НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

Диссертационный совет Д 01.97.70

На правах рукописи

УДК 517.958

ШЕМЯКИНА ТАТЬЯНА АЛЕКСЕЕВНА

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ВОЛНОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К КОНТАКТНЫМ ЗАДАЧАМ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

01.01.03 - математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек -2000

Работа выполнена в Институте математики Национальной Академии наук Кыргызской Республики

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Шамгунов Ш.Д.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Алексеенко С.Н.

кандидат физико-математических наук, доцент Дильдаев М.

Ведущая организация: Ульяновский государственный университет

Защита диссертации состоится "4" октября 2000 г. в 14 часов на заседании Диссертационного совета Д 01.97.70 по присуждению ученых степеней доктора и кандидата физико-математических наук при Институте математики НАН Кыргызской Республики.

С диссертацией можно ознакомиться в ЦНБ НАН Кыргызской Республики.

Автореферат разослан "25" августа 2000 г.

Отзыв на автореферат просим прислать по адресу: 720071, г. Бишкек-71, Проспект Чуй 265а, Институт математики НАН Кыргызской Республики, Диссертационный совет Д 01.97.70.

Ученый секретарь Диссертационного совета, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Искандаров С.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы: Многие актуальные задачи динамической теории упругости, гидро-, газодинамики, технические проблемы в строительстве, машиностроении связаны с исследованиями явлений распространения волн в сплошных средах, с расчетом ударных воздействий на тела, с исследованием явлений проникания тел в деформируемые среды.

Для решения возникающих при этом краевых задач необходимо пользоваться методами динамической теории упругости, которые особенно интенсивно развиваются в последнее время. Решение многих важных задач теории упругости, непрерывно выдвигаемых практикой, вносит существенный вклад в развитие математики в целом. Поэтому разработка достаточно универсальных методов решения краевых задач для многих важных задач теории упругости является актуальной проблемой.

Точные аналитические методы, позволяющие получить решение в явном виде, имеются лишь для некоторых частных задач. У большинства же математических задач точные решения получить весьма сложно или невозможно. Поэтому приближенные методы математической физики приобретают исключительно важное значение.

Экспериментальные методы имеют ограниченную применимость, поэтому математическое моделирование является важной проблемой. Применение методов математической физики позволяет заменить сложный, трудоемкий и дорогостоящий физический эксперимент на значительно более экономичное математическое (численное) решение и с развитием ЭВМ актуальным становится разработка общих достаточно универсальных методов решения краевых задач.

Разработанный автором данной диссертационной работы метод решения начально-краевых задач является достаточно универсальным. Этот метод эффективен для решения краевых задач, так как позволяет уделять главное внимание удовлетворению граничным условиям. Разработанным методом можно эффективно решать сложные задачи теории упругости и гидродинамики. Для иллюстрации метод применяется к динамической контактной задачи линейной теории упругости.

Из вышеизложенного вытекает

Цель диссертационной работы: Вывести новые предельные соотношения для кратных частных производных второго порядка волнового потенциала простого слоя при стремлении малого параметра к нулю, что составляют основу разработанного метода решения начально-краевых задач. Разработка и модификация метода волновых потенциалов для решения динамических задач теории упругости на основе выведенных новых предельных соотношений. На примере плоской задачи о динамическом штампе, показать применение модифицированного метода волновых потенциалов к контактным задачам теории упругости. Разработать алгоритм численного решения задачи о динамическом штампе.

Методика исследования: При получении результатов диссертационной работы использованы методы математического анализа и методы математической физики. Метод волновых потенциалов с использованием предельных соотношений, предложенный Ш.Д.Шамгуновым, модифицируется и применяется к контактной задаче теории упругости. Метод исследования основан на возможности представления смещений в упругой среде через частные производные потенциалов смещений. Потенциалы же смещений в линейной упругой среде удовлетворяют волновым уравнениям. Для этих волновых уравнений устанавливаются начальные и граничные условия. Решение в такой постановке начально-краевой задачи отыскивается в виде запаздывающих потенциалов простого слоя, которые удовлетворяют соответствующим волновым уравнениям. Решение сводится к определению плотностей волновых потенциалов, обеспечивающих выполнение начальных и граничных условий. В граничные условия входят волновые потенциалы и их частные производные. Поэтому устанавливаются предельные соотношения для кратных частных производных второго порядка по геометрическим переменным запаздывающих потенциалов простого слоя для случая, когда точка, от которой зависит интеграл, распространенный по границе трехмерной области и представляющий волновой потенциал для точек вне границы, стремится к точке границы, а также при стремлении малого параметра к нулю. С использованием этих граничных соотношений начально-краевая задача сводится к системе интегро-дифференциальных уравнений для плотностей волновых потенциалов. Для выведенных указанным образом интегро-дифференциальных уравнений характерно наличие запаздывания, проявляющееся в том, что значения искомых величин в данный момент времени в данной точке границы рассматриваемой области полностью определяются их значениями в предыдущие моменты времени во всех точках границы. Это обстоятельство позволяет разработать эффективный численный метод решения указанных систем уравнений.

Научная новизна: Все основные результаты диссертации являются новыми, подтверждены строгими доказательствами. Основой разработанного метода решения начально-краевых задач о движении физически и геометрически линейных изотропных сред являются новые предельные соотношения для кратных частных производных второго порядка волновых потенциалов простого слоя при стремлении малого параметра к нулю. Даны оценки для интегралов, распространенных по малой окрестности особых точек. С использованием указанных предельных соотношений создан модифицированный метод волновых потенциалов применительно к решению контактных задач динамической теории упругости. Разработан алгоритм для численного решения задачи о динамическом штампе.

Теоретическая и практическая ценность: Диссертационная работа имеет теоретическую ценность, так как в ней получены новые результаты, представляющие собой определенный вклад в теорию интегро-дифференциальных уравнений и методы математической физики. Выведенные предельные соотношения для частных производных запаздывающих потенциалов позволяют сводить к системам интегро-дифференциальных уравнений относительно плотностей волновых потенциалов ряд краевых задач для волновых уравнений. Практическая ценность заключается в том, что предложенный метод и разработанный алгоритм реализованы на компьютере в виде пакета программ. Данный метод может быть применен также к задачам гидродинамики и электродинамики. Используя его, можно эффективно рассчитывать инженерные сооружения на прочность при динамических нагрузках.

На защиту выносятся следующие

Основные положения:

1. Вывод новых предельных соотношений для кратных частных производных второго порядка волновых потенциалов для случая, когда пространственная точка, от которой зависит интеграл, распространенный по границе конечной области и представляющий волновой потенциал, стремится к точке границы. Оценка интегралов, распространенных на малой окрестности особых точек, отбрасываемых при численном решении задачи.
2. Методика модифицированной общей схемы сведения краевых задач динамической теории упругости к системам интегро-дифференциальных уравнений. Она основана на представлении потенциалов смещений в упругой среде посредством волновых потенциалов простого слоя и последующем использовании предельных соотношений для частных производных потенциала.
3. Исследование задачи о динамическом штампе с применением указанной общей схемы. Задача сведена к системе интегро-дифференциальных уравнений согласно общей схеме. Разработан численный метод решения этой системы уравнений, в которой используется фактор запаздывания по времени. Этот метод представлен в виде алгоритма численного решения задачи.

4. На основании алгоритма численного решения задачи о динамическом штампе представлен пакет программ для IBM PC на TURBO PASCAL. Были выполнены расчеты для ряда исходных данных. Сопоставлены результаты решения тестовой задачи с результатами, полученными с использованием предлагаемого метода.

Апробация работы: Материалы диссертационной работы докладывались и обсуждались: на III научно-технической конференции профессорско-преподавательского состава и студентов КАСИ (г.Бишкек,1996г.); на IV республиканской научно-методической конференции "Компьютеры в учебном процессе и современные проблемы математики", КГПУ им.И.Арабаева (г.Бишкек,1996г.); на научной конференции, посвященной дням Славянской письменности и культуры, КРСУ (г.Бишкек,1997г.); на Международной научно-теоретической конференции "Проблемы и перспективы интеграции образования", посвященной V-летию образования КРСУ (г.Бишкек,1998г.); на научной конференции, посвященной 200-летнему юбилею А.С.Пушкина в Кыргызстане, КРСУ (г.Бишкек,1999г.); на семинарах лаборатории теории обратных задач ИМ НАН КР (1995-1999гг.); на научно-теоретическом семинаре академика М.И. Иманалиева Института математики НАН КР (1999г.).

Публикации: Исследования, относящиеся к теме диссертации, содержатся в 12 опубликованных статьях и тезисах и вошли в 4 заключительных научных отчета института математики НАН КР. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-9]. В совместных статьях с Ш.Д.Шамгуновым, ему принадлежат постановка задач и обсуждение результатов.

Структура и объем работы: Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, содержащих 12 параграфов, заключения, списка цитируемой литературы из 81 наименований и приложения. Работа содержит 116 страниц машинописного текста. Нумерация математических соотношений и формул производится по главам и параграфам в виде (l,m,n), где l- номер главы, m-номер параграфа и n-номер формулы в данном параграфе. Нумерация теорем, лемм аналогично.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность выбранного направления исследования, дается обзор литературы по методам решения краевых задач математической физики. В краткой форме изложено содержание работы.

В первой главе выводятся предельные соотношения для кратных частных производных второго порядка по геометрическим переменным волнового потенциала простого слоя при стремлении к нулю малого параметра. Даны оценки для интегралов, распространенных по малой окрестности особых точек.

В §1.1. вводится в рассмотрение ограниченная область Ω с достаточно гладкой границей S в трехмерном евклидовом пространстве. Точки $(x, y, z)\in\Omega$ и $(x', y', z')\in S$ в некоторой прямоугольной системе координат обозначаются через M, M', соответственно. В связи с интегральным представлением решений волнового уравнения

$$U_{tt} = a^2\Delta U, \qquad M\in\Omega \qquad (1)$$

вводятся в рассмотрение волновые потенциалы простого слоя - интегралы, распространенные по поверхности S:

$$U(M,t)=\iint_{(S)}\eta(M',t-r/a)dS/(4\pi r), \qquad (2)$$

где $r = ((x'-x)^2 +(y'-y)^2 + (z'-z)^2)^{1/2} = |\boldsymbol{MM'}|$.

Плотность $\eta(M',t-r/a)$ волновых потенциалов предполагается дважды непрерывно дифференцируемой функцией. Непосредственной подстановкой (2) в (1) можно убедиться, что функция $U(M,t)$ удовлетворяет волновому уравнению (1) вне поверхности S. Краевые задачи для волнового уравнения сводятся, таким образом, к нахождению плотности потенциала, обеспечивающего выполнение граничных условий.

Начало прямоугольной декартовой системы координат Oxyz совмещается с точками поверхности S, для которой устанавливаются указанные предельные значения. Плоскость (x,y) совмещается с касательной плоскостью в указанной точке к поверхности S, а ось Oz направляется вдоль нормали к ней внутрь области Ω

Вводится в рассмотрение окружность K_δ достаточно малого радиуса δ на плоскости (x,y) с центром в начале координат. Цилиндрическая поверхность, для которой направляющей является указанная окружность, а образующей прямая, параллельная оси Oz, "вырезает" на поверхности S некоторую окрестность S_1 точки (0,0,0). Остальная часть поверхности обозначается через S_2. Вследствие предположения о поверхности S в пределах S_1 она представима уравнением вида $z'=f(x'y')$, где f – достаточно гладкая функция. Обозначается $\rho =(x'^2 + y'^2)^{1/2}$, тогда $r=(\rho^2+(f(x'y')-z)^2)^{1/2}$.

Приводятся предельные соотношения, выведенные в работах Ш.Д.Шамгунова, для частных производных функции (2) при стремлении точки $M\notin S$ к точке O.

В §1.2. устанавливаются формулы для предельных соотношений кратных вторых частных производных по z волнового потенциала простого слоя при малом параметре δ, стремящемся к нулю. Доказаны приведенные ниже леммы, в которых устанавливаются некоторые оценки, и с использованием их - теорема о пределе кратной частной производной второго порядка по z волнового потенциала простого слоя при стремлении малого параметра δ к нулю.

Лемма 1.2.1. Если функция $f(x',y')$ дважды непрерывно дифференцируема, то имеем следующие оценки:

$|f(x',y')| \le C_1\rho^2$, $|f_{x'}(x',y')| \le C_2\rho$, $|f_{y'}(x',y')| \le C_3\rho$,

$|(1+[f_{x'}(x',y')]^2+[f_{y'}(x',y')]^2)^{1/2}-1| \le C_4\rho^2$, $|r-\rho| \le C_5\rho^3$,

причем $r=(x'^2+y'^2+f^2(x',y'))^{1/2}$, $\rho=(x'^2+y'^2)^{1/2}$,

C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 - положительные константы.

Лемма 1.2.2. Если в рассматриваемой области функции $\eta_t(M',t)$, $\eta_{tt}(M',t)$ ограничены, то имеем оценки:

$|\eta(M',t-r/a)-\eta(M',t-\rho/a)| \le C_6\rho^3$, $|\eta_t(M',t-r/a)-\eta_t(M',t-\rho/a)| \le C_7\rho^3$,

где C_6, C_7 - положительные константы.

Лемма 1.2.3. Существуют оценки:

$|(\rho-r)/\rho^3| \le C_5$, $\rho/r \le 1$, $r/\rho \le C_8$,

$|1/r^3-1/\rho^3| \le C_9/\rho$, $((x',y') \in K_{\delta_1})$,

где $r=(x'^2+y'^2+f^2(x',y'))^{1/2}$, $\rho=(x'^2+y'^2)^{1/2}$,

C_8, C_9- положительные константы.

Лемма 1.2.4. Если в рассматриваемой области функции $\eta(M',t)$, $\eta_t(M',t)$, $\eta_{tt}(M',t)$ ограничены, то слагаемые G_{22}, G_{23} и G_{24} в (1.2.12) при $\rho\to 0$ представляют собой величины вида:

$G_{22}=O(1/\rho)$, $G_{23}=O(1/\rho)$, $G_{24}=O(\rho)$.

Теорема 1.2.1. Если $\eta(M,t)$–дважды непрерывно дифференцируемая Функция в ограниченной области $\Omega\times[0\le t\le T]$, то предельное соотношение для второй производной по z волнового потенциала простого слоя U с плотностью η имеет следующий вид:

$$\lim_{(M\to\pm O)}U_{zz}(M,t)=\eta_t(O,t)/(2a) \mp [f_{x'x'}(0,0)+f_{y'y'}(0,0)]\eta(O,t)/2+$$
$$+\int_0^{2\pi}\eta(\delta_1\cos\theta,\delta_1\sin\theta,t-\delta_1/a)d\theta/(4\delta_1\pi)+\iint_{(S3)}G_2(M',t-r/a)dS/(4\pi)+R_1(t,\delta_1).$$

причем для малых δ_1: $R_2(t,\delta_1)=O(\delta_1)$.

В §1.3. устанавливаются формулы для предельных значений вторых кратных частных производных по x, y волнового потенциала простого слоя при стремлении малого параметра δ к нулю. Доказаны приведенные ниже леммы, в которых устанавливаются некоторые оценки, и с использованием их - теорема о пределе кратной частной производной второго порядка по x, y волнового потенциала простого слоя при стремлении малого параметра δ к нулю.

Лемма 1.3.1. Имеем следующую оценку:

$|x'^2(1/r^5-1/\rho^5)| \le 5C_5/\rho$, где $r=(x'^2+y'^2+f^2(x',y'))^{1/2}$, $\rho=(x'^2+y'^2)^{1/2}$,

C_5 –положительная константа.

Лемма 1.3.2. Если в рассматриваемой области функция $\eta_{tt}(M',t)$ ограничена, то имеет место оценка:

$|x'^2\eta_{tt}(M',t)/(a^2r^3)| \le C_{10}/\rho$, где a, C_{10} - положительные константы.

Лемма 1.3.3. Если в рассматриваемой области функции $\eta(M',t)$, $\eta_t(M',t)$, $\eta_{tt}(M',t)$ ограничены, то слагаемые Φ_{12}, Φ_{13} и Φ_{14} в (1.3.2) при $\rho \to 0$ представляют собой величины вида:

$\Phi_{12}=O(1/\rho)$, $\Phi_{13}=O(1/\rho)$, $\Phi_{14}=O(1/\rho)$.

Теорема 1.3.1. Если $\eta(M,t)$–дважды непрерывно дифференцируемая функция в ограниченной области $\Omega \times [0 \le t \le T]$, то предельные соотношения для вторых производных по x и y волнового потенциала простого слоя U с плотностью η имеют следующий вид:

$\lim_{(M\to\pm O)}U_{xx}(M,t)= -\eta_t(O,t)/(4a)\pm f_{x'x'}(0,0)\eta(O,t)/2-$

$-\int_0^{2\pi}\eta(\delta_1\cos\theta,\delta_1\sin\theta,t-\delta_1/a)d\theta/(8\delta_1\pi)+\int_{(S3)}\Phi_1(M',t-r/a)dS/(4\pi)+R_2(t,\delta_1)$,

причем для малых δ_1: $R_2(t,\delta_1)=O(\delta_1)$.

$\lim_{(M\to\pm O)}U_{yy}(M,t)= -\eta_t(O,t)/(4a)\pm f_{y'y'}(0,0)\eta(O,t)/2-$

$-\int_0^{2\pi}\eta(\delta_1\cos\theta,\delta_1\sin\theta,t-\delta_1/a)d\theta/(8\delta_1\pi)+\iint_{(S3)}\Phi_2(M',t-r/a)dS/(4\pi)+R_3(t,\delta_1)$,

причем для малых δ_1: $R_3(t,\delta_1)=O(\delta_1)$.

Во второй главе излагается модифицированный метод решения нестационарных задач теории упругости с применением предельных соотношений для волновых потенциалов.

В §2.1. описан общий способ сведения, с использованием потенциалов смещения динамических задач линейной теории упругости, к краевым задачам для волнового уравнения. С использованием результатов §1.1 - §1.3 краевые задачи для волновых уравнений сводятся к системам интегро-дифференциальных уравнений относительно плотностей волновых потенциалов, посредством которых представляются потенциалы смещений.

В §2.2. Разрабатывается метод решения плоской задачи о динамическом штампе.

Допустим, что бесконечно длинное жесткое твердое тело, ограниченное выпуклой цилиндрической поверхностью, начиная с момента времени t=0, вдавливается в упругое полупространство. Требуется найти поля смещений и напряжений для различных моментов времени в областях среды, занятых возмущениями.

В математической формулировке задача ставится следующим образом. Найти в области z>0 для заданного промежутка времени $0 \le t \le T$ решение векторного дифференциального уравнения:

$$\rho_0 \bar{V}_{tt}=(\lambda+\mu)\,\mathrm{grad\,div}\,\bar{V}+\mu\Delta\bar{V}, \qquad (3)$$

где $\bar{V}$ - вектор перемещения, ρ_0 - начальная плотность среды, λ, μ - константы Ламэ, Δ - оператор Лапласа.

Граничные условия в области контакта, если предположить, что имеет место вдавливание без трения, заключаются в задании скорости вдавливания пластины и требовании отсутствия касательного напряжения:

$$w_t(x,0,t)=f(t) \qquad (-H(t)\le x\le H(t)), \qquad \text{или}$$

$$w(x,0,t)=F(x,t),\ F(x,t)=\int_{\tau^*(x)}^{t} f(\tau)d\tau \qquad (-H(t)\le x\le H(t)), \qquad (4)$$

$$\sigma_{xz}(x,0,t)=0 \qquad (-H(t)\le x\le H(t)), \qquad (5)$$

причем $H(t)$ - половина ширины контакта пластины в момент t, $F(x,t)$- известная функция, определяемая скоростью вдавливания тела и уравнением его поверхности, $\tau^*(x)$-момент времени, в который точка $(x,0)$ окажется на границе контакта.

Граничные условия вне контакта заключаются в отсутствии нагрузки:

$$\sigma_{zz}(x,0,t)=0 \qquad (|x|>H(t)), \qquad (6)$$

$$\sigma_{xz}(x,0,t)=0 \qquad (|x|>H(t)). \qquad (7)$$

Начально-краевая задача формулируется для потенциалов смещений. При этом согласно общей схеме решения краевых задач динамической теории упругости, изложенной в §2.1 , вместо уравнения (2) имеем систему волновых уравнений. Краевые условия (4) - (7) выражаются через частные производные от величин с учетом закона Гука. Волновые уравнения будут удовлетворяться, если решения представляются в виде:

$$\varphi(M,t)=\iint_{(S1)}\eta(M',t-r/a)dS/(4\pi r), \qquad (8)$$

$$\psi(M,t)=\iint_{(S2)}\gamma(M',t-r/b)dS/(4\pi r), \qquad (9)$$

причем a, b - скорости распространения продольных и поперечных волн, соответственно; M - точка полупространства $z>0$, M'- переменная точка областей интегрирования (S_1), (S_2), $r = r_{MM'}$- расстояние между точками M и M', а область (S_1) ограничена кривой, представленной уравнением $t-r/a=0$, а область (S_2) ограничена кривой, представленной уравнением $t-r/b=0$. Функции $\eta(M',t)$, $\gamma(M',t)$ - дважды непрерывно дифференцируемые функции, которые подлежат отысканию.

Подставляя (8) - (9) в граничные условия для φ, ψ, совершая предельный переход при стремлении внутренней точки полупространства $z>0$ к точке границы, воспользовавшись при этом предельными соотношениями для частных производных потенциала простого слоя, получаем систему интегро-дифференциальных уравнений относительно искомых функций $\eta(M',t)$, $\gamma(M',t)$.

В §2.3. полученная система интегро-дифференциальных уравнений преобразуется к виду, в котором в подынтегральные выражения не входят частные производные по времени выше первого порядка.

В §2.4. определяются внешние границы областей интегрирования.

В третьей главе излагается численное решение плоской задачи о динамическом штампе.

В §3.1. представлен алгоритм решения системы интегро-дифференциальных уравнений относительно плотностей запаздывающих потенциалов, к которой сводится рассматриваемая начально-краевая задача.

В §3.2. предлагается схема численного решения плоской задачи о динамическом штампе. При этом используется специфика интегро-дифференциальных уравнений, заключающаяся в факторе запаздывания. Искомые величины определяются для конечной последовательности моментов времени t_1, t_2,..., t_M, изменяющихся с постоянным шагом Δt. При вычислениях для момента t_i из области интегрирования каждого из интегралов, входящих в систему уравнений, выбрасывается малая область, вне которой, в следствия запаздывания, значения подынтегральной функции известны. Вне малой области значения подынтегральной функции берутся для интервала $0 \le t \le t_{i-1}$, где они уже определены на предыдущих этапах расчета. Показано, что допускаемая при этом в связи с удовлетворением граничных условий погрешность имеет порядок $(a\Delta t)^2$, $(b\Delta t)^2$. Погрешность, допускаемая при вычислении искомых величин, имеет порядок $(a\Delta t)^3$, $(b\Delta t)^3$.

В §3.3. излагается численное решение плоской задачи о динамическом штампе посредством сочетания свойств интеграла Пуассона и запаздывающего потенциала простого слоя.

В §3.4. приводится описание пакета программ для решения задачи о динамическом штампе.

В §3.5. производится сопоставление результатов применения данного метода к специально построенной тестовой задаче с точным решением задачи. При этом выявлено, что решение задачи предлагаемым методом близко к точному ее решению. Это является подтверждением правильности выкладок, выполненных в связи с выводом предельных соотношений в главе 1 и интегро-дифференциальных уравнений в главе 2, а также свидетельством действенности разработанного метода.

В заключении дается краткое изложение результатов работы. Итоги выполненных исследований, составляющих основу диссертационной работы сводятся к следующему.

1.Установлены новые предельные соотношения для кратных частных производных волновых потенциалов для случая, когда пространственная точка, от которой зависит интеграл, распространенный по границе конечной трехмерной области и представляющий волновой потенциал, стремится к точке границе.
2.Разработана общая модифицированная схема сведения краевых задач динамической теории упругости к системам интегро-дифференциальных уравнений. Схема основана на представлении потенциалов смещений в упругой среде посредством волновых потенциалов простого слоя и последующем использовании новых предельных соотношений для частных производных потенциала.
3.С применением общей схемы исследована задача о динамическом штампе. Начально-краевая задача сводится к системе интегро-дифференциальных уравнений. Разработан численный метод решения этой системы уравнений, в которой используется специфика, заключающаяся в факторе запаздывания по времени. Этот метод представлен в виде алгоритма численного решения задачи.
4. На основе алгоритма численного решения задачи о динамическом штампе составлена программа для компьютера. Были выполнены расчеты для конкретных исходных данных.

В приложении приводятся рисунки, представляющие некоторые результаты решения задачи о динамическом штампе при конкретных исходных данных.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н. Шамгунову Ш.Д. за постановку задачи и постоянное внимание к работе, а также академику Иманалиеву М.И. за полезные советы при обсуждении работы.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1.Шамгунов Ш.Д., Шемякина Т.А. Предельные соотношения для кратных частных производных второго порядка волнового потенциала простого слоя и их приложения // Ред. Изв. НАН КР. - ДЕП. ВИНИТИ, N1615- В96 Деп. - 18 с.
2.Шамгунов Ш.Д., Шемякина Т.А. Приложение теории волновых потенциалов к плоской упругой задаче о динамическом штампе //Мат.-лы IV Республ. Научно - метод. конференции "Компьютеры в учебном процессе и современные проблемы математики". - Бишкек, 1996. - Ч. II. - С.227-230.
3.Шамгунов Ш.Д., Шемякина Т.А. Метод решения нестационарных задач теории упругости с применением предельных соотношений

теории волновых потенциалов // Эхо науки. Изв. НАН КР. - Бишкек,1997.-№1.- С.23-285.
4.Шамгунов Ш.Д., Шемякина Т.А. Система интегро-дифференциальных уравнений, описывающая процесс вдавливания динамического штампа в упругое полупространство // Исслед. по интегро-дифференц.уравнениям. - Бишкек: Илим,1997.- Вып.26.- С.29-33.
5.Шемякина Т.А. Схема решения системы интегро-дифференциальных уравнений, описывающих вдавливание динамического штампа в упругое полупространство // Там же.-С.34-38.
6.Шамгунов Ш.Д., Шемякина Т.А. Приложение теории волновых потенциалов к задаче о косом ударе жестким телом по границе упругой среды // Там же.- Бишкек: Илим, 1998. - Вып.27. - С.325-330.
7.Шамгунов Ш.Д., Шемякина Т.А. Применение интеграла Пуассона в сочетании с запаздывающими потенциалами для решения задачи о динамическом штампе//Там же.-Бишкек:Илим,1999.-Вып.28.-С.381-389.
8.Шамгунов Ш.Д., Шемякина Т.А. Волновые потенциалы простого слоя и их предельные значения кратных частных производных // Там же.- С.368-380.
9.Шемякина Т.А. Некоторые оценки для задачи о динамическом штампе//Мат.-лы научн.конф.,посв.200-летнему юбилею А.С.Пушкина в Кыргызстане.-Бишкек:КРСУ,2000.-С.64-68.

Шемякина Татьяна Алексеевна

Модификация метода волновых потенциалов применительно к контактным задачам динамической теории упругости.

Аннотация

Для кратных частных производных волнового потенциала простого слоя были выведены новые предельные соотношения. Они применяются для решения задачи о вдавливании жесткой пластины в упругое полупространство. Разработаны численные алгоритмы решения рассматриваемой задачи.

Шемякина Татьяна Алексеевна

Толкун потенциалдары методунун серпилгичтик динамикалык теориясынын контакттык маселелерине карата модификациясы.

Аннотация

Жөнөкөй катмар толкун потенциалынын эселүү жекече туундулары үчүн жаңы пределдик катыштар алынган. Алар деформацияланбоочу пластинаны серпилгич жарым мейкиндикке кийирүү маселесин чечүү үчүн колдонулат. Каралган маселелерди чыгаруу үчүн сандык алгоритмдер түзүлгөн.

Shemyakina Tatyana Alekseevna

Modification of the method of the wave potentials with respect to the contact problems of dynamic theory of elasticity.

The summary

New limiting correlations on the boundary of a domain for multiple partial derivatives of single layer wave potentials are obtained. They are applied to investigation the problem of a rigid plate pressing into elastic semispace. Computing algorithms for numerical solving the considered problem are elaborate.

Тираж 100. Объем 1 п.л. Формат 60×84/16
Отпечатано в изд. "Турар", г.Бишкек, ул.Жибек Жолу, 466