КЫРГЫЗСКО - РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ДИССЕРТАЦИОННЫЙ СОВЕТ К05.06.320

На правах рукописи

УДК: 303.717:330.42

БАРАКОВА ЖЫРГАЛБУБУ ТОКТОБЕКОВНА

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМОВ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ РАЗНОТЕМПОВЫМИ ПРОЦЕССАМИ В ЭКОНОМИКЕ

Специальность 05.13.10-управление в социальных и экономических системах

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Бишкек - 2008

Работа выполнена в Институте управления и бизнеса при Кыргызском государственном техническом университете им. И. Раззакова

Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент Иманалиев Замирбек Кирешеевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Бийбосунов Болотбек Ильясович

кандидат экономических наук, доцент Чороев Калыбек Чороевич

Ведущая организация: Институт математики Национальной академии наук КР 720071, Бишкек, прос. Чуй 265а

Защита состоится « 20 » июня 2008 г. в 14:00 часов на заседании совета по защите диссертаций К 05.06.320 в Кыргызско-Российском Славянском университете (КРСУ) по адресу: 720000, г. Бишкек, ул. Киевская 44, ауд. 212 – Конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке КРСУ по адресу: 720000, г. Бишкек, ул. Киевская 44.

Автореферат разослан «17» мая 2008г.

Ученый секретарь диссертационного совета
к.т.н., доцент (Манжикова) С.Ц. Манжикова

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Основной характерной чертой современного этапа развития экономической науки является её математизация, которая проявляется в виде математической модели при изучении экономического процесса и исследования этой модели аналитическими методами, либо на основе вычислительных экспериментов. В период рыночной экономики основное внимание уделяется экономическим факторам таким, как темп прироста капитальных вложений, продолжительность освоения инвестиций, нормы накопления и потребления. Изменение таких факторов влияет на принятие важных решений. Для того чтобы учитывать их влияние, следует использовать методы решения технических задач для моделирования динамики экономических систем. Методы оптимального управления, а именно, методы момента и малого параметра для решения экономических задач применяются крайне редко. Использование этих методов к экономическим процессам даст возможность учитывать определенные воздействующие факторы и их влияния, а также позволяют оценивать изменения в процессах.

В большинстве случаев экономические процессы протекают во времени, вследствие чего соответствующие математические модели являются динамическими. В экономике часто возникают ситуации, когда одна из переменных изменяется гораздо быстрее, чем остальные. Учитывая их скорости изменения при разделении взаимодействующих подсистем, можно достичь предсказуемости их поведения. В известной книге «Основы экономического анализа» А. Самуэльсон подчеркивал, что «польза от любого теоретического построения состоит в том, чтобы понять характер поведения экономических переменных в зависимости от определенных данных или параметров».

Следовательно, важно использовать математические модели и алгоритмы, приспособленные для решения задачи средствами современных информационных технологий, позволяющих автоматизировать процесс получения наилучшего решения. Поэтому данная работа, посвященная разработке аналитических алгоритмов оптимального управления динамическими процессами в экономике является актуальной.

Целью работы является разработка аналитических методов оптимального управления динамическими процессами в экономике путем использования методов момента и малого параметра и создание программного обеспечения информационной системы, реализующей предложенные аналитические методы.

Для достижения цели в работе были поставлены следующие *задачи:*

1. Исследование задач экономической динамики и приведение их к задачам управления, решаемым методом малого параметра.
2. Разработка динамической модели межотраслевого баланса, которая описывается системой сингулярно возмущенных уравнений.
3. Разработка алгоритма для решения задач оптимального управления экономикой с применением метода момента.

4. Исследование задачи оптимального управления для однопродуктовой модели экономики и проведение сравнительного анализа с известными результатами, полученными другими способами.

5. Исследование задачи оптимального управления экономикой на макроуровне методами момента и малого параметра с учётом запаздывания ввода в действия основных производственных фондов.

6. Оценка развития экономики на основе однопродуктовой оптимизационной модели с малым параметром.

7. Разработка программного обеспечения информационной системы управления динамическими процессами в экономике, в основе которой лежат разработанные математические модели и методы.

Научная новизна работы.

1. Создана динамическая модель межотраслевого баланса, основанная на использовании классической формы балансовых соотношений.

2. Разработаны аналитические алгоритмы оптимального управления экономикой на совместном использовании методов момента и теории сингулярных возмущений.

3. Предложен способ декомпозиции управляемой системы с разнотемповыми координатами.

4. Предложен алгоритм определения траектории разнотемповых подсистем, удолетворяющие заданным краевым условиям, при этом левые и правые пограничные составляющие определяются одновременно.

Практическая значимость работы.

Развитые в диссертации методы позволяют разделить переменные управляемой системы для определения оптимальных траекторий, а также исследовать вопросы управления экономикой с позиции методов момента и малого параметра. При этом применение декомпозиции при определении оптимальных параметров управления сокращает объем вычислительных процедур. На основе разработанных алгоритмов и математической модели создана информационная система, которая позволяет автоматизировать проведение расчетов основных экономических показателей и продемонстрировать достаточно простую методику решения задач в экономике. Созданное программное обеспечение внедрено в Госкомимуществе Кыргызской республики.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

1. Динамическая модель межотраслевого баланса, описываемая системой сингулярно возмущенных уравнений.

2. Способ построения переходной матрицы для получения системы с разделенными координатами из исходной управляемой системы с медленными и быстрыми координатами.

3. Алгоритмы расчета основных экономических показателей при сингулярном возмущении путем использования метода момента.

4. Программная разработка систем управления динамическими процессами в экономике.

Апробация результатов диссертации.

Результаты диссертации обсуждались на: Межд. науч. конф. «Современные технологии и управление качеством в образовании, науке и производстве: опыт адаптации и внедрения» (Бишкек, 2001, 2002); Юбилейной науч. конф. «Единое образовательное пространство XXI века», посвященной 10 - летию образования КРСУ (Бишкек, 2003); Межд. науч.–техн. симпозиуме (Бишкек, 2004); Межд. конф. «Развитие информационно–коммуникационных технологий в информационном обществе: состояние и перспективы» (Бишкек, 2004); IX гор. науч.–прак. конф. преп. и студ. (Южно –Сахалинск, 2004); Межд. науч.–техн. конф. «Инновации в образовании, науке и технике», посвященной 100-летию первого ректора ФПИ–КГТУ проф. Сухомлинова (Бишкек, 2006); Межд. конгрессе «Математика в XXI веке» (Новосибирск, 2006); Межд. науч. конф. «Исследования по математическому анализу, математическому моделированию и информатике» (Владикавказ, 2007).

Публикации.

По теме диссертации опубликовано в 25 научных работ, среди которых:

1. «Программа для вычисления выпуска продукции и оптимальной траектории накопления и потребления по отраслям» заявлена в Государственном Агентстве интеллектуальной собственности при Правительстве КР. Получено авторское свидетельство №65 от 19.05.04;

2. «Комплексная программа для приближенных алгоритмов оптимального управления динамическими процессами экономики при сингулярных возмущениях» заявлено в Государственном Агентстве интеллектуальной собственности при Правительстве КР и официально зарегистрирована решением №86 от 16.03.05. Список публикаций приведён.

Структура и объём диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и списка использованных источников, включающего 122 наименований, изложена на 149 страницах машинописного текста и содержит 3 приложения.

Содержание работы.

Во **введении** отмечена актуальность исследуемой темы, дается обзор и краткий анализ существующих подходов и методов в исследованиях, связанных с темой диссертации, ставятся цели и задачи исследования, изложено краткое содержание работы.

Первая глава посвящена изучению влияния малого параметра, носящего в себе экономический смысл, представлены основные задачи экономической динамики, приводимые к задачам оптимизации, решаемым методом возмущений. Указано как формализуются задачи экономической динамики в рамках метода возмущений. Обоснованы математические представления о декомпозиции системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с граничными условиями с помощью замены переменных.

1. Динамическая модель межотраслевого баланса. Рассматривается задача, показывающая полное распределение продукции каждой отрасли по направлению: потребления, накопления, конечного продукта. Согласно основным балансовым уравнениям (Багриновский К.А., Карасев А.И. и др.) для каждой из n отраслей

$$x_j = \sum_{k=1}^{n} \upsilon_{jk} + s_j + w_j, \qquad (1)$$

где $x_j, w_j, \upsilon_{jk}, s_j$ – соответственно производство продукции, конечное потребление, потребление продукции, количество продукции j-й отрасли в единицу времени. Из условия прямой пропорциональности производственных затрат (вектор $\bar{\upsilon}$) общему выпуску производства (вектор $\bar{x}$) следует, что для всякой отрасли справедливо равенство (Замков О.О., Толстопятенко Ю.Н.):

$$\upsilon_j = \sum_{k=1}^{n} a_{jk}(t) x_k \qquad (j = 1,2,...n), \qquad (2)$$

где a_{jk} – технологические коэффициенты.

Равенство (2) в векторной форме записывается так:

$$\bar{\upsilon} = A(t)\bar{x}.$$

Если обозначить через s_{jk} – поток продукции j-й отрасли, направленный на увеличение наличного капитала k-й отрасли, то капитальные вложения s_{jk} пропорциональны приросту выпуска продукции k-й отрасли, т.е.

$$s_{jk} = b_{jk} \frac{dx_k}{dt},$$

где b_{jk} – коэффициенты приростной капиталоемкости.

При этом наличный капитал каждой отрасли увеличивается только за счет собственных инвестиций, поэтому в данном случае $s_{jk} \neq 0$, если $j = k$, $s_{jk} = 0$, если $j \neq k$. Здесь объем собственных инвестиций, направленный на увеличение капитала не должен превышать прироста выпуска продукции.

1) $$s_{ii} = \frac{dx_i}{dt} \qquad i = 1,2,...k. \qquad (3)$$

2) $$s_{jj} = \mu \frac{dx_j}{dt} \qquad j = k+1, k+2,...n. \qquad (4)$$

Здесь μ – малый параметр $(0 < \mu < 1)$. Отсюда равенство (2) перепишем в виде:

$$\begin{pmatrix} \bar{\upsilon}^{(1)} \\ \bar{\upsilon}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1(t) & A_2(t) \\ A_3(t) & A_4(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

где $\upsilon^{(1)}, x - k$ – мерные, $\upsilon^{(2)}, z - (n-k)$ – мерные векторы, $\bar{x} = (x_1, x_2, ... x_k)$, $\bar{z} = (x_{k+1}, x_{k+2}, ... x_n)$.

С учетом (3), (4) и (5) из основного векторного балансового равенства (1) получаем:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (E_k - A_1(t))x - A_2(t)z - w^{(1)}, \\ \mu\dot{z} &= -A_3(t)x + (E_{n-k} - A_4(t))z - w^{(2)}. \end{aligned} \qquad (6)$$

Здесь E_k, E_{n-k} – единичные матрицы размеров $k \times k$, $(n-k)\times(n-k)$ соответственно; $w^{(1)}, w^{(2)}$ – векторы конечного продукта с размерностями k и

$n-k$ соответственно. В результате получается динамическая модель межотраслевого баланса, описываемая системой сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений (6).

2. Неоклассическая задача об оптимальном экономическом росте. Имеется одна фазовая координата - капиталовооруженность рабочего $k(t)$, а уравнение движения получено в виде (в книге Интрилигатора М.):

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - \lambda k(t) - c(t).$$

Здесь $f(k), c(t)$ – производительность труда и потребление в зависимости от капитала на одного рабочего, $\lambda = \varepsilon + n$, ε – норма амортизации, n – показатель темпа роста. При этом в качестве управляющего параметра берется потребление на одного рабочего в заданном интервале времени $[t_0, t_1]$, а допустимая траектория потребления $c(t)$ удовлетворяет ограничению

$$0 \le c(t) \le f(k(t)), \quad \forall t \in [t_0, t_1]$$

На практике возникает необходимость проследить темп прироста капитальных вложений и исследовать магистральные свойства траектории оптимального экономического роста на горизонте времени планирования. При этом тождество для валовых инвестиций имеет форму: $J(t) = \mu \dot{K} + \varepsilon K(t)$, где μ – малый параметр $(0 \le \mu \le 1)$. Тогда неоклассическая модель экономического роста описывается сингулярно возмущенным дифференциальным уравнением:

$$\mu \dot{k} = f(k(t)) - (\varepsilon + \mu n)k(t) - c(t). \qquad (7)$$

Начальное и конечное состояния заданы значениями капиталовооруженности рабочего при $t = t_0$ и при $t = t_1$

$$k(t_0) = k_0, \qquad k(t_1) = k_1. \qquad (8)$$

Управлением является потребление одного рабочего $\{c(t)\}$ такое, что

$$\max_{\{c(t)\}} J = \int_{t_0}^{t_1} e^{-2\delta(t-t_0)} \left(ac(t) - \frac{1}{2} bc^2(t) \right) dt \qquad (9)$$

при условиях (7)–(8). Здесь $\delta > 0$ – норма дисконтирования, $U(c) = ac(t) - \frac{1}{2} bc^2(t)$ является функцией полезности $(a > 0, \quad b > 0)$.

3. Задача оптимального распределения валового продукта при различных критериях качества. Рассмотрим динамическую однопродуктовую модель Леонтьева (Кротов В.Ф., Турман В.И.), которая представляет собой балансовое соотношение

$$b\frac{dx}{dt} = (1-a)x - \omega, \qquad x \ge 0, \qquad (10)$$

$$x(0) = x_0. \qquad (11)$$

Здесь x – количество валовой продукции, производимой в единицу времени; a – коэффициент производственных материальных затрат; b – коэффициент приростной фондоемкости. Процесс распределения валового продукта описывается уравнением (10), а интенсивность валового выпуска в начальный момент времени определяется равенством (11). Чтобы определить наиболее эффективный путь экономического роста, т.е. выбрать из множества допустимых процессов наилучший, требуется, как известно, задать функционал J, определяющий качество процесса.

Критерий, предусматривающий рост потребления и возможность наращивать определенный экономический потенциал к конечному моменту времени, может быть выражен функционалом

$$J = \frac{\alpha}{2}\int_0^T e^{-\delta t}\omega^2 dt + \beta x\ (T) \to \min. \tag{12}$$

Здесь функция полезности квадратичное и подынтегральное выражение $e^{-\delta t}\omega^2$ – дисконтированное потребление; δ – норма дисконтирования. Весовые коэффициенты α, β говорят о приоритете, который имеет каждый из этих слагаемых. Если мы отдаем предпочтение потреблению, то $\alpha > \beta$, а если предпочтение отдается накоплению производственного потенциала то $\alpha < \beta$.

Задача 1. Найти минимум величины (12) при ограничениях (10), (11).

Задача 2. В этом случае качество процесса оценивается линейным функционалом:

$$J = \int_0^T e^{-\delta t} w(t)dt \to \max \quad \text{или} \quad J = -\int_0^T e^{-\delta t} w(t)dt \to \min. \tag{13}$$

Допустимо полагать также, что интенсивность потребления $w(t)$ не может превышать некоторого максимального уровня w^*, так что $0 \le w \le w^*$.

4. Задача оптимального управления в однопродуктовой макромодели с учетом запаздывания процесса освоения инвестиций. При идентификации экономических процессов на макроуровне одним из главных вопросов является формирование взаимосвязей экономических факторов с учётом запаздывания. Так, например, объём основных производственных фондов увеличивается за счёт инвестиции. Предположим, что рост трудовых ресурсов происходит с постоянным темпом, равным n, тогда $\dot{L} = nL$. Из основной однопродуктовой модели, переходя к «относительным переменным», получим систему сингулярно возмущенных уравнений

$$\begin{aligned} &\dot{k} = -(\varepsilon + n)k + \upsilon, \\ &\mu\dot{\upsilon} = (1-a) fk - (1+\mu n)\upsilon - \overline{w}, \\ &k(0) = k_0, \qquad \upsilon(0) = \upsilon_0, \\ &k(T) = k_T, \qquad \upsilon(T) = \upsilon_T, \end{aligned} \tag{14}$$

где $\mu = 1/\lambda$, $\quad \overline{w} = w - (1-a)r$, k, w, υ – в тех же обозначениях.

Следует заметить, что темп освоения капитальных вложений определяется параметром μ. При малых значениях μ продолжительность запаздывания предельно сокращается, и процесс освоения капитальных вложений происходит быстро. Для системы (14) с граничными условиями рассмотрим задачу о выборе траектории потребления на одного рабочего при условии

$$J = \int_0^T e^{-\delta s} w_{\bullet}(s)ds \to \max.$$

5. Оценка оптимального развития экономики на основе однопродуктовой оптимизационной модели с малым параметром. Здесь методом малого параметра исследуется задача оптимального управления для однопродуктовой модели экономики и проводится сравнительный анализ с известными результатами, которые получены другими способами. Следует отметить, что в начале этой задачи требуется формировать магистраль данной модели и найти соответствующее управление, реализующее эту магистраль. При решении последней, здесь предложен новый подход, который основан на простых свойствах убывающей функции на замкнутом промежутке.

В разделе 1.1 рассматривается сингулярно возмущенная система уравнений

$$\begin{aligned} &\dot{x} = A_1(t)x + A_2(t)z + B_1(t)u, \\ &\mu\dot{z} = A_3(t)x + A_4(t)z + B_2(t)u, \end{aligned} \tag{15}$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} &x(t_0) = x^0, \quad x(t_1) = x^1, \\ &z(t_0) = z^0, \quad z(t_1) = z^1, \end{aligned} \tag{16}$$

где $t \in [t_0, t_1]$, $x \in R^n$, $z \in R^m$ – векторы переменных состояния; $u \in R^r$ – вектор управления; x^0, z^0, x^1, z^1 – заданные величины. Матрицы $A_i(t), i = \overline{1,4}$, $B_j(t), j = 1,2$, равномерно ограничены и непрерывны вместе со своими производными при $t \in [t_0, t_1]$. Кроме того, корни $\square_i(t)$ характеристического уравнения матрицы $A_4(t)$ подчиняются неравенству:

$$\operatorname{Re}\lambda_i(t) \le \gamma < 0 \quad (i = \overline{1,m}; \quad t \in [t_0, t_1]).$$

Принято, что такое условие выполняется во всей диссертационной работе. С помощью замены

$$z = \tilde{z} + H(t,\mu)x, \tag{17}$$

$$x = \tilde{x} - \mu N(t,\mu)\tilde{z}, \tag{18}$$

разделяются переменные в (15) и получается система

$$\begin{aligned} &\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}_1\tilde{x} + \tilde{B}_1 u, \\ &\mu\dot{\tilde{z}} = \tilde{A}_4\tilde{z} + \tilde{B}_2 u, \end{aligned} \tag{19}$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} &\tilde{x}(t_0) = \tilde{x}^0, \quad \tilde{x}(t_1) = \tilde{x}^1, \\ &\tilde{z}(t_0) = \tilde{z}^0, \quad \tilde{z}(t_1) = \tilde{z}^1, \end{aligned} \tag{20}$$

где $\tilde{A}_1(t,\mu) = A_1(t) + A_2(t)H(t,\mu)$, $\quad \tilde{A}_4(t,\mu) = A_4(t) - \mu H(t,\mu)A_2(t)$, $\quad$ (21)

$\tilde{B}_2(t,\mu) = B_2(t) - \mu H(t,\mu)B_1(t)$, $\quad \tilde{B}_1(t) = B_1(t) + N(t,\mu)\tilde{B}_2(t)$ $\quad$ (22)

Разделенные подсистемы объединяются только управлением и свойства управляемости системы одинаковые. Формулируется и доказывается теорема, позволяющая установить связь между переходными матрицами (15) и (19). При этом на основе декомпозиции выведена формула переходной матрицы преобразования исходной системы.

Во второй главе представлены способы построения оптимального управления при различных критериях качества для систем с разделенными координатами. Рассматриваются случаи, когда конечные состояния исследуемой системы жестко фиксированы и когда правые концы переменных состояния свободны. В отличие от известных работ, предложенные здесь новые приближенные аналитические алгоритмы определения оптимальных параметров, основаны на совместном использовании идеи проблемы моментов и теории сингулярных возмущений. С учетом этого решается задача оптимального управления (ОУ), включающая условие минимума функционала

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_1} u^2(t)dt$$

на траекториях аппроксимирующей системы

$$\dot{\bar{x}} = A_0(t)\bar{x} + B_0(t)u, \qquad \bar{x}(t_0) = x^0, \quad \bar{x}(t_1) = x^1,$$
$$\mu\dot{\tilde{z}} = A_4(t)\tilde{z} + B_2(t)u, \qquad \tilde{z}(t_0) = \tilde{z}^0, \quad \tilde{z}(t_1) = \tilde{z}^1.$$

Эта система является асимптотической с точностью $O(\mu)$. Решения задачи можно представить в виде:

$$\bar{x}_0(t) = \Phi(t,t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t} \Phi(t,s)B_0(s)u(s)ds,$$

$$\tilde{z}_0(t,\mu) = e^{A_4(t_0)\left(\frac{t-t_0}{\mu}\right)}\tilde{z}^0 + \frac{1}{\mu}\int_{t_0}^{t} e^{A_4(s)\left(\frac{t-s}{\mu}\right)}B_2(s)u(s)ds,$$

где $\Phi(t,t_0)$ – переходная матрица. Для задачи определим управление следующим образом:

$$u_0(t) = \begin{cases} \bar{u}^*(t), & t_0 \le t \le t_1, \\ V\left(\frac{t_1 - t}{\mu}\right), & 0 \le \frac{t_1 - t}{\mu} \le \frac{t_1 - t_0}{\mu} < +\infty, \end{cases}$$

где $V\left(\frac{t_1 - t}{\mu}\right)$ – пограничная функция, которая имеет вид

$$V(\lambda) = B_2'(t_1)e^{A_4'(t_1)\lambda}W_*^{-1}\alpha_2,$$

$$W_* = \int_0^{+\infty} e^{A_4(t_1)\lambda}B_2(t_1)B_2'(t_1)e^{A_4'(t_1)\lambda}d\lambda, \quad \lambda = \frac{t_1 - t}{\mu}.$$

Управление $V\left(\frac{t_1 - t}{\mu}\right)$ переводит быструю подсистему из начального состояния $\tilde{z}(t_0) = \tilde{z}^0$ в конечное состояние $\tilde{z}(t_1) = \tilde{z}^1$ и соответствующая оптимальная траектория $\tilde{z}_0(t,\mu)$ при $\mu \to 0$ стремится к решению порождающей системы, причем в ней содержатся левые и правые пограничные функции, которые имеют существенные значения в окрестности граничных точек и при удалении от них быстро убывают. Таким образом, удается построить приближенные оптимальные траектории медленных и быстрых подсистем, удолетворяющие заданным краевым условиям. При этом левые и правые пограничные составляющие определяются одновременно, что невозможно получить известными приближенныме методами оптимального управления.

Задаче оптимального управления с квадратичным критерием качества посвящен раздел 2.2: требуется найти непрерывную r – мерную вектор функцию $u(t)$, доставляющую минимум функционалу

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_1} u'(t)u(t)dt + y'(t_1)Fy(t_1) \tag{23}$$

на траекториях системы

$$\dot{y} = A(t)y + B(t)u, \tag{24}$$
$$y(t_0) = y^0, \qquad y(t_1) = y^1,$$

где $F = \begin{pmatrix} F_1 & F_2 \\ F_2' & F_3 \end{pmatrix}$ – постоянная, положительно определенная матрица, $A(t) = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3/\mu & A_4/\mu \end{pmatrix}$, $B(t) = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2/\mu \end{pmatrix}$. Заменим систему (24) эквивалентной системой, у которой разделены составляющие вектора состояния (раздел 1.2). В этом случае оптимальное управление для объекта с критерием качества является функцией от матрицы, удовлетворяющей матричному дифференциальному уравнению Риккати–Бернулли. С помощью ввода блочной матрицы система переписывается в виде трех линейных сингулярно возмущенных уравнений с конечными условиями. После предварительного упрощения исходной системы уравнения, входящие в систему не зависят друг от друга.

Таким образом, нелинейное матричное дифференциальное уравнение Риккати–Бернулли заменяется линейной системой взаимно независимых дифференциальных уравнений меньшей размерности относительно подматриц грамиане, которые решаются независимо друг от друга.

В разделе 2.3 решается задача управления сингулярно возмущенной квазилинейной системой по квадратичному критерию. Декомпозиция быстрых и медленных движений проводится по схеме, предложенной в разделе 1.2. Здесь же все рассуждения раздела 1.4 переносится для задачи управления сингулярно возмущенной квазилинейной системой. Следовательно, находится управление, доставляющее минимум функционалу и переводящее систему из начального состояния в конечное состояние за время $T = t_1 - t_0$. Используя рекуррентное соотношение для последовательностей, здесь удается построить управление как равномерно сходящуюся последовательность.

В разделе 2.4 демонстрируется решение задачи оптимального управления (24), когда критерием оптимальности служит линейный функционал

$$J = \int_{t_0}^{T} e^{-\delta t}u(t)dt, \qquad \delta \ge 0 \tag{25}$$

с ограничением на множестве допустимых решений

$$\max_{t_0 \le t \le T}|u(t)| \le \nu. \tag{26}$$

Систему (24) заменив эквивалентной системой, у которой разделены составляющие вектора состояния, рассмотрим порождающую систему. В

Во **второй главе** представлены способы построения оптимального управления при различных критериях качества для систем с разделенными координатами. Рассматриваются случаи, когда конечные состояния исследуемой системы жестко фиксированы и когда правые концы переменных состояния свободны. В отличие от известных работ, предложенные здесь новые приближенные аналитические алгоритмы определения оптимальных параметров, основаны на совместном использовании идеи проблемы моментов и теории сингулярных возмущений. С учетом этого решается задача оптимального управления (ОУ), включающая условие минимума функционала

$$J(u)=\int_{t_0}^{t_1} u^2(t)dt$$

на траекториях аппроксимирующей системы

$$\dot{\bar{x}}=A_0(t)\bar{x}+B_0(t)u,\qquad \bar{x}(t_0)=x^0,\quad \bar{x}(t_1)=x^1,$$
$$\mu\dot{\tilde{z}}=A_4(t)\tilde{z}+B_2(t)u,\qquad \tilde{z}(t_0)=\tilde{z}^0,\quad \tilde{z}(t_1)=\tilde{z}^1.$$

Эта система является асимптотической с точностью $O(\mu)$. Решения задачи можно представить в виде:

$$\bar{x}_0(t)=\Phi(t,t_0)x^0+\int_{t_0}^{t}\Phi(t,s)B_0(s)u(s)ds,$$

$$\tilde{z}_0(t,\mu)=e^{A_4(t_0)\left(\frac{t-t_0}{\mu}\right)}\tilde{z}^0+\frac{1}{\mu}\int_{t_0}^{t}e^{A_4(s)\left(\frac{t-s}{\mu}\right)}B_2(s)u(s)ds,$$

где $\Phi(t,t_0)$ – переходная матрица. Для задачи определим управление следующим образом:

$$u_0(t)=\begin{cases}\bar{u}^*(t), & t_0\le t\le t_1,\\ V\left(\dfrac{t_1-t}{\mu}\right), & 0\le\dfrac{t_1-t}{\mu}\le\dfrac{t_1-t_0}{\mu}<+\infty,\end{cases}$$

где $V\left(\frac{t_1-t}{\mu}\right)$ – пограничная функция, которая имеет вид

$$V(\lambda)=B_2'(t_1)e^{A_4'(t_1)\lambda}W_*^{-1}\alpha_2,$$

$$W_*=\int_0^{+\infty}e^{A_4(t_1)\lambda}B_2(t_1)B_2'(t_1)e^{A_4'(t_1)\lambda}d\lambda,\quad \lambda=\frac{t_1-t}{\mu}.$$

Управление $V\left(\frac{t_1-t}{\mu}\right)$ переводит быструю подсистему из начального состояния $\tilde{z}(t_0)=\tilde{z}^0$ в конечное состояние $\tilde{z}(t_1)=\tilde{z}^1$ и соответствующая оптимальная траектория $\tilde{z}_0(t,\mu)$ при $\mu\to 0$ стремится к решению порождающей системы, причем в ней содержатся левые и правые пограничные функции, которые имеют существенные значения в окрестности граничных точек и при удалении от них быстро убывают. Таким образом, удается построить приближенные оптимальные траектории медленных и быстрых подсистем, удолетворяющие заданным краевым условиям. При этом левые и правые пограничные составляющие определяются одновременно, что невозможно получить известными приближенныммы методами оптимального управления.

Задаче оптимального управления с квадратичным критерием качества посвящен раздел 2.2: требуется найти непрерывную r – мерную вектор функцию $u(t)$, доставляющую минимум функционалу

$$J(u)=\int_{t_0}^{t_1}u'(t)u(t)dt+y'(t_1)Fy(t_1) \tag{23}$$

на траекториях системы

$$\dot{y}=A(t)y+B(t)u, \tag{24}$$
$$y(t_0)=y^0,\qquad y(t_1)=y^1,$$

где $F=\begin{pmatrix}F_1 & F_2\\ F_2' & F_3\end{pmatrix}$ – постоянная, положительно определенная матрица, $A(t)=\begin{pmatrix}A_1 & A_2\\ A_3/\mu & A_4/\mu\end{pmatrix}$, $B(t)=\begin{pmatrix}B_1\\ B_2/\mu\end{pmatrix}$. Заменим систему (24) эквивалентной системой, у которой разделены составляющие вектора состояния (раздел 1.2). В этом случае оптимальное управление для объекта с критерием качества является функцией от матрицы, удовлетворяющей матричному дифференциальному уравнению Риккати–Бернулли. С помощью ввода блочной матрицы система переписывается в виде трех линейных сингулярно возмущенных уравнений с конечными условиями. После предварительного упрощения исходной системы уравнения, входящие в систему не зависят друг от друга.

Таким образом, нелинейное матричное дифференциальное уравнение Риккати–Бернулли заменяется линейной системой взаимно независимых дифференциальных уравнений меньшей размерности относительно подматриц грамиане, которые решаются независимо друг от друга.

В разделе 2.3 решается задача управления сингулярно возмущенной квазилинейной системой по квадратичному критерию. Декомпозиция быстрых и медленных движений проводится по схеме, предложенной в разделе 1.2. Здесь же все рассуждения раздела 1.4 переносится для задачи управления сингулярно возмущенной квазилинейной системой. Следовательно, находится управление, доставляющее минимум функционалу и переводящее систему из начального состояния в конечное состояние за время $T=t_1-t_0$. Используя рекуррентное соотношение для последовательностей, здесь удается построить управление как равномерно сходящуюся последовательность.

В разделе 2.4 демонстрируется решение задачи оптимального управления (24), когда критерием оптимальности служит линейный функционал

$$J=\int_{t_0}^{T}e^{-\delta t}u(t)dt,\qquad \delta\ge 0 \tag{25}$$

с ограничением на множестве допустимых решений

$$\max_{t_0\le t\le T}|u(t)|\le\nu. \tag{26}$$

Систему (24) заменив эквивалентной системой, у которой разделены составляющие вектора состояния, рассмотрим порождающую систему. В зависимости принимаемых значений параметра δ в функционале (25), можно рассмотреть следующие случаи: когда параметр (δ) не слишком большой и принимает большое числовое значение. В первом случае введем вспомогательную функцию $\bar{x}_{n+1}(t)$, положив:

$$\dot{\bar{x}}_{n+1} = e^{-\delta t}u(t), \qquad t_0 \le t \le T,$$
$$\bar{x}(t_0) = 0.$$

Тогда система запишется в виде:

$$\begin{gathered} \dot{\bar{x}}_\delta = A_0^{(\delta)}(t)\bar{x}_\delta + B_0^{(\delta)}(t)u, \\ \mu\dot{\bar{z}}_* = A_4(T)\bar{z}_* + B_2(T)u, \\ \bar{x}_\delta(t_0) = x_\delta^0 = \begin{pmatrix} x^0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \bar{z}_*(t_0) = z_*^0 \\ \bar{x}_\delta(T) = x_\delta^T = \begin{pmatrix} x^T \\ x_{n+1}(T) \end{pmatrix}, \qquad \bar{z}(T) = z_*^t \end{gathered} \tag{27}$$

где $A_0^{(\delta)}(t) = \begin{pmatrix} & & 0 \\ A_0(t) & & \vdots \\ 0\ 0 \ldots 0 & & 0 \end{pmatrix}, \qquad B^{(\delta)} = \begin{pmatrix} B_0(t) \\ e^{-\delta t} \end{pmatrix}.$

Пусть $\Phi_0(t,t_0)$ – переходная матрица однородной системы $\dot{\bar{x}}(t) = A_0(t)\bar{x}(t)$. Переходная матрица системы $\dot{\bar{x}}_\delta(t) = A_0^{(\delta)}(t)\bar{x}_\delta(t)$ примет следующий вид:

$$\Phi_0^{(\delta)}(t,t_0) = \begin{pmatrix} & & & 0 \\ & \Phi_0(t,t_0) & & \vdots \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0\ 1 \end{pmatrix}$$

В этом случае, решение задачи, соответствующее конкретному управлению $u = u(t)$, записывается в виде:

$$\bar{x}(t) = \Phi_0(t,t_0)x^0 + \int_{t_0}^{t}\Phi_0(t,s)\mathrm{B}_0(s)u_0(s)ds, \quad \bar{x} \in R^n,$$

$$\bar{x}_{n+1}(t) = \int_{t_0}^{t} e^{-\delta s}u(s)ds, \quad \bar{z}_*(t) = e^{A_4(t)\left(\frac{t-t_0}{\mu}\right)}z_*^0 + \frac{1}{\mu}\int_{t_0}^{t} e^{A_4(t)\left(\frac{t-s}{\mu}\right)}B_2(t)u(s)ds.$$

Если это решение удовлетворяет условию (27), то

$$\int_{t_0}^{T} h_i(t)u(t)dt = \alpha_i^{(1)}, \ i = \overline{1,n}; \tag{28}$$

$$\frac{1}{\mu}\int_{t_0}^{T}\eta_k\left(\frac{t-T}{\mu}\right)u(t)dt = \alpha_k^{(2)}, \qquad k = \overline{1,m}; \tag{29}$$

$$J = x_{n+1}(T) = \int_{t_0}^{T} h_{n+1}(t)u(t)dt, \tag{30}$$

где $h_{n+1} = e^{-\delta t}$; $\quad h_i(t) - i-я$ компонента вектора функции $\Phi_0(T,t)\,B_0(t)$; $\eta_k\left(\frac{t-T}{\mu}\right)$ - k-я компонента вектора функции $e^{-A_4(T)\left(\frac{t-T}{\mu}\right)}B_2(T)$ и является функцией типа погранслоя; $\alpha_i^{(1)} - i-я$ компонента вектора $x^T - \Phi_0(T,t_0)x^0$; $\alpha_k^{(2)} - k-я$ компонента вектора $z_*^T - e^{A_4(T)\left(\frac{T-t_0}{\mu}\right)}z_*^0$.

Моментные соотношения (28), (29) и функционал (30) можно представить в виде скалярных произведений элементов в пространстве $L_2[t_0,T]$:

$$(h_i, u) = \alpha_i^{(1)}, \qquad i = \overline{1,n}; \tag{31}$$

$$\left(\frac{\eta_k}{\mu}, u\right) = \alpha_k^{(2)}, \qquad k = \overline{1,m}; \tag{32}$$

$$J = (h_{n+1}, u). \tag{33}$$

Теперь исходную задачу можно сформулировать следующим образом.

В классе допустимых управлений, удовлетворяющих условию (26) и соотношениям (31), (32), требуется найти управление, на котором функционал (33) достигает своего возможного наименьшего значения.

Все изложенные рассуждения аналогично и для второго случая.

В **третьей главе** решаются рассмотренные в первой главе задачи динамики экономических систем. В качестве управляющего параметра, взяв потребление на одного рабочего, задачи сводятся к проблеме моментов.

В разделе 3.3 решается задача оптимального распределения валового продукта, двумя способами, которые иллюстрируются в разделах 2.2 и 2.4. Решение в первом случае сводится к решению нелинейного уравнения Риккати с конечным условием. Вследствие некоторых преобразований получим задачу с коэффициентом усиления, которую представляет частным случаем общей задачи. Во втором случае задача сводится к проблеме моментов. По схеме, предложенной в разделе 2.4 определим управление, которое удовлетворяет моментному соотношению. Далее относительно параметра управления, составляя квадратное уравнение, находим решение этого квадратного уравнения. Положительный корень уравнения является искомым параметром оптимального управления.

Исследуется задача оптимального управления в однопродуктовой макромодели с учетом запаздывания процесса освоения инвестиций в разделе 3.4. Темп освоения капитальных вложений определяется малым параметром (μ). По той же схеме, как и в разделе 1.2 разделяя переменные, находим решение системы с начальными условиями. При конечных условиях имеем моментные соотношения. С учетом специфики сингулярно возмущенных уравнений рассматриваются предельные соотношения параметров, по минимальному значению параметра и близости решений задач P_μ и P_0. Когда запаздывание при вводе капитальных вложений исчезает, т.е. при $\mu \to 0$, имеем решение задачи P_0, формирующее магистраль.

Оценке оптимального развития экономики на основе однопродуктовой оптимизационной модели с малым параметром посвящен раздел 3.5. Применение этой модели к реальным экономическим процессам дает возможность сравнивать реальную траекторию фондовооруженности с оптимальной траекторией. Оценка однопродуктовой оптимизационной модели проводилась ранее в исследованиях В.Ф. Кротова. Наш подход приводит не только к тем же результатам, но и позволяет дополнительно определить: а) оптимальное управление, б) левые и правые точки переключения, в) построить оптимальную траекторию с определенной точностью.

В **четвертой главе** представлено описание процесса разработки программного обеспечения, созданного на основе теоретических методов и практических решений, построенных в предыдущих главах. Программное обеспечение информационной системы управления динамической экономикой состоит из следующих модулей:

- «*Накопление*»,
- «*Потребление*»,
- «*Динамическая модель межотраслевого баланса*»,
- «*Однопродуктовая оптимизационная модель*»,
- «*Процесс освоения инвестиции*».

Модуль «*Накопление*» даст возможность анализировать норму сбережения (накопления), т.е. в каком случае экономика может достигать состояние устойчивого равновесия определенного выпуска и запаса капитала. Алгоритм расчета модели накопления показан на рис.1. Если экономика в исходном состоянии имеет запас капитала больший, чем следует по «золотому правилу», необходимо снижение нормы накопления. Это обусловливает увеличение потребления и снижение инвестиций. При этом экономика выходит из состояния равновесия и вновь достигнет его при пропорциях, соответствующих «золотому правилу». Из расчета накопления следует сделать вывод, что повышение нормы накопления ведёт к ускорению экономического роста в краткосрочном периоде до тех пор, пока экономика не достигнет точки нового устойчивого периода.

С помощью модуля «*Потребление*» можно исследовать, насколько равновесный экономический рост совместим с различными нормами потребления. Как видно из раздела 3.2 (рис. 2), рост экономики зависит от значения n и μ, уменьшение малого параметра на короткое время ускоряет рост экономики, а в длительном периоде экономика возвращается к устойчивому равновесию и постоянному темпу роста. Возникает проблема выбора оптимальной нормы потребления.

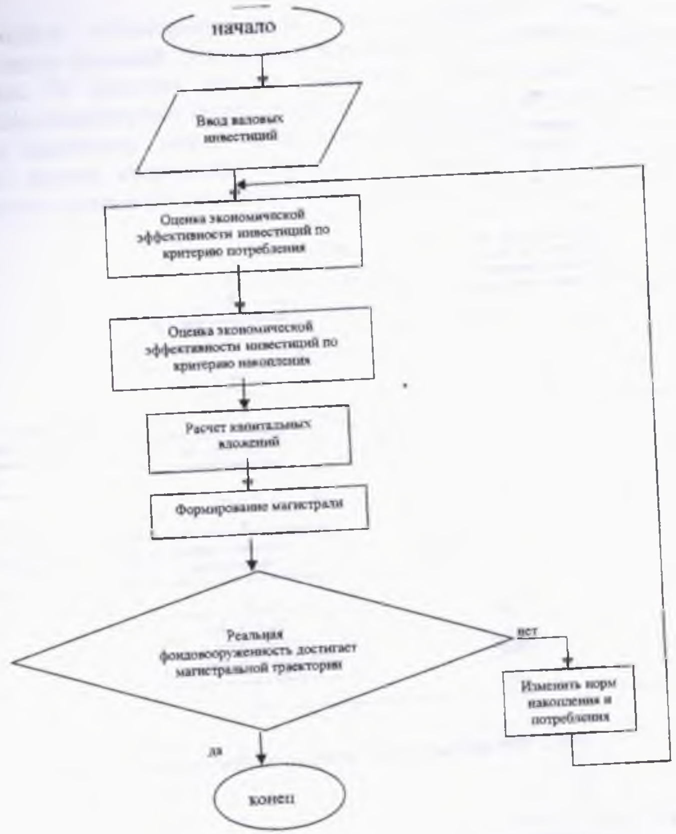

Рис.1. Алгоритм расчета модуля «накопления»

Как правило, ключевым элементом при решении задач межотраслевого баланса являются матрицы коэффициентов прямых затрат. В модуле Госкомстатом, а именно межотраслевые балансы в основных ценах. Для элементов основных цен добавление транспортных и торговых наценок и чистых налогов на продукты позволяет осуществить переход к ценам покупателей. Коэффициенты прямых затрат предпочтительнее анализировать в основных ценах. При этом устраняется влияние изменений наценок и налогов, происходящих на стадии реализации продукции. Для расчета вводятся рассматриваемые отрасли, добавочные стоимости и элементы конечного спроса.

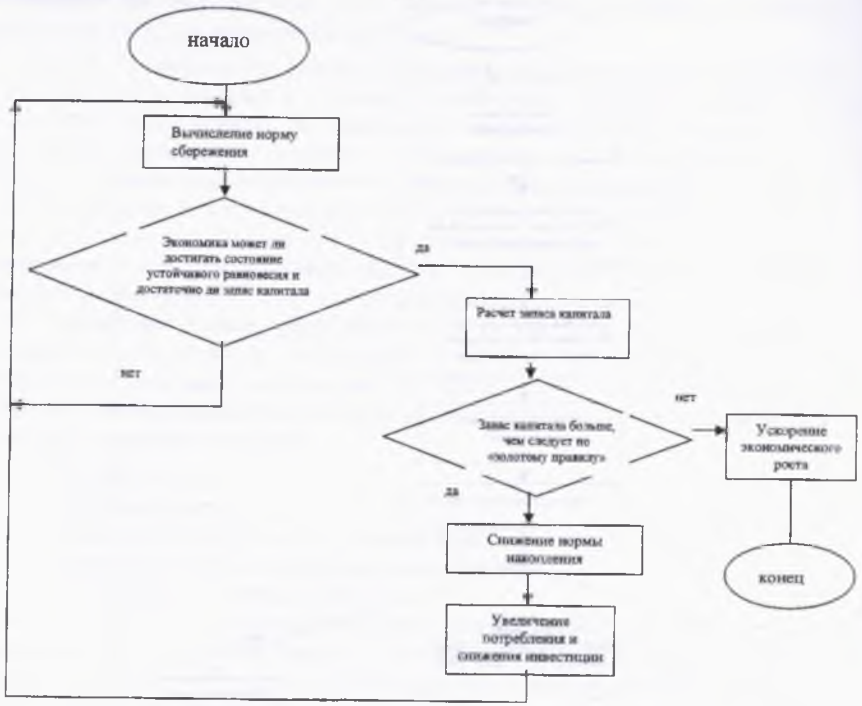

Рис.2. Алгоритм расчета модуля «потребления»

Выводятся:

1. таблица межотраслевого баланса;
2. матрица коэффициентов прямых затрат;
3. приросты отраслевых цен в результате роста цен;
4. симметричная таблица в основных ценах;
5. вектор конечного спроса;
6. симметричные таблицы транспортных и торгово-посреднических наценок и налогов на продукты;
7. таблица ресурсов товаров и услуг в основных ценах;
8. таблица использования товаров и услуг в основных ценах;
9. таблицы использования отечественных и импортных товаров и услуг.

Здесь основное внимание акцентировалось на экономические показатели в соответствии с требованиями современной экономики. Полученные таблицы позволяют анализировать выпуск цен и материальные издержки отраслей определенного периода.

В модуле *«Однопродуктовая оптимизационная модель»* на основе аналитических решений, полученных в разделе 3.5 строятся графики выхода на магистраль. В качестве малого параметра взята норма амортизации в процентном отношении к темпу прироста трудовых ресурсов. Если экономика в исходном состоянии имеет запас капитала меньше, чем k^*, необходимо повысить нормы сбережения. Расчет, проведенный в этом модуле, дает возможность сравнивать реальную траекторию с оптимальной траекторией.

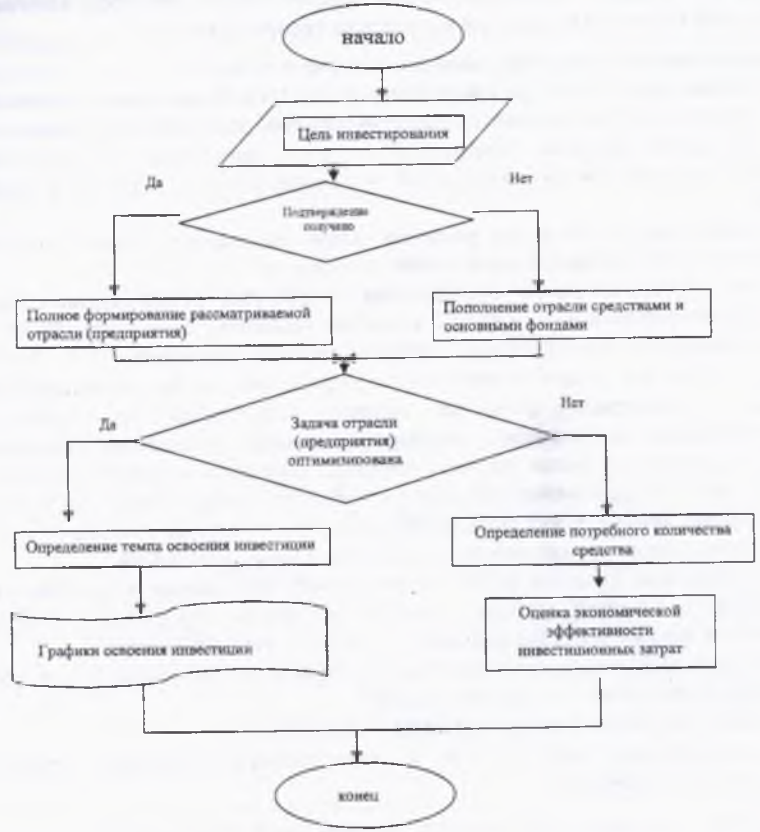

Рис.3. Схема модуля «Процесс освоения инвестиции»

Из графиков, полученных в модуле «*Процесс освоения инвестиции*», можно проследить рост инвестиции и падение потребления (рис. 3). Графики позволяют описать процесс освоения инвестиции, сохраняющий равновесие в экономике, как основу устойчивого роста благосостояния. Следовательно, можно найти оптимальный вариант роста, обеспечивающий максимум потребления.

Разработанный программный продукт позволяет вводить и корректировать данные, проверять соответствие экономических показателей, исследовать влияние малого параметра в разных случаях (эффект увеличения единицы спроса, индекс колебания цены, коэффициент добавочной стоимости). Использование информационной системы для управления экономикой предполагает наличие необходимых информационных данных для подготовки выходной информации, характеризующей перспективную структуру конечных потребностей общества и отраслей в производственных ресурсах.

В **заключении** сформулированы следующие результаты:

1. Разработан способ декомпозиции управляемой системы, введением новых переменных. Полученные подсистемы связаны только управлением.
2. Выведена формула переходной матрицы преобразования исходной системы и на примере экономической динамики показан переход к новой системе.
3. Разработан алгоритм для решения задачи оптимального распределения валового продукта с использованием метода момента.
4. Разработан алгоритм определения траектории разнотемповых подсистем, удолетворяющих заданным краевым условиям, при этом левые и правые пограничные составляющие определяются одновременно.
5. Для решения задачи оптимального управления, когда управление для объекта с критерием качества является функцией от матрицы, удовлетворяющей матричному дифференциальному уравнению Риккати–Бернулли, с помощью ввода блочной матрицы получены взаимонезависимые дифференциальные уравнения меньшей размерности, которые легко решаются.
6. Создана динамическая модель межотраслевого баланса, описывающаяся системой сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений.
7. Исследовано решение задачи оптимального управления экономикой на макроуровне с позиций методов момента и малого параметра с учётом запаздывания ввода в действие основных производственных фондов.
8. Создана информационная система для управления экономикой на основе аналитических решений, которая позволяет:

- *произвести* расчет норм накопления и сбережения;
- *анализировать* выпуск цен и материальные издержки отраслей определенного периода.
- *сравнивать* реальную траекторию с оптимальной траекторией;
- *найти* оптимальный вариант роста, обеспечивающий максимум потребления.

Основные положения диссертационной работы опубликованы в следующих работах:

1. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Об оптимальном управлении движением квазилинейных сингулярно возмущенных систем // Вестник КТУ им. И. Раззакова.-Бишкек, 1999.- №1(6).-С.123-131.
2. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Оптимальное управление квазилинейными системами с ограниченной энергией // Вестник КТУ им. И. Раззакова.-Бишкек, 2002.-№5.- С.185-193.
3. Иманалиев З.К., Аширбаев Б.Ы., Баракова Ж.Т. Об одном способе построения решения сингулярно возмущенной задачи оптимального управления с квадратичным функционалом // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям.- Бишкек: Илим, 2001.-Вып.30.-С.261-265.
4. Иманалиев З.К., Аширбаев Б.Ы., Баракова Ж.Т. Оптимальное распределение капитальных вложений между отраслями // Вестник КТУ им. И. Раззакова.-Бишкек, 2002.- С.195-199.
5. Иманалиев З.К., Пахыров З.П., Аширбаев Б.Ы., Баракова Ж.Т. Разделение быстрых и медленных движений системы управления с малым параметром // Мат-лы междунар. науч. конф. «Совр. технологии и управление качеством в образовании, науке и пр-ве: опыт адаптации и внедрения».-Бишкек, 2001.-№1.-С.244-249.
6. Баракова Ж.Т. Применение метода момента к задаче об оптимальном экономическом росте // Наука и новые технологии.–Бишкек, 2004.-№1, С.79-85.
7. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Декомпозиция экстремальной задачи межотраслевого баланса // Наука и новые технологии.–Бишкек, 2004.-№2.-С.95-99.
8. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Исследование задачи оптимального управления экономикой на макроуровне с позиции проблемы моментов и методом малого параметра // Мат-лы IX гор. науч.–прак. конф. преп. и студ., 18-19 марта 2004г.- Южно–Сахалинск: Изд-во ЮСИЭПИ, 2004.-С.3-6.
9. Баракова Ж.Т. Особенности метода интегральных многообразий при исследовании задачи оптимального управления // Мат-лы междунар. науч.–тех. симпозиума «Образование через науку». -Бишкек, 2004.-Т.2.-С.207-210.
10. Баракова Ж.Т. Управление в однопродуктовой макроэкономической динамической модели с квадратичным критерием оптимальности // Там же.-С. 210-213.
11. Баракова Ж.Т. Разработка приближенного аналитического алгоритма управления с линейным критерием оптимальности // Изв. КТУ им. И. Раззакова.-Бишкек, 2004. -№6, -С.84-87.
12. Баракова Ж.Т., Иманалиев З.К. Программа для вычисления выпуска продукции и оптимальной траектории накопления и потребления по отраслям. Программа для ЭВМ // Кыргыз патент: Свидетельство №65, 19.05.04.

13. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Разделение быстрых и медленных координат в динамической модели межотраслевого баланса // Сибирский журнал индустриальной математики. – Новосибирск: Изд-во ИМ СОАН РФ, 2004.- Т. VII, №4(20).-С.66-70.
14. Бабак В.Ф., Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Управление в магистральной модели потребления с квадратичным критерием оптимальности // Вестник КРСУ, Бишкек, 2004.-Т.4, №8.-С.12-21.
15. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Управление в однопродуктовой макроэкономической динамической модели при различных критериях оптимальности // Изв. Волгоградского гос. техн. унив. Сер. Концептуальное проектирование в образовании, технике и технологии.–Волгоград, 2004. -Вып.1, №5.-С. 35-39.
16. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Управление с минимальной энергией в системах со свободными конечными состояниями // Там же. -С.103-104.
17. Иманалиев З.К., Аширбаев Б.Ы., Баракова Ж.Т. Управление с минимальной нормой в сингулярно возмущенной системе с фиксированными конечными состояниями // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям.-Бишкек: Илим, 2004.-Вып.33.-С.175-188.
18. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Исследование задачи оптимального управления в однопродуктовой макромодели с учетом запаздывания процесса освоения инвестиций // Наука и новые технологии.-Бишкек, 2005.-№1.-С.84-92.
19. Баракова Ж.Т. Построения пограничных функций и магистральные свойства оптимальных траекторий // Тр. междунар. конф. «Развитие информационно–коммуникационных технологий в информационном обществе: состояние и перспективы».-Бишкек, 2004. -С.231-236.
20. Баракова Ж.Т., Иманалиев З.К. Комплексная программа для приближенных алгоритмов оптимального управления динамическими процессами экономики при сингулярных возмущениях. Программа для ЭВМ // Кыргыз патент: Свидетельство №86, 16.03.05.
21. Иманалиев З.К., Аширбаев Б.Ы., Баракова Ж.Т. Разделение движений в управляемых системах с сингулярными возмущениями // Изв. КГТУ им. И. Раззакова.-Бишкек, 2006. -№8. -С.75-79.
22. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Динамическая модель межотраслевого баланса с сингулярным возмущением // Изв. КГТУ им. И. Раззакова.-Бишкек, 2006.- №9, Т.2.-С.11-17.
23. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Исследование задачи оптимального управления для однопродуктовой модели экономики методом малого параметра // Изв. КГТУ им. И. Раззакова.-Бишкек, 2006.-№9, Т.2.-С. 17-24.
24. Иманалиев З.К., Баракова Ж.Т. Оценка оптимального развития экономики на основе оптимизационной модели // Изв. Томского политехнического унив.-Томск, 2007.- №2, Т.310.-С. 200-204.
25. Баракова Ж.Т., Иманалиев З.К. Декомпозиция динамической модели межотраслевого баланса, описываемая сингулярным возмущением // Тр. междунар. конф. "Исслед. по матем. анализу, матем. моделированию и информатике".-Владикавказ: Владикавказский научный центр РАН и РСО-А, 2007.-344с.

РЕЗЮМЕ

Диссертационного исследования Бараковой Ж. Т. на тему "Разработка математической модели и алгоритмов оптимального управления динамическими разнотемповыми процессами в экономике" на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.10- управление в социальных и экономических системах

Ключевые слова: оптимальное управление, динамика экономических систем, экономические показатели, декомпозиция, моделирование, сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения, информационная технология.

Целью работы является разработка аналитических алгоритмов оптимального управления динамическими разнотемповыми процессами в экономике применением методов момента и малого параметра.

Описываются процессы приведения задач динамики экономических систем к задачам управления через исследование таких задач, как оптимальный экономический рост, оптимальное распределение валового продукта и создание динамической модели межотраслевого баланса.

Разработаны способы декомпозиции и построения переходной матрицы преобразования. Предложенные алгоритмы позволяют:

упростить экстремальную задачу, разделяя её на подсистемы, связанные только управлением;

построить оптимальные траектории этих задач;

рассмотреть случаи, когда конечные состояния исследуемой системы жестко фиксированы и когда правые концы переменных состояния свободны;

изучить вопросы управления экономики с позиции методов момента и малого параметра.

В работе показываются, что применение метода момента такого рода задачам позволяет *обходить* трудности, связанные с недостаточными краевыми условиями, *проследить* влияние малого параметра на поведение системы, *оптимизировать* разные типы функционалов, *определить* управление в замкнутой аналитической форме.

Излагаются схемы построения программного обеспечения информационной системы, созданной на основе разработанных алгоритмов и математической модели. В сформулированной и анализированной системе экономико–математических показателей изучается влияние изменений экономических факторов на динамические процессы, оценивается значимость их влияния.