2000-82

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

Специализированный совет Д 01.97.70

На правах рукописи

КАНЕТОВ БЕКБОЛОТ ЭМЕНОВИЧ

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ НАРОСТОВ И ПОПОЛНЕНИЙ РАВНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВ

01.01.04- геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек-2000

Работа выполнена на кафедре высшей математики физико-математического факультета Кыргызского государственного педагогического университета им. И. Арабаева.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент НАН КР **Борубаев А.А.**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор **Асанов А.**
кандидат физико-математических наук **Сейтбеков А.**

Ведущая организация: Ошский государственный университет

Защита состоится "3" июля 2000 г. в 12 ч. 00 мин. на заседании Специализированного совета Д 01.97.70 по присуждению ученых степеней доктора и кандидата физико-математических наук при Институте математики НАН Кыргызской Республики.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке НАН Кыргызской Республики.

Автореферат разослан "2" июня 2000 г.

Отзывы на автореферат просим присылать по адресу: 720071, г. Бишкек - 71, проспект Чуй, 265-а, Институт математики НАН Кыргызской Республики, Специализированный совет Д 01.97.70

Ученый секретарь
Специализированного совета
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник **Искандаров С.**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В различных математических областях имеется повод "замыкать" данные структуры "идеальными" элементами, например, множество всех рациональных чисел пополняется до множества всех действительных чисел. Причиной тому служит "неполное" поведение множества всех рациональных чисел. Идеальными элементами являются множества всех иррациональных чисел. Введенная Гауссом плоскость комплексного переменного замыкается "бесконечно удаленной" точкой до римановой сферы. Расширение аффинной плоскости до проективной означает присоединение бесконечного множества "бесконечно удаленных" точек. Во всех случаях мы имеем связывание "идеальных" присоединенных элементов с исходными с помощью "непрерывного склеивания". В современной общей топологии исследования пополнения равномерных пространств является важным направлением. Главная цель в конструкции пополнения - это показать, что каждое равномерное пространство равномерно изоморфно всюду плотному подпространству полного равномерного пространства. Иными словами, присоединить к произвольному равномерному пространству "идеальные элементы" так, что получится полное равномерное пространство. Такое присоединение напоминает процесс бикомпактного расширения, но есть одно существенное отличие: пополнение равномерного пространства определено по существу, однозначно.

Теория пополнения равномерных пространств ведет свое начало от фундаментальной работы А.Вейля[1)], где была построена конструкция пополнения равномерного пространства.

Существенное развитие в теорию пополнения равномерных пространств внесли работы А.Вейля, Н.Бурбаки, Ю.М.Смирнова, А.А.Борубаева, Ж.Дьедонне, Дж.Исбелла, К.Морита, П.Самюэля, А.А.Иванова, Б.А.Пасынкова, Д.Дойчинова, В.В.Федорчука, З.Фролика, М.М.Чобана, М.Хушека, А.А.Чекеева, и др.

Равномерные пространства тесно связаны с топологическими пространствами. Равномерное пространство можно рассматривать также как тонкое средство для изучения самих топологических пространств.

1) Weil A. Sur les espaces a structure uniforme et sur la topologie generale, Paris, 1938.

В своей основополагающей работе М.Стоун[2)] отмечал, что одной из интересных и трудных проблем общей топологии является изучение всех расширений данного топологического пространства. П.С. Александровым[3)] была поставлена проблема классификации компактных расширений и сформулированы различные общие задачи о расширениях топологических пространств. Исходя из общей проблемы М.Стоуна, Б.Банашевский[4)] следующим образом систематизировал общие задачи теории расширений.

I. При каких условиях существует расширение данного пространства с заданными наперед свойствами ?

II. Указать общий способ построения расширений с заданными свойствами ?

III. Если К-класс расширений пространства X, то при каких условиях в К существует максимальный элемент ?

А.А. Борубаевым[5)] посредством равномерных структур решен ряд конкретных задач в рамках выше поставленных общих проблем.

В теории пополнения одним из направлений исследования является исследование нароста равномерного пространства. Под наростом равномерного пространства понимается дополнение данного пространства до его пополнения. А.А. Борубаевым были поставлены общие вопросы в связи с понятием нароста равномерного пространства.

IV. Как связаны свойства равномерного пространства и его нароста ?

V. Если P свойство равномерных пространств, то при каких необходимых и достаточных условиях равномерного пространства нарост обладает свойством P ?

Далее он отмечал, что естественно при этом ожидать, что свойства нароста не будут повторять свойства самого равномерного пространства, а будут находиться к последним в некотором отношении двойственности. Находить, систематизировать эту двойственность – одна из задач теории пополнений. Данная диссертация посвящена исследованию наростов и пополнений

[2)] Stone M.H. Application of the theory of Boolean rings to general topology //Trans. Amer. Math. Soc.-1937.-Vol.41.-P.375-481.

[3)] Александров П.С. О бикомпактных расширениях топологических пространств //Мат.сб.-1939.-Т.5.-С.403-423.

[4)] Banaschewski B. Extension of Topological spaces //Can.math.bull.-1964.-Vol.7.-№1.-P.1-22.

[5)] Борубаев А.А. Равномерные пространства и равномерно непрерывные отображения.-Фрунзе: Илим, 1990.-172 С.

равномерных пространств. Полученные в ней результаты непосредственно связаны с общими проблемами А.А.Борубаева а также общими проблемами П.С.Александрова, Б.Банашевского и М.Стоуна.

Цель работы. Целью работы является изучить наросты равномерных пространств и дать внутреннюю характеристику равномерных пространств, нарост которых обладает некоторым равномерным свойством P.

Методы исследования. Основным методом исследования является метод покрытий, метод ко-покрытий и метод продолжаемых окаймлений равномерных пространств.

Научная новизна работы.

1. Найдена внутренняя характеристика равномерных пространств, нарост которых имеет конечным, предкомпактным, бикомпактным и τ-ограниченным свойством.
2. Охарактеризована конечная равномерная размерность нароста равномерных пространств, т.е. $\dim \tilde{U}_{\tilde{X}\setminus X} \leq n$ в терминах самих пространств.
3. Получены внутренние характеристики равномерных пространств нарост которых обладает следующими свойствами: равномерная связность, равномерная сцепленность и равномерная дискретность.
4. Найдены необходимые и достаточные условия равномерного пространства, для того, чтобы его нарост и его пополнение обладали равномерно τ-финально паракомпактными, равномерно *R*-паракомпактными, слабо равномерно τ-предпаракомпактными свойствами.

Практическая и теоретическая ценность. Диссертация носит теоретический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы при изучении теории пополнений равномерных пространств и теории расширений топологических пространств.

На защиту выносятся следующие

Основные положения:

1. Нахождение необходимых и достаточных условий для равномерных пространств наросты, которых обладают конечными, предкомпактными, бикомпактными и τ-ограниченными свойствами.
2. Доказательство теоремы конечной равномерной размерности нароста предкомпактных равномерных пространств

методом с–продолжаемого окаймления предкомпактных равномерных пространств.

3. Доказательство теоремы конечной равномерной размерности нароста равномерных пространств с помощью ко-покрытия равномерных пространств.

4. Доказательства теоремы о предкомпактности, бикомпактности и τ-ограниченности нароста равномерных пространств с помощью продолжаемого окаймления равномерных пространств.

5. Нахождение необходимых и достаточных условий равномерных пространств для того, чтобы их наросты были равномерно связными, равномерно сцепленными и равномерно дискретными.

6. Нахождение необходимых и достаточных условий равномерных пространств, чтобы пополнения обладали следующими свойствами: равномерно τ-финально паракомпактными, равномерно финально компактными, равномерно R-паракомпактными.

7. Нахождение необходимых и достаточных условий равномерных пространств для того, чтобы их наросты обладали равномерно τ-финально паракомпактными, равномерно финально компактными, равномерно R-паракомпактными и слабо равномерно τ-предпаракомпактными свойствами.

Апробация резельтатов. Результаты диссертации докладывались на семинарах кафедры алгебры, геометрии и топологии КГНУ и кафедры высшей математики КГПУ им. И.Арабаева, на итоговых конференциях профессорско-преподавательского состава КГПУ им. И. Арабаева, Бишкек, 1996-1998 г.г., на семинаре по топологии профессора А.А. Борубаева, 1995-1999 г.г., на объединенном семинаре по математике Института математики НАН КР и КГНУ под руководством академика М.И. Иманалиева, 2000 г.

Результаты работы докладывались на международной научной конференции "Проблемы и перспективы развития педагогического образования в современных условиях" г.Бишкек, 1997 г., на международной научной конференции, посвященной 65-летию КГУ и 5-летию КГНУ, 1998 г., на научно-практической конференции "Современные исследования молодых ученых" г.Бишкек, 1999 г.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах |1|-|7|.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, нулевого вспомогательного параграфа, пяти параграфов основного текста и списка использованной литературы, включающего 86 наименований. Полный объем диссертации 83 страниц машинописного текста.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается постановка задач и приводится обзор содержания диссертации.

Нулевой параграф является вспомогательным. В нем излагаются основные понятия, определения и основные факты, касающихся пополнения равномерных пространств и полноты нароста равномерных пространств, которые используются в следующих параграфах диссертации.

В первом параграфе работы исследуются следующие свойства нароста равномерных пространств: конечные наросты, предкомпактность, бикомпактность, τ- ограниченность.

Введено следующее

Определение 1.1. Семейство α подмножеств равномерного пространства (X,U) называется ко-покрытием равномерного пространства (X,U), если для любого свободного фильтра Коши F в (X,U) всегда выполняется $\alpha\cap F\neq\varnothing$.

Теорема 1.1. характеризует равномерные пространства для которых нарост в пополнении был одноточечным. Эта теорема является равномерным аналогом теоремы Э. Хьюитта[6)].

Следующая теорема является равномерным аналогом теоремы П.Фирби[7)].

Теорема 1.2. $|\tilde{X}\setminus X|$=n (где n-натуральное число) тогда и только тогда, когда равномерное пространство (X,U) локально полно и любое равномерное покрытие $\alpha\in U$ содержит подсемейство $\alpha_0\subset\alpha$, которое является n-ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

Одним из основных результатов этого параграфа является:

[6)] Hewitt E. Certain generalizations of the Weierstrass approximation theorem //Duke Math.J.- 1947.-Vol.14.-P.419-427.

[7)] Firby P.A. Finiteness of infinity //Proc. Edinburgh Math. Soc.-1971.-T.17.-P.299-304.

Теорема 1.3. Для того, чтобы нарост $(\widetilde{X}\setminus X, \widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) был предкомпактным, необходимо и достаточно, чтобы каждое равномерное покрытие $\alpha\in U$ содержало конечное подсемейство, являющегося ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

Понятие "бикомпактность" является центральным понятием в общей топологии. Особенно интересна задача о нахождении необходимых и достаточных условий равномерного пространства для того, чтобы его нарост был бикомпактным. Простые примеры показывают, что существуют небикомпактные равномерные пространства, нарост которых бикомпактен.

Теорема 1.4. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X, \widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) является бикомпактным в том и только в том случае, если равномерное пространство (X,U) является локально полным и каждое равномерное покрытие $\alpha\in U$ содержит конечное подсемейство являющееся, ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

Из этой теоремы вытекает следующее утверждение:

Следствие 1.3. Нарост $(sX\setminus X, sU_{sX\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) в самюэловской компактификации (sX, sU) бикомпактен тогда и только тогда, когда равномерное пространство (X,U) локально полно.

Если в следствие 1.3. U - универсальная равномерность тихоновского пространства. Тогда из него вытекает известный классический факт[8].

Понятие τ-ограниченность равномерного пространства введено и исследовано А.А.Борубаевым[5].

Некоторые конкретно поставленные задачи связанные с этим понятием требуют решения. Одной из них является следующая задача: Когда нарост τ- ограничен? Решение этой задачи сформулируется следующим образом:

Теорема 1.5. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X, \widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) τ -ограничен тогда и только тогда, когда каждое равномерное покрытие $\alpha\in U$ содержит подсемейство $\alpha_0\subset\alpha$

[8] Архангельский А.В., Пономарев В.И. Основы общей топологии в задачах и упражнениях –М.: Наука, 1974.-424 с.

мощностью $\le\tau$ которое является ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

Во втором параграфе исследуются размерность и равномерная дискретность нароста равномерных пространств. Вводится понятие с-продолжаемого окаймления предкомпактных равномерных пространств.

Определение 2.1. Семейство α открытых подмножеств предкомпактного равномерного пространства (X,U) называется с-продолжаемым окаймлением, если выполнены следующие свойства:

1. $X\setminus\cup\alpha=C$ полное равномерное подпространство в (X,U);

2. Для любой открытой окрестности A_c множества C семейство $\alpha'=\alpha\cup\{A_c\}$ является равномерным покрытием равномерного пространства (X,U), т.е. $\alpha'\in U$.

Основным результатом этого параграфа является

Теорема 2.1. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X, \widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ предкомпактного равномерного пространства (X,U) имеет размерность $\dim \widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X} \le n$ тогда и только тогда, когда в каждое с-продолжаемое окаймление можно вписать с-продолжаемое окаймление кратности $\le n+1$.

Эта теорема является равномерным аналогом теоремы Ю.М.Смирнова[9].

Следующий результат является равномерным аналогом в смысле dim теоремы Г.Фрейденталя[10] и К.Мориты[11].

Следствие 2.1. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X, \widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ нульмерен тогда и только тогда, когда каждое с-продолжаемое окаймление имеет вписанное дизъюнктное с-продолжаемое окаймление.

Один из основных результатов этого параграфа является следующее утверждение, которое является решением одной задачи поставленной Г.Фрейденталем.

Теорема 2.2. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X, \widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) имеет размерность $\le n$, т.е. $\dim \widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X} \le n$ в том и только в том случае, если каждое равномерное покрытие $\alpha\in U$ содержит

[9] Смирнов Ю.М. О размерности пространств близости //Мат.сб.-1956.-Т.38(80), №3.-С.283-302.
[10] Freudenthal H. Neuaufbau der Endentheorie //Ann. math.-1942.Vol.43.-P.261-279.
[11] Morita K. On bicompactification of semibicompact spaces //Sci. Rep. Tokyo Bunrika Daigaku.-1952.-Vol.4.-P.200-207.

подсемейство $\alpha_0 \subset \alpha$ кратности $\leq n+1$, которое является ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

Из этой теоремы получаем следующее

Следствие 2.3. Нарост $(\tilde{X}\backslash X, \tilde{U}_{\tilde{X}\backslash X})$ нульмерен в том и только том случае, если каждое равномерное покрытие α содержит дизъюнктное подсемейство $\alpha_0 \subset \alpha$ являющееся ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

Дискретность при заданной мощности для Стоун-Чеховского нароста охарактеризовано В.Комфортом и Х.Гордоном[12]. Исследование свойства дискретность для Фрейденталевского нароста было проведено Г.Димовым[13] с помощью развития техники В.Комфорта и Х.Гордона и с помощью техники "n-звезды" К.Магилля[14]. Задача нахождения необходимых и достаточных условий равномерного пространства, чтобы его нарост был равномерно дискретным интересна, поскольку понятие "равномерная дискретность" тоньше, чем понятие дискретность в топологическом смысле. Из равномерной дискретности следует дискретность.

Для определения критерия равномерной дискретности нароста равномерного пространства вводится следующее понятие:

Определение 2.3. Семейство α подмножеств равномерного пространства (X,U) назовем d-семейством, если каждое множество A из α является элементом не более одного минимального свободного фильтра Коши F в (X,U).

С помощью понятия "d-семейства" характеризуется равномерная дискретность нароста равномерного пространства.

Теорема 2.3. Нарост $(\tilde{X}\backslash X, \tilde{U}_{\tilde{X}\backslash X})$ равномерного пространства (X,U) равномерно дискретен тогда и только тогда, когда существует такое равномерное покрытие $\alpha \in U$, которое содержит d-семейство $\alpha_0 \subset \alpha$, являющееся ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

---

[12] Comfort W W, Gordon H. Disjoint open subsets of βX\X //Trans Amer. Math.Soc.-1964.-Vol.111.-P.513-520.
[13] Димов Г.Д. Бикомпактные расширения дискретным наростом //Докл. Болгар. АН. 1977.-Т.30.-№6.-С.797-800.
[14] Magill K.D. N-point compactifications //Amer.math.mon.-1965.-Vol.72.-P.1075-1081.

В третьем параграфе исследуются равномерная сцепленность и равномерная связность нароста равномерных пространств.

Основными результатами являются:

Теорема 3.1. Нарост $(\tilde{X}\backslash X, \tilde{U}_{\tilde{X}\backslash X})$ равномерного пространства (X,U) равномерно сцеплен тогда и только тогда, когда для любого равномерного покрытия $\alpha \in U$ существует номер $n \in N$, что ко всякой паре различных свободных фильтров Коши F_1 и F_2 можно подобрать такую с-сцепленную последовательность $\alpha_0 = \{A_1, A_2, \dots, A_n\} \subset \alpha$, что $A_1 \in F_1$ и $A_k \in F_2$, $k \leq n$.

Теорема 3.2. Нарост $(\tilde{X}\backslash X, \tilde{U}_{\tilde{X}\backslash X})$ равномерного пространства (X,U) равномерно связен тогда и только тогда, когда равномерность U не содержит такое равномерное покрытие, которое обладает дизъюнктным подсемейством, состоящим из более одного элемента, являющегося ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

Если нарост $(\tilde{X}\backslash X, \tilde{U}_{\tilde{X}\backslash X})$ равномерного пространства (X,U) равномерно связен, то равномерное пространство (X,U) не всегда является равномерно связным и обратно, если равномерное пространство (X,U) является равномерно связным, то его нарост $(\tilde{X}\backslash X, \tilde{U}_{\tilde{X}\backslash X})$ не обязательно равномерно связен. Доказательство этих утверждений демонстрируется в двух примерах.

В четвертом параграфе по аналогии с определением 2.1. вводится понятие продолжаемого окаймления равномерных пространств. С помощью этого понятия исследуются наросты равномерных пространств, с более общими свойствами.

Определение 4.1. Семейство α открытых подмножеств равномерного пространства (X,U) назовем продолжаемым окаймлением равномерного пространства (X,U), если:

1. $X \backslash \cup\alpha = C$ полное подпространство равномерного пространства (X,U);

2. Существует такая открытая окрестность A_c множества C, что семейство α' состоящее из всех элементов семейства α и множества A_c будет равномерным покрытием равномерного пространства (X,U), т.е. $\alpha' \in U$.

Основными результатами этого параграфа являются следующие утверждения:

Теорема 4.1. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X,\widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) является предкомпактным тогда и только тогда, когда в каждое продолжаемое окаймление можно вписать конечное продолжаемое окаймление.

Теорема 4.2. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X,\widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) является бикомпактным в том и только в том случае, если равномерное пространство (X,U) является открытым в своем пополнении $(\widetilde{X},\widetilde{U})$ и в каждое продолжаемое окаймление можно вписать конечное продолжаемое окаймление.

Теорема 4.3. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X,\widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) τ-ограничен тогда и только тогда, когда в любое продолжаемое окаймление равномерного пространства (X,U) можно вписать продолжаемое окаймление мощностью $\leq\tau$.

В пятом параграфе исследуется вопрос о нахождении необходимых и достаточных условий равномерного пространства для того, чтобы пополнение обладало такими равномерными свойствами, как равномерно τ-финально паракомпактность[15], равномерно финально компактность а также рассматривается вопрос о нахождении необходимых и достаточных условий равномерного пространства для того, чтобы нарост обладал такими равномерными свойствами как: равномерно R-паракомпактность (равномерная паракомпактность в смысле Райса[16]), равномерно τ-финально паракомпактность, слабо и счетно слабо равномерно предпаракомпактность, слабо равномерно τ-предпаракомпактность, сильно равномерно предпаракомпактность .

Введено следующее:

Определение 5.1. Семейство α открытых подмножеств равномерного пространства (X,U) называется продолжаемым, если $\alpha\cap F\neq\varnothing$ для любого фильтра Коши F в (X,U).

Основным результатом этого параграфа являются следующие утверждения:

Теорема 5.1. Для того чтобы пополнение $(\widetilde{X},\widetilde{U})$ равномерного пространства (X,U) было равномерно τ-финально паракомпактным необходимо и достаточно, чтобы каждое

[15] Борубаев А.А. О равномерно топологических свойствах //Исслед. по топологии и геометрии. Сб.научн.тр.-Фрунзе: Кирг.гос.ун-т,1985.-С.18-27.

[16] Rice M.D. A note on uniform paracompactness //Proc. Amer. Math. Soc. 1977.-Vol.62.-P.359-362.

продолжаемое аддитивное покрытие мощностью $\leq\tau$ было равномерным покрытием.

Следствие 5.1. Пополнение $(\widetilde{X},\widetilde{U})$ равномерного пространства (X,U) равномерно финально компактно тогда и только тогда, когда любое продолжаемое аддитивное покрытие мощностью $\leq\aleph_0$ является равномерным покрытием.

Одними из основных результатов этого параграфа являются следующие утверждения:

Теорема 5.2. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X,\widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) равномерно R-паракомпактен тогда и только тогда, когда любое открытое равномерное покрытие α равномерного пространства (X,U) имеет аддитивное подсемейство $\alpha_0\subset\alpha$, являющегося аддитивным ко-покрытием равномерного пространства (X,U) .

Теорема 5.3. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X,\widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) равномерно τ - финально паракомпактен в том и только в том случае, если любое открытое равномерное покрытие содержит аддитивное семейство мощностью $\leq\tau$, являющегося ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

Из этой теоремы вытекает

Следствие 5.2. Для того чтобы нарост $(\widetilde{X}\setminus X,\widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) был равномерно финально компактным необходимо и достаточно, чтобы любое равномерное покрытие содержало аддитивное семейство мощностью $\leq\aleph_0$ являющегося ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

В конце параграфа 5 исследуется слабо равномерно предпаракомпактные и слабо равномерно τ-предпаракомпактные свойства относительно нароста.

Предложение 5.1. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X,\widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) слабо равномерно предпаракомпактен тогда и только тогда, когда каждое равномерное покрытие $\alpha\in U$ содержит р-конечное семейство $\alpha_0\subset\alpha$, являющееся ко-покрытием равномерного пространства (X,U).

Предложение 5.4. Нарост $(\widetilde{X}\setminus X,\widetilde{U}_{\widetilde{X}\setminus X})$ равномерного пространства (X,U) слабо равномерно τ-предпаракомпактен в том и только том случае, если любое равномерное покрытие $\alpha\in U$

содержит такое подсемейство $\alpha_0 \subset \alpha$, что ко-$Ord_{\alpha_0} \leq \tau$ и является ко-покрытием равномерного пространства (X, U).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной диссертационной работе получены следующие результаты:

1. Найдены необходимые и достаточные условия равномерных пространств для того, чтобы их наросты были конечными, предкомпактными, бикомпактными и τ-ограниченными.

2. С помощью ко-покрытия равномерных пространств доказан критерий равномерной n-мерности нароста, т.е. $\dim \tilde{U}_{\tilde{X} \setminus X} \leq n$.

Доказанная теорема является решением одной задачи поставленной Г. Фрейденталем в равномерном случае.

3. С помощью с-продолжаемого окаймления предкомпактных равномерных пространств найдено необходимое и достаточное условие для того, чтобы нарост имел конечную равномерную размерность.

Доказанная теорема является равномерным аналогом теоремы Ю.М. Смирнова.

4. С помощью с более общего понятия продолжаемого окаймления равномерных пространств найдены необходимые и достаточные условия при которых нарост обладает свойствами предкомпактности, бикомпактности и τ-ограниченности.

5. Найдены необходимые и достаточные условия равномерных пространств для того, чтобы их наросты обладали равномерно связными, равномерно сцепленными и равномерно дискретными свойствами.

6. Найдены необходимые и достаточные условия равномерных пространств для того, чтобы их пополнения обладали свойствами: равномерно τ-финально паракомпактностью, равномерно финально компактностью, равномерно R-паракомпактностью.

7. Найдены необходимые и достаточные условия равномерных пространств, чтобы их наросты являлись равномерно τ-финально паракомпактными, равномерно финально компактными равномерно R-паракомпактными и слабо равномерно τ-предпаракомпактными.

Автор выражает искреннюю благодарность своему учителю доктору физико-математических наук, профессору, член-корреспонденту НАН КР А.А. Борубаеву, под руководством которого выполнена эта работа, за постановку задач, постоянную поддержку и всестороннюю помощь.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих статьях автора:

1. О некоторых свойствах пополнения равномерных пространств //Мат-лы. междунар. научн. конф.-Бишкек: КГПУ им. И.Арабаева,-1997.-Т.3.-С.106-110.

2. О некоторых свойствах нароста равномерных пространств // Вестн. КГПУ, Сер. матем., физ., информатика-Бишкек: КГПУ им.И.Арабаева, 1998.-№1.-С.27-33.

3. О равномерных пространствах, чьи наросты в пополнении обладают специальными равномерными свойствами //Мат-лы междунар. научно-практ. конф. "Современные технологии образования в высшей школе", посв. 65-летию КГУ и 5-летию КГНУ.-Бишкек: Кыргыз. гос. нац. ун-т, 1999.-Ч.1.-С.230-234.

4. О наростах равномерных пространств //Вестн. КГНУ. Естеств.-техн. науки.-Бишкек: Кыргыз. гос. нац. ун-т, 1999.-Ч.1.-С.48-54.

5. О размерности наростов равномерных пространств //Вестн. технол. ун-та "Дастан".-Бишкек, 1999.-№2.-С.58-63.

6. О конечных наростах равномерных пространств //Вестн. КГНУ. Тр. молодых ученых. Центр магистратуры, аспирантуры и НОП. Гуманитарные науки, экономические науки, естеств. техн. науки.-Бишкек: Кыргыз. гос. нац. ун-т, 2000.- Сер.5.Вып.3.-С.21-25.

7. О равномерно дискретных, слабо равномерно предпаракомпактных пространствах //Там же.-С.25-29.

Канетов Бекболот Эменович

Бир калыптагы мейкиндиктердин өсүндүлөрүнүн жана толуктанууларынын айрым касиеттери

Аннотация

Бул иш бир калыптагы мейкиндиктердин өсүндүлөрүнө жана толуктанууларына арналган. Бир калыптагы мейкиндиктердин өсүндүлөрүндө жана толуктанууларында айрым бир калыптагы P-касиеттеринин орун алууларынын зарыл жана жетиштүү шарттары табылган.

Канетов Бекболот Эменович

О некоторых свойствах наростов и пополнений равномерных пространств

Аннотация

Работа посвящена изучению наростов и пополнений равномерных пространств. Найдены необходимые и достаточные условия равномерных пространств для того, чтобы их наросты и пополнения обладали некоторыми равномерными свойствами P.

Bekbolot E. Kanetov

On some properties of remainders and completions of uniform spaces

Summary

This work is devoted to the study of the remainders and completions of the uniform spaces. Some necessary and sufficient conditions for uniform spaces, namely its remainders possess some properties P were found.

Формат 60x84 1/16. Бумага ксероксная. Гарнитура Times New Roman.
Объем 1 печ. л. Тираж 100 экз.
Отпечатано в ИИМОП КГНУ.