой рентгенограмме видны столь же резкие и интенсивные кольца  $\alpha-Fe$ , как и на рентгенограмме необработанного армко-железа. Кроме того обнаружена весьма слабая линия, которую можно приписать отражению (200) аустенита, заключенного в очень тонком слое образца (толщиной  $\sim 10^{-1}$  мм) [7].

Рис. 5 представляет рентгенограмму (в лучах Cr) „покрытия“ видиа на образце № 5 из армко-железа по режиму № 4, который на

практике оказался очень эффективным. Заметим, что при обработке сталей твердыми сплавами под микроскопом наблюдается тонкий „нетравящийся слой“, подобный образующемуся при электроискровой резке. Образец № 5 обладает большой твердостью: его кромкой легко можно наносить на стекле царапины. Как показал наш опыт, обработка производственных стальных инструментов (фрез, сверл, райберов и пр.) по режиму № 4 значительно повышает их стойкость.

Из рис. 5 видно, что образец № 5 отличается по структуре от сплава видиа (рис. 11) и от образца № 4: рентгенограмма указывает на увеличение толщины обработанного слоя, состоящего из аустенита и так называемого „кубического“ мартенсита [6], и на образование еще какой-то структуры (см. ниже). Согласно микроанализу, толщина поверхностного слоя обработки  $\sim 10$  микрон. Химический анализ этого поверхностного слоя показал, что на 1 см<sup>2</sup> поверхности образца № 5 приходится примерно 2,5 мг W и 0,25 мг C. Спектральный анализ обнаружил  $\sim 10^9\%$  W на обработанной поверхности образца № 5.

При обработке образца № 6 из стали У-9 по тому же режиму № 4, на рентгенограмме (рис. 6) наблюдаются аустенит, „кубический“ мартенсит и еще какая-то структура. На рентгенограмме образца № 6 интенсивность линий аустенита оказалась больше, чем в № 5. Рентгенограммы образцов № 7 и № 8, таким же образом обработанных победитом и стеллитом, отличаются меньшей интенсивностью линий аустенита, чем в № 6. В образцах № 5, 6, 7 и 8 имеются отличия и в параметре аустенита (см. таблицу). На рентгенограммах этих же образцов, снятых в лучах железа (рис. 12, 13, 14), отношение  $j$  интенсивности линий аустенита к интенсивности линий  $\alpha$ -фазы заметно меньше, чем на рентгенограммах в лучах хрома (см. таблицу). Анализ этого эффекта [7] показывает, что совместное присутствие на рентгенограммах линий  $\gamma$ - и  $\alpha$ -фаз нельзя приписать только неравномерности процесса электроискровой обработки, т. е. наличию периодических перепадов концентрации углерода (или других элементов) вдоль поверхности образца. Данный эффект связан с образованием вблизи от поверхности тонкого слоя, богатого аустенитом.

Наряду с уменьшением интенсивности линий аустенита, на рентгенограммах образцов № 7 и № 8, в меньшей степени и в № 6, в лучах Fe, наблюдается сужение интерференционных линий  $\alpha$ -фазы, особенно линии (211). „Половинная ширина“ линии (110)  $\alpha$ , измеренная с помощью микрофотометра, для указанных образцов равна соответственно: 0,6; 0,3 и 0,45 мм при съемке рентгенограмм в лучах Fe, а в лучах Cr  $\cong 0,75$  мм. Таким образом, общее количество „кубического“ мартенсита (а также аустенита) в образце № 6 больше, чем в № 8 и № 7. Попутно укажем, что и стойкость инструментов, обработанных сплавом видиа, значительно выше, чем у обработанных стеллитом и победитом.

На рис. 15 и 16 представлены рентгенограммы (в лучах железа) образцов № 9 и № 10 из армко-железа и стали У-9, подвергавшихся „покрытию“ сплавом видиа при очень жестком режиме электроискровой обработки (см. таблицу). При этом в № 10 образуется слой толщиной до 70 микрон. На рентгенограмме образца № 9 видны линии  $\alpha$ -фазы („кубического“ мартенсита) и линии еще какой-то структуры. Отношение интенсивности линий аустенита к интенсивности линий  $\alpha$ -фазы, несмотря на резкое различие в режимах электроискровой обработки, для образца № 9 из армко-железа оказалось значительно меньше, чем для образца № 6 из углеродистой стали У-9. Это указывает на большое влияние исходной концентрации углерода в стали

на образуемые структуры при электронской обработке. На рентгенограмме образца № 10 из той же стали У-9 при указанном „жестком“ режиме электронной обработки линии  $\alpha$ -фазы отсутствуют. Наблюдаются только интенсивные линии аустенита, размытые на больших углах отражений, и линии какой-то дисперсной структуры, заметные только на небольших углах отражений.



12. Рентгенограмма образца стали У-9 после „покрытия“ сплавом видиа по режиму № 4. Излучение железа.  
 13. То же после „покрытия“ победитом.  
 14. То же после „покрытия“ стеллитом.  
 15. Рентгенограмма образца армко-железа после „покрытия“ сплавом видиа по режиму № 5. Излучение железа.  
 16. То же, но образец изготовлен из стали У-9.

Как видно из предыдущего, при различных режимах „покрытия“ армко-железа и углеродистой стали сплавом видиа, кроме линий аустенита и  $\alpha$ -фазы („кубического“ мартенсита), во всех случаях наблюдаются дополнительные интерференции (они отмечены на рисунках стрелками). Для разных образцов последние располагаются на разных углах отражений, но всегда преимущественно в области небольших углов  $\theta$ , что указывает на сравнительно высокую дисперсность соответствующих кристаллических фаз.

Слабая интенсивность и малое количество интерференций весьма затрудняют расшифровку этих структур. Однако во всех перечисленных случаях нам ни разу не удалось наблюдать линий, которые могли бы быть приписаны карбиду WC—основной структурной составляющей твердых сплавов, применявшихся нами для „покрытий“. Ни разу также не наблюдался тетрагональный мартенсит, а в качестве продукта разложения аустенита встречался „кубический“ мартенсит.

Вышеуказанные добавочные линии не соответствуют хорошо изученным кристаллическим структурам, возникновения которых можно было бы ожидать в результате химических реакций между материалами электродов и азотом или кислородом (присутствовавшими в среде, где производилась электронская обработка).

Так, например, обнаруженные структуры не могут быть расшифрованы ни как нитриды или окислы железа или вольфрама, ни как вольфраматы железа. В некоторых случаях „дополнительные“ линии более или менее удовлетворительно укладываются в решетку  $Fe_3C$ , а в других случаях—в решетку двойного карбида  $Fe_4W_2C$  (или  $Fe_3W_3C$ ).

Мы пытались электрохимическим путем выделить из соляной и уксусной кислот предполагаемые карбиды из различных образцов, подвергавшихся „покрытию“ сплавом видиа. Однако вследствие малого количества выделенных нерастворимых остатков, их дисперсности и значительного разложения в указанных кислотах рентгенограммы в большинстве случаев оказались сильно вуалированными и наблюдавшиеся слабые дебаевские линии не дают достаточной возможности однозначно расшифровать соответствующие структуры.

Отметим только, что в тех случаях, когда нерастворимые остатки оказались ферромагнитными, дебаевские линии лучше укладываются в решетку  $Fe_3C$ . Линии неферромагнитных остатков лучше подходят к структурам двойного карбида вольфрама или карбида  $W_2C$ .

Более четкие результаты были получены нами при исследовании образцов армко-железа, подвергавшихся „покрытию“ графитовыми электродами (см. таблицу 1). При жестких режимах обработки нами наблюдалась структура  $Fe_3C$ . При относительно мягких режимах—аустенит, иногда совместно с цементитом (в небольшом количестве).

Рис. 7 изображает рентгенограмму одного из таких образцов линии которой хорошо укладываются в решетку карбида  $Fe_3C$ . Отсюда возникает уверенность, что и в предыдущих случаях—при „покрытиях“ железа или стали твердыми сплавами, содержащими углерод, вольфрам и другие легирующие элементы, также действительно образуются карбиды, но только более сложные по составу, чем  $Fe_3C$ .

Интересно отметить, что цементит и аустенит нами наблюдались еще в 1940 году при других обстоятельствах, но также связанных с электрическими разрядами в искровой области. Мы производили рентгенографическое исследование структурных изменений в контакторе, представлявшем собой железное кольцо в 30 мм шириной, с внутренним диаметром  $D=86$  мм и с тремя парами проставок, по которым скользили во время испытаний графитовые щетки марки ЭГ-2. Щетки содержали 98,7% мелкодисперсного графита. Проставки были изготовлены из армко-железа и из двух сортов углеродистой стали, в нормализованном состоянии, содержащими углерод в количестве 0,03%, 0,14% и 0,57%, соответственно. При работе контактора, заключающейся в длительной коммутации под действием постоянного тока в 40 ампер, наблюдалось все возрастающее со временем искрение.

После 24 часов работы проставки были сняты с контактора и подвергнуты съемке рентгенограмм в фокусирующей камере (диаметр кассеты  $D=86$  мм) в лучах железа. Наименьшие структурные изменения были обнаружены в проставке из армко-железа, а наибольшие—в проставке из стали с наибольшим содержанием углерода. В последней наблюдались интенсивные линии цементита и аустенита, а в первой—только слабые линии аустенита. После 40-часовой коммутации процессы искрения, а вместе с ними и „цементации“ (науглероживания поверхностного слоя железа за счет графита щеток ЭГ2), резко усилились во всех образцах.

Рис. 8 представляет одну из рентгенограмм проставки из армко-железа, на которой явственно видны линии цементита.

Из вышеизложенных данных несомненно следует, что как при электроискровой „покрытии“ (в атмосфере воздуха), так и при резке стали в органической среде обработки происходит своеобразный процесс цементации за счет углерода (и других элементов) электрода-инструмента (при „покрытии“) или жидкой среды обработки (при резке), являющихся как бы „карбюризаторами“.

Наряду с цементацией (которую надо понимать в широком смысле слова) происходит процесс резкой поверхностной закалки. Последняя состоит из отдельных процессов „точечной“ закалки, которые осуществляются путем быстрого выравнивания температуры между небольшой областью образца, подвергающейся локальному нагреву в момент электрического разряда, и прилегающим к ней металлом, во много раз превосходящим её по массе.

Оценку промежутка времени  $\tau$ , в течение которого происходит охлаждение вышеуказанной микрообласти, можно произвести по формуле:

$$\tau \sim \frac{r^2}{\alpha}$$

где  $\alpha$  — температуропроводность стали,  $r$  — расстояние от более нагретой до соответствующей границы менее нагретой области образца.

В условиях электроискровой обработки стали  $\tau$  действительно мало. Так, например, при  $r = 0,1$  мм  $\tau$  порядка  $10^{-3}$  сек. Количество же выделяющейся при каждом разряде энергии (доли калории) более чем достаточно для расплавления области образца толщиной около  $10^{-2}$  мм, в которой наблюдаются вышеуказанные структурные изменения.

С другой стороны, скорости растворения и диффузии углерода и других элементов в железе, как известно, слишком малы в твердой фазе для того, чтобы наблюдаемые физико-химические изменения могли совершиться за короткий промежуток времени. Следовательно, главные физико-химические процессы (растворение и диффузия) совершаются в жидкой фазе, а последующие структурные превращения (кристаллизация и частичный распад аустенита, образование карбидов и проч.) в поверхностном слое стали происходят в условиях быстрого охлаждения.

Образуемая структура поверхностного слоя стали определяется условиями электроискровой обработки: составом электродов и среды обработки, энергией, выделяющейся при разряде, и т. п. Так, например, описанные различия в структуре образцов № 1 и № 2 обусловлены различной жесткостью режима обработки; различия в образцах № 9 и № 10, а также в № 5 и № 6 и т. п. — разным содержанием углерода в исходных образцах, влияющим на их температуру плавления, на скорость диффузии, на толщину слоя „поверхностной“ закалки и т. п.; различия в №№ 6, 7 и 8 — разным составом электродов-инструментов и т. д.

Рассмотрим теперь вопрос: под влиянием каких причин повышается стойкость инструментов после электроискровой обработки? Как видно из данных настоящей работы, повышение стойкости не может быть приписано образованию „покрытия“ [1] (в буквальном смысле слова) из твердого сплава — такого же состава, как и у „покрывающего“ электрода, подобно, например, тому, как это имеет место при покрытиях методами электролиза, вакуумного распыления и т. п.

Электроискровая обработка скорее напоминает процесс химико-термической обработки (цементацию), но только протекающий с необычной скоростью, как уже отмечалось выше.

Упрочнение стали при электроискровой обработке приписывается образованию „аустенито-мартенситной“ структуры [1]. Однако проведенное нами исследование показало, что обе структуры (аустенит и „кубический“ мартенсит) не устойчивы при повышенных температурах.

На рис. 9 представлена рентгенограмма (в лучах хрома) образца „покрытого“ твердым сплавом по режиму № 4 и отпущенного в течение 3 минут при температуре  $150^\circ$ . Как видно из рентгенограммы, после такого отпуска линии аустенита полностью исчезли, а линии „кубического“ мартенсита ( $\alpha$ -фазы) стали более узкими, хотя на больших углах отражений они остаются еще немного размытыми.

При трехминутном отпуске при температуре  $250^\circ$  (рис. 10) не только исчезают линии аустенита, но и все линии  $\alpha$ -фазы становятся настолько резкими, что уже можно не сомневаться в полном разложении и „кубического“ мартенсита.

Таким образом, указанные структуры могли бы создавать повышенную стойкость только при условии, когда в стали, кроме углерода, имеются в достаточном количестве соответствующие легирующие примеси (вольфрам и др.) или когда в процессе механической обработки металлов соответствующий инструмент не подвергается заметному разогреванию. Между тем известно, что при более или менее интенсивной механической обработке металлов поверхность режущего инструмента может разогреваться до значительных температур (до  $500^\circ\text{C}$  и выше). Следовательно, главную роль в повышении стойкости (и особенно красностойкости) следует приписать „легированным“ структурам и, в первую очередь, карбидам.

Отметим, что после отпуска на указанных рентгенограммах (рис. 9, 10), кроме интерференционных линий  $\alpha$ -фазы, на малых углах отражений наблюдаются линии, которые, по видимому, следует приписать карбидам.

В заключение заметим, что так как термин „покрытие“ в случае электроискровой обработки сталей не отвечает физической сущности этого процесса, то целесообразно заменить его термином „электроискровая цементация“.

## ВЫВОДЫ

При электроискровой обработке стали (железа) имеют место следующие явления.

1. В первой стадии — избирательное взаимодействие в жидкой фазе металла с окружающей средой и со вторым электродом (цементация).

2. Во второй стадии — образование метастабильных структур, вытекающих из начального и конечного состава и из процесса „точечной“ закалки микроскопической области металла, испытавшей действие электрического разряда.

## Литература

1. Лазаренко Б. Р. и Лазаренко Н. И. Электрическая эрозия металлов. Вып. I. ГЭИ. 1944; вып. II. ГЭИ. 1946.
2. Лазаренко Б. Р. и Лазаренко Н. И. Физика электроискровой способа обработки металлов. Министерство электропромышленности СССР, 1946.

3. Лазаренко Б. Р. и Лазаренко Н. И. Станки и инструмент. 17, № 12, 8, 1946; 18, № 2, 4, 1947.

4. Тезисы докладов Первой ленинградской научно-технической конференции по вопросам теории и практики применения электрических методов обработки металлов. 10—14 июня 1947 г. Ленинград, Лонитомаш, 1947, стр. 70.

5. Жданов Г. С. и Уманский Я. С. Рентгенография металлов, ч. II. ГОНТИ НКТП, СССР, Москва—Ленинград, 1938, стр. 261.

6. Курдюмов Г. В. К теории закалки и отпуска стали. Сборник докладов ВНИТОМ, Москва, 1940.

7. Палатник Л. С. Журн. техн. физики, 40, № 23—24, 1975, 1940.

Январь, 1948 г.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КРЕМНИЯ И ХРОМА НА СВОЙСТВА • НЕРЖАВЕЮЩЕЙ СТАЛИ ТИПА Ж-1 •

Н. Н. Овчаренко

### Введение

Обычно принято считать, что нержавеющая сталь типа Ж-1 должна содержать кремния не более 0,7% [1]; сталь с более высоким количеством кремния в производство не допускается. Указанная граница допускаемого содержания кремния, насколько нам известно, установлена без достаточных на то оснований. Так, не известно, соответствует ли эта граница каким-либо резким структурным изменениям, могущим отрицательно повлиять на физико-механические свойства указанной марки стали.

Вопрос о влиянии кремния на механические свойства нержавеющей стали частично затронут в работах Монипенни [1] и Тума [2]. В книге Тума указывается, что верхний предел кремния для стали типа Ж-1 составляет 0,5%. Однако, по признанию автора, это требование нигде не подкрепляется достаточно систематизированными экспериментальными данными.

### Экспериментальная часть

Нами было проведено испытание образцов стали типа Ж-1 с различным содержанием хрома и кремния. Эти стали были выплавлены в высокочастотной печи емкостью до 10 кг. Исходным материалом служила нержавеющая сталь, содержащая 0,1% углерода, 10% хрома и 0,5% кремния. Изменение содержания хрома достигалось присадкой металлического хрома, а кремния—присадкой ферросилиция. Плавка велась в кварцевом тигле под слоем стекла и древесного угля в течение 30—40 минут. Отливка производилась в кокиль. Ковка полученных слитков на профиль 30×30 мм производилась по режимам, принятым для нержавеющей стали.

### Методика исследования

Всего нами исследованы образцы 27 плавов, подразделявшихся по содержанию хрома на три серии:

- I серия 10—11% хрома,
- II „ 13—14% „
- III „ 16—17% „

В таблице 1 указан химический состав исследованных плавов по основным интересующим нас элементам.

Химический состав исследованных сталей Таблица 1

| № плавки | Химический состав (%) |       |      | № плавки | Химический состав (%) |       |      | № плавки | Химический состав (%) |       |      |
|----------|-----------------------|-------|------|----------|-----------------------|-------|------|----------|-----------------------|-------|------|
|          | C                     | Cr    | Si   |          | C                     | Cr    | Si   |          | C                     | Cr    | Si   |
| 1        | 0,08                  | 10,64 | 0,37 | 50       | 0,11                  | 13,77 | 0,27 | 57       | 0,10                  | 16,48 | 0,55 |
| 2        | 0,08                  | 11,08 | 0,56 | 58       | 0,12                  | 14,60 | 0,35 | 65       | 0,10                  | 16,68 | 0,69 |
| 3        | 0,08                  | 10,94 | 0,88 | 51       | 0,11                  | 13,87 | 0,51 | 23       | 0,09                  | 15,77 | 0,70 |
| 4        | 0,08                  | 10,37 | 1,09 | 52       | 0,10                  | 12,25 | 0,55 | 30       | 0,10                  | 16,53 | 0,76 |
| 5        | 0,08                  | 10,65 | 1,33 | 53       | 0,11                  | 13,77 | 1,0  | 59       | 0,10                  | 16,51 | 0,91 |
| 6        | 0,10                  | 10,56 | 1,58 | 17       | 0,09                  | 13,87 | 1,13 | 60       | 0,09                  | 15,76 | 1,08 |
| 7        | 0,07                  | 9,97  | 1,73 | 54       | 0,11                  | 13,63 | 1,26 | 68       | 0,09                  | 16,24 | 1,33 |
| 8        | —                     | —     | —    | 56       | 0,10                  | 13,55 | 1,78 | 62       | 0,11                  | 16,06 | 1,64 |
| 9        | —                     | —     | —    | 56       | 0,10                  | 13,55 | 1,78 | 62       | 0,11                  | 16,06 | 1,64 |
| 10       | —                     | —     | —    | 21       | 0,09                  | 13,09 | 2,05 | 63       | 0,11                  | 16,79 | 1,88 |

Образцы перечисленных плавки исследовались в отожженном и отпущенном состояниях. Отжиг производился при 860° С послековки слитков. Отпуск после закалки от 1050° С в масле производился при температуре 680° и 560° С.

#### а) Рентгеновский метод

Для рентгеноструктурного исследования отожженных образцов бралась преимущественно верхняя часть слитка; рентгеноструктурное исследование отпущенных образцов производилось на кусочках размером 10 × 5 × 5 мм, вырезанных из нижней и средней части слитка.

Влияние концентрации хрома и кремния, а также термообработки на структуру сказывается в изменении величины кристалликов и параметра решетки α-фазы.

Предварительные эксперименты показали, что съемка исследуемой стали в камерах Дебая—Ивенса практически не дает представления об изменениях, вносимых в структуру различным содержанием хрома и кремния.

Для наблюдения за этими изменениями был применен метод Закса. Съемка делалась на трубке Хаддингса с кобальтовым анодом. Расстояние образец—пленка составляло около 60 мм. В качестве эталонного вещества служил мелкий порошок серебра, нанесившийся тонким слоем на всю облучаемую поверхность.

Параметр решетки вычислялся графическим методом Мюллера. Максимальная погрешность в определении параметра составляет 0,0005 Å.

Качественная оценка величины кристалликов производилась по закограммам. Сплошные линии с расщепленным дублетом соответствуют величине кристалликов порядка 10<sup>-3</sup>—10<sup>-4</sup> мм. Прерывистые, но расщепленные линии соответствуют величине кристалликов порядка 10<sup>-2</sup> мм. Крупные пятна на дебаевских кольцах соответствуют величине кристалликов 10<sup>-1</sup> мм.

#### б) Измерение электросопротивления

Электросопротивление измерялось на образцах размером 10 × 10 × 200 мм, вырезанных из нижней части слитка, вольтамперным методом.

Таблица 2

#### Влияние кремния на величину монокристалликов α-фазы в нержавеющей стали типа Ж-1

| № плавки | Содержание хрома: 10—11% |   | Содержание хрома: 13—14% |   | Содержание хрома: 16—17% |   |
|----------|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|
|          | Si %                     | Величина кристалликов (мм) после отжига | Si %                     | Величина кристалликов (мм) после отжига | Si %                     | Величина кристалликов (мм) после отжига |
| 1        | 0,37                     | 10 <sup>-1</sup>                        | 0,27                     | 10 <sup>-2</sup> —10 <sup>-3</sup>      | 0,55                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-2</sup>      |
| 2        | 0,56                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-3</sup>      | 0,35                     | 10 <sup>-2</sup> —10 <sup>-3</sup>      | 0,69                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-3</sup>      |
| 3        | 0,88                     | 10 <sup>-3</sup>                        | 0,51                     | 10 <sup>-3</sup>                        | 0,70                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-3</sup>      |
| 4        | 1,09                     | 10 <sup>-2</sup> —10 <sup>-3</sup>      | 0,55                     | 10 <sup>-3</sup>                        | 0,76                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-2</sup>      |
| 5        | 1,33                     | 10 <sup>-2</sup> —10 <sup>-3</sup>      | 1,00                     | 10 <sup>-3</sup>                        | 0,91                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-2</sup>      |
| 6        | 1,58                     | 10 <sup>-2</sup> —10 <sup>-3</sup>      | 1,13                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-2</sup>      | 1,08                     | 10 <sup>-2</sup>                        |
| 7        | 1,73                     | 10 <sup>-2</sup> —10 <sup>-3</sup>      | 1,26                     | 10 <sup>-2</sup>                        | 1,33                     | 10 <sup>-1</sup>                        |
|          |                          |   | 1,46                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-2</sup>      | 1,50                     | 10 <sup>-1</sup>                        |
|          |                          |   | 1,78                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-2</sup>      | 1,64                     | 10 <sup>-1</sup> —10 <sup>-2</sup>      |
|          |                          |   | 2,05                     | 10 <sup>-1</sup>                        | 1,88                     | 10 <sup>-1</sup>                        |



## в) Механические испытания

Ударная вязкость определялась на образцах Менаже, временное сопротивление—на гагаринских образцах. Гагаринские образцы изготовлялись из образцов с измеренным электросопротивлением.

## Влияние кремния и хрома на дисперсность кристалликов

На всех дебаграммах и заксограммах линии  $\alpha$ -фазы оказались резкими или точечными. Это указывает на то, что величина кристалликов  $\alpha$ -фазы порядка от  $10^{-3}$  до  $10^{-1}$  мм.

В таблице 2 дана оценка величины минокристалликов  $\alpha$ -фазы для различных образцов.

С целью проверки данных таблицы 1 некоторые образцы (от плавки 6 после отпуска, плавки 56 в отожженном состоянии и др.) повторно зашлифовались и глубоко стравливались и в продольном и в поперечном направлениях по отношению к оси отливки слитка. Картина на рентгенограммах при этом не изменялась.

Влияние кремния и хрома на значение параметра решетки  $\alpha$ -фазы

В таблице 3 приведены результаты измерения параметра решетки  $\alpha$ -фазы в исследованных образцах.

Таблица 3

| № плавки | Содержание хрома: 10—11% |               | Содержание хрома: 13—14% |               | Содержание хрома: 16—17% |               |        |        |
|----------|--------------------------|---------------|--------------------------|---------------|--------------------------|---------------|--------|--------|
|          | Параметр $\bar{A}$       |               | Параметр $\bar{A}$       |               | Параметр $\bar{A}$       |               |        |        |
|          | после отжига             | после отпуска | после отжига             | после отпуска | после отжига             | после отпуска |        |        |
| 1        | —                        | 2,8655        | 50                       | 2,8662        | —                        | 57            | 2,8665 | —      |
| 2        | 2,8664                   | 2,8653        | 50                       | 2,8669        | 2,8657                   | 65            | 2,8659 | —      |
| 3        | 2,8660                   | 2,8645        | 51                       | 2,8664        | 2,8658                   | 23            | —      | —      |
| 4        | 2,8656                   | 2,8643        | 52                       | 2,8668        | 2,8657                   | 30            | 2,8666 | 2,8656 |
| 5        | 2,8650                   | 2,8638        | 53                       | 2,8657        | 2,8649                   | 59            | 2,8659 | 2,8658 |
| 6        | 2,8648                   | 2,8622        | 17                       | 2,8654        | 2,8646                   | 60            | 2,8667 | 2,8657 |
| 7        | 2,8650                   | 2,8643        | 54                       | 2,8656        | 2,8652                   | 68            | 2,8658 | 2,8650 |
|          |                          |               | 55                       | 2,8656        | 2,8642                   | 69            | 2,8652 | 2,8640 |
|          |                          |               | 56                       | 2,8633        | 2,8625                   | 62            | 2,8659 | 2,8640 |
|          |                          |               | 21                       | —             | 2,8625                   | 63            | 2,8650 | 2,8634 |
|          |                          |               | —                        | —             | —                        | —             | —      | —      |

Данные таблицы 2 графически изображены на рис. 1, 2, 3.

## Изменение электросопротивления, ударной вязкости и временного сопротивления в зависимости от содержания хрома и кремния

На рисунках 1, 2, 3 графически изображена зависимость удельного электросопротивления от содержания кремния в образцах, подвергавшихся закалке, отпуску и отжигу.

В интервале 0,5—1,7% кремния для всех трех серий образцов при трех указанных выше видах термической обработки электросопротивление возрастает линейно с увеличением содержания кремния. Интересно, что наклон полученных прямых относительно оси абсцисс

на всех графиках остается постоянным, независимо от содержания хрома и от термической обработки.

Изменения величины сопротивления удару и временного сопротивления представлены на тех же рисунках 1, 2, 3. Как видно из кривых, ударная вязкость в некоторых плавках резко падает от

$$10-15 \text{ до } 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{мм}^2}.$$

В первой серии такое падение наблюдается на образцах плавки № 7. На остальных образцах этой серии можно заметить тенденцию к некоторому снижению ударной вязкости по мере увеличения содержания кремния.

Такой ход кривой сохраняется при всех температурах отпуска.

Во второй серии на фоне общего снижения ударной вязкости отпущенных образцов с 18 до  $8 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{мм}^2}$  по мере уве-

личения содержания кремния наблюдается повышение ударной вязкости на образцах плавки № 17. Временное сопротивление образцов этой плавки при общей тенденции к повышению с возрастанием концентрации кремния обнаруживает минимум.

На образцах третьей серии ударная вязкость оказывается значительно сниженной на плавках № 59 и 60.

## Обсуждение результатов исследования

Влияние кремния и хрома на дисперсность монокристалликов  $\alpha$ -фазы

На отожженных образцах не наблюдается закономерности в изменении дисперсности кристалликов с изменением содержания кремния. Это, повидимому, связано с неодинаковыми условиями выплавки и дальнейшей обработки слитков. Что касается отпущенных образцов, то из полученных данных вытекает, что повышение концентрации кремния в стали способствует росту кристалликов  $\alpha$ -фазы. При-

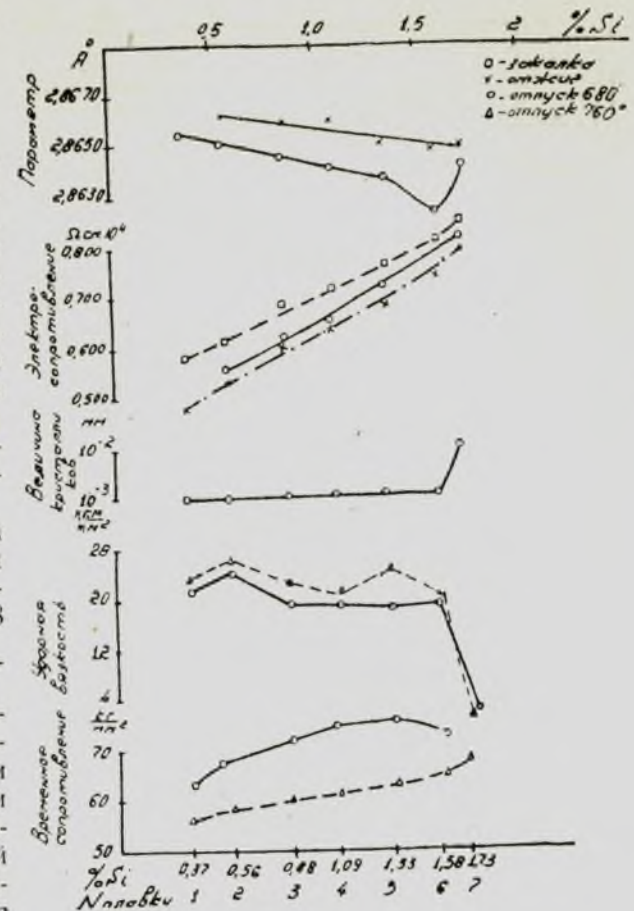


Рис. 1.

чем с увеличением содержания хрома укрупнение кристалликов наступает в плавках с меньшим содержанием кремния. Так, например, в первой серии образцов только в плавке с 1,7% кремния наряду с кристалликами  $10^{-1}$  мм наблюдаются кристаллиты размером в  $10^{-3}$  мм.

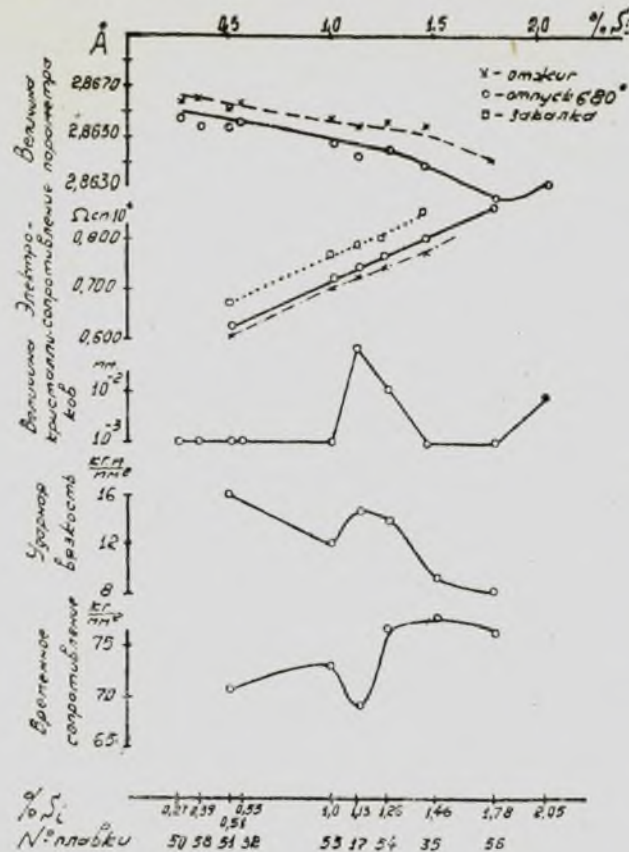


Рис. 2.

зан с карбидом хрома —  $Cr_4C$  (связывая таким образом 1,7% C), а основное количество хрома и весь марганец находятся в твердом растворе, можно примерно (на основании закона Вегарда) оценить значения параметра  $\alpha$ -фазы:

- для I серии — 2,8628 Å,  
 „ II „ — 2,8633 Å,  
 „ III „ — 2,8639 Å.

Отклонения полученных значений от величины  $a = 2,867$  Å, по-видимому, объясняется отклонениями от закона Вегарда для рассматриваемой сложной многокомпонентной системы (Fe — Si и т. д.).

С увеличением содержания кремния значение параметра решетки  $\alpha$ -фазы для всех трех серий стали в отожженном состоянии сни-

жается, также удовлетворительно укладываясь в прямые линии. Увеличение содержания кремния на 1% (в интервале концентраций от 0,5 до 1,8% кремния) снижает параметр на 0,0011 Å. С другой стороны, из литературных данных известно, что в сплавах электролитического железа с кремнием, вплоть до 4,5% кремния, не образуется никаких соединений, и кремний входит в твердый раствор  $\alpha$ -железа. При этом 1% Si снижает значение параметра  $\alpha$ -фазы также на 0,0011 Å.

Влияние кремния и хрома на значение параметра решетки  $\alpha$ -фазы

Повышенный параметр  $\alpha$ -фазы в состоянии отжига можно объяснить следующим образом. Как известно, параметр  $\alpha$ -железа равен 2,8606 Å. При экстраполяции наших кривых до нулевого содержания кремния параметр оказывается равным 2,8670 Å.

На увеличение параметра  $\alpha$ -фазы существенно влияют хром и марганец. Полагая, что в отожженных образцах углерод свя-

зается, также удовлетворительно укладываясь в прямые линии. Увеличение содержания кремния на 1% (в интервале концентраций от 0,5 до 1,8% кремния) снижает параметр на 0,0011 Å. С другой стороны, из литературных данных известно, что в сплавах электролитического железа с кремнием, вплоть до 4,5% кремния, не образуется никаких соединений, и кремний входит в твердый раствор  $\alpha$ -железа. При этом 1% Si снижает значение параметра  $\alpha$ -фазы также на 0,0011 Å.

Можно предполагать, что и в наших образцах стали в отожженном состоянии весь кремний находится в твердом растворе  $\alpha$ -фазы.

Для отпущенных образцов значение параметра ниже, чем для отожженных (рис. 1, 2, 3). При содержании кремния до 1,3% кривые значения параметра идут параллельно кривым, полученным для отожженных образцов. С дальнейшим повышением содержания кремния на кривых появляются минимумы, причем на сталях II серии минимум выражен менее отчетливо, чем на сталях I и III серий.

Кривая значения параметра сталей III серии проходит выше первой серии на 0,001 Å, что отвечает увеличенному содержанию хрома. При повышении температуры отпуска образцов I серии до 760°C минимум исчезает, причем ход кривой не изменяется по сравнению с отпуском при 680°C.

То обстоятельство, что наклон кривых параметра отпущенных образцов, как и в случае отожженных, соответствует снижению параметра на 0,001 Å при увеличении концентрации кремния на 1%, указывает, что и в отпущенном состоянии кремний тоже остается в  $\alpha$ -твердом растворе.

Следует отметить, что параметры в отпущенных образцах систематически ниже, чем в отожженных, причем разница достигает почти 0,001 Å.

Влиянием внутренних напряжений это различие в параметрах нельзя объяснить, так как нами дополнительно исследовались малые образцы — размером  $3 \times 5 \times 8$  мм. Таким образом, можно было прене-

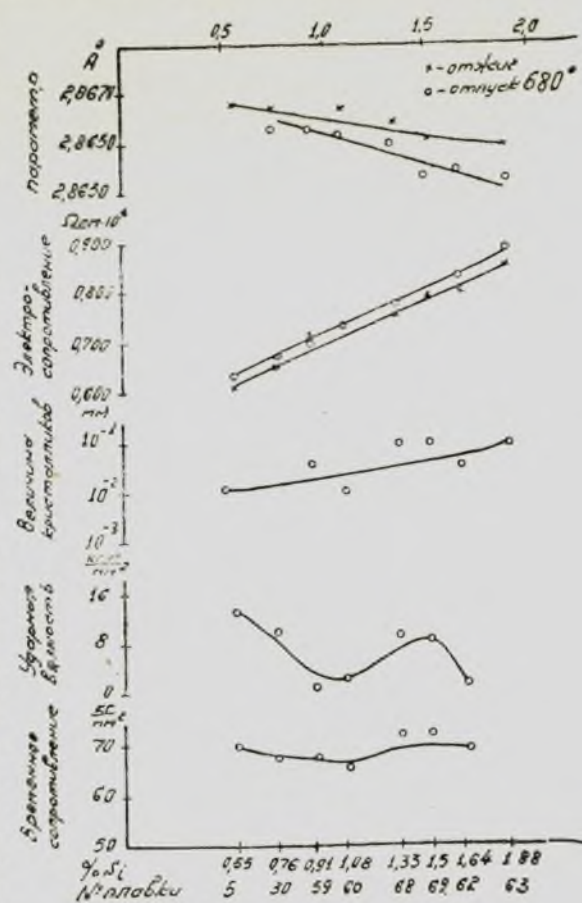


Рис. 3.

бречь внутренними напряжениями, которые могли бы заметно отражаться на значении параметров  $\alpha$ -фазы.

Для выяснения причин, вызывающих найденное различие в параметрах  $\alpha$ -фазы, требуется специальное исследование распределения хрома и углерода в различных фазах отожженных и отпущенных образцов.

Влияние кремния и хрома на электросопротивление, ударную вязкость и временное сопротивление стали типа Ж-1

Тот факт, что с увеличением содержания кремния электросопротивление пропорционально возрастает, а угол наклона прямых относительно оси абсцисс остается одинаковым для всех трех серий при различных видах термообработки, подтверждает вывод о том, что весь кремний входит в  $\alpha$ -твердый раствор как в отожженном, так и в отпущенном состояниях.

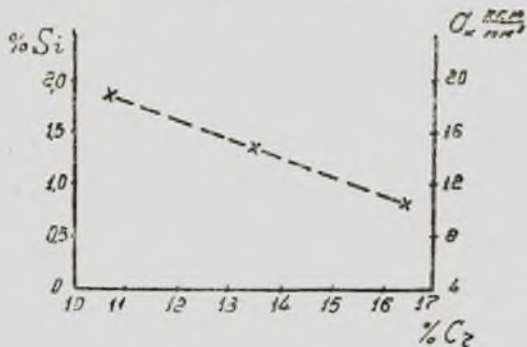


Рис. 4.

По-иному изменяются механические свойства. Разное падение ударной вязкости плавки № 7 при температурах отпуска 680, 760° не было результатом случайностей при термообработке либо при изготовлении и испытании образцов этой плавки.

Кроме плавки № 7, понижение ударной вязкости, хотя и менее резкое, наблюдается в плавках № 55 (II серия), 59 и 60 (III серия).

Такое понижение вязкости отчасти связано с увеличением размеров монокристалликов. Предельные концентрации хрома и кремния, выше которых ухудшаются механические свойства стали Ж-1, видны из кривой рис. 4.

#### ВЫВОДЫ

1. На основании данных об изменениях параметра решетки  $\alpha$ -фазы и электросопротивления можно заключить, что в сталях типа Ж-1 кремний находится в твердом растворе до содержания  $\sim 2\%$ .

2. На ударную вязкость и временное сопротивление кремний и хром оказывают совместное влияние: при повышении содержания хрома предельно допустимая концентрация кремния снижается согласно кривой рис. 4.

3. Понижение ударной вязкости связано с крупнозернистостью стали, которая вызывается повышенным содержанием хрома и кремния.

#### СОДЕРЖАНИЕ

|  | Стр. |
|--|------|
| А. Н. Ямницкий, В. Н. Костин, К. Д. Синельников — О так называемом коэффициенте отражения в формуле Кнудсена—Ленгмюра . . . . .                        | 3    |
| К. Д. Синельников, И. Н. Шкляревский — Зависимость механической прочности алюминиевых покрытий от температуры стекла-подложки . . . . .                | 9    |
| Н. В. Рапп, К. Д. Синельников — Об обращении линий при интерферометрическом методе определения толщины . . . . .                                       | 15   |
| Л. Н. Розенцвейг — Поверхностные волны в кристаллической решетке . . . . .   | 19   |
| И. Н. Шкляревский — Зависимость механической прочности алюминиевых покрытий от предварительной обработки стеклянной подложки разрядом в газе . . . . . | 37   |
| И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, В. М. Шукерник — Распространение электромагнитных колебаний в неоднородных анизотропных средах . . . . .                  | 41   |
| Н. В. Рапп — Интерферометрический метод измерения толщины . . . . .  | 55   |
| К. Д. Синельников, А. И. Ахизер, Г. Я. Любарский — Об изменении собственной частоты эндовибратора при внесении в него металлического шарика . . . . .  | 61   |
| Р. И. Зайчик — I. Исследование конденсации молекулярных пучков кадмия на специально очищенных поверхностях . . . . .                                   | 65   |
| Р. И. Зайчик — II. Исследование влияния газового разряда на конденсацию молекулярных пучков висмута . . . . .  | 73   |
| И. М. Лифшиц — К статистической механике систем в состоянии частичного равновесия . . . . .  | 79   |
| И. Н. Шкляревский — О механической прочности серебряных покрытий, осажденных на очень тонкие пленки бериллия, хрома, титана и алюминия . . . . .       | 83   |
| И. Н. Шкляревский — Об экранировании подложки в начале конденсации покрытия в вакууме . . . . .  | 87   |
| А. И. Ахизер, Г. Я. Любарский — Заметка о скин-эффекте в тонких металлических пластинках . . . . .   | 91   |
| В. Н. Костин — Об измерении температуры поверхности твердого тела, испаряющегося в условиях высокого вакуума . . . . .                                 | 95   |
| Н. В. Рапп — Определение оптических констант германия . . . . .  | 105  |
| Л. С. Палагник — Физико-химические превращения в металлах под действием электрических разрядов . . . . .   | 113  |
| Н. Н. Овчаренко — Исследование влияния кремния и хрома на свойства пержавеющей стали типа Ж-1 . . . . .  | 123  |

Ответственный редактор  
действительный член АН УССР К. Д. Синельников.

Технический редактор И. М. Надточий.

Корректор М. И. Прокопенко.

---

БЦ 15449. Сдано в набор 20/XII 1949 г. Подписано к печати 13/XII 1950 г. 8,25 печ.  
листов. 14,25 уч.-издат. листов. В печ. листе 69.200 зн. Зак. № 290. Тираж 500.  
Цена 8 руб. 25 коп.

---

Четвертая типография Углетехиздата. Харьков, ул. Энгельса № 11