НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Диссертационный совет Д.05.11.030

На правах рукописи
УДК 519.62: 624.131

БАЙМАНКУЛОВ АБДЫКАРИМ ТУНГУШБАЕВИЧ

Математическое и компьютерное моделирование процесса переноса влаги и температуры в почве

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Бишкек - 2012

Работа выполнена в Костанайском государственном университете имени А.Байтурсынова (Костанай, Республика Казахстан).

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор Рысбайұлы Б.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, член-корр. РАН Кабанихин С.И.

доктор физико-математических наук, профессор Дженалиев М.Т.

доктор физико-математических наук, профессор, Асанов А.

Ведущая организация: Казахский национальный технический университет им. К.И.Сатпаева

Защита состоится **18 мая 2012** года в **14-00** часов на заседании диссертационного совета Д 05.11.030 при Институте автоматики и информационных технологий НАН КР по адресу: 720071, г. Бишкек, пр. Чуй 265.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национальной академии наук Кыргызской Республики по адресу: 720071, г. Бишкек, пр. Чуй 265,а.

Автореферат разослан «___» _________ 2012 года

Ученый секретарь
Специализированного Совета, к.т.н И.В.Брякин

ВВЕДЕНИЕ

Общая характеристика работы. Диссертационная работа посвящена проблеме определения коэффициента диффузии грунта (почвы) с помощью математического и компьютерного моделирования. В почве происходит непрерывный перенос тепла, водного раствора и газа, связанный с непостоянством условий на ее границе. Этот процесс обычно характеризует несоблюдение условий термодинамического равновесия в почве в вертикальном направлении (Нерпин С.В., Чудновский А.Ф.)

Используя начально-краевую задачу для уравнения переноса влаги и температуры разрабатывается итерационный метод расчета коэффициента диффузии влажного грунта, для этого строится сопряженная задача на дифференциальном и на разностном уровнях. Доказывается устойчивость и сходимость прямой и сопряженной разностных задач, а также доказывается ограниченность приближенного значения коэффициента диффузии почвы полученного в процессе итерации. Построены алгоритмы решения прямой и сопряженной разностных задач с последующим определением коэффициента диффузии почвы. На основе созданной программы проведены многочисленные вычислительные эксперименты, результаты которых сравнивались с аналогичными данными полученными учеными ближнего и дальнего зарубежья.

Изучение законов тепло и массообменного процесса в природе всегда играло важную роль в развитии техники и естествознания. Многие важные проблемы почвоведения, агрономии, геологии, охраны природы, геофизики, энергетики, использования природных ресурсов, строительства и других отраслей математически описываются нелинейным уравнением теплопроводности. На сегодняшний день возможности математического моделирования позволяют с одной стороны качественно исследовать насущные проблемы указанной отрасли, а с другой стороны, возникающие новые задачи теории и практики стимулируют развитие новых методов и подходов исследования соответствующих направлений математики.

Компьютерное моделирование процессов тепло и масса обмена позволяет, в значительной мере обходится без дорогостоящих натурных экспериментов, и получить решения, максимально отражающие реальные явления. В настоящее время для описания качественных и количественных решений нелинейных моделей широко и удачно используются различные методы компьютерного моделирования.

Современное состояние теории переноса энергии и вещества в дисперсных системах позволяет непосредственно подойти к решению такой проблемы, как прогноз водного режима грунтов(Нерпин С.В., Чудновский А.Ф. , Belcher D.I., Guykesedall T.R., Глобус А.М.). Математическая модель переноса влаги на основе закона Бухгейма и на основании уравнения Чайлдса была составлена Derjagin B.V. , Zahovajeva N.N., Melnikova M.K., Nerpin S.V. Некоторые характеристики почвы, то есть параметры функции эмпирическим путем в виде конечной формулы были составлены Morrison, Norton F., Чудновским А.Ф., Чигуа Г.С. Вопросы радиационной влагопроводности изучались Rodgers F.T., Schilberg L.E., Mayers M. Cornegil, Bowers. S. , Hanks. R. Влияние массообмена на коэффициент теплопроводности почвы экспериментально исследованы в работах Кондратьева К.Я., de Vries.D.A. , Krischer, Rohnaeter, Бондаренко И.Ф., Будаговского А.И.

Наука о почвенной влаге развивается по двум направлениям. Первое связано с обеспечением растений влагой. Здесь рассматриваются такие вопросы, как водоудерживающая способность почв, определяемая условиями термодинамического равновесия, и влагообмен в почве, определяемый нарушением этого равновесия. Второе направление рассматривает технологические свойства почв, зависящие от характера и интенсивности взаимодействия почвенных частиц, окруженных электронами. Движение влаги при этом связано со сближением или отдалением частиц и вообще с изменением геометрии порового пространства, занятого влагой. Это направление почвенной гидрологии относится к физико-химической механике дисперсных систем. При рассмотрении движения почвенной влаги в набухающих грунтах или при мерзлотном пучении оба направления почвенной гидрологии объединяются (Нерпин С.В., Чудновский А.Ф.).

Важность исследований, обнаруживших, что вода при малых сдвиговых напряжениях не подчиняется закону Ньютона (Бондаренко Н.Ф., Нерпин С.В.), определяется тем, что именно при движении влаги в почвах и в грунтах во многих случаях значение сдвиговых напряжений находится в тех пределах, когда отклонения от ньютоновского закона оказывается существенными (Нерпин С.В., Чудновский. А.Ф.)

В работах Нерпина С.В., Бондаренко Н.Ф., было показано, что в определенных условиях даже самые незначительные, совершенно незаметные в объемной жидкости элементы сдвиговой прочности могут играть существенную роль при рассмотрении равновесия или движения жидкости в тонких слоях, например ее фильтрации через глинистые грунты.

Почва обладает как объемной, так и поверхностной проводимостью (Глобус А.М.) По мере понижения влажности доля объемной влагопроводности понижается, а поверхностной возрастает (Нерпин С.В., Бондаренко Н.Ф.).

Обозначим коэффициент влагопроводности для ненасыщенных почв символом K_H. Он отличается от коэффициента фильтрации K_Φ для ненасыщенных почв двумя существенными особенностями. Во-первых, в ненасыщенных почвах он характеризует проводимость почвы не только для жидкой фазы, как K_Φ, но и для потока пара.

Второй особенностью K_H, по сравнению с K_Φ, является его непостоянство при изменении влажности почвы и сильная зависимость от влагосодержания. С понижением объемной влажности понижается площадь поперечного сечения проводящих воду путей, перпендикулярного патоку влаги. При этом с понижением влажности вода остается во все более мелких порах. Иначе говоря, при понижении влажности происходит уменьшение характеристик размеров (радиус пор и толщина водных пленок), от которых зависит их проводимость, пропорциональная для вязкого течения квадрату характеристического размера. Поэтому K_H убывает значительно быстрее влажности. При этом влагопроводность тяжелых почв уменьшается с влажностью более постепенно, чем у почв легких и микроструктурных (Kemper W.D.). Влияние плотности почвы на коэффициент проводимости изучена в работе Shaple W.J., Lehane J.J. Влияние на K_H изменения объемной влажности при изменении плотности достаточно подробно исследовано в работе Глобус А.М.

Рассматривая гистерезис основной гидрофизической характеристики, А.М.Глобус приходит к заключению, что в зависимости от истории смен процессов сушки и увлажнения одному и тому же объемному влагосодержанию могут соответствовать различные потенциалы влажности. Иначе говоря, зависимость K_H от влажности или потенциала также должна обладать гистерезисом (Staple W.J., Lehane J.J.)

По данным Стейпла, K_H при одной и той же объемной влажности для процесса увлажнения на порядок выше, чем для сушки. При увлажнении вода, впитанная почвой при данной влажности, сначала занимает крупные поры с более высоким потенциалом влажности и проводимостью. Лишь отсюда она поступает в мелкие поры, если этому не препятствует защемленный воздух. В процессе сушки, напротив, наиболее крупные поры опустошаются в первую очередь, что приводит к резкому снижению влагопроводности.

Существуют, однако, данные о том, что в области сравнительно низких влажностей K_H при увлажнении почвы ниже, чем при сушке, для одного и того же влагосодержания, Collis – George N., Rosenthal M.
Разработке теории диффузии применительно к почвенно-гидрофизическим проблемам посвящены работы Филипа, Гарднера, Клюта, Скотта и Хэнкса, Нерпина, Юзефовича и Янгебера.

Теории передвижения влаги базируются на предположении о том, что: 1) вода является ньютоновской жидкостью; 2) градиент потенциала влаги однозначно определяет величину и направление потока влаги при заданной влажности. Однако существуют экспериментальные данные, находящиеся в противоречии, с некоторыми из этих допущений. Так ряд авторов Нерпин С.В., Котов А.И. , Kados A. , Low P.F., Swartzendruber D. считают, что при движении воды в ненасыщенных и даже в насыщенных почвах наблюдается пороговой градиент I_0, необходимый для начала движения влаги. При дальнейшем возрастании I не всегда соблюдается линейная связь требуемая законом Ньютона.

Существует еще одна группа явлений, не укладывающихся в рамки выше изложенной теории почвенной влаги. Сущность этих явлений, наблюдавшихся Абрамовой М.М., Дмитриевым С.И. , Jenson. R.D., Аллером В., состоит в том, что в однородной, по предположению, изотермической почве, все точки которой находятся в одинаковой фазе изменения влагосодержания, поток влаги при нестационарном режиме способен идти из зон с меньшей влажностью через более увлажненную почву к более сухой поверхности испарения.

Впервые понятие корректности постановки задач для дифференциальных уравнений сформулировал Ж.Адамар. Он же на примере показал о существовании задач некорректного типа. В дальнейшем развитии теории некорректных задач много сделали Тихонов А.Н., Иванов В.К., Лаврентьев М.М.

Обратные задачи для уравнений параболического типа и методы их решений рассмотрены в работах Алифанова О.М., Артюхина Е.А., Румянцева С.В., Лаврентьева М.М., Романова В.Г., Шишатского С.П., Бека Дж., Блакуэлла Б., Сент-Клэра Ч., Кабанихина С.И., Рысбайулы Б., Атанбаева С.А., Бектемесова М.А., Баканова Г.Б., Искакова К.Т.

В работах Алифанова О.М., Кабанихина С.И., Иванова В.К., Рысбайулы Б., Акишева Т.Б., Исмаилова А.О., Махамбетовой Г.И. много места отводится изучению градиентных методов для определения коэффициента параболических уравнений. К одним из первых ученых, изучавшим конечно-разностные методы решения прямых задач можно отнести Рихтмайера Р.Д., а обратные задачи, на наш взгляд, Бухгейма А.Л.

Актуальность темы исследования. Как известно, математическое моделирование состоит в построении соответствующего уравнения, получении и анализе его решений. Поскольку, неизотермический влагообмен в почве описывается нелинейным дифференциальным уравнением второго или третьего порядка, решения таких уравнений возможно численными методами. Однако для реализации алгоритма расчета движения влаги на ЭВМ необходимо распологать целым рядом входящих в модель параметр – функций.

Современное состояние экпериментальной гидрофизики таково, что далеко не все параметр – функции могут быть определены с достаточной точностью. Метод чисто математического моделирования посредством компьютерных экспериментов непрерывно связан с опорным физическим моделированием, которое представляет частное решение и они оба в совокупности ведут к совершенствованию модели.

Математическая модель динамики поля влагосодержания, получается в результате обьединения уравнения потока влаги с уравнением сохранения массы (влагосодержания). При этом уравнение потока может быть как дарсианского, так и диффузионного типа. Общая модель неизотермического влагообмена должна прогнозировать динамику температурного поля, поля влажности и содержания растворимых соединений в почве. Вследствие несовершенства экспериментальных методов параметры-функции уравнений определяются весьма неточно. Как показано в работе Глобуса А.М. экспериментально определяемые значения коэффициента диффузии могут иметь погрешность в один - два порядка. Поэтому создание более точного метода расчета параметров-функции для уравнений переноса влаги и температуры становится актуальной задачей.

Цель работы и задача исследования заключается в разработке, приближенного метода расчета тепло-масса обменного процесса, а именно:

- построить нелинейную прямую и сопряженную разностную задачи для уравнений влагопроводности почвы и доказать её устойчивость;
- построить разностную схему (прямая и сопряженная) для системы уравнений конвективного тепло и масса переноса в многослойной области и доказать их устойчивость;
- выявить, при каком виде граничных условий есть возможность применения линейной разностной схемы для задачи тепло и масса переноса;
- разработать итерационный метод расчета коэффициента диффузии грунта, распределения влаги и температуры в грунте;
- разработать итерационный метод расчета коэффициента гидропроводности грунта, распределения влаги и температуры в грунте;
- разработать алгоритм доказательства ограниченности приближенного значения коэффициента диффузии влаги и монотонности минимизируемого функционала;
- доказать сходимость решений разностных задач к соответствующим решениям дифференциальных задач;
- провести численные эксперименты и сравнить результаты численных расчетов с результатами натурных экспериментов.

Научная новизна заключается в следующем:

- исследованы математические модели коэффициентной обратной задачи тепло и масса переноса;
- построены нелинейные прямая и сопряженная разностные задачи для уравнений влагопроводности почвы и доказана её устойчивость;
- построена разностная схема (прямая и сопряженная) для системы уравнений конвективного тепло и масса переноса в многослойной области и доказана их устойчивость;
- доказано, что на поверхности земли при постановке граничных условий третьего порядка для температуры, и при постановке граничной условий первого порядка для влажности можно применить линейную разностную схему для задачи распространения тепла и влаги;
- разработан итерационный метод расчета коэффициента диффузии грунта, распределения влаги и температуры в грунте;
- разработан итерационный метод расчета коэффициента гидропроводности грунта, распределения влаги и температуры в грунте;
- разработан алгоритм доказательства ограниченности приближенного значения коэффициента диффузии влаги в грунте и монотонности минимизируемого функционала;
- доказана сходимость решения построенных разностных задач и итерационной схемы к соответствующим решениям дифференциальных задач.

Практическая и теоретическая значимость исследования.

Исследования, проведенные в данной работе, имеют практическую и теоретическую значимость.

Предложенная методика доказательства ограниченности коэффициента диффузии почвы, коэффициента гидропроводности и монотонности функционала для переноса тепла и влаги может быть применена при исследовании нелинейных краевых задач.

Численная методика решения и разработанный подход к расчетно-теоретической модели выполненной в работе развивает теорию нелинейных разностных схем на примере обратной задачи переноса тепла и влаги в почве.

Разработанная методика расчета коэффициента диффузии, гидропроводности почвы и построенные разностные схемы могут быть применены при решении конкретных задач переноса тепла и влаги, механики, возникающих на практике и в производстве.

Разработанная методика расчета позволяет создать устройство, предназначенное для установления коэффициента влагопроводности и гидропроводности грунта, применяемое в полевых условиях и обладающего относительно высокой точностью измерения и свойством неразрушающего контроля.

Научные положения, выносимые на защиту:

- итерационный метод для расчета коэффициентов влагопроводности и гидропроводности грунта;
- специальная сопряженная разностная схема, выведенная непосредственно из разностной задачи прямой задачи;
- методика доказательства ограниченности приближенного значения коэффициентов диффузии и гидропроводности грунта и монотонности минимизируемого функционала;
- методика доказательства сходимости решения разностных задач к решению соответствующих исходных дифференциальных задач для уравнений переноса тепла и влаги;
- алгоритм и программа расчета коэффициентов диффузии и гидропроводности грунта, распределения температуры и влаги грунта.
- методика получения априорных оценок «в целом» по времени для решения разностных схем уравнений переноса тепла и влаги грунте;
- устойчивая «в целом» разностная схема для уравнений переноса тепла и влаги грунте;
- методика доказательства сходимости прямой и сопряженной разностной схемы для уравнений тепла и влаги в грунте.

Методы исследования. В ходе исследования применялись: метод математического моделирования, метод сеток, метод априорных оценок и метод вычислительного (численного) эксперимента.

Достоверность результатов следует из адекватности предложенных математических моделей, из корректности построенных разностных схем и доказанных теорем сходимости решения приближенной задачи к решению исходной. Произведенные результаты численных расчетов сравнивались экспериментальными данными других исследователей ближнего и дальнего зарубежья.

Апробация работы. Основные положения диссертации и отдельные ее результаты докладывались и обсуждались:

- на объединенном семинаре кафедр «Программного обеспечения» и «Информационных систем» Костанайского государственного университета им. А. Байтурсынова (руководитель - к.т.н., доц. Салыкова О.С.);
- на городском семинаре Казахстанско-Британского технического университета «Современные проблемы прямой и обратной задачи» (руководитель - д.ф.-м.н., профессор Сакабеков А., д.ф.-м.н., профессор Рысбайулы Б.);
- на расширенном семинаре института информационных технологий КазНТУ им. К.И.Сатпаева (руководитель - д.т.н., профессор Байбатшаев М.Ш.);
- на 12-ой межвузовской конференция по математике, механике и информатике. Алматы, 10-14 сентября, 2008.
- на международной конференции «Дифференциальные уравнения и математические модели электрических явлений» DEMM-2009,Алматы, 13-15 январь, 2009.
- на второй международная научно-практическая конференция, Алматы, 26-27 февраля, 2009, с.13-16.
- на III-Международной конференции «Проблемы механики и машиностроения», Алматы, 13-16 июня, 2009.
- III Congress of the Turkish World mathematicians, 30 June-4 July, 2009.
- The 5th International Conference "Inverse Problems: Modeling and Simulation" (IP:M&S) to be held from May 24 -29, 2010, Antalya, Turkey

Публикации. Основные выводы и результаты диссертационной работы опубликованы в 47 работах, которые приводятся в списке использованных источников. Из них 1 монография.

Личный вклад соискателя.Диссертационная работа и все выводы, лежащие в ее основе, выполнены автором самостоятельно. Результаты исследований, изложенные в диссертации, получены лично соискателем. В совместных работах с научным консультантам Рысбайулы Б. принадлежат постановка задачи. А.О.Исмаилов, Г.И.Махамбетова помогали проводить численные эксперименты и учавствовали в обсуждении результатов.

Структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. Список литературы состоит из 192 наименований включая авторские публикации.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Во введении содержится общая характеристика работы, приведена оценка современного состояния исследуемой проблемы, обосновывается актуальность темы диссертации, изложены основные цели и постановка задачи исследования, определена научная новизна приведенных исследований, приведена краткая аннотация основных результатов работы авторов по исследуемой тематике.

Первая глава посвящена разработке итерационного метода для расчета коэффициента диффузии и гидропроводности почвы. Используя исходную квазилинейную начально-краевую задачу строится сопряженная задача, с использованием которого выводится итерационный метод расчета коэффициента диффузии почвы. На основе прямой разностной задачи переноса влаги создается сопряженная разностная задача специального типа. Сначала доказывается ограниченность приближенного значения коэффициента диффузии, после этого доказывается монотонность минимизируемого функционала. Доказывается устойчивость разностной схемы и сходимость решение приближенной задачи к решению исходной задачи, когда шаги по времени и по пространственной переменной стремятся к нулю, т.е. $\Delta t \to 0,\ \Delta z \to 0$ Приведены также результаты численного эксперимента определения коэффициента диффузии и гидропроводности почвы.

Основная задача. В области $Q=(0,H)\times(0,T)$ изучается распространение влаги в ненасыщенной зоне. Математическая модель одномерной задачи описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial W}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(D\frac{\partial W}{\partial z}\right)+\frac{\partial K}{\partial z}. \tag{1}$$

В начальный момент распределения влаги задается начальное условие. То есть,

$$W(z,0)=W_0(z).$$

На границе поверхности почвы и атмосферы задается граничное условие второго рода

$$D(H)\frac{\partial W(H,t)}{\partial z}+K(H)=f(t). \tag{2}$$

На границе поверхности грунтовых вод с почвой задается первое граничное условие

$$W(0,t)=W_2=const. \tag{3}$$

Задача (1) – (3), при определенных условиях на K и D, имеет единственное устойчивое решение. Лыков, Карслоу-Эгер, Нерпин и т.д. получили точное решение этой задачи в правильной области (шар, цилиндр, параллелепипед и др.) при различных краевых условиях.

Чтобы решить обратную задачу, т.е. найти, например $D(W)$ (решить обратную – коэффициентную задачу), мы должны ставить дополнительные условия. В нашем случае это влага на поверхности почвы

$$W(H,t)=W_g(t),\quad t\in[0,T]. \tag{4}$$

Для этого задается начальное приближение $D_n(z)$, а следующее приближение $D_{n+1}(z)$ определяется из условия монотонности функционала, т.е. из выполнения условия $J(D_{n+1}) < J(D_n)$. Причем соседние значения функционала определяются по формулам

$$J(D_n) = \int_0^T \left(W(H,t,D_n) - W_g(t)\right)^2 dt \text{ и } J(D_{n+1}) = \int_0^T \left(W(H,t,D_{n+1}) - W_g(t)\right)^2 dt .$$

Для двух последовательных значений $D_n(z)$ и $D_{n+1}(z)$ уравнение (1) записывается в виде

$$\frac{\partial W^{n+1}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(D_{n+1}(z)\frac{\partial W^{n+1}}{\partial z}\right) + \frac{\partial K(z)}{\partial z},$$

$$\frac{\partial W^{n}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(D_{n}(z)\frac{\partial W^{n}}{\partial z}\right) + \frac{\partial K(z)}{\partial z}.$$

Тогда для функции $\delta W = W^{n+1} - W^n$ получится уравнение

$$\frac{\partial \delta W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\delta D(z)\frac{\partial W^{n+1}}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(D_n(z)\frac{\partial \delta W}{\partial z}\right), \tag{5}$$

$$\delta W(z,0) = 0, \qquad \delta W(0,t) = 0,$$

$$\left.\frac{\partial \delta W(H,t)}{\partial z} D(H) + \delta D(H)\frac{\partial W^{n+1}}{\partial z}\right|_{z=H} = 0. \tag{6}$$

Из (5)-(6) выводится сопряженная задача:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(D(z)\frac{\partial \Psi}{\partial z}\right) = 0, \tag{7}$$

$$\Psi(z,T) = 0, \quad \Psi(0,t) = 0, \tag{8}$$

$$D(H)\frac{\partial \Psi(H,t)}{\partial z} = -2\left(W^n(H,t) - W_g(t)\right). \tag{9}$$

Функция $D(z)$ ищется из минимума функционала

$$J(D) = \int_0^T \left(W(H,t) - W_g(t)\right)^2 dt .$$

После некоторых вычислений получиться формула

$$J(D_{n+1}) - J(D_n) = \int_0^T dt \int_0^H \delta D \frac{\partial W^n}{\partial z}\frac{\partial \Psi}{\partial z} dz + \int_0^T dt \int_0^H \delta D \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \delta W}{\partial z} dz + \int_0^T \left(\delta W\right)^2\Big|_{z=H} dt .$$

Подбираем $\delta D(z)$ таким образом, чтобы выполнялось соотношение

$$\delta D(z) = -\beta_n \int_0^T \frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial W}{\partial z}dz .$$

Тогда

$$J(D_{n+1}) - J(D_n) = -\int_0^H \beta_n \left(\int_0^T \frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial W^n}{\partial z} dt \right)^2 dz + \int_0^T \left(\delta W\right)^2_{z=H} dt + \int_0^T dt \int_0^H \delta D \cdot \frac{\partial\Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \delta W}{\partial z} dz. \quad (10)$$

В формуле (10) $\delta W\big|_{z=H} = W^{n+1}(H,t) - W^n(H,t)$. Приближенное значение коэффициента капиллярной диффузии определяется по рекуррентной формуле

$$D_{n+1}(z) - D_n(z) = -\beta_n \int_0^T \frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial W}{\partial z} dt . \quad (11)$$

Доказаны следующие утверждения:

Лемма 1. Если $f(t) \in L_2(0,T),\ W_0(z),\ K(z) \in L_2(0,H),$ то для решения прямой задачи (1)-(4) имеют место оценки

$$\max\|W\|^2 + \int_0^t \left\| \sqrt{D}\frac{\partial W}{\partial z} \right\| d\tau \le C_2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{D_{\min}}} \right)^2,$$

$$\int_0^t W^2(H,\tau) d\tau \le C_3 \left(1 + \frac{1}{D_{\min}} \right) \frac{1}{\sqrt{D_{\min}}} .$$

Также имеет место

Лемма 2. Если $W_0(z) \in W_2^2(0,H),\ f(t) \in W_2^1(0,T),$ то для решения прямой задачи (1)-(4) имеет место оценка

$$\max_t \left\| \frac{\partial W}{\partial t} \right\|^2 + \int_0^t \left\| \sqrt{D}\frac{\partial^2 W}{\partial z \partial \tau} \right\|^2 d\tau \le C_3 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{D_{\min}}} \right).$$

Лемма 3. Если $f(t)$, $W_g(t) \in L_2(0,T)$, $W_0(z) \in L_2(0,H)$, то для решения сопряженной задачи (7)-(9) имеют место оценки:

$$\int_0^H \Psi^2 dz + \int_t^T \int_0^H D(z) \left(\frac{\partial\Psi}{\partial z} \right)^2 dz d\tau \le C_5 \left(1 + \frac{1}{D_{\min}} \right)^2 ,$$

$$\int_t^T \Psi^2(H,\tau) d\tau \le C_6 \left(1 + \frac{1}{D_{\min}} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{D_{\min}}} .$$

Лемма 4. Если $W_0(z) \in W_2^2(0,H)$, $W_g(t)$, $f(t) \in W_2^1(0,H)$, то для решения сопряженной задачи (7)-(9) имеет место оценка

$$\max_t \int_0^H \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)^2 dt + \int_t^T \int_0^H D(z) \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z \partial t}\right)^2 dz d\tau \le C_7 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{D}_{\min}}\right)^2 .$$

Теорема 1. Если, $W_0(z) \in W_2^2(0, H),\ f(t),\ W_g(t) \in W_2^1(0, T),$ то из равенства (11) вытекают соотношения:

$$0 < \frac{1}{C_{12}} < D_{n+1}(z) < C_{12} < \infty .$$

Теорема 2 . Если $f(t) \in W_2^2(0,T)$, $W_g(t) \in W_2^2(0,T)$, $W_0(z) \in W_2^1(0,H)$, и

$$\int_0^T \frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial z} dt = B_n(z) \neq 0 ,$$

то из (10) следует монотонность функционала $J(D_n)$ (после соответствующего подбора β_n).

Разностная задача

Отрезок $(0, H)$ разбиваем на N равных частей с шагом, а отрезок $(0,T)$ разбиваем на m равных частей с шагом $\Delta t = \frac{T}{m}$. В полученной дискретной области:

$$Q_N^m = \{z_i = i\Delta t;\ t_j = j \cdot \Delta t;\ i = 1,2,\dots,N-1, N;\ j = 0,1,\dots,m-1\},$$

изучается задача

$$Y_{i\bar{t}}^{j+1} = \left(D_n(z_i) Y_{iz}^{j+1} + K_i\right)_{\bar{z}}, \tag{12}$$

$$Y_0^j = 0, \quad Y_i^0 = W_0(z_i), \quad D(H) Y_{N,z} + K(H) = f(t_{j+1}) . \tag{13}$$

Задается начальное приближение коэффициента диффузии $D_{n,i}$, соответствующее ему решение системы (12), (13) обозначим через $Y_i^{j+1,n}$. Следующему значению коэффициента $D_{n+1,i}$ соответствует решение $Y_i^{j+1,n+1}$. Тогда, если разности обозначим

$$Y_i^{j+1,n+1} - Y_i^{j+1,n} = \Delta Y_i^{j+1}, \quad D_{n+1}(z_i) - D_n(z_i) = \Delta D(z_i),$$

получается задача

$$\Delta Y_{\bar{t}}^{j+1} = \left(D_n(z) \Delta Y_z^{j+1} + \Delta D \cdot Y_z^{j+1,n+1}\right)_{\bar{z}},$$

$$\Delta Y_0 = 0,\ D_n(H) \Delta Y_{N\bar{z}} + \Delta D Y_{N\bar{z}}^{n+1} = 0,\ \Delta Y_i^0 = 0 .$$

Сформулируем сопряженную задачу

$$U_{i\bar{t}}^j + \left(D(z) U_{i,z}^j\right)_{\bar{z}} = 0 , \tag{14}$$

$$U_i^m = 0, \quad i = \overline{1, N}, \qquad U_0^j = 0, \quad j = \overline{m,1}, \tag{15}$$

$$D_n(z_N)U^j_{N\bar z} = -2\left(Y^{j+1}_N - W^{j+1}_g\right), \quad j=\overline{m-1.0}.$$

Коэффициент капиллярной диффузии определяется из минимума функционала $J(D)=\sum_{j=0}^{m-1}\left(Y_N^{j+1}-W_g^{j+1}\right)^2\Delta t$.

Тогда

$$J(D_{n+1})-J(D_n)=\sum_{i,j}\Delta D\cdot Y^{j+1}_{i,\bar z}U^j_{i\bar z}\Delta t\Delta z+\sum_j\left(\Delta Y_N^{j+1}\right)^2\Delta t+\sum_{i,j}\Delta D\Delta Y^{j+1}_{i,\bar z}U^j_{i,\bar z}\Delta t\Delta z.$$

Если

$$\Delta D=-\beta_n\sum_j Y^{j+1}_{i\bar z}U^j_{i\bar z}\Delta t,$$

то $J(D_{n+1})-J(D_n)=-\sum_i\beta\left(\sum_j Y^{j+1}_{i\bar z}U^j_{i\bar z}\Delta t\right)^2\Delta z+\sum_j\left(\Delta Y_N^{j+1}\right)^2\Delta t+\sum_{i,j}\Delta D\cdot\Delta Y^{j+1}_{\bar z}U^j_{\bar z}\Delta t\Delta z$.

Мы знаем, что $\Delta D=D_{n+1}(z)-D_n(z)$, поэтому получается рекуррентное соотношение:

$$D_{n+1}(z_i)-D_n(z_i)=-\beta_n\sum_J Y^{j+1}_{i\bar z}U^j_{i\bar z}\Delta t,\quad i=\overline{1,N}. \tag{16}$$

Для доказательства ограниченности и монотонности величин $D_{n+1}(z)$ и $J(D_{n+1})$ нам нужны априорные оценки решения прямой и сопряженной задач.

Априорные оценки

Лемма 5. Если $f(t)\in L_2(0,T)$, $K(z)$, $W_0(z)\in L_2(0,H)$, то для решения задачи (10)- (11) имеют место оценки

$$\max_j\left\|Y^{j+1}\right\|^2+\sum_j\left\|\sqrt{D}Y^{j+1}_{i\bar z}\right\|^2\Delta t\le C\left(1+\frac{1}{D_{\min}}\right),$$

$$\sum_{j=0}^{j}\left(Y_N^{j+1}\right)^2\Delta t\le C_2\left(1+\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}+1\right).$$

Лемма 6. Если $f(t)\in W_2^1(0,T), W_0(z)\in W_2^2(0,H)$, то для решения задачи (12)-(13) имеют место оценки:

$$\max_j\left\|Y_t^{j+1}\right\|^2+\sum_j\left\|\sqrt{D}Y^{j+1}_{\bar z}\right\|^2\Delta t\le C_3\left(1+\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}\right),$$

$$\sum_j\left(Y_{Nt}^{j+1}\right)^2\Delta t\le C_3\left(1+\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}\right)^2.$$

Лемма 7. Если $f(t)$, $W_g(t)\in L_2(0,T)$, $W_0(z)\in L_2(0,H)$, то для решения задачи (14)-(15) имеют место оценки

$$\sum_{i-1}^{N-1}\left(U_i^j\right)^2\Delta z+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=j}^{m-1}D(z_{i-1})\left(U^j_{i,\bar z}\right)^2\Delta z\Delta t\le C_5\left(1+\frac{1}{D_{\min}}\right)\frac{1}{D_{\min}},$$

$$\sum_{j=j}^{m-1} \left(U_N^j\right)^2 \Delta t \le C_6\left(1+\frac{1}{D_{\min}}\right)\frac{1}{D_{\min}^{1.5}}.$$

Лемма 8. Если $f(t),\ W_g(t) \in W_2^1(0,T)$, $W_0(z) \in W_2^2(0,H)$, то для решения задачи (14)-(15) имеют место оценки

$$\max_j \left(U_{it}^j\right)^2 \Delta z + \sum_{i,j} D(z_{i-1}) \left(U_{i,\bar{z}t}^j\right)^2 \Delta z \Delta t \le C_{10}\left(1+\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}\right)\left(1+\frac{1}{D_{\min}}\right)^2,$$

$$\sum_j \left(U_{Nt}^j\right)^2 \Delta t \le C_{11}\left(1+\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}\right)\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}\left(1+\frac{1}{D_{\min}}\right)^2.$$

Ограниченность коэффициента диффузии и монотонность функционала

Теорема 3. Если $f(t),\ W_g(t) \in W_2^1(0,T),\ W_0(z) \in W_2^2(0,H),$ то из (16) следует ограниченность $D_{n+1}(z_i)$, т.е. $0 < C_{18} \le D_{n+1}(z_i) \le C_{19} < \infty,\ n = 0,1,2,...$.

Теорема 4. Если $\sum_{j=0}^{m-1} U_{\bar{z}}^j Y_{\bar{z}}^{j+1} \Delta t = B_n(z_i) \ne 0$, то $J(D_{n+1}) - J(D_n) < 0$.

Математические свойства прямой и сопряженной задач

Теорема 5. Если имеют место условия теоремы 3 и $0 < \frac{1}{C} < D(z) < C < \infty,$ то решения прямой и сопряженной задачи устойчивы по $f(t),\ W_g(t)$ и по начальным функциям $W_0(z)$. Причем справедливо неравенство

$$\max_j \left(\left\|\Delta Y^{j+1}\right\|^2 + \left\|\Delta U^j\right\|^2\right) + \sum_j \left(\left\|\Delta Y_{\bar{z}}^{j+1}\right\|^2 + \left\|\Delta U_{\bar{z}}^j\right\|^2\right)\Delta t + \sum_j \left(\Delta Y_N^{j+1}\right)^2 \Delta t + \sum_j \left(\Delta U_N^j\right)^2 \Delta t \le$$

$$\le C_{34}\left(\left\|\Delta W_0\right\|^2 + \sum_j \left(\Delta f\right)^2 \Delta t + \sum_j \left(\Delta W_g^{j+1}\right)^2 \Delta t\right).$$

Теорема 6. Если решение дифференциальной задачи (1)-(4) обладает свойством $W_{zt}, W_{zz},\ f_t,\ f_z \in L_2(Q),$ то решение разностной задачи (12)-(13) при $\Delta z, \Delta t \to 0$ сходится к решению дифференциальной задачи (1)-(4). Причем справедлива оценка:

$$\max_j \left\|W^j - Y^j\right\|^2 + \sum_j \left\|W_{\bar{z}}^j - Y_{\bar{z}}^j\right\|^2 \Delta t \le C_{38}\left((\Delta z)^2 + (\Delta t)^2\right).$$

Структурная схема расчета

1. Задаются начальное значение $D_n, n = 0$ и $W_0(z),\ 0 \le z \le H;\ W_g(t),$ $0 \le t \le T;\quad f(t) \in [0,T]$

2. Решается прямая задача (12)- (13) и определяется вертикальное распределение влаги. А также поток влаги.

4.Решается сопряженная задача (14) - (15) и вычисляются поток сопряженной задачи

5. Вычисление коэффициента капиллярной диффузии $D_{n+1}(z)$.по формуле

$$D_{n+1}(z) = D_n(z) + \sum_{j=0}^{m-1} \beta Y_{i\bar{z}}^{j+1} U_{i\bar{z}}^{j} \Delta t.$$

6. Вычисляется функционал

$$J(D_{n+1}) = \sum_{j=0}^{m-1} \left(W_N^{j+1} - W_g^{j+1}\right)^2 \Delta t\,.$$

7. Если $\left|\dfrac{J(D_{n+1}) - J(D_n)}{J(D_{n+1})}\right| < \varepsilon,$ то функция $D_{n+1}(z)$ принимается за значение коэффициента капиллярной диффузии с точностью ε.

Во второй главе исследуются явления в изотермической почве, все точки которой находятся в одинаковой фазе изменения влагосодержания, поток влаги при нестационарном режиме способен идти из зон с меньшей влажностью через более увлажненную почву к более сухой поверхности испарения. Для этого случая Аллером И. была предложена нелинейная дифференциальная уравнения третьего порядка. Используя нелинейный модель передвижения влаги в ненасыщенной зоне, разработан методика расчета коэффициента диффузий грунта и коэффициент при старшей производной дифференциального уравнения. Доказываются ограниченность приближенного значения коэффициентов и монотонность минимизируемого функционала.

Предлагается неявная разностная схема для решения рассматриваемой задачи и доказывается сходимость решение разностной задачи к решению исходной дифференциальной задачи.

В области $Q = (0,H) \times (0,T)$ изучается задача

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(D(W)\frac{\partial W}{\partial z} + A\frac{\partial^2 W}{\partial t \partial z}\right), \tag{17}$$

$$W\big|_{t=0} = W_0(z), \quad 0 < z < H \tag{18}$$

$$W(0,t) = W_1, \quad \left.\left(D(W)\frac{\partial W}{\partial z} + A\frac{\partial^2 W}{\partial t \partial z}\right)\right|_{z=H} = f(t) \tag{19}$$

где

$$f(t) = \frac{dB(t)}{dt}, \quad B(t) = \int_0^H W(z,t)\,dz\,.$$

Для определения $D(W)$ задается влага на поверхности почвы

$$W\big|_{z=H} = W_g(t), \quad 0 < t < T\,. \tag{20}$$

Решение сопряженной задачи (функция $\Psi(z,t)$), определяется из решения системы

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}\left(D(W)\frac{\partial\Psi}{\partial z}-A\frac{\partial^2\Psi}{\partial t\partial z}\right)=0\ , \tag{21}$$

$$\left(D(W)\frac{\partial\Psi}{\partial z}-A\frac{\partial^2\Psi}{\partial z\partial t}\right)\Bigg|_{z=H}=2(W(H,t)-W_g(t)), \tag{22}$$

$$\Psi(0,t)=0,\quad \Psi(z,T)=0. \tag{23}$$

Разностная схема задачи (17)-(20) записывается в виде:

$$Y_{i\bar t}^{j+1}=\left(D(Y_i^j)Y_{iz}^{j+1}+AY_{iz\bar t}^{j+1}\right)_{\bar z},\qquad i=1,2,\dots,N-1; \tag{24}$$

$$Y_0^{j+1}=0\,,\quad j=0,1,\dots,m-1;\quad W_i^0=W_0(z_i),\qquad i=0,1,2,\dots,N. \tag{25}$$

$$\left(D(Y_i^j)Y_{iz}^{j+1}+AY_{iz\bar t}^{j+1}\right)_{i=N-1}=-f(t_{j+1}). \tag{26}$$

Лемма 9. Если $f(t)\in L_2(0,T),\ W_0(z)\in L_2(0,H),$ то для решения системы (24) - (26) имеют место оценки

$$\max_j\left(\left\|Y^{j+1}\right\|^2+A\left\|Y_{\bar z}^{j+1}\right\|\right)^2+2\sum_j\left\|\sqrt{D}Y_{i\bar z}^{j+1}\right\|^2\Delta t\le C_2<\infty,$$

$$\sum_j\left(Y_N^{j+1}\right)^2\Delta t\le C_3<\infty\,.$$

Лемма 10. Если $W_2(z),W_0(z),\in\ L_2(0,H),\ f(t)\in W_2^1(0,T),$ то для решения задачи (24)-(26) справедлива оценка:

$$\max_j\left(\left\|Y_t^{j+1}\right\|^2+A\left\|Y_{t\bar z}^{j+1}\right\|^2\right)+2\sum_j\left\|\sqrt{D}Y_{\bar zt}^{j+1}\right\|^2\Delta t\le C_9<\infty,$$

$$\sum_j(Y_{Nt}^{j+1})^2\,\Delta t\le C_{10}<\infty\,.$$

Лемма 11. Если $f(t),W_g(t)\in L_2(0,T),\ W_0\ (z)\in W_2^1(0,H),$ то для решения сопряженной разностной задачи справедлива оценка

$$\max_j\left(\left\|U^j\right\|^2+A\left\|U_{\bar z}^j\right\|^2\right)+2\sum_j\left\|\sqrt{D}U_{\bar z}^j\right\|^2\Delta t\le C_{15}<\infty,\quad \sum_j(U_N^j)^2\,\Delta t\le C_{16}<\infty$$

Лемма 12. Если $W_2(z),W_0\ (z)\in L_2(0,U),\ f(t)\,,W_1\ (t)\in W_2^1(0,T),$ то для решения сопряженной разностной задачи имеют место оценки:

$$\max_j(\left\|U_t^j\right\|^2+A\left\|U_{t\bar z}^j\right\|^2)+2\sum_j\left\|\sqrt{D}U_{t\bar z}^j\right\|^2\Delta t\le C_{21}<\infty,$$

$$\sum_j (U_{Nt}^j)^2 \Delta t \le C_{22} < \infty .$$

Отсюда следует неравенство $J(D_{n+1}) - J(D_n) < 0$.

Устойчивость схемы (24) – (26)

Теорема-8. Если имеют место условия теоремы 3 и $0 < \dfrac{1}{C} < D(z) < C < \infty,$ то решения прямой и сопряженной задачи устойчивы по $f(t),\ W_g(t)$ и по начальным функциям $W_0(z)$. Причем справедливо неравенство

$$\|\Delta Y\|^2 + 2\sum_j \left\|\sqrt{D}\Delta Y_z^{j+1}\right\|^2 + A\left\|\Delta Y_z^{j+1}\right\|^2 \le$$
$$\le C_{11}\left(\|\Delta W_0\|^2 + A\|\Delta W_{0,z}\|^2 + \sum_j |\Delta f|^2 \Delta t\right),$$

Здесь $\Delta Y = Y_i^{j+1} - \tilde{Y}_i^{j+1}$, $\quad \tilde{Y}_i^{j+1}$ - решение возмущенной задачи.

Алгоритм определения коэффициента диффузионности $D(W)$

1. Задаются начальное приближение $D_n(Y_i^j)$ и функции $f(t)$, $F(t)$, $W_0(z)$.
2. Подбирается шаг по t, $\Delta t = \dfrac{T}{m}$, и шаг по переменной z, $h = \dfrac{H}{N}$.
3. Вычисляется $Y_i^0 = W_0(z_i)$, $i = 0, 1, 2, ..., N.$
4. Вычисляется влага Y_i^{j+1} по формуле
$$Y_i^{j+1} = \alpha_{i+1} Y_{i+1}^{j+1} + \beta_{i+1}, \qquad Y_i^{j+1} = Y_0^{j+1}.$$
5. Поток влаги вычисляется по рекуррентной формуле
$$P_{i-1} = \frac{A_i - 2\alpha_{i+1}}{A - \alpha_{i+1}} P_i + F_i - \frac{\beta_{i+1} A_i}{A - \alpha_{i+1}}, \qquad P_{N-1} = 0$$
6. Вычисляются разностные производные $Y_{i,z}$ влаги
$$Y_{iz}^{j+1} = \frac{P_i^{j+1}}{A_i \Delta z}, \qquad i = 1, 2, ..., N-1.$$
7. Решение сопряженной задачи определяется по формуле
$$U_i^j = \alpha_{i+1} U_{i+1}^j + \beta_{i+1}, \quad i = N-1, \quad N-2, ..., 2 ,$$
причем $U_1^j = U_2^j$, $U_N^j = \dfrac{C_{1N} + \beta_N}{1 - \alpha_N}$ $C_{1N} = \dfrac{A}{A + \Delta t D(Y_N^j)}(U_N^{j+1} - U_{N-1}^{j+1}) + 2(Y_N^{j+1} - F)$
8. Поток сопряженной задачи вычисляется по формуле
$$P_i = \frac{A_i - \alpha_{i+1}}{A_i - 2\alpha_{i+1}} - \frac{\beta_{i+1} A - F_{ii}(A_i - \alpha_{i+1})}{A_i - 2\alpha_{i+1}}, \quad P_i = 0.$$
9. Вычисляется разностная производная по z сопряженной задачи
$$U_{iz}^j = \frac{P_i}{A_i \Delta z} \qquad .$$
10. Следующее приближение коэффициента диффузионности определяется по формуле

$$D_{n+1}\left(z_i^j\right) = D_n\left(z_i^j\right) - \beta_n Y_{i\bar{z}}^{j+1} U_{i\bar{z}}^{j}.$$

11.Вычисляется

$$J\left(D_{n+1}\right) - J\left(D_n\right) = -\sum_{i,j} \beta_n \left(Y_{i\bar{z}}^{j+1} U_{i\bar{z}}^{j}\right)^2 \Delta z \Delta t + \sum_{j=0}^{m-1} \left(\Delta Y_N^{j+1}\right)^2 \Delta t.$$

12.Если $\dfrac{J\left(D_n\right) - J\left(D_{n+1}\right)}{J\left(D_n\right)} < \varepsilon$, то процесс вычисления завершается. В качестве $D\left(z_i^j\right)$ берется $D_{n+1}\left(z_i^j\right)$ с точностью ε.

Выводы

1) Предполагая, что коэффициент капиллярной диффузии почвы зависит от влажности, создана нелинейная модель распространения влаги в почве.
2) Разработан итерационный метод расчета коэффициента капиллярной диффузи почвы и распределения влаги в почве в непрерывной и дискретной формах.
3) Для нелинейной задачи распределения влаги в почве предлагаются линейная прямая и сопряженная разностные задачи.
4) Управляя свободным положительным параметром, добивается монотонность минимизируемого функционала и ограниченность приближенного значения коэффициента капиллярной диффузии почвы.
5) На основе разработанной дискретной математической модели распространения влаги в почве разработан алгоритм расчета коэффициента капиллярной диффузии почвы и распределение влаги, созданы программы в среде Delphi 7.
6) Изменяя входные параметры распространения влаги в почве проведены многочисленные вычислительные эксперименты, полученные результаты оформлены в виде графиков.

Третья глава посвящена исследованию распределения тепла и влаги в грунте. Построены прямые и сопряженные системы разностных схем и получены априорные оценки решения разностных задач. Используя полученные оценки, доказаны ограниченность приближенного значения коэффициента диффузии. А также исследована сходимость решения разностной задачи и разработан алгоритм расчета температуры и влажности.

Передвижение влаги в жидкой фазе может осуществляться в грунте в результате фильтрации, или в результате миграции (т.е. под действием «внутренних» сил, возникающих в самом грунте на поверхностях раздела вода-воздух, вода - минеральный скелет).

Основной закон фильтрации был установлен известным французским исследователем инженером Дарси, который нашел, что скорость ламинарной фильтрации v_z (т.е. расход жидкости на еденицу площади поперечного сечения грунта)

$$v_z = -K_f \frac{dP_{\text{внш}}}{dz},$$

где $\frac{dP_{\text{внш}}}{dz}$ - градиент внешнего давления, k_ϕ -коэффициент фильтрации.

Основной закон миграции был установлен в 1907г. Букингемом (Buckingham,1907), который нашел, что скорость движения влаги при миграции

$$v_z = K_M \frac{dP_{\text{внт}}}{dz}, \tag{27}$$

где K_M - коэффициент миграции, $\frac{dP_{внт}}{dz}$ - градиент «внутреннего» давления $P_{внт}$. Уравнение (27) неоднократно проверялось на различных дисперсных грунтах (Лыков, 1947, 1950, 1952, 1954, Наседкин и Покровский, 1939, Порхаев, 1949 и др.), а также непосредственно на грунтах (Долгов, 1948., Ким, 1933., Richards, 1937., Gardner, 1936). Поэтому оно является экпериментально установленным фактом.

Внутреннее давление $P_{внт}$ является функцией влажности W и температур θ, т.е. $P_{внт} = P_{внт}(W,\theta)$. Поэтому А.В.Лыков (1954) уравнений (27) несколько преобразовал:

$$v_z = K_M P'_W \left(\frac{\partial W}{\partial z} + \delta \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right)$$

Здесь $K = -K_M \frac{\gamma_b}{\gamma_0} P'_W$ - коэффициент влагопроводности, а $\delta = \frac{P'_\theta}{P'_W}$ термоградиентный коэффициент; γ_b – объемный вес воды, γ_0 -объемный вес скелета грунта. Перепишем (27) в следующем виде

$$I_z = \gamma_b v_z = -\gamma_0 K \left(\frac{\partial W}{\partial z} + \delta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right),$$

где I_z - поток влаги вдоль оси z. Величина $P_{внт}$ убывает с увеличением влажности W, значить $P'_W = \frac{\partial P_{внт}}{\partial W}$ всегда отрицательна. Поэтому в правой части знака равенства поставлен знак минус для того, чтобы K было положительно.

Таким образом, в это уравнение вместо одного коэффициента входят два, которые характеризуют способность влаги в грунте мигрировать под действием градиента влажности K и под действием градусов температур ($K\delta$).

Некоторые сведения о зависимости коэффициента влагопроводности K от различных параметров грунта приводит А.В.Лыков (1954). Коэффициент влагопроводности имеет минимальные значение в глинах, грубых песках, максимальное в супесях, в сушах, в тонких песках. Причем для супесей K в 100-200 раз больше, чем для глин.

Величина K также сильно зависит от влажности грунта W. С увеличением влажности K растет, вплоть до влажности полного насыщения $W_{нас}$, по степенному закону $K \approx W^n$, где $n = 2 \div 3$ и, наконец, $K = const$ при $W = W_{нас}$. Влияние температуры и плотности на величину K невелика.

В отличие от K, термоактивный коэффициент δ практически не зависит от дисперсности грунта.

В том случае, если в грунте происходит одновременно фильтрация и миграция влаги, суммарный поток влаги равен

$$\vec{I} = -\gamma_b K_f \nabla P_{\text{внш}} - \gamma_0 K \ \ \nabla W + \delta \nabla \theta \ .$$

Движение воды в ненасыщенных грунтах.

Составляя уравнение теплового баланса для элементарного грунта, получим уравнение Фурье-Кирхгофа (Лыков, 1956)

$$\gamma_0 C_T \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_T \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \ \gamma_b^2 K_f q \ + \frac{\partial}{\partial z}\left(K \frac{\partial W_T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K\delta \frac{\partial \theta_T}{\partial z} \right).$$

Тем самым, процессы тепло и масса переноса описываются нелинейной системой дифференциальных уравнений с частными производными. В зависимости от формы рассматриваемой области, внутренних и внешних воздействий на изучаемый процесс получаются различные варианты задачи.

В области $Q = (0, H) \times (0, T)$ изучается задача

$$\gamma_0 C \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right), \qquad (28)$$

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z}\bigg|_{z=H} + \bar{\alpha} \ \ \theta - T_b(t) \ \bigg|_{z=H} = 0, \qquad \theta\bigg|_{z=0} = T_1, \ \ \theta\bigg|_{t=0} = \theta_0(z) \ , \qquad (29)$$

где $\bar{\alpha} = \alpha + \alpha_0 D_n(H)$.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K(z) + D \frac{\partial W}{\partial z} + D\mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right), \qquad (30)$$

$$\sigma\bigg|_{z=H} = A(t) \ , \ \ \sigma\bigg|_{z=0} = 0 \ , \ \ W\bigg|_{t=0} = W_0(z) \ , \qquad (31)$$

здесь $\sigma(z,t) = K(z) + D(z)\dfrac{\partial W}{\partial z} + D(z)\mu \dfrac{\partial \theta}{\partial z}$.

Сопряженные задачи

Из системы (28)-(31) выводится следующая задача:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(D_n(z)\frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0, \tag{32}$$

$$D_n(z)\frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_{z=H} = 2A_0\left(W(H,t) - W_g(t)\right), \quad \frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_{z=0} = 0, \ \ u(z,T) = 0, \tag{33}$$

$$\gamma_0 C\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu D_n(z)\frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0\,, \tag{34}$$

$$\left(\alpha\Psi + \lambda\frac{\partial \Psi}{\partial z} + \mu D_n(z)\frac{\partial u}{\partial z} \right)\bigg|_{z=H} = 2\left(\theta(H,t) - T_g(t)\right), \qquad \Psi(0,t) = 0, \ \ \Psi(z,T) = 0. \tag{35}$$

Приближенное значения коэффициента диффузии определяется по формуле:

$$\delta D = \beta_n(z)\int_0^T \frac{\partial U}{\partial z}\left(\frac{\partial W}{\partial z} + \mu\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)dt + \beta_n(z)\alpha_0\int_0^T \theta - T_в \ \ \Psi\bigg|_{z=H} d\tau, \tag{36}$$

а значение функционала определяется по формуле

$$J(D) = \int_0^T \left(\theta(H,t) - T_g(t)\right)^2 dt + A_0\int_0^T \left(W(H,t) - W_g(t)\right)^2 dt.$$

Структурная схема решения поставленной задачи.

1. Задается начальное приближение $D_n(z)$.
2. Решается задача (28)-(29) и определяются $\frac{\partial \theta}{\partial z}$ и $\theta(H,t)$.
3. Решается задача (30)-(31) и определяется $\frac{\partial W}{\partial z}$ и $W(H,t)$.
4. Решается первая сопряженная задача (32)-(33), и определяется $\frac{\partial u}{\partial z}$.
5. Решается вторая сопряженная задача (34)-(35) и определяется $\frac{\partial \Psi}{\partial z}$.
6. Из формулы (36) вычисляется $D_{n+1}(z)$.
7. Вычисляются функционалы $J(D_{n+1}),\ J(D_n)$.
8. Если

$$\left| \frac{J(D_{n+1}) - J(D_n)}{J(D_n)} \right| < \varepsilon\,,$$

то за истинное значение коэффициента $D(z)$ берется вычисленное $D_{n+1}(z)$.

Априорные оценки прямой задачи

Лемма 3.1. Если $\theta_0(z) \in L_2(0,H)$, $T_b(t) \in L_2(0,T)$, и γ_0, C-ограниченные положительные величины, то для решения задачи (28)-(29) имеет место оценка

$$\frac{1}{2}\int_0^H \gamma_0 C\theta^2 dz + \int_0^t d\tau \int_0^H \lambda\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^2 dz + \frac{\alpha}{2}\int_0^t \theta^2(H,\tau)dz \le C_0\left(1 + D_n(H)\right).$$

Лемма 3.2. Если $\theta_0(z)$, $\left.\frac{\partial\theta}{\partial t}\right|_{t=0} \in L_2(0,H)$, $T_b(t) \in W_1^2(0,T)$, то для решения задачи (28)-(29) имеет место оценка

$$\max_t \int_0^H \gamma_0 C\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)^2 dz + \int_0^t dz \int_0^H \lambda\left(\frac{\partial t^2\theta}{\partial z\partial t}\right)^2 dz + \frac{\alpha}{2}\int_0^t \gamma_0 C\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^2_{z=H} d\tau \le C_2\left(1 + D_n(z)\right).$$

Лемма 3.3. Если $K(z) \in C(0,H)$, $T_b(t) \in C(0,T)$, $A(t) \in L_2(0,T)$, $W_0(z) \in L_2(0,H)$, то для решения задачи (30) – (31), имеют место оценки

$$\int_0^H W^2(z,t)dz + \int_0^t\int_0^H D_n(z)\left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2 dzd\tau \le +C_8\left(1+\frac{1}{\sqrt{D_{min}}}\right) + C_8\int_0^H\left(D_n(z)+\frac{1}{D_n(z)}\right)dz$$

$$\int_0^t W^2(H,\tau)d\tau \le +C_9\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}} f\left(D_n(z)\right).$$

Здесь принято обозначение

$$f\left(D_n(z)\right) = 1 + \frac{1}{\sqrt{D_{\min}}} + \int_0^H D_n(z)dz + \int_0^H \frac{dz}{D_n(z)}.$$

Лемма 3.4. Если $W_0(z)$, $\theta_0(z) \in W_2^2(0,H)$, $T_t(t) \in W_2^1(0,T)$, то для решения задачи (30)-(31) имеют место оценки

$$\max_t \int_0^H \left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)^2 dz + \int_0^t\int_0^H D_n(z)\left(\frac{\partial^2 W}{\partial z\partial t}\right)^2 dzdt \le C_{11}\left(1 + D_{\max} + \frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}\right),$$

$$\int_0^t \left(\frac{\partial W(H,\tau)}{\partial t}\right)d\tau \le C_{12}\left(1 + D_{\max} + \frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}\right)\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}.$$

Априорные оценки для решения сопряженной задачи

Лемма 3.5. Если $W_0(z)$, $\theta_0(z) \in W_2^2(0,H)$, $T_в(t)$, $W_g(t) \in W_2^1(0,T)$, то для решения задачи (30)-(31) имеет место оценка

$$\max_t\left(\int_0^H \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dz + \int_0^H u^2 dz\right) + \int_0^T\int_0^H D_n(z)\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 dzd\tau +$$

$$+\int_t^T\int_0^H D_n(z)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial t}\right)^2 dzd\tau \le C_{17}\left(1+D_{\max}+\frac{1}{D_{\min}}\right)\frac{1}{D_{\min}}.$$

Лемма 3.6. Если $W_0(z)$, $\theta_0(z)\in\alpha_2(0,H)$, $T_g(t)$, $W_g(t)$, $T_g(t)\in\alpha_2(0,T)$, то для решения задачи (34)-(35) имеет место оценка

$$\max_t\int_0^H \Psi^2 dz+\int_t^H\int_0^H \lambda\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}\right)^2 dz+\int_t^T \alpha\Psi^2(H,\tau)d\tau \le$$

$$\le C_{18}\left(1+D_{\max}+\frac{1}{D_{\min}}\right)\frac{1}{D_{\min}}.$$

Ограниченность коэффициента влагопроводности

Теорема 3.1. Если $\theta_0(z)$, $W_0(z)\in W_2^2(0,H)$, $K(z)\in C(0,H)$, $W_g(t)\in W_2^1(0,T)$, $T_g(t)\in L_2(0,T)$, то подбирая достаточно малую функцию $\beta_n(z)$ из равенства (36) всегда можно получить ограниченность коэффициента влагопроводности, т.е.

$$0<C_{23}\le D_{n+1}(z)\le C_{24}<\infty,\quad n=1,2,...$$

Теорема 3.2. Пусть $\beta_n(z)\ne 0$, то подбирая достаточно малую функцию $\beta_n(z)$ можно получить монотонность функционала $j(D)$, т.е. $j(D_{n+1})-j(D_n)<0$.

Лемма 3.7. Если имеет место теорема 1, то для решения задачи

$$\gamma_0 C\frac{\partial\delta\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial\delta\theta}{\partial z}\right),$$

$$\lambda\frac{\partial\delta\theta}{\partial z}\bigg|_{z=H}+\bar{\alpha}\delta\theta\bigg|_{z=H}+\alpha_0\delta\theta\left(\theta_{n+1}-T_в\right)=0,\ \delta\theta\bigg|_{z=0}=0,\ \delta\theta\bigg|_{t=0},$$

$$\frac{\partial\delta W}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\left(D_n\frac{\partial\delta W}{\partial z}+D_n\mu\frac{\partial\delta\theta}{\partial z}+\delta D\frac{\partial W_{n+1}}{\partial z}+\mu\delta D\frac{\partial\theta_{n+1}}{\partial z}\right),$$

$$\delta\sigma\bigg|_{z=H}=0,\ \delta\sigma\bigg|_{z=0}=0,\ \delta W\bigg|_{t=0},$$

имеют место оценки

$$\max_t\int_0^H(\delta\theta)^2 dz+\int_0^t\int_0^H\left(\frac{\partial\delta\theta}{\partial z}\right)^2 dzd\tau+\frac{\alpha}{2}\int_0^t(\delta\theta)^2_{z=H}d\tau\le C_{25}\left|\delta D(H)\right|^2,$$

$$\max_t\int_0^H(\delta W)^2 dz+\int_0^t\int_0^H\left(\frac{\partial\delta W}{\partial z}\right)^2 dzd\tau+\frac{\alpha}{2}\int_0^t(\delta W)^2_{z=H}d\tau\le C_{28}\int_0^H\left|\delta D(z)\right|^2 dz.$$

Используя леммы 3.7 и теоремы 3.1 доказывается теорема 3.2.

Вариационно-разностная схема

В области исследования разностных задач можно отнести многочисленные публикации начиная с классических работ А.А.Самарского, Н.Н. Яненко, Г.И.Марчука, С.К.Годунова и В.С.Рябенького, Р.Рихтмайера и К.Мартона, Ю.И.Шокина и работы казахстанских ученых Ш.С.Смагулова, Б.Т.Жумагулова, Б.Рысбайұлы, Н.Т.Данаева, Н.М.Темирбекова и др. В которых, были описаны основные методы построения моделей разностных задач и методы их решения.В книге Р.Д.Рихтмайера (1953) «Разностные методы решения краевых задач» систематизированы разностные схемы используемые на практике с точки зрения устойчивости и сходимости. Эта книга дала резкий толчок, и теория разностных схем начала развиваться очень быстрыми темпами.В книге А.А.Самарского «Теория разностных схем» рассмотрены различные виды разностных схем для краевой задачи одномерного и многомерного уравнений параболического типа. Полностью освещены вопросы аппроксимаций, устойчивости и сходимости разностных схем. В книге также содержится нелинейные разностные схемы для нелинейного параболического уравнения. Методы решения таких схем даны в работе А.А.Самарского и Николаева Е.С. В работе Г.И.Марчука и В.В.Шайдурова освещены вопросы повышения точности одномерного уравнения диффузий. Решение параболического уравнения проекционно-сеточным методом изучена Г.И.Марчуком и В.И.Агашковым.

В настоящей работе, в дискретной области изучается задача

$$Q_N^m = \{ z_i = i\cdot\Delta z,\quad t_i = j\cdot\Delta t;\quad i=1,2,...,\quad N-1,\quad j=0,1,...,\quad m-1 \}$$

$$\gamma_0 C Y_{i,\bar t}^{j+1} = \left(\lambda Y_{iz}^{j+1}\right)_{\bar z},\quad i=1,2,...,\quad N-1,\quad j=0,1,...,\quad m-1 \tag{37}$$

$$\lambda Y_{N\bar z}^{j+1} + \left(\alpha+\alpha_0 D_n\right)\cdot\left(Y_N^{j+1}-T_{в}^{j+1}\right)=0,\ Y_0^{j+1}=0,\ Y_i^0=\theta_0(z_i) \tag{38}$$

$$W_{i,\bar t}^{j+1} = \left(K(z_i)+D_n(z_i)P_{iz}^{j+1}+D_n(z_i)\mu Y_{iz}^{j+1}\right)_{\bar z} \tag{39}$$

$$\sigma_{N-1}=A^{j+1},\ \sigma_0=0,\ P_i^0=W_0(z_i), \tag{40}$$

где $\sigma_i = K\left(z_i\right)+D_n(z_i)P_{iz}^{j+1}+D_n(z_i)\mu Y_{iz}^{j+1}.$

Используя температуры и влажности грунта $T_g(t)$, $W_g(t)$ требуется определить коэффициент влагопроводимости $D(z)$. Из системы (37)-(40) выводится сопряженная разностная задача относительно переменных z_i^j и X_i^j

$$z_{i,\bar t}^{j+1} + \left(D_n \mu z_{iz}^j\right)_{\bar z}=0,\ i=1,2,...,N-1;\ j=0,1,...,m-1, \tag{41}$$

$$z_i^m=0,\ z_{1\bar z}^j=0,\ D_n z_{N,\bar z}^j = 2A_0\left(P_N^{j+1}-W_g^{j+1}\right) \tag{42}$$

$$\gamma_0 C X_{i,\bar t}^{j+1} + \left(\lambda X_{iz}^j\right)_{\bar z} + \left(D_n\mu z_{iz}^j\right)_{\bar z}=0 \tag{43}$$

$$\bar\alpha X_N^j + \lambda X_{N\bar z}^j + D_n \mu z_{N,\bar z}^j = 2\left(Y_N^{j+1}-T_g^{j+1}\right),\ X_i^m=0,\ X_0^j=0. \tag{44}$$

И соотношение

$$J(D_{n+1})-J(D_n)+\sum_{i=1}^{N} B_n \;\; z_{i-1} \;\; B_n^2(z_{i-1})\Delta z=-\sum_{j=0}^{m-1}\left(Y_{i,z}^{n+1}\right)^2\Delta t+2A_0\sum_{j=0}\left(P_N^{j+1}\right)^2\Delta t- \qquad (45)$$

$$-\sum_{j}\alpha_0\Delta D_{n-1}Y_N^{n+1}X_N^{j}\Delta t-\sum_{i,j}\Delta D \;\; P_{i,\bar z}^{n+1}+\mu Y_{i,\bar z}^{n+1} \;\; z_{i,\bar z}^{j}\Delta t\Delta z\,.$$

Априорные оценки прямой разностной задачи

Лемма 3.8. Если $T_b(t)\in L_2(0,T)$, $\theta(z)\in L_2(0,H)$, то для решения задачи (37) – (38) имеет место оценка

$$\sum_i \gamma_0 C \;\; Y_{i\bar z}^{j+1} \;\;^2 \Delta z+2\sum_{i,j}\lambda \;\; Y_{i\bar z}^{j+1} \;\;^2 \Delta t\Delta z+\bar\lambda\sum_j \;\; Y_{i\bar z}^{j+1} \;\;^2 \Delta t\le\le C_1(1+D_{N-1})$$

Здесь

$$C_1=\max\left\{\alpha\sum_j\left(T_b^{j+1}\right)^2\Delta b+\sum_j\gamma_0 C\theta_0^{\;2}\Delta t,\alpha_0\sum_j\left(T_b^{j+1}\right)^2\Delta t\right\}.$$

Лемма 3.9. Если $T_b(t)\in W_2^1(0,T)$, $\theta_0(z)\in W_2^2(0,H)$, то для решения задачи (37) – (38) имеет место оценка

$$\sum_i \gamma_0 C \;\; Y_{i\bar z}^{j+1} \;\;^2 \Delta z+2\sum_{i,j}\lambda \;\; Y_{i\bar z\bar t}^{j+1} \;\;^2 \Delta t\Delta z+\bar\lambda\sum_j \;\; Y_{Nt}^{j+1} \;\;^2 \Delta t\le C_2(1+D_{N-1})$$

Лемма 3.10 Если $T_b(t)\in L_2(0,T),\;\theta_0(z),\;W_0(z)\in L_2(0,H),$ то для решения задачи (39)-(40) имеют место равенства

$$\| \; \|\max_j\left\|P^{j+1}\right\|^2+\sum_j\left\|\sqrt{D}P_{i\bar z}^{j+1}\right\|^2\Delta t\le C_6\left(1+D_{\max}^2+\frac{1}{D_{\min}}\right),$$

$$\sum_j(P_N^{j+1})^2\Delta t\le C_7\left(1+D_{\max}^2+\frac{1}{D_{\min}}\right)\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}.$$

Лемма 3.11 Если $W_0(z),\;\theta_0(z)\in W_2^2(0,H),\;T_b(t)\in W_2^1(0,T),$то для решения задачи (39)-(40) имеют место оценки

$$\max_j\left\|P_{\bar t}^{\,j+1}\right\|^2+\sum_j\left\|\sqrt{D}P_{\bar t\bar z}^{j+1}\right\|^2\Delta t\le C_9(1+D_{\max}^2),$$

$$\sum_j(P_{N\bar t}^{j+1})^2\Delta t\le C_{10}(1+D_{\max}^2)\frac{1}{\sqrt{D_{\min}}}.$$

Априорные оценки сопряженной разностной задачи

Лемма 3.12. Если $T_b(t),W_g(t)\in L_2(0,T),\,W_0(z),\;\theta_0(z)\in L_2(0,H),$ то для решения задачи (41)-(42) имеет место оценки

$$\max_j\left\|z^j\right\|^2+\sum_j\left\|\sqrt{D}z_{\bar z}^{j}\right\|^2\Delta t\le C_{14}\left(1+D_{\max}^2+\frac{1}{D_{\min}}\right)\frac{1}{D_{\min}},$$

$$\sum_j(z_N^j)^2\Delta t\le C_{15}\left(1+D_{\max}^2+\frac{1}{D_{\min}}\right)\left(\frac{1}{D_{\min}}\right)^{3/2}.$$

Лемма 3.13. Если $W_0(z),\;\theta_0(z)\in W_2^2(0,H),\;T_b(t),W_g(t)\in W_2^1(0,T),$ то для решения задачи (41)-(42) имеет место оценка

$$\max_j \left\| z_t^j \right\|^2 + \sum_j \left\| \sqrt{D} z_{\bar{z}t}^j \right\|^2 \Delta t \le C_{12} \left(1 + D_{\max}^2 \right) \frac{1}{D_{\min}}.$$

Лемма 3.14. Если $T_b(t), W_g(t) \in L_2(0,T), W_0(z), \ \theta_0(z) \in L_2(0,H),$ то для решения сопряженной задачи (43)-(44) имеет место оценка

$$\max_j \left\| X^j \right\|^2 + \sum_j \left\| \sqrt{\lambda} X_{\bar{z}}^j \right\|^2 \Delta t + \frac{\bar{\alpha}}{2} \sum_j (X_N^j)^2 \Delta t \le C_{16} \left(1 + D_{max}^2 + \frac{1}{D_{min}} \right) \frac{1}{D_{min}}$$

Ограниченность коэффициентов влагопроводимости

Теорема 3.3. Если имеют место леммы 3.8-3.14, то подбирая достаточно малую функцию $\beta_m(z)$ всегда можно получить неравенство

$$0 < C_{25} \le D_{n+1}(z_i) \le C_{26} < \infty, \quad n = 0,1,\ldots; i = 0,1,\ldots; N-1.$$

Монотонность функционала

Теорема 3.4. Если имеет место теорема 3.3 и $B_n(z_i) \ne 0, i = 0,1,\ldots,N-1;$ то из равенство (45) подбирая достаточно малую функцию $\beta_n(i)$ всегда можно получить неравенство $J(D_{n+1}) - J(D_n) < 0$.

Компьютерное моделирование расчета коэффициента диффузии

В качестве объекта исследования брали почву описанную в работе Чудновского А.Ф. (Теплофизика почвы). Глубину почвы в рассматриваемом участке брали равной 13 см, расчетное время Т=6 часов. Шаг по глубине почвы $\Delta z = 0{,}1$ см, а шаг по времени брали равным $\Delta t = 0.1$ час или динамика передвижения влаги определяются через каждый 6 минут. Программа реализована в среде Delphi 7. Поток влаги на поверхности почвы брали равной $f(t) = 1{,}511 \cdot 10^{-2}$ $см/г$. Отдельно рассматривали случай, когда идет подпитка почвы влагой $(f > 0)$ и испарения почвенной влаги $(f < 0)$.

1-случай, когда идет подпитка почвы влагой. Результаты компьютерного моделирования задачи.

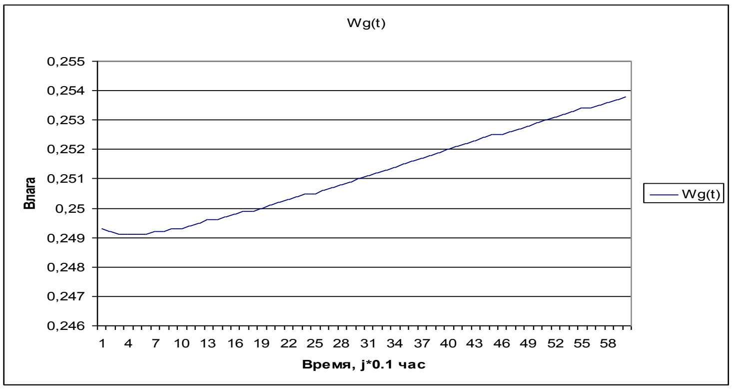


Рис 1. Измеренная влага на поверхности земли при подпитке почвы влагой.

При заданных входных данных $W_g(t), \ f(t), \ \Delta x, \ \Delta t, \ H$ и T получены следующие результаты. Ниже приведен график изменения влаги на нижней границе рассматриваемой области. Как видно из графика, что влага на нижней границе области возрастает, зависимость нелинейная.

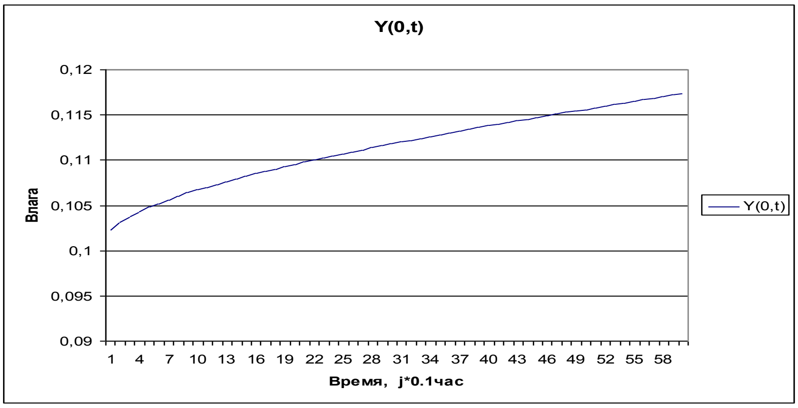


Рис 2. Расчетная влага на нижней границе рассматриваемой области.

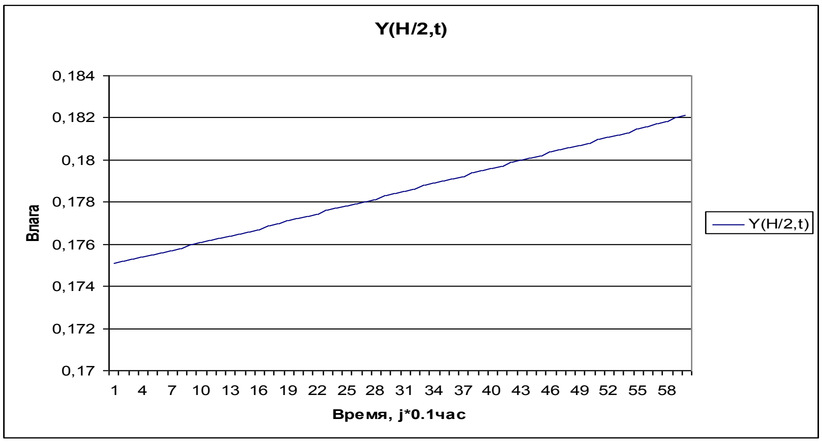


Рис 3. Расчетная влага в средней части области.

Анализ полученных расчетных данных показывают, что в средней части области зависимость от времени является почти линейной функцией. Рис.3 указывает, что на средней части области зависимость влаги от времени носить почти линейный характер.

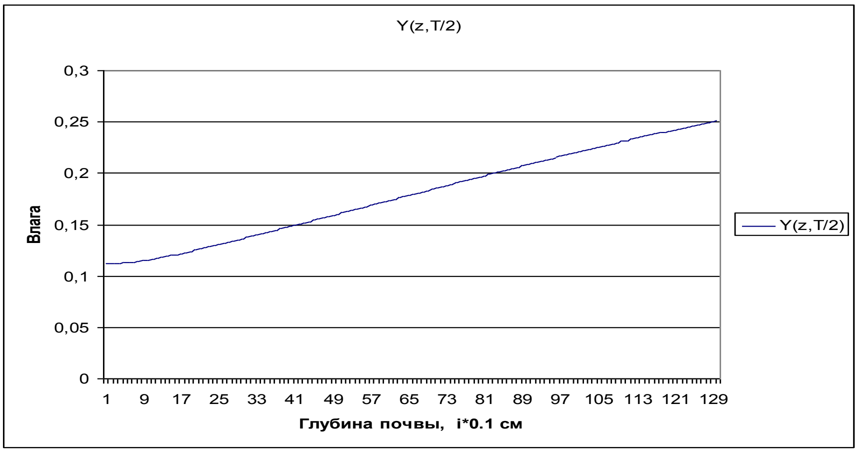


Рис 4. Расчетная влага по глубине почвы через 3 часа.

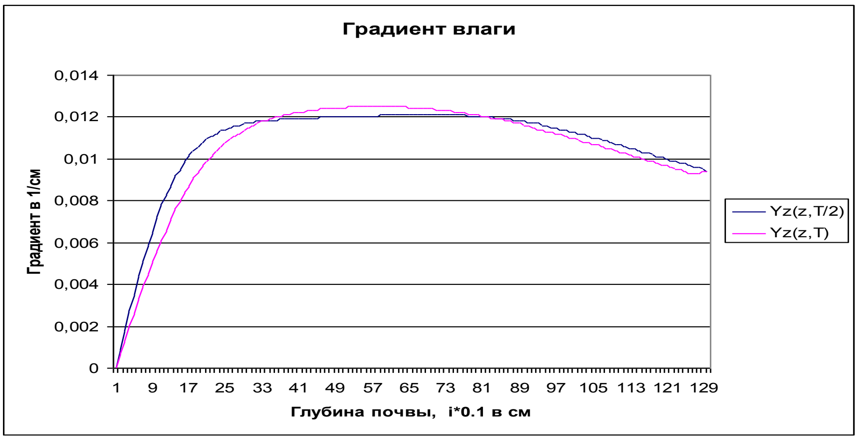


Рис 5. Сравнительный график изменения градиента влаги по глубине почвы через 3 и 6 часов.

Проведенные расчеты показывают, что градиент влаги в приграничной зоне на нижней части границы рассматриваемой области резко возрастает. Через 3 см от названной границы идет стабилизация процесса изменения влаги.

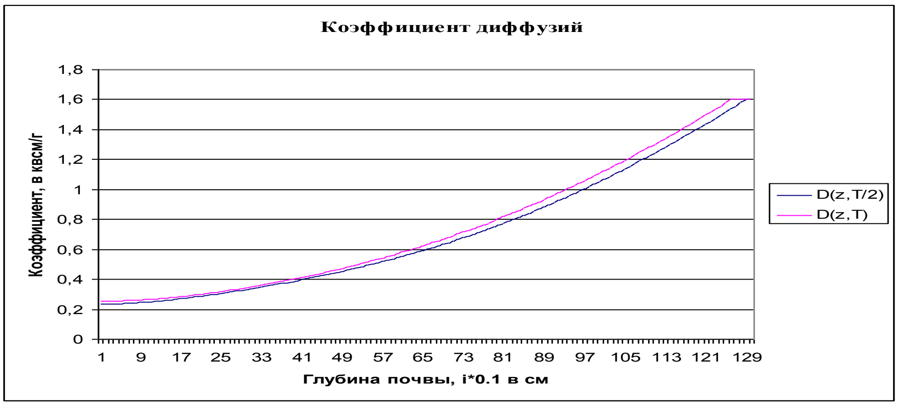


Рис 6. Сравнительный график изменения коэффициента капиллярной диффузий почвы по глубине области через 3 и 6 часов.

Аналогично рассматривается случай, когда на поверхности почвы происходит испарение влаги в окружающую среду.

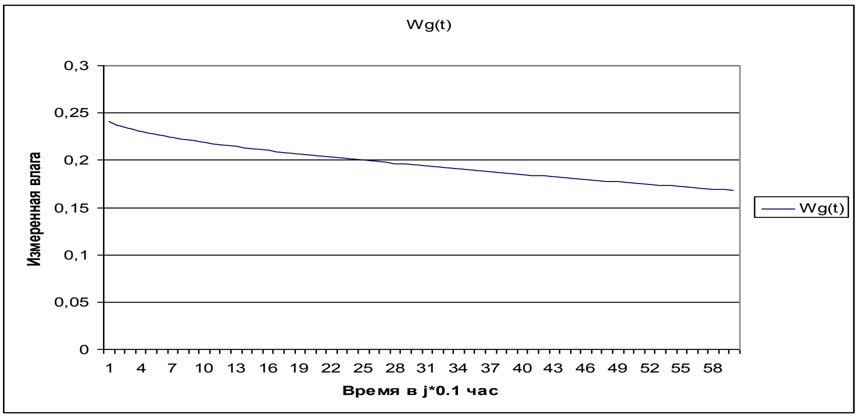


Рис 7. Измеренная влага на поверхности земли при испарении влаги на поверхности почвы.

На основе данных $W_g(t)$, $f(t)$, Δx, Δt, H и T проведены численные расчеты. Ниже приводятся некоторые из этих расчетных данных в виде графика

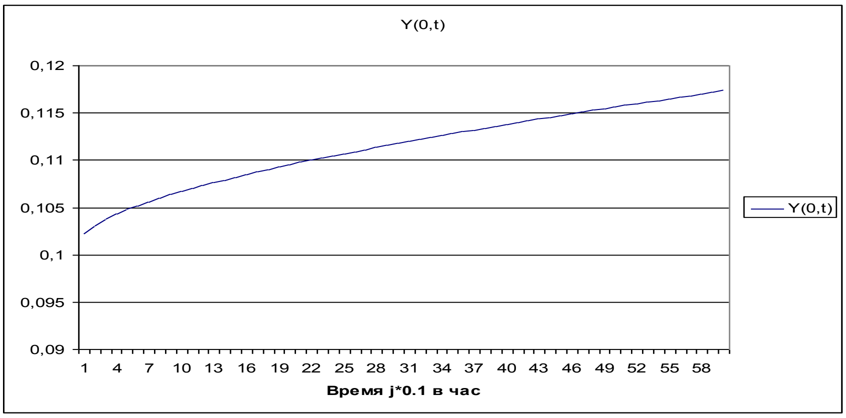
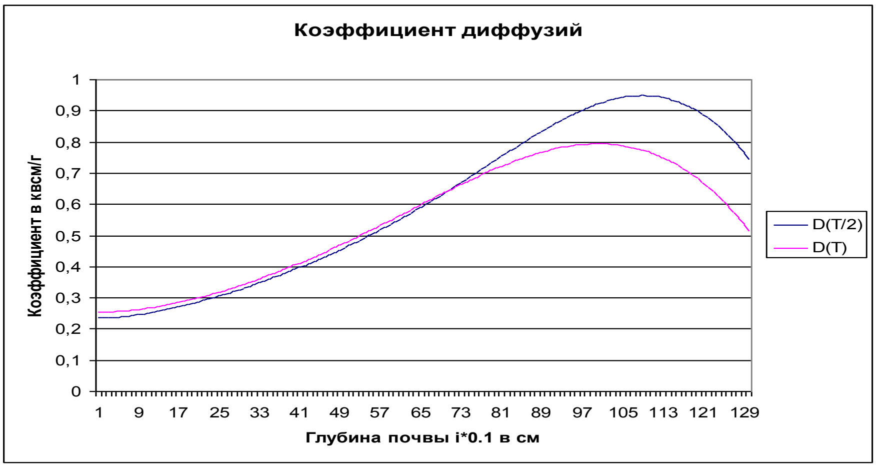


Рис 8. Расчетная влага на нижней границе рассматриваемой области (испарение)



.

Рис 9. Сравнительный график изменения коэффициента капиллярной диффузий почвы по глубине области через 3 и 6 часов (испарение).

Результаты компьютерного моделирования задачи, когда $D = D(W)$.

Как видно из графика, что влага на нижней границе области возрастает, зависимость нелинейная.

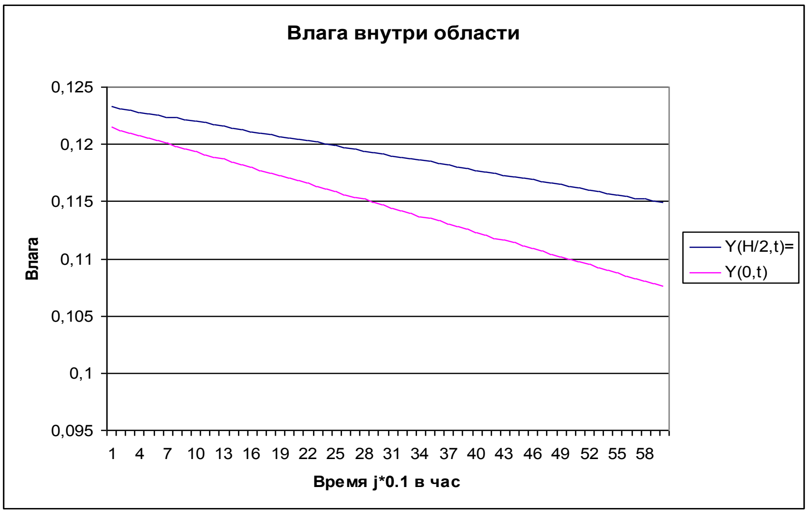


Рис 10. Расчетная влага на внутренней части области.

Из графика видно что, несмотря на увеличение влаги на поверхности земли внутри изотермической почве влага, передвигается из зон с меньшей влажностью через более увлажненную почву. В данном случае нарушение закона Дарси обнаружена при $A = 50\,\text{см}^2$.

Расчеты показывают, что при аномальном случае коэффициент капиллярной диффузии может монотонно возрастать от нижней границы до верхней границы рассматриваемой области.

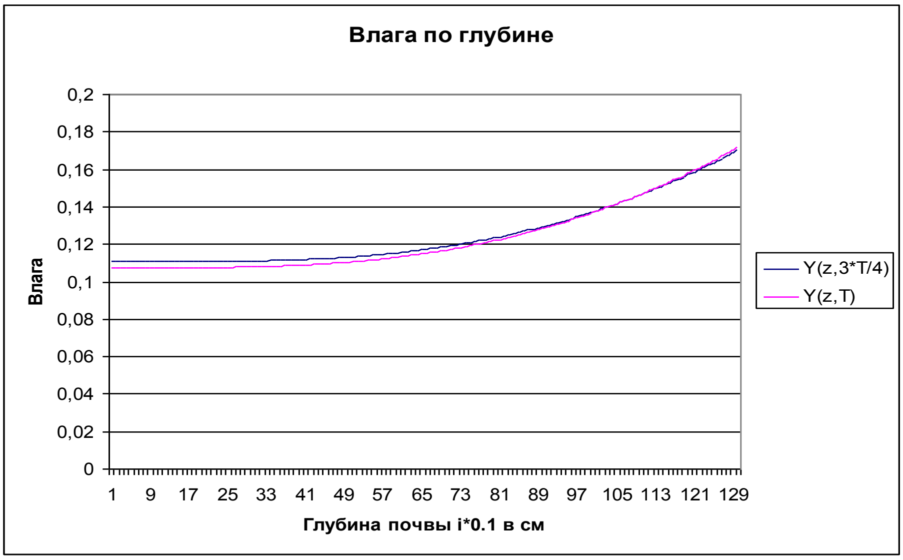


Рис 11. Расчетная влага по глубине области.

Несмотря на уменьшение влаги по времени (рис. 10) наблюдается возрастание почвенной влаги, начиная от нижней до верхней границы рассматриваемой области.

ВЫВОДЫ

1) Для неизотермического распространения влаги в почве создана непрерывная и дискретная математическая модель, предполагая, что коэффициент диффузии изменяется по глубине рассматриваемой области.
2) Разработан итерационный метод расчета квазилинейного коэффициента капиллярной диффузии почвы, распределения влаги и температуры в почве в непрерывной и дискретной форме.
3) Для квазилинейной неизотермической распределения влаги в почве предлагаются линейная прямая и сопряженная разностные задачи специального вида.
4) Управляя свободным положительным параметром, достигается монотонность минимизируемого функционала и ограниченность приближенного значения коэффициента капиллярной диффузии почвы.
5) На основе разработанной дискретной математической модели распространения влаги в почве разработан алгоритм расчета коэффициента капиллярной диффузи почвы и распределение влаги, созданы программы в среде Delphi 7.
6) Изменяя входные параметры распространения влаги в почве проведены многочисленные вычислительные эксперименты, полученные результаты оформлены в виде графиков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе решена задача определения параметров-функций модели тепло масса переноса в ненасыщенной почве, а также распространения тепла и влаги в грунте, проведено комплексное теоретическое исследование предлагаемых итерационных методов и разностных схем для системы уравнений конвективного распространения тепла и влаги в грунте, тем самым цель задачи достигнута. А именно:

а) завершена методика построения итерационных методов для расчета параметров-функций модели распространения тепла и влаги в почве;

б) завершено исследование сходимости предложенных итерационных методов для расчета параметров-функций задачи распространения тепла и влаги в почве;

в) завершено исследование устойчивости и сходимости прямой и сопряженной разностных схем уравнения переноса тепла и влаги.

В диссертации численные методы для теории тепло и масса переноса получили дальнейшие теоретическое развитие, в частности:

1) разработана методика построения сопряженной разностной задачи для модели распространения тепла и влаги в почве;
2) разработана методика получения априорных оценок для разностной схемы уравнения распространения тепла и влаги в почве и доказывается его устойчивость «в целом» по времени;

3) получены априорные оценки для решения прямой и сопряженной разностных схем для системы уравнений тепло и масса переноса в почве, с помощью их доказывается сходимость численного метода к решению исходной дифференциальной задачи;
4) построены итерационные формулы для расчета параметров-функций модели распространения тепла и влаги в почве.
5) разработана методика доказательство приближенных значений параметров-функций модели распространения тепла и влаги в почве;
6) создана методика доказательства монотонности минимизируемого функционала с использованием малых управляемых подбираемых величин;
7) доказана сходимость итерационного процесса расчета приближенных значений параметров-функций к истинному значению, а также установлены скорость сходимости итерационного процесса;

Анализируя полученные результаты и сравнивая с результатами, ранее полученными учеными можно сделать следующие выводы:

1) полученные результаты являются развитием теорий разностных схем и существенным шагом вперед в исследовании теории тепло и масса переноса;
2) полученные результаты в силу их корректности с успехом могут быть реализованы на практических расчетах;
3) сходимость проверенная тестовыми примерами, указывает на достоверность полученных результатов и правильность теоретических предпосылок;
4) результаты исследований в силу простоты и достоверности могут быть предложены для обучения студентов в университетах;
5) широта диапазона использования методов дает возможность их применения для расчетов в смежных областях науки и техники (например, определение причин возникновения пучин).

В заключении автор выражает глубокую благодарность научному консультанту профессору Б.Рысбайұлы за ценные замечания во время обсуждения материалов диссертации.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1.**Байманкулов, А.Т.** Определение коэффициента диффузии почвенной воды в однородной среде [Текст] / А.Т. Байманкулов//Известия НАН РК . - Алматы №3, 2008.- С.45-47.

2.**Байманкулов, А.Т.** Определение коэффициента диффузии почвенной воды в однородной среде [Текст] / А.Т. Байманкулов// Известия НАН РК . - Алматы №3, 2008.- С.45-47.

3.**Рысбайулы, Б.** Приближенный метод определения термоградиентного коэффициента однородной среды [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов //Вестник НАН РК. - Алматы, №4, 2008.-С.3-5.

4.**Рысбайулы, Б.** Разностный метод определение коэффициента теплопроводности грунта в процессе промерзаний [Текст]/ Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов, А.О. Исмаилов. - Алматы, Вестник НАН РК. – Алматы, №2, 2008.-С.23-26.

5.**Рысбайулы, Б.** Обратная задача кондуктивного распространения тепла в однородной среде [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов, Г.И. Маханбетова// Вестник НАН РК . - Алматы №1, 2008.- С. 18-20.

6.**Байманкулов, А.Т.** Алгоритм определения коэффициента диффузии почвенной воды [Текст] / А.Т. Байманкулов// Вестник КазНУ, серия математика, механика, информатика . – Алматы, №3, 2008.- С.16-19.

7.**Байманкулов, А.Т.** Алгоритм определения коэффициента диффузии почвенной воды [Текст] / А.Т. Байманкулов // 12-ая Межвузовская конференция по математике, механике и информатике. - Алматы, 10-14 сентября, 2008.-С.61-65.

8.**Рысбайулы, Б.** Расчет термоградиентного коэффициента однородной среды [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т., Байманкулов //12-ая Межвузовская конференция по математике, механике и информатике. - Алматы, 10-14 сентября, 2008.-С.20-24.

9.**Рысбайулы, Б.** Идентификация термоградиентного коэффициента гомогенного грунта [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов Вестник КБТУ, №2, 2008.- С. 25-29.

10.**Байманкулов, А.Т.** Об одном подходе нахождения коэффициента теплопроводности однородного грунта [Текст] / А.Т. Байманкулов, Г.И. Махамбетова // Международная научно-практическая конференция «Высокие технологии и инновации в образовании, науке и производстве», Костанай, 2008.- С. 116-118.

11.**Рысбайулы, Б.** Расчет термоградиентного коэффициента однородной среды [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов - Алматы, Вестник КазНУ, серия математика, механика, информатика, №3, 2008.- С. 206-210.

12.**Рысбайулы, Б.** Определение термоградиентного коэффициента однородного грунта [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов // Математические методы геофизики, ММГ.- г.Новосибирск ,2008.-С.12-15.

13.**Байманкулов, А.Т.** Сходимость разностных схем для определения коэффициента диффузии почвенной воды [Текст] / А.Т. Байманкулов // Вестник НАН РК.- Алматы, №3, 2009, С.3-5.

14.**Рысбайулы, Б.**. Устойчивость разностных схем прямой и сопряженной задачи для определения коэффициента диффузии почвенной воды [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов // ДАН РК.- Алматы,№3, 2009.- С.5-8.

15.**Байманкулов, А.Т.** Итерационный метод определения коэффициента диффузионности грунта [Текст] / А.Т. Байманкулов// Вестник НАН РК.- Алматы,№1, 2009.- С. 6-8.

16.**Байманкулов, А.Т.** Результаты численных расчетов для определния коэффициента теплопроводности многослойного грунта [Текст] / А.Т. Байманкулов, Г.И.Маханбетова// - Алматы, Вестник НАН РК, Алматы, №1, 2009.- С. 8-11.

17.**Байманкулов, А.Т.** Сходимость итерационного процесса для определения коэффициента диффузии почвенной воды [Текст] / А.Т. Байманкулов//. - Алматы, Вестник КБТУ, №2, 2009.- С. 39-43.

18.**Байманкулов, А.Т.** Численное определение коэффициента теплопроводности многослойного грунта [Текст] / А.Т. Байманкулов, Г.И. Маханбетова // Международная конференция «Дифференциальные уравнения и математические модели электрических явлений» DEMM-2009.-Алматы, 13-15 январь, 2009.-С.75-80.

19.**Байманкулов, А.Т.** Численное определение коэффициента теплопроводности многослойного грунта [Текст] / А.Т. Байманкулов, Г.И. Маханбетова //Проблемы инновационного развития нефтегазовой индустрии. Вторая Международная научно-практическая конференция.- Алматы, 26-27 февраля, 2009.- С.13-16.

20.**Рысбайулы, Б.** Приближенный метод в задаче теплообмен в грунте [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов // Проблемы инновационного развития нефтегазовой индустрии. Вторая Международная научно-практическая конференция.- Алматы, 26-27 февраля, 2009.- С.85-88.

21.**Байманкулов, А.Т.** Разностно-вариационный метод определения коэффициента диффузионности грунта [Текст] / А.Т. Байманкулов // Труды шестого совещания российско-казахстанской рабочей группы по вычислительным и информационным технологиям.- Алматы, 16-18 март, 2009.- С.101-104.

22.**Рысбайулы, Б.** Численное определение коэффициента диффузии почвенной воды [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов // Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы математики, информатики, механики и теории управления», посвященной 60-летию д.т.н., профессора, академика Национальной инженерной академии Биярова Т.Н.- Алматы, 19-20 ноября, 2009.- С.125-128.

23.**Байманкулов, А.Т.** Устойчивый итерационный метод для определения коэффициента диффузионности грунта [Текст] / А.Т. Байманкулов // Материалы III-Международной конференции «Проблемы механики и машиностроения».- Алматы, 13-16 июня, 2009.- С.41-44.

24.**Baymankulov, A.T.** Stability and convergence of difference schemes in the problem of determining the coefficient of soil thermo gradient [Text] / A.T. Baymankulov, A. Ismailiv // III Congress of the Turkish World mathematicians, 30 June-4 July, 2009.-C.12-15.

25.**Байманкулов, А.Т.** Один из методов определения коэффициента капиллярной диффузии [Текст] / А.Т. Байманкулов // Сборник международной научно-практической конференции «Роль стратегии индустриально-инновационного развития Республики Казахстан в условиях глобализации: проблемы и перспективы», Том 1.- Рудный, 2009.- С. 384-388.

26.**Рысбайулы, Б.** Численное определение коэффициента почвенной воды [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов // Вестник КБТУ, №1(12).- Алматы, 2010.- С. 28-32.

27.**Байманкулов, А.Т.** Монотонность приближенного значения коэффициента влагопроводности почвы в обратной задаче переноса тепла и влаги [Текст] / А.Т. Байманкулов // Вестник КБТУ, №2(13).- Алматы, 2010.- С. 49-53.

28.**Рысбайулы, Б.** Ограниченность приближенного значения коэффициента влагопроводности почвы в процессе переноса тепла и влаги [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов // Вестник ЕНУ им. Л.Гумилева, серия естественно-технических наук, №4(77).- Астана, 2010.- С. 187-192.

29.**Rysbaiuly, B.** Variational-difference method for determining the diffusion coefficient of soil water [Text] / B. Rysbaiuly, A.T. Baymankulov // International - Journal of Academic Research, № 5, 2010.-P.75-80.

30.**Рысбайулы, Б.** Вариационно-разностный метод определения коэффициента влагопроводности почвы с учетом изменения температуры [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов // Вестник НАН РК №4.- Алматы, 2010.- С.12-15.

31.**Байманкулов, А.Т.** Ограниченность и сходимость итерационного процесса для определения коэффициента диффузии почвенной воды [Текст] / А.Т. Байманкулов // Вестник ДАН РК №4.- Алматы 2010.- С.41-43.

32.**Рысбайулы, Б.,** Определение коэффициента влагопроводности почвы с учетом изменения температуры [Текст] / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов // Вестник ВКГТУ им.Д.Серикбаеваю.- Устькаменогорск, №2, 2010.- С.130-135.

33.**Байманкулов, А.Т.** Алгоритм расчета коэффициента диффузии почвенной воды в многослойной области [Текст] / А.Т. Байманкулов // Проблемы инновационного развития нефтегазовой индустрии. Третья Международная научно-практическая конференция.- Алматы, 25-26 февраля, 2010.- С. 29-32.

34.**Байманкулов, А.Т.** Алгоритм расчета в итерационном процессе определения коэффициента влагопроводности почвы с учетом переноса тепла [Текст] / А.Т. Байманкулов // Международная научная конференция «Теоретические и прикладные проблемы математики, механики и информатики».- Караганда, 24-26 июня, 2010.- С. 115-117.

35.**Rysbaiuly, B.** Determination of the diffusion coefficient of soil water by the method of temperature tomography [Text] / B. Rysbaiuly, A.T. Baymankulov // The 5th International Conference "Inverse Problems: Modeling and Simulation" .- Antalya, 2010. – C.92-95.

36.**Байманкулов, А.Т.** Итерационный метод определения коэффициента диффузии ненасыщенного грунта [Текст] / А.Т. Байманкулов // Сборник научных трудов международной научно-практической конференции «Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития 2010».- Одесса, 4-15 октября, 2010.- С. 34-38.

37.**Байманкулов, А.Т.** Особенности характеристик водного режима ненасыщенной зоны грунта [Текст] / А.Т. Байманкулов // Сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции «Современные направления теоретических и прикладных исследований 2011».- Одесса, 2011.- С.21-24.

38.**Байманкулов, А.Т.** Один устойчивый приближенный метод для определения коэффициента диффузионности почвы[Текст] // Бишкек, Известия ВУЗов, №7, 2011. - С.41-45.

39.**Байманкулов, А.Т.** Доказательство ограниченности решения $D(z)$[Текст] / Байманкулов А.Т. // Костанай, Вестник науки КСТУ им. З.Алдамжар, №1, 2011.- С.241-243.

40.**Байманкулов, А.Т.** Итерационная расчетная схема в задаче определения термоградиентного коэффициента грунта [Текст] / Байманкулов А.Т. // Бишкек, Наука и новые технологии, №8,2011. - С.23-27.

41.**Байманкулов, А.Т.** Ограниченность решения прямой задачи[Текст] / Байманкулов А.Т. // Materialy mezinarodni vedecko-prakticka conference «Veda a Vznik-2011/2012», Praha, 12 prosincu, 2011 roku. - С.32-34.

42**.Байманкулов, А.Т.** Моделирование процесса переноса тепла и влаги в почве[Текст] / Байманкулов А.Т. //Монография.-Алматы,2011.-190 с.

43.**Байманкулов, А.Т.** Вариационно-разностный метод в коэффициентной обратной задаче переноса влаги и температуры[Текст] / Байманкулов А.Т. // Бишкек,Известия, КНТУ им. Раззакова,№26,2012.- С.52-56.

44.**Байманкулов, А.Т.** Алгоритм расчета приближенного значения коэффициента диффузии грунтовой воды[Текст] / Байманкулов А.Т. // Бишкек, Известия ВУЗов, №1, 2012.- С.31-35.

45.**Байманкулов ,А.Т.** Априорные оценки решения [Текст] / Байманкулов А.Т. // Материали за VIII международна научна практична конференция «Настоящи изследования и развитие-2012», Том 19, Съвременни технологии на информации. Математика.Физика.- София, 2012.- С.79-81.

46.**Байманкулов, А.Т.** Устойчивость разностных схем в коэффициентной обратной задаче процесса переноса влаги в ненасыщенной зоне[Текст] / Байманкулов А.Т. // Бишкек, Наука и новые технологии, №1,2012.- С.33-37.

47.**Байманкулов, А.Т.** Минимизация функционала в задаче определения коэффициента влагопроводности почвы с учетом изменения температуры[Текст] / Байманкулов А.Т. // Бишкек, Известия КНТУ им. Раззакова, №26,2012.- С.21-25.

Резюме

Байманкулов Абдыкарим Тунгушбаевич

Жер кыртышында нымдуулуктун жана температуранын таралыш процессинин математикалык жана компьютердик моделдештирүү

О5.13.18 – математикалык моделдөө, сандык эсептөө ыкмалары жана программалардын комплекси адистиги боюнча физика-математика илиминин доктору илимий даражасын алууга карата

Негизги сөздөр: нымдуулук, диффузиялык коэффциент, Дарси мыйзамы, математикалык модель, түз маселе, түйүндөш маселе, интеррациялык ыкма, айырмалык схема, функционал, минимумдаштыруу, функционалдын градиенти, туруктуулук, жыйналуу, алгоритм.

Диссертациялык иш жер кыртышынын үстүнкү катмарындагы ченелген өлчөм боюнча топурактын нымдуулугунун диффузиялык коэффициентин жана нымдуулук менен температуранын таралышын аныктоого багытталган. Иштин максаты болуп нымдуулуктун диффузиялык коэффициентин, топуракта нымдуулук менен температуранын таралышын эсептөөнүн жакындаштырылган ыкмасын иштеп чыгуу жана диффузиянын коэффициентинин жакындаштырылган маанисинин чектелишин, функционалдык монотондуулукту далилдөө, ошондой эле топурактын диффузиялык коэффициентин эсептөө үчүн программалык продуктыларды түзүү, сандык эсептөөнү жүргүзүү жана эсептөөдөн алынган натыйжаларды башка окумуштуулардын окшош эксперименталдык натыйжалары менен салыштырып жана ыкманын каталыктарын баалоо эсептелет.

Биринчи жолу нымдуулук жана температуранын таралыш теңдемесин пайдалануу менен нымдуулуктун жана температуранын таралышын, сызыктуу эмес диффузиянын коэффициентин эсептөөгө багытталган туруктуу интерациялык ыкма иштелип чыкты. Түз жана түйүндүү маселени чыгаруунун априордук баасынын негизинде, өтө кичине башкаруучу параметрди пайдалануу менен топурактын нымдуулугунун диффузиялык коэффициентинин жакындаштырылган маанисинин чектелиши жана минимумдаштыруучу функционалдын монотондуулугу далилденди.

Априордук баа ыкмасы менен айырмалык маселелердин туруктуулугу жана жыйналуусу далилденди, топурактын нымдуулугунун диффузиялык коэффициентин эсептөө маселесинде эсептөөнүн туруктуулук касиетине ээ болгон сызыктуу айырмалык схемаларды пайдалануу мүмкүнчүлүгү көрсөтүлдү.

Жер кыртышынын нымдуулук температурасынын диффузиялык коэффициентин, топурактагы нымдуулук жана температуранын таралышын эсептөө алгоритми иштелип чыкты. Программалык продуктулар түзүлүп, анын негизинде сандык эсептөөлөр жүргүзүлүп, топурак нымдуулук менен азыктанып жана жер кыртышынан нымдуулук бууланган жагдайда нымдуулуктун градиентинин, нымдуулуктун өзгөрүүсүнүн, диффузиялык коэффициенттин графиктери түзүлдү. Нымдуулук – температура системасынын

параметрин эсептөө алгоритми жана ыкмасы иштелип чыкты. Анын жардамы менен жер кыртышындагы Дарси мыйзамынын кайсы убакта бузулаары белгиленет.

РЕЗЮМЕ

Байманкулов Абдыкарим Тунгушбаевич

Математическое и компьютерное моделирование процесса переноса влаги и температуры в почве

на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18

Ключевые слова: влага, коэффициент диффузии, закон Дарси, математическая модель, прямая задача, сопряженная задача, итерационный метод, разностная схема, функционал, минимизация, градиент функционала, устойчивость, сходимость, алгоритм

Диссертационная работа направлена на определение коэффициента диффузии почвенной влаги, распределения влаги и температуры в почве по измеренным данным на поверхности земли. Целью работы является разработка приближенного метода расчета коэффициента диффузии влаги, распределение влаги и температуры в почве и доказательство ограниченности приближенного значения коэффициента диффузии, монотонности функционала. А также создание программного продукта для расчета коэффициента диффузии почвы, проведения численных расчетов и сравнивая полученные расчетные данные с аналогичными экспериментальными данными других ученых, и оценить погрешность метода.

Впервые используя уравнения переноса влаги и температуры разработан устойчивый итерационный метод предназначенный для расчета нелинейного коэффициента диффузии, переноса влаги и температуры. На основе априорных оценок решения прямой и сопряженной задачи, и используя достаточно малый управляемый параметр, доказана ограниченность приближенного значения коэффициента диффузии почвенной влаги, и монотонность минимизируемого функционала.

Методом априорных оценок доказана устойчивость и сходимость разностных задач. Показана возможность использования линейной разностной схемы обладающей свойством вычислительной устойчивости в задаче расчета коэффициента диффузии почвенной влаги.

Разработаны алгоритмы расчета коэффициента диффузии почвенной влаги, температуры и влаги почвы. Создан программный продукт, на основе которого проведены численные расчеты и построены графики изменения влаги, градиента влаги, коэффициента диффузии, когда происходить подпитка почвы влагой и испарение влаги с поверхности земли. Разработан метод и алгоритм расчета параметра системы влага-температура, с помощью которого устанавливается, когда происходить нарушения закона Дарси в почве.

SUMMARY

Abdikarim Baymankulov Tungushbaevich

Mathematical and computer modeling of the transfer of moisture and temperature in the soil

for the degree of Doctor of Physico-Mathematical Sciences, specialty 01.04.07 - mathematical modeling, numerical methods and program complexes

Key words: moisture, diffusion coefficient, Darcy's law, a mathematical model, the direct problem, the dual problem, an iterative method, finite difference scheme, the functional, minimization, the gradient of the functional, stability, convergence of the algorithm

The thesis is aimed at determining the diffusion coefficient of soil moisture, humidity and temperature distribution in the soil from the measured data on the surface of the earth. The goal is to develop an approximate method for calculating the diffusion coefficient of moisture, humidity and temperature distribution in the soil and the limited evidence of an approximate value of the diffusion coefficient, the monotony of the functional. As well as creating software product to calculate the diffusion coefficient of the soil, the numerical calculation and comparison of calculated data with experimental data of other scientists, estimation of method error.

For the first time using the equation of transfer of moisture and temperature, a stable iterative method is developed which is designed to calculate the nonlinear diffusion coefficient of humidity and temperature transfer. On the basis of priori estimates of solutions of direct and dual problem, and using a small enough controlled parameter the approximate value of the diffusion coefficient of soil moisture and the monotony of the minimized functional are proved.

The method of priori estimates proved stability and convergence of difference problems. The possibility of using a linear finite difference scheme, which has the property of computational stability in the problem of calculation of the diffusion coefficient of soil moisture is shown.

The algorithms of calculation of the diffusion coefficient of soil moisture, soil temperature and moisture are worked out. A software product on which the numerical calculations and graphs of moisture, the moisture gradient, the diffusion coefficient when there is a recharge of soil moisture and evaporation of moisture from the ground is created.

A method and algorithm for calculating of the parameters of the moisture-temperature system are worked out, by which it is established when there are violations of the Darcy’s law in the soil.

БАЙМАНКУЛОВ АБДЫКАРИМ ТУНГУШБАЕВИЧ

Математическое и компьютерное моделирование процесса переноса влаги и температуры в почве

Специальность 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Подписано к печати 10.04.2012г. Формат бумаги $60х84^{1}/_{16}$.
Бумага офс. Печать офс. Объем 2,5п.л. Тираж 100экз.