

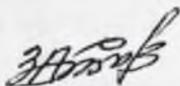
2009-37

На правах рукописи

**ЗАРИПОВ Авзалшо Карамонович**

**СТРУКТУРНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ И  
ВЯЗКОУПРУГИЕ СВОЙСТВА МАГНИТНЫХ  
ЖИДКОСТЕЙ**

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика



**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

**ДУШАНБЕ – 2009**

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Таджикского национального университета.

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент  
Комилов Косим

Официальные оппоненты: член-корреспондент АН Республики Таджикистан,  
доктор физико-математических наук, профессор  
Муминов Хикмат Халимович  
кандидат физико-математических наук, доцент  
Абдурасулов Анвар Абдурасулович

Ведущая организация: Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Казань

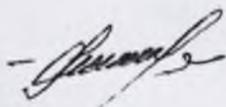
Защита состоится 26 марта 2009 г. в 10 часов на заседании объединенного диссертационного совета ДМ 737.004.04 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Таджикском национальном университете по адресу: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17, факс (992-372) 21-77-11. Зал заседаний Ученого совета ТНУ.

Отзывы направлять по адресу: 734025, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17, ТНУ, диссертационный совет ДМ 737.004.04, E-mail: [tgnu@mail.tj](mailto:tgnu@mail.tj).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ТНУ.

Автореферат разослан « dl » февраль 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета ДМ 737.004.04,  
кандидат физико-математических наук,  
доцент



Табаров С.Х.

### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Магнитная жидкость представляет собой коллоидный раствор – устойчивую взвесь мельчайших частиц твердого ферромагнетика в жидкости-носителе. Основным механизмом, обеспечивающим устойчивость взвеси, является броуновское движение частиц. Броуновскому движению подвержены только частицы достаточно малых размеров. Магнитные частицы притягиваются друг к другу и, сливаясь, могут оседать в поле сил тяжести и в неоднородном магнитном поле. Для предотвращения оседания твердых частиц, их покрывают слоем поверхностно-активного вещества, которое препятствует их сближению и слипанию. Таким образом, магнитной жидкостью является устойчивая коллоидная система, состоящая из частиц достаточно малых размеров (0.3 – 10 нм) твердого ферромагнетика, покрытого слоем поверхностно-активного вещества, распределенных в жидкости-носителе. Концентрация твердых частиц порядка  $10^{16} - 10^{18}$  в  $1 \text{ см}^3$ .

Жидкость, в которой взвешено большое количество мелких твердых частиц, можно рассматривать как однородную сплошную среду, если исследуются явления, характеризующиеся расстояниями, большими по сравнению с размерами частиц. Следует отметить, что характерные времена рассматриваемых процессов должны быть значительно меньше времени оседания частиц в поле сил тяжести и в неоднородном магнитном поле.

Так как твердые частицы магнитной жидкости являются ферромагнитными, соответственно возникает вопрос об их поведении под действием магнитного поля. Если размеры частиц достаточно малы, тогда практически все частицы можно рассматривать как однодоменные. С каждой такой частицей жестко связан некоторый магнитный момент, обусловленный обменным взаимодействием атомов внутри нее. При изменении направления внешнего магнитного поля твердые частицы стремятся повернуться таким образом, чтобы их магнитный момент стало параллельным магнитному полю. В настоящее время на основе уравнений магнитной гидродинамики считают хорошо изученными магнитное, реологические, оптические и другие свойства магнитных жидкостей с макроскопической точки зрения. Однако проблема построения единой микроскопической теории, способной количественно описать свойства магнитных жидкостей, во многих аспектах остается открытой. Особенно это относится к теории неравновесного состояния магнитных жидкостей. Очевидно, что неравновесные процессы в магнитных жидкостях сопровождаются различными внутренними релаксационными процессами, в частности структурной релаксацией. Неравновесные свойства магнитных жидкостей в значительной степени зависят от характера этих релаксационных процессов. Следует отметить, что до настоящего времени не разработано последовательной статистической теории магнитных жидкостей с подробным анализом механизма релаксационных процессов и определением

их вклада в динамические характеристики магнитных жидкостей для широкого диапазона изменения частоты внешнего возмущения при воздействии неоднородного поля.

Построение количественной теории магнитных жидкостей связано с определенными трудностями: имеется проблема в строгом и последовательном учете взаимодействия всех частиц магнитных жидкостей; отсутствует ясность в структуре и характере теплового движения частиц магнитной жидкости; не выявлена природа релаксационных процессов в магнитных жидкостях; отсутствует определенное кинетическое уравнение, пригодное для описания неравновесных процессов в магнитных жидкостях.

Физические свойства магнитных жидкостей во многом определяются взаимодействием частиц между собой, а также при их взаимодействии с внешним магнитным полем и происходящими в результате этого структурными изменениями. Вместе с тем исследование особенностей взаимодействия частиц с магнитным полем и связанные с этим взаимодействием структурных изменений в магнитных жидкостях требует дальнейшего развития. В реальных условиях при применении магнитных жидкостей в технике их структурное состояние, обусловленное действием магнитного поля, может претерпеть существенные изменения за счет действия сдвиговых деформаций и течений.

При деформации магнитной жидкости нарушается термодинамическое равновесие, и процесс восстановления равновесия складывается из нескольких налагающихся друг на друга процессов, протекающих с различными скоростями и характеризующиеся различными временами релаксации. Релаксационные процессы, особенно структурная релаксация, имеют особое значение в магнитных жидкостях. Они позволяют более детально исследовать вязкоупругие свойства магнитных жидкостей, которые в настоящее время изучены не достаточно.

Все это позволяет заключить, что в настоящее время актуальными являются исследования вкладов различных релаксационных процессов, особенно структурной релаксации, на основе молекулярно-кинетической теории в различных по свойствам магнитных жидкостях, при наличии внешнего неоднородного магнитного поля и её влияние на реологические свойства магнитных жидкостей.

Цель работы заключается в исследовании вязкоупругих свойств магнитных жидкостей с учетом вклада различных релаксационных процессов и внешнего неоднородного магнитного поля. В связи с этим решались следующие задачи:

- выбор и обобщение исходных кинетических уравнений, получение уравнения для бинарной плотности частиц магнитных жидкостей в конфигурационном пространстве и его общее решение;
- вывод уравнений обобщенной гидродинамики магнитных жидкостей при наличии неоднородного магнитного поля, коэффициенты переноса которых определены микроскопически на основе молекулярно-кинетической теории;

- получение аналитических выражений для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости в магнитных жидкостях;
- проведение численных расчетов зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости от изменения частоты в широком диапазоне, а также от термодинамических параметров системы;
- изучение механизма процесса структурной релаксации в магнитных жидкостях и его влияния на динамические коэффициенты вязкости и модули упругости;
- исследование процессов распространения и поглощения звуковых волн в магнитных жидкостях в широком интервале изменения термодинамических параметров и частот внешнего возмущения.

#### Научная новизна работы:

- получены обобщенные уравнения гидродинамики магнитных жидкостей с учетом вклада внешнего неоднородного магнитного поля на основе молекулярно-кинетической теории;
- получено уравнение Смолуховского для бинарной плотности частиц магнитной жидкости и найдено его общее решение;
- получены динамические выражения для коэффициентов вязкости, а также модулей упругости, которые выражаются через молекулярные параметры магнитных жидкостей. Эти выражения являются более общими и учитывают вклад процесса перестройки структуры магнитной жидкости в широком диапазоне частот;
- установлено, что при низких частотах объемный модуль упругости стремится к статическому значению адиабатического объемного модуля расширения, а сдвиговый модуль упругости к нулю по закону  $\omega^{3/2}$ , когда коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости стремятся к статическим значениям как линейные функции  $\omega^{1/2}$ . В высокочастотном пределе модули упругости не зависят от частоты, а коэффициенты вязкости затухают по закону  $\omega^{-1}$ ;
- показано, что с ростом параметров состояния коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости и соответствующие их модули упругости нелинейно возрастают. С ростом температуры коэффициенты вязкости и модули упругости линейно уменьшаются. С изменением величины неоднородного магнитного поля наблюдается линейный рост коэффициентов вязкости и модулей упругости;

- установлено, что частотные зависимости скорости и коэффициента поглощения звука в магнитных жидкостях в основном обусловлены вкладами трансляционных и структурных релаксаций.

**Практическая ценность.** Полученные выражения для динамических коэффициентов объемной и сдвиговой вязкости и соответствующие их модули упругости позволяют выявить природу теплового движения частиц и изучить изменение структуры магнитных жидкостей; использовать эти коэффициенты и модули упругости для интерпретации экспериментальных

результатов по вязкоупругим свойствам магнитных жидкостей, а также численного расчета последних в широком интервале изменения концентрации, плотности, намагниченности насыщения твердых частиц, температуры и частоты под воздействием внешнего неоднородного магнитного поля. Эти выражения можно использовать для описания дисперсии скорости и коэффициента поглощения продольных и сдвиговых акустических волн в магнитных жидкостях в широком диапазоне изменения частоты внешнего воздействия. Результаты исследования можно использовать для объяснения причин расхождения теорий с экспериментом.

**Положения, выносимые на защиту:**

- вывод системы уравнений обобщенной гидродинамики, которые описывают неравновесные процессы в магнитных жидкостях с учетом вклада неоднородного магнитного поля;
- вывод уравнение Смолуховского для бинарной плотности частиц в магнитных жидкостях в конфигурационном пространстве и его общее решение;
- полученные выражения для динамических коэффициентов объемной и сдвиговой вязкости и соответствующих им модулей упругости с учетом вклада структурной релаксации, а также их асимптотическое поведение при низких и высоких частотах;
- зависимость коэффициентов вязкости и модулей упругости от термодинамических параметров и частот с учетом вклада внешнего неоднородного магнитного поля;
- исследование частотные дисперсии скорости и коэффициента поглощения акустических волн в магнитных жидкостях.

**Апробация работы:** Основные результаты исследований по теме диссертации были представлены и доложены на: 3<sup>rd</sup> International conference «Physics of liquid matter: modern problems», Kiev 2005 и 4<sup>th</sup> International conference «Physics of liquid matter: modern problems», Kiev 2008; Международной конференции по «Физике конденсированного состояния и экологических систем», Душанбе 2004, 2006 г.г.; III Международной конференции по «Молекулярной спектроскопии», Самарканд 2006 г.; Республиканской научно-методической конференции «Современные проблемы физики», Душанбе 2007 г.; Ежегодные научно-практические конференции профессорско-преподавательского состава ТГНУ, Душанбе 2005–2008 г.г.; Научном семинаре Института физики конденсированного состояния НАН Украины, г. Львов 2006 г., а также научных семинарах физического факультета Таджикского национального университета.

Работа выполнена в соответствии с планом НИР, проводимых на физическом факультете ТГНУ и зарегистрированных в Министерстве образования Республики Таджикистан за номером Государственной регистрации 01.07. ТД 668.

**Личный вклад соискателя.** Все представленные в диссертации результаты получены при непосредственном участии автора. Автору

принадлежит вывод уравнения Смолуховского для бинарной плотности частиц магнитных жидкостей и его общее решение. Непосредственно принимал участие при выводах уравнений гидродинамики магнитных жидкостей на основе молекулярно-кинетических представлений. Автором получены аналитические выражения для динамических коэффициентов вязкости, модулей упругости, скорости и коэффициента поглощения звуковых волн в магнитных жидкостях. Автор также принимал непосредственное участие при проведении численных расчетов и их интерпретации.

**Публикация.** По результатам работы опубликовано 4 статьи и 6 тезиса докладов.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Работа изложена на 125 страницах, включая 54 рисунка, 6 таблицы и списка литературы из 131 наименований.

**Основное содержание работы.** Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и основные задачи работы, отражена научная новизна и перечислены основные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** приведен обзор экспериментальных и теоретических исследований вязкоупругих и акустических свойств жидкостей. Анализированы работы по исследованию коэффициентов вязкости, модулей упругости и акустических параметров классических, ионных, магнитных жидкостей и растворов электролитов. Рассматриваются причины расхождения экспериментальных результатов с теорией. Выявлено, что существующие теории полностью не описывают динамическую картину вязкоупругих и акустических свойств жидкостей, не учитывают в полной мере вклад различных релаксационных процессов, в особенности структурной.

**Во второй главе** получены кинетические уравнения для одночастичной и двухчастичной функции распределения с учетом крупномасштабной флуктуации при наличии внешнего неоднородного магнитного поля. Эти уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{p_1^\alpha}{m} \frac{\partial f_1}{\partial q_1^\alpha} + F^\alpha(\bar{q}_1, t) \frac{\partial f_1}{\partial p_1^\alpha} - \int \hat{\Theta}_{1,2} f_2 d\bar{x}_2 = \beta \frac{\partial}{\partial p_1^\alpha} \left[ \frac{\bar{p}_1^\alpha}{m} f_1 + kT \frac{\partial f_1}{\partial p_1^\alpha} \right], \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial t} + \sum_{i=1}^2 \left[ \frac{p_i^\alpha}{m} \frac{\partial f_2}{\partial q_i^\alpha} + F^\alpha(\bar{q}_i, t) \frac{\partial f_2}{\partial p_i^\alpha} - \frac{\partial \Phi(1,2)}{\partial q_i^\alpha} \frac{\partial f_2}{\partial p_i^\alpha} - \int \frac{\partial \Phi(i,3)}{\partial q_i^\alpha} \frac{\partial f_3}{\partial p_i^\alpha} d\bar{q}_3 d\bar{p}_3 \right] = \\ = \sum_{i=1}^2 \beta_i \frac{\partial}{\partial p_i^\alpha} \left[ \frac{\bar{p}_i^\alpha}{m} + kT(\bar{q}_i, t) \frac{\partial}{\partial p_i^\alpha} \right] f_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\hat{\Theta}_{1,2} = \frac{\partial \Phi(1,2)}{\partial q_1^\alpha} \frac{\partial}{\partial p_1^\alpha} + \frac{\partial \Phi(1,2)}{\partial q_2^\alpha} \frac{\partial}{\partial p_2^\alpha}$  – оператор взаимодействия Уленбека,

$\beta$  – коэффициент трения частиц,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T(\bar{q}_i, t)$  –

локальное значение температуры,  $p^\alpha$  – компоненты импульса частиц,  $\vec{F}(\vec{q}_1, t)$  – сила действия внешнего неоднородного магнитного поля  $\vec{H}(\vec{q}_1, t)$  на магнитные частицы магнитной жидкости. Вопрос выбора вида указанной силы является принципиально важным, так как в существующей литературе нет единой точки зрения относительно этого вопроса. В непроводящей магнитной жидкости, которая является объектом наших исследований, нет ни электрических токов, ни электрических зарядов. Жидкость, в которой взвешено большое число мелких твердых частиц, можно рассматривать как однородную среду, если исследуются явления, характеризующиеся расстояниями, большими по сравнению с размерами частиц. Объемная сила в этом случае появляется из-за взаимодействия магнитного поля с магнитным дипольным моментом каждой магнитной частицы. Поэтому, для неэлектропроводящих магнитных жидкостей силу  $\vec{F}$  можно представить в следующем виде:

$$\vec{F} = \mu_0 (\vec{M} \vec{\nabla}) \vec{H} \quad (3)$$

где  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума,  $\vec{M}$  – вектор намагниченности.

Это выражение представляет собой силу взаимодействия магнитного момента частицы с внешним неоднородным магнитным полем. В рассматриваемом случае вектор намагниченности  $\vec{M}$  и вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  связаны соотношением  $\vec{M} = (M/H) \vec{H} = \chi_s \vec{H}$ ,  $\chi_s$  – магнитная восприимчивость материала магнитных частиц, и определяются уравнениями Максвелла

$$\text{div} \vec{B} = 0, \quad \vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_s) \vec{H}, \quad \text{rot} \vec{H} = 0. \quad (4)$$

Интегральные члены в левой части уравнений (1) и (2) отражают влияние крупномасштабной флуктуации на релаксационные процессы и являются следствием коллективных явлений в магнитных жидкостях. Правые члены этих уравнений получены в приближении парных взаимодействий. Они обеспечивают необратимость этих уравнений по времени, то есть возможность описания диссипативных процессов в магнитных жидкостях. Уравнения (1) и (2) незамкнуты, так как в системе многих взаимодействующих частиц невозможна полная изоляция группы частиц магнитной жидкости. Для замыкания кинетических уравнений для одно- и двухчастичной функции распределения используем суперпозиционное приближение Кирквуда:

$$f_3(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, t) = \frac{f_2(x_1, x_2, t) f_2(x_1, x_3, t) f_2(x_2, x_3, t)}{f_1(x_1, t) f_1(x_2, t) f_1(x_3, t)}. \quad (5)$$

На основе уравнений (1) и (2) выведено уравнение Смолюховского для бинарной плотности  $n_2(\vec{q}_1, \vec{q}_2, t)$  с наиболее полным учетом вклада гидродинамических величин и найдено его общее решение. Это уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial n_2'}{\partial t} + \omega_0 \hat{L} n_2'(\vec{q}_1, \vec{r}, t) = R(\vec{q}_1, \vec{r}, t), \quad (6)$$

где  $\hat{L} = -\frac{\partial}{\partial r^\alpha} \left[ \frac{\partial}{\partial r^\alpha} - \frac{\partial}{\partial r^\alpha} \ln g_0(r) \right]$  – оператор Смолюховского в конфигурационном пространстве,  $\omega_0 = 2kT_0 / \beta \sigma^2$ ,  $\sigma$  – диаметр магнитных частиц,  $g_0(r) = \exp(-\Psi_2^0 / kT_0)$ , а

$$R(\vec{q}_1, \vec{r}, t) = - \left[ \varphi(r) + \frac{n_0^2 \mu_0}{9\beta} (\vec{M} \vec{\nabla}) \left( \frac{\partial H}{\partial g} \right)_{\rho, T} r \left( \frac{\partial g_0}{\partial r} \right) \right] \text{div} \vec{g} - \\ - \varphi^{\alpha\beta}(r) \left[ 1 + \frac{\mu_0}{6\beta} (\vec{M} \vec{\nabla}) \left( \frac{\partial H}{\partial g} \right)_{\rho, T} \right] \left\{ \frac{\partial g^\alpha}{\partial q_1^\beta} \right\},$$

$$\varphi(r) = 2n_0^2 g_0 \left\{ 1 + \frac{1}{6} \frac{\partial \ln g_0}{\partial \ln r} - \frac{1}{2} \left[ n \left( \frac{\partial g_0}{\partial n} \right)_T + \gamma T \left( \frac{\partial g_0}{\partial T} \right)_n \right] \right\}, \quad \gamma = (mC_v)^{-1} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_n,$$

$$\varphi_{(r)}^{\alpha\beta} = 2n_0^2 \left( \frac{r^\alpha r^\beta - \frac{1}{3} r^2 \delta^{\alpha\beta}}{r} \right) \frac{\partial g_0}{\partial r}, \quad C_v - \text{теплоемкость при постоянном объеме.}$$

Пространственно-временное поведение  $n_2(\vec{q}_1, \vec{q}_2, t)$  описывает процесс структурной релаксации. Из полученного решения уравнения  $n_2(\vec{q}_1, \vec{q}_2, t)$  следует, что процесс перестройки структуры в магнитных жидкостях имеет непрерывный спектр времен релаксации и носит диффузионный характер.

Известно, что неравновесные процессы в жидкостях описываются на основе уравнений обобщенной гидродинамики. Используя метод импульсных моментов одно- и двухчастичных функции распределения, на основе уравнения (1) и (2) получены уравнения обобщенной гидродинамики:

$$\frac{d\rho(\vec{q}_1, t)}{dt} + \rho \text{div} \vec{g}(\vec{q}_1, t) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\rho \partial g^\alpha(\vec{q}_1, t)}{\partial t} - \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}(\vec{q}_1, t)}{\partial q_1^\beta} - n\mu_0 \left( M^\beta \frac{\partial H^\alpha}{\partial q_1^\beta} \right) = 0, \quad (8)$$

$$\rho C_v \frac{dT}{dt} + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \text{div} \vec{g} + \frac{\partial S^\alpha}{\partial q_1^\alpha} - \sigma^{\alpha\beta} \frac{\partial g^\alpha}{\partial q_1^\beta} = 0, \quad (9)$$

где  $\rho(\vec{q}_1, t)$  – массовая плотность,  $g^\alpha(\vec{q}_1, t)$  – компоненты средней скорости частиц магнитной жидкости,  $\sigma^{\alpha\beta}(\vec{q}_1, t)$  – тензор напряжения, определяемый выражением

$$\sigma^{\alpha\beta}(\bar{q}_1, t) = -P\delta^{\alpha\beta} - \mathcal{K}^{\alpha\beta}(\bar{q}_1, t) + \frac{\sigma^3}{2} \int \frac{d\Phi(r)}{dr} \frac{r^\alpha r^\beta}{r} n_2(\bar{q}_1, r, t) d\bar{r} \quad (10)$$

а  $P$  – локально-равновесное значение давления,  $\mathcal{K}^{\alpha\beta}(\bar{q}_1, t) = P_k(\bar{q}_1, t)\delta^{\alpha\beta} + K^{\alpha\beta}(\bar{q}_1, t)$  – кинетическая часть тензора плотности потока импульса,  $P_k(\bar{q}_1, t) = \frac{1}{3} \int \frac{\tilde{p}^2}{m} f(\bar{x}_1, t) d\bar{p}_1$  – кинетическая часть неравновесного давления,  $K^{\alpha\beta}(\bar{q}_1, t) = \frac{1}{m} \int (\tilde{p}_1^\alpha \tilde{p}_1^\beta - \frac{1}{3} \tilde{p}_1^2 \delta^{\alpha\beta}) f_1(\bar{x}_1, t) d\bar{p}_1$  – кинетическая часть вязкого тензора напряжений.

Потенциальные части  $P_k(\bar{q}_1, t)$  и  $K^{\alpha\beta}(\bar{q}_1, t)$  определяются через функции бинарной плотности частиц  $n_2(\bar{q}_1, \bar{r}, t)$ . Следовательно, необходимо получить уравнения, описывающие временную эволюцию кинетических частей давления  $P_k(\bar{q}_1, t)$  и вязкого тензора напряжения  $K^{\alpha\beta}(\bar{q}_1, t)$ . Для этой цели умножая уравнение (1), последовательно на  $\tilde{p}_1^\alpha \tilde{p}_1^\beta / m$ ,  $\tilde{p}_1^\alpha \tilde{p}_1^\beta \tilde{p}_1^\gamma / (2m)^2$  и интегрируя по  $\tilde{p}_1$ , а также используя определения импульсных моментов  $f_1(\bar{x}_1, t)$  и  $f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, t)$  получим следующие уравнения:

$$\frac{\partial P_k(\bar{q}_1, t)}{\partial t} + \frac{5}{3} nkT \operatorname{div} \vec{g} + \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{S}_k - \frac{2}{3} \int \frac{\partial \Phi(1,2)}{\partial r^\alpha} J_{2(1)}^\alpha d\bar{r} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial K^{\alpha\beta}(\bar{q}_1, t)}{\partial t} + 2nkT \left\{ \frac{\partial g^\alpha}{\partial q_1^\beta} \right\} + 2 \left\{ \frac{\partial S_k^{\alpha\beta\gamma}}{\partial q_1^\gamma} \right\} - 2 \int \left\{ \frac{\partial \Phi(1,2)}{\partial r^\alpha} J_{2(1)}^\beta \right\} d\bar{r} = -\frac{2\beta}{m} K^{\alpha\beta}. \quad (12)$$

Таким образом, уравнения обобщенной гидродинамики, уравнение для бинарной плотности, а также уравнения (11) и (12) представляют замкнутую систему уравнений, которые позволяют исследовать вязкоупругие и акустические свойства магнитных жидкостей с учетом вклада как трансляционной, так и структурной релаксации и внешнего неоднородного магнитного поля.

В третьей главе на основе кинетических уравнений для одночастичных и двухчастичных функций распределения, учитывающие вклады пространственной корреляции плотности и корреляции скоростей исследованы вязкоупругие свойства магнитных жидкостей. В сферически-симметричном случае используя решения уравнения для бинарной плотности частиц  $n_2(\bar{q}_1, \bar{q}_2, t)$ , для динамических объемной  $K_r(\omega)$  и сдвиговой  $\mu(\omega)$  модулей упругости, а также динамических коэффициентов объемной  $\eta_v(\omega)$  и сдвиговой  $\eta_s(\omega)$  вязкости, получены следующие выражения:

$$K(\omega) = K_s + \frac{2\pi n^2 \sigma^3 \omega}{3} \int_0^\infty dr r^3 \frac{d\Phi}{dr} \int_0^\infty G_2(r, r_1, \omega) \left[ \varphi(r_1) - \frac{\mu_0}{\beta} (\bar{M} \bar{\nabla}) \left( \frac{\partial H}{\partial g} \right)_{\rho, T} \left( \frac{\partial g_0}{\partial r_1} \right) r_1 \right] d\bar{r}_1, \quad (13)$$

$$\mu(\omega) = \frac{nkT(\omega\tau_1)^2}{1+(\omega\tau_1)^2} + \frac{2\pi n^2 \sigma^3 \omega}{15} \int_0^\infty dr r^3 \frac{d\Phi}{dr} \int_0^\infty G_2(r, r_1, \omega) \left[ 1 - \frac{5\mu_0}{2\beta} (\bar{M} \bar{\nabla}) \left( \frac{\partial H}{\partial g} \right)_{\rho, T} \right] \frac{\partial g_0}{\partial r_1} r_1 d\bar{r}_1, \quad (14)$$

$$\eta_v(\omega) = -\frac{2\pi n^2 \sigma^3 \omega}{3} \int_0^\infty dr r^3 \frac{d\Phi}{dr} \int_0^\infty G_1(r, r_1, \omega) \left[ \varphi(r_1) + \frac{\mu_0}{\beta} (\bar{M} \bar{\nabla}) \left( \frac{\partial H}{\partial g} \right)_{\rho, T} \left( \frac{\partial g_0}{\partial r_1} \right) r_1 \right] d\bar{r}_1, \quad (15)$$

$$\eta_s(\omega) = \frac{nkT\tau_1}{1+(\omega\tau_1)^2} + \frac{2\pi n^2 \sigma^3 \omega}{15} \int_0^\infty dr r^3 \frac{d\Phi}{dr} \int_0^\infty G_1(r, r_1, \omega) \left[ 1 + \frac{5\mu_0}{2\beta} (\bar{M} \bar{\nabla}) \left( \frac{\partial H}{\partial g} \right)_{\rho, T} \right] \frac{\partial g_0}{\partial r_1} r_1 d\bar{r}_1, \quad (16)$$

где  $\tau_1 = m/2\beta$  – время трансляционной релаксации вязкого тензора напряжений;  $\tau_0 = \omega_0^{-1} = \beta\sigma^2/2kT$  – усредненное время структурной релаксации;  $K_s = n \left( \frac{\partial p}{\partial n} \right)_T + \frac{T}{nC_v} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_n^2$  – адиабатический модуль упругости,

$$G_{1,2}(r, r_1, \omega) = \pm \frac{\tau_0}{2} \left( \frac{2}{\omega\tau_0} \right)^{1/2} \left[ (\sin\varphi_1 \mp \cos\varphi_1) \exp(-\varphi_1) - (\sin\varphi_2 \mp \cos\varphi_2) \exp(-\varphi_2) \right],$$

$\varphi_{1,2}(r, r_1, \omega) = (\omega\tau_0/2)^{1/2} (r \mp r_1)$ ,  $\Phi(|\bar{r}|, \Omega)$  – потенциал межчастичного взаимодействия,  $g_0(r)$  – радиальная функция распределения. Выражения (13)–(16) описывают динамическое поведение вязкоупругих свойств магнитных жидкостей в широком диапазоне изменения частот. Частотная зависимость модулей упругости и коэффициентов вязкости в основном обусловлена процессом структурной релаксации. Эта зависимость определяется функциями  $G_{1,2}(r, r_1, \omega)$ . Последние члены выражения (13)–(16) являются вкладом внешнего неоднородного магнитного поля в вязкоупругие свойства магнитной жидкости. В отсутствие внешнего неоднородного магнитного поля эти члены исчезают, и результаты совпадают с выражениями коэффициентов вязкости и модулей упругости простых классических жидкостей.

Анализируем асимптотические поведения полученных результатов. При медленных (гидродинамических) процессах, когда  $\omega\tau \ll 1$ , из (13)–(16) получим:

$$K(\omega) - K_s = H_2(\omega\tau_0/2)^{3/2}, \quad \eta_v(\omega) - \eta_v = H_1(\omega\tau_0/2)^{1/2},$$

$$\mu(\omega) = M_2(\omega\tau_0/2)^{3/2}, \quad \eta_s(\omega) - \eta_s = M_1(\omega\tau_0/2)^{1/2}.$$

Эти выражения дают низкочастотную асимптотику модулей упругости и коэффициентов вязкости. Они показывают, по какому закону при медленных процессах модуль сдвига стремится к нулю, объемный модуль упругости к адиабатическому значению, а коэффициенты вязкости к статическим выражениям  $\eta_v$  и  $\eta_s$ . Здесь  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $M_1$  и  $M_2$  – интегральные поправки к модулям упругости и коэффициентам вязкости, которые выражены через молекулярные параметры среды.

В другом предельном случае, когда  $\omega\tau \gg 1$ , из выражений (13)–(16) для высокочастотных модулей упругости  $K_\infty$ ,  $\mu_\infty$  и коэффициентов вязкости  $\eta_v(\omega \rightarrow \infty)$  и  $\eta_s(\omega \rightarrow \infty)$  получим:

$$K_\infty(\omega) = (1 + \gamma)nkT + \frac{2\pi n^2 \sigma^3}{9} \int_0^\infty \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r^2} \frac{d\Phi}{dr} \right) g_0(r) r^6 dr -$$

$$- \frac{2\pi n^2 \mu_0}{3\beta} (\bar{M}\bar{V}) \left( \frac{\partial H}{\partial \vartheta} \right)_{\rho, T} \int_0^\infty \frac{d}{dr} \left( r^4 \frac{d\Phi}{dr} \right) g_0(r) dr$$

$$\mu_\infty(\omega) = nkT + \frac{2\pi n^2 \sigma^3 \tau_0}{15} \left[ 1 - \frac{5\mu_0}{2\beta} (\bar{M}\bar{V}) \left( \frac{\partial H}{\partial \vartheta} \right)_{\rho, T} \int_0^\infty \frac{d}{dr} \left( r^4 \frac{d\Phi}{dr} \right) g_0(r) dr \right]$$

$$\eta_v(\omega \rightarrow \infty) = \frac{1}{\omega} [K_\infty - K_s - (1 + \gamma)nkT],$$

$$\eta_s(\omega \rightarrow \infty) = \frac{1}{\omega} (\mu_\infty - nkT).$$

В высокочастотном режиме модули упругости магнитной жидкости не зависят от частоты и по виду совпадают с высокочастотными модулями упругости Цванцига, а коэффициенты вязкости стремятся к нулю по закону  $\omega^{-1}$ .

Таким образом, проведенные здесь асимптотические оценки полностью соответствует общим выводам статистической теории вязкоупругих свойств жидкостей. При медленных процессах ( $\omega \rightarrow 0$ ) выражения (13)–(16) описывают вязкие свойства магнитных жидкостей, а при очень быстрых процессах ( $\omega \rightarrow \infty$ ) – чисто упругие свойства магнитных жидкостей. Согласно выражениям (13)–(16) трансляционная и структурная релаксация в жидкостях играют неодинаковую роль. Релаксация сдвиговой вязкости и сдвигового модуля упругости является как трансляционной, так и структурной, в то время как релаксация объемной вязкости и объемного модуля упругости является только структурной.

Для более глубокого анализа зависимости коэффициентов вязкости, модулей упругости от частоты, параметров состояния и внешнего неоднородного магнитного поля необходимо проведение численных расчетов. Однако, проведение численных расчетов и сравнение результатов с существующими экспериментальными данными связано с выбором конкретной модели магнитной жидкости. Магнитную жидкость представим как коллоид содержащий  $N$  одинаковых сферических частиц магнетита диаметром  $\sigma$  и магнитным дипольным моментом величины  $m$ . Положение частицы  $i$  и ориентации ее магнитного момента описываем посредством  $\vec{r}_i$  и  $\vec{u}_i$ , соответственно. Энергию взаимодействия магнитной частицы  $i$  с

магнитным полем описываем функцией  $\Phi_i^H = \Phi^H(\vec{u}_i)$ . Энергию взаимодействия частиц  $i$  и  $j$  выражаем через функцию диполь-дипольного взаимодействия  $\Phi_{ij}^{dd} = \Phi^{dd}(\vec{r}_{ij}, \vec{u}_i, \vec{u}_j)$  и стерическое взаимодействие частиц описываем функцией  $\Phi^s(\vec{r}_{ij})$ . Следовательно, суммарную потенциальную энергию взаимодействия структурных единиц магнитной жидкости можно представить в виде:

$$\Phi(r_{ij}) = \Phi_i^H + \Phi_{ij}^{dd} + \Phi^s(r_{ij}), \quad (17)$$

где  $\Phi_i^H = \Phi^H(u_i) = -kTh(\vec{u}_i \vec{H})/H$  – энергия взаимодействия частицы  $i$  с магнитным полем напряженности  $H$ ,

$\Phi^{dd} = \Phi^{dd}(\vec{r}, \vec{u}, \vec{u}') = kT\lambda\sigma^3/r^3[(\vec{u}\vec{u}') - 3(\vec{u}\vec{r})(\vec{u}'\vec{r})]$  – энергия диполь-дипольного взаимодействия. При  $r \leq \sigma$ ,  $\Phi^s(r) = 4\varepsilon[(\sigma/r)^{12} - (\sigma/r)^6]$  – потенциал Леннард-Джонса, а  $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$  – взаимный вектор смещения частиц  $i$  и  $j$ ,  $\hat{r}_{ij} = \vec{r}_{ij}/r_{ij}$ ,  $r_{ij}$  – расстояния между частицами,  $h = \mu_0 m |\vec{V}H|/kT$  – параметр Ланжевена,

$\lambda = \mu_0 m^2 / 4\pi\sigma^3 kT$  – параметр дипольного взаимодействия.

Поскольку по своим физическим свойствам магнитные жидкости близки к простым жидкостям, радиальную функцию распределения в сферически-симметричном случае выбираем из решения уравнения Перкуса-Йевики в виде:

$$g(r, n, T) = y(r, \rho^*) \exp[-\Phi(r)/kT], \quad (18)$$

где  $y(r, \rho^*)$  – бинарная функция распределения двух полостей. Ввиду сложности выражений (13)–(16), в качестве контактного значения  $y(r, \rho^*)$  на расстоянии  $r = 1$  примем выражение, предложенное Карнаханом-Старлингом

$$y(\rho^*) = (2 - \rho^*) / 2(1 - \rho^*)^3, \quad (19)$$

где  $\rho^* = \pi\sigma^3 n / 6 = \pi\rho N_0 \sigma^3 / 6M$  – приведенная плотность,  $N_0$  – число Авогадро,  $M$  – молярная масса.

Выражение (18) с учетом (19), при заданном потенциале взаимодействия  $\Phi(r)$  между структурными единицами магнитной жидкости, определяет аналитический вид равновесной радиальной функции распределения как функции температуры и плотности. Существующие работы по машинному эксперименту показывают, что выбранное выражение для  $g(r, n, T)$  дает результаты, удовлетворительно согласующиеся с экспериментальными данными. Следовательно, такая модель  $g(r, n, T)$  может быть использована для расчета зависимости динамических коэффициентов переноса, модулей упругости и акустических параметров магнитных

жидкостей от термодинамических величин, частот внешнего возмущения и внешнего неоднородного магнитного поля в широком диапазоне их изменения.

Используя (17)–(19) приведем выражения (13)–(16) к удобному виду для проведения численных расчетов.

$$\eta_s = \eta_{sk}(\omega) - \frac{2\pi n^2 \sigma^3 kT}{45} \left( 1 + \frac{15\mu_0 M_s \tau_0 |\bar{\nabla}H|}{6\beta l} \right) J_1, \quad (20)$$

$$\eta_v(\omega) = \frac{2\pi n^2 \sigma^3 kT}{9} \left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{\mu_0 M_s \tau_0 |\bar{\nabla}H|}{\beta l} \right) J_1 - 2J_2 - J_3 + J_4 \right], \quad (21)$$

$$K(\omega) = K_s + \frac{2\pi n^2 \sigma^3 kT}{9} \left[ \left( -\frac{1}{3} + \frac{\mu_0 M_s \tau_0 |\bar{\nabla}H|}{\beta l} \right) I_1 - 2I_2 + I_3 + \gamma I_4 \right], \quad (22)$$

$$\mu(\omega) = \mu_k(\omega) - \frac{2\pi n^2 \sigma^3 kT \omega}{45} \left( 1 - \frac{5\mu_0 M_s |\bar{\nabla}H| \tau_0}{2\beta l} \right) I_1, \quad (23)$$

где  $\eta_{sk}(\omega) = nkT\tau_1 / (1 + \omega^* \tau_1)$  – кинетическая часть коэффициента сдвиговой вязкости;  $\mu_k(\omega) = nkT\omega^* / (1 + \omega^* \tau_1)$  – кинетическая часть сдвигового модуля упругости магнитной жидкости,  $\omega\tau_1 = \omega^*$  – приведенная частота,

$$J_1 = \int_0^r dr D^*(r) \int_0^r G_1(r, r_1 \omega) D^*(r_1) g(r_1) dr_1, \quad J_2 = \int_0^r dr D^*(r) \int_0^r G_1(r, r_1 \omega) g(r_1) r_1 dr_1,$$

$$J_3 = \int_0^r dr D^*(r) \int_0^r G_1(r, r_1 \omega) g(r_1) y_2(\rho^*) r_1 dr_1,$$

$$J_4 = \int_0^r dr D^*(r) \int_0^r G_1(r, r_1 \omega) [\Phi^{*L-J}(r) - \Phi^{*H}(r)] g(r_1) r_1 dr_1,$$

$$I_1 = \int_0^r dr D^*(r) \int_0^r G_2(r, r_1 \omega) D^*(r_1) g(r_1) dr_1, \quad I_2 = \int_0^r dr D^*(r) \int_0^r G_2(r, r_1 \omega) g(r_1) r_1 dr_1,$$

$$I_3 = \int_0^r dr D^*(r) \int_0^r G_2(r, r_1 \omega) y_2(\rho^*) g(r_1) r_1 dr_1,$$

$$I_4 = \int_0^r dr D^*(r) \int_0^r G_2(r, r_1 \omega) [-\Phi^{*L-J}(r_1) + \Phi^{*H}(r_1)] g(r_1) r_1 dr_1,$$

$$\Phi^{*L-J}(r) = \frac{\Phi^{L-J}(r)}{kT} = L^*(r^{12} - r^{-6}), \quad \Phi^{*H}(r) = \frac{\Phi^H(r)}{kT} = -\frac{\mu_0 m |\bar{\nabla}H|}{kT},$$

$$y_2(\rho^*) = (5 - 2\rho^*)\rho^* / (1 - \rho^*)(2 - \rho^*), \quad D^*(r) = 6L^*(2r^{-6} - 1)r^{-5}.$$

При  $r = r_1$ ,  $D^*(r)$  переходит в  $D^*(r_1)$ ,  $l = 10^{-2}$  м – характерный размер системы,  $L^* = 4\varepsilon / kT$ ,  $\varepsilon$  – глубина потенциальной ямы  $\Phi(r)$ .

На основе выражения (20)–(23) проведен численный расчет зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости от частоты, параметров состояния и внешнего неоднородного магнитного поля в магнитных жидкостях приготовленных на основе керосина и воды с частицами магнетита  $Fe_3O_4$ . Результаты численных расчетов зависимости  $\eta_s(\omega)$ ,  $\eta_v(\omega)$ ,  $\mu(\omega)$  и  $K_r(\omega)$  от приведенной частоты в диапазоне  $\omega^* \approx \omega\tau_1 \approx 10^{-7} - 10$  ( $\omega \approx 10^5 - 10^{13}$  Гц) при температуре  $T = 298$  К, концентрации  $\varphi = 12.8\%$ , плотности  $\rho = 1340$  кг/м<sup>3</sup>, намагниченности насыщения  $M_s = 34.2 \cdot 10^3$  А/м магнитной жидкости на основе керосина и следующих значениях градиента напряженности магнитного поля:  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^2, 3 \cdot 10^2, 5 \cdot 10^2$  А/м<sup>2</sup> изображены на рис. 1 (а, б) и 2(а, б).

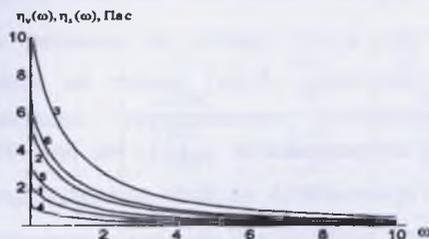


Рис. 1а. Зависимости коэффициентов  $\eta_v(\omega)$  (1–3) и  $\eta_s(\omega)$  (4–6) от приведенной частоты при:  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^2, 3 \cdot 10^2, 5 \cdot 10^2$  А/м<sup>2</sup>.

( $K_r(\omega), \mu(\omega) \times 10^{-13}$  Па)

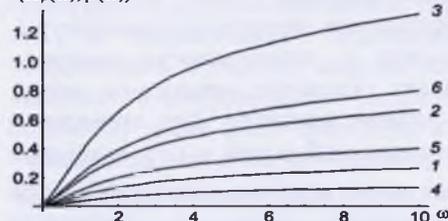


Рис. 2а. Зависимости релаксационного объемного  $K_r(\omega)$  (1–3) и сдвигового  $\mu(\omega)$  (4–6) модулей упругости от приведенной частоты при:  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^2, 3 \cdot 10^2, 5 \cdot 10^2$  А/м<sup>2</sup>.

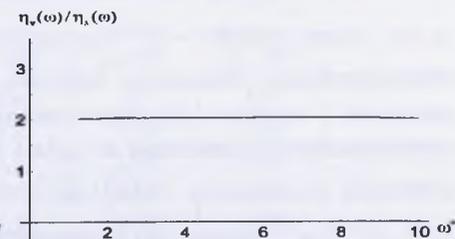


Рис. 1б. Зависимость  $\eta_v(\omega)/\eta_s(\omega)$  от приведенной частоты при  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^2$  А/м<sup>2</sup>.

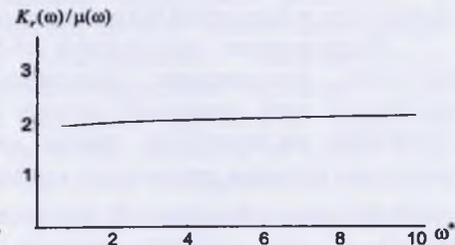


Рис. 2б. Зависимость  $K_r(\omega)/\mu(\omega)$  от приведенной частоты при  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^2$  А/м<sup>2</sup>.

Согласно рис. 1а,  $\eta_v(\omega)$  и  $\eta_s(\omega)$  с увеличением значения приведенной частоты уменьшаются и по мере дальнейшего возрастания частоты стремятся к постоянному значению.

На рис. 1б приведена зависимость  $\eta_v(\omega)/\eta_s(\omega)$  от приведенной частоты при значении  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^2 \text{ А/м}^2$ . Данное отношение  $\eta_v/\eta_s \approx 2-2.5$  является следствием наличия восстановления равновесной структуры магнитной жидкости, то есть вкладом процесса структурной релаксации. В динамической объемной вязкости  $\eta_v(\omega)$  вклад имеет только структурная релаксация, тогда как для сдвиговой вязкости  $\eta_s(\omega) = \eta_{st}(\omega) + \eta_{sp}(\omega)$  вклады дают как трансляционная, так и структурная релаксации.

Согласно рис. 2а, наблюдается рост динамических модулей упругости с увеличением приведенной частоты. Вклады кинетической  $\mu_k(\omega)$  и потенциальной  $\mu_p(\omega)$  частей динамического сдвигового модуля упругости  $\mu(\omega) = \mu_k(\omega) + \mu_p(\omega)$  различны ( $\mu_p(\omega) > \mu_k(\omega)$ ). Кроме того интервал роста  $\mu_k(\omega)$  очень узкий  $\sim 10^2 \text{ Гц}$ , тогда как  $\mu_p(\omega)$  растет по аналогии с релаксационным объемным модулем упругости,  $K_r(\omega)$  растет во всем диапазоне частот. Данная закономерность соответствует вкладом трансляционной релаксации в  $\mu_k(\omega)$  и структурной в  $\mu_p(\omega)$ . На рис. 2б приведена зависимость  $K_r(\omega)/\mu(\omega)$  от приведенной частоты при значении  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^2 \text{ А/м}^2$ . Видно, что с увеличением приведенной частоты отношение  $K_r(\omega)/\mu(\omega)$  остается неизменным.

Численные расчеты показывают, что характер зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости от приведенной частоты в магнитной жидкости на основе воды и частиц магнетита  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  аналогичен их зависимости в магнитной жидкости на основе керосина.

Исследования зависимостей коэффициентов вязкости от температуры, плотности, концентрации, намагниченности и напряженности внешнего магнитного поля позволяют оценить вклад отдельных механизмов вязкой диссипации во внутреннее трение магнитной жидкости. Для проведения численных расчетов зависимости коэффициентов объемной  $\eta_v(\omega)$ , сдвиговой  $\eta_s(\omega)$  вязкости, объемного  $K_r(\omega)$  и сдвигового  $\mu(\omega)$  модулей упругости от плотности, концентрации, намагниченности, а также от изменения величины  $|\bar{\nabla}H|$  будем исходить из выражения (20)–(23) с учетом (17)–(19). Численные расчеты проведены в магнитных жидкостях, приготовленных на основе керосина, а также воды с частицами магнетита  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ . Результаты численного расчета приведены в таблицах 1 и 2.

Зависимости  $\eta_v(\omega)$  и  $\eta_s(\omega)$  от параметров состояния для магнитной жидкости на основе керосина при  $\omega = 10^5 \text{ Гц}$

$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\varphi$ , %	$M_s \cdot 10^3$ А/м	$\eta_s$ , Па с	$\eta_v$ , Па с
902	2.44	8.1	0.300	0.601
917	2.87	8.3	0.306	0.613
1130	7.90	10.4	0.376	0.753
1312	11.20	31.2	1.127	2.253
1340	12.80	34.2	1.234	2.469

Таблица 2

Зависимость модулей упругости от параметров состояния для магнитной жидкости на основе керосина  $\omega = 10^{10} \text{ Гц}$

$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\varphi$ , %	$M_s \cdot 10^{-3}$ , А/м	$\mu, 10^8$ , Па	$K_r, 10^8$ , Па
902	2.44	8.1	1.89	3.79
917	2.87	8.3	1.93	3.86
1130	7.90	10.4	2.38	4.75
1312	11.20	31.2	7.10	14.20
1340	12.8	34.2	7.78	15.50

Как видно из таблиц 1 и 2, при фиксированных значениях частоты  $\omega$ , температуры и  $|\bar{\nabla}H|$  отношение  $\eta_v/\eta_s$  и  $K_r/\mu$  порядка 2. Эти результаты подтверждают правильность учета влияния структурной релаксации на вязкоупругие свойства магнитных жидкостей. Из этих таблиц также следует, что с возрастанием плотности, концентрации, намагниченности, коэффициенты вязкости и модулей упругости возрастают. Численные расчеты зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости от параметров состояния, также были проведены в магнитной жидкости на основе воды. Установлено, что с ростом параметров состояния, коэффициенты вязкости и модули упругости, как и в случае магнитной жидкости на основе керосина возрастают. На основе численных расчетов показано, что с ростом температуры коэффициенты вязкости и модули упругости уменьшаются. С ростом значения неоднородного магнитного поля, коэффициенты вязкости и модули упругости возрастают.

Таким образом, вышеприведенные результаты численных расчетов зависимости  $\eta_s(\omega)$ ,  $\eta_v(\omega)$ ,  $K_r(\omega)$  и  $\mu(\omega)$  от параметров состояния и

внешнего неоднородного магнитного поля, а также их сравнение с существующими экспериментальными данными показывают правильность учета вклада различных внутренних релаксационных процессов, протекающих в магнитных жидкостях, в частности, структурной релаксации.

В четвертой главе на основе предложенной теории определены явные молекулярные выражения для скорости и коэффициента поглощения звуковых волн.

$$C(\omega) = C_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2\rho_0 C_0^2} \left[ \frac{4}{3} \mu(\omega) + K_r(\omega) \right] \right\}, \quad (24)$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho_0 C_0^3} \left[ \frac{4}{3} \eta_s(\omega) + \eta_v(\omega) \right], \quad (25)$$

где  $C_0$  – адиабатическая скорость звука. Проанализировано асимптотическое поведение этих выражений, как при низких, так и при высоких частотах. При низких частотах  $C(\omega)$  и  $\alpha/\omega$  изменяются пропорционально  $\omega^{3/2}$ . При высоких частотах скорость  $C(\omega)$  и коэффициент поглощения звука  $\alpha/\omega$  не зависят от частоты, что находится в соответствии со статическими экспериментальными результатами для простых жидкостей.

Для более детального анализа частотной зависимости скорости и коэффициента поглощения звука в магнитных жидкостях необходимо проведение численных расчетов. Учитывая равенства (20)–(23) приведем выражения (24) и (25) к удобному виду для проведения численных расчетов:

$$C(\omega) = C_0 \left\{ 1 + \frac{1}{\rho_0 C_0^2} \left[ \frac{4}{3} \left( \frac{nkT\omega}{1+\omega^2} - \frac{2\pi^2\sigma^3 kT\omega}{45} \left( 1 - \frac{5\mu_0 M_s |\bar{\nabla}H| \tau_0}{2\beta l} \right) J_1 \right) + \frac{2\pi^2\sigma^3 kT}{9} \left[ \left( -\frac{1}{3} + \frac{\mu_0 M_s \tau_0 |\bar{\nabla}H|}{\beta l} \right) J_1 - 2J_2 + J_3 + J_4 \right] \right] \right\}, \quad (26)$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho_0 C_0^3} \left[ \frac{4}{3} \left( \frac{nkT\tau_1}{1+(\omega^*)^2} - \frac{2\pi^2\sigma^3 kT}{45} \left( 1 + \frac{15\mu_0 M_s \tau_0 |\bar{\nabla}H|}{6\beta l} \right) J_1 \right) + \frac{2\pi^2\sigma^3 kT}{9} \left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{\mu_0 M_s \tau_0 |\bar{\nabla}H|}{\beta l} \right) J_1 - 2J_2 - J_3 + J_4 \right] \right]. \quad (27)$$

На основе выражения (26) и (27) проведен численный расчет зависимости скорости и коэффициента поглощения звука от частоты в магнитных жидкостях на основе керосина и воды с частицами магнетита  $Fe_3O_4$ . Результаты численных расчетов зависимости скорости и коэффициента поглощения звука в магнитной жидкости на основе керосина при  $T = 298$  К, плотности  $\rho = 1340$  кг/м<sup>3</sup>, концентрации  $\phi = 12.8\%$ ,

намагниченности насыщения  $M_s = 34.2 \cdot 10^3$  А/м и  $|\bar{\nabla}H| = 10^2, 10^3$  А/м<sup>2</sup> в диапазоне приведенной частоты  $\omega^* = 10^{-7} - 10$ , что соответствует реальной частоте  $\omega = 10^5 - 10^{13}$  Гц, иллюстрированы на рис. 3(а, б).

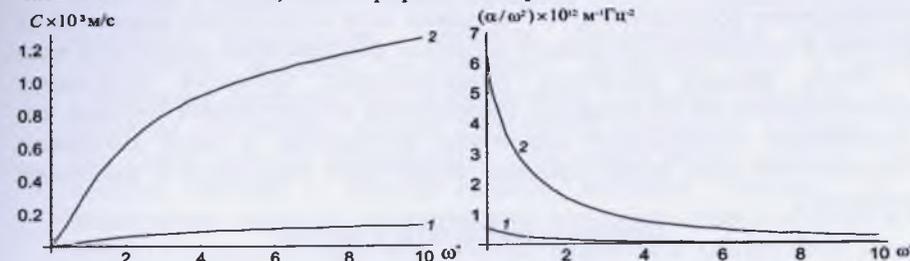


Рис. 3а. Зависимость скорости звука от приведенной частоты в магнитной жидкости на основе керосина: 1 –  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^2$  А/м<sup>2</sup>; 2 –  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^3$  А/м<sup>2</sup>.

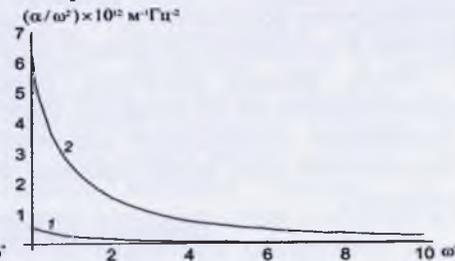


Рис. 3б. Зависимость  $\alpha/\omega^2$  от приведенной частоты в магнитной жидкости на основе керосина: 1 –  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^2$  А/м<sup>2</sup>; 2 –  $|\bar{\nabla}H| \sim 10^3$  А/м<sup>2</sup>.

Согласно рис. 3а, частотная зависимость  $C(\omega)$  наблюдается в широком диапазоне частоты, а согласно релаксационной теории, частотная зависимость имеет место в диапазоне  $\omega = 10^{10} - 3 \cdot 10^{11}$  Гц. Скорость звука  $C(\omega)$  с ростом приведенной частоты возрастает нелинейно. Ранее появление зависимости  $C(\omega)$  и ее нелинейный характер обусловлены вкладами низкочастотных асимптотик модулей упругости  $\mu(\omega)$  и  $K(\omega)$ . Зависимость  $C(\omega)$  является следствием правильного учета структурной релаксации в магнитных жидкостях.

Как видно из рис. 3б, частотная зависимость  $\alpha/\omega^2$  наблюдается при частоте  $\omega \sim 10^7$  Гц, причем значение  $\alpha/\omega^2$  резко уменьшается и при  $\omega \sim 10^{12}$  Гц стремится к нулю. Обнаруженная зависимость качественно согласуется с экспериментальными результатами. Частотная зависимость  $\alpha/\omega^2$  обусловлена учетом вкладов низкочастотных асимптотик  $\eta_s$  и  $\eta_v$ . Характер частотной зависимости  $C(\omega)$  и  $\alpha/\omega^2$  в магнитной жидкости на основе воды аналогичен их зависимости в магнитной жидкости на основе керосина.

Результаты численных расчетов показали, что зависимость  $C(\omega)$  и  $\alpha/\omega^2$  от параметров состояния и внешнего неоднородного магнитного поля в магнитных жидкостях на основе керосина и воды аналогичен. С ростом плотности, концентрации, намагниченности и внешнего неоднородного

магнитного поля  $C(\omega)$  и  $\alpha/\omega^2$  возрастают, а с увеличением температуры уменьшаются.

Таким образом, проведенные численные расчеты зависимости  $C(\omega)$  и коэффициента поглощения  $\alpha/\omega^2$  звуковых волн в магнитных жидкостях от частоты и параметров состояния и внешнего неоднородного магнитного поля с учетом вкладов различных релаксационных процессов показывают удовлетворительное их согласие с имеющимися литературными данными, что подтверждает правильность полученных результатов, а также доказывает существенную роль вклада процесса структурной релаксации в магнитных жидкостях.

### Основные результаты и выводы

1. Получена система уравнений обобщенной гидродинамики магнитных жидкостей с учетом трансляционной и структурной релаксационных процессов. Входящие в эти уравнения тензор напряжения  $\sigma^{\alpha\beta}$  и вектор потока тепла  $S^\alpha$  определены микроскопически, посредством одночастичной и двухчастичной функций распределения. Получены уравнения Смолуховского для бинарной плотности частиц магнитной жидкости с учетом влияния внешнего неоднородного магнитного поля. На основе этих уравнений исследованы явления переноса и вязкоупругие свойства незлектропроводящих магнитных жидкостей под воздействием внешнего неоднородного магнитного поля.
2. Получены аналитические выражения для динамических коэффициентов объемной и сдвиговой вязкости, а также соответствующие им объемные и сдвиговые модули упругости магнитных жидкостей в широком интервале изменения частот и термодинамических параметров, с учетом вкладов различных релаксационных процессов.
3. Установлено, что вклад трансляционной и структурной релаксации в значения коэффициентов переноса и модулей упругости магнитных жидкостей неодинаков. Релаксация сдвиговой вязкости и сдвигового модуля упругости является как трансляционной, так и структурной, тогда как релаксация объемной вязкости и объемного модуля упругости является только структурной.
4. Анализировано асимптотическое поведение коэффициентов вязкости и модулей упругости, как при низких, так и при высоких частотах. Установлено, что при низких частотах объемный  $K_r(\omega)$  и сдвиговой  $\mu(\omega)$  модули упругости имеют асимптотику, пропорциональную  $\omega^{3/2}$ , а коэффициенты вязкости  $\eta_v(\omega)$  и  $\eta_s(\omega)$  стремятся к статическим значениям как функция  $\omega^{1/2}$ . В высокочастотном пределе модули упругости не зависят от частоты, а коэффициенты вязкости затухают

согласно закону  $\omega^{-1}$ .

5. Проведен численный расчет зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей, приготовленных на основе керосина, а также воды и частиц магнетита  $Fe_3O_4$ , в широком интервале изменения концентрации, плотности, намагниченности насыщения, температуры, величины неоднородного магнитного поля и частот. Обнаружена дисперсия этих коэффициентов и модулей упругости, что в основном обусловлено вкладом структурной релаксации. Показано, что при низких частотах определяющую роль играют вязкие свойства, а при высоких частотах – упругие свойства жидкости. Показано, что с возрастанием величины неоднородного магнитного поля коэффициенты вязкости и модули упругости линейно возрастают. Обнаружено, что с ростом концентрации, плотности и намагниченности насыщения при постоянной температуре, частоте и величине неоднородного магнитного поля коэффициенты вязкости и модули упругости возрастают. С увеличением температуры при постоянном значении плотности, концентрации, намагниченности насыщения и величины неоднородного магнитного поля коэффициенты вязкости и модули упругости уменьшаются. Аналогичные зависимости обнаружены и для магнитной жидкости на основе воды.
6. Установлено, что скорость и коэффициент поглощения звука в магнитных жидкостях в гидродинамическом пределе содержат частотно-зависящие слагаемые пропорциональные  $\omega^{3/2}$ , а в высокочастотном пределе стремятся к постоянному значению. Численно показано, что с ростом частоты внешнего воздействия, при наличии неоднородного магнитного поля в обеих магнитных жидкостях скорость звуковых волн нелинейно растет, а коэффициент поглощения нелинейно уменьшается. Численно исследована зависимость скорости и коэффициента поглощения звука в обеих магнитных жидкостях от параметров состояния. Показано, что скорость звука и коэффициент поглощения возрастают с ростом концентрации, плотности, намагниченности насыщения и неоднородного магнитного поля, а с ростом температуры уменьшаются.

### Список работ, опубликованных по теме диссертации

1. Одинаев С., Комилов К., Зарипов А. Молекулярная теория вязкоупругих свойств магнитных жидкостей // ДАН РТ. – 2004. – Т. 47. – № 9–10. – С. 17–24.
2. Одинаев С., Комилов К., Зарипов А. К молекулярной теории вязкоупругих свойств магнитных жидкостей: Тезисы докл. Межд. конф. по физике конденс. состояний и экологических систем (ФКСиЭС). – Душанбе, 2004. – С. 11–12.
3. Odinaev S., Komilov K., Zarifov A. On the space-time behaviour binary