

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. И.РАЗЗАКОВА  
ДИССЕРТАЦИОННЫЙ СОВЕТ Д.01.07.351

*На правах рукописи*

УДК 593.37

**Чыныбаев Мирлан Койчубекович**

**УРАВНЕНИЯ СВЯЗИ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ  
В МОДЕЛИ СКОЛЬЖЕНИЙ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Бишкек-2008

Работа выполнена в Кыргызском государственном техническом университете им. И. Раззакова.

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук, профессор **Салиев А.Б.**

**Официальные оппоненты:** доктор физико-математических наук, профессор **Рудаев Я.И.**, кандидат технических наук, доцент **Кожобаев Ж.Ш.**

**Ведущая организация:** Институт гидродинамики Сибирского отделения Российской академии наук (г.Новосибирск)

Защита состоится 22 мая 2008 г., в 13.00 часов на заседании Межвузовского диссертационного Совета Д 01.07.351 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) наук при Кыргызском государственном техническом университете им. И. Раззакова и Кыргызском государственном университете строительства, транспорта и архитектуры по адресу: 720044, Кыргызская Республика, г. Бишкек, пр. Мира, 66

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова.

Ваш отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный печатью учреждения, просим направлять в адрес по месту защиты диссертации.

Автореферат разослан «17» апреля 2008 г.

Ученый секретарь  
диссертационного Совета Д.01.07.351,  
к.ф.-м.н., доцент

 Ж.Ж. Доталиева

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы диссертации.** Знание напряжений при пластической деформации металлов способствует выявлению прочностных ресурсов и надежности элементов конструкций, а также выявлению возможных очагов разрушения. Напряжения в пластической области необходимо также знать при проектировании конструкций оптимального веса. В экспериментах измерить напряжения невозможно тогда, как достаточно надежно можно определить значения деформаций. Вычисление напряжений по неупругим деформациям зависит от определяющих соотношений и сопряжено с определенными трудностями. Главная из них связана с недостаточной адекватностью таких соотношений и теорий пластического деформирования при сложных нагружениях.

К настоящему моменту в Новосибирской школе механиков проведены широкие и высокоточные эксперименты на сложное нагружение конструктивных материалов, а с другой стороны - в рамках пространственной модели скольжений М.Я.Леонова - получены соотношения деформационного типа для определенного класса сложных нагружений. Поэтому аналитическое вычисление напряжений через величины заданных пластических деформаций и проверка указанных соотношений в сопоставимых случаях представляется актуальной задачей.

### Цель и задачи исследования.

Целью этой работы является установление в пространственной модели скольжений количественной связи напряжений от деформаций. В соответствии с этой целью решаются следующие задачи:

- Определение через деформации и аппроксимация материальных характеристик, входящие в выражение для сопротивления сдвигу,
- Вывод уравнения связи напряжений и деформаций, и их решение при различных видах простого и сложного нагружения,
- Анализ полученных решений и сопоставление с имеющимися результатами экспериментов.
- Построение поверхности текучести для рассматриваемых типов нагружений.

**Научная новизна.** Сопротивление сдвигу построена как функция скольжений, и выявлены главные факторы, влияющие на ее изменение. Ее часть, характеризующая упрочнение материала, для всех видов рассмотренных классов нагружений представлена единой зависимостью от максимальной сдвиговой деформации, ее проявление носит случайный характер и описывается нормальным законом распределения. Другая часть, отражающая влияние на сопротивление сдвигу кинематики скольжений, зависит главным образом от одного "внутреннего" параметра скольжений имеющего тесную корреляцию с коэффициентом Лоде-Надаи. Введена параметрическая форма зависимости напряжений от пластических деформаций и в рамках простран-

ственной модели скольжений впервые решена в полном объеме задача определений напряжений при монотонных пластических деформациях.

**Практическая значимость полученных результатов.** Показана возможность удачного построения сопротивления сдвигу как функции от компонент пластической деформации. Главная значимость результатов диссертации для практики заключается в возможности использования полученных соотношений для количественной оценки напряженных состояний пластических материалов при заданных деформациях. В инженерных расчетах может быть использован также вывод из работы о параллельном и пропорциональном уровню нагружения перемещении части первоначальной поверхности текучести в направлении повторного нагружения.

**Основные положения диссертации, выносимые на защиту.**

- Аппроксимация материальных характеристик, входящие в выражение для сопротивления сдвигу через величины пластических деформаций,
- Уравнения связи напряжений и деформаций, и их решение при различных видах простого и сложного нагружения,
- Сопоставление и анализ полученных решений с имеющимися результатами экспериментов.
- Результаты построения и анализа развития поверхности текучести для рассматриваемых типов нагружений.

**Личный вклад:**

- построены материальные характеристик модели скольжений в виде функций аргументами, которых являются компоненты пластических деформаций,
- выведена параметрическая форма зависимости напряжений от деформаций,
- составлены компьютерные программы в системе MathCad и проведены вычисления на ЭВМ.

**Апробация результатов диссертации.** Основные положения диссертации доложены на Международном научно-техническом симпозиуме «Образование через науку» (Бишкек, 2004 г.); Международной научно-технической конференции «Проблемы теоретической и прикладной механики» (Алматы, 2006 г.); Международной научно-технической конференции «Вторые Ержановские чтения»; (Актюбе, Республика Казахстан, 2007 г.); Международной XXII конференции Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов (Санкт-Петербург, 2007 г.); Международной научно-технической конференции «Современные проблемы механики» (Самарканд, Республика Узбекистан, 2007 г.); на научных семинарах кафедры «Механика» Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова (2004 - 2008 гг.).

**Публикации.** Основные результаты работы опубликованы в 10 научных статьях и тезисах конференций.

**Структура и объем диссертационной работы.** Диссертация изложена на 88 страницах машинописного текста, состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 16 наименований. Иллюстративный материал представлен 38 рисунками и компьютерными графиками, а также 9 таблицами.

**КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, приводится краткая аннотация оценки современного состояния решаемой задачи, а также общую характеристику работы.

**В первой главе** работы приведены основные положения концепции скольжений М.Я. Леонова. Рассматриваются возможные пути нагружений и деформируемых состояний. Также приведены определяющие уравнения для малых вееров скольжений.

Задача установления зависимостей напряжений от величин пластических деформаций при различных видах нагружения имеет большое практическое значение: её решение дает возможность вычислять значения деформаций при заданных напряжениях или, наоборот, по определяемым в экспериментах величинам деформаций установить соответствующие напряжения. Такие зависимости при малых веерах скольжений получены в рамках модели скольжений М.Я. Леонова для случая монотонной пластической деформации:

$$\Gamma_1 = \frac{\tau_m - \psi}{4\psi} \left[ \frac{2\beta - 4p \left( \beta - \frac{\sin 2\beta}{2} \right) + 4p^2 \left( \frac{3}{4} \beta - \frac{\sin 2\beta}{2} + \frac{\sin 4\beta}{16} \right)}{2\beta - p(2\beta - \sin 2\beta)} \right] \quad (1)$$

$$\Gamma_2 = \frac{\tau_m - \psi}{4\psi} \left\{ \frac{1 - 2Q}{2\beta_0 - p(2\beta_0 - \sin 2\beta_0)} \left[ \beta_0 - \frac{\sin 2\beta_0}{2} - 4p \left( \frac{3}{4} \beta_0 - \frac{\sin 2\beta_0}{2} + \frac{\sin 4\beta_0}{16} \right) + 4p^2 \left( \frac{5}{8} \beta_0 - \frac{15 \sin 2\beta_0}{32} + \frac{3 \sin 4\beta_0}{32} - \frac{\sin 6\beta_0}{96} \right) \right] + \frac{2Q}{2\beta_0 - p(2\beta_0 - \sin 2\beta_0)} \left[ \frac{3}{4} \beta_0 - \frac{\sin 2\beta_0}{2} + \frac{\sin 4\beta_0}{16} - 4p \left( \frac{5}{8} \beta_0 - \frac{15 \sin 2\beta_0}{32} + \frac{3 \sin 4\beta_0}{32} - \frac{\sin 6\beta_0}{96} \right) + 4p^2 \left( \frac{35}{64} \beta_0 - \frac{7 \sin 2\beta_0}{16} + \frac{7 \sin 4\beta_0}{64} - \frac{\sin 6\beta_0}{48} + \frac{\sin 8\beta_0}{512} \right) \right] \right\} \quad (2)$$

$$\Gamma_3 = -(\Gamma_1 - \Gamma_2), \quad (2)$$

Здесь  $\Gamma_1, \Gamma_2$  и  $\Gamma_3$  – главные компоненты пластической деформации

$$p = \frac{Q(1-Q)}{2 \left( \frac{\tau_m - \tau_n}{\tau_m + \Phi} \right)}, \quad \beta_0 = \arcsin \left( \frac{1}{\sqrt{2p}} \right) \quad \text{и} \quad Q = \frac{\tau + \Phi(1 - \Gamma_{12}/\Gamma_{13})}{\tau_n + \Phi} \quad (3)$$

$p$  и  $Q$  – “параметры” связанные с кинематикой скольжений,  $\psi$ ,  $\Psi$ ,  $\Phi$  – характеристики сопротивления сдвигу.

В произвольной координатной системе тензор напряжений задается шестью компонентами; в главных осях напряженное состояние определяется тремя компонентами, однако наложением гидростатического давления  $\sigma_{ср}$ , которое не влияет на процесс деформирования пластичных материалов, и поворотом координатных осей можно добиться, чтобы отличными от нуля были только две компоненты тензора напряжений, скажем  $\sigma_x = \sigma$  и  $\sigma_y = -\sigma_z = \tau$ . В работе рассматривается напряженное состояние  $\sigma_1 = \sigma_x = \sigma$ ,  $\sigma_y = \sigma_2 = \sigma_z = -\sigma_3 = \tau$ . При этом мы ограничиваемся случаем  $0 < \tau < \sigma/3$ , так как при увеличении значений  $\tau$  от 0 до  $\sigma/3$  напряженное состояние однородного тела изменяется от одноосного растяжения до чистого сдвига. Другие случаи значений  $\tau$  и  $\sigma$  дают те же состояния, но с другими главными осями.

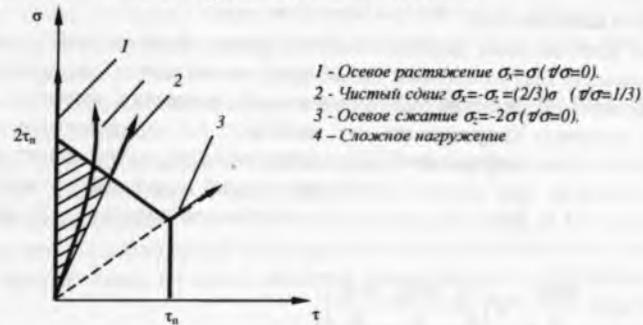


Рис. 1 Виды траекторий для монотонного деформирования

Процесс монотонного деформирования (веера плоскостей и направлений скольжений не уменьшаются), для которого справедливы соотношения (1)-(3), можно осуществить в данном классе нагружений такими траекториями, которые находятся внутри заштрихованной (на рис.1) области. Они могут быть прямыми (пропорциональное нагружение), выпуклой вправо ломанной или плавной линиями (сложное нагружение).

Во второй главе приведены результаты построения материальных характеристик модели  $\Psi$  и  $\Phi$ , входящие в сопротивление сдвигу и соотношения (1) и (2).

Для определения материальной функции  $\Psi$  достаточно двух экспериментов на одноосное растяжение и чистый сдвиг; для более точного отражения ее поведения при других видах оказалось достаточным знание нескольких экспериментальных данных хотя бы при одном сложном нагружении. Необходимые данные для установления характера изменения функции  $\Psi$  и ее параметров взяты из результатов на различные виды деформирования тонкостенных трубок из стали Ст-40Х, проведенных В.М.Жигалкиным. В результате анализа характера влияния на  $\Psi$  различных характеристик деформированного состояния, эта функция представлена нами в виде произведения двух

функций, одна из которых зависит только от  $\Gamma_m$ , а другая только от вида деформированного состояния ( $\mu_c$ ):

$$\Psi = \Psi_0(\mu_c) \cdot \Gamma_m^\alpha \quad (4)$$

Для рассматриваемого материала Ст40Х установлено:

- при чистом сдвиге  $\Psi_0 = A_{сд}$ ,  $\alpha = 0,7$ ;
- при одноосном растяжении  $\Psi_0 = A_p$ ,  $\alpha = 0,7$ .



Рис. 2. Сравнительные кривые функции упрочнения  $\Psi$  в зависимости от максимальной сдвиговой деформации  $\Gamma_m$  для случаев осевого растяжения и чистого сдвига.

Экспериментальные данные и соответствующие расчеты показывают, что в случае растяжения вид деформированного состояния до определенного уровня не обладает предполагаемой обычно осевой симметрией, а носит случайный характер. Мы полагаем, что этот факт обусловлен фактической микро неоднородностью материалов и анизотропией проявления начальных сдвигов. Для макрооднородной изотропной (сплошной) модели тела проявление последнего очевидно следует считать не детерминированным, а случайным. В соответствии с этим и результатами (рис.3.) исследования характера изменения  $\Psi_0$  при различных значениях компонент пластических деформаций, нами принимается, что зависимость  $\Psi_0$  от параметра  $\mu_c$  (как для случая растяжения, так и для близких к нему видов нагружения) носит случайный характер и описывается нормальным законом распределения:

$$\Psi_0 = A_p + k \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\mu_c^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

Для рассмотренного материала установлено  $A_p = 12$ ; дисперсия  $\sigma = 1/3$ ; постоянная  $k = 2,6$ .

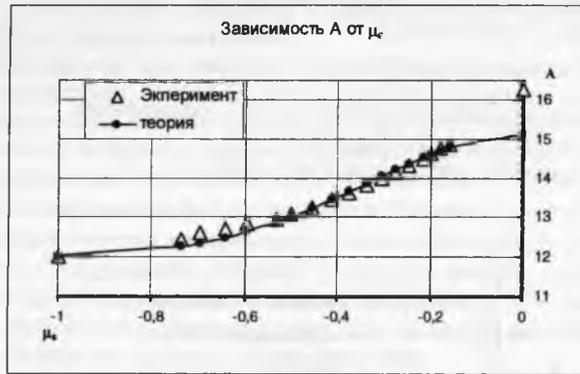


Рис. 3. Характер изменения  $A$  в зависимости от вида напряженного состояния

Влияние на уравнения (1) и (2) характеристики сопротивления сдвигу  $\Phi$  в большей мере проявляется при сложных нагружениях и в общем случае она считается зависящей от кинематики вееров скольжений. Последнее характеризуется двумя параметрами веера плоскостей скольжений и, соответственно,  $\Phi$  целесообразно представить функцией двух аргументов связанных с кинематикой веера плоскостей. Она записана нами в виде произведения двух функций: одна из которой зависит от “внутреннего” кинематического параметра скольжений  $p$  и характеризует  $\Phi$  при состояниях близких к сдвигу, а другая характеризует  $\Phi$  при состояниях близких к одноосному растяжению и зависит от  $\mu_\epsilon$ . При этом установлено, что достаточно удовлетворительной является аппроксимация

$$\Phi = q(1 - \mu_\epsilon) \left( 1 + k_\phi \frac{1}{\sigma_\phi \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(1-p)^2}{2\sigma_\phi^2}} \right) \quad (6)$$

$(q, k_\phi, \sigma_\phi - \text{const}).$

Для Ст40Х при  $k_\phi = 2,7$ ;  $\sigma_\phi = 0,16$ ;  $q = 25,7$  эта формула дает для  $\Phi$  значения отличающиеся от значений найденных в соответствии с экспериментальными данными не более, чем на 10 %.



Рис. 4. Зависимость функции  $\Phi$  от параметра  $p$ .

Параметр  $p$  является “внутренним” параметром, характеризующим кинематику скольжений и возникает вопрос об его определении. Поскольку характер развития вееров скольжений влияет на вид деформированного состояния, то целесообразно связать эти характеристики функциональной зависимостью, чтобы данный вопрос был решен приемлемым образом.

В результате проведенных расчетов значений  $p$  и значений  $\mu_\epsilon$  в соответствующих точках экспериментальных диаграмм деформирования (при разных уровнях и видах нагружения) выявлено наличие единой (для всех рассматриваемых образцов и нагружений) зависимости между параметром модели  $p$  и параметром Лоде-Надаи  $\mu_\epsilon$  (рис.5).

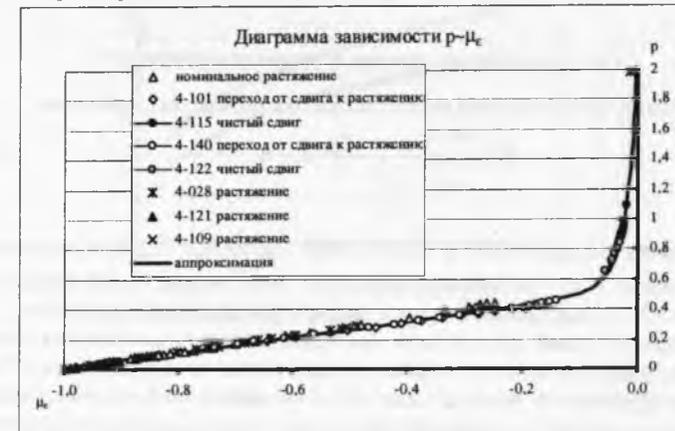


Рис. 5. Зависимость  $p - \mu_\epsilon$

С погрешностью в пределах 4% эту зависимость можно описать функцией

$$p = a \cdot \mu_\varepsilon + b - \frac{c}{(\mu_\varepsilon - d)^\eta}, \quad (7)$$

если значения входящих сюда констант считать равными  $a=0.5$ ,  $b=0.51$ ,  $c=0.00012$ ,  $d=0.04$ ,  $\eta=3$ .

Учитывая наличие такой единой диаграммы  $p-\mu_\varepsilon$  можно считать что определяющим для  $\Phi$  является только параметр  $p$  и вместо него на практике удобно взять соответствующую величину  $\mu_\varepsilon$  либо  $\Gamma_{23}/\Gamma_{13}$ . Диаграмма  $\Phi-\Gamma_{23}/\Gamma_{13}$  для рассмотренных экспериментальных данных имеет вид представленный на рис.6.



Рис. 6. Зависимость функции  $\Phi$  от вида деформирования.

Эту диаграмму аналитически можно описать с помощью выражения:

$$\Phi = \frac{k_1}{\left(0,5 - \frac{\Gamma_{23}}{\Gamma_{13}}\right)} - \frac{\Gamma_{23}}{\Gamma_{13}} \cdot k_2 + B \quad (8)$$

Если принять здесь  $k_1=1,91$ ;  $k_2=102,9$ ;  $B=51,45$ , то погрешность значений (8), по сравнению с их "экспериментальными" значениями, будет находиться в пределах 10%. Полученная по этим данным кривая, приведена на рис.6.

**В третьей главе** диссертации приведен алгоритм вычисления напряжений. Определение напряжений, непосредственно по выражениям (1) и (2), является трудоемкой задачей даже с применением современных вычислительных средств. Для упрощения процедуры вычислений представляется целесообразным применить взаимосвязь параметра кинематики скольжений  $p$  от величин пластических деформаций (7).

Значения  $Q$  определяется из отношения  $\Gamma_2/\Gamma_1$ , в котором при использовании уравнений (1) и (2) присутствуют величины  $Q$ ,  $\beta_0$  и  $p$ . В общем случае получаемое при этом уравнение для  $Q$  является довольно громоздким, но в частных случаях напряженных состояний оно упрощается.

Табличные данные экспериментов, проведенных В.И.Жигалкиным, при напряженном состоянии чистого сдвига показывают отклонение деформированного состояния от чистого сдвига (т.е.  $\Gamma_2 \neq 0$ ,  $\mu_\varepsilon \neq 0$ ). Этот факт согласуется и с расчетами деформаций по формулам (1) и (2). Вследствие такого фактора и присутствия в (1) и (2) пластической деформации  $\Gamma_2$  уравнения (1) и (2) следует рассматривать совместно.

Параметр  $p$  находится из выражения (7); состояниям близким к чистому сдвигу соответствуют значения ( $p > 0,5$ ).

Угол  $\beta_0$  определяется из уравнения (3) при найденных значениях  $p$ . При этом максимальное касательное напряжение находится из уравнения (1) без особых затруднений:

$$\tau_m = \tau_n + \Gamma_1 \Psi \left[ \frac{4\beta_0 - 2p(2\beta_0 - \sin 2\beta_0)}{\beta_0 - p(2\beta_0 - \sin 2\beta_0) + p' \left( \frac{3}{2}\beta_0 - \sin 2\beta_0 + \frac{\sin 4\beta_0}{8} \right)} \right] \quad (9)$$

Известные в экспериментах и вычисленные по этой формуле значения  $\tau_m$  для образца 4-115 приведены на рис. 7.

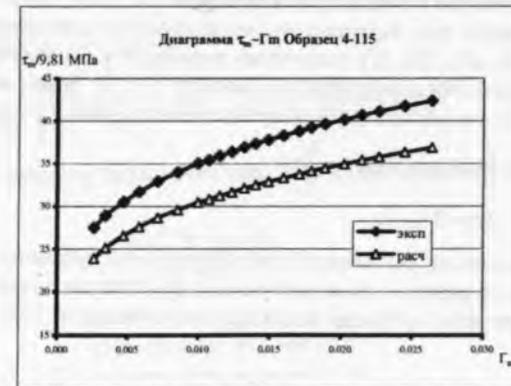


Рис. 7. Расчетные напряжения  $\tau_m$  в случае чистого сдвига.

Расчетный уровень напряжений оказался заниженным. Этот факт мы связываем с тем, что для образца 4-115 предел упругости примерно на 15% выше, чем у номинальной диаграммы чистого сдвига. Произведя расчет относительных значений  $\tau_m/\tau_n$  (с целью исключения этого фактора) установлено практическое совпадение результатов расчета с данными экспериментов (рис. 8).

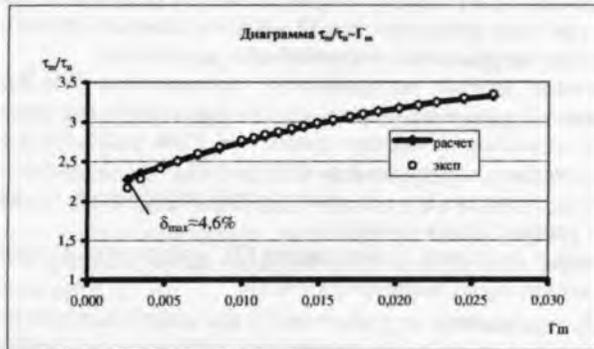


Рис. 8. Расчетная и экспериментальная диаграмма напряжений при чистом сдвиге.

Максимальное касательное напряжение  $\tau_m$  для рассматриваемого класса нагружений определяется двумя компонентами тензора напряжений ( $\sigma$  и  $\tau$ ). Чтобы по заданным пластическим деформациям найти  $\sigma$  и  $\tau$  необходимо кроме  $\tau_m$  определить также численные значения величины  $Q$ , которые могут быть найдены при известных значениях  $p$  и  $\beta_0$  из выражения для  $\Gamma_2/\Gamma_1$ . Соответствующее уравнение (относительно  $Q$ ) в случае напряженных состояний близких к чистому сдвигу получается довольно громоздким и сложным и для его решения составлена компьютерная программа в среде MathCAD.

Таким образом, при заданных по экспериментам значениях  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  и вычисленным по (3), (5), (6), (7) величинам параметров скольжений  $p$ ,  $Q$ ,  $\beta_0$  и значений материальных характеристик модели  $\Psi$  и  $\Phi$  будем иметь следующие соотношения для определения компонент напряжений  $\tau$  и  $\sigma$ :

$$\begin{cases} \tau = Q(\tau_m + \Phi) - \Phi \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} \\ \sigma = 2 \cdot \tau_m - \tau \end{cases} \quad (10)$$

Результаты вычислений их значений для образца 4-115 указаны на рис. 9.

Аналогичные результаты и диаграммы при чистом сдвиге, а также такие же их погрешности получены и для другого образца (4-106).

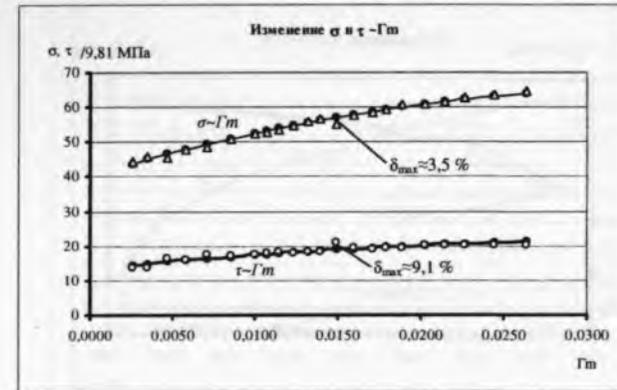


Рис. 9. Экспериментальные и расчетные напряжения (образец 4-115, чистый сдвиг)

При исследовании напряженных состояний "близких" к осевому растяжению в было отмечено, что на некотором этапе одноосного растяжения характер деформированного состояния меняется от чистого сдвига до осесимметричного одноосного растяжения. При этом характеристика скольжений  $\beta_0$  уже на начальном этапе нагружения достигает значения  $\beta_0 = \pi/2$ . В этом случае согласно (7)  $p \in [0.5; 0]$  и уравнения (1) и (2) значительно упрощаются

$$\Gamma_1 = \frac{\tau_m - \tau_n}{4\Psi} \left( \frac{1 - 2p + 1.5p^2}{1 - p} \right), \quad (11)$$

$$\Gamma_2 = -\frac{\tau_m - \tau_n}{4\Psi} \left( \frac{0.5 - 1.5p + 1.25p^2}{1 - p} - Q \frac{0.25 - 0.5p + 5p^2/16}{1 - p} \right) \quad (12)$$

Отсюда следуют выражения для максимального касательного напряжения -

$$\tau_m = \tau_n + \frac{4 \cdot \Gamma_1 \cdot \Psi \cdot (1 - p)}{1 - 2 \cdot p + 1.5 \cdot p^2} \quad (13)$$

и для  $Q$  -

$$Q = \frac{\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} (4 - 8p + 6p^2) + 2 - 6p + 5p^2}{1 - 2p + 1.25p^2}. \quad (14)$$

При заданных по экспериментам  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  и вычисленным по (5), (6), (13) и (14) значениям  $p$ ,  $Q$ ,  $\Psi$  и  $\Phi$  компоненты напряжений  $\tau$  и  $\sigma$ , также будут определяться из (10). Результаты выполненных подобным образом расчетов напряжений приведены на рис. 10.

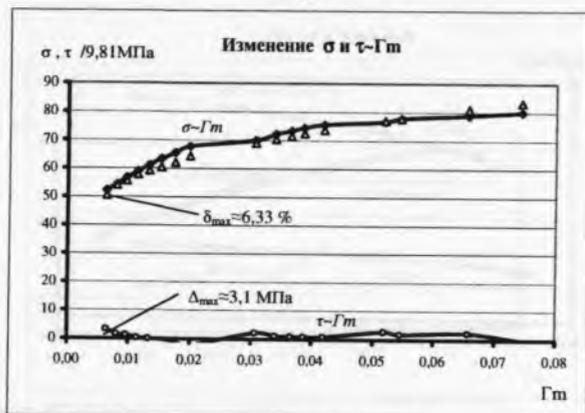


Рис. 10. Экспериментальные и расчетные напряжения (номинальная диаграмма осевого растяжения).

Аналогичные диаграммы осевого растяжения и их погрешности получены также и для реального образца (4-028), имеющего значительно больший уровень деформирования, чем другие образцы.

Погрешность расчетных значений напряжений определяемые по соотношениям (10) и (13) по сравнению с экспериментальными значениями составляет 7-10%.

В случае перехода от чистого сдвига к одноосному растяжению расчет напряжений ( $\tau$ ,  $\sigma$ ) производился по тем же уравнениям (10). Значения параметра  $p$  определяются по формуле (7); при этом в этом случае  $p > 0.5$  для определения максимального касательного напряжения следует использовать выражение (9), а в случае  $p \in [0.5; 0]$  - выражение (13). Значения  $Q$  вычисляются, как и в рассмотренных выше случаях в соответствии со случаями  $p > 0.5$  и  $0 < p < 0.5$ . Результаты выполненных таким образом расчетов напряжений для случая трехзвенного нагружения (образец 4-101) указаны на рис. 11. и рис. 12. Результаты расчетов для другого образца (4-140) дают идентичную картину.

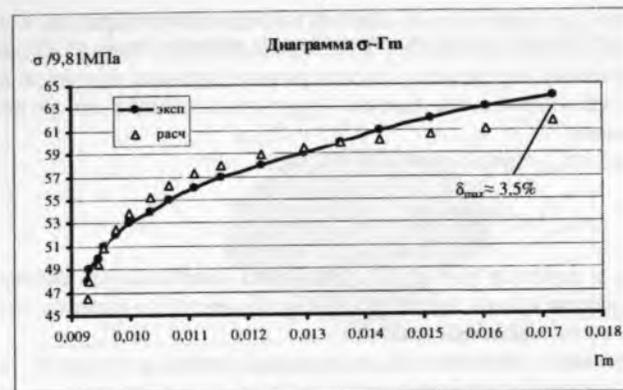


Рис. 11. Расчетные напряжения  $\sigma$  в случае сложного трехзвенного нагружения.

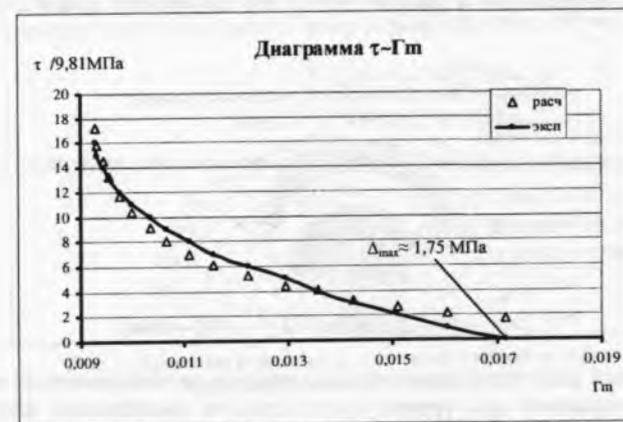


Рис. 12. Расчетные напряжения  $\tau$  в случае сложного трехзвенного нагружения.

В разделе 3.2 приведено построение поверхности текучести. При известных зависимостях для материальных функций можно построить и поверхность текучести для повторного нагружения из рассматриваемого класса, т.е. - определить значения нагрузок ( $\sigma$  и  $\tau$ ), при которых начнутся новые сдвиги. Но, прежде всего надо определить вторичные пределы текучести значения  $S_{nl}$  в разных плоскостях и направлениях.

Сопротивление сдвигу определено только в тех площадках и направлениях, где скольжения уже произошли и они вызывают соответствующие (раз)упрочнение материала. Вопрос подбора выражения для  $S_{nl}$ , а также материальных характеристик  $\Psi$  и  $\Phi$  для таких направлений остается открытым. До сих пор рассматривались лишь значения для  $S_{nl}$  в направлениях обратных к направлению произошедших скольжений и в частности - эффект Баушин-

гера при этом для определения сдвигов в направлении обратном к направлению уже прошедших предлагается доопределить функцию  $\Psi$ . Поэтому первое, что возможно определить – это вторичные пределы текучести для таких типов нагружения, когда скольжения будут продолжены в тех же плоскостях и направлениях.

Значения  $S_{nl}$ , определяемого формулой

$$S_{nl} = \psi + V\Psi\varphi_{nl} + \Phi\left(1 - \frac{\Gamma_{nl}}{\Gamma_m}\right), \quad (15)$$

вычислены, в качестве примера, в различных направлениях скольжений на главной площадке сдвига, когда первоначальные сдвиги вызваны нагружением одноосного растяжения/сжатия.

На примере номинальной диаграммы осевого растяжения, в начале, рассмотрен характер развития сопротивления сдвигу на главной площадке сдвигов по различным направлениям сдвига ( $\omega$ ) на различных этапах первоначального нагружения. В данном случае для выражений  $\varphi_{nl}$  и  $\Gamma_{nl}$  в (15) будем иметь:

$$\varphi_{nl} = 0.5\lambda_1 \left[ \Omega^2 - (\omega - \Omega_c)^2 \right] \quad (16)$$

$$\Gamma_{nl} = (2\Gamma_1 + \Gamma_2)n_1l_1 + (2\Gamma_2 + \Gamma_1)n_2l_2 \quad (17)$$

Для направляющих косинусов в этих выражениях величины углов будут равны:

$$\alpha_1 = 0; \beta_1 = 0; |\omega - \Omega_c| < \Omega$$

При этом

$$S_{nl} = \tau_n + V\Psi\frac{1}{2}\lambda_1 \left[ \Omega^2 - (\omega - \Omega_c)^2 \right] + \Phi(1 - \cos \omega). \quad (18)$$

Картина развития сопротивления сдвигу и ее составляющих частей в области скольжений при уровне максимального касательного напряжения  $\tau_m/9,81=26.13$  МПа изображена на рис. 14. Первый участок соответствует первому слагаемому в уравнении (17), т.е. упругой стадии деформирования; второй участок соответствует второму слагаемому в уравнении (17) и третий участок – третьему слагаемому выражения  $S_{nl}$ . Совокупность всех участков дает полное значение  $S_{nl}$  при рассматриваемом уровне нагружения.



Рис. 13. Картина изменения  $S_{nl}$  по различным направлениям в главной плоскости сдвига при растяжении.

Результаты произведенных расчетов полных значений  $S_{nl}$  для четырех разных уровней "первоначального" нагружения представлена на рис. 14.



Рис. 14. Динамика развития  $S_{nl}$  на главной площадке сдвига после пластического растяжения.

Для построения участка поверхности текучести, соответствующего рассматриваемому классу нагружения, задавались траектории пропорционального нагружения определяемого коэффициентом  $k=t/\sigma$ . При этом необходимо было вычислить значения компонент напряжений  $\tau_{nl}$  в различных направлениях ( $\omega$ ) в рассматриваемой главной площадке и определить то направление ( $\omega^*$ ) и уровень нагружения ( $\tau^*$ ) при котором данное напряжение достигает соответствующего уровня  $S_{nl}$ .

В работе рассмотрены три пути нагружения:  $k=0$  – случай осевого растяжения  $\tau_m = \sigma/2$ ,  $k=1/3$  – случай чистого сдвига  $\tau_m = 2\sigma/3$ , и  $k=1/4$  – произвольное (промежуточное) нагружение  $\tau_m = 5\sigma/8$ .

Результаты расчетов представлены на рис.15. Выяснилось что, несмотря на разные траектории повторных нагружений, скольжения возникают при одном и том же максимальном касательном напряжении  $\tau_m = \tau_m^*$ . При этом оказалось, что  $\tau_{nl}=S_{nl}$  во всех направлениях первоначальных сдвигов.

Полученной, таким образом, поверхности нагружения в плоскости напряжений  $\sigma$  и  $\tau$  соответствует прямая линия параллельная ее начальному положению (рис. 15). Построение такой линии для различных уровней первоначального нагружения ( $\tau_m^*/9,81 = 32; 38,5; 42 \text{ МПа}$ ) показывает (рис. 16), что она перемещается пропорционально  $\tau_m^*$ .

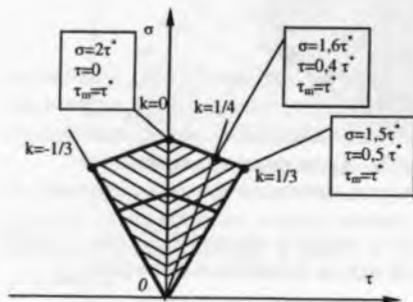


Рис. 15. Поверхность текучести.

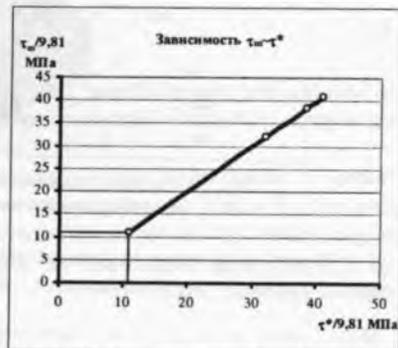


Рис. 16. Диаграмма зависимости  $\tau_m^* - \tau^*$ .

Расчеты значений  $S_{nl}$  в случае, когда начальные сдвиги получены при нагружении чистого сдвига (образец 4-115) показали аналогичную картину развития сопротивления сдвигу, что и при осевом растяжении. Соответственно, получается и одна и та же поверхность текучести; разница только в растворе веерообразных направлений скольжений: при растяжении этот веер больше, чем при сдвиге, примерно на 20-25 %.

## ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

1) Функция упрочнения модели скольжений ( $\Psi$ ) представляется в виде произведения двух независимых функций, одна из которых зависит от максимальной сдвиговой деформации и является единой для различных видов нагружений, а другая – только от вида деформирования и описывается нормальным законом распределения. Такое построение для материала Ст40Х функции  $\Psi$  оказалась более удобным и точным, чем в случае, когда аргументами этой функции считались компоненты напряжений.

2) Показано, что вторая материальная характеристика модели ( $\Phi$ ) является кинематической характеристикой скольжений, зависящей от веерообразных направлений скольжений. При этом установлено, что внутренний параметр кинематики скольжений ( $p$ ) является доминирующим параметром, влияющим на характер изменения значений характеристики  $\Phi$ , и наличие тесной его корреляции с параметром Лоде-Надаи  $\mu_c$ . Для стали Ст40Х она представлена как функция одного аргумента  $\Phi = \Phi(p)$ .

3) Для класса нагружений, обеспечивающих монотонность скольжений, установлена параметрическая форма зависимости напряжений от деформаций, получены численные их решения и сравнительная погрешность этих решений. Тем самым показано, что соотношения деформационного типа, установленные в рамках пространственной модели скольжений М.Я. Леонова, могут быть успешно использованы для вычисления напряжений при известных значениях компонент монотонной пластической деформации однородных и изотропных материалов.

4) Показана возможность построения поверхности текучести при известном сопротивлении сдвигу. По ее значениям на главной площадке сдвига и соответствующем построении показана возможная картина развития поверхности текучести: она изменяется параллельно ее начальному положению и пропорционально уровню максимального касательного напряжения соответствующего первоначальному скольжению.

**Основные положения диссертации опубликованы в работах:**

1. Салиев А.Б., Чыныбаев М.К. О зависимости функции упрочнения от пластических деформаций // Материалы международного научно-технического симпозиума «Образование через науку» Т.1. – Бишкек, 2004. – С. 156-161.
2. Чыныбаев М.К. К расчету параметра модели скольжений // Известия КГТУ, Бишкек, - 2006. - №10, - С.226-230.
3. Чыныбаев М.К., Салиев А.Б. Экспериментальные данные по кинетике вееров скольжений // Материалы 48-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов, - Бишкек, 2006. - С.40-44.
4. Чыныбаев М.К. Решение нелинейных уравнений модели скольжений в системе MathCAD // Материалы 49-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов, - Бишкек, 2007. - С.51-54.
5. Чыныбаев М.К., Салиев А.Б. О функции упрочнения в концепции скольжений // Материалы международной научно-технической конференции «Вторые Ержановские чтения», - Актюбе, 2007. -С.477-479.
6. Салиев А.Б., Чыныбаев М.К. О кинематической характеристике вееров скольжений // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова, Бишкек, - 2007. №12. С.24-30.
7. Чыныбаев М.К. Определение напряжений при однородной монотонной деформации // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова, Бишкек, - 2007. - №12. С.30-37.
8. Чыныбаев М.К. Экспериментальный анализ кинетики вееров скольжений // Тез. докл. Международной XXII конференции Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов. - С-Пб, 2007. - С.128-129.
9. Чыныбаев М.К. Определение напряжений при монотонном деформировании пластичных материалов // Вестн. КазАТК им. М.Тынышпаева, Алматы, - 2008. -№ 6, -С. 94-100.
10. Чыныбаев М.К. О зависимости параметра модели скольжений от вида деформирования // Материалы международной научно-технической конференции. – Самарканд, 2007. - С.197-200.

**РЕЗЮМЕ**

Чыныбаев Мирлан Койчубекович

**Тема диссертации: «Уравнения связи напряжений и деформаций в модели скольжений»**

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04. – механика деформируемого твердого тела

**Ключевые слова:** *напряжение, пластическая деформация, модель скольжения М.Я. Леонова, сопротивление сдвигу, интенсивность скольжений, поверхность текучести.*

В данной диссертационной работе, сопротивление сдвигу построена как функция, зависящая от скольжений, и выявлены главные факторы, влияющие на ее изменение. Основываясь на деформационных соотношениях полученных в рамках пространственной модели скольжений М.Я. Леонова, составлена параметрическая форма зависимости напряжений от пластических деформаций. Проведенными численными расчетами полученных уравнений впервые показана возможность успешного использования этих соотношений для решения задачи определений напряжений при заданных монотонных пластических деформациях. Построена примерная картина части поверхности текучести и характер ее развития для рассмотренных классов нагружений.

## РЕЗИЮМЕ

Чыныбаев Мирлан Койчубекович

**«Жылмышуу моделиндеги чыңалуулардын жана деформациялардын байланыш теңдемелери»**

01.02.04 – деформациялануучу катуу нерселердин механикасы адистиги боюнча физика-математикалык илимдеринин кандидаттык даражасын алуу үчүн жазылган авторефераты

**Негизги сөздөр:** чыңалуу, пластикалык деформация, М.Я. Леоновдун жылмышуу модели, жылышуу каршылыгы, жылмышуунун интенсивдүүлүгү, беттик агуу.

Диссертацияда монотондук пластикалык деформация үчүн деформациялык катыштарды колдонуп, параметрдик формада чыңалуунун пластикалык деформацияга көз карамдылыгы аныкталган. Берилген монотондук калдыктуу деформациялардагы чыңалууларды аныктоо маселелерин чыгаруу үчүн биринчи жолу М.Я. Леоновдун жылмышуу моделин колдонуу мүнкүнчүлүгү көрсөтүлгөн. Каралган жүктөө топтору үчүн агуу жана анын өсүү мүнөздөрүн көрсөтүүчү картина тургузулган. Жылышуу каршылыгы, жылышууга көз каранды функция экендиги жана анын өзгөрүшүнө таасир этүүчү негизги фактарлар аныкталган.

## ABSTRACT

Mirlan Koichubekovich Chynybaev

**« The coupling equation of stresses and deformations in model of sliding»**  
for the grade of candidate of physical – mathematical sciences  
Specialty: 01.02.04 - mechanics of deformable solid body

**Key words:** stresses, plastic deformation, model of sliding of M.J.Leonov, resistance to shift, intensity of slidings, yield surface.

In the given dissertational work, being based on deformation parities for monotonous plastic deformation, the parametrical form of dependence of stresses from plastic deformations is made. By the lead numerical calculations of the received equations the opportunity of successful use of deformation parities of model of sliding of M.J.Leonov for the decision of a problem of definitions of stresses for the first time is shown at the set monotonous plastic deformations. The provisional picture of a surface of fluidity and character of its development for the considered classes stresses is constructed. Resistance to shift it is constructed as the function depending on sliding, and the primary factors influencing its change are revealed.



Чыныбаев Мирлан Койчубекович

**УРАВНЕНИЯ СВЯЗИ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ  
В МОДЕЛИ СКОЛЬЖЕНИЙ**

Автореферат диссертации

Тех.редактор Курманалиев Б.К.

Подписано к печати 11.04.2008г. Формат бумаги 60x84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>.  
Бумага офс. Печать офс. Объем 1,4 п.л. Тираж 100 экз. Заказ 134  
г.Бишкек, ул, Сухомлинова, 20. ИЦ "Текник" КГТУ, т.: 56-14-55, 54-29-43  
E-mail: ict@ktu.aknet.kg, beknur@mail.ru