**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК**
**КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ

Диссертационный совет Д 05.01.164

**УДК 62.50**

На правах рукописи

ТЫНЫСТАНОВА ЖАНЫЛ МАКЕНОВНА

# СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ГАРАНТИРУЕМОЙ ДИНАМИКИ

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление
и обработка информации

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

**Бишкек 2002**

Работа выполнена в Институте автоматики Национальной Академии Наук Кыргызской Республики

Научный руководитель – доктор технических наук ОМОРОВ Т.Т.

Официальные оппоненты – доктор физико-математических наук, профессор СМАТОВ КОЗЫ,
– кандидат технических наук, доцент ЛЫЧЕНКО Н.М.

Ведущая организация – Кыргызский технический университет



Защита состоится « 21 » июня 2002 г. в $11^{00}$ часов на заседании Диссертационного совета Д 05.01.164 по присуждению ученых степеней доктора и кандидата технических наук Института автоматики НАН КР: 720071, г. Бишкек, пр. Чуй, 265-а.

С диссертацией можно ознакомиться в Институте автоматики Национальной академии наук Кыргызской Республики.

Автореферат разослан «17» мая 2002 г.

Ученый секретарь Диссертационного совета
к.т.н., старший научный сотрудник ______________ Пресняков К.А.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность проблемы.** Сложность современных технологий стремление обеспечить высокую эффективность производства, экономию ресурсов и требуемый уровень качества выпускаемой продукции обуславливают необходимость совершенствования автоматических систем, поиска новых принципов и методов управления. В этих условиях определенным требованиям должны удовлетворять не только проектируемые системы управления, но и методы их построения. К ряду основных требований можно отнести: эффективность методов синтеза систем управления и получение на их основе гарантированных результатов по управлению; возможность конструктивного учета заданных инженерных требований основным характеристикам системы (точности, быстродействию и т.д.), а также технических ограничений на величины управляющих воздействий и управляемых переменных.

Современная теория автоматического управления располагает достаточно эффективными методами, позволяющими синтезировать системы автоматического управления (САУ) для широкого класса объектов. Это такие известные методы, как аналитическое конструирование оптимальных регуляторов (АКОР), модальное управление, теория $H^{\infty}$, частотные методы, методы функций Ляпунова, принцип максимума, динамическое программирование, нелинейное программирование, методы синтеза на основе обратной задачи динамики и др. В создании современной теории автоматического управления большую роль сыграли работы выдающихся ученых В.В.Солодовникова, Н.Н. Красовского, А.А. Красовского, А.А. Воронова, А.А. Вавилова, А.А. Фельдбаума, Я.З. Цыпкина, А.М. Летова, В.Ф. Бирюкова, Розенброка, Б. Портера и др. В Кыргызской Республике в развитие этой теории существенный вклад внесли Ж.Ш. Шаршеналиев, В.П. Живоглядов, Б.М. Миркин, Т.Т. Оморов и Ж.И. Батырканов.

Несмотря на многообразие методов динамического проектирования САУ в большинстве из них из–за сложности проблемы управления в основном применяются косвенные критерии оценки качества автоматических систем, такие как интегральные критерии (АКОР), корневые оценки (модальное управление), частотные показатели и др. Каждый из них имеет частный характер в том смысле, что предназначен для оценки какого–либо свойства или контролируемого показателя качества САУ.

Методы синтеза, использующие косвенные критерии оценки качества управляемых процессов не позволяют в достаточной мере гарантировать получение первичных инженерных показателей и ограничений технологического характера. Обеспечение гарантированных результатов в этих методах обусловлена рядом трудностей, в частности, многократным повторением процедур синтеза, решением двух точечных краевых задач, выбором полюсов замкнутой системы и др. Указанные сложности в решении проблемы управления динамическими объектами дали импульс разработке в Институте автоматики Национальной академии наук Кыргызской Республики нового направления в теории автоматического управления, названного принципом гарантируемой динамики (ПГД). С использованием данного принципа в настоящее время получены новые решения ряда сложных проблем управления многомерными динамическими системами. Анализ показал, что ПГД представляет собой универсальную технологию динамического проектирования САУ.

**Цель работы.** Целью диссертационной работы является разработка методов синтеза регуляторов многомерных САУ с учетом инженерных требований к проектируемой системе на основе принципа гарантируемой динамики. Проведение численных экспериментов для исследования эффективности предложенных методов и алгоритмов построения систем управления.

**Методы исследования.** В работе использовались методы математического анализа, теории матриц и современной теории управления. Эффективность предложенных методов построения регуляторов оценивалась на основе компьютерного моделирования синтезированных САУ.

**Научная новизна результатов работы** заключается в разработке новых методов синтеза регуляторов управляемых систем с использованием инженерных показателей качества на основе формализма принципа гарантируемой динамики.

**На защиту выносятся** следующие основные научные результаты:

метод построения динамического регулятора для линейного многомерного объекта, обеспечивающий заданные ограничения управляемым переменным, число которых меньше размерности вектора состояния;

алгоритм синтеза линейных автоматических систем управления позволяющий учитывать требуемые ограничения на переходные процессы и на скалярное управление;



алгоритм построения законов управления нелинейными системами, в уравнения которых управляющие воздействия входят линейно;

методы структурного синтеза регуляторов линейных стационарных многомерных систем, обеспечивающие гарантированное выполнение ограничений на текущие значения квадратического показателя качества;

алгоритм параметрического синтеза законов управления линейными многомерными объектами с учетом квадратических ограничений на управляющие воздействия.

**Практическая ценность.** Предложенные в работе методы позволяют проектировать высокоточные автоматические системы стабилизации, слежения и программного управления по инженерным критериям качества; создавать алгоритмическое и специальное программное обеспечения систем управления технологическими объектами в различных отраслях промышленности. В работе приведены результаты динамического проектирования ряда систем управления (процессом искусственного выращивания кристалла поликремния, технологическим резервуаром, угловым положением антенны, контура управления летательным аппаратом). На основе разработанных методов можно создавать унифицированные алгоритмы для автоматизированного динамического проектирования различных САУ.

**Реализация результатов работы.** Работа выполнена в рамках проектов фундаментальных научно – исследовательских работ Института автоматики Национальной академии наук Кыргызской республики. Результаты диссертационной работы используются в учебном процессе Кыргызского технического университета при подготовке специалистов по автоматике и управлению техническими системами.

**Апробация работы.** Основные положения работы докладывались на:

– Международном симпозиуме, посвященного 100-летию со дня рождения К.И. Сатпаева (г. Алматы, 1999 г.).

– Международной конференции "Проблемы управления и информатики", (г. Бишкек, 2000г.).

– Научной конференции "Современные проблемы алгоритмизации и программирования", (г. Ташкент, 2001г.).

– Международном семинаре "Голография и оптическая обработка информации" (г. Бишкек, 2001г.).

– Международной конференции, "Телекоммуникационные и информационные технологии" (г. Бишкек, 2001г.).

– Заседаниях Ученого совета и Объединенного научного семинара лабораторий Института автоматики Национальной академии наук Кыргызской Республики.

– Заседании кафедры автоматического управления Кыргызского технического университета.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 11 научных работ.

**Объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы в 121 наименований и приложения, в котором представлен акт об использовании результатов диссертационной работы. Работа содержит 119 страниц основного текста, 16 рисунков.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В **первой главе** сформулированы общая проблема управления, критерии оценки качества и точности регулирования многомерными объектами. Дан краткий обзор существующих методов синтеза САУ. Изложены теоретические основы принципа гарантируемой динамики.

Теория автоматического управления в настоящее время располагает достаточно эффективными методами, позволяющими синтезировать системы автоматического управления для широкого класса объектов. В большинстве случаев используются критерии, которые применяются для одномерных систем: прямые и косвенные показатели качества, такие как частотные, корневые и интегральные оценки качества. В некоторых случаях косвенные критерии позволяют сравнительно просто решать задачи анализа и синтеза САУ. Однако они дают лишь приближенную качественную картину поведения системы в переходных режимах, что не всегда удовлетворяет проектировщиков высококачественных САУ.

Однако, как показывает практика для построения высокоточных и эффективных систем автоматического управления целесообразно использовать критерии, непосредственно связанные с их основными характеристиками, такими как быстродействие, динамическая и статическая точности. В качестве основного критерия используется понятие качества САУ, известного в классической теории регулирования как критерий допустимого качества, введенный впервые профессором В.В. Солодовниковым. В соответствии с этим критерием система обладает заданным (допустимым)



качеством регулирования, если показатели переходного процесса п управляемой переменной $x_1(t)$ удовлетворяют условиям:

$$T \le T^*,$$
$$\sigma \le \sigma^*,$$
$$\delta \le \delta^*,$$

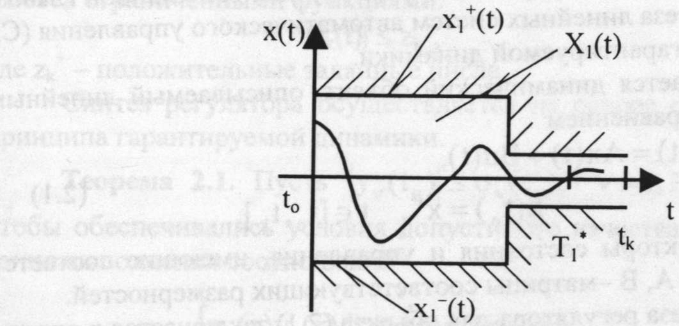
где через $T^*$, $\sigma^*$ и $\delta^*$ обозначены максимально допустимые значения, соот ветственно времени регулирования, перерегулирования и статической ошибки. Совокупность указанных параметров была названа вектором прямых (первичных, инженерных) показателей качества:

$$\Pi = [\, T^*, \sigma^*, \delta^* \,].$$

Система регулирования, обладающая заданным вектором первичных пока зателей качества П, должна иметь переходные процессы $x_1(t)$, принадле жащие области допустимых значений:

$$X_1(t) = \{\, x_1 \in R^1 : x_1^-(t) \le x_1(t) \le x_1^+(t) \,\},$$
$$t \in [\, 0, \infty)$$

где $x_1^-(t)$, $x_1^+(t)$ – функции, задающие нижнюю и верхнюю границы допус тимой области для переменной $x_1(t)$. Геометрическая иллюстрация допус тимой области приведена на рисунке.




При этом каждому заданному вектору прямых показателей качества $\Pi = [\, T^*, \sigma^*, \delta^* \,]$ соответствует множество переходных процессов $x(t) \in X(t)$ Границы допустимой области $X(t)$ определяются компонентами вектора П.

Главной особенностью рассматриваемого критерия качества являет- ся то, что он непосредственно описывает первичные инженерные требова- ния проектируемой САУ. Действительно, основными характеристиками лю- бой системы регулирования являются ее быстродействие, динамическая и статическая точности, которые естественным образом учитываются данным критерием. Другая особенность критерия заключается в том, что он базируется на концепции допустимости, а не оптимальности управляемых процессов.

Такой подход к построению систем управления является естественным и вытекает из сущности предъявляемых к ней инженерных требований. С этой точки зрения использование критерия допустимого качества для проектирования САУ является более целесообразным.

Во **второй главе** рассматривается задача управления многомерными динамическими объектами по ограничениям на переходные процессы. Исходная проблема управления формулируется в рамках концепции допустимости переходных процессов, а для ее решения применяется принцип гарантируемой динамики. На основе аналитических условий принадлежности переходных процессов к заданным множествам получены так называемые уравнения синтеза, решения которых представляют собой искомые законы управления.

В практике управления в большинстве случаев необходимо обеспечивать заданную динамику лишь управляемым переменным, число которых N меньше размерности вектора состояния x (N < n).

Для решения задачи управления в этих условиях в данной главе описывается метод синтеза линейных систем автоматического управления (САУ) на основе принципа гарантируемой динамики.

Рассматривается динамический объект, описываемый линейным дифференциальным уравнением

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \qquad x(t_o) = x^o, \quad t \in [t_o, t_k], \tag{2.1}$$

где x(t), u(t) – векторы состояния и управления, имеющие соответственно размерности n, m; A, B –матрицы соответствующих размерностей.

Задача синтеза регулятора для объекта (2.1) заключается в определении линейного закона управления с обратной связью

$$u(t)=Kx(t), \tag{2.2}$$

обеспечивающего заданные первичные показатели качества управляемым переменным:

$$|y_r(t)| \le \sigma_r(t), \qquad r = \overline{1,N}, \quad t \in [t_0, t_k], \tag{2.3}$$

где K – матрица регулятора; $y_i(t)$ – элементы N-мерного вектора $y(t)=[y_1(t), y_2(t),\ldots, y_N(t)]$ управляемых переменных объекта (2.1), каждый элемент которого совпадает с одной из компонент вектора состояния x(t), причем N<n; $\sigma_i(t)$ – функции, задающие максимально допустимые значения $y_i(t)$ в переходном процессе.

Для дальнейшего применения принципа гарантируемой динамики система уравнений (2.1) предварительно записывается в виде двух подсистем

$$\dot{y} = \overline{A}y + \widetilde{A}z + \widehat{B}u, \tag{2.4}$$

$$\dot{z} = A^{*}z + \hat{A}y + \overline{B}u\,. \tag{2.5}$$

где z – (n-N)-мерный вектор, составленный из не подлежащих управлению переменных состояния x; матрицы $\overline{A}, A^{*}, \overline{B}, \widehat{B}$ образуются из матриц A и B соответствующим образом.

Относительно вектора z предполагается, что его компоненты являются ограниченными функциями:

$$|z_k(t)| \le z_k^{+},$$

где $z_k^{+}$ – положительные заданные числа.

Синтез регулятора осуществляется на основе следующей теоремы принципа гарантируемой динамики.

**Теорема 2.1.** Пусть $|y_\nu(t_o)| \le \sigma_\nu(t_o)$, $\nu = \overline{1,N}$. Тогда для того, чтобы обеспечивались условия допустимого качества управления, достаточно выполнения соотношений

$$\int_{t_0} y_i(\tau)\dot{y}_i(\tau)d\tau \le \int_{t_0} \sigma_i(\tau)\dot{\sigma}_i(\tau)d\tau, \qquad i = \overline{1,N}, \quad t \in [t_o, t_k]. \tag{2.6}$$

Предполагается, что динамика объекта управления по управляемым переменным $y_i(t)$ подчиняется желаемым динамическим процессам, определяемым по формулам

$$\dot{y}_i(t) = \sum_{j=1}^{N} \hat{p}_j y_j(t) + \sum_{k=1}^{n-N} \tilde{p}_k z_k(t) + \beta_i(t), \qquad (2.7)$$

где $\hat{p}_j, \tilde{p}_k$ – параметры, определяемые так, чтобы выполнялись целевые соотношения (2.6); $\beta_i(t)$ – вспомогательные функции, удовлетворяющие ограничениям

$$|\beta_i(t)| \le \beta_i^+(t), \qquad i = \overline{1, N}, \qquad (2.8)$$

$\beta_i^+(t)$ – положительные непрерывно дифференцируемые функции, определяющие верхние границы для $\beta_i(t)$.

Параметры $\hat{p}_j, \tilde{p}_k$ можно определить на основе следующей теоремы.

**Теорема 2.2.** Пусть $|y_i(t_o)| \le \sigma_i(t_o)$. Тогда динамические процессы по управляемым переменным удовлетворяют целевым соотношениям (2.3), если выполняются неравенства

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\ne i}}^{N} |\hat{p}_j| \int_{t_0}^{t} \omega_i(\tau)\sigma_j(\tau)d\tau + \sum_{k=1}^{n-N} |\tilde{p}_k| z_k^+ \int_{t_0}^{t} \sigma_i(\tau)d\tau +$$

$$+\beta_i^+ \int_{t_0}^{t} \sigma_i(\tau)d\tau \le \int_{t_o}^{t} \sigma_i(\tau)\dot{\sigma}_i(\tau)d\tau - p_i \int_{t_0}^{t} \sigma_i^2(\tau)d\tau \qquad (2.9)$$

$$i = \overline{1, N}, \quad t \in [t_o, t_k].$$

Закон управления u(t) определяется из условия обеспечения ограничений (2.8) на вспомогательные функции $\beta_i(t)$. Предполагается, что динамика объекта управления по управляемым переменным $y_i(t)$ подчиняется желаемым динамическим процессам, определяемым по формулам (2.7).

Далее для обеспечения ограничений на вспомогательной функции $\beta_i(t)$ используются результаты следующей теоремы.

**Теорема 2.3.** Пусть $|\beta_i(t_o)| \le \beta_i^+(t_o)$. Тогда, если функции $\beta_i(t)$ описываются соотношениями $\dot{\beta}_i(t) = \gamma_i \beta_i(t)$, $\quad i = \overline{1, N}$, то для обеспечения условий (2.8) достаточно выполнения неравенств



$$\gamma_i \int_{t_0}^{t} \beta_i^{+2}(\tau)d\tau \le \int_{t_0}^{t} \beta_i^+(\tau)\dot{\beta}_i^+(\tau)d\tau, \qquad i = \overline{1, N}. \qquad (2.10)$$

Таким образом, в векторно-матричной форме уравнение искомого динамического регулятора имеет вид

$$\dot{u}(t) = \Lambda\, u(t) + Y \cdot y(t) + \beta z, \qquad (2.11)$$

где матрицы

$$\Lambda = \{\alpha_{i\ell}\}_{N\times m}, \quad Y = \{\gamma_{i\alpha}\}_{N\times N}, \quad \beta = \{\beta_{i\nu}\}_{N\times(n-N)}$$

определяются на основе коэффициентов следующих соотношений (2.11)

$$\sum_{\ell=1}^{m} \hat{b}_{i\ell}\dot{u}_\ell = \sum_{\ell=1}^{m} \alpha_{i\ell}u_\ell + \sum_{\alpha=1}^{N} \gamma_{i\alpha}y_\alpha + \sum_{\nu=1}^{n-N} \beta_{i\nu}z_\nu,$$

$$\ell = \overline{1, m},$$

$$\alpha_{i\ell} = \hat{b}_{i\ell} + \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij}\hat{b}_{i\ell} + \sum_{k=1}^{n-N} q_{ik}b_{k\ell},$$

где $\quad \gamma_{i\alpha} = \gamma_i \sum_{j=1}^{n} (\bar{a}_{ij} - \hat{p}_j) + \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij}\bar{a}_{j\alpha} + \sum_{k=1}^{n-N} q_{ik}\hat{a}_{k\alpha},$

$$\beta_{i\nu} = \gamma_i \sum_{k=1}^{n-N} (\tilde{a}_{ik} - \tilde{p}_k) + \sum_{\nu=1}^{n-N} \alpha_{ij}\tilde{a}_{j\nu} + \sum_{\nu=1}^{n-N} q_{ik}a_{k\upsilon}^{*}.$$

Таким образом, предложенный метод позволяет проектировать многомерный динамический регулятор по ограничениям на управляемые переменные.

Далее решается задача синтеза автоматических систем с учетом ограничений на скалярное управление. В этом случае матрицы рассматриваемой модели линейного объекта управления (2.1) со скалярным входом $u_1(t)$ имеют вид

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Уравнение выхода представляется в виде

$$y(t) = Cx(t), \qquad (2.12)$$

$$y(t) = x_1(t),$$

где C = [1, 0, 0,…, 0] – n-мерная вектор-строка.

Далее будем считать, что

$$|x_j(t)| \le x_j^+, \qquad j = \overline{2, n},$$

где $x_j^+$ – верхняя граница координат $x_j(t)$.

Задача синтеза системы управления для объекта (2.1) с учетом выше приведенных начальных условий состоит в определении структуры и параметров регулятора, обеспечивающего требуемые ограничения на переходные процессы выхода

$$|y(t)| = |x_1(t)| \le \sigma_1(t), \qquad t \in [t_o, t_k], \qquad (2.13)$$

и на величину управляющего воздействия

$$|u_1(t)| \le u_1^+, \qquad t \in [t_o, t_k], \qquad (2.14)$$

где $u_1^+$ – положительная величина, определяющая границу допустимой области $U_1(t)$ для управления

$$U_1(t) = \{u_1(t) \in R^1 : \quad |u_1(t)| \le u_1^+\}, \qquad t \in [t_o, t_k].$$

Решение сформулированной задачи синтеза системы автоматического управления (САУ) осуществляется на основе принципа гарантируемой динамики. При этом закон управления определяется в виде

$$u_1(t) = \sum_{i=1}^{n} k_i x_i(t) \qquad (2.15)$$

где параметры

$$k_1 = p_n a_{n1} + \gamma_1 p_1,$$

$$k_2 = p_n a_{n2} + \gamma_1(1 - p_2) + p_1,$$

$$k_3 = p_2 - 1 - p_n a_{n3} - \gamma_1 p_3, \qquad i = \overline{4, n-1},$$

…

$$k_i = p_{i-1} + p_n a_{ni} - \gamma_1 p_i,$$

…

$$k_n = p_{n-1} + p_n a_{nn} + \gamma_1 p_n.$$

Для обеспечения заданного ограничения на управление (2.14) получено неравенство

$$\int_{t_o}^{t} x^T M(q) x d\tau \le 0, \qquad (2.16)$$

где вектор-параметр $q = (p, \gamma_1)$, M(q) – вещественная nxn – матрица.

**Утверждение.** Пусть $|u_1(t_o)| \le u_1^*$. Тогда для того, чтобы обеспечит ограничение (2.13) на управление $u_1(t)$, достаточно выполнения неравенст

$$M_i(q) \le 0, \qquad i = \overline{1, n}. \qquad (2.17)$$

На основе приведенного утверждения можно определить допустимое подмножество Q для вектора q следующим образом

$$Q = \{q \in R^{n+1} : \ L(t) \le 0, \quad M_i(q) \le 0, \quad i = \overline{1, n}\}. \qquad (2.18)$$

В результате задача синтеза регулятора для объекта управления описываемого управлениями (2.1), (2.12) сводиться к определению произвольного элемента подмножества Q∈q.

В **третьей главе** рассматривается задача управления линейными многомерными объектами, когда качество синтезируемой САУ оценивается квадратическим критерием. В постановке задачи синтеза вместо интегрального показателя качества вводится критерий, ограничивающий значения квадратической меры ошибки регулирования во всем интервале управления, что существенным образом отличается от традиционной, принятой в теории оптимального управления.

Для целей синтеза получены аналитические условия, выполнение которых гарантирует достижение заданных целевых соотношений. На их основе выведены уравнения синтеза искомых законов управления. Рассмотрены особенности учета ограничений на величины управляющих воздействий.

Рассматривается многомерный объект управления при наличии вектора детерминированных возмущающих воздействий ξ(t), динамика которого описывается векторным уравнением:

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + B\,u(t) + M\xi(t), \qquad (3.1)$$

При этом качество синтезируемой САУ задается условием:

$$J_1(t) = e^T(t)\,Q\,e(t) \le \sigma_1(t), \qquad (3.2)$$
$$t \in [t_o, t_k],$$

Задача синтеза формулируется следующим образом: определить структуру и параметры регулятора для объекта управления (3.1), обеспечивающего выполнение целевого соотношения (3.2).

Для решения сформулированной задачи получены вспомогательные условия, устанавливающие связи между динамическими свойствами управляемого объекта и заданными показателями качества проектируемой системы.

**Теорема 3.1.** Целевое соотношение (3.2) выполняется, если для всех $t\in[t_o,t_k]$ удовлетворяется условие

$$\int_{t_o}^{t} J_1(\tau)\,\dot{J}_1(\tau)\,d\tau \le \int_{t_o}^{t} \sigma_1(\tau)\,\dot{\sigma}_1(\tau)d\tau, \qquad (3.3)$$
$$t \in [t_o, t_k].$$

**Теорема 3.2.** Пусть $|J_1(t_o)| \le \sigma_1(t_o)$. Тогда для объекта управления с математической моделью вида (3.1) закон управления u(t), обеспечивающий гарантированное выполнение целевых соотношений (3.2), описывается соотношением

$$u(t) = G^{-1}[q_1 Q - \hat{Q}A]e(t) - G^{-1}\hat{Q}M\xi(t), \qquad (3.4)$$

где $G^{-1} = [\hat{Q}B]^{-1}$, $\hat{Q} = Q + Q^T$.

Далее рассматривается задача синтеза закона управления с обратной связью

$$u(t) = -Kx(t) \qquad (3.5)$$

для линейного многомерного объекта (2.1), обеспечивающего целевое соотношение (3.2).

Решение сформулированной задачи синтеза осуществляется на основе применения принципа гарантируемой динамики. Согласно теореме 3.2, целевое соотношение (3.2) выполняется, если



$$\int_{t_o}^{t} J_1(\tau)\dot{J}_1(\tau)d\tau \le \Gamma_1(t), \qquad (3.6)$$
$$t \in [t_o, t_k],$$

где $\Gamma_1(t) = \int_{t_o}^{t} \sigma_1(\tau)\dot{\sigma}_1(\tau)d\tau$.

Условия, при выполнении которых удовлетворяется неравенство (3.2) определяются следующей теоремой.

**Теорема 3.3.** Пусть $|J_1(t_o)| \le \sigma_1(t_o)$. Тогда условие допустимого качества управления (3.2) обеспечивается, если для всех $t\in [t_o, t_k]$ выполняются соотношения

$$\dot{J}_1(t) = p_1 J_1(t), \qquad (3.7)$$

$$p_1 \int_{t_o}^{t} \sigma_1^2(\tau)d\tau \le \int_{t_o}^{t} \sigma_1(\tau)\dot{\sigma}_1(\tau)d\tau + \Delta, \qquad (3.8)$$

где $p_1$ и $\Delta$ – вещественные числа; $\Delta = \dfrac{\sigma^2(t_o) - J^2(t_o)}{2}$.

В результате получено матричное уравнение

$$[2\hat{Q}(A+BK) - 2Q_1](A+BK) - \gamma\,\hat{Q}(A+BK) - \gamma\,Q_1 = 0, \qquad (3.9)$$

решение которого и определяет искомую матрицу регулятора K.

Далее рассматривается следующий вариант формализации цели управления и учета ограничений на величины управляющих воздействий, когда в качестве критерия используется соотношение

$$J(t) = e^T Q e + u^T R u \le \sigma(t), \qquad (3.10)$$

где Q, R – матрицы соответствующих размерностей.

Закон управления определяется в виде (3.5), в этом случае искомая матрица K определяется как решение следующего матричного уравнения

$$(\hat{Q} + K^T(R + R^T)K)(A - BK) - p_1 Q - K^T p_1 RK = 0. \qquad (3.11)$$

Далее рассматривается задача синтеза регуляторов для нелинейных динамических объектов, в уравнения которых вектор управления u(t) входит линейно:

$$\dot{x}(t) = f(x,\xi,\lambda,t) + B(x,t)\,u(t), \qquad (3.12)$$

где $f(*) = [f_1(*), f_2(*), \dots, f_n(*)]^T$ – n-мерная нелинейная вектор-функция;

$B(x, t)$ – $n \times m$–мерная функциональная матрица, элементы которой в общем случае могут быть нелинейными функциями компонентов $x(t)$ $\lambda(t)$ – вектор параметров объекта $\xi(t)$ – вектор детерминированных возмущений.

Точность отработки задания определяется вектором ошибки управления в смысле (3.2). Для оценки степени близости желаемого и фактического движений системы управления используется скалярная квадратическая функция $J_1(t)$. При этом искомый закон управления строится на основе принципа гарантируемой динамики с использованием результатов теоремы, аналогичной теореме 3.2.

В **четвертой главе** представлены результаты применения разработанных методов для решения ряда прикладных задач управления. Выполнены расчеты по синтезу законов управления технологическим процессом искусственного выращивания кристалла поликремния; летательным аппаратом; искусственным спутником Земли; гироскопическим устройством; антенной.

Построена подсистема управления температурным режимом для производства кристаллов. Согласно технологии управление процессом выращивания осуществляется в два этапа: этап терминального управления, когда температура стержня кремния увеличивается от начального $T^o=T(t_o)$ до желаемого (номинального) значения $T^*$; этап стабилизации температуры в окрестности номинальной ($T=T^*$), который длится несколько суток. Обеспечение требуемого роста радиуса цилиндра кристалла осуществляется с помощью программного управления.

Выполнены расчеты для управления смесительным резервуаром. Построенные законы управления позволяют поддерживать номинальные значения расхода $Q^*$ и концентрации $C^*$ выходного потока жидкости путем изменения расходов $q_1(t)$ и $q_2(t)$.

Выполнены расчеты для управления объектом состоящего из антенны и электродвигателя. Система управления обеспечивает с помощью входного напряжения двигателя с известным коэффициентом вязкого трения, моментом инерции всех вращающихся элементов системы постоянное угловое положение антенны.



Для численного решения задач синтеза систем управления использованы средства языка Матлаб и Симулинк. Математические модели объектов представлены в виде структурных схем, где каждый блок модели представляет собой программный модуль.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В диссертационной работе на основе принципа гарантируемой динамики получены следующие новые научные результаты:

1. Получены аналитические условия, выполнения которых гарантирует принадлежность критериальных функций и переходных процессов проектируемой системы управления заданным множествам, определяемым по первичным инженерным показателям качества.

2. Разработан метод построения динамического регулятора для линейного многомерного объекта, обеспечивающий заданные ограничения управляемым переменным, число которых меньше размерности вектора состояния.

3. Построен алгоритм синтеза линейных автоматических систем управления, позволяющий учитывать требуемые ограничения на переходные процессы и на скалярное управление.

4. Построен алгоритм построения законов управления нелинейными системами, в уравнения которых управляющие воздействия входят линейно.

5. Предложены методы структурного синтеза регуляторов линейных стационарных многомерных систем, обеспечивающие гарантированное выполнение ограничений на текущие значения квадратического показателя качества.

6. Построен алгоритм параметрического синтеза законов управления линейными многомерными объектами с учетом квадратических ограничений на управляющие воздействия.

Эффективность разработанных методов синтеза регуляторов проверена решением ряда прикладных задач управления многомерными объектами и компьютерным моделированием спроектированных систем.

Основное содержание работы изложено в следующих публикациях:

1. Оморов Т.Т., Кушакова С.Е., Тыныстанова Ж.М. Синтез робастных

систем управления на основе концепции допустимости // Труды Международного симпозиума, посвященного 100-летию со дня рождения К.И. Сатпаева. – Алматы: Айкос,1999. Часть II. С151-152.

2. Omorov T.T., Tynystanova J.M. Synthesis of control subsystem by constraint on the quadratic figure of merit // Проблемы управления и информатики. Доклады Международной конференции. – Бишкек: Илим, 2000. С.68-70.

3. Оморов Т.Т., Тыныстанова Ж.М. Синтез систем стабилизации динамических объектов с гарантированными показателями качества // Вестник КГНУ. – Бишкек, 2001. С.79-82.

4. Тыныстанова Ж.М. Расчет систем управления по ограничениям на квадратические критерии качества // Принцип гарантируемой динамики в теории систем управления. Книга 1, Глава 3.– Бишкек: «Илим», 2001. С.83-94.

5. Оморов Т.Т., Тыныстанова Ж.М. Алгоритмические основы создания систем управления с гарантируемой динамикой // Современные проблемы алгоритмизации и программирования. Научная конференция.– Ташкент, 2001. С.254-256.

6. Оморов Т.Т., Тыныстанова Ж.М., Успеев Э.Т., Дулатов М.Т. Структура и задачи системы динамического проектирования автоматических систем с использованием компьютерных технологий // Телекоммуникационные и информационные технологии. Международная конференция.– Бишкек, 2001. С.42–46.

7. Оморов Т.Т., Тыныстанова Ж.М. Программное управление многомерными системами на основе принципа гарантируемой динамики // Проблемы автоматики и управления.– Бишкек: Илим, 2001.С 21-31.

8. Оморов Т.Т., Шаршеналиев Ж.Ш., Тыныстанова Ж.М. Синтез динамических управляющих систем на основе принципа гарантируемой динамики // Известия Ошского технологического университета.– Ош, 2001, №2. С 19-23.

9. Omorov T.T., Tynystanova J.M., Omurbaev N.T., Joldoshev B.O. Syntheses of control systems on base principle of guarantied dynamics // Proceedings of the international seminar "Holography and optical information processing" – Bishkek, 2001. P. 156-159.

10.Оморов Т.Т., Тыныстанова Ж.М., Синтез регуляторов по ограничениям на управляемые выходы // Принцип гарантируемой динамики в теории систем управления. Книга 1, §2.4.– Бишкек: «Илим», 2001. С.50-58.

11. Оморов Т.Т., Тыныстанова Ж.М., Синтез автоматических многомерных систем со скалярным управлением // Принцип гарантируемой динамики в теории систем управления. Книга 1, §2.5.– Бишкек: «Илим», 2001.С. 58-63.



## Аннотация

Бул диссертациялык иш гарантиялган динамиканын принцибинин негизинде сапаттын инженердик көрсөтүчтөрүн камсыздандырган башкаруу системаларын иштеп чыгуу методдоруна арналган.

Өткөөл процесстердин керектүү динамикасын камсыздандырган сызыктуу объекттер үчүн динамикалык регуляторлорду куруу методу иштелип чыккан.

Скалярдык башкаруу жана өткөөл процесстердин талабын камсыздандырган сызыктуу автоматтык башкаруу системаларын синтездөө алгоритми сунуш кылынган.

Башкаруучу таасир менен теңдемеге сызыктуу кирген түзсызыксыз системаларды башкаруучу закондордун алгоритмин куруу сунушталган.

Сапатын квадраттык көрсөткүчүнүн керектүү талаптарын камсыздандырган сызыктуу стационардык көп өлчөмдүү системанын регуляторун синтездөө методу иштелип чыккан.

Бул илимий иште сунуш кылынган методдордун жана алгоритмдердин сапатын сыноо максатында алардын жардамы менен курулган автоматтык башкаруу системалары компьютер аркалуу моделдештирилип чыккан.

## Abstract

This research is considered to the development of control systems, which provide engineer indicators of quality on basis of guarantee dynamics principle.

Construction method of the regulator for linear dynamics objects is developed, which provides for given dynamics with controlled value, number of which is less than size of vector condition.

It is synthesis algorithm of linear automatic control systems is offered, which allows to considering required limitations on transferred processes scalar control.

It is synthesis method of regulator for a linear stationary multi-measure system is developed which provide for guarantee fulfilment of limitations on current meanings of quadratic indicators for quality.

On basis of the results it was conducted numeric experiments on building of regulators by the computer.